

Адабиётлар

1. Голиш Л.В., Файзуллаева Д.М. Педагогик технологияларни лойиҳалаштириш ва режалаштириш: Ўқув услубий қўлланма / Таълимда инновацион технология серияси. – Т.: 2010. – 149 б.

2. Ходиев Б.Ю., Голиш Л.В. Мустақил ўқув фаолиятини ташкил этиш усул ва воситалари (биринчи босқич талабаларига ёрдам тариқасида): Ўқув-услубий қўлланма – Т.: ТДИУ, 2010. – 97 б.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО РЕШЕНИЮ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

У. З. Джумаёзов¹, А. А. Алишеров¹

¹Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий

Современное развитие физики и техники тесно связано с использованием в процессе расчётов и проектирования вычислительного оборудования. В основе вычислительного эксперимента лежит решение уравнений математической модели численными методами.

Численные методы не позволяют найти общего решения системы; они могут дать только частное решение. Однако эти методы применимы к очень широким классам уравнений и всем типам задач для них. Численные методы можно применять только к корректно поставленным задачам. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений требуют также соблюдения условия обусловленности, т.е. малые изменения начальных условий не должны приводить к значительным изменениям интегральных кривых – решение должно быть устойчиво.

Пусть нам дано обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка на отрезке $[a, b]$ с обобщенными краевыми условиями[4]

$$A \frac{d^2 y}{dx^2} + B \frac{dy}{dx} + Cy = f, x \in [a, b] \quad (1.1)$$

со следующими обобщенными краевыми условиями

$$\alpha_1 y(a) + \beta_1 \frac{dy(a)}{dx} = \gamma_1, x = a \quad (1.2)$$

$$\alpha_2 y(b) + \beta_2 \frac{dy(b)}{dx} = \gamma_2, x = b \quad (1.3)$$

где A, B, C, f - заданные, $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2$ - известные параметры. Разделяя отрезок $[a, b]$ на n частей можно найти, что

$$h = \frac{b-a}{n}, x_i = a + hi, i = 0, n \quad (1.4)$$

далее заменяя производные, в краевой задаче с конечно - разностными соотношениям можно найти, что

$$A_i \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2} + B_i \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} + C_i y_i = f_i \quad (1.5)$$

$$\alpha_1 y_0 + \beta_1 \frac{y_1 - y_0}{h} = \gamma_1 \quad (1.6)$$

$$\alpha_2 y_n + \beta_2 \frac{y_n - y_{n-1}}{h} = \gamma_2 \quad (1.7)$$

Сеточные уравнения (1.5-1.7) удобно свести к следующему известному виду [2]

$$a_i y_{i+1} + b_i y_i + c_i y_{i-1} = f_i \quad (1.8)$$

$$\alpha_{01} y_0 + \beta_{01} y_1 = \gamma_{01} \quad (1.9)$$

$$\alpha_{02} y_{n-1} + \beta_{02} y_n = \gamma_{02} \quad (1.10)$$

Известно, что матрица системы уравнений (1.8-1.10) имеет трех диагональный вид, и удобно применение метода прогонки [3]. Теперь мы продемонстрируем другой способ решения конечно-разностных уравнений (1.5-1.7). Для чего уравнение (1.5) разрешаем относительно y_i , а краевые условия относительно y_0 и y_n , соответственно. Тогда получим следующую систему

$$y_i^{k+1} = \left(y_{i+1}^k \left(-\frac{A_i}{h^2} - \frac{B_i}{2h} \right) + y_{i-1}^k \left(-\frac{A_i}{h^2} + \frac{B_i}{2h} \right) + f_i \right), 1 \leq i \leq n-1 \quad (1.11)$$

$$y_0^{k+1} = \left(a_1 - \frac{\beta_1 y_1^k}{h} \right) \left(a_1 - \frac{\beta_1}{h} \right), i = 0 \quad (1.12)$$

$$y_n^{k+1} = \left(a_2 + \frac{\beta_2 y_{n-1}^k}{h} \right) \left(a_2 + \frac{\beta_2}{h} \right), i = n \quad (1.13)$$

где k – номер итераций. Заметим, что в отличие от метода прогонки, эту систему уравнений можно решить методами последовательных приближений. При этом, за нулевое приближение во внутренних точках принимаем тривиальные значения искомых величин.

Рассмотрим следующую конкретную краевую задачу [1]

$$y'' + 2xy' - 2y = 2x^2, 0 \leq x \leq 1 \quad (1.14)$$

$$y(0) = 1 \quad (1.15)$$

$$y(1) = 0 \quad (1.16)$$

Численные результаты краевой задачи (1.14-1.16) полученные по итерационному методу (1.11-1.13), методу прогонки [3], а также вычисленные согласно точному решению приведён в таблице 1.1.

таблица 1.1

x_i	$\varepsilon = 0.001, n = 10$ количество итераций 119	
	Приближенное решение	Решение по методу прогонки
0	1.0000	1.0000
0.1	0.8101	0.8100
0.2	0.6404	0.6400
0.3	0.4902	0.4900
0.4	0.3602	0.3600
0.5	0.2500	0.2500
0.6	0.1603	0.1600
0.7	0.0903	0.0900
0.8	0.0400	0.0400
0.9	0.0101	0.0100
1	0.0000	0.0000

Как видно из таблицы численные результаты полученные двумя способами совпадают, при этом приближенное решение получено с точностью $\varepsilon = 0.001$.

Литература

1. Г.Н.Воробьева, А.Н.Данилова. Практикум по вычислительной математики. Москва 1990.
2. В.Д.Колдаев. Численные методы и программирование. Москва 2009.
3. Б.П.Демидович, И.А.Марон, Э.З.Шувалова. Численные методы анализа. Москва 1967.
4. П.И.Монастырный. Сборник задач по методам вычислений. Москва 2000.

$\varepsilon = 0.001, n = 20$ количество итераций 83					
x_i	Приближенное решение	Решение по методу прогонки	x_i	Приближенное решение	Решение по методу прогонки
0	1.00000	1.0000	0.55	-0.5401	-0.5400
0.05	0.7601	0.7600	0.6	-0.5603	-0.5600
0.1	0.5402	0.5400	0.65	-0.5604	-0.5600
0.15	0.3401	0.3400	0.7	-0.5401	-0.5400
0.2	0.1600	0.1600	0.75	-0.5000	-0.5000
0.25	0.0000	0.0000	0.8	-0.4402	-0.4400
0.3	-0.1401	-0.1400	0.85	-0.3601	-0.3600
0.35	-0.2601	-0.2600	0.9	-0.2603	-0.2600
0.4	-0.3603	-0.3600	0.95	-0.1402	-0.1400
0.45	-0.4401	-0.4400	1	0.00000	0.00000
0.5	-0.5000	-0.5000			

THREE-DIMENSIONAL SIMULATION OF HEAT AND MOISTURE TRANSFER IN POROUS BODIES

I.U. Shadmanov

Bukhara State University, istam.shadmanov89@gmail.com

Modern drying theory is based on the laws of moisture and heat motion in a material to be dried. Moisture moves in a porous body both at a drop in moisture content and a drop in temperature. The most effective motion of moisture and heat in colloidal capillary-porous bodies, which include agricultural products, is due to the correct combination of heating temperatures and the material moisture content. This condition is crucial for preserving the viability of seeds and the quality of agricultural products (grain, oilseeds, raw cotton, vegetables, etc.).

A mathematical model of the thermal state of a porous body in the form of a rectangular parallelepiped was developed in [1]. The model takes into account internal heat release, heat transfer through the surfaces of a porous body into the