O’ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O’RTA
MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

JIZZAX POLITEXNIKA INSTITUTI

«Tasdiqlayman»
«Avtomexanika» fakulteti dekani:
______dots.X.H.Igamberdiev

«OLIY MATEMATIKA» KAFEDRASI

«OLIY MATEMATIKA» FANIDAN
LABORATORIYA ISHI

CHIZIQLI ALGEBRAIK TENGLAMALARNI GAUSS USULIDA YECHISH

JIZZAX 2006 YIL

UDK 517.3

Mazkur uslubiy ko'rsatma «Oliy matematika» fani bo'yicha Qurilish-muhandislik mutaxassisliklari bo'yicha bakalavrlar uchun mo'ljallangan.

Qurilish-muhandislik mutaxassisliklari bo'yicha ta'lim olayotgan talabalarning chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning usullarini nazariy bilimlari asosida laboratoriya mashg'ulotida EHM da foydalanishga qulay bo'lgan usullar bilan tanishib chiqishda ushbu qo'llanma yordam beradi.

Tuzuvchilar: dots., t.f.n. A.Abduxalikov.
Ass. To'raev O'.Ya.

Taqrizchi: dots.Shamsiev A.,JDPI

Uslubiy ko'rsatma «Oliy matematika» kafedrasining uslubiy seminarida muhokama qilingan va kafedra yig'ilishida tasdiqlangan.

Bayonnoma №___ «_____»_____________2006 yil

Kafedra mudiri: dots.Berdiyorov A.

Mundarija

KIRISH

Mazkur uslubiy ko'rsatma «Oliy matematika» fani bo'yicha Qurilish-muhandislik mutaxassisliklari bo'yicha bakalavrlar uchun mo'ljallangan.

Qurilish-muhandislik mutaxassisliklari bo'yicha ta'lim olayotgan talabalarning chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning usullarini nazariy bilimlari asosida laboratoriya mashg'ulotida EHM da foydalanishga qulay bo'lgan usullar bilan tanishib chiqishda ushbu qo'llanma yordam beradi.

LABORATORIYA ISHINING BAJARILISH TARTIBI:

1. Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi Gauss usuli bilan yechish matinini o'rganish.
2. O'ziga berilgan variant Gauss usulida echiladi.
3. Laboratoriya ishi himoya qilinadi.
4. Bajarilgan laboratoriya ishi rasmiylashtirilib kafedraga topshiriladi

1.Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning Gauss usuli

1.1.Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning umumiy xarakteristikasi.

Tabiatdagi masalalar modellashtirsh natijasida xususan, texnik masalalarni hal qilish jarayonida qaralayotgan masalalar chiziqli alebraik tenglamalar sistemasiga keltiriladi. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning xilma xil usullari mavjud.

Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning usullarini ikki sinfga ajratish mumkin.Aniq usullar va iteratsiya usullari.

a). Aniq usullar. Bu usullarga Kramer qoidasi, Gauss usuli, bosh elementlar usuli, kvadrat ildiz usuli va boshqalar kiradi.

b). Iteratsiya usullari. Bu usullarga oddiy iteratsiya, Zeydel usuli, relaktsiya usuli va boshqalar kiradi.

Umuman olganda, tenglamalar sistemasini aniq usullar bilan echganda ham aniq echimini topa olmasligimiz mumkin.CHunki berilgan sistemadagi ayrim koeffitsentlar taqriban olingan bo'lishi mumkin, bundan tashqari hisoblash jarayonida sonlarni yaxlitlashga to'g'ri keladi, demak tenglamalar sistemasining aniq echimini topa olmaymiz.Lekin aniq usullar bilan iteratsiya usullari bir xil ekan, degan xulosa kelib chiqmaydi.CHunki iteratsiya usullarida yaxlitlash xatolaridan tashqari usulning ham xatosi mavjuddir.

1.2.Chiziqli tenglamalar sistemasi

Bizga n noma'lumli n ta tenglamalar sistemasi berilgan bo'lsin:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\ .... \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + ... + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \qquad (1)$$

Bu tenglamalar sistemasini maritsa ko'rinishida ifodalasak

$$AX = B \qquad (2)$$

bu yerda, A - maritsa, B – vektor ustun, X – vektor ustun (izlanayotgan noma'lumlar).

Bu tenglamalar sistemasini amaliy mashg'ulot va namunaviy ishlarni bajarish jarayonida Kramer hamda matritsa usullari bilan echimlarini topgan edik. Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasiga Kramer qoidasini noma'lumlar soni kamroq bo'lganda qo'llaniladi. Agarda noma'lumlar soni ko'p bo'lsa, Kramer usulidan foydalanib sistemaning echimini topish juda qiyinlashadi. Agarda chiziqli tenglamalar sistemasini matritsa usulida echmoqchi bo'lsak A matritsaning tartibi yuqori bo'lmasligi zarur, aks holda teskari matitsani topish qiyinlashib ketadi. Shuning uchun tenglamalar sistemasini yechishning qulay usullaridan biri bo'lgan Gauss usuli bilan tanishib chiqamiz. Bu usul o'zgaruvchilarni ketma ket yo'qotish usuli ham deb ataladi.

1.3.Gauss usuli

Bizga (1) tenglamalar sistemasi berilgan bo'lsin. Sistema determinanti (aniqlavchisi) $\det A = \Delta \neq 0$ deb faraz qilamiz. Demak (1) tenglamalar sistemasining yechimi mavjud va yagona.

Gauss usulini soddaroq izohlash uchun to'rt noma'lumli to'rtta tenglamalar sistemasini tekshirish bilan kifoyalanamiz.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 = a_{15} \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 = a_{25} \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 = a_{35} \\ a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 = a_{45} \end{cases} \qquad (3)$$

(3) tenglamalar sistemasidan noldan farqli bo'lgan istalgan koeffitsentini tanlab olamiz. Qulaylik uchun $a_{11} \neq 0$ ni tanlab olamiz va buni bosh element deb ataymiz.

Biz endi (3) tenglamalar sistemasidagi birinchi tenglama noma'lumlarining koeffitsentlarini a_{11} ga bo'lib quyidagini yozib olamiz:

$$x_1 + b_{12}x_2 + b_{13}x_3 + b_{14}x_4 = b_{15} \qquad (4)$$

bu yerda $b_{1j} = \dfrac{a_{1j}}{a_{11}}, (j > 1).$

Endi (4) tenglamani ketma-ket a_{21}, a_{31}, a_{41} larga ko'paytirib, mos ravishda (3) tenglamalar sistemasi ikkinchi, uchinchi va to'rtinchi tenglamalardan ayirib, x_1 ni yo'qotamiz.

Hosil bo'lgan yangi tenglamalar sistemasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\begin{cases} a_{22}^{(1)}x_2 + a_{23}^{(1)}x_3 + a_{24}^{(1)}x_4 = a_{25}^{(1)} \\ a_{32}^{(1)}x_2 + a_{33}^{(1)}x_3 + a_{34}^{(1)}x_4 = a_{35}^{(1)} \\ a_{42}^{(1)}x_2 + a_{43}^{(1)}x_3 + a_{44}^{(1)}x_4 = a_{45}^{(1)} \end{cases} \qquad (5)$$

bu yerda $a_{ij}^{(1)}$ koeffitsentlar quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - a_{i1}b_{1j}, (i, j \geq 2) \qquad (6)$$

Endi (5) tenlamalar sistemasidagi $a_{22}^{(1)} \neq 0$ ni bosh element deb olib, sistemaning birinchi tenglamasidagi o'zgaruvchilarning koeffitsentlarini $a_{22}^{(1)}$ koeffitsentga bo'lib, quyidagini hosil qilamiz:

$$x_2 + b_{23}^{(1)}x_3 + b_{24}^{(1)}x_4 = b_{25}^{(1)}, \qquad (7)$$

bu yerda $b_{2j}=\dfrac{a_{2j}}{a_{22}^{(1)}},(j\ge 2).$

Yuqorida (3) tenglamalar sistemasida x_1 ni yo'qotganimizdek (5) tenglamalar sistemasidan x_2 ni yo'qotamiz:

$$\begin{cases} a_{33}^{(2)}x_3+a_{34}^{(2)}x_4=a_{35}^{(2)} \\ a_{43}^{(2)}x_3+a_{44}^{(2)}x_4=a_{45}^{(2)} \end{cases} \qquad (8)$$

bu yerda

$$a_{ij}^{(2)}=a_{ij}^{(1)}-a_{i2}^{(2)}b_{2j}^{(1)},(i,j\ge 3), \qquad (9)$$

Shuningdek (8) tenglamalar sistemasidagi birinchi tenglamani $a_{33}^{(2)}\ne 0$ bosh elementga bo'lib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$x_3+b_{34}^{(3)}x_4=b_{35}^{(2)}, \qquad (10)$$

bu yerda $b_{3j}^{(2)}=\dfrac{a_{3j}^{(2)}}{a_{33}^{(2)}},(j>3).$

Yana x_3 ni ilgargidek (8) dan yo'qotib, quyidagini hosil qilamiz:

$$a_{44}^{(3)}x_4=a_{45}^{(3)}, \qquad (11)$$

bu yyerda

$$a_{ij}^{(3)}=a_{ij}^{(2)}-a_{i3}^{(3)}b_{3j}^{(2)},(i,j\ge 4) \qquad (12)$$

(11) dan $x_4=\dfrac{a_{45}^{(3)}}{a_{44}^{(3)}}=b_{45}^{(3)}$

Qolgan noma'lum o'zgaruvchilar ketma-ket (10), (7), (4) tenglamalardan topiladi:

$$x_4=b_{45}^{(3)},x_3=b_{35}^{(2)}-b_{34}^{(2)}x_2,x_2=b_{25}^{(1)}-b_{24}^{(1)}x_4-b_{23}^{(1)}x_3,x_1=b_{15}-b_{14}x_4-b_{13}x_3-b_{12}x_2$$

Shunday qilib, tenglamalar sistemasini yechish ikki bosqichda olib boriladi:

a) To'g'ri yurish. Berilgan tenglamalar sistemasini uchburchakli matritsa ko'rinishiga keltiriladi.

b) Teskari yurish. Keyin (10), (7), (4) formulalari yordamida x_1,x_2,x_3,x_4 noma'lumlar ketma-ket topiladi.

Misol: Berilgan tenglamalar sistemasini Gauss usulida yordamida eching:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 5 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 4 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 2 \end{cases} \qquad (13)$$

Yechish. (To'g'ri yurish). Berilgan tenglamalar sistemasining birinchi tenglamasidan koeffitsenti noldan farqli bo'lgan o'zgaruvchi tanlanadi.Masalan, x_1 ning koeffitsenti $a_{11} = 1 \neq 0$. Buni hal qiluvchi koeffitsent deb qabul qilamiz va tenglamaning har bir koeffitsentini $a_{11} = 1$ ga bo'lib chiqamiz:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \qquad (14)$$

bu yerda $b_{12} = 1, b_{13} = 1, b_{14} = 1, b_{15} = 2.$ Endi (6) formula orqali $a_{ij}^{(1)}$ koeffitsentlarni hisoblab quyidagilarni hosil qilamiz:

$$a_{22}^{(1)} = a_{22} - a_{21}b_{12} = -3 - 2 \cdot 1 = -5; a_{23}^{(1)} = a_{23} - a_{21} \cdot b_{13} = 2 - 2 \cdot 1 = 0$$

$$a_{24}^{(1)} = a_{24} - a_{21} \cdot b_{14} = -4 - 2 \cdot 1 = -6; a_{25}^{(1)} = a_{25} - a_{21} \cdot b_{15} = 2 - 2 \cdot 2 = -2$$

$$a_{32}^{(1)} = a_{32} - a_{31} \cdot b_{13} = 1 - 3 \cdot 1 = -2; a_{33}^{(1)} = a_{33} - a_{31} \cdot b_{13} = -5$$

$$a_{34}^{(1)} = -5; a_{35}^{(1)} = -2;$$

$$a_{42}^{(1)} = -2; a_{43}^{(1} = -7;$$

$$a_{44}^{(1)} = -3; a_{45}^{(1)} = -6$$

Shunday qilib, uch noma'lumli uchta tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} -5x_2 - 6x_4 = -2 \\ 2x_2 + 5x_3 + 5x_4 = 2 \\ -2x_2 - 7x_3 - 3x_4 = -6 \end{cases} \qquad (15)$$

(15) tenglamalar sistemasida birinchi tenglama o'zgaruvchilarining hamma koeffitsentlarini $a_{22}^{(1)} = 5 \neq 0$ ga bo'lib, quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$x_2 + 1{,}2x_4 = 0{,}4$$

bu yerda $b_{23}^{(1)} = 0; b_{24}^{(1)} = 1{,}2; b_{25}^{(1)} = 0{,}4.$ Endi (9) formula orqali $a_{ij}^{(2)}$ koeffitsentlarni aniqlaymiz:

$$a_{33}^{(2)} = 5; a_{34}^{(2)} = -1; a_{35}^{(2)} = 0; a_{43}^{(2)} = 7; a_{44}^{(2)} = 0{,}6; a_{45}^{(2)} = 5{,}2.$$

Natijada ikki noma'lumli ikkita tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi:

$$\begin{cases} 5x_3 - x_4 = 0 \\ 7x_3 + 0{,}6x_4 = 5{,}2 \end{cases} \qquad (16)$$

Shuningdek, (16) tenglamalar sistemasining birinchi tenglamasidagi $a_{33}^{(2)} = 5 \neq 0$ ni bosh element deb qabul qilib, sistemaning birinchi tenglamasidagi o'zgaruvchilarning koeffitsentlarini bo'lamiz:

$$x_3 - 0{,}2x_4 = 0$$

bu yerda $b_{34}^{(2)} = -0{,}2; b_{35}^{(2)} = 0.$

Endi (12) formula orqali $a_{ij}^{(3)}$ koeffitsentlarni topamiz:

$$a_{44}^{(3)} = 2; a_{45}^{(3)} = 5{,}2 \ .$$

Shunday qilib, bir noma'lumli bitta tenglamani hosil qilamiz:

$2x_4 = 5{,}2$

Bulardan foydalanib, uchburchakli matritsa ko'rinishidagi tenglamalar sistemasini tuzamiz:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ 0x_1 + x_2 + 0x_3 + 1{,}2x_4 = 0{,}4 \\ 0x_1 + 0x_2 + x_3 - 0{,}2x_4 = 0 \\ 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 2x_4 = 5{,}2 \end{cases}$$

Teskari yurish orqali noma'lumlarni ketma-ket aniqlaymiz:

$$x_4 = 2{,}6; x_3 = 0{,}52; x_2 = -2{,}72; x_1 = -1{,}6$$

Masalani yechish jarayonida sonlarni yaxlilamay yechganimiz tufayli topilgan yechim aniq yechimdir.

1.4.Gauss usulining ixcham sxemasi.

Tenglamalar sistemasini Gauss usuli bilan yechish jarayonida noma'lum o'zgaruvchilarning bevosita ishtrok etishi, hisoblash ishlaini murakkablashtirib yuboradi. Bundan tashqari, hsoblash jarayonida xatoga yo'l qo'yishimiz mumkin. Shuning uchun, hisoblash jarayonini nazorat qilib borishga to'g'ri keladi. Nazorat qilishning eng qulay usullaridan biri «nazorat yig'indi» usulidir. Bu usulning mohiyati shundan iboratki, tenglamalar sistemasidagi har bir tenglamadagi o'zgaruvchilarning koeffitsentlari va ozod hadlar yg'indisi nazorat qilib boriladi:

$$a_{i6} = \sum_{j=1}^{5} a_{ij}, (i = (\overline{1,5}).$$

Quyidagi jadval yordamida Gauss usulining ixcham sxemasini ifodalaymiz.nBu jadvalda tenglamalar sistemasining koeffitsentlari ishtirok etadi xalos.

To'g'ri yurish. a). Jadvalning birinchi bosqichida berilgan tenglamalar sistemasining koeffitsentlari yozilib, oxirgi ustuniga (bu nazorat ustuni deyiladi), tenglamalar sistemasidagi satrlar bo'yicha o'zgaruvchilarning koeffitsentlarini va ozod hadlarni qo'shishdan hosil bo'lgan yig'indi a_{i6} yoziladi.

b). (1) tenglamalar sistemasining birinchi tenglamasidan koeffitsenti noldan farqli bo'lgan o'zgaruvchi tanlanadi (umuman, sistemaning istalgan tenglamasini olish mumkin), masalan, tanlangan koeffitsent $a_{11} \neq 0$. Buni aniqlovchi koeffitsent deb ataymiz va uni kvadrat katakchaga belgilab qo'yamiz.

	i	x_1	x_2	x_3	x_4	Ozod hadlar	Nazorat yig'indi
I	1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}

	2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}
	3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	a_{36}
	4	a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}	a_{45}	a_{46}
	$m+1$		b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}	b_{16}
II			$a_{22}^{(1)}$	$a_{23}^{(1)}$	$a_{24}^{(1)}$	$a_{25}^{(1)}$	$a_{26}^{(1)}$
			$a_{32}^{(1)}$	$a_{33}^{(1)}$	$a_{34}^{(1)}$	$a_{35}^{(1)}$	$a_{36}^{(1)}$
			$a_{42}^{(1)}$	$a_{43}^{(1)}$	$a_{44}^{(1)}$	$a_{45}^{(1)}$	$a_{46}^{(1)}$
	$m+1$			$b_{23}^{(1)}$	$b_{24}^{(1)}$	$b_{25}^{(1)}$	$b_{26}^{(1)}$
III				$a_{33}^{(2)}$	$a_{34}^{(2)}$	$a_{35}^{(2)}$	$a_{36}^{(2)}$
				$a_{43}^{(2)}$	$a_{44}^{(2)}$	$a_{45}^{(2)}$	$a_{46}^{(2)}$
	$m+1$				$b_{34}^{(2)}$	$b_{35}^{(2)}$	$b_{36}^{(2)}$
IV					$a_{44}^{(3)}$	$a_{45}^{(3)}$	$a_{46}^{(3)}$
	$m+1$					$b_{45}^{(3)}$	$b_{46}^{(3)}$
V					1	x_1	
				1		x_2	
			1			x_3	
		1				x_4	

Tenglamadagi barcha koeffitsentlar, ozod had va nazorat yig’indini a_{11} ga bo’lib, $m+1$ satirga yozib qo’yiladi, $m+1$ satirdagi koeffitsentlar $b_{ij}=\frac{a_{1j}}{a_{11}}$ formula orqali hisoblanadi. Keyin $\sum_{j=1}^{n} b_{1j}$ yig’indini hisoblaymiz va arifmetik amallarning to’g’ri yoki noto’g’ri bajarilganligini tekshirib chiqamiz.

v). Jadvalning ikkinchi bosqichida $a_{ij}^{(1)}$ koeffitsentlar (6) formula orqali hisoblanib, keyin nazorat yig’indi tuziladi.

g). II bosqichda sistemaning birinchi tenglamasidagi o’zgaruvchilarning koeffitsentlarini $a_{22}^{(1)}$ ga bo’lib, $m+1$ satrga yozib chiqamiz:

$$b_{2j}^{(1)}=\frac{a_{2j}^{(2)}}{a_{22}^{(1)}}.$$

d). III bosqichda ham birinchi tenglamasidagi o’zgaruvchilarning koeffitsentlarini $a_{33}^{(1)}\neq 0$ ga bo’lib, $m+1$ satrga yozib olamiz. Bu satrdagi elementlar $b_{3j}^{(2)}=\frac{a_{3j}^{(2)}}{a_{33}^{(2)}}$ ni hisoblaymiz, keyin tekshirish o’tkazamiz. Endi $a_{4j}^{(3)}=a_{4j}^{(2)}-a_{43}^{(2)}a_{3j}^{(2)}$ ni hisoblaymiz va natijani IV bosqichga yozib qo’yamiz.

Teskari yurish. Teskari yurish bilan x_1, x_2, x_3, x_4 noma’lumlarni hisoblaymiz.

$$x_4=\frac{a_{45}^{(3)}}{a_{44}^{(3)}}, x_3=b_{35}^{(2)}-b_{34}^{(2)}x_4, x_2=b_{25}^{(1)}-b_{24}^{(1)}x_3-b_{23}^{(1)}x_4, x_1=b_{15}-b_{14}x_4-b_{13}x_3-b_{12}x_2.$$

Misol. Quyidagi tenglamalar sistemasi Gaussning ixcham usulida yechilsin:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 13 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$$

Yechish. Jadvalning I bosqichiga berilgan algebraik tenglamalar sistemasining koeffitsentlarini, ozod hadlarni va «nazorat yig'indi»sini yozamiz. So'ngra birinchi tenglamadan koeffitsenti noldan farqli bo'lgan o'zgaruvchi tanlanadi.Masalan, x_1 ning koeffitsenti (2≠0) tanlanadi va kvadrat katakchaga olinadi. Endi birinchi tenglamaning har bir hadini va nazorat yig'indini 2 ga bo'lib, $m+1$ satrga yozib qo'yamiz.

Jadvalning ikkinchi bosqichi quyidagicha to'ldiriladi: $m+1$ satirdagi tenglamani mos ravishda –1 ga va –3 sonlarga ko'paytirib, sistemaning ikkinchi va uchinchi tenglamalariga qo'shib, x_1 o'zgaruvchini yo'qotamiz.

	i	x_1	x_2	x_3	Ozod hadlar	Nazorat yig'indi
I	1	2	1	3	13	19
	2	1	1	1	6	9
	3	3	1	1	8	13
	$m+1$	1	1/2	3/2	13/2	19/2 (-1)(-3)
II		0	1/2	-1/2	-1/2	-1/2
		0	-1/2	-7/2	-23/2	-31/2
	$m+1$		1	-1	-1	-1 1/2
III			0	-4	-12	-16
	$m+1$			1	3	4
IV				1	3	
			1		2	
		1			1	

II bosqichda hosil bo'lgan ikki noma'lumli ikkita tenglamalar sistemasidan koeffitsenti noldan farqli bo'lgan o'zgaruvchi tanlanadi, bu tanlangan x_2 o'zgaruvchining koeffitsenti 1/2 kvadrat katakchaga olinadi, keyin shu tenglamaning har bir koeffitsentini, ozod hadni va nazorat yig'indisini 1/2 ga bo'lib $m+1$ satrga yozib qo'yamiz.

Endi II bosqichdagi $m+1$ satrni 1/2 ga ko'paytirib, shu bosqichdagi ikkinchi tenglamaga qo'shib, III bosqichni hosil qilamiz. III bosqichda $x_3 = 3$ ni topamiz va teskari yo'l bilan x_2 va x_1 larni aniqlaymiz:

$$x_2 - x_3 = -1; x_2 = 3 - 1 = 2.$$

$$x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{3}{2}x_3 = \frac{13}{2}$$ tenglamadan $x_1 = 1$.

Javob: $x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = 3.$

ADABIYOTLAR

1. A.Boyzoqov, SH.Qayumov., Hisoblash matematikasi asoslari.- 60-66 betlar, Toshkent,TDIU, 2000 yil.
2. YO.U.Soatov., Oliy matematika.-III-jild, 605-615 betlar, Toshkent, «O'qituvchi», 1996 yil.