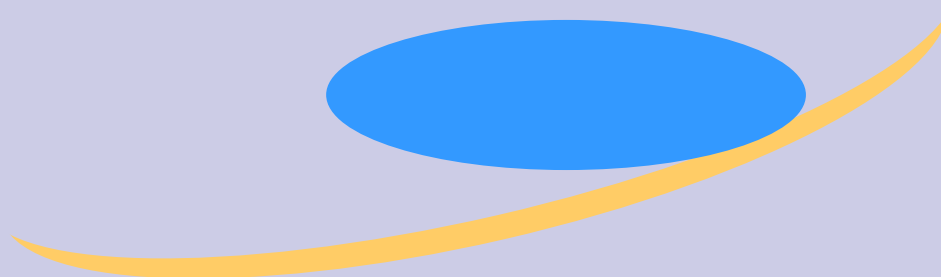


N. Djumabaev, J. Valieva, G. Mamutova

PARAMETRLI TEN`LEMELERDI SHESHIW USILLARI

(metodikalıq qollanba)



NO'KIS-2014

Bul metodikalıq qollanba joqarı oqıw orınlarınan` matematika fakulteti talabaları, akademiyalıq litsey, ka`sip-o`ner kolledjleri, ulıwma bilim beriw mektepleri ha`m matematika pa`nin teren`nen oqıtılatusın qa`ninelestirilgen mektep oqıwshıları ushın «Parametrli ten`lemelerdi sheshiw usılları» temasında jazılğ`an bolıp, bunda parametrli ten`lemelerge ko`p mısallar keltirilip metodikalıq jaqtan teren` izertlew arqalı sheship ko`rsetilgen.

Metodikalıq qollanbada sızıqlı parametrli ten`lemelerdin` sheshiliw usılları, parametrli kvadrat ten`lemelerdi sheshiw din` 10 tu`rli jag`dayları keltirilip, olardıń ha`r bir tu`rine mısallar keltirilgen, parametrli ratsional ha`m irratsional ten`lemelerdi sheshiwde bir neshe mısallar arqalı tu`sindirilgen.

Juwaplı redaktor:

J.Jalg'asbaev - A`jiniyaz atındag`ı No`kis ma`mleketlik pedagogikalıq institutı geografiya ha`m ekonomikalıq bilim tiykarları kafedrasının` dotsenti, geografiya ilimlerinin` kandidadı.

Pikir bildiriwshiler:

- 1. O.Nurjanov*** - Berdaq atındag`ı Qaraqalpaq ma`mleketlik universiteti algebra ha`m differentsial geometriya kafedrasının` dotsenti, fizika matematika ilimlerinin` kandidadı.
- 2. S.Tlewmuratov*** - Berdaq atındag`ı Qaraqalpaq ma`mleketlik universiteti matematikalıq analiz kafedrasının` dotsenti, fizika matematika ilimlerinin` kandidadı.

Kirisiw

Bul qollanbada matematika kursında ushırasatug`ın parametrli ten`lemelerdi sheshiw ushın kerek bolg`an tiykarg`ı bilimler sisteması haqqında, sonday-aq olardıń sheshimlerin tabıw haqqında so`z ju`rgiziledi. Ko`binese oqıwshılar sıızılı, kvadrat, ratsional, irratsional ten`lemelerdin` sheshimlerin tabıw boyınsha ulıwma tu`siniklerge iye bolsa da, parametrli ten`lemelerdi sheshiwde ko`p qa`teliklerge jol qoyadı.

Qollanbada parametrli ten`lemelerdi sheshiwde ten` ku`shli almastırıwlar arqalı sheshiw usıllarına ken` orın berildi. Parametrli ten`lemelerdi sheshiwde parametrge baylanıslı olardı izertlew arqalı durıs sheshimlerin tabıwg`a ja`ne ten`lemenin` mu`mkin ma`nislerinin` oblastın tabıw arqalı sheshiwge u`lken kewil awdarıldı. Qollanbada: «Birinshi da`rejeli sıızılı parametrli ten`lemelerdi sheshiw usılları», «Parametrli kvadrat ten`lemelerdi sheshiw usılları», «Parametrli ratsional ten`lemelerdi sheshiw usılları», «Parametrli irratsional ten`lemelerdi sheshiw usılları», bo`limlerge bo`linip ha`r bir bo`limge jeterlishe mısallar metodikalıq jaqtan anıq etip parametrlerge baylanıslı izertlenip sheship ko`rsetildi.

Solay etip, bul metodikalıq qollanbada parametrli ten`lemelerdi sheship u`yreniw boyınsha bilim ha`m a`meliy ko`nlikpelerdi teren`lestiriw maqset etip qoyılğ`an bolıp matematikag`a qızıqqan oqıwshılarg`a arnalğ`an. Metodikalıq qollanbadan sabaq waqtında, fakul`tativ sabaqlarda, do`gerek sabaqlarda, matematikanı teren`nen oqıtatug`ın akademiyalıq litseylerde, kollejlerde, pedagogikalıq instituttın` talabaları ha`m oqıtıwshıları sonday-aq orta mekteptin` mug`allimleri paydalanıwları mu`mkin.

Bul metodikalıq qollanbanın` tiykarg`ı maqseti – oqıwshılarg`a parametrli ten`lemelerdi tu`rlerine qaray ha`r qıylı tu`rlerge bo`lip, ha`r bir tu`rge bir neshe mısallar sheship ko`rsetiw arqalı parametrli ten`lemelerdi qa`tesiz sheshiwdi ha`m olardıń teren` bilimge iye bolıwına ja`rdem ko`rsetiw bolıp tabıladı.

§1. BİRİNCİ DAĞREJELİ SIZIQLI PARAMETRLİ TEN'LEMELERDİ SHESHİW USILLARI

Meyli x, a, b o'zgeriwshilerine iye bolg'an $f(x, a, b) = 0 \dots (1)$ ten'lemesi berilgen bolsın.

Eger de a ha'm v nın ha'r bir haqıyqıy ma'nisi ushın usı ten'lemeni x ke qarata sheshiw ma'selesı qoyılsa, onda (1)-ten'leme x o'zgeriwshisine iye parametrli ten'leme dep ataladı.

(1)- tu'rindegi ten'lemeni sheshiw degenimiz bul parametrlerdin ha'r bir ma'nisi ushın usı ten'lemeni qanaatlandıratug'ın x tın ma'nislerin tabıw degen so'z. $ax = b \dots \dots \dots (2)$ tu'rindegi ten'leme birinshi da'rejeli sızıqlı parametrli ten'leme delinedi, bunda a ha'm b - parametrlar, x - belgisiz shama.

Birinshi da'rejeli sızıqlı parametrli ten'lemeni sheshiwde to'mendegi eki jag'day qarap shıg'ıladı:

1-jag'day: x belgisiz shamanın koeffitsienti bolg'an a parametri $a=0$ bolg'an jag'day ushın (2)- ten'leme sheshiledi.

2-jag'day: $a \neq 0$ jag'dayı ushın (2)- ten'leme sheshiledi.

Birinshi da'rejeli sızıqlı parametrli ten'lemelerdi sheshiwde qarap shıg'ayıq:

1-misal: a parametrinin barlıq ma'nisleri ushın $ax = 5$ ten'lemesin sheshin'.

Sheshiw: Eger $a=0$ bolsa, $0 \cdot x = 5 \Rightarrow 0 = 5$ boladı, demek bul jag'dayda ten'leme

sheshimge iye emes. Eger $a \neq 0$ bolsa, $ax = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{a}$

Juwabi: $a = 0$ bolsa $x \in \emptyset$, $a \neq 0$ bolsa $x = \frac{5}{a}$

2-misal: a parametrinin barlıq ma'nislerinde $ax = a^2 - a$ ten'lemesin sheshin'.

Sheshiw: Eger $a = 0$ bolsa, $0 \cdot x = 0 \Rightarrow 0 = 0$ bul jag'dayda ten'lemenin sheshim-

leri barlıq haqıyqıy sanlar ko'pligi boladı. Eger $a \neq 0$ bolsa,

$ax = a^2 - a \Leftrightarrow x = \frac{a^2 - a}{a} = \frac{a(a-1)}{a} = a - 1$ boladı.

Juwabi: $a = 0$ bolsa $x \in R$, $a \neq 0$ bolsa $x = a - 1$

3-misal: a parametrinin barlıq ma'nislerinde $(a^2 - 1)x = a - 1$ ten'lemesin sheshin'.

Sheshiw: Eger $a^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (a+1)(a-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -1 \\ a_2 = 1 \end{cases}$

$a_1 = -1$ ma`ninin berilgen ten`lemege qoysaq $0 \cdot x = -2 \Rightarrow 0 = -2$ demek bul ma`niste berilgen ten`leme sheshimge iye emes.

$a_2 = 1$ ma`ninin berilgen ten`lemege qoysaq $0 \cdot x = 0 \Rightarrow 0 = 0$ demek bul ma`niste ten`lemenin` sheshimleri barlıq haqıyqıy sanlar ko`pligi boladı.

Eger $a^2 - 1 \neq 0$ bolsa, $(a^2 - 1)x = a - 1 \Leftrightarrow x = \frac{a-1}{a^2-1} = \frac{a-1}{(a-1)(a+1)} = \frac{1}{a+1}$

Juwabı: $a = -1$ bolsa $x \in \emptyset$, $a = 1$ bolsa $x \in R$, $a \neq \pm 1$ bolsa $x = \frac{1}{a+1}$

4-mısal: a parametrinin` barlıq ma`nislerinde $(a^2 - 2a - 63)x = a^2 - 49$ ten`lemesinin` jalg`ız bir korenin tabın`.

Sheshiw: Eger $a^2 - 2a - 63 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -7 \\ a_2 = 9 \end{cases}$ boladı.

$a_1 = -7$ ma`ninin berilgen ten`lemege qoyamız $0 \cdot x = 0 \Rightarrow 0 = 0$ demek bul ma`niste

ten`lemenin` sheshimleri barlıq haqıyqıy sanlar ko`pligi boladı, bıraq bul berilgen sha`rtti qanaatlandırmaydı.

$a_2 = 9$ ma`ninin berilgen ten`lemege qoyamız $0 \cdot x = 81 - 49 \Rightarrow 0 = 32$ demek bul ma`niste berilgen ten`leme sheshimge iye emes.

Eger $a^2 - 2a - 63 \neq 0$ bolsa $x = \frac{a^2 - 49}{a^2 - 2a - 63} = \frac{(a-7)(a+7)}{(a-9)(a+7)} = \frac{a-7}{a-9}$

Juwabı: $a \neq -7, a \neq 9$ bolg`anda $x = \frac{a-7}{a-9}$

5-mısal: a parametrinin` qanday ma`nislerinde $(a^2 + 3a - 18)x = a^3 - 27$ ten`lemesi sheksiz ko`p sheshimlerde iye boladı.

Sheshiw: Eger $a^2 + 3a - 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -6 \\ a_2 = 3 \end{cases}$ boladı.

$a_1 = -6$ ma`ninin berilgen ten`lemege qoyamız $0 \cdot x = 243 \Rightarrow 0 = 243$ demek bul ma`niste berilgen ten`leme sheshimge iye emes.

$a_2 = 3$ ma'nisin berilgen ten'lemege qoyamiz $0 \cdot x = 0 \Rightarrow 0 = 0$ demek bul ma'niste ten'lemenin sheshimleri barlıq haqıyqıy sanlar ko'pligi boladı.

Juwabı: $a = 3$ bolg`anda berilgen ten'leme sheksiz ko'p sheshimge iye boladı.

6-mısal: a parametrinin` qanday ma'nislerinde $(a^2 + 2a - 63) = a^2 + 10a + 9$ ten'lemesi sheshimge iye bolmaydı.

Sheshiw: $a^2 + 2a - 63 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -9 \\ a_2 = 7 \end{cases}$ boladı.

$a_1 = -9$ ma'nisin berilgen ten'lemege qoyamiz $0 \cdot x = 0 \Rightarrow 0 = 0$ demek bul ma'niste

ten'lemenin sheshimleri barlıq haqıyqıy sanlar ko'pligi boladı.

$a_2 = 7$ ma'nisin berilgen ten'lemege qoyamiz $0 \cdot x = 128 \Rightarrow 0 = 128$ demek bul ma'niste berilgen ten'leme sheshimge iye emes.

Juwabı: $a=7$ bolg`anda berilgen ten'leme sheshimge iye bolmaydı.

7- mısal: $\frac{1}{x+2} = a$ ten'lemesin sheshin`.

Sheshiw: MMO: $x \neq -2$. $\frac{1}{x+2} = a \Leftrightarrow ax + 2a = 1 \Leftrightarrow ax = 1 - 2a$ parametrli ten'lemenı

sheshemiz:

1) eger $a = 0$ bolsa, onda $x \in \emptyset$ boladı.

2) eger $a \neq 0$ bolsa, onda $x = \frac{1-2a}{a}$ boladı.

3) $x = -2$ bolg`andag`ı a parametrinin` ma'nisin anıqlaymız, onın` ushın $x = -2$ ma'nisin $ax = 1 - 2a$ ten'lemesine qoyamız, sonda $-2a = 1 - 2a \Rightarrow 0 = 1$ boladı, demek $x = -2$ bolatug`ın  $a$  parametrinin` ma'nisleri joq.

Juwabı: $a=0$ bolsa $x \in \emptyset$, $a \neq 0$ bolsa $x = \frac{1-2a}{a}$

8-mısal: $\frac{2}{x} + \frac{3}{a} = 4$ ten'lemesin sheshin`.

Sheshiw: MMO: $x \neq 0, a \neq 0$. $\frac{2}{x} + \frac{3}{a} = 4 \Leftrightarrow 2a + 3x = 4ax \Leftrightarrow (4a - 3)x = 2a \dots\dots(1)$

Eger $a = \frac{3}{4}$ bolsa, $0 \cdot x = \frac{2 \cdot 3}{4} \Rightarrow 0 = \frac{3}{2}$ demek bul ma'niste berilgen ten'leme sheshimge iye emes.

Eger $a \neq \frac{3}{4}$ bolsa, onda $x = \frac{2a}{4a-3}$ boladı.

Endi MMO nı analizleyemiz. Eger $x=0$ bolsa, bul ma'nisti (1)-ge qoyamız ha'm $0 = 2a \Rightarrow a = 0$ boladı, $a=0$ bolıwı ten'lemenin' anıqlanıw oblastı boyınsha mu'mkin emes.

Juwabı: $a = \frac{3}{4}$ bolsa $x \in \emptyset$, $a \neq \frac{3}{4}$, $a \neq 0$ bolsa $x = \frac{2a}{4a-3}$, $a=0$ bolsa ten'leme mag'anag'a iye bolmaydı.

9- mısıl: $\frac{2}{5x-a} = \frac{3}{ax-1}$ ten'lemesin sheshin'.

Sheshiw: MMO: $5x-a \neq 0 \Rightarrow 5x \neq a \Rightarrow x \neq \frac{a}{5}$, $ax-1 \neq 0 \Rightarrow ax \neq 1 \Rightarrow x \neq \frac{1}{a}$

$$\frac{2}{5x-a} = \frac{3}{ax-1} \Leftrightarrow 2(ax-1) = 3(5x-a) \Leftrightarrow 2ax-2 = 15x-30 \Leftrightarrow 2ax-15x = 2-3a \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (2a-15)x = 2-3a \Leftrightarrow x = \frac{2-3a}{2a-15}$$

1) $2a-15=0 \Leftrightarrow 2a=15 \Leftrightarrow a=\frac{15}{2}$ ma'nisin $(2a-15)x=2-3a$ ten'lemesine qoyamız, sonda $0 \cdot x = 2 - \frac{45}{2} = -\frac{41}{2} \Rightarrow 0 = -\frac{41}{2}$ boladı, demek bul ma'niste ten'leme sheshimge iye emes.

2) $2a-15 \neq 0 \Rightarrow 2a \neq 15 \Rightarrow a \neq \frac{15}{2}$ bolsa, $x = \frac{2-3a}{2a-15}$ korenine iye boladı.

a parametrinin' qanday ma'nisinde tabılǵan koren berilgen ten'lemenı qanaatlandıratug'ının anıqlaymız:

$$5x-a \neq 0 \Rightarrow \frac{5(2-3a)}{2a-15} - a \neq 0 \Rightarrow 10-15a-2a^2+15a \neq 0 \Rightarrow a^2 \neq 5 \Rightarrow a \neq \pm\sqrt{5}$$

$$ax-1 \neq 0 \Rightarrow \frac{a(2-3a)}{2a-15} - 1 \neq 0 \Rightarrow 2a-3a^2-2a+15 \neq 0 \Rightarrow a^2 \neq 5 \Rightarrow a \neq \pm\sqrt{5}$$

Juwabı: $a = \frac{15}{2}$ bolsa $x \in \emptyset$, $a \neq \frac{15}{2}$, $a \neq \pm\sqrt{5}$ bolsa $x = \frac{2-3a}{2a-15}$

10-mısıl: $\frac{1-\epsilon x}{1+\epsilon x} = a$ ten'lemesin sheshin'.

Sheshiw: MMO: $1+\epsilon x \neq 0 \Rightarrow \epsilon x \neq -1 \Rightarrow x \neq -\frac{1}{\epsilon}$

$$\frac{1-\varepsilon x}{1+\varepsilon x} = a \Leftrightarrow 1-\varepsilon x = a(1+\varepsilon x) \Leftrightarrow 1-\varepsilon x = a + a\varepsilon x \Leftrightarrow a\varepsilon x + \varepsilon x = 1-a \Leftrightarrow \varepsilon(a+1)x = 1-a$$

Eger $\varepsilon = 0, a = 1$ bolsa, onda $x \in \mathbb{R}$ boladı.

Eger $\varepsilon = 0, a \neq 1$ bolsa, onda $x \in \emptyset$ boladı.

Eger $a = -1$, bolsa, onda $x \in \emptyset$ boladı.

Eger $\varepsilon \neq 0, a \neq -1$ bolsa, onda $x = \frac{1-a}{\varepsilon(1+a)}$ boladı

11-mısal: $\frac{x+a}{(a+4)x} = -1$ ten'lemesinin $x \in [-3; 2)$ aralıg'ındag'ı sheshimlerin tabın'.

Sheshiw: MMO: $x \neq 0, a \neq -4$

$$\frac{x+a}{(a+4)x} = -1 \Leftrightarrow x+a = -ax-4x \Leftrightarrow ax+5x = -a \Leftrightarrow (a+5)x = -a \dots\dots\dots(1)$$

1) Eger $a+5=0$ bolsa, $0 \cdot x = 5 \Rightarrow 0 = 5$ boladı, demek bul jag'dayda ten'leme sheshimge iye emes.

2) Eger $a+5 \neq 0$ bolsa, $(a+5)x = -a \Leftrightarrow x = -\frac{a}{a+5}$ boladı. MMO boyınsha

$x \neq 0$ bolg'anlıqtan $a \neq 0$ boladı.

a parametri ushın berilgen ten'lemenin $x \in [-3; 2)$ aralıg'ındag'ı sheshimlerin tabamız:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{a}{a+5} \geq -3 \\ -\frac{a}{a+5} < 2 \end{array} \right. &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{-a+3a+15}{a+5} \geq 0 \\ \frac{-a-2a-10}{a+5} < 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{2\left(a+\frac{15}{2}\right)}{a+5} \geq 0 \\ \frac{3\left(a+\frac{10}{3}\right)}{a+5} < 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a \in \left(-\infty; -\frac{15}{2}\right] \cup (-5; +\infty) \\ a \in \left(-\infty; -5\right] \cup \left(-\frac{10}{3}; +\infty\right) \end{array} \right. \Leftrightarrow a \in \left(-\infty; -\frac{15}{2}\right) \cup \left(-\frac{10}{3}; +\infty\right) \end{aligned}$$

Juwabi: $a \in \left(-\infty; -\frac{15}{2}\right) \cup \left(-\frac{10}{3}; 0\right) \cup (0; +\infty)$ bolsa $x = -\frac{a}{a+5}$;

$a \in \left[-\frac{15}{2}; -4\right] \cup \left(-4; -\frac{10}{3}\right) \cup \{0\}$ ha'm $a = -4$ ma'nislerinde ten'leme mag'anag'a iye bolmaydı.

12- misal: $\frac{x-a}{bc} + \frac{x-b}{ac} + \frac{x-c}{ab} = 2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$ ten'lemesini sheshin'.

$$\left(\frac{x-a}{bc} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) + \left(\frac{x-b}{ac} - \frac{1}{a} - \frac{1}{c} \right) + \left(\frac{x-c}{ac} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) = 0 \Leftrightarrow$$

Sheshiw: $\Leftrightarrow \frac{x-a-b-c}{bc} + \frac{x-a-b-c}{ac} + \frac{x-a-b-c}{ab} = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow (x-a-b-c) \left(\frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{ab} \right) = 0 \dots\dots\dots(1)$$

Berilgen ten'lemede $abc \neq 0$ bolg'anlıqtan (1)- ten'lemenin' eki jag'ın abc g'a ko'beytemiz, sonda $(x-a-b-c)(a+b+c) = 0 \dots\dots\dots(2)$ ten'lemesi payda boladı.

(2)- parametrli ten'lemeni sheshemiz:

Eger $a+b+c=0$ bolsa, (2)- ten'lemenin' sheshimleri barlıq haqıyqıy sanlar ko'pligi boladı.

Eger $a+b+c \neq 0$ bolsa, (2)- ten'leme jalg'ız $x=a+b+c$ sheshimine iye boladı.

Juwabi: $a+b+c=0$ bolsa $x \in R$; $a+b+c \neq 0$ bolsa $x=a+b+c$ boladı.

13- misal: a parametrinin' qanday pu'tin ma'nislerinde $ax+2x=1-2a$ ten'lemesi pu'tin sheshimlerge iye boladı.

Sheshiw: $ax+2x=1-2a \Leftrightarrow (a+2)x=1-2a \Leftrightarrow x = \frac{1-2a}{a+2} = \frac{-2a-4+5}{a+2} = -2 + \frac{5}{a+2}$

Ten'lemenin' koreni pu'tin bolıwı ushın $a = -1$ ha'm $a = 3$ bolıwı tiyis.

Juwabi: $a = -1; a = 3$

14-misal. Ten'lemeni sheshin': $2a(a-2)x = a-2$

Sheshiw: x tın' aldındag'ı koefitsentin nol'ge aylandıratug'ın a parametrinin' ma'nislerin qaraymız.

Eger

1) $a=0$ bolsa, onda $0 \cdot x = -2$ boladı, bul ten'leme korenlerge iye emes.

2) $a=2$ bolsa, onda $0 \cdot x = 0$ boladı, bul jag'dayda ten'lemenin' sheshimi barlıq haqıyqıy sanlar boladı.

3) $a \neq 0$ ha'm $a \neq 2$ bolsa, onda $X = \frac{a-2}{2a(a-2)} = \frac{1}{2a}$ demek, $x = \frac{1}{2a}$

15-misal: Ten'lemeni sheshin'

$$a^2x = a(x+2) - 2$$

Sheshiw: $a^2x = a(x+2) - 2 \Leftrightarrow a^2x = ax + 2a - 2 \Leftrightarrow a^2x - ax = 2a - 2 \Leftrightarrow a(a-1)x = 2(a-1)$

1) Eger $a(a-1) \neq 0$ yag`niy $a \neq 0, a \neq 1$ bolsa $x = \frac{2}{a}$ boladı.

2) Eger $a = 0$ bolsa, $0 \cdot x = -2$ bul ten`leme sheshimge iye emes.

3) Eger $a = 1$ bolsa, $0 \cdot x = 0$ yag`niy $x \in R$

16-mısal: Ten`lemenı sheshin`:

$$\frac{x}{a} - 0,2 = \frac{1}{5a} \text{ bunda, } -0,4 < x < 0,4$$

Sheshiw: Bul ten`lemede $a \neq 0$

$$\frac{x}{a} - 0,2 = \frac{1}{5a} \Leftrightarrow \frac{x}{a} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5a} \Leftrightarrow \frac{x}{a} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5a} \Leftrightarrow x = \frac{1+a}{5};$$

Ten`lemenin` sha`rti boyınsha

$$-0,4 < \frac{1+a}{5} < 0,4 \Leftrightarrow -2 < 1+a < 2 \Leftrightarrow -2-1 < a < 2-1 \Leftrightarrow -3 < a < 1$$

$$\text{Olay bolsa, } \begin{cases} -3 < a < 1 \\ a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < a < 0 \\ 0 < a < 1 \end{cases}$$

Juwabı: $a \in (-3; 0) \cup (0; 1)$

17-mısal: a parametrinin` qanday ma`nislerinde $ax = a + x + 1$ ten`lemesinin` koreni jup san boladı?

Sheshiw:

$$ax = a + x + 1 \Leftrightarrow ax - x = a + 1 \Leftrightarrow (a-1)x = a + 1 \Leftrightarrow x = \frac{a+1}{a-1} \neq \frac{a-1+2}{a-1} = 1 + \frac{2}{a-1};$$

x jup bolıwı ushın $\frac{2}{a-1}$ bo`lshegi taq bolıwı kerek, al ol  $a=3$  bolg`anda orınlanadı.

18-mısal. a parametrinin` qanday ma`nislerinde $\frac{1}{a} + \frac{1}{ax} = 1$ ten`lemesi 2 den

u`lken korenlerge iye boladı?

Sheshiw: Bunda $a \neq 0, x \neq 0$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{ax} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{ax} = 1 - \frac{1}{a} \Leftrightarrow \frac{1}{ax} = \frac{a-1}{a} \Leftrightarrow x(a-1) = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{a-1}$$

Ten`lemenin` sha`rti boyınsha  $x > 2$ , yag`niy

$$\begin{aligned} \frac{1}{a-1} > 2 &\Leftrightarrow \frac{1}{a-1} - 2 > 0 \Leftrightarrow \frac{1-2a+2}{a-1} > 0 \Leftrightarrow \frac{-2a+3}{a-1} < 0 \Leftrightarrow -\frac{2(a-1,5)}{a-1} > 0 \Leftrightarrow \frac{a-1,5}{a-1} < 0 \\ &\Leftrightarrow (a-1)(a-1,5) < 0 \Leftrightarrow 1 < a < 1,5; \end{aligned}$$

Juwabi: $a \in (1; 1,5)$

19-misal: a parametrinin` qanday pu`tin ma`nislerinde

$a^2x + 2ax + x = 1 - a$ ten`lemesi pu`tin korenlerge iye boladı?

Sheshiw: $a^2x + 2ax + x = 1 - a \Leftrightarrow (a^2 + 2a + 1)x = 1 - a \Leftrightarrow (a + 1)^2 x = 1 - a \Leftrightarrow x = \frac{1 - a}{(a + 1)^2}$

1) eger $a=0$ bolsa, $x=1$

2) eger $a=-2$ bolsa, $x = \frac{1+2}{(-1)^2} = \frac{3}{1} = 3$

3) eger $a=-3$ bolsa, $x = \frac{1+3}{(-3+1)^2} = \frac{4}{2^2} = \frac{4}{4} = 1$

4) eger $a < -3$ bolsa, x -bo`lshek san boladı.

5) eger $a=1$ bolsa, $x=0$

Juwabi: $a = -3; -2; 0; 1$

20-misal: Ten`lemenı sheshin`

$$(a^2 - 9)x = a^2 + 2a - 3$$

Sheshiw: $(a^2 - 9)x = a^2 + 2a - 3$

$$(a - 3)(a + 3)x = (a + 3)(a - 1)$$

1) eger $a=-3$ bolsa, onda ten`leme  $0 \cdot x = 0$  tu`rine iye boladı. Bul jag`dayda ten`lemenin` sheshimi qa`legen haqıyqıy san boladı yag`nıy $x \in R$

2) eger $a \neq -3$ bolsa, onda ten`leme  $(a - 3)x = a - 1$  tu`rine iye ha`m  $a \neq 3$  bolg`anda

$x = \frac{a-1}{a-3}$ boladı, eger $a=3$ bolsa ten`leme  $0 \cdot x = 2$  tu`rine iye boladı ha`m bul

jag`dayda ten`leme sheshimge iye bolmaydı.

Juwabi: $a = -3$ болса, $x \in R$; $a = 3$ болса, $x \in \emptyset$; $a \neq -3$; $a \neq 3$ болса $x = \frac{a-1}{a-3}$

21-misal: $\frac{x-4}{x+1} - \frac{1}{a(x+1)} = -\frac{2}{a}$ ten`lemesın sheshin`

Sheshiw: Bunda $x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1, a \neq 0$

Berilgen ten`lemenin` eki jag`ın  $a(x+1) \neq 0$  an`latpasına ko`beytemiz.

$$(x-4)a - 1 = -2(x+1)$$

$$ax - 4a - 1 = -2x - 2$$

$$ax + 2x = 4a - 1$$

$$(a+2)x = 4a - 1$$

1) eger $a = -2$ bolsa, ten'leme $0 \cdot x = -9$ tu'rine iye boladı ha'm bul jag'dayda ten'leme sheshimge iye bolmaydı.

$$2) \text{ eger } a \neq -2 \text{ bolsa, onda } x = \frac{4a-1}{a+2};$$

$x \neq -1$ bolg'anlıqtan $x = -1$ bolatug'ın a nın' ma'nislerinin' bar ekenligin tekseremiz.

$$\frac{4a-1}{a+2} = -1 \text{ бунда } a \neq -2$$

$$4a-1 = -a-2$$

$$5a = -1$$

$$a = -\frac{1}{5}$$

Demek, $a \neq 0$; $a \neq -2$; $a \neq -\frac{1}{5}$ bolg'anda berilgen ten'leme jalg'ız $x = \frac{4a-1}{a+2}$

sheshimge iye boladı.

Juwabi: Eger $a \in \left\{-2; 0; -\frac{1}{5}\right\}$ болганда $x \in \emptyset$, eger

$$a \notin \left\{-2; 0; -\frac{1}{5}\right\} \text{ болганда } x = \frac{4a-1}{a+2};$$

22-mısal: Ten'lemenı sheshin'

$$\frac{x-a}{bc} + \frac{x-b}{ac} + \frac{x-c}{ab} = 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$$

$$\text{Шешүү} \quad \frac{x-a}{bc} + \frac{x-b}{ac} + \frac{x-c}{ab} - \frac{2}{a} - \frac{2}{b} - \frac{2}{c} = 0$$

$$\left(\frac{x-a}{bc} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right) + \left(\frac{x-b}{ac} - \frac{1}{a} - \frac{1}{c}\right) + \left(\frac{x-c}{ab} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = 0$$

$$\frac{x-a-c-b}{bc} + \frac{x-b-c-a}{ac} + \frac{x-c-b-a}{ab} = 0$$

bunda $abc \neq 0$. ten'lemenin' eki jag'ın abc g'a ko'beytemiz.

Sonda $(x-a-b-c)(a+b+c) = 0$ ten'lemesine iye bolamız.

1) Eger $a+b+c = 0$ bolsa, onda ten'lemenin' sheshimi barlıq haqıyqıy sanlar boladı.

2) Eger $a+b+c = 0$ bolsa, onda ten'leme $x = a+b+c$ jalg'ız korengge iye boladı.

al ha'm shınıg'ıwlar:

1. $\frac{x-4}{x+1} - \frac{2}{a(x+1)} = -\frac{4}{a}$ ten`lemesin sheshin`

2. Ten`lemenı sheshin`: $(a^2 - 9)x = 2a^2 + 4a - 6$

3. a parametrinin` qanday pu`tin ma`nislerinde  $2a^2x + ax + x = 2 - a$  ten`lemesi pu`tin koren`lerge iye boladı?

4. a parametrinin` qanday ma`nislerinde $\frac{1}{a} + \frac{1}{ax} = 2$ ten`lemesi 3 den u`lken koren`lerge iye boladı?

5. a parametrinin` qanday ma`nislerinde $ax = a + x + 1$ ten`lemesinin` koreni taq san boladı?

6. Ten`lemenı sheshin`

$$\frac{x}{a} - 0,2 = \frac{1}{5a} \text{ bunda, } -0,2 < x < 0,2$$

7. Ten`lemenı sheshin` $3a^2x = 3a(x+2) - 4$

8. Ten`lemenı sheshin` $6a(a-2)x = a - 6$

9. a parametrinin` qanday pu`tin ma`nislerinde  $ax + 2x = 1 - 2a$  ten`lemesi pu`tin on' sheshimlerge iye boladı.

10. $\frac{x+a}{(a+4)x} = -1$ ten`lemesinin` $x \in [-2; 0)$ aralıg`ındag`ı sheshimlerin tabın`.

§2. PARAMETRLI KVADRAT TEN`LEMELERDİ SHESHİW USILLARI

Parametrli kvadrat ten`lemelerdi sheshiw ushın oqıwshılar kvadrat ten`lemelerdi sheshiwdi, kvadrat funksiya qa`siyetleri ha`m onın` grafigin, ten`sizlik ha`m ten`sizlikler sistemasın sheshiwdi jaqsı bilip o`zlestirgen bolıwı kerek.

Kvadrat ten`leme dep  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$ .....(1) tu`rindegi ten`lemege aytıladı, bunda x haqıyqıy o`zgeriwshi (belgisiz), a, b, c haqıyqıy sanları kvadrat ten`lemenin` koeffitsientleri delinedi.

(1)- ten`lemenin` korenleri to`mendegi formulalar menen tabıladı:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \dots\dots\dots(2)$$

$D = b^2 - 4ac$ ten`lemenin` diskriminanti delinedi.

Eger (1)- ten`lemenin` eki jag`ın  $a \neq 0$  ge bo`lse $x^2 + px + q = 0 \dots\dots\dots(3)$ tu`rindegi

keltirilgen kvadrat ten`lemege iye bolamız, bunda $p = \frac{b}{a}; q = \frac{c}{a}$

Keltirilgen kvadrat ten`leme ushın  $x_1 + x_2 = -p, x_1 \cdot x_2 = q$  ten`likleri orınlı boladı.(Viet teoreması)

Keltirilgen (3) kvadrat ten`lemesinin` korenleri

$$x_1 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2}; \quad x_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} \dots\dots\dots(4)$$

formulaları menen tabıladı, bunda diskriminant $D = p^2 - 4q$

Parametrli kvadrat ten`lemelerdi sheshiwde to`mendegi tastıyıqlawlar orınlı boladı:

$$1. \text{ Eger } \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c = 0 \end{cases} \dots\dots\dots(5) \text{ sisteması orınlı bolsa, } ax^2 + bx + c = 0 \text{ ten`lemesi}$$

ekiden artıq bolg`an korenlerge iye boladı.

2. $ax^2 + bx + c = 0$ ($x^2 + px + q = 0$) ten`lemelerinin` korenleri qarama-qarsı belgilerge iye bolıwı ushın

$$\begin{cases} b = 0 \\ ac < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} p = 0 \\ q < 0 \end{cases} \dots\dots\dots(6)$$

sisteması orınlı bolıwı kerek.

3. $x^2 + px + q = 0$ ten`lemesinin` korenlerinin` ha`r biri on` bolıwı ushın to`mendegi ten`sizlikler sisteması orınlı bolıwı kerek.

$$\begin{cases} p^2 - 4q \geq 0 \\ p < 0 \\ q > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} p^2 - 4q \geq 0 \\ p \leq 0 \\ q \geq 0 \end{cases} \dots\dots\dots(7)$$

4. $x^2 + px + q = 0$ ten`lemesinin` korenlerinin` ha`r biri teris bolıwı ushın to`mendegi ten`sizlikler sisteması orınlı bolıwı kerek.

$$\begin{cases} p^2 - 4q \geq 0 \\ p > 0 \\ q > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} p^2 - 4q \geq 0 \\ p \geq 0 \\ q \geq 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots(8)$$

5. $x^2 + px + q = 0$ ten`lemesinin` kore`leri ha`r qıylı belgilerge iye bolıwı ushın $q < 0$(9) ten`sizligi orınlanıwı jeterli.

6. $x^2 + px + q = 0$ ten`lemesinin` korenlerinin` ha`r biri s sanınan u`lken(kishi) bolıwı ushın to`mendegi ten`sizlikler sisteması orınlı bolıwı kerek.

$$\begin{cases} p^2 - 4q \geq 0 \\ -\frac{p}{2} > c \\ c^2 + pc + q > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} p^2 - 4q \geq 0 \\ -\frac{p}{c} < c \\ c^2 + pc + q > 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots(10)$$

7. $x^2 + px + q = 0$ ten`lemesinin` korenlerinin` biri s sanınan u`lken, al ekinshisi kishi bolıwı ushın $c^2 + pc + q < 0$(11) ten`sizligi orınlı bolıwı kerek.

8. $ax^2 + bx + c = 0$ ($x^2 + px + q = 0$) tenlemelerinin` kore`leri

$d < x_1 < l$, $d < x_2 < l$ ($x_1 \neq x_2$) sha`rtleri orınlanıwı ushın to`mendegi ten`sizlikler sistemaları orınlı bolıwı kerek:

$$\begin{cases} D = b^2 - 4ac > 0 \\ ad^2 + bd + c > 0 \\ dl^2 + bl + c > 0 \\ d < -\frac{b}{2a} < l \end{cases} \quad \begin{cases} p^2 - 4q > 0 \\ d^2 + pd + c > 0 \\ l^2 + pl + c > 0 \\ d < -\frac{p}{2} < l \end{cases} \quad \dots\dots\dots(12)$$

9. $x^2 + px + q = 0$ ten`lemesinin` korenlerinin` keminde birewi on` (teris) bolıwı ushın, eki haqıyqıy korenlerge iye bolıwı sha`rti  $D \geq 0$  ten`sizligi sheshimlerinden eki koreni on` (eki koreni teris) bolıw sha`rti

$$\begin{cases} -p < 0 \\ q > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -p > 0 \\ q > 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots(13)$$

sistema sheshimlerin shıg`arıp taslaw kerek.

10. $x^2 + p_1x + q_1 = 0$; $x^2 + p_2x + q_2 = 0$ kvadrat ten`lemeleri (diskriminantları  $D \geq 0$ ) hesh bolmag`anda bir ulıwma korenge iye bolıwı ushın

$$(q_2 - q_1)^2 = (p_2 - p_1)(p_1q_2 - q_1p_2) \dots\dots\dots (14) \text{ orınlanıwı kerek.}$$

Joqarıda keltirilgen tastıyqlawlarg`a tiykarlanıp mısallar shesheyik.

1- mısal: a nın` qanday ma`nislerinde $(a^2 - 3a + 2)x^2 - (a^2 - 5a + 4)x + a - a^2 = 0$ ten`lemesi eki korennen artıq korenlerge iye boladı.

Sheshiw: Ten`leme eki korennen artıq korengge iye bolıwı ushın (5)- sha`rt orınlanıwı kerek. Bul sha`rt berilgen ten`leme ushın to`mendegishe boladı:

$$\begin{cases} a^2 - 3a + 2 = 0 \\ a^2 - 5a + 4 = 0 \Rightarrow a = 1 \\ a - a^2 = 0 \end{cases}$$

Juwabı: $a = 1$ bolg`anda berilgen ten`leme ekiden artıq korenlerge iye boladı.

2- mısal: a nın` qanday ma`nislerinde $ax^2 + 2x + a - 1 = 0$ ten`lemesi ha`r qıylı belgidegi korenlerge iye boladı.

Sheshiw: Eger $a = 0$ bolsa, $2x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ boladı.

Eger $a \neq 0$ bolsa ten`lemenin` diskriminantı $D = -4a^2 + 4a + 4$ ke ten` boladı.

Ten`leme eki har qıylı korenlerge iye bolıwı ushın  $D > 0$ , yag`nıy

$$\begin{aligned} -4a^2 + 4a + 4 > 0 &\Leftrightarrow a^2 - a - 1 < 0 \Leftrightarrow \left(a - \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right) \left(a - \frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right) < 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{1 - \sqrt{5}}{2} < a < \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

boladı. Bul aralıqtan $a = 0$ sheshimdi shıg`arıp taslasaq, kvadrat ten`leme

$a \in \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)$ aralıqqa tiyisli ma`nislerde eki

$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{1 + a - a^2}}{a}$, $x_2 = \frac{-1 - \sqrt{1 + a - a^2}}{a}$ haqıyqıy korenlerge iye boladı.

Juwabı: $a \in \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)$ bolsa $x_1 = \frac{-1 + \sqrt{1 + a - a^2}}{a}$, $x_2 = \frac{-1 - \sqrt{1 + a - a^2}}{a}$

eki ha`r qıylı belgilerge iye korenlerge iye boladı.

3-mısal: a nın` qanday ma`nislerinde $(a - 4)x^2 + \left(a^2 - \frac{3}{2}a + \frac{1}{2}\right)x - 2a = 0$ kvadrat

ten`lemesi qarama-qarsı belgidegi korenlerge iye boladı.

Sheshiw: Kvadrat ten`lemenin` tiykarg`ı sha`rtinen $a - 4 \neq 0 \Rightarrow a \neq 4$ ha`m (6)- sha`rtten to`mendegi sistema orınlı boladı:

$$\begin{cases} a-4 \neq 0 \\ a^2 - \frac{3}{2}a + \frac{1}{2} = 0 \\ -2a(a-4) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \neq 4 \\ (a-1)\left(a - \frac{1}{2}\right) = 0 \\ a(a-4) > 0 \end{cases} \Rightarrow a \in \emptyset$$

Bul ten'sizlikler sistemasın a nın` hesh bir ma`nisi qanaatlandırmaydı.

Juwabı: $a \in \emptyset$

4-mısal: a nın` qanday ma`nislerinde $3ax^2 + (4-6a)x + 3(a-1) = 0$ kvadrat ten`lemesinin` korenleri 1) on` 2) teris 3) ha`r qıylı belgilerge iye boladı.

Sheshiw: $3a \neq 0 \Rightarrow a \neq 0$ dep alıp berilgen ten`lemenin` eki jag`ın 3a g`abo`lemiz:

$$x^2 + \frac{4-6a}{3a}x + \frac{a-1}{a} = 0 \text{ bul ten`lemeni sheshiwde to`mendegi jag`daylar boladı:}$$

**1-jag`day.** Ten`lemenin` eki koreni on` bolıwı ushın (7) sha`rt orınlanıwı kerek, yag`nıy

$$\begin{cases} \left(\frac{4-6a}{3a}\right)^2 - 4 \cdot \frac{a-1}{a} \geq 0 \\ \frac{4-6a}{3a} < 0 \\ \frac{a-1}{a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \leq \frac{4}{3} \\ a\left(a - \frac{2}{3}\right) > 0 \\ a(a-1) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ 1 < a \leq \frac{4}{3} \end{cases}$$

**2-jag`day.** Eki koren teris bolıwı ushın (8)-sha`rt orınlanıwı kerek,

$$\begin{cases} \left(\frac{4-6a}{3a}\right)^2 - 4 \cdot \frac{a-1}{a} \geq 0 \\ \frac{4-6a}{3a} > 0 \\ \frac{a-1}{a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \leq \frac{4}{3} \\ a\left(a - \frac{2}{3}\right) < 0 \\ a(a-1) > 0 \end{cases} \Rightarrow a \in \emptyset$$

Demek, ten'sizlikler sistemasın qanaatlandıratug`ın a nın` ma`nisi joq.

**3-jag`day.** Kvadrat ten`leme ha`r qıylı belgige iye bolg`an korenlerge iye bolıwı ushın (9)-sha`rt orınlanıwı tiyis, yag`nıy

$$\frac{4-6a}{3a} < 0 \Rightarrow a\left(a - \frac{2}{3}\right) > 0 \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ a > \frac{2}{3} \end{cases}$$

Juwabi: $a < 0$ ha'm $1 < a \leq \frac{2}{3}$ bolg`anda ten`lemenin` eki korenide on` boladı, a

nin` hesh bir ma`nisinde ten`leme teris korenlerge iye bolmaydı, $a < 0$ ha'm $a > \frac{2}{3}$

bolg`anda ten`lemenin` korenlerinin` belgileri ha`r qıylı boladı.

5-mısal: a nin` qanday ma`nislerinde $x^2 + mx + m^2 - 3 = 0$ kvadrat ten`lemesinin` korenleri -1 den u`lken ha'm 1 den kishi boladı.

Sheshiw: **1-jag`day.** Ten`lemenin` eki korenide -1den u`lken bolıwı ushın (10)-sha`rt orınlanıwı kerek. Bunda $s=-1$.

$$\begin{cases} m^2 - 4(m^2 - 3) \geq 0 \\ -\frac{m}{2} > -1 \\ (-1)^2 + m \cdot (-1) + m^2 - 3 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (m-2)(m+2) \leq 0 \\ m < 2 \\ (m-2)(m+1) > 0 \end{cases} \Rightarrow -2 \leq m < 1$$

**2-jag`day.** Ten`lemenin` eki korenide 1den kishi bolıwı ushın (10)-sha`rt orınlanıwı kerek. Bunda $s=1$.

$$\begin{cases} m^2 - 4(m^2 - 3) \geq 0 \\ -\frac{m}{2} < 1 \\ 1^2 + m \cdot 1 + m^2 - 3 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (m-2)(m+2) \leq 0 \\ m > -2 \\ (m-2)(m+1) > 0 \end{cases} \Rightarrow 1 < m \leq 2$$

Juwabi: $-2 \leq m < -1$ bolg`anda ten`lemenin` eki korenide -1 den u`lken, al

$1 < m \leq 2$ bolg`anda ten`lemenin` eki korenide 1 den kishi boladı.

6-mısal: a nin` qanday ma`nislerinde $2x^2 - 2(2a+1)x + a(a+1) = 0$ kvadrat ten`lemesinin` korenlerinin` birewi 2den u`lken,ekinshisi 2den kishi boladı.

Sheshiw: Bul jag`day ushın (11) sha`rt orınlanıwı kerek. Bunda $s=2$ bolıp,

$$2 \cdot 2^2 - 2(2a+1) \cdot 2 + a(a+1) < 0 \Rightarrow a^2 - 7a + 4 < 0 \Rightarrow \frac{7-\sqrt{33}}{2} < a < \frac{7+\sqrt{33}}{2}$$

Juwabi: $\frac{7-\sqrt{33}}{2} < a < \frac{7+\sqrt{33}}{2}$ bolg`anda berilgen ten`lemenin` korenlerinin` biri 2

den u`lken ha'm ekinshisi 2 den kishi boladı.

7- mısal: a nin` qanday ma`nislerinde $4x^2 - 2ax + a = 0$ kvadrat ten`lemesinin` korenleri $(-1;1)$ aralıg`ında boladı. $(x_1 \neq x_2)$

Sheshiw: Bul jag`day ushın (12)- sha`rt orınlanıwı kerek. Bunda $d = -1, l = 1$

$$\begin{cases} (-2a)^2 - 4 \cdot 4a > 0 \\ 4 \cdot (-1)^2 - 2a(-1) + a > 0 \\ -1 < -\frac{-2a}{2 \cdot 4} < 1 \\ 4 \cdot 1^2 - 2a \cdot 1 + a > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a(a-4) > 0 \\ a > -\frac{4}{3} \\ -4 < a < 4 \\ a < 4 \end{cases} \Rightarrow -\frac{4}{3} < a < 0$$

Juwabi: $-\frac{4}{3} < a < 0$ bolg`anda ten`lemenin` korenleri  $(-1;1)$  aralıg`ında boladı.

8-mısal: k nın` qanday ma`nislerinde $(k-5)x^2 - 2kx + k - 4 = 0$ kvadrat ten`lemesinin` kore`lerinin` birewi 1 den kishi, ekinshisi 2 den u`lken boladı.

Sheshiw: Ten`lemenin` bas koeffitsientin $k-5 \neq 0 \Rightarrow k \neq 5$ dep alıp, ten`lemenin` eki jag`ın  $(k-5)$  ke bo`lemiz:

$$x^2 - \frac{2k}{k-5}x + \frac{k-4}{k-5} = 0$$

Ma`selenin` sha`rti orınlanıwı ushın  $D \geq 0$  bolıwı tiyis. Korenlerden birewi 1 den shepte, ekinshisi 2 den on`da jaylasqanı sebepli sheptegi

kvadrat funksiyanın` ma`nisleri $x=1$ ha`m  $x=2$  de teris ma`nislerdi qabıl etiwı kerek.

Olay bolsa to`mendegi ten`sizlikler sistemasının` sheshimlerin tabıw kerek:

$$\begin{cases} k-5 \neq 0 \\ (-2k)^2 - 4(k-5)(k-4) > 0 \\ 1^2 - \frac{2k}{k-5} \cdot 1 + \frac{k-4}{k-5} < 0 \\ 2^2 - \frac{2k}{k-5} \cdot 2 + \frac{k-4}{k-5} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \neq 5 \\ k > \frac{20}{9} \\ \frac{1}{k-5} > 0 \\ \frac{k-24}{k-5} < 0 \end{cases} \Rightarrow 5 < k < 24$$

Juwabi: $5 < k < 24$ bolsa ten`lemenin` kore`lerinin` birewi 1 den kishi, ekinshisi 2 den u`lken boladı.

9- mısal: a nın` qanday ma`nislerinde $x^2 + ax + 1 = 0$ ha`m  $x^2 + x + a = 0$  kvadrat ten`lemeleri hesh bolmag`anda bir ulıwma sheshimge iye boladı.

Sheshiw: Berilgen sha`rt orınlanıwı ushın berilgen ten`lemelerdin`  $D \geq 0$  bolıwı ha`m (14) sha`rt orınlanıwı tiyis. Bunda $p_1 = a, q_1 = 1, p_2 = 1, q_2 = a$

$$\begin{cases} a^2 - 4 \geq 0 \\ 1^2 - 4a \geq 0 \\ (a-1)^2 = (1-a)(a \cdot a - 1 \cdot 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a-2)(a+2) \geq 0 \\ a \leq \frac{1}{4} \\ (a-1)^2(a+2) = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -2$$

Juwbabi: $a = -2$ bolg`anda berilgen kvadrat ten`lemeler uliwma bir sheshimge iye boladı.

10- misal: $\frac{x+1}{x^2+1} = a$ ten`lemesin sheshin`.

Sheshiw: $\frac{x+1}{x^2+1} = a \Leftrightarrow ax^2 + a = x+1 \Leftrightarrow ax^2 - x + a - 1 = 0 \dots\dots\dots(1)$

(1)- ten`lemeni sheshiwde to`mendegi jag`daylar boladı:

1) Eger $a=0$ bolsa $-x-1=0 \Leftrightarrow x=-1$ boladı.

2) Eger $a \neq 0$ bolsa, (1)- ten`lemenin` diskriminantı teris bolsa ten`leme sheshimge iye bolmaydı yag`nıy $D=1-4a(a-1)=1+4a-4a^2 < 0$ bunnan

$$4a^2 - 4a - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a < \frac{1-\sqrt{2}}{2} \\ a > \frac{1+\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Demek, $-\infty < a < \frac{1-\sqrt{2}}{2}$ ha`m  $\frac{1+\sqrt{2}}{2} < a < +\infty$  aralıg`ında (1)- ten`leme sheshimge

iyeme.

3) Eger $D=0$ bolsa, (1)- ten`leme a nın` $a = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$; $a = \frac{1+\sqrt{2}}{2}$ ma`nislerinde jalg`ız

$x = \frac{1}{2a}$ korenine iye boladı.

4) Eger $D > 0$ bolsa, yag`nıy $D=1+4a-4a^2 > 0 \Leftrightarrow 4a^2-4a-1 < 0 \Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{2}}{2} < a < \frac{1+\sqrt{2}}{2}$

bul jag`dayda (1)- ten`leme to`mendegi tu`rdegi eki korenge iye boladı:

$$x_1 = \frac{1-\sqrt{D}}{2} \text{ ha`m } x_2 = \frac{1+\sqrt{D}}{2}$$

Juwbabi: 1) $a=0$ bolsa $x=-1$ 2) $-\infty < a < \frac{1-\sqrt{2}}{2}$ ham $\frac{1+\sqrt{2}}{2} < a < +\infty$ bolsa $x \in \emptyset$,

3) $a = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$; $a = \frac{1+\sqrt{2}}{2}$ bolsa $x = \frac{1}{2a}$ 4) $\frac{1-\sqrt{2}}{2} < a < \frac{1+\sqrt{2}}{2}$ bolsa $x_1 = \frac{1-\sqrt{D}}{2}$ ham

$$x_2 = \frac{1+\sqrt{D}}{2} \text{ boladı.}$$

11-misal: $(a^2 + a - 2)x^2 + 2(a^2 - 1)x + a^2 = 0$ ten`lemesin sheshin`.

Sheshiw: Eger $a^2 + a - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -2 \\ a_2 = 1 \end{cases}$ boladı. Olay bolsa to`mendegi jag`daylar

boladı:

1) Meyli $a = -2$ bolsın, bul jag`dayda ten`leme $6x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$ korenine iye

boladı.

2) Meyli $a = 1$ bolsın, bul jag`dayda ten`leme $0 \cdot x + 1 = 0 \Rightarrow 1 = 0$ tu`rine iye boladı ha`m bul jag`dayda ten`leme sheshimge iye bolmaydı.

3) Meyli $a^2 + a - 2 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} a \neq -2 \\ a \neq 1 \end{cases}$ bolsın, bul jag`dayda ten`leme

$$x = \frac{-(a^2 - 1) \pm \sqrt{(a^2 - 1)^2 - a^2(a^2 + a - 2)}}{a^2 + a - 2} = \frac{(1 - a^2) \pm \sqrt{1 - a^3}}{a^2 + a - 2}$$

Bul sheshimnen eger $a < 1$ bolsa, $1 - a^3 > 0$. Eger $a = 1$ bolsa, $1 - a^3 = 1$.

Eger $a > 1$ bolsa, $1 - a^3 < 0$ boladı.

Juwabi: Eger $a \geq 1$ bolsa $x \in \emptyset$, eger $a = -2$ bolsa $x = -\frac{2}{3}$, eger $a < 1$, $a \neq -2$ bolsa

$$x = \frac{(1 - a^2) \pm \sqrt{1 - a^3}}{a^2 + a - 2} \text{ boladı.}$$

12- misal: $a(a + 2)x^2 + 2x - a^2 + 1 = 0$ ten`lemesin sheshin`.

Sheshiw: Bul ten`lemeni sheshiwde to`mendegi jag`daylar boladı:

1) Eger $a = 0$ bolsa $2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ boladı.

2) Eger $a = -2$ bolsa $2x - 4 + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ boladı.

3) Eger $a \neq 0$, $a \neq -2$ bolsa, onda $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + a(a^2 - 1)(a + 2)}}{a(a + 2)}$ boladı.

Juwabi: Eger $a = 0$ bolsa $x = -\frac{1}{2}$, eger $a = -2$ bolsa $x = \frac{3}{2}$,

Eger $a \neq 0$, $a \neq -2$ bolsa $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + a(a^2 - 1)(a + 2)}}{a(a + 2)}$ boladı.

13-misal: k paramerinin` qanday pu`tin ma`nisinde

$$4x^2 - (3\kappa + 2)x + (\kappa^2 - 1) = 0. \text{ten`lemesinin` bir koreni ekinshi korenenin}$$

u`sh ese kishi boladı.

Sheshiw: Berilgen ten`lemenin` sharti ha`m Viet teoreması boyınsha to`mendegilerdi jazamız:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{3\kappa + 2}{4} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{\kappa^2 - 1}{4} \\ x_2 = 3x_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x_1 = \frac{3\kappa + 2}{4} \\ 3x_1^2 = \frac{\kappa^2 - 1}{4} \\ x_2 = 3x_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3\kappa + 2}{16} \\ x_2 = 3x_1 \\ 3\left(\frac{3\kappa + 2}{16}\right)^2 = \frac{\kappa^2 - 1}{4} \end{cases}$$

$$\text{bunda } \kappa \in Z. \quad 3\left(\frac{3\kappa + 2}{16}\right)^2 = \frac{\kappa^2 - 1}{4} \Leftrightarrow 37\kappa^2 - 36\kappa - 76 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \kappa_1 = 2 \\ \kappa_2 = -\frac{38}{37} \end{cases}$$

$$\text{Demek, } \kappa_1 = 2, \quad \kappa_2 = -\frac{38}{37} \notin Z$$

Juwabi: $\kappa = 2$

14-misal: r parametrinin` qanday ma`nisinde $3x^2 - 4x + p - 2 = 0$ ha`m  $x^2 - 2px + 5 = 0$  ten`lemeleri ulıwma bir korenge iye boladı.

Sheshiw: Meyli x_1 - eki ten`lemenin` ulıwma koreni bolsın, onda

$$\begin{cases} 3x_1^2 - 4x_1 + p - 2 = 0 \\ x_1^2 - 2px_1 + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_1^2 - 4x_1 + p - 2 = 0 \\ 3x_1^2 - 6px_1 + 15 = 0 \end{cases} \Rightarrow -4x_1 + 6px_1 + p - 2 - 15 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow (6p - 4)x_1 + p - 17 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{17 - p}{6p - 4}$$

Ten`lemeler sistemasının` ekinshi ten`lemesinen to`mendegilerdi tabamız:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{17-p}{6p-4}\right)^2 - 2p\left(\frac{17-p}{6p-4}\right) + 5 = 0 \Rightarrow 12p^3 - 31p^2 - 138p + 369 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 12p^3 - 36p^2 + 5p^2 - 15p - 123p + 369 = 0 \Leftrightarrow (12p^3 - 36p^2) + (5p^2 - 15p) - \\ &- (123p - 369) = 0 \Leftrightarrow 12p^2(p-3) + 5p(p-3) - 123(p-3) = 0 \Leftrightarrow (p-3)(2p^2 + 5p - 123) = 0 \end{aligned}$$

$$\text{Bunnan } p - 3 = 0 \Leftrightarrow p_1 = 3, \quad 2p^2 + 5p - 123 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} p_2 = -\frac{41}{12} \text{ boladı.} \\ p_3 = 3 \end{cases} \quad p_2 = -\frac{41}{12} \text{ ma`nisi}$$

bo`lshek san bolg`anlıqtan alınbaydı, olay bolsa $p = 3$ bolg`anda $x = 1$ boladı.

Juwabi: $p = 3, x = 1$

15- misal: $x^2 - 2a(x-1) - 1 = 0$ ten'lemesinin korenlerinin qosındısı

onın kvadrlarının qosındısına ten bolatug'ın a parametrinin barlıq ma'nislerin tabın'.

Sheshiw: Berilgen $x^2 - 2a(x-1) - 1 = 0$ ten'lemesine Viet teoremasın qollanamız:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2a \\ x_1 \cdot x_2 = 2a - 1 \end{cases}$$

Ten'lemenin sha'rti boyınsha: $x_1 + x_2 = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$

Bul ten'likke joqarıdag'ı ma'nislerdi qoymız:

$$2a = (2a)^2 - 2(2a - 1) \Leftrightarrow 2a^2 - 3a + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{1}{2} \\ a_2 = 1 \end{cases}$$

Juwabi: $a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = 1$

16- misal: $x^2 - 2x + c = 0$ ten'lemesinin x_1 ha'm x_2 korenleri $7x_2 - 4x_1 = 47$

sha'rtin qanaatlandıratug'ın s parametrinin ma'nislerin tabın'.

Sheshiw: Berilgen ten'lemeni Viet teoreması boyınsha to'mendegishe jazamız:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1x_2 = c \\ 7x_2 - 4x_1 = 47 \end{cases}$$

Sistemanın birinshi ten'lemesinen $x_2 = 2 - x_1$ ma'nisin sistemanın ekinshi ten'lemesine qoyamız:

$$\begin{cases} x_1(2 - x_1) = c \\ 7(2 - x_1) - 4x_1 = 47 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1(2 - x_1) = c \\ x_1 = -3 \end{cases}$$

bunnan, $s = -15$

Juwabi: $c = -15$.

17-misal: $x^2 - (2a+1)x + a^2 + 2 = 0$ ten'lemesin sheshpey turıp a parametrinin qanday ma'nislerinde ten'lemenin korenlerinin biri ekinshisinen eki ese u'iken bolatug'ının tabın'.

Sheshiw: Ten'lemenin sha'rti ha'm Viet teoreması boyınsha to'mendegilerge iye bolamız:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2a + 1 \\ x_1 x_2 = a^2 + 2 \\ x_2 = 2x_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_1 = 2a + 1 \\ 2x_1^2 = a^2 + 2 \\ x_2 = 2x_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2a+1}{3} \\ x_1^2 = \frac{a^2+2}{2} \\ x_2 = 2x_1 \end{cases}$$

Sistemadag`ı birinshi ten`lemenin` ma`nisin ekinshi ten`lemege qoyamiz:

$$\left(\frac{2a+1}{3}\right)^2 = \frac{a^2+2}{2} \Leftrightarrow \frac{4a^2+4a+1}{9} = \frac{a^2+2}{2} \Leftrightarrow a^2 - 8a + 16 = 0 \Leftrightarrow (a-4)^2 = 0 \Leftrightarrow a = 4$$

Juwabi: $a = 4$

18-misal: r parametrinin` qanday ma`nislerinde $x^2 + px - 16 = 0$ ten`lemesinin` korenlerinin` qatnası -4 ke ten` boladı.

Sheshiw: Vieta teoreması ha`m ten`lemenin` sha`rti boyınsha to`mendegi sistemag`a iye bolamiz:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 x_2 = -16 \\ \frac{x_2}{x_1} = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 x_2 = -16 \\ x_2 = -4x_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 - 4x_1 = -p \\ x_1(-4x_1) = -16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x_1 = -p \\ -4x_1^2 = -16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{p}{3} \\ x_1^2 = 4 \end{cases}$$

Sistemadag`ı birinshi ten`lemeni ekinshi ten`lemege qoyamiz:

$$\frac{p^2}{9} = 4 \Leftrightarrow p^2 = 36 \Leftrightarrow \begin{cases} p_1 = -6 \\ p_2 = 6 \end{cases}$$

Juwabi: $p_1 = -6, p_2 = 6$

19- misal: a parametrinin` qanday ma`nislerinde $ax^2 - (2a+1)x + 3a - 1 = 0$ ten`lemesinin` korenleri 1 den u`lken boladı.

Sheshiw: 1) Eger $a=0$ bolsa $x=-1$ boladı.

2) Eger $a \neq 0$ bolsa, onda to`mendegi ten`sizlikler sisteması orınlı boladı:

$$\begin{cases} (2a+1)^2 - 4a(3a-1) \geq 0 \\ \frac{2a+1}{2a} > 1 \\ a(a - (2a+1) + 3a - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a^2 + 4a + 1 - 12a^2 + 4a \geq 0 \\ \frac{2a+1}{2a} - 1 > 0 \\ a(2a-2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8a^2 - 8a - 1 \leq 0 \\ \frac{1}{2a} > 0 \\ 2a(a-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < a \leq \frac{2+\sqrt{6}}{4}$$

Juwabi: $a \in \left(1; \frac{2+\sqrt{6}}{4}\right]$

20- misal: a parametrinin` qanday ma`nisinde $(a^2 - 2)x^2 + (a^2 + a - 1)x - a^3 + a = 0$ ten`lemesinin` bir koreni a dan kishi, al ekinshi koreni a dan u`lken boladı.

Sheshiw: $a^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow a^2 = 2 \Leftrightarrow a = \pm\sqrt{2}$ ma`nisi berilgen ten`lemenin` sha`rtin qanaatlandırmaydı.

$a^2 - 2 \neq 0 \Rightarrow a^2 \neq 2$ bolsa, berilgen ten`lemenin` sha`rtin to`mendegi ten`sizlik qanaatlandıradı:

$$\begin{aligned} (a^2 - 2)((a^2 - 2)a^2 + (a^2 + a - 1)a - a^3 + a) < 0 &\Leftrightarrow (a^2 - 2)(a^4 - a^2) < 0 \Leftrightarrow (a^2 - 2)a^2(a^2 - 1) < 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (a + \sqrt{2})(a - \sqrt{2})(a + 1)(a - 1) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2} < a - 1 \\ 1 < a < \sqrt{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Juwabi: $a \in (-\sqrt{2}; -1) \cup (1; \sqrt{2})$

21- misal: a parametrinin` kanday ma`nislerinde $(3a + 2)x^2 + (a - 1)x + 4a + 3 = 0$ ten`lemesinin` x_1 ha`m  $x_2$  korenleri  $x_1 < -1 < x_2 < 1$  sha`rtin qanaatlandıradı.

Sheshiw: Berilgen ten`lemenin` sha`rtin to`mendegi ten`sizlikler sistemasi qanaatlandıradı:

$$\begin{aligned} \begin{cases} (3a + 2)((3a + 2) - (a - 1) + 4a + 3) < 0 \\ (3a + 2)(3a + 2) + (a - 1) + 4a + 3 > 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (3a + 2)(6a + 6) < 0 \\ (3a + 2)(8a + 4) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6(3a + 2)(a + 1) < 0 \\ 4(3a + 2)(a + 2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow -1 < a < -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

Juwabi: $a \in \left(-1; -\frac{2}{3}\right)$

22- misal: a parametrinin` qanday ma`nislerinde $x^2 - 2(a - 1)x + 2a + 1 = 0$

ten`lemesinin` korenlerinin` belgileri ha`r qiyli ha`m absolyut shaması boyınsha 4 ten kishi boladı.

Sheshiw: Berilgen ten`lemenin` sha`rtin to`mendegi ten`sizlikler sistemasi qanaatlandıradı:

$$\begin{aligned} \begin{cases} 10a + 9 > 0 \\ 2a + 1 < 0 \\ -6a + 25 > 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 10a > -9 \\ 2a < -1 \\ -6a > -25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -\frac{9}{10} \\ a < -\frac{1}{2} \\ a < \frac{25}{6} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{9}{10} < a < -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Juwabi: $a \in \left(-\frac{9}{10}; -\frac{1}{2}\right)$

Mısal ha'm shınıg'ıwlar:

1. **a** parametrinin` qanday ma`nislerinde $x^2 - 2(a-1)x + 2a + 1 = 0$ ten`lemesinin` koren`lerinin` belgileri ha`r qıylı ha`m absolyut shaması boyınsha 2 den kishi boladı.

2. **a** parametrinin` qanday ma`nislerinde $ax^2 - (2a+1)x + 3a - 1 = 0$ ten`lemesinin` koren`leri -1 den u`lken boladı.

3. **r** parametrinin` qanday ma`nislerinde $x^2 + px - 16 = 0$ ten`lemesinin` koren`lerinin` qatnası -2 ge ten` boladı.

4. $x^2 - (2a+1)x + a^2 + 2 = 0$ ten`lemesin sheshpey turıp a parametrinin` qanday ma`nislerinde ten`lemenin` koren`lerinin` biri ekinshisinen u`sh ese u`lken bolatug`ının tabın`.

5. $x^2 - 2x + c = 0$ ten`lemesinin` x_1 ha`m  $x_2$  koren`leri $6x_2 - 4x_1 = 35$ sha`rtin qanaatlandıratug`ın s parametrinin` ma`nislerin tabın`.

6. **a** nın` qanday ma`nislerinde $2ax^2 + (4-6a)x + 3(a-1) = 0$ kvadrat ten`lemesinin` koren`leri 1) on` 2) teris 3) ha`r qıylı belgilerge iye boladı.

7. $2(a^2 + a - 2)x^2 + 4(a^2 - 1)x + 2a^2 = 0$ ten`lemesin sheshin`.

8. **k** paramerinin` qanday pu`tin ma`nisinde  $4x^2 - (3k+2)x + (k^2 - 1) = 0$  ten`lemesinin` bir koreni ekinshi korenenen u`sh ese u`lken boladı.

9. **a** nın` qanday ma`nislerinde $x^2 + ax + 1 = 0$ ha`m  $x^2 + x + a = 0$  kvadrat ten`lemeleri hesh bolmag`anda eki ulıwma sheshimge iye boladı.

10. **k** nın` qanday ma`nislerinde $(k-5)x^2 - 2kx + k - 4 = 0$ kvadrat ten`lemesinin` kore`lerinin` birewi 3 den kishi, ekinshisi 5 den u`lken boladı.

§3. PARAMETRLİ RATSIONAL` TEN`LEMELERDİ SHESHİW USILLARI

1- mısal: a ha`m v parametrlerinin` kanday ma`nislerinde

$x(x^2 + x - 8) = a$(1) ha`m  $x(x^2 - 6) = b$ .....(2) ten`lemeleri ulıwma ha`r qıylı eki korenlerge iye boladı.

Sheshiw: (1)-ha`m (2)- ten`lemelerdi ten`lemeler sisteması tu`rinde shesheyik:

$$\begin{cases} x(x^2 + x - 8) = a \\ x(x^2 - 6) = \epsilon \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + x^2 - 8x = a \dots\dots\dots(3) \\ x^3 - 6x = \epsilon \dots\dots\dots(4) \end{cases}$$

(3)- ten`lemeden (4)- ten`lemenı alıp $x^2 - 2x = a - \epsilon \dots\dots\dots(5)$ ten`lemesine iye bolamız.

(3)- ten`lemenin` eki jag`ın 2 ge ko`beytip $2x^3 + 2x^2 - 16x = 2a \dots\dots\dots(6)$ ten`lemenı ha`m $x \neq 0$ dep alıp (5)-ten`lemenin` eki jag`ın x qa ko`beytip

$$x^3 - 2x^2 = ax - \epsilon x \dots\dots\dots(7) \text{ ten`lemenı payda etemiz.}$$

(6)- ten`lemege (7)- ten`lemenı qossağ $3x^3 - 16x = 2a + ax - \epsilon x \dots\dots\dots(8)$ tenlemesi payda boladı. (4)-ten`lemenin` eki jag`ın 3 ke ko`betsek $3x^3 - 18x = 3\epsilon \dots\dots\dots(9)$ ten`leme kelip shıg`adı. (8)-ten`lemeden (9)-ten`lemenı alsağ $2x = 2a - 3\epsilon + ax - \epsilon x \Leftrightarrow (a - \epsilon - 2)x = 3\epsilon - 2a \dots\dots\dots(10)$ ten`lemesi kelip shıg`adı.

(10)-ten`leme sheshimge iye bolıwı ushın to`mendegi ten`lemeler sisteması orınlı boladı:

$$\begin{cases} a - \epsilon - 2 = 0 \\ 3\epsilon - 2a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \epsilon + 2 \\ 3\epsilon = 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \epsilon + 2 \\ 3\epsilon = 2\epsilon + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \epsilon + 2 \\ \epsilon = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ \epsilon = 4 \end{cases}$$

Juwabı: $a = 6, \epsilon = 4$

2- mısál: $x^4 + x^3 - 3ax^2 - 2ax + 2a^2 = 0$ ten`lemesın sheshin`, bunda a-parametri on` san.

Sheshiw:

$$x^4 + x^3 - 3ax^2 - 2ax + 2a^2 = 0 \Leftrightarrow 2a^2 - (3x^2 + 2x)a + x^4 + x^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{x^2}{2} \\ a_2 = x^2 + x \end{cases}$$

Bul tabılğ`an ten`lemelerdi x qa qarata sheship berilgen ten`lemenin` korenlerin tabamız:

$$1) a = \frac{x^2}{2} \Leftrightarrow x^2 = 2a \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -\sqrt{2a} \\ x_2 = \sqrt{2a} \end{cases}$$

$$2) a = x^2 + x \Leftrightarrow x^2 + x - a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_3 = \frac{-1 - \sqrt{1 + 4a}}{2} \\ x_4 = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4a}}{2} \end{cases}$$

Juwabi: $x_1 = -\sqrt{2a}, x_2 = \sqrt{2a}, x_3 = \frac{-1 - \sqrt{1+4a}}{2}, x_4 = \frac{-1 + \sqrt{1+4a}}{2}$

3- misal: $x^4 + a^4 - 3ax^3 + 3a^3x = 0$ ten`lemesin sheshin`.

Sheshiw: Berilgen ten`lemenin` eki jag`ına $2a^2x^2$ ti qosamız.

$$x^4 + a^4 - 3ax^3 + 3a^3x + 2a^2x^2 - 2a^2x^2 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 2a^2x^2 + a^4 + 2a^2x^2 - 3ax^3 + 3a^3x = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (x^2 - a^2)^2 + 2a^2x^2 - 3ax(x^2 - a^2) = 0$$

Bul ten`lemeden  $y = ax$  dep belgilesek, keyingi ten`leme to`mendegi tu`rde boladı:

$$2y^2 - 3(x^2 - a^2)y + (x^2 - a^2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = \frac{x^2 - a^2}{2} \\ y_2 = x^2 - a^2 \end{cases}$$

Bul tabilg`an korenlerdegi u tın` ornına ax tı qoyıp to`mendegi ten`lemelerdi sheshemiz:

$$1) \quad ax = \frac{x^2 - a^2}{2} \Leftrightarrow x^2 - 2ax - a^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = a(1 - \sqrt{2}) \\ x_2 = a(1 + \sqrt{2}) \end{cases}$$

$$2) \quad ax = x^2 - a^2 \Leftrightarrow x^2 - ax - a^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_3 = \frac{a(1 - \sqrt{5})}{2} \\ x_4 = \frac{a(1 + \sqrt{5})}{2} \end{cases}$$

Juwabi: $x_1 = a(1 - \sqrt{2}), x_2 = a(1 + \sqrt{2}), x_3 = \frac{a(1 - \sqrt{5})}{2}, x_4 = \frac{a(1 + \sqrt{5})}{2}$

4- misal: $(x+a)(x+2a)(x+3a)(x+4a) = \epsilon^4 \dots\dots\dots(1)$ ten`lemesin sheshin`. a ha`m v parametrler.

Sheshiw: Berilgen ten`lemeni sheshiwde to`mendegi ulıwma tu`rdegi ten`lemeni sheshiwden paydalanamız:

$$(x-a)(x-\epsilon)(x-c)(x-d) = A \text{ bunda } a \leq \epsilon \leq c \leq d \text{ ha`m } \epsilon - a = d - c \text{ bolsa}$$

bunday tu`rdegi ten`leme $x = y + \frac{a + \epsilon + c + d}{4}$ almastırılıwı arqalı bikvadrat

ten`lemege keltirilip sheshiledi. Olay bolsa (1)-ten`lemeni sheshiwde

$$x = y - \frac{5}{2}a \text{ belgilewin kirgizip (1)-ten`lemege qoyamız:}$$

$$\begin{aligned} & \left(y + a - \frac{5}{2}a\right)\left(y + 2a - \frac{5}{2}a\right)\left(y + 3a - \frac{5}{2}a\right)\left(y + 4a - \frac{5}{2}a\right) = \epsilon^4 \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \left(y - \frac{3}{2}a\right)\left(y - \frac{1}{2}a\right)\left(y + \frac{1}{2}a\right)\left(y + \frac{3}{2}a\right) = \epsilon^4 \Leftrightarrow \left(y^2 - \frac{9}{4}a^2\right)\left(y^2 - \frac{1}{4}a^2\right) = \epsilon^4 \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow y^4 - \frac{5}{2}a^2y^2 + \frac{16}{9}a^4 - \epsilon^4 = 0 \end{aligned}$$

Bul bikvadrat ten'lemeni sheshsek: $y_{1,2}^2 = \frac{5}{4}a^2 \pm \sqrt{a^4 + \epsilon^4} \dots\dots\dots(2)$

Eger $a = \epsilon = 0$ bolsa, (1)- ten'leme bir $x=0$ korenine iye boladı.

Meyli $a^2 + \epsilon^2 \neq 0$ bolsın. Bul jag'dayda (2)- ten'lemeden (1)- ten'leme barlıq waqıt sheshimge iye bolatug'ını kelip shıg'adı.

Eger $\frac{5}{4}a^2 - \sqrt{a^4 + \epsilon^4} < 0$ bolsa, onda $9a^4 < 16\epsilon^4$ boladı ha'm (1)-ten'leme to'mendegi eki sheshimge iye boladı:

$$x_{1,2} = -\frac{5}{2}a \pm \sqrt{\frac{5}{4}a^2 + \sqrt{a^4 + \epsilon^4}}$$

Eger $9a^4 = 16\epsilon^4$ bolsa, onda (1)-ten'leme to'mendegi u'sh korengge iye boladı:

$$x_1 = -\frac{5}{2}a, \quad x_{2,3} = -\frac{5}{2}a \pm \sqrt{\frac{5}{4}a^2 + \sqrt{a^4 + \epsilon^4}} = -\frac{5}{2}a \pm \sqrt{\frac{5}{2}}|a|.$$

Eger $9a^4 > 16\epsilon^4$ bolsa, onda (1)-ten'leme to'mendegi to'rt korengge iye boladı:

$$x_{1,2,3,4} = -\frac{5}{2}a \pm \sqrt{\frac{5}{4}a^2 \pm \sqrt{a^4 + \epsilon^4}}$$

Juwbı: eger $a = \epsilon = 0$ bolsa, $x=0$; eger $|a| < \frac{2}{\sqrt{3}}|\epsilon|$, bolsa, onda

$$x_1 = -\frac{5}{2}a + \sqrt{\frac{5}{4}a^2 + \sqrt{a^4 + \epsilon^4}}, \quad x_2 = -\frac{5}{2}a - \sqrt{\frac{5}{4}a^2 + \sqrt{a^4 + \epsilon^4}} \quad \text{eger } |a| = \frac{2}{\sqrt{3}}|\epsilon| \text{ bolsa,}$$

onda

$$x_1 = -\frac{5}{2}a, \quad x_2 = -\frac{5}{2}a + \sqrt{\frac{5}{2}}|a|, \quad x_3 = -\frac{5}{2}a - \sqrt{\frac{5}{2}}|a|$$

eger $|a| > \frac{2}{\sqrt{3}}|\epsilon|$ bolsa, onda

$$\begin{aligned} x_1 &= -\frac{5}{2}a + \sqrt{\frac{5}{4}a^2 + \sqrt{a^4 + \epsilon^4}}, & x_2 &= -\frac{5}{2}a + \sqrt{\frac{5}{4}a^2 - \sqrt{a^4 + \epsilon^4}} \\ x_3 &= -\frac{5}{2}a - \sqrt{\frac{5}{4}a^2 + \sqrt{a^4 + \epsilon^4}}, & x_4 &= -\frac{5}{2}a - \sqrt{\frac{5}{4}a^2 - \sqrt{a^4 + \epsilon^4}} \end{aligned}$$

5- misal: a, v, s parametrlarinin` qanday ma`nislerinde $(x-a)^4 + (x-b)^4 = c$ ten`lemesi sheshimlerge iye boladı.

Sheshiw: Berilgen ten`lemeni sheshiw ushın $x = y + \frac{a+b}{2}$ belgilewin kirgizemiz:

$$\left(y + \frac{a+b}{2} - a\right)^4 + \left(y + \frac{a+b}{2}\right)^4 = c \Leftrightarrow \left(y - \frac{a-b}{2}\right)^4 + \left(y + \frac{a-b}{2}\right)^4 = c$$

eger $d = \frac{a-b}{2}$ dep belgilesek, onda keyingi ten`leme

$(y+d)^4 + (y-d)^4 = c \dots \dots \dots (1)$ tu`rindegi ten`lemege iye boladı.

$$(y+d)^4 + (y-d)^4 = c \Leftrightarrow y^4 + 4dy^3 + 6d^2y^2 + 4d^3y + d^4 + y^4 - 4dy^3 + 6d^2y^2 - 4d^3y + d^4 = c \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2y^4 + 12d^2y^2 + 2d^4 = c \Leftrightarrow y^4 + 6d^2y^2 + d^4 - \frac{c}{2} = 0$$

bul bikvadrat ten`lemeni sheshiw ushın  $z = y^2$  dep belgileymiz, sonda to`mendegi kvadrat ten`leme payda boladı:

$$z^2 + 6d^2z + d^4 - \frac{c}{2} = 0 \dots \dots \dots (2)$$

$$z_{1,2} = -3d^2 \pm \sqrt{8d^4 + \frac{c}{2}}$$

(2)-ten`lemenin` teris koreni $z = -3d^2 - \sqrt{8d^4 + \frac{c}{2}}$ berilgen ten`lemeni

qanaatlandırmaydı, olay bolsa (2)- ten`lemenin` ekinshi koreni on` bolg`anda g`ana berilgen ten`lemeni qanaatlandıradı:

$$-3d^2 + \sqrt{8d^4 + \frac{c}{2}} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{8d^4 + \frac{c}{2}} \geq 3d^2 \Rightarrow 8d^4 + \frac{c}{2} \geq 9d^4 \Rightarrow \frac{c}{2} \geq d^4 \Rightarrow c \geq 2d^4 \Rightarrow c \geq \frac{(a-b)^4}{8}$$

z tin` bul ma`nisin $y^2 = z$ ten`lemesine qoyıp u tin` ma`nislerin tabamız:

$$y^2 = -3d^2 + \sqrt{8d^4 + \frac{c}{2}} = -\frac{3}{4}(a-b)^2 + \sqrt{\frac{c + (a-b)^4}{2}}$$

bunnan $y_{1,2} = \pm \sqrt{\sqrt{\frac{c + (a+b)^4}{2}} - \frac{3}{4}(a-b)^2}$

Eger $c < \frac{(a-b)^4}{8}$ bolsa berilgen ten`leme sheshimge iye bolmaydı.

Juwabi: Berilgen ten`leme  $c \geq \frac{(a-b)^4}{8}$  sha`rti orınlang`anda g`ana to`mendegi eki

korengi iye boladı:

$$x_1 = \frac{a+\epsilon}{2} + \sqrt{\sqrt{\frac{c+(a+\epsilon)^4}{2}} - \frac{3}{4}(a-\epsilon)^2}$$

$$x_2 = \frac{a+\epsilon}{2} - \sqrt{\sqrt{\frac{c+(a+\epsilon)^4}{2}} - \frac{3}{4}(a-\epsilon)^2}$$

6-misal: a parametrinin` ma`nislerine baylanisli $x^4 + (1-2a)x^2 + a^2 - 1 = 0$(l)
ten`lemenin` korenlerinin` sanin` tabin`.

Sheshiw: (1)-ten`lemeden  $y = x^2$  dep belgileymiz, sonda (1)- ten`leme to`mendegi
tu`rde boladi: $y^2 + (1-2a)y + a^2 - 1 = 0 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{(2a-1) \pm \sqrt{5-4a}}{2}$

Eger a parametrinin` ma`nisleri to`mendegi ten`sizlikler sistemasin
qanaatlandirsa, onda (1)-ten`leme to`rt sheshimge iye boladi.

$$\begin{cases} 5-4a > 0 \\ \frac{2a-1-\sqrt{5-4a}}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a < 5 \\ \sqrt{5-4a} < 2a-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < \frac{5}{4} \\ 5-4a < 4a^2-4a+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < \frac{5}{4} \\ a^2-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 < a < \frac{5}{4}$$

Eger a parametrinin` ma`nisleri to`mendegi ten`sizlikler sistemasin
qanaatlandirsa, onda (1)-ten`leme u`sh sheshimge iye boladi.

$$\begin{cases} a^2-1=0 \\ 1-2a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \pm 1 \\ a > \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a = 1$$

Eger a parametrinin` ma`nisleri to`mendegi ten`sizlikler sistemasin
qanaatlandirsa, onda (1)-ten`leme eki sheshimge iye boladi.

$$\begin{cases} \frac{2a-1+\sqrt{5-4a}}{2} > 0 \\ \frac{2a-1-\sqrt{5-4a}}{2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{5-4a} > -(2a-1) \\ \sqrt{5-4a} > 2a-1 \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{5-4a} > 2a-1 \Rightarrow 5-4a > 4a^2-4a+1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2-1 < 0 \Rightarrow (a+1)(a-1) < 0 \Rightarrow -1 < a < 1$$

$$\begin{cases} 5-4a=0 \\ 2a-1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a=5 \\ 2a > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{4} \\ a > \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a = \frac{5}{4}$$

Eger a parametrinin` ma`nisleri to`mendegi ten`sizlikler sistemasin
qanaatlandirsa, onda (1)-ten`leme bir sheshimge iye boladi.

$$\begin{cases} a^2 - 1 = 0 \\ 1 - 2a > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ 2a < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{1,2} = \pm 1 \\ a < \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a = -1$$

Eger a parametrinin ma'nisleri to'mendegi ten'sizlikler ko'pligin qanaatlandirsa, onda (1)-ten'leme sheshimge iye bolmaydi.

$$\begin{cases} 5 - 4a < 0 \\ \begin{cases} 5 - 4a > 0 \\ \frac{2a - 1 + \sqrt{5 - 4a}}{2} < 0 \end{cases} \end{cases}$$

Juwabi: eger $1 < a < \frac{5}{4}$ bolsa to'rt korengge iye boladi,

eger $a=1$ bolsa u'sh korengge iye boladi,

eger $-1 < a < 1$, $a = \frac{5}{4}$ bolsa eki korengge iye boladi,

eger $a=-1$ bolsa bir korengge iye boladi,

eger $a < -1$, $a > \frac{5}{4}$ bolsa korengge iye bolmaydi.

7- misal: $a \geq 1$ ha'm $b \geq 0$ parametrlarining ma'nislerinde

$x^2 + (3ab + 3a - 2)x + 5ab + 5a - 17 = 0$ ten'lemesinin en u'lken korenin tabin'.

Sheshiw: $c = ab + a$ dep belgileymiz, $a \geq 1$ ha'm $a \geq 0$ bolg'anliqtan $c \geq 1$ boladi, olay bolsa berilgen ten'leme

$$x^2 + (3ab + 3a - 2)x + 5ab + 5a - 17 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (3(ab + a) - 2)x + 5(ab + a) - 17 = 0 \Leftrightarrow \Leftrightarrow x^2 + (3c - 2)x + 5c - 17 = 0$$

tu'rine iye boladi. Bul ten'lemeden s ni tabamiz:

$$x^2 + (3c - 2)x + 5c - 17 = 0 \Rightarrow x^2 3cx - 2x + 5c - 17 = 0 \Rightarrow c(3x + 5) = -x^2 + 2x + 17 \Rightarrow \Rightarrow c = \frac{-x^2 + 2x + 17}{3x + 5} = -\frac{x^2 - 2x - 17}{3x + 5}$$

$c \geq 1$ ekenligin eske alip to'mendegi ten'sizlikni sheshemiz:

$$\begin{aligned} -\frac{x^2 - 2x - 17}{3x + 5} \geq 1 &\Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x - 17}{3x + 5} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x - 17}{3x + 5} + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x - 17 + 3x + 5}{3x + 5} \leq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2 + x - 12}{3x + 5} \leq 0 \Leftrightarrow (x + 4)\left(x + \frac{5}{3}\right)(x - 3) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -4 \\ -\frac{5}{3} < x \leq 3 \end{cases} \end{aligned}$$

Juwabi: x tin qabil etetug'in en u'lken ma'nisi $x=3$ boladi.

8-mısal: a parametrinin` ma`nislerinde $x^3 + 2ax^2 - (a+1)^2 x - 2a(a+1)^2 = 0$ ten`lemesinin` en` kishi korenin tabın`.

$$x^3 + 2ax^2 - (a+1)^2 x - 2a(a+1)^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x+2a) - (a+1)^2(x+2a) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\textbf{Sheshiw:} \Leftrightarrow (x+2a)(x^2 - (a+1)^2) = 0 \Leftrightarrow (x+2a)(x-a-1)(x+a+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -a-1 \\ x_2 = a+1 \\ x_3 = -2a \end{cases}$$

Ten`lemenin` en` kishi korenin  $x_1$  dep alıp usı koren ushın a parametrinin` ma`nislerin tabamız. Bul ma`nislerdi tabıw ushın to`mendegi ten`sizlikler sistemasın sheshemiz:

$$\begin{cases} -a-1 < a+1 \\ -a-1 < -2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a > -2 \\ a < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -1 \\ a < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < a < 1$$

Eger ten`lemenin` x_2 korenin en` kishi koren dep alsaq, onda to`mendegi ten`sizlikler sisteması orınlı boladı:

$$\begin{cases} a+1 < -a-1 \\ a+1 < -2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a < -2 \\ 3a < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < -1 \\ a < -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow a < -1$$

En` keyingi u`shinshi jag`dayda to`mendegi ten`sizlikler sistemasın sheship a parametrinin` ma`nislerin anıqlaymız:

$$\begin{cases} -2a < a+1 \\ -2a < -a-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a > -1 \\ a > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -\frac{1}{3} \\ a > 1 \end{cases} \Leftrightarrow a > 1$$

Juwabı: eger $a \leq -1$ bolsa, onda $x = a+1$;

eger $-1 < a < 1$ bolsa, onda $x = -a-1$;

eger $a \geq 1$ bolsa, onda $x = -2a$

9- mısal: $\frac{x+2}{3x-a} + \frac{3-x}{3x^2+2ax-a^2} = \frac{3x+2}{x+a}$ ten`lemesin sheshin`.

$$\textbf{Sheshiw:} \frac{x+2}{3x-a} + \frac{3-x}{3x^2+2ax-a^2} = \frac{3x+2}{x+a} \Leftrightarrow \frac{x+2}{3x-a} + \frac{3-x}{(3x-a)(x+a)} - \frac{3x+2}{x+a} = 0$$

Bul ten`lemede MMO: $x \neq \frac{a}{3}$; $x \neq -a$

Keyingi ten`lemenı ulıwma bo`limge keltiremiz:

$$x^2 + 2x + ax + 2a + 3 - x - 9x^2 - 6x + 3ax + 2a = 0 \Leftrightarrow -8x^2 - 5x + 4ax + 4a + 3 = 0 \Leftrightarrow \Leftrightarrow 8x^2 - (4a-5)x - 4a - 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{(4a-5) \pm \sqrt{16a^2 + 88a + 121}}{16} = \frac{(4a-5) \pm (4a+11)}{16}$$

$$x_1 = \frac{4a-5-4a-11}{16} = -\frac{16}{16} = -1; \quad x_2 = \frac{4a-5+4a+11}{16} = \frac{8a+6}{16} = \frac{4a+3}{8}$$

$$x \neq \frac{a}{3} \Rightarrow -1 \neq \frac{a}{3} \Rightarrow a \neq -3, \quad x \neq -a \Rightarrow -1 \neq -a \Rightarrow a \neq 1$$

Demek, $a \neq -3, a \neq 1$ bolg`anda $x_1 = -1$ boladı.

$$x \neq \frac{a}{3} \Rightarrow \frac{4a+3}{8} \neq \frac{a}{3} \Rightarrow 4a \neq -9 \Rightarrow a \neq -\frac{9}{4}, \quad x \neq -a \Rightarrow \frac{4a+3}{8} \neq -a \Rightarrow 12a \neq -3 \Rightarrow a \neq -\frac{1}{4}$$

Demek, $a \neq -\frac{9}{4}; a \neq -\frac{1}{4}$ bolg`anda $x_2 = \frac{4a+3}{8}$ boladı.

Berilgen ten`lemenin` $a = -3, a = 1, a = -\frac{9}{4}, a = -\frac{1}{4}$ ma`nislerindeki korenlerin tabamız.

Eger $a = -3$ bolsa berilgen ten`leme $x = -\frac{9}{8}$ boladı.

Eger $a = 1$ bolsa berilgen ten`leme $x = \frac{7}{8}$ boladı.

Eger $a = -\frac{9}{4}; a = -\frac{1}{4}$ bolsa berilgen ten`leme $x = -1$ boladı.

Juwbı: eger $a \neq -3, -\frac{11}{4}, -\frac{9}{4}, -\frac{1}{4}, 1$ bolsa, onda $x_1 = -1, x_2 = \frac{4a+3}{8}$ boladı.

eger $a = -\frac{11}{4}, -\frac{9}{4}, -\frac{1}{4}$ bolsa, onda $x = -1$ boladı.

eger $a = -3$ bolsa, onda $x = -\frac{9}{8}$ boladı.

eger $a = 1$ bolsa, onda $x = \frac{7}{8}$ boladı.

10- misal: $\frac{2a+\epsilon}{a+x} - \frac{2a-\epsilon}{a-x} = \frac{2a}{\epsilon}$ ten`lemesin sheshin`, bunda a ha`m ϵ parametrler.

Sheshiw: MMO: $x \neq \pm a, \epsilon \neq 0$

Eger $a=0$ bolsa berilgen ten`leme  $\frac{\epsilon}{x} + \frac{\epsilon}{x} = 0 \Leftrightarrow \frac{2\epsilon}{x} = 0$  tu`rine iye bolıp $x=0$ den

basqa qa`legen haqıyqıy san berilgen ten`lemenin` sheshimi boladı.

Eger $\epsilon = 2a$ bolsa berilgen ten`leme $\frac{4a}{a+x} = 1 \Leftrightarrow 4a = a+x \Leftrightarrow x = 3a$ sheshimine iye

boladı.

Eger $\epsilon = -2a$ bolsa berilgen ten`leme $-\frac{4a}{a-x} = -1 \Leftrightarrow 4a = a-x \Leftrightarrow x = -3a$ sheshimine

iye boladı.

Eger $\epsilon \neq \pm 2a$ bolsa berilgen ten`leme to`mendegi sheshimlerge iye boladı:

$$\frac{2a+b}{a+x} - \frac{2a-b}{a-x} = \frac{2a}{b} \Rightarrow \frac{(2a+b)(a-x) - (2a-b)(a+x)}{(a-x)(a+x)} = \frac{2a}{b} \Rightarrow \frac{-4ax + 2ab}{a^2 - x^2} = \frac{2a}{b} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -4abx + 2ab^2 = 2a^3 - 2ax^2$$

Keyingi ten'liktin' eki jag'ın 2a g'a bo'lip to'mendegi ten'lemeni payda etemiz:

$$x^2 - 2bx + b^2 - a^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = b - a \\ x_2 = b + a \end{cases}$$

Juwabi: eger $a \in R, b = 0$ bolsa ten'leme sheshimge iye bolmaydi;

eger $a = 0, b \neq 0$ bolsa ten'lemenin' sheshimi nol'den basqa qa'legen san;

eger $b = 2a \neq 0$ bolsa $x = 3a$ boladi;

eger $b = -2a \neq 0$ bolsa $x = -3a$ boladi;

eger $a \neq 0, b \neq 0, b \neq \pm 2a$ bolsa $x_1 = b - a, x_2 = b + a$ boladi.

11-misal: a parametrinin' qanday ma'nisinde

$(x^2 - 2x)^2 - (a+2)(x^2 - 2x) + 3a - 3 = 0$ ten'lemesi ha'r qiyli to'rt korengi iye boladi.

Sheshiw: Berilgen ten'lemeden $y = x^2 - 2x$ dep belgileymiz sonda ten'leme to'mendegi turdagi sheshimlarga iye boladi:

$$y^2 - (a+2)y + 3a - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = 3 \\ y_2 = a - 1 \end{cases}$$

Bul tabilg'an u tın' ma'nislerin belgilegen jerge qoyamiz:

$$1) x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

$$2) x^2 - 2x - a + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_3 = 1 - \sqrt{a} \\ x_4 = 1 + \sqrt{a} \end{cases}$$

Ma'selenin' sha'rtinen $a > 0$ bolıwı tiyis, olay bolsa keyingi ten'sizlik orınlanıwı ha'm x_1, x_2, x_3, x_4 korenleri ha'r qiyli bolıwı ushın to'mendegi sha'rtler orınlanıwı tiyis:

$$-1 \neq 1 - \sqrt{a} \Rightarrow \sqrt{a} \neq 2 \Rightarrow a \neq 4,$$

$$3 \neq 1 + \sqrt{a} \Rightarrow \sqrt{a} \neq 2 \Rightarrow a \neq 4$$

Juwabi: Berilgen ten'leme ha'r qiyli on' to'rt korengi iye bolıwı ushın a parametrinin' ma'nisi $a \in (0; 4) \cup (4; \infty)$ bolıwı tiyis.

12-misal: a parametrinin' qanday ma'nisinde $x^3 + ax^2 + 14x + 8 = 0$ ten'lemesinin' korenleri geometriyalıq progressiyanı du'zedi.

Sheshiw: Meyli berilgen ten`lemenin` korenleri x_0, x_0q, x_0q^2 geometriyalıq progressiyanı du`zetug`ın bolsın. Olay bolsa,

$$x^3 + ax^2 + 14x + 8 = (x - x_0)(x - x_0q)(x - x_0q^2)$$

Bul ten`liktin` on` jag`ındag`ı qawsırmalardı ashamız.

$$\begin{aligned}(x - x_0)(x - x_0q)(x - x_0q^2) &= (x^2 - xx_0q - xx_0 + x_0^2q)(x - x_0q^2) = x^3 - x^2x_0q^2 - x^2x_0q + xx_0^2q^3 - \\ &- x^2x_0 - xx_0^2q^2 + xx_0^2q - x_0^3q^3 = x^3 - (x_0q^2 + x_0q + x_0)x^2 + (x_0^2q^3 + x_0^2q^2 + x_0^2q)x - x_0^3q^3 \\ x^3 + ax^2 + 14x + 8 &= x^3 - (x_0q^2 + x_0q + x_0)x^2 + (x_0^2q^3 + x_0^2q^2 + x_0^2q)x - x_0^3q^3\end{aligned}$$

Keyingi ten`liktin` on` ha`m sol jag`ındagı  $x$  tin` da`rejeleri boyınsha koefitsientlerin ten`lestirip to`mendegi ten`lemeler sistemasına iye bolamız:

$$\begin{cases} x_0 + x_0q + x_0q^2 = -a \dots\dots\dots(1) \\ x_0^2q + x_0^2q^2 + x_0^2q^3 = 14, \dots\dots\dots(2) \\ x_0^3q^3 = -8 \dots\dots\dots(3) \end{cases}$$

$$(1)\text{- den } x_0 + x_0q + x_0q^2 = x_0(1 + q + q^2) = -a$$

$$(2)\text{- den } x_0^2q + x_0^2q^2 + x_0^2q^3 = x_0^2q(1 + q + q^2) = 14$$

$$\begin{aligned}\text{Bunnan } x_0qa &= -14 \quad (3)\text{- nin` eki jag`ın } a^3qa \text{ ko`beytemiz, sonda} \\ a^3x_0^3q^3 &= -8a^3 \Rightarrow (ax_0q)^3 = -8a^3 \quad -8a^3 = (-14)^3 \Rightarrow a^3 = 7^3 \Rightarrow a = 7\end{aligned}$$

Juwabı: Berilgen ten`lemede  $a$  parametrinin` ma`nisi  $a=7$  bolg`anda onın` korenleri geometriyalıq progressiyanı du`zedi.

13-mısal: a parametrinin` qanday ma`nisinde $x^3 + 6x^2 + 11x + a = 0$ ten`lemesinin` korenleri arifmetikalıq progressiya du`zedi.

Sheshiw: Meyli berilgen ten`lemenin` korenleri $x_1 = p - d, x_2 = p, x_3 = p + q$

arifmetikalıq progressiyanı du`zetug`ın bolsa, onda to`mendegi ten`lik orınlı boladı:

$$\begin{aligned}x^3 + 6x^2 + 11x + a &= (x - p + d)(x - p)(x - p - q) = (x^2 - 2px + p^2 + dx - dp)(x - p - d) = \\ &= x^3 - 3px^2 + 3p^2x - d^2x - p^3 + pd^2 = x^3 - 3px^2 + (3p^2 - d^2)x + pd^2 - p^3\end{aligned}$$

Keyingi ten`liktin` on` ha`m sol jag`ındagı  $x$  tin` da`rejeleri boyınsha koefitsientlerin ten`lestirip to`mendegi ten`lemeler sistemasına iye bolamız:

$$\begin{cases} -3p = 6 \\ 3p^2 - d^2 = 11 \\ pd^2 - p^3 = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = -2 \\ d^2 = 1 \\ a = -2 + 8 = 6 \end{cases}$$

Juwabi: Berilgen ten`lemede a parametrinin` ma`nisi  $a=6$  bolg`anda onin` korenleri arifmetikaliq progressiyanı du`zedi.

14-mısal: $(x+2a)(x+3a)(x+8a)(x+12a) = 4a^2x^2$ ten`lemesın sheshin`, bunda a-parametr.

Sheshiw:

$$(x+2a)(x+3a)(x+8a)(x+12a) = 4a^2x^2 \Leftrightarrow (x^2+14ax+24a^2)(x^2+11ax+24a^2) = 4a^2x^2$$

Bul ten`lemede  $a=0$  bolsa,  $x=0$  boladı. Meyli  $a \neq 0$ ,  $x \neq 0$  bolsın, keyingi ten`lemenin` eki jag`ın a^2x^2 qa bo`lemiz. Sonda ten`leme to`mendegi tu`rge iye boladı:

$$\left(\frac{x}{a} + 14 + \frac{24a}{x}\right)\left(\frac{x}{a} + 11 + \frac{24a}{x}\right) = 4 \text{ bul ten`lemege } y = \frac{x}{a} + \frac{24a}{x} \text{ belgilewin kirgizemiz,}$$

sonda ten`leme  $(y+14)(y+11) = 4$  tu`rine iye boladı.

$$(y+14)(y+11) = 4 \Leftrightarrow y^2 + 25y + 150 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = -15 \\ y_2 = -10 \end{cases}$$

Bul tabılğ`an u tin` ma`nislerin belgilegen jerge qoyamız:

$$1) \frac{x}{a} + \frac{24a}{x} = -15 \Rightarrow x^2 + 15ax + 24a = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-15 - \sqrt{129}}{2} \cdot a \\ x_2 = \frac{-15 + \sqrt{129}}{2} \cdot a \end{cases}$$

$$2) \frac{x}{a} + \frac{24a}{x} = -10 \Rightarrow x^2 + 10ax + 24a = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_3 = -6a \\ x_4 = -4a \end{cases}$$

Juwabi: eger $a=0$ bolsa, $x=0$ boladı.

$$\text{eger } a \neq 0 \text{ bolsa, } x_1 = \frac{-15 - \sqrt{129}}{2} \cdot a, \quad x_2 = \frac{-15 + \sqrt{129}}{2} \cdot a, \quad x_3 = -6a, \quad x_4 = -4a$$

$$\mathbf{15-mısal:} \frac{2ax+x+1}{(a+1)(x+3)} = \frac{x^2-4}{(x-2)(x+3)} - \frac{a}{a+1} \text{ ten`lemesın sheshin`}$$

Sheshiw: Berilgen ten`lemenı to`mendegishe tu`rlendiremiz:

$$\frac{2ax+x+1}{(a+1)(x+3)} = \frac{x^2-4}{(x-2)(x+3)} - \frac{a}{a+1} \Leftrightarrow \frac{2ax+x+1}{(a+1)(x+3)} = \frac{x+2}{x+3} - \frac{a}{a+1} \Leftrightarrow \frac{2ax+x+1}{(a+1)(x+3)} = \frac{x+2-a}{(a+1)(x+3)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2ax=1-a \\ a \neq -1, x \neq -3 \end{cases}$$

$$2ax=1-a \Leftrightarrow x = \frac{1-a}{2a}$$

$a = 0$ bolsa ten'leme sheshimge iye bolmaydı, sonlıqtan $a \neq 0$.

Endi a parametrinin $x=-3$ yamasa $x=2$ ma'nislerine ten' bolatug'ın ma'nislerin tabamız, onın ushın to'mendegi ten'lemelerdi sheshemiz:

$$1) -3 = \frac{1-a}{2a} \Rightarrow -6a = 1-a \Rightarrow -5a = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{5}$$

$$2) 2 = \frac{1-a}{2a} \Rightarrow 4a = 1-a \Rightarrow 5a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{5}$$

Juwabı: $a = 0, a = \pm \frac{1}{5}$ bolsa, ten'leme sheshimge iye emes, $a \neq -1, a \neq 0, a \neq \pm \frac{1}{5}$

bolsa, $x = \frac{1-a}{2a}$ sheshimine iye, $a = -1$ bolsa, ten'leme mag'anag'a iye bolmaydı.

16-mısal: $\frac{a+x}{ax^2} = \frac{1}{x(a-1)} + \frac{1}{a(a-1)}$ ten'lemesin sheshin'.

Sheshiw: Berilgen ten'lemenin bo'limleri $a \neq 0, a \neq 1, x \neq 0$ bolg'anlıqtan berilgen ten'leme to'mendegi tu'rge iye boladı:

$$ax(a+x)(a-1) = (a+x)ax^2 \Rightarrow (a+x)(a-1) = x(a+x) \text{ bunnan}$$

eger $a+x=0 \Leftrightarrow x=-a$, eger $a+x \neq 0$ bolsa, $x=a-1$ boladı.

Juwabı: Eger $a=0, a=1$ bolsa, ten'leme mag'anag'a iye emes,

Eger $a \neq 0, a \neq 1$, bolsa, $x_1 = -a, x_2 = a-1$ boladı.

17-mısal: $\frac{ax^2}{x-1} - 2a = a^2 + 1$ ten'lemesin sheshin'.

Sheshiw: Berilgen ten'leme $x \neq 1$ bolg'anda $ax^2 = (x-1)(a+1)^2 \Leftrightarrow ax^2 - (a+1)^2x + (a+1)^2 = 0$

Eger $a \neq 0$ bolsa $x = \frac{(a+1)^2 \pm \sqrt{(a+1)^4 - 4a(a+1)^2}}{2a} = \frac{(a^2 + 2a + 1) \pm (a^2 - 1)}{2a}$

$$x_1 = a+1, x_2 = \frac{a+1}{a}$$

Juwabı: Eger $a=0$ bolsa, ten'leme sheshimge iye bolmaydı.

Eger $a = 1$ bolsa, $x = 2$ boladı.

Eger $a \neq 0$, $a \neq 1$ bolsa, $x_1 = a + 1$, $x_2 = \frac{a+1}{a}$ boladı.

18-mısal: $\frac{1}{x} + \frac{1}{a} + \frac{1}{\epsilon} = \frac{1}{x+a+\epsilon}$ ten`lemesın sheshin`.

Sheshiw: $a \neq 0$, $\epsilon \neq 0$, $x \neq 0$, $x \neq -a - \epsilon$ bolatug`ını belgili,

Olay bolsa, $\frac{a\epsilon + x(a+\epsilon)}{a\epsilon x} = \frac{1}{x+a+\epsilon} \Rightarrow a\epsilon x + (a+\epsilon)x^2 + a\epsilon(a+\epsilon) + x(a+\epsilon)^2 = a\epsilon x \Rightarrow$

$(a+\epsilon)(x^2 + (a+\epsilon)x + a\epsilon) = 0$ bul ten`lemeden

Eger $a = -\epsilon$ bolsa, 0 ge ten` bolmag`an qa`legen san ten`lemenin` sheshimi boladı.

Eger $a \neq -\epsilon$ bolsa, onda $x^2 + (a+\epsilon)x + a\epsilon = 0$

$$x = \frac{-(a+\epsilon) \pm \sqrt{(a+\epsilon)^2 - 4a\epsilon}}{2} = \frac{-(a+\epsilon) \pm (a-\epsilon)}{2}$$

$$x_1 = -a, \quad x_2 = -\epsilon$$

Juwabı: Eger $a = 0$, $\epsilon = 0$ bolsa, ten`leme mag`anag`a iye bolmaydı,

Eger $a = -\epsilon$ bolsa, onda 0 den basqa qa`legen san ten`lemenin` sheshimi boladı.

Eger $a \neq -\epsilon$, $a \neq 0$, $\epsilon \neq 0$ bolsa, $x_1 = -a$, $x_2 = -\epsilon$ boladı.

Eger $a = \epsilon$, $a \neq -\epsilon$, $a \neq 0$ bolsa, $x = -a$ boladı.

19-mısal: $\frac{x-a}{x-\epsilon} - \frac{x-\epsilon}{x-a} + \frac{4a\epsilon}{a^2 - \epsilon^2} = 0$ ten`lemesın sheshin`.

Sheshiw: $\frac{x-a}{x-\epsilon} = y$, $\frac{a+\epsilon}{a-\epsilon} = \kappa$ dep belgileymiz. Sha`rt boyınsha $a \neq \pm\epsilon$, demek

$\kappa \neq 0$.

$$\begin{aligned} \frac{x-a}{x-\epsilon} - \frac{x-\epsilon}{x-a} + \frac{4a\epsilon}{a^2 - \epsilon^2} = 0 &\Leftrightarrow \frac{x-a}{x-\epsilon} - \frac{1}{\frac{x-a}{x-\epsilon}} + \frac{(a+\epsilon)^2 - (a-\epsilon)^2}{(a+\epsilon)(a-\epsilon)} = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{x-a}{x-\epsilon} - \frac{1}{\frac{x-a}{x-\epsilon}} + \frac{a+\epsilon}{a-\epsilon} - \frac{a-\epsilon}{a+\epsilon} = 0 \Leftrightarrow \frac{x-a}{x-\epsilon} - \frac{1}{\frac{x-a}{x-\epsilon}} + \frac{a+\epsilon}{a-\epsilon} - \frac{1}{\frac{a+\epsilon}{a-\epsilon}} = 0 \end{aligned}$$

Keyingi ten`lemege belgilewlerdi kirgizsek, ten`leme to`mendegishe boladı:

$$y - \frac{1}{y} + \kappa - \frac{1}{\kappa} = 0 \Leftrightarrow \frac{y^2 - 1}{y} + \frac{\kappa^2 - 1}{\kappa} = 0 \Rightarrow \kappa y^2 - \kappa + y\kappa^2 - y = 0 \Rightarrow \kappa y^2 + (\kappa^2 - 1)y - \kappa = 0$$

$$y = \frac{(-\kappa^2 + 1) \pm \sqrt{(\kappa^2 - 1)^2 + 4\kappa^2}}{2\kappa} = \frac{(-\kappa^2 + 1) \pm (\kappa^2 + 1)}{2\kappa}$$

$$y_1 = \frac{1}{\kappa}; \quad y_2 = -\kappa$$

Bul tabilg`an u tin`ma`nislerin belgilegen jerge qoyamiz:

$$1) \quad \frac{x-a}{x-\epsilon} = y_1 \Rightarrow \frac{x-a}{x-\epsilon} = \frac{1}{\frac{a+\epsilon}{a-\epsilon}} \Rightarrow \frac{x-a}{x-\epsilon} = \frac{a-\epsilon}{a+\epsilon} \Rightarrow ax + \epsilon x - a^2 - a\epsilon = ax - \epsilon x - a\epsilon + \epsilon^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\epsilon x = a^2 + \epsilon^2$$

$$2) \quad \frac{x-a}{x-\epsilon} = y_2 \Rightarrow \frac{x-a}{x-\epsilon} = \frac{a+\epsilon}{\epsilon-a} \Rightarrow \epsilon x - ax - a\epsilon + a^2 = ax + \epsilon x - a\epsilon - \epsilon^2 \Rightarrow 2ax = a^2 + \epsilon^2$$

Meyli $a = 0$ bolsin. $a \neq \pm \epsilon$ bolg`anliqtan  $\epsilon \neq 0$  boladi. Bunnan birinshi ten`lemeden $x = \frac{\epsilon}{2}$ boladi, al bul jag`dayda ekinshi ten`leme sheshimge iye bolmaydi.

Meyli $\epsilon = 0$ bolsin. $a \neq \pm \epsilon$ bolg`anliqtan  $a \neq 0$  boladi. Bunnan ekinshi ten`lemeden $x = \frac{a}{2}$ boladi, al bul jag`dayda birinshi ten`leme sheshimge iye bolmaydi.

$$\text{Eger } a \neq 0, \epsilon \neq 0 \text{ bolsa, } x_1 = \frac{a^2 + \epsilon^2}{2\epsilon}; \quad x_2 = \frac{a^2 + \epsilon^2}{2a}$$

Juwabi: Eger $a \neq 0, \epsilon \neq 0$ bolsa, $x = \frac{\epsilon}{2}$

$$\text{Eger } a \neq 0, \epsilon = 0 \text{ bolsa, } x = \frac{a}{2}$$

$$\text{Eger } a \neq 0, \epsilon \neq 0, a \neq \pm \epsilon \text{ bolsa, } x_1 = \frac{a^2 + \epsilon^2}{2\epsilon}; \quad x_2 = \frac{a^2 + \epsilon^2}{2a}$$

Eger $a = \epsilon$ bolsa berilgen ten`leme mag`anag`a iye bolmaydi.

20-misal: a parametrinin` qanday ma`nislerinde $\frac{x+a}{x+1} + \frac{a-3x}{x-3} = 2$ ten`lemesi

jalg`iz bir korenge iye boladi.

Sheshiw: Berilgen ten`lemenin` aniqlaniv oblasti $x = -1$ ha`m  $x = 3$  ten basqa barliq haqiqiy sanlar ko`pligi boladi. Olay bolsa,

$$\frac{x+a}{x+1} + \frac{a-3x}{x-3} = 2 \Leftrightarrow (x+a)(x-3) + (x+1)(a-3x) = 2(x+1)(x-3) \Leftrightarrow x^2 - 3x + ax - 3a + ax - 3x^2 + a - 3x = 2x^2 - 4x - 6 \Leftrightarrow 4x^2 + 2x - 2ax + 2a - 6 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + x - ax + a - 3 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + (1-a)x + (a-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 0,5(a-3) \end{cases}$$

Berilgen ten'leme $x=1$ jalg'ız koreng'e iye bolıwı ushın x_2 koreni x_1 korenine ten' bolıwı yamasa $x=3, x=-1$ sanlarına ten' bolıwı tiyis.

$$0,5(a-3) = 1 \Leftrightarrow a = 5$$

$$0,5(a-3) = -1 \Leftrightarrow a = 1$$

$$0,5(a-3) = 3 \Leftrightarrow a = 9$$

Juwabı: $a=5$ bolg'anda berilgen ten'leme jalg'ız $x=1$ korenine iye boladı.

Mısal ha'm shınıg'ıwlar:

1. a parametrinin` qanday ma'nislerinde $\frac{x+a}{x+1} + \frac{a-2x}{x-3} = 4$ ten'lemesi jalg'ız bir

koreng'e iye boladı.

2. a parametrinin` qanday ma'nisinde  $x^3 + 5x^2 + 10x + a = 0$  ten'lemesinin` koren'leri arifmetikalıq progressiya du`zedi.

3. a parametrinin` qanday ma'nisinde  $x^3 + ax^2 + 12x + 8 = 0$  ten'lemesinin` koren'leri geometriyalıq progressiyanı du`zedi.

4. a parametrinin` qanday ma'nisinde

$$(x^2 - 2x)^2 - (a+2)(x^2 - 2x) + 3a - 3 = 0 \text{ ten'lemesi ha'r qıylı eki koren'ge iye boladı.}$$

5. a parametrinin` ma'nislerinde $x^3 + 2ax^2 - (a+1)^2 x - 2a(a+1)^2 = 0$

ten'lemesinin` en` u'lken korenin tabın`.

6. $a \geq 1$ ha'm $\theta \geq 0$ parametrlerinin` ma'nislerinde

$$x^2 + (3a\theta + 3a - 2)x + 5a\theta + 5a - 17 = 0 \text{ ten'lemesinin` en` kishi korenin tabın`}$$

7. a parametrinin` ma'nislerine baylanıslı

$$x^4 + (1-2a)x^2 + 2a^2 - 1 = 0 \dots\dots\dots(1) \text{ ten'lemenin` korenlerinin` sanın tabın`}$$

8. a, b, c parametrlerinin` qanday ma'nislerinde $(x-a)^4 + (x-\theta)^4 = c$

ten'lemesi sheshimlerge iye bolmaydı.

9. $(x+3a)(x+4a)(x+8a)(x+12a) = 2a^2x^2$ ten'lemesin sheshin', bunda a-parametr.

10. $\frac{x-a}{x-a} - \frac{x-a}{x-a} + \frac{2a^2}{a^2-a^2} = 0$ ten'lemesin sheshin'.

§4. PARAMETRLİ İRRATSIONAL TEN'LEMELER

1-misal: $x + \sqrt{x-1} = a$ ten'lemesin sheshin'.

Sheshiw: Bul ten'lemede $x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$.

$$x + \sqrt{x-1} = a \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = a-x \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = (a-x)^2 \\ a \geq x \end{cases}$$

$$x-1 = a^2 - 2ax + x^2 \Leftrightarrow x^2 - 2ax - x + a^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - (2a+1)x + (a^2-1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x_{1,2} = \frac{(2a+1) \pm \sqrt{4a^2 + 4a + 1 - 4a^2 - 4}}{2} = \frac{(2a+1) \pm \sqrt{4a-3}}{2}$$

$$\frac{(2a+1) \pm \sqrt{4a-3}}{2} \leq a \Leftrightarrow (2a+1) \pm \sqrt{4a-3} \leq 2a \Leftrightarrow 2a+1 \pm \sqrt{4a-3} \leq 2a \Leftrightarrow 1 \pm \sqrt{4a-3} \leq 0$$

Keyingi ten'sizlikte ten'lik orınlanıw ushın $4a-3=1$ bolıwı tiyis, olay bolsa $4a-3=1 \Leftrightarrow 4a=4 \Leftrightarrow a=1$

Juwabı: Eger $a < 1$ bolsa, ten'leme sheshimge iye emes, eger $a \geq 1$ bolsa berilgen

ten'leme jalğ'ız bir sheshimge iye $x = \frac{2a+1-\sqrt{4a-3}}{2}$

2-misal: $\sqrt{x-a} = \sqrt{2x-1+a}$ ten'lemesin sheshin'.

Sheshiw: Eger $\begin{cases} x \geq a \\ x \geq \frac{1-a}{2} \end{cases}$ bolsa, berilgen ten'leme mag'anag'a iye boladı.

$$\sqrt{x-a} = \sqrt{2x-1+a} \Rightarrow (\sqrt{x-a})^2 = (\sqrt{2x-1+a})^2 \Rightarrow x-a = 2x-1+a \Rightarrow x = 1-2a \text{ bul}$$

ma'nisti x tın' ornına qoyıp a nın' ma'nislerin tabamız:

$$1) 1-2a \geq a \Leftrightarrow 3a \leq 1 \Leftrightarrow a \leq \frac{1}{3}$$

$$2) 1-2a \geq \frac{1-a}{2} \Leftrightarrow 2-4a \geq 1-a \Leftrightarrow 3a \leq 1 \Leftrightarrow a \leq \frac{1}{3}$$

Demek, $a \leq \frac{1}{3}$

Juwabı: Berilgen ten`leme  $a \leq \frac{1}{3}$  bolg`anda jalg`ız bir sheshimge iye boladı, al  $a > \frac{1}{3}$  bolg`anda sheshimge iye bolmaydı.

3-mısal: $x - \sqrt{x^2 + a^2 + 1} = a$ ten`lemesın sheshin`.

Sheshiw: $x - \sqrt{x^2 + a^2 + 1} = a \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + a^2 + 1} = x - a$ bul ten`leme mag`anag`a iye bolıwı ushın  $x \geq a$  ha`m $x^2 + a^2 + 1 \geq 0$ bolıwı tiyis.

Eger $x \geq a$ bolsa,

$$\sqrt{x^2 + a^2 + 1} = x - a \Rightarrow (\sqrt{x^2 + a^2 + 1})^2 = (x - a)^2 \Rightarrow x^2 + a^2 + 1 = x^2 - 2ax + a^2 \Rightarrow 2ax = -1$$

Eger $a \neq 0$ bolsa, onda $x = -\frac{1}{2a}$ boladı.

$$x > a \Rightarrow -\frac{1}{2a} > a \Leftrightarrow a + \frac{1}{2a} < 0 \Leftrightarrow \frac{2a^2 + 1}{2a} < 0 \Leftrightarrow a < 0$$

Juwabı: Eger $a < 0$ bolsa, $x = -\frac{1}{2a}$ sheshimine iye boladı, al $a \geq 0$ bolsa, berilgen ten`leme sheshimge iye bolmaydı.

4-mısal: a parametrinın` ma`nislerinde $\sqrt{4x + a} = 2x - 1$ ten`lemesın sheshin`.

Sheshiw:

$$\begin{aligned} \sqrt{4x + a} = 2x - 1 &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + a = (2x - 1)^2 \\ 2x - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + a = 4x^2 - 4x + 1 \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 8x + 1 - a = 0 \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \\ 4x^2 - 8x + 1 - a = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2 - \sqrt{a + 3}}{2} \\ x_2 = \frac{2 + \sqrt{a + 3}}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Bunnan $a = -3$ bolsa, berilgen ten`leme jalg`ız $x = 1$ sheshimine iye boladı.

Eger $a > -3$ bolsa, $x_1 < x_2$ ha`m berilgen ten`leme to`mendegi sistemanı qanaatlandıratug`ın a parametrinın` ma`nislerinde eki sheshimge iye boladı:

$$\begin{cases} \frac{2 - \sqrt{a + 3}}{2} \geq \frac{1}{2} \\ a > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - \sqrt{a + 3} \geq 1 \\ a > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a + 3} \leq 1 \\ a > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 3 \leq 1 \\ a > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq -2 \\ a > -3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < a \leq -2$$

Demek $-3 < a \leq -2$ bolsa, berilgen ten`leme $x = \frac{2 \pm \sqrt{a + 3}}{2}$ sheshimine iye boladı.

Eger $x_1 < \frac{1}{2}$ ha'm $x_2 \geq \frac{1}{2}$ bolsa, berilgen ten'leme x_2 korenine iye bolıwı ushin

to'mendegi sistema orınlı boladı:

$$\begin{cases} \frac{2 - \sqrt{a+3}}{2} < \frac{1}{2} \\ \frac{2 + \sqrt{a+3}}{2} \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - \sqrt{a+3} < 1 \\ 2 + \sqrt{a+3} \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a+3} > 1 \\ \sqrt{a+3} \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow a+3 > 1 \Leftrightarrow a > -2$$

Demek, $a > -2$ bolg'anda berilgen ten'leme $x = \frac{2 + \sqrt{a+3}}{2}$ sheshimine iye boladı.

Eger $a < -3$ bolsa, $4x^2 - 8x + 1 - a = 0$ ten'lemesinin` diskriminantı teris bolg'anlıqtan berilgen ten'leme sheshimge iye bolmaydı.

Juwabı: eger $a < -3$ bolsa ten'leme sheshimge iye bolmaydı,

eger $a = 3$ bolsa $x = 1$ boladı, eger $-3 < a \leq -2$ bolsa $x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{a+3}}{2}$;

eger $a > -2$ bolsa $x = \frac{2 + \sqrt{a+3}}{2}$ boladı.

5-misal: $\sqrt{x-a} = \sqrt{x} - a$ ten'lemesin sheshin`.

Sheshiw: Eger $x \geq a, x \geq 0, \sqrt{x} \geq a$ bolsa, berilgen ten'leme mag'anag'a iye boladı.

$$\sqrt{x-a} = \sqrt{x} - a \Rightarrow x-a = (\sqrt{x}-a)^2 \Rightarrow x-a = x-2a\sqrt{x}+a^2 \Rightarrow 2a\sqrt{x} = a^2+a \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{a+1}{2}$$

Eger $a = 0$ bolsa, ten'lemenin` sheshimi $x \geq 0$ boladı. Eger $a \neq 0$ bolsa, $\sqrt{x} \geq a$ bolg'anlıqtan $\frac{a+1}{2} \geq a \Leftrightarrow a+1 \geq 2a \Leftrightarrow a \leq 1$ boladı, $a > 1$ bolg'anda ten'leme sheshimge iye bolmaydı.

$\sqrt{x} \geq 0$ bolg'anlıqtan $\frac{a+1}{2} \geq 0 \Leftrightarrow a \geq -1$ boladı, $a \leq -1$ bolg'anda ten'leme sheshimge iye bolmaydı.

Eger $-1 \leq a \leq 1, a \neq 0$ bolsa: $x = \frac{(a+1)^2}{4}$ sheshimine iye boladı.

Juwabı: Eger $a^2 > 1$ bolsa ten'leme sheshimge iye bolmaydı, eger $0 < a^2 < 1$ bolsa $x = \frac{(a+1)^2}{4}$ sheshimine iye boladı, eger $a = 0$ bolsa $x \in [0, \infty]$ boladı.

6-misal: a parametrine baylanıslı $x + \sqrt{a + \sqrt{x}} = a$ ten'lemesin sheshin`.

Sheshiw: Eger $a < 0$ bolsa, berilgen ten'leme sheshimge iye bolmaydı.

Eger $a = 0$ bolsa, $x = 0$ boladı.

Berilgen ten'lemede $0 \leq x \leq a$ bolıwıtiyis. Eger $a > 0$ bolsa,

$$\sqrt{a + \sqrt{x}} = a - x \Rightarrow a + \sqrt{x} = a^2 - 2ax + x^2 \Rightarrow a^2 - (2x + 1)a - \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = x + \sqrt{x} + 1 \\ a_2 = x - \sqrt{x} \end{cases}$$

$x \geq 0$ bolg'anlıqtan $a = x + \sqrt{x} + 1$ ten'lemesinde $a \geq 1$ boladı.

$a = x + \sqrt{x} + 1$ ten'lemesin $\sqrt{x}$ ke qarata kvadrat ten'leme etip sheshemiz:

$$(\sqrt{x})_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{4a - 3}}{2}$$

$x \geq 0$ bolg'anlıqtan berilgen ten'lemenin koreni $\sqrt{x} = \frac{-1 + \sqrt{4a - 3}}{2}$ ten'liginen

to'mendegishe

$$x = \left(\frac{-1 + \sqrt{4a - 3}}{2} \right)^2 = \frac{1 - 2\sqrt{4a - 3} + 4a - 3}{4} = \frac{4a - 2\sqrt{4a - 3} - 2}{4} = \frac{2a - 1 - \sqrt{4a - 3}}{2} \text{ tabıladı.}$$

Endi $a = x - \sqrt{x}$ ten'lemesin $\sqrt{x}$ ke qarata kvadrat ten'leme etip sheshsek:

$$(\sqrt{x})_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{4a + 1}}{2} \text{ iye bolamız. Bunnan}$$

$$x = \left(\frac{1 + \sqrt{4a + 1}}{2} \right)^2 = \frac{1 + 2\sqrt{4a + 1} + 4a + 1}{4} = \frac{4a + 2\sqrt{4a + 1} + 2}{4} = \frac{2a + 1 + \sqrt{4a + 1}}{2}$$

Bul tabılg'an x tın ma'nisi berilgen ten'lemenin sheshimi bolmaydı, sebebi $x \leq a$ sha'rtin qanaatlandırmaydı.

Juwabi: eger $a \in (-\infty, 0) \cup (0, 1)$ bolsa ten'leme sheshimge iye bolmaydı, eger $a = 0$

bolsa $x = 0$, eger $a \in [1, +\infty)$ bolsa, $x = \frac{2a - 1 - \sqrt{4a - 3}}{2}$ boladı.

7-mısal: $\sqrt{2x - 1} - x + a = 0$ ten'lemesin sheshin'.

$$\text{Sheshiw: } \sqrt{2x - 1} - x + a = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x - 1} = x - a \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \geq \frac{1}{2} \\ x^2 - 2ax + a^2 = 2x - 1 \end{cases}$$

$$x^2 - 2(a + 1)x + a^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = a + 1 + \sqrt{2a} \\ x_2 = a + 1 - \sqrt{2a} \end{cases}$$

Demek, $a < 0$ bolsa berilgen ten'leme sheshimge iye bolmaydı.

Eger $a \geq 0$ bolsa berilgen ten'leme $x_1 = a+1+\sqrt{2a}$, $x_2 = a+1-\sqrt{2a}$ korenlerine iye boladı. Endi bul korenlerdin' a parametrinin' qanday ma'nislerinde ten'lemenin' sheshimleri bolatug'ının anıqlaymız, onın' ushın bul korenlerdi joqarıdag'ı sha'rtke qoyamız:

$$1) x \geq \frac{1}{2} \text{ yag'nıy } a+1+\sqrt{2a} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow a+\frac{1}{2}+\sqrt{2a} \geq 0 \Rightarrow a \geq 0$$

$$2) x \geq a \text{ yag'nıy } a+1+\sqrt{2a} \geq a \Leftrightarrow 1+\sqrt{2a} \geq 0$$

$$3) x \geq \frac{1}{2} \text{ yag'nıy } a+1-\sqrt{2a} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow a-2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{a} + \frac{1}{2} \geq 0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 \geq 0$$

$$4) x \geq a \text{ yag'nıy } a+1-\sqrt{2a} \geq a \Leftrightarrow \sqrt{2a} \leq 1 \Rightarrow 2a \leq 1 \Rightarrow a \leq \frac{1}{2}$$

Demek, $0 \leq a \leq \frac{1}{2}$ bolg'anda $x_2 = a+1-\sqrt{2a}$ koreni berilgen ten'lemenin' sheshimi

boladı. $a > \frac{1}{2}$ bolg'anda $x_2 = a+1-\sqrt{2a}$ koreni berilgen ten'lemenin' sheshimi bolmaydı.

Juwbı: Eger $a < 0$ bolsa berilgen ten'leme sheshimge iye bolmaydı,

Eger $0 \leq a \leq \frac{1}{2}$ bolsa $x_{1,2} = a+1 \pm \sqrt{2a}$ korenlerine, eger $a > \frac{1}{2}$ bolsa $x = a+1+\sqrt{2a}$

korenine iye boladı.

8-mısal: $\sqrt{x^2 + ax - 2a} = x+1$ ten'lemesin sheshin'.

Sheshiw: Berilgen ten'leme anıqlang'an bolıwı ushın $x \geq -1$ ha'm $x^2 + ax - 2a \geq 0$ bolıwı tiyis.

$$\sqrt{x^2 + ax - 2a} = x+1 \Rightarrow x^2 + ax - 2a = (x+1)^2 \Leftrightarrow x^2 + ax - 2a = x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow ax - 2x = 1 + 2a \Leftrightarrow (a-2)x = 2a+1 \Leftrightarrow x = \frac{2a+1}{a-2}, \text{ bunda } a \neq 2$$

$$\frac{2a+1}{a-2} \geq -1 \Leftrightarrow \frac{2a+1}{a-2} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2a+1+a-1}{a-2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3a}{a-2} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 2 \\ a \leq \frac{1}{3} \end{cases}$$

Juwbı: Eger $a \in \left] -\infty; \frac{1}{3} \right] \cup]2; +\infty[$ bolsa $x = \frac{2a+1}{a-2}$, eger $a \in \left] \frac{1}{3}; 2 \right]$ bolsa berilgen

ten'leme sheshimge iye bolmaydı.

9-mısal: a parametrine baylanıslı $x^2 - \sqrt{a-x} = a$ ten'lemesin sheshin'.

Sheshiw: Ten`lemenin` anıqlanıw oblastın tabamız:

$$\begin{cases} a-x \geq 0 \\ x^2-a \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq a \\ x^2 \geq a \end{cases} \Leftrightarrow x \leq a \leq x^2$$

$$\begin{aligned} x^2 - \sqrt{a-x} = a &\Leftrightarrow \sqrt{a-x} = x^2 - a \Rightarrow a-x = (x^2 - a)^2 \Rightarrow a-x = x^4 - 2x^2a + a^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow a^2 - (2x^2 + 1)a + x + x^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = x^2 + x \\ a_2 = x^2 - x + 1 \end{cases} \end{aligned}$$

$a = x^2 + x$ ten`lemesinin` koreni berilgen ten`lemenin` koreni bolıwı ushın to`mendegi sistemanı qanaatlandırıwı tiyis:

$$\begin{cases} x^2 + x = a \\ x \leq a \leq x^2 \end{cases}$$

Bul sistemanın` birinshi ten`lemesi ha`m  $a \leq x^2$  ten`sizliginen $x \leq 0$ bolatug`ını kelip shıg`adı.

$$x^2 + x = a \Leftrightarrow x^2 + x - a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1 - \sqrt{4a+1}}{2} \\ x_2 = \frac{-1 + \sqrt{4a+1}}{2} \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} \frac{-1 - \sqrt{4a+1}}{2} \leq 0 \\ \frac{-1 - \sqrt{4a+1}}{2} \leq a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + \sqrt{4a+1} \geq 0 \\ 1 + \sqrt{4a+1} + 2a \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+1 \geq 0 \\ a \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -\frac{1}{4} \\ a \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow a \geq 0$$

$$2) \begin{cases} \frac{-1 + \sqrt{4a+1}}{2} \leq 0 \\ \frac{-1 + \sqrt{4a+1}}{2} \leq a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{4a+1} \leq 1 \\ \sqrt{4a+1} \leq 2a+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq 0 \\ a \geq -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq a \leq 0$$

$a = x^2 - x + 1 \leq x^2 \Leftrightarrow x \geq 1$. Bul jag`dayda berilgen ten`lemenı x tin` tek bir g`ana $x = \frac{1 + \sqrt{4a+1}}{2}$ ma`nisi qanaatlandıradı.

Juwabı: eger $a \in \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$ bolsa, onda $x \in \emptyset$,

eger $a \in \left[-\frac{1}{4}; 0\right]$ bolsa, onda $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{4a+1}}{2}$,

eger $a \in (0; 1)$ bolsa, onda $x = \frac{-1 - \sqrt{4a+1}}{2}$,

eger $a \in [1; +\infty)$ bolsa, onda $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{4a+1}}{2}$, $x_2 = \frac{1 + \sqrt{4a+1}}{2}$ boladı.

Mısal ha'm shınıg'ıwlar:

1. a parametrine baylanıslı $x^2 - \sqrt{a-2x} = a$ ten`lemesın sheshin`.
2. $\sqrt{4x-1} - 2x + a = 0$ ten`lemesın sheshin`.
3. $\sqrt{x^2 + 2ax - 4a} = x + 1$ ten`lemesın sheshin`.
4. $\sqrt{6x-a} = \sqrt{x-a}$ ten`lemesın sheshin`.
5. a parametrinin` ma`nislerinde $\sqrt{5x+a} = 10x-1$ ten`lemesın sheshin`.
6. $x - \sqrt{x-1} = a$ ten`lemesın sheshin`.
7. $2x + \sqrt{x-1} = 2a$ ten`lemesın sheshin`.
8. $x + \sqrt{x^2 + a^2 + 1} = a$ ten`lemesın sheshin`.
9. $\sqrt{x^2 + a^2 + 1} = a$ ten`lemesın sheshin`.
10. $\sqrt{x-a} = \sqrt{3x-1+2a}$ ten`lemesın sheshin`.

Paydalanilg'an a'debyatlar:

1. Algebra ha'm matematikalıq analiz tiykarlari. 1ha'm 2 bo'lim. // Abdixamidov A.I, Nasimov X.A, Nosirov I.M, Xusanov J.X. – No'kis: «Bilim», 2005.
2. Вавилов В.В, Мельников И.И. Задачи по математике. Уравнения и неравенство. – Москва: «Наука», 1987.
3. Galitskiy M.L. va boshqalar. Algebra va matematik analiz kursini chuqur o'rganish: Metodik tavsiyalar va didaktik materiallar. – Toshkent: «O'qituvchi» 1995.
4. 3000 конкурсних задач по математике. // Куланин Е.Д, Норин В.П, Федин С.Н, Шевченко Ю.А. – Москва, 1998.
5. Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. Практикум по элементарной математике. – Москва: «Просвещение», 1991.
6. Mirzaahmedov M.A., Karimov R.A. Tenglama va tangsizliklarni echish. – Toshkent: «O'qituvchi», 1989.
7. Umirbekov A.U, Shaabzalov Sh.Sh. Matematikani takrorlang. – Toshkent: «O'qituvchi», 1989.
8. Saxaev M. Algebradan masalalar to'plami. – Toshkent: «O'qituvchi», 1987.
9. Яремчук Ф.Р., Рудченко П.А. Алгебра и элементарные функции. – Киев, 1976.
10. Шаригин И. Математика для поступающих в вуз. – Москва: Дрофа, 2004.

MAZMUNI

Kirisiw.....	3
§1. Birinshi da`rejeli sızıqlı parametrli ten`lemelerdi sheshiw usılları	4
§2. Parametrli kvadrat ten`lemelerdi sheshiw usılları	13
§3. Parametrli ratsional ten`lemelerdi sheshiw usılları	26
§4. Parametrli irratsional ten`lemelerdi sheshiw usılları	41
Paydalanılğ`an a`debiyatlar	48

Du'ziwshiler:

N.Djumabaev, J.Valieva – A'jiniyaz atındag'ı No'kis ma'mleketlik pedagogikalıq institutı ulıwma matematika kafedrasının' ag'a oqıtıwshıları.

G.Mamutova – Ulıwma matematika kafedrası assistent oqıtıwshısı.

PARAMETRLİ TEN`LEMELERDİ SHESHİW USILLARI

(metodikalıq qollanba)

Metodikalıq qollanba A'jiniyaz atındag'ı No'kis ma'mleketlik pedagogikalıq institutının' Oqıw-metodikalıq Ken'esi qararı (4-iyul' 2014-jılǵı №10) menen baspadan shıǵ'arıwǵ'a usınılg'an.

Bas redaktor *K.M. Koshanov*

Tex. redaktor *U.B. Balıмова*

Operator *N. Reymov*

A'jiniyaz atındag'ı NMPİ redaktsiya-baspa bo'limi

A'jiniyaz atındag'ı NMPİ kishi baspaxanasında basılǵ'an 2014-j.

**Buyırtpa 0087. Nusqası 100 dana. Formatı 60x84. Ko'lemi 3,25 b.t.
230105, No'kis qalası, A. Dosnazarov ko'shesi-104. Reestr № 11-3084.**

