O`ZBEKSTAN RESPUBLIKASI JOQARI HA`M ORTA ARNAWLI BILIMLENDIRIW MINISTRLIGI

NO`KIS MA`MLEKETLIK PEDAGOGIKALIQ INSTITUTI

MEXANIKA
pa`ni boyınsha lektsiya tekstleri

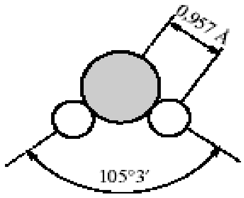
Dúzgen: ass. D.Asanov

Nókis 2021

KIRISIW

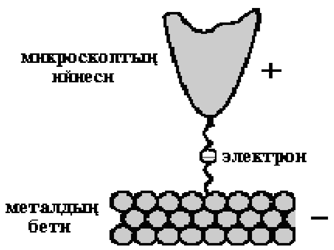
Fizika tábiyat haqqındaǵı ilim bolıp tabıladı. Bul ilim bizdi qorshap turǵan dúnyanı túsiniw hám táriplewge umtılıwlardıń saldarınan payda boldı. Al biziń dúńyamız bolsa oǵada quramalı hám qızıqlı: Qúyash hám Ay, kúndiz ham tún, bultlar, teńizler, tereklerdiń shawqımları, samal, tawlar, jer silkiniwleri, jamǵır, hayúanlar hám ósimlikler dúńyası, okenlardaǵı tasıwlar menen qaytıwlar, eń aqırında adam. Adamlar usı dúńyanıń bir bólegi retinde usı dúńyanıń qanday dúziliske hám qásiyetlerge iye ekenligin biliwge umtıladı. Bul múmkin be? Bul sorawǵa múmkin dep juwap beriwdiń durıs ekenligin biz bilemiz. Biz kúndelikli tájiriybelerden dúńyanıń biliwge bolatuǵınlıǵın, biziń átirapımızda bolıp atırǵan kóp túrli kubılıslardıń tiykarında jatatuǵın fizikalıq nızamlar haqqında kóp nárseniń belgili ekenligin bilemiz.

Al biz ne bilemiz? Biz bizdi qorshap turǵan denelerdiń barlıǵınıń da **atomlardan** turatuǵınlıǵın bilemiz. Atomlar dúńyanıń dúzilisindegi gerbishler bolıp tabıladı. Olar zliksiz kozǵalısta boladı, úlken qashıqlıqlarda bir birine tartıladı, al olardı jaqınlatsaq bir biri menen iyterisedi. Atomnıń ólshemi shama menen 10^{-8} sm ≈ 1 Å (angstrem, eger almanı Jerdiń úlkenligindey etip úlkeytsek, usı almanıń atomlarınıń ózleriniń úlkenligi almaday boladı). Suw molekulası N_2O vodorodtıń eki atomınan hám kislorodtı bir atomınan turadı



Suw molekulası

Atomlardı kóre alamız ba? Tunnellik mikroskop dep atalıwshı mikroskoptıń járdeminde 1981-jıllardan baslap kóre alatuǵın boldıq.



Tunnellik mikroskop. Tunnellik toqtıń shaması iyneniń ushı menen
bet arasındaǵı qashıqlıqqa baylanıslı.

Dúńyanıń atomlardan turatuǵınlıǵın biliwden qanday payda alamız? Mısalı qattı, suyıq, gaz tárizli zatlardıń ne sebepli bar ekenligin, sestiń qanday tezlik penen tarqalatugınlıǵın, samolettıń nelikten usha alatuǵınlıǵın, temperaturanıń ne ekenligin hám basqalardı bile alamızba?

Al atomlardıń ózleri nelerden turadı? Bizler atomlardıń oń zaryadlanǵan yadrodan hám onıń dógereginde qozǵalıp júretuǵın teris zaryadlanǵan elektronlardan turatuǵınlıǵın bilemiz. Elektronnıń ólshemleri házirgi waqıtlarǵa shekem ólshengen joq. Tek ǵana onıń 10^{-16} sm den kishi ekenligi belgili. Yadronıń ólshemleri oǵan salıstırǵanda ádewir úlken – shama menen 10^{-12} – 10^{-13} sm. Óz gezeginde yadrolar protonlar menen neytronlardan turadı. Atomnıń massasınıń derlik barlıǵı yadroda toplanǵan. Elektron bolsa proton yamasa neytronnan derlik 2000 ese jeńil:

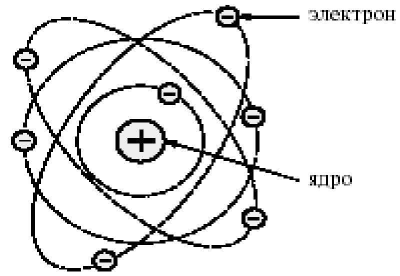
$$m_p \approx m_n \approx 1{,}67*10^{-28} \text{ г.}$$

Dál mánisleri:

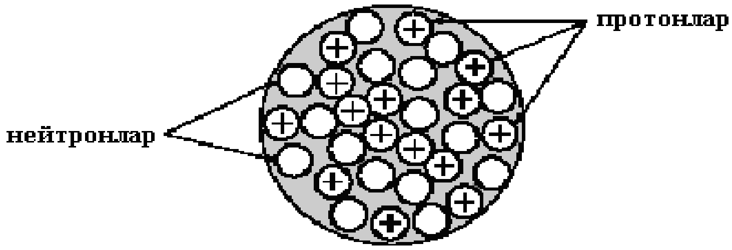
$$m_e = 9{,}10938188(72)*10^{-25} \text{ g.}$$

$$m_r = 1{,}67262158(13)*10^{-24}\ g.$$
$$m_n = 1{,}67492716(13)*10^{-24}\ g.$$

Bul ańlatpalardan neytronnıń massasınıń protonnıń massasınan úlken ekenligi kórinip tur. Usıǵan baylanıslı neytron ózinen ózi protonǵa, elektronǵa hám antineytrinoǵa ıdıraydı (bul haqqında tómende gáp etiledi).



Atomnıń qurılısı.



Yadronıń qurılısı.

Protonlar menen neytronlardıń ózleri nelerden turadı? dep soraw beriw múmkin. Juwap belgili. Olar kvarklerden turadı. Al elektron she? Elektron bolsa ózinen baska hesh nárseden turmaydı.

Biz usı jerde házirshe neden turadı dep soraw beriwdi toqtatamız. Sebebi usınday soraw-lar beriw arqalı adamzat biletuǵın sheklerge tez jetemiz hám bunnan keyin «bilmeymen, bilmeymiz» dep juwap beriwge tuwra keledi. Sonlıqtan atomlarga kayta kelemiz.

Atom degenimiz boslıq bolıp tabıladı. Eger atom yadrosın almanıń úlkenligindey etip úlkeytsek, onda yadro menen oǵan jaqın elektron arasındaǵı qashıqlıq 1 km dey boladı. Eger yadro menen elektronlar zaryadlanbaǵan bolǵanda atomlar bir biri arqalı biri birine hesh qandpay kesentsiz arqayın óte alǵan bolar edi.

Joqarıda aytılganlardıń barlıǵı qay jerde (qay orında) jaylasqan? Tábiyattıń barlıq ku-bılısları júzege keletuǵın «Úlken qutını» **A`lem** dep ataymız. Álemniń ólshemleri 10^{28} sm $\approx 10^{10}$ jaqtılıq jılı (jaqtılıqtıń 1 jıl dayaamında ótken jolınıń uzınlıǵın jaqtılıq jılı dep ataydı). Salıstırıw ushın mınaday shamalardı keltiremiz: Quyash penen Jer arasındaǵı qashıqlıq $1{,}5*10^{13}$ sm yamasa 150 mln. km, Jerdiń radiusı bolsa $6{,}4*10^{8}$ sm (6400 km). Álemniń bizge baqlanıwı múmkin bolgan bólimindegi protonlar menen neytronlardıń ulıwmalıq sanı shama menen 10^{78}-10^{82} aralıǵında. Quyashtıń quramında $\approx 10^{57}$, al Jerdiń quramında $\approx 4*10^{51}$ proton menen neytron bar. Álemnin baqlanıyaı múmkin bolǵan bólimindegi Quyashtıń massasınday massaga iye juldızlardıń sanı shama menen 10^{234} ke teń. Eń jeńil juldızlardıń massası Quyash-tıń massasınıń 0,01 in, al massası úlken juldızlardıń massası Quyashtıń massasınan júzlegen ese ulken.

Hámme nárseler de, sonıń ishin de bizler de atomlardan turamız. Tirishilik Álemdegi eń quramalı qubılıs bolıp tabıladı. Adam eń bir kuramalı tirishilik iyesi bolıp, ol shama menen 10^{16} kletkadan turadı. Al kletka bolsa 10^{12}-10^{14} atomnan turıp, elementar fiziologiyalıq kutısha bolıp tabıladı. Qálegen tiri organizmniń kletkasına keminde bir dana DNK nıń (dezoksiribonuklein kislotasınıń) uzın molekulalıq sabağı kiredi. DNK molekulasında 10^8-10^{10} atom boladı. Bul atomlardıń bir birine salıstırǵandaǵı dál jaylasıwı individuumnan individuumga ótkende ózgeredi. DNK molekulasın genetikalıq informatsiyalardı alıp júriwshi dep atawǵa boladı.

Ta`sirlesiw túsinigin atom túsiniginen ayırıwǵa bolmaydı. Qattı denelerdegi atomlar bir biri menen kalay baylanısqan, ne sebepli Jer Quyashtı taslap ketpey, onıń dógereginde aylanıp júredi (basqa sóz benen aytqanda nelikten alma úzilip Jerge túsedi). Yadrodaǵı oń zaryadlanǵan protonlar bir biri menen iyterisetuǵın bolsa da neniń tásirinde tarqalıp ketpeydi? Olardi bir jerde (yadroda) qanday kúsh uslap turadı?

Usı waqıtlaǵa shekem tábiyatta tásirlesiwdiń tórt tiykargı túri tabılǵan:

elektromagnit, gravitatsiyalıq, kushli hám **a`zzi**.

Birinshi tásirlesiw zaryadlanǵan bóleksheler arasındaǵı tásirlesiwdi támiyinleydi. Eger siz barmaǵınız benen stoldı basatuǵın bolsańız, siz elektromagnitlik tábiyatqa iye bolgan tásirlesiwdi sezesiz. Bunday tásirlesiwde tartısıw menen iyterisiw orın aladı.

Gravitatsiyalıq tásirlesiw tiykarınan pútkil dúńyalıq tartısıw nızamı túrinde kórinip, barlıq waqıtta da tartısıwdı támiyindeyli (gavitatsiyalıq iyterisiw hazirshe baqlanǵan joq). Almanıń úzilip Jerge túsiwi buǵan dálil bola aladı. Jer menen Quyash arasındaǵı tartısıw Jerdi Quyash átirapındaǵı orbita boyınsha aylanıp júriwge májbúrleydi. Salmaq qushi de juldızlardıń janıwına alıp keletuǵın kúsh bolıp tabıladı. Bul tartılıs kúshi atom yadrolarınıń bir birine jakınlawı ushın zárúrli bolǵan kinetikalıq energiyanı beredi. Al usı kinetikalıq energiyanıń esabınan termoyadrolıq sintez reaktsiyası baslanadı. Al termoyadrolıq sintez reaktsiyası bolsa Álemdegi juldızlardıń kópshiliginiń energiyalarınıń deregi bolıp tabıladı.

Tek qısqa aralıqlarda ǵana tásirlesiwdi boldırıwı kúshli tásirlesiwdiń basqa tásirlesiwlerden parqı bolıp tabıladı. Onıń tásir etiw radiusı shama menen 10^{12}-10^{13} sm ke teń (yaǵnıy atom yadrolarınıń ólshemlerindey aralıqlar). Bul protonlar menen neytronlar (olardı ulıwma túrde nuklonlar dep ataydı) arasındaǵı tásirlesiw barlıq waqıtta da tartısıw xarakterine iye boladı.

Eń akırǵı tásirlesiw ázzi tásirlesiw bolıp tabıladı. Ázzi tásirlesiw arqalı baqlanıwı dım kıyın bolǵan (baska sóz benen aytqanda tuttırmaytuǵın) neytrino zatlar menen tásirlesedi. Bul bólekshe kosmos keńliginde qozǵalısı barısında Jer menen soqlıǵısqanda Jerdi sezbeydi hám Jer arkalı ótip kete beredi. Ázzi tásirlesiw kórinetuǵın protsesstiń mısalı retinde neytronnıń β-ıdırayaın atap ótiwge boladı. Ázzi baylanıstı esapqa alǵanda neytron turaqlı bólekshe emes, al shama menen 15 minut ótkennen keyin proton, elektron hám antineytrinoǵa ıdıraydı:

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e .$$

Sońǵı waqıtları teoretiklerdiń tırısıwları menen elektromagnit hám ázzi tásirlesiwlerdi biriktiriw sáti tústi. Bul tiykarǵı tásirlesiwlerdiń sanın úshke kemeytedi. Bul tásirlesiwlerdiń salıstırmalı kúshi tómendegidey: eger yadrodaǵı nuklonlar (protonlar menen neytronlar) arasındaǵı salıstırmalı tásirlesiwdi birge teń dep alsaq, onda kelesi kúshke elektromagnit tásirlesiw iye bolıp, ol 10^{-2} ge teń, bunnan keyin ázzi baylanıs júredi (10^{-5}). Usınday mániste gravitatsiyalıq tásirlesiw eń ázzi baylanıs bolıp tabıladı hám onıń salıstırmalıq mánisi shama menen 10^{-40} ka iye.

Qúshli tásirlesiwdiń tábiyatı usı wıqıtlarǵa shekem tolıq túsinikli emes bolıp qalmaqta. Durısıraǵı onıń teoriyası usı waqıtlarǵa sheke qurılmaǵan. Biraq usıǵan qaramastan adamzat atom bombasın sogıp yadrolıq kúshlerdi paydalanıwdı úyrendi. Atom bombasın yadro bombası dep atasaq durıs bolǵan bolar edi. Sebebi sol bombanıń partlanıwı yadroda bolatuǵın protsessler – yadrolardıń bóliniwi hám birigiwi menen baylanıslı. Al tábiyat bolsa bul kúshlerdi paydalanıwdı álle qashan-aq úyrengen. Quyashtaǵı termoyadrolıq reaktsiya Jerdegi jıllılıqtıń deregi.

Házirgi zaman fizikasına kirgizilgen áhmiyetli túsiniklerdiń biri **maydan** túsinigi bolıp tabıladı. Hesh qanday bólekshelerge iye emes, sonlıqtan bos dep esaplanatuǵın keńislikler shın mánisinde «bos» bolıp tabılmaydı. Mısalı bólekshelerden bos keńislikte hár qıylı maydanlardıń bolıwı múmkin. Usınıń mısalı elektromagnitlik maydan bolıp tabıladı. Bul maydanlar ózlerin payda etken bólekshelerden ǵárezsiz ózinje jasay aladı. Házir jaqsı belgili bolgan elektromagnit tolqındarı maydannıń jasawınıń forması bolıp tabıladı. Bul elektromagnit tolqınları biziń turmısımızǵa tereńnen endi. Usınıń saldarınan radio menen televidenie bizge avtomobil` sıyaqlı tábiyiy bolıp kórinedi.

Gravitatsiyalıq tolqınlar eksperimentte ele tabılǵan joq. Biraq Eynshteynniń salıstırmalılıq teoriyasına muwapıq bunday tolqınlar tábiyatta boladı. Shaması, kóp uzamay gravitatsiyalıq tolqınlar eksperimentte sózsiz tabıladı.

Jerge qaytıp kelemiz. Jerdegi oǵada kóp bolǵan qubılıslardı qanday tasirlesiw anıqlaydı? degen sorawǵa itibar bereyik. Gravitatsiyalıq tásirlesiw eń ázzi tásirlesiw bolıp tabıladı, biraq bul tásirlesiw biziń Jer betinen Kosmos keńisligine ushıp ketpewimizdi támiyinleydi. Bunday mániste gravitatsiyalıq tásirlesiw Jerdiń betinde bizdi, suwdı, hawanı uslap turadı. Jerdegi yadrolıq tásirlesiw oǵada kúshli. Eger onday bolmaǵanda usı tásirlesiw menen baylanıslı bolǵan oǵada gigant energiya barlıq tirishilikti joq kılıp jibergen bolar edi.

Solay etip Jerde bolıp atırǵan derlik barlıq protsesslerdi qozǵalısqa keltiretuǵın tiykargı kúsh elektromanit tásirlesiwi hám usı tásirlesiwdiń saldarınan júzege kelgen qubılıslar bolıp tabıladı. Bul kúshlerdi biliw ximiyalıq reaktsiyalardı, biologiyalıq protseslerdi (demek tirishilikti de), hawa menen suwdıń qozǵalısın, hátte jer silkiniwdi de túsiniwdiń tiykarı bolıp tabıladı. Usı aytılganlar ishindegi keyingi úshewiniń júzege keliwinde gravitatsiyalıq kúshler ahmiyetli orındı iyeleydi (mısalı hawanıń atmosferadaǵı konvektivlik aǵısların payda etiwde). Al usı aytılǵanlardıń barlıǵı da atom sıyaqlı kishi bólekshelerde yamasa sistemalarda áhmiyetke iye bolmay qaladı. Bul jerde elektromagnitlik tásirlesiw tiykarǵı orındı iyeleydi.

Elektronlar menen yadro tartısatuǵın bolsa da nelerdiń sebebinen sol elektronlar yadroǵa qulap túspeydi? dep soraw beriledi. Rásinda da atomnıń ólshemin (shama menen 1 angstremge teń) ne anıqlaydı? Usınıń sebebin Quyashtıń dógeregindegi Jerdiń aylanıp júriwi menen birdey dep oylaw múmkin. Jer aylanadı hám Quyashqa qulap túspeydi. Biraq bul jerde bir áhmiyetli problema tur. Problema sonnan ibarat, tezleniw menen qozǵalıwshı zaryadlanǵan bólekshe ózinen elektromagnit tolqını túrinde energiyanı nurlandırıwı kerek. Radio esittiriwlerdi, televiziyalıq kórsetiwlerdi tarqatıyashı antennalar tap usınday etip soǵılǵan. Bul antennalar arqalı ózgermeli toq ótkeredi hám sonlıqtan olar elektromagnit toqınların nurlandıradı. Bul nurlardı bolsa bizler televizorlarımız yamasa radioqabıllaǵıshlarımızdıń járdeminde tutamız. Bul toqınlar ózleri menen energiya alıp ketedi. Usınıń saldarınan elektronnıń aqır-ayaǵında yadroǵa qulap túsiwi kerek. Biraq bunday kubılıs baqlanbaydı. Atom salıstırmalı túrde turaqlı. Bunıń dálili biziń dúńyada bar ekenligimiz. Al atomnıń stabilliginiń sebebi nede? Sebep sonnan ibarat, elektronlardıń yadro dógeregindegi qozǵalısların basqaratuǵın nızamlar Jerdiń Quyash dógereginde aylanıwın basqaratuǵın nızamlar emes. Atomlarda kvant mexanikasınıń nızamları húkimlik qıladı.

Kvant mexanikası yamasa kvant fizikası XX ásirdiń eń ullı ilimiy jetiskenlikleriniń biri bolıp tabıladı. Bul ilim mikrodúńyadaǵı bólekshelerdiń (yaǵnıy elektron, atom usaǵan kishi massaǵa iye bólekshelerdiń keńisliktiń kishi uchastkalarındaǵı qozǵalısı) qozǵalıs nızamların táripleydi. Kvant mexanikası óz ishine dara jaǵdayı sıpatında klassikalıq mexanikanı da alatuǵın ulıwmalıq ilim bolıp tabıladı. Al kvant mexanikasınıń tiykarǵı tastıyıqlawı nege alıp kelinedi? degen sorawdıń beriliwi múmkin. Bul soraw mına jaǵdayǵa alıp kelinedi: bóleksheler bir waqıtta koordinata menen impul`stıń anıq mánislerine iye bola almaydı.

Yaǵnıy kvant mexanikasında bólekshenıń traektoriyası túsinigi bolmaydı. Eger bólekshenıń koordinatasındaǵı anıqsızlıq Δx, al onıń impul`sınıń anıqsızlıǵı Δr bolsa, onda bul shamalar kvant mexanikasında

$$\Delta x * \Delta p \geq \hbar / 2$$

teńsizligi menen sheklengen (bul 1927-jılı V.Geyzenberg tárepinen ashılǵan). ħ arqalı Plank turaqlısı belgilengen.

$$\hbar=1{,}054571596(82)*10^{-27} \text{ erg*sek.}$$

Anıqsızlıq qatnası dep atalatuǵın bul qatnas bizge bılay deydi: eger elektron yadroǵa qulap tússe (yadro júdá kishi bolǵanlıqtan) biz onıń koordinatasın bilgen bolar edik hám $\Delta x=0$, al bunday jaǵdayda impul`stıń anıqsızlıǵı Δr sheksiz úlken bolǵan bolar edi (∞) hám sonlıqtan elektron bul jaǵdayda tartılıs kúshlerin jeńip yadrodan ushıp ketken bolar edi. Al elektrondı lokalizatsiyalawdıń múmkinshiliginiń joqlıǵı (yaǵnıy elektrondı bir orınǵa jaylastırıw haqqında aytılmaqta) aqırǵı esapta elektronnıń haqıykatında bólekshe emes, al tolqın ekenligi menen baylanıslı (bári bir elektrondı bólekshe dep esaplaǵan qolaylı, biraq bul bólekshe ózin tolqınǵa uqsas etip kórsetetuǵınday ayrıqsha qásiyetlerge iye). Bul tolqındı de Broyl` tolqını dep ataydı hám onıń tolqın uzınlıǵı

$$\lambda = \frac{\hbar}{p}$$

ǵa teń. Bul formulada r arqalı elektronnıń impul`sı belgilengen. Al tolqındı bolsa keńislikte tolqın uzınlıǵınan kishi ólshemlerge shekem lokalizatsiyalawǵa bolmaydı.

Endi atomnıń ólshemlerin bahalayıq. Bunıń ushın $\Delta r * \Delta r \approx \hbar$ anıqsızlıq printsipinen paydalanamız. Bul ańlatpada Δr arqalı elektronnıń koordinatasınıń anıqsızlǵı belgilengen, al Δr onıń impul`sınıń anıqsızlıǵı. Shamasınıń úlkenligi boyınsha $\Delta r \approx r$ hám $\Delta r \approx r$. Bul ańlatpalardaǵı r yadrodan elektronǵa shekemgi xarakterli qashıqlıq (yaǵnıy atomnıń úlkenligi), al r bolsa elektronnıń impul`sınıń xarakterli mánisi. Kulon maydanındaǵı qozǵalısta potentsial energiyanıń shaması kinetikalıq energiyanıń shamasına barabar boladı. Sonlıqtan r hám r di anıqlaw ushın eki qatnasqa iye bolamız:

$$\begin{cases} \dfrac{e^2}{r} \approx \dfrac{p^2}{2m}, \\ r * p \approx \hbar. \end{cases}$$

Birinshi ańlatpadan $p = \sqrt{2me^2 / r}$ ekenligine iye bolamız. Bul shamanı ekinshi teńlemege koyıp mınanı alamız:

$$r \approx \frac{\hbar^2}{2me^2}.$$

Juwıq túrde $\hbar \approx 10^{-27}$ erg*sek, $m \approx 10^{-27}$ g hám $e \approx 5*10^{-10}$ SGSE. Bul shamalardı alınǵan ańlatpalarǵa qoysaq

$$r \approx 10^{54}/(10^{-27}*25*10^{-20}) \text{ sm} = 10^{-7}/25 \text{ sm} = 0{,}4 \text{ Å}$$

shamasın alamız. Solay etip anıqsızlıq printsipiniń arqasında atomnıń turaqlı ekenligine iye bolamız.

Kvant mexanikası ximiyalıq hám biologiyalıq protseslerdi túsiniw ushın zárúrli. Demek kant mexanikası biziń dúzilisimizdi túsiniw ushın zárúrli degen sóz. Biraq bul mexanikanı úyreniw salıstırmalı kuramalı bolǵanlıqtan ápiwayı bolǵan klassikalıq mexanikanı úyreniwden baslaw kerek. Al biz bul kursta bolsa sol klassikalıq mexanikanı úyrenemiz.

Mexanika denelerdin` qozg`alısı menen ten` salmaqlıg`ı haqqındag`ı ilim bolıp tabıladı.

Ulıwma fizika kursınıń «Mexanika» bólimi boyınsha lektsiyalar Ózbekstan Respublikası universitetleriniń fizika qánigeligi studentleri ushın dúzilgen oqıw baǵdarlaması tiykarında dúzildi. Kurstı úyreniw barısında studentler noqat kinematikasınan baslap materiallıq noqatlar sisteması kinematikası, dinamikanıń barlıq tiykarǵı nızamları hám dástúrge aylanǵan joqarı oqıw orınları mexanikası materialları menen tanısadı.

Kurstı ótiw barısında relyativistlik mexanikaǵa ádewir itibar berilgen. Studentler Lorents túrlendiriwleri hám onnan kelip shıǵatuǵın nátiyjeler, relyativistlik qozǵalıs teńlemesi, joqarı tezlikler ushın saqlanıw nızamların tolıǵıraq úyrenedi.

Lektsiyalar tekstlerinde zárúrli bolǵan formulalar tiykarınan SI hám SGS sistemalarında jazılǵan.

Matematikalıq ańlatpalardı jazıw kitaplarda qollanılatuǵın shriftlarda ámelge asırılǵan. Vektorlar juwan háriplerde jazılǵan. Mısalı **v** tezlik vektorına sáykes keletuǵın bolsa, v sol vektordıń san mánisin beredi.

Bólshek belgisi retinde kóbirek / belgisi qollanılǵan. Biraq tiyisli orınlarda $\frac{1}{\mu}$ yamasa $\frac{1}{2}$ túrdegi jazıwlar da paydalanıladı. Sol sıyaqlı tuwındılardı belgilew ushın da eki túrli jazıw usılı keltirilgen. Mısalı d/dt yamasa $\frac{d}{dt}$ (dara tuwındılar jaǵdayında $\frac{\partial}{\partial t}$) belgileri. Bul jazıwlardıń barlıǵı da lektsiya tekstlerin oqıwdı jeńillestiriw ushın paydalanılǵan.

Lektsiyalardı dúziwde tariyxıy ádebiyat keń túrde paydalanıldı. Máselen Ńyuton nızamları bayan etilgende onıń 1686-jılı birinshi ret jarıq kórgen «Natural filosofiyanıń matematikalıq baslaması» («Natural filosofiya baslaması» dep te ataladı) kitabınan alınǵan maǵlıwmatlar paydalanıladı. Sonıń menen birge lektsiya kursı 19-ásirdiń aqırında jazılǵan Petrograd universiteti professorı O.D.Xval`sonnıń "Fizika kursı" kitabınan maǵlıwmatlar keltirilgen. Bul maǵlıwmatlar fizika ili mine bolǵan kóz-qaraslardıń qanday ózgerislerge ushıraǵanlıǵın ayqın sáwlelendiredi.

Joqarıda aytılǵanlar menen bir qatarda lektsiya tekstlerin tayarlawda sońǵı waqıtları rawajlanǵan eller joqarı oqıw orınları menen kolledjlerinde keńnen tanılǵan ádebiyatlar da qollanıldı. Olardıń ishinde ekewin atap ótemiz:

1. David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker. Fundamentals of Physics. John Wiley & Sons, Inc. New York Chichester Brisbane Toronto Singapore. 1184 p.
2. Peter J. Nolan. Fundamentals of College Physics. WCB. Wm. C. Brown Publishers. Dubuque, Ioma. Melbourne, Australia. Oxford, England. 1070 p.

Sonıń menen birge lektsiyalar testleri tayarlanǵanda internet arqalı alınǵan jańa materiallar da paydalanıldı (mısalı gravitatsiya turaqlısı ushın alınǵan eń keyingi dál mánis).

Lektsiyalar kursın tayarlawda tiykarınan tómendegi oqıw quralları menen sabaqlıqlar basshılıqqa alındı:

A.N.Matveev. Mexanika i teoriya otnositel`nosti. «Vısshaya shkola». Moskva. 1976. 416 s.

I.V.Savel`ev. Kurs obshey fiziki. Kniga I. Mexanika. Moskva. "Nauka". 1998. 328 s.

I.V.Sivuxin. Kurs fiziki. T. 1. Mexanika. Molekulyarnaya fizika. Spb.: TOO «Mifril», 1996, 304 s.

D.V.Sivuxin. Obshiy kurs fiziki. Tom I. Mexanika. Izd. «Nauka». Moskva. 1974. 520 s.

S.P.Strelkov. Mexanika. Izd. «Nauka». Moskva. 1975. 560 s.

S.E.Xaykin. Fizicheskie osnovı mexaniki. Izd. «Nauka». Moskva. 1971. 752 s.

Qosımsha ádebiyatlar:

L.D.Landau, A.I.Axiezer, E.M.Lifshits. Kurs obshey fiziki. Mexanika i molekulyarnaya fizika. Iz. «Nauka». Moskva. 1969. 399 s. (Qaraqalpaqsha awdarması L.D.Landau, A.I.Axiezer, E.M.Lifshits. Ulıwma fizika kursı. Mexanika hám hám molekulalıq fizika. B.Ábdikamalov tárepinen 2002-jılı awdarılǵan. Elektronlıq versiyası universitet kitapxanasında).

D.A.Parshin., G.G.Zegrya. Lektsii po mexanike. Rossiyskaya Akademiya nauk, Fiziko-texnicheskiy institut im.A.F.Ioffe, Nauchno-obrazovatel`nıy tsentr (Internetten alınǵan, elektronlıq versiyası universitet kitapxanasında).

1-sanlı lektsiya.
§ 1. Fizika iliminin` ma`seleleri, modelleri ha`m usılları

1. Fizikanıń máseleleri.
2. Abstraktsiyalar hám fizikalıq modellerdiń sheklengenligi.
3. Fizikanıń metodları (usılları).

Fizikanın` ma`seleleri. Kúndelikli turmısta hám ámeliy xızmet etiw barısında hár qıylı fizikalıq ob`ektler, qubılıslar, situatsiyalar hám olar arasındaǵı baylanıslar menen ushırasıwınıń nátiyjesinde adam óz sanasında usı ob`ektlerdiń, qubılıslardıń, situatsiyalardıń, olar arasındaǵı baylanıslardıń obrazlarınan turatuǵın model` payda etedi. Fizikalıq haqıyqatlıqtıń modelleri adam sanasında sananıń óziniń qáliplesiwi menen birgelikte qáliplesti. Sonlıqtan usı modellerdiń bazı bir elementleri (mısalı keńislik hám waqıt túsinikleri) biziń sanamızda tereńnen orın alǵan hám geypara filosoflar olardı sananıń formaları dep esapladı (al shın mánisinde sanadaǵı sırtqı dúńya elementleriniń sáwleleniwi bolıp tabıladı). Fizikanı ilim sıpatında úyreniwde onıń dúzilisleriniń modellik xarakterge iye ekenligin umıtpaw kerek. **Fizikanın` aldında du`n`yanın` qa`siyetlerin en` tolıq sa`wlelendiretug`ın fizikalıq du`n`yanın` kartinasın du`ziw ma`selesi tur.**

Abstraktsiyalar ha`m fizikalıq modellerdin` sheklengenligi. Real fizikalıq dúńyada qubılıslar menen predmetler arasındaǵı baylanıslar oǵada kóp, bul baylanıslardıń barlıǵın praktikalıq jaqtan da, teoriyalıq jaqtan da tolıq qamtıw múmkin emes. Sonlıqtan **modeller du`zilgende berilgen (qarap atırılg`an) qubılıslar ushın tek en` a`hmiyetli qa`siyetler ha`m baylanıslar itibarg`a** alınadı. Usınday sheklengenliktiń nátiyjesinde ǵana modeldiń dúziliwi múmkin. Qarap atırılǵan qubılıs ushın áhmiyeti kem bolǵan táreplerdi alıp taslaw fizikalıq izertlewdiń áhmiyetli elementleriniń biri bolıp esaplanadı. Mısalı Quyash dógeregindegi planetalardıń qozǵalıs nızamların izertlegende Quyash nurlarınıń basımı menen Quyash samalınıń planetalardıń qozǵalısına tásiri esapqa alınbaydı. Al kometalardıń quyrıqlarınıń payda bolıwı menen formasın izertlegende Quyash nurlarınıń basımı menen Quyash samalı áhmiyetli orındı iyeleydi. Izertlew barısında áhmiyeti oǵada tómen bolǵan qubılıslardı esapqa alıwdıń nátiyjesinde kóplegen ilimpazlardıń nátiyjege erise almaǵanlıǵı keńnen málim.

Tek áhmiyetlei bolǵan faktorlardı esapqa alıw abstraktsiyalawǵa múmkinshilik beredi. Bul jaǵdayda qabıl etilgen abstraktsiya ramkalarında modeller dúziledi.

Qolanılatug`ın modeller tek juwıq tu`rde alıng`an modeller bolıp tabıladı. Bul modellerdin` durıslıg`ına paydalanıp atırg`an abstraktsiya sheklerinde kepillik beriw

mu`mkin. Bul sheklerden tısta qabıl alıng`an model` qollanıwg`a jaramsız ha`tte aqılg`a muwapıq kelmeytug`ın bolıp ta qaladı.

Sonlıqtan fizikalıq izertlewde qollanılıp atırǵan modeldiń hár bir etapta jaramlı ekenligin túsiniw úlken áhmiyetke iye. **Bul jerde bir fizikalıq ob`ekttin` hár qıylı situatsiyalarda ha`r qıylı model` menen beriliwinin` mu`mkin ekenligin atap aytamız**. Mısalı Jerdiń Quyash dógereginde qozǵalısın izertlegende Jerdi massasın Jerdiń massasınday, onıń orayında jaylasqan materiallıq noqat túrinde qaraw múmkin. Eger Jerdiń dógereginde qozǵalıwshı Jerdiń jasalma joldaslarınıń qozǵalısın izertlegende Jer menen jasalma joldas arasındaǵı qashıqlıq úlken bolǵanda Jerdi materiallıq noqat dep juwıq túrde qarasa boladı. Biraq jasalma joldaslardıń qozǵalısın dál izertlew ushın Jerdi materiallıq noqat dep qaray almaymız. Sebebi Jer dál shar tárizli emes hám onıń massası kólemi boyınsha birdey bolıp bólistirilgen emes. Nátiyjede Jer tárepinen jasalma joldasqa tásir etetuǵın tartıw kúshi materiallıq noqattıń tartıw kúshindey bolmaydı.

Fizikanın` metodları (usılları). Fizika ilimi aldında turǵan másele biziń sanamızda sırtqı dúńyanıń qurılısı menen qásiyetlerin sáwlelendiretuǵın modelin dúziwden ibarat bolǵanlıqtan, bul másele dúńyanı biliw hám túrlendiriw barısındaǵı adamlardıń ámeliy xızmetleri protsessinde sheshiliwi kerek. Adam dúńyaǵa shıqqanda sırtqı dúńyanıń modelleriniń elementleri haqqında hesh nárse bilmeytuǵın bolıp tuwıladı. Dúńyanıń modelleri adamzat tárepinen tariyxtıń rawajlanıw barısında qáliplestiriledi. Jeke adam bolsa dúńyanıń modellerin oqıw hám xızmet etiw barısında óziniń sanasınıń elementlerine aylandıradı.

Ilimiy izertlewler dúńyanıń fizikalıq modelin turaqlı túrde keńeytip hám tereńlestirip baradı. Bul tek ǵana eksperiment hám baqlawlardıń nátiyjesinde ámelge asırıladı. **Sonlıqtan fizika eksperimentallıq ilim bolıp tabıladı**. Onıń modelleri baqlawlar hám eksperimentlerde anıqlanǵan qásiyetlerin durıs sáwlelendiriwi kerek. Sonıń menen birge fizikanıń modelleriniń qollanılıw shegaraları eksperimentlerdiń járdeminde anıqlanadı.

Solay etip fizikanın` esperimentallıq metodı to`mendegilerden turadı: Eksperimentler menen baqlawlar na`tiyjeleri boyınsha model` du`ziledi. Bul model` sheklerinde (ramkalarında) eksperiment penen basqlawlarda tekserilip ko`riletug`ın boljawlar aytıladı. Usının` na`tiyjesinde modeldin` durıslıg`ı tekseriledi ha`m gezektegi jan`a boljawlar aytıladı, olar da o`z gezeginde tekseriledi h.t.b.

Fizika iliminde úlken progress tómendegidey eki jaǵdayda júz beredi:

Birinshiden qabıl etilgen model` tiykarında júrgizilgen boljawlar eksperimentte tastıyıqlanbay qalsa.

Ekinshiden modeli ele dúzilmegen jańa fizikalıq qubılıslar ashılsa.

Birinshi jaǵdayda modeldi durıslaw yamasa onı pútkilley basqa model` menen almastırıw kerek. Eger modeldiń almastırılıwı tiykarǵı jaǵdaylardıń durıslıǵın qaytadan qarap shıǵıwdı talap etetuǵın bolsa fizikada revolyutsiyalıq ózgerisler boldı dep aytıladı. Al ekinshi jaǵdayda fizikanıń jańa tarawı payda boladı.

Birinshi jaǵday boyınsha mısal retinde keńislik hám waqıt haqqındaǵı Ńyuton modelin qaytadan qarap shıǵıwdıń zárúrliginiń payda bolıwınıń nátiyjesinde salıstırmalılıq teoriyasınıń payda bolıwın keltiriwge boladı. Al ekinshi jaǵday mısalda fizikanıń pútkilley jańa bólimi (tarawı) bolǵan kvant mexanikasınıń payda bolıwın atap ótemiz. Eki jaǵdayda da gáp dáslepki modellerdi biykarlaw haqqında emes, al olardıń qollanılıwınıń shekli ekenligi haqqında bolıp atır.

2-sanlı lektsiya.

§ 2. Fizikalıq shamalar ha`m olardı o`lshew haqqında

1. Salıstırıw hám ayırıw.
2. Salıstırıw hám ólshew.
3. Ólshew.
4. Fizikalıq shama. Fizikalıq shamanıń mánisi hám ólshemi.
5. Fizikalıq shamalardıń birlikleri sistemaları.
6. Fizikalıq shamalardıń ólshemleri.
7. Xalıqaralıq sistema qabıl etilgennen burın qollanılǵan birlikler sistemaları.
8. Birliklerdiń xalıqaralıq sisteması (SI sisteması).

Salıstırıw ha`m ayırıw**. Adamzat biliwindegi eń birinshi qádem dúńyadaǵı hár qanday ob`ektler arasındaǵı bir birinen ózgeshelikti kóre biliw hám tabıw bolıp tabıladı. Usınıń nátiyjesinde úyrenilip atırǵan ob`ektler tanıladı. Biraq ob`ektlerdi salıstırıw ushın olar arasında qanday da bir ulıwmalıq bar bolǵanda ǵana ámelge asırıw múmkin. Sonlıqtan hár qanday ózgeshelikler arasında da belgili bir ulıwmalıqtıń tabılıwı kerek. ***Demek ulıwmalıq ha`m o`zgeshelik arasında ma`lim da`rejede birlik bolıwı sha`rt***. Mısal retinde qawın menen almanı alayıq. Olar ózleriniń reńi, iyisi, úlkenligi hám basqa da qásiyetleri boyınsha hár qanday ob`ektler bolıp tabıladı. Qawın menen almanı salıstırıw olar arasındaǵı ulıwmalıq boyınsha júrgiziliwi múmkin. Onday ulıwmalıq, mısalı olar iyelep turǵan kólemdi salıstırıw arqalı júrgiziledi. Nátiyjede «qawın almadan úlken» degen juwmaqqa kelemiz. Al reńi menen olardı salıstırıw qıyın. Sonıń menen birge iyisi menen de qawın menen shiyeni salıstırıw múmkinshiligi joq. Sonlıqtan da biz qawın menen shiye arasında tek ǵana usı ***eki ob`ekt ushın da ulıwma bolg`an qa`siyet yamasa ko`rsetkish arqalı salıstırıw ju`rgiziw mu`mkin*.

Salıstırıw ha`m o`lshew. «Qawın almadan úlken» degen juwmaq hár birimiz ushın jetkilikli dárejede túsinikli. Bunday salıstırıw tek ǵana sapalıq jaqtan salıstırıw ushın qollanıladı hám az maǵlıwmatqa iye. Máselen biz qarap atırǵan qawınnıń basqa bir almadan úlken ekenligin de kóriw múmkin. Biraq hesh waqıtta da qawın bes almadan úlken degen juwmaq shıǵara almaymız. Sonlıqtan qawın menen almalar arasındaǵı salıstırıw nátiyjesinde eki alma arasındaǵı ayırmanı anıqlaw zárúrligi kelip shıǵadı. ***Bul na`tiyjesi san menen belgilenetug`ın o`lshew protsedurası arqalı a`melge asırıladı***.

**O`lshew**. Biz házir hár qanday qubılıslardaǵı, ob`ektlerdegi, predmetlerdegi birdey bolǵan sapanı salıstırıw haqqında gáp etip atırmız. Mısalı materiallıq denelerdiń eń ulıwmalıq qásiyeti bolıp olardıń ólshemleri, al protsessler ushın eń ulıwmalıq - usı protsesslerdiń ótiw waqtı bolıp tabıladı. Ayqınlıq ushın ólshemlerdi alıp qarayıq. Tek ǵana uzınlıqtı ólshewge itibar beremiz. Uzınlıqtı ólshewshi deneni sızǵısh dep atayıq. Usınday eki sızǵısh óz ara bılayınsha salıstırıladı: eki sızǵısh bir biriniń ústine ushları teńlestirilip qoyıladı. Bunday eki jaǵdaydıń bolıwı múmkin: sızǵıshtıń ushları bir biriniń ústine dál sáykes keledi yamasa sáykes kelmey qaladı. Birinshi jaǵdayda sızǵıshlardıń uzınlıqları teń dep juwmaq shıǵaramız. Al ekinshi jaǵdayda bir sızǵısh ekinshisinen uzın dep esaplaymız.

Fizikalıq qásiyetlerdi ólshew dep qásiyetlerdi salıstırıw sanlardı salıstırıw jolı menen ámelge asırıwǵa alıp keletuǵın usı qásiyetke belgili bir sandı sáykeslendiriw protsedurasın aytamız. Biz joqarıda qarap ótken mısalda másele hár bir sızǵıshqa onıń uzınlıǵın táripleytuǵın belgili bir sandı sáykeslendiriwden ibarat boladı. Sonlıqtan da bunday jaǵdayda berilgen san birqansha sızǵıshlar ishinde uzınlıǵı usı sanǵa sáykes keliwshi sızǵıshtı ayırıp alıwǵa múmkinshilik beredi. Usınday usıl menen anıqlanǵan qásiyet fizikalıq shama dep ataladı. Al fizikalıq shama bolıp tabılatuǵın sandı anıqlaw ushın qollanılǵan protsedura ólshew dep ataladı.

Ólshew boyınsha eń ápiwayı protsedura tómendegidey boladı:

Bir neshe sızǵısh alamız. Solardıń ishindegi eń uzının biz etalon sıpatında qarayıq. Usı etalon sızǵıshtıń bir ushınan baslap teńdey aralıqlarda noqatlar belgilep shıǵamız. Al sızǵıshtıń usı ushındaǵı noqatqa belgili bir san belgileymiz (mısalı nol menen belgileniwi múmkin). Bunnan keyin qońısı noqattan baslap sızǵıshtıń ekinshi ushına qarap noqatlardı ıqtıyarlı nızam boyınsha ósiwshi sanlar menen belgilep shıǵamız (mısalı 1, 2, 3 h.t.b. sanlar). Ádette sızǵıshtaǵı bir birinen birdey qashıqlıqta turǵan noqatlardı shkala dep ataydı. Endi basqa sızǵıshlardı alınǵan etalon sızǵısh penen salıstırıw múmkinshiligi payda boldı. Nátiyjede ólshenip atırǵan hár bir sızǵıshtıń uzınlıǵı ushın anıq san alınadı. Usınday usıl menen eń kóp sanǵa iye bolǵan sızǵısh eń úlken uzınlıqqa, al birdey sanlarǵa iye sızǵıshlar birdey uzınlıqqa iye dep juwmaq shıǵaramız. Sonıń menen birge sızǵıshtıń uzınlıǵına ólshemleri joq san sáykes keledi.

Biz qarap shıqqan usılda uzınlıqtı ólshegende etalon retinde qabıl etilgen sızǵıshtaǵı noqatlar sanın qosıp shıǵıw talap etiledi. Bul bir qansha qolaysızlıqtı tuwdıradı. Sonlıqtan da ádette qolaylı shkalanı payda etiw ushın tómendegidey háreket etedi. Bazı bir sızǵısh alınıp, onıń uzınlıǵın 1 ge teń dep qabıl etedi. Bul 1 sanın ólshew birligi dep ataymız. Basqa sızǵıshlardıń uzınlıqları uzınlıǵı 1 ge teń etip alınǵan sızǵıshtıń uzınlıǵı menen salıstırıw arqalı anıqlanadı.

Bunday jaǵdayda uzınlıq 1 ge teń etip alınǵan uzınlıq birligi menen salıstırıw arqalı ámelge asırıladı. Al endi ólshew protsedurasınıń mánisi salıstırıw hám sáykes san alıwdan turadı. Usınday jollar menen anıqlanǵan sızǵıshtıń uzınlıǵı $l = nl_0$ formulası menen anıqlanadı. Bul formuladaǵı n ólshemi joq san bolıp, bir birlikke teń etip alınǵan uzınlıq ólshenip atırǵan sızǵıshtıń boyında neshe ret jaylasatuǵınlıǵın bildiredi. l_0 arqalı qabıl etilgen uzınlıq birligi belgilengen. Ádette bul birlik belgili bir at penen ataladı (biz qarap shıqqan uzınlıqtı anıqlawda santimetr, metr, kilometr h.t.b.).

Demek fizikalıq qásiyetti ólshew ushın shaması 1 ge teń bolǵan ayqın fizikalıq qásiyet saylap alınadı. Ólshew máselesi fizikalıq shamanıń san mánisin anıqlawǵa alıp kelinedi.

Fizikalıq shama. Fizikalıq shamanın` ma`nisi ha`m o`lshemi. Fizikalıq shama dep sanı boyınsha kóplegen fizikalıq ob`ektlerge qarata ulıwma, sonıń menen birge hár bir ob`ekt ushın jeke bolǵan fizikalıq ob`ekttiń (fizikalıq sistemanıń, qubılıstıń yamasa protsesstiń) qanday da bir qásiyetiniń táriplemesin aytamız.

Fizikalıq shamanıń ólshemi dep ayqın materiallıq ob`ektke, sistemaǵa, qubılısqa yamasa protsesske tiyisli bolǵan fizikalıq shamanıń sanlıq jaqtan anıq bolıwına aytıladı.

Fizikalıq shamanıń mánisi dep usı shama ushın saylap alınǵan birlikte alınǵan fizikalıq shamanıń ólsheminiń bahası aytıladı. Bul mánis esaplawlardıń yamasa ólshewlerdiń járdeminde alınadı.

Fizikalıq parametr dep qarap atırılǵan fizikalıq shamanı ólshewde usı shamanıń járdemshi táriplemesi túrinde qabıl etiletuǵın mánisi aytıladı. Máselen ózgermeli toq ushın elektr kernewi ólshengende toqtıń jiyiligi kernewdiń parametri sıpatında qabıl etiledi.

Tásir etiwshi fizikalıq shama dep berilgen ólshew quralları járdeminde ólshew kózde tutılmaǵan, biraq ólshewge nátiyjelerine usı ólshew quralları qollanılǵanda tásir etiwshi fizikalıq shamaǵa aytıladı.

Additiv shama dep hár qanday mánisleri óz ara qosılatuǵın, sanlıq koeffitsientke kóbeytiletuǵın, biri birine bólinetuǵın fizikalıq shamanı aytamız. Bunday shamalarǵa uzınlıq, massa, kúsh, basım, waqıt, tezlik hám basqalar kiredi.

Additiv emes shama dep sanlıq koeffitsientke kóbeytiw yamasa mánisleri biri birine bóliw fizikalıq mániske iye bolmaytuın shamaǵa aytıladı. Bunday shamalarǵa Xalıqaralıq praktikalıq (ámeliy) temperaturalıq shkala boyınsha alınǵan temperaturanı, materiallardıń qarsılıǵın, vodorod ionlarınıń aktivliligin hám basqalardı kirgiziwge boladı.

Fizikalıq shamanıń birligi dep bir tekli fizikalıq shamalardı sanlıq jaqtan ańlatıw ushın qollanılatuǵın 1 ge teń bolǵan san shaması berilgen belgili ólshemdegi fizikalıq shama aytıladı.

Fizikalıq shamanıń birligi usı shamanıń óziniń áwladınan boladı.

Tómendegi kestede bazı bir qashıqlıqlar (uzınlıqlar) haqqında maǵlıwmatlar keltirilgen (10 nıń dárejesi aldındaǵı kóbeytiwshiniń tek pútin mánisi alınıp juwıq túrde berilgen):

Ob`ektler atları	Qashıqlıq, metrlerde
Eń alıs kvazarǵa shekemgi aralıq (1990-jıl)	$2*10^{26}$
Andromeda dumanlıǵı	$2*10^{22}$
Eń jaqın juldız (Proksima)	$4*10^{16}$
Quyash sistemasınıń eń alıs planetası (Pluton)	$6*10^{12}$
Jer sharı radiusı	$6*10^{6}$
Everesttiń biyikligi	$9*10^{3}$
Usı bettiń qalıńlıǵı	$1*10^{-4}$
Jaqtılıq tolqını uzınlıǵı	$5*10^{-7}$
Ápiwayı virustıń ólshemi	$1*10^{-8}$
Vodorod atomı radiusı	$5*10^{-11}$
Protonnıń radiusı	$\sim 10^{-15}$

Fizikalıq shamalardın` birlikleri sistemaları. Fizikalıq shamalardıń birlikleri sisteması dep fizikalıq shamalardıń berilgen sisteması ushın qabıl etilgen printsiplerge sáykes dúzilgen tiykarǵı hám tuwındı fizikalıq shamalardıń jıynaǵı bolıp tabıladı.

Birlikler sistemasınıń tiykarǵı birligi retinde berilgen birlikler sistemasındaǵı tiykarǵı fizikalıq shamanıń birligi qabıl etiledi.

Fizikalıq shamalardın` o`lshemleri. Fizikalıq shamanıń ólshemleri ádette dárejeli bir aǵzalıq túrindegi ańlatpa bolıp tabıladı. Máselen uzınlıqtıń ólshemi L, massaniki - M hám t.b.

Tezlik formulası v = ds/dt da ds tiń ornına uzınlıqtıń ólshemi L di, dt nıń ornına waqıttıń ólshemi t nı qoyıp v nıń ólshemi retinde tómendegini alamız

$$\dim v = L/T = LT^{-1}.$$

Tap sol sıyaqlı a = dv/dt formulasına sáykes ólshemlerdi qoyıw arqalı

$$\dim a = LT^{-2}$$

formulasın alamız. Al kúsh F = ma ushın

$$\dim F = M*LT^{-2} = LMT^{-2}.$$

Xalıqaralıq sistema qabıl etilgennen burın qollanılg`an birlikler sistemaları:

* **O`lshewlerdin` metrlik sisteması** uzınlıq birligi metr menen massa birligi kilogramm tiykarǵı etip alınǵan fizikalıq shamalardıń birlikleriniń jıynaǵı bolıp tabıladı[1]. Dáslep Frantsiyada qabıl etilgen bul sistema XIX ásirdiń ekinshi yarımına kele xalıqaralıq moyınlawǵa eristi. Biraq metrlik sistema ushın házir qabıl etilgen anıqlamaǵa sáykes kelmeydi. Sebebi bul sistemaǵa tek ǵana sheklengen sandaǵı shamalar kiredi (uzınlıq, massa, waqıt, maydan, kólem).

* **Gauss sisteması**. Fizikalıq shamalardıń sisteması túsinigi birinshi ret 1832-jılı nemets matematigi K.Gauss tárepinen kirgizildi. Gausstıń ideyası tómendegilerden ibarat: Dáslep biri birinen ǵárezsiz bolǵan bir neshe shama kirgiziledi. Bul shamalar tiykarǵı shamalar, al olardıń birlikleri birlikler sistemasınıń tiykarǵı birlikleri dep ataladı. Sonıń menen birge tiykarǵı birlikler fizikalıq shamalar arasındaǵı baylanıslardı táriplewshi formulalar járdeminde basqa da

[1] Дәслеп килограмм массаның емес, ал салмақтың бирлиги сыпатында киргизилди.

shamalardıń birliklerin anıqlawǵa múmkinshilik beredi. Usınday ideya tiykarında Gauss magnitlik shamalardıń birlikleriniń sistemasın dúzdi. Bul sistemanıń tiykarǵı birlikleri retinde uzınlıq birligi millimetr, massanıń birligi milligramm, waqıt birligi sekund qabıl etildi. Tiykarǵı shamalardıń kishi bolıwına baylanıslı Gauss sisteması keń túrde tarqalmasa da basqa sistemalardı dúziwde úlken unamlı tásirin jasadı.

* **SGS sisteması**. Bul sistema LMT shamaları sisteması tiykarında dúzilgen. Uzınlıq birligi retinde santimetr, massa birligi retinde gramm, waqıt birligi retinde sekund qabıl etilgen. Usınday birlikler menen mexanikalıq hám akustikalıq shamalardıń tuwındı birlikleri alınadı. Termodinamikalıq temperatura kel`vindi hám jaqtılıq kúshi birligi kandelanı qosıw arqalı SGS sisteması jıllılıq hám optikalıq shamalarǵa qollanıladı.
* **MKS sisteması**. Bul sistemada LMT shamaları sisteması tiykarında dúzilgen. Tiykarǵı birlikleri metr, kilogramm, sekund. Tiykarǵı birlikler retinde termodinamikalıq temperatura kel`vindi hám jaqtılıq kúshi birligi kandelanı qosıw arqalı MKS sisteması jıllılıq hám jaqtılıq shamalarına qollanıladı.
* **MTS sisteması**. Bul sistemada LMT shamaları sisteması tiykarında dúzilgen. Tiykarǵı birlikleri metr, tonna, sekund.
* **MKGSS sisteması**. Bul sistema LFT shamaları sisteması tiykarında dúzilgen. Tiykarǵı birlikleri: metr, kilogramm-kúsh, sekund. Házirgi waqıtları bul sistema áhmiyetin tolıǵı menen joǵalttı.
* **SGSE elektrostatikalıq birlikler sisteması**. SGS sisteması tiykarında elektrlik hám magnitlik shamalar sistemaların dúziwdiń tómendegidey eki usılı bar: birinshisi úsh tiykarǵı birlikler (santimetr, gramm, sekund) tiykarında, ekinshisi tórt tiykarǵı birlikler tiykarında (santimetr, gramm, sekund hám elektrlik yamasa magnitlik bir birlik). Birinshi usıl tiykarında birliklerdiń elektrostatikalıq sisteması (SGSE sisteması), birliklerdiń elektromagnit sisteması (SGSM sisteması) hám birliklerdiń simmetriyalıq sisteması (SGS sisteması) dúzilgen.

SGSE sistemasın dúziwde birinshi tuwındı elektrlik birlik retinde Kulon nızamınan kelip shıǵatuǵın elektr zaryadı birligi kiritiledi. Usınıń menen birge absolyut dielektrlik turaqlısı 1 ge teń etip alınadı. Nátiyjede elektromagnit shamaların baylanıstıratuǵın ayırım teńlemelerde kvadrat túbir astında vakuumdegi jaqtılıq tezligi qatnasadı.

* **Birliklerdin` elektromagnitlik sisteması (SGSM sisteması)**. SGSM sistemasın dúziwde birinshi tuwındı elektrlik birlik retinde Amper nızamınan kelip shıǵatuǵın toq kúshi birligi kiritiledi. Al absolyut magnit sińirgishlik ólshemleri joq shama retinde qaraladı. Nátiyjede elektromagnit shamaların baylanıstıratuǵın ayırım teńlemelerde kvadrat túbir astında vakuumdegi jaqtılıq tezligi payda boladı.
* **Birliklerdin` simmetriyalıq sisteması (SGS sisteması)**. Bul sistema SGSE hám SGSM sistemalarınıń jıynaǵı bolıp tabıladı. Bul eki sistemanıń kombinatsiyası elektr hám magnit shamaların baylanıstırıwshı ayırım teńlemelerde anıq túrde vakuumdegi jaqtılıq tezligi payda boladı.

Birliklerdin` xalıqaralıq sisteması (SI sisteması). Bul sistema LMT8ÓJN shamaları sisteması tiykarında dúzilgen. SI sistemasınıń tiykarǵı shamaları tómendegilerden ibarat:

metr (m) - uzınlıq birligi
kilogramm (kg) - massa birligi
sekund (s) - waqıt birligi
amper (A) - toq kúshi birligi
kel`vin (K) - termodinamikalıq temperatura birligi
kandela (kd) - jaqtılıq kúshi birligi
mol` (mol`) - zatlardıń muǵdarı birligi

Bul sistema universal bolıp, ólshewlerdiń barlıq oblastların óz ishine qamtıydı. Onıń jeti tiykarǵı birligi járdeminde ilim hám texnikada qollanılatuǵın qálegen fizikalıq shamanıń birliklerin anıqlaw múmkin.

3-sanlı lektsiya.

§ 3. Ken`islik ha`m waqıt

1. Keńislik hám geometriya.
2. Geometriya hám tájiriybe.
3. Materiallıq noqat hám materiallıq dene.
4. Noqatlar arasındaǵı aralıq.
5. Absolyut qattı dene.
6. Esaplaw sisteması.
7. Koordinatalar sisteması.
8. Keńisliktegi ólshemler sanı.
9. Áhmiyetli koordinatalar sisteması.
10. Koordinatalardı túrlendiriw.
11. Vektorlar.
12. Vektorlardı qosıw hám vektordı sanǵa kóbeytiw.
13. Vektorlardı skalyar kóbeytiw.
14. Vektorlıq kóbeyme.
15. Vektorlardı birlik vektorlar járdeminde kórsetiw.
16. Radius-vektor.
17. Waqıt túsinigi.
18. Dáwirli protsessler.
19. Saatlardı sinxronizatsiyalaw.

Ken`islik ha`m geometriya. Barlıq materiallıq zatlar belgili bir uzınlıqqa iye, belgili bir kólemdi iyeleydi, bir birine salıstırǵanda belgili bir tártipte jaylasadı. Materiallıq denelerdiń bul ulıwmalıq qásiyeti kóplegen dáwirler barısında adamlar sanasında keńislik túsinigi túrinde qáliplesti. Bul qásiyetlerdiń matematikalıq formulirovkası geometriyalıq túsinikler sisteması hám olar arasındaǵı baylanıslar túrinde anıqlandı. Geometriyanıń ilim sıpatında Evkilid tárepinen bunnan 2.5 mıń jıl burın juwmaqlastırıldı.

Materiallıq denelerdiń qásiyeti sıpatında adamnıń sanasında qáliplesken keńislik túsinigi keyinirek kóplegen ilimpazlar menen filosoflar tárepinen materiallıq denelerden tıs ózinshe bolmısqa iye túrde sáwlelendirile baslandı. Usınıń nátiyjesinde geometriya materiallıq denelerdiń qásiyetleri haqqındaǵı ilimnen zatlardan tıs jasay alatuǵın keńisliktiń qásiyetleri haqqındaǵı ilimge aylandırıldı. Ilimpazlar menen filosoflardıń basqa bir bólegi keńislik túsinigin materiallıq denelerdiń qásiyetlerinen ayırmadı. Keńislik túsinigine usınday etip eki túrli kóz-qaras penen qaraw ilim tariyxında barlıq waqıtta bir birine qarsı qaratılıp keldi.

Tariyxtan biriń eramızdan burıngı V ásirlerde háreket etken pifogorshılardı (Pifogor tálimatınıń tárepdarları) bilemiz. Olar keńislikti materiallıq dúńyadan pútkilley bólek alıp qaradı. Tap sol dáwirlerde ómir súrgen Platon Álemniń ishinde denelerden tıs boslıq bolmaydı degen kóz qarasta boldı (biraq Platon boyınsha Álemnen tıs boslıqtıń bolıwı múmkin). Al Aristotel` (biziń eramızdan burıngı IV ásir) denelerden ǵárezsiz bolǵan keńisliktiń bolatuǵınlıǵının maqullamadı.

Oraylıq Aziyada jasaǵan ilimpazlarǵa kelsek (mısalı 973-jılı tuwılıp 1048-jılı qaytıs bolǵan ál-Beruniy), olar keńeslik hám geometriya boyınsha Pifagordıń kóz-qarasın tolıǵı menen qabıl etti.

Materiallıq deneler menen keńisliktiń óz-ara baylanıslı ekenligi salıstırmalılıq teoriyasında tolıq kórinisin taptı. Keńislik hám tap sol sıyaqlı waqıt materiyanıń jasaw forması bolıp tabıladı. Sonlıqtan keńislik te, waqıt ta materiyadan tıs mániske iye bolmaydı. Demek ***geometriyalıq qatnaslardın` o`zi aqırg`ı esapta materiallıq deneler arasındag`ı qatnaslar bolıp tabıladı***.

Geometriya ha`m ta`jiriybe. Geometriyalıq túsinikler materiallıq deneler arasındağı haqıyqıy qatnaslardıń abstraktsiyaları bolıp tabıladı. Sonlıqtan óziniń kelip shığıwı boyınsha geometriya tájiriybelik ilim bolıp tabıladı. Óziniń "qurılıs materialı" sıpatında geometriya haqıyqıy dúńyanıń materiallıq ob`ektleriniń noqat, sızıq, bet, kólem h.t.b. sıyaqlı ideal-lastırılğan obrazların paydalanadı. Usınday obrazlardıń járdeminde haqıyqıy dúńyanıń modeli jaratıladı. Kóp waqıtlarğa shekem geometriya menen haqıyqıy dúńya arasındağı qatnas haqqındağı másele payda bolğan joq. Sebebi haqıyqıy dúńyanıń aqılğa muwapıq keletuğın modeli Evklid geometriyası dep esaplanıp keldi. Biraq biraz waqıtlardıń ótiwi menen evk-lidlik emes bolğan hám bir biri menen qayshı kelmeytuğın geometriyalardıń bar ekenligi ilim-pazlar tárepinen dálillendi. Sonlıqtan qaysı geometriyanıń bizdi qorshap turğan haqıyqıy dúńyanı durıs sáwlelendiretuğınlığın kórsetiw geometriyalıq nátiyjelerdi Álemde orın alğan jağdaylar menen eksperimenttiń járdeminde salıstırıp kóriw menen ğana ámelge asırılıp tek-serip kóriliwi múmkin.

Mısalı Evklid geometriyası boyınsha úsh múyeshliktiń ishki múyeshleriniń qosındısı π ge teń bolıwı kerek. Bunday dep taıstıyıqlawdıń durıslığın tájiriybede anıqlawğa boladı. Haqıyqatında da tuwrı sızıq eki noqat arasındağı eń qısqa aralıqqa sáykes keledi. Sonlıqtan materiallıq dene menen baylanısqan úsh noqattı alıp, tóbeleri usı noqatlarda jaylasqan úsh múyeshlikti payda etiw múmkin. Al usı múyeshlerdi ólshegende usı úsh múyeshtiń de birdey jağdaylarda turğın yamasa turmağanlığı, materiallıq deneniń usı úsh noqatqa salıstırğanda óz-germesligi haqqında sorawlar payda boladı. Sonday-aq uzınlıqtı ólshew uzınlıq birligi sıpatında qabıl etilgen shama menen salıstırıw bolıp tabıladı. Biraq 1 ge teń etip qabıl etilgen uzınlıq bir orınnan ekinshi orınğa kóshkende turaqlı mániske iye bolıp qalama degen soraw mániske iye bolama? Al bul soraw úlken hám qatań áhmiyetke iye. Sonlıqtan bir deneni bir birlikke teń dep qabıl etilgen ekinshi dene menen ólshew ekinshi deneni birinshi deneniń járdeminde ólshew menen barabar boladı.

Házirgi waqıtları Evklid geometriyasınıń atom yadrosınıń ólshemlerinen on ese kem aralıqlardan (10^{-16} metrden) Álemniń ólshemlerine teń bolğan 10^{26} metr (shama menen 10^{10} jaqtılıq jılı) aralıqlarğa shekemgi ólshemlerde durıs bolatuğınlığı dálillengen. Al salıstırmalılıq teoriyası boyınsha 10^{26} metrden úlken qashıqlıqlarda keńisliktiń evklidlik emesligi kórine baslaydı.

Materiallıq noqat. Mexinakalıq sistemalardıń modelleri dúzilgende materiallıq noqat túsinigi áhmiyetli abstraktsilardıń biri bolıp tabıladı. **Materiallıq noqat dep o`lshemleri ara qashıqlıqlarına salıstırg`anda salıstırmas kishi bolg`an materiallıq deneni tu`sinemiz**. Shektegi jağdaylarda bul túsinik **matematikalıq noqatqa** aylanadı.

Materiallıq dene. Materiallıq dene dep materiallıq noqatlardıń jıynağına aytıladı. Bul materiallıq noqatlar bir birinen ayrılatuğın (mısalı keńisliktegi jaylasıwı boyınsha) bolıwı kerek. Usığan baylanıslı materiallıq deneniń hár qıylı noqatlarınıń bir birine salıstırğandağı jaylasıwları haqqında aytıw múmkin. Tájiriybeler bazı bir materiallıq denelerdiń bólekleriniń bir birine salıstırğanda erkinlikke iye ekenligin, olardıń bir birine salıstırğanda qozğala alatuğınlığın kórsetedi. Bunday deneler suyıq deneler bolıp tabıladı. Al attı denelerde bolsa hár qıylı bólimlerdi bir birine salıstırğanda iyelegen orınlarınıń turaqlılığı menen táriplendi. Iyelegen orınlarınıń turaqlılığı deneniń ólshemleriniń turaqlı ekenligin aytıwğa múmkinshilik beredi. Nátiyjede hár qıylı qattı denelerdiń ólshemlerin salıstırıw múmkinshiligin alamız hám denelerdiń uzınlıqları haqqında sanlıq informatsiyalarğa iye bolamız.

Noqatlar arasındag`ı aralıq. Joqarıda gáp etilgenindey materiallıq dene materiallıq noqatlardıń jıynağınan turadı. Uzınlıqtıń ólshem birligin saylap alıw arqalı bir ólshemli keńlikti, yağnıy uzınlıqtı ólshew múmkin. Bul sızıqlar materiallıq deneniń noqatları arqalı ótkerilgen bolıwı múmkin. Materiallıq deneniń eki noqatı bir biri menen sheksiz kóp sızıqlar menen tutastırıwğa boladı. Bul sızıqlardıń uzınlıqları ólshenedi. Eger usı sızıqlardı alıp tallasaq, olardıń ishindegi eń uzının hám keń keltesin tabıw múmkin. Bul eń kishi uzınlıqqa iye sızıq eki noqat arasındaǵı aralıq (qashıqlıq) dep ataladı, al sızıqtıó ózi bolsa tuwrı (tuwrı sızıq) dep ataladı. Noqatlar arasındaǵı aralıq túsinigi materiallıq dene túsinigi menen tıǵız baylanıslı. Eger qanday da bir materiallıq deneniń bólimleri bolıp tabılamytuǵın eki noqat bar bolatuǵın bolsa, bul eki noqat kóz aldımızǵa keltirilgen materiallıq dúńyanıń eki noqatı bolıp tabıladı.

Absolyut qattı dene. Absolyut qattı dene dep qálegen eki noqatı arasındaǵı aralıq ózgermeytuǵın denege aytamız.

Esaplaw sisteması. Oyda alınǵan absolyut qattı dene. Bul absolyut qattı denege salıstırǵanda úyrenilip atırǵan izolyatsiyalanǵan yamasa denege kiriwshi materiallıq noqattıń awhalı (tegisliktiń, keńisliktiń qay noqatında jaylasqanlıǵı) anıqlanadı. Esaplaw sisteması barlıq keńislikti iyeleydi. Keńisliktiń noqatın táriplew degenimiz esaplaw sistemasınıń sáykes noqatın beriw bolıp tabıladı. Úyrenilip atırǵan materiallıq noqatlardıń awhalı saplaw sistemasınıń noqatınıń jaylasqan ornı menen anıqlanadı. Sonlıqtan esaplaw sistemasınıń noqatlarınıń awhalların qalay anıqlaw kerek degen másele payda boladı. Bul koordinatalar sistemasın endiriw menen ámelge asadı.

Koordinatalar sisteması. Berilgen esaplaw sistemasında aralıq (qashıqlıq), sızıqlar, tuwrılar, múyeshler h.t.b. túsinikller anıqlanǵan bolsın. Olar arasındaǵı qatnaslardı anıqlaw máselesi eksperimentallıq másele bolıp tabıladı. Geypara qatnaslar óz-ózinen túsinikli, ayqın, dállilewdi talap etpeytuǵın bolıp tabıladı qatnaslar bolıp tabıladı. Bunday bolǵan qatnaslar (qatnaslar haqqındaǵı anıqlamalar) aksiomalar dep ataladı. Aksiomalardıń hár qıylı sistemaları hár qıylı geometriyaǵa alıp keledi. Geometriyalardıń hár biri real dúńyada bar bola alatuǵın qatnaslardıń geometriyalıq modeli bolıp tabıladı. Tek eksperiment ǵana sol geometriyalardıń qaysısınıń real fizikalıq dúńyanıń geometriyalıq modeli ekenligin kórsete aladı. Úlken qashıqlıqlarda (10^{-16} metrden 10^{25} metr aralıqlarında) Evklid geometriyasınıń úlken dállikte durıs ekenligin joqarıda aytıp ótken edik. Endigiden bılay qaysı geometriyanıń qollanılıp atırǵanlıǵı atap aytıp ótilmese Evklid geometriyası qollanılıp atır dep túsiniwimiz kerek.

Materiallıq noqat yamasa qattı denelerdiń qozǵalısın táriplew ushın noqatlardıń awhalın beriw usılın kelisip alıw kerek. Materiallıq noqattıń «adresiniń» esaplaw sistemasındaǵı oyımızdaǵı noqattıń «adresi» menen anıqlanatuǵınlıǵın aytıp edik. Solay etip esaplaw sistemasında hár bir noqattıń «adresin» anıqlaw máselesi payda boladı. Sonıń menen birge hár bir noqat basqa noqattikinen basqa anıq «adreske» iye bolıwı kerek. Al hár bir «adres» belgili bir noqatqa sáykes keliwi kerek. Mısalı kúndelikti turmısta hár bir úy adreske iye (mámleket, qala, kóshe h.t.b.). Usınday etip «adresti» beriw úyler, mákemeler, oqıw orınları h.b. ushın qanaatlanlırarlıq nátiyje beredi. Biraq bunday etip «adresti» beriw esaplaw sistemasınıń barlıq ob`ektleri ushın qollanılmaydı. Mısalı ayqın joldıń boyındaǵı ayqın oyda jıylanǵan suwdıń adresi berilmeydi. Al fizikaǵa bolsa oblastlardıń emes, al noqatlardıń adresin anıqlaytuǵın sistema kerek. Bunıń ushın koordinatalar sisteması paydalanıladı.

Koordinatalar sistemasın kirgiziw (izertlewler júrgiziw ushın ámelge endiriw) esaplaw sistemasındaǵı hár qıylı noqatlarǵa «adresler» jazıp shıǵıwdıń usılın kelisip alıw degen sóz. Mısalı Jer betindegi noqattıń «adresi» ólshemi múyeshlik gradus bolǵan sanlar járdeminde beriledi dep kelisip alınǵan. Birinshi sandı keńlik, al ekinshisin uzınlıq dep ataydı. Jer betindegi hár bir noqat meridian menen paralleldiń kesilisiwinde jaylasadı. Sonlıqtan sol noqattıń «adresi» palallel menen meridianǵa jazılǵan eki san menen beriledi. Usınday etip «adres» anıqlanǵanda bir mánislilik támiyinleniwi tiyis. Bul hár bir meridian menen hár bir parallelge anıq bir sannıń jazılıwı menen ámelge asadı.

Ken`isliktin` o`lshemler sanı**. Biz joqarıda kórgen jer betindegi noqattıń «adresin» anıqlaw máselesi sáykes eki sandı anıqlaw menen sheshiledi. Bul jerde zárúr bolǵan sanlardıń sanınıń eki bolıwı úlken áhmiyetke iye. Sebebi noqattıń awhalı (turǵan ornı) Jer betinde anıqlanadı. **Noqattın` tegisliktegi awhalı eki san ja`rdeminde anıqlanadı**. **Basqa so`z benen aytqanda tegislik eki o`lshemli ken`islik bolıp tabıladı.

Biz jasaytuǵın keńislik úsh ólshemli. Bul hár bir noqattıw awhalı úsh sannıń járdeminde anıqlanatuǵınlıǵınan derek beredi.

Kóp ólshemli keńisliktń de bolıwı múmkin. Eger keńisliktegi noqattıń awhalı n dana san menen anıqlanatuǵın bolsa, onda n ólshemli keńislik haqqında gáp etemiz. Fizika iliminde keńislikke tiyisli bolmaǵan ózgeriwshiler haqqında aytqanda kóp jaǵdaylarda usı keńisliklik emes ózgeriwshiler keńisligi haqqında aytıladı. Mısalı fizikada bólekshenıń impul`si áhmiyetli orın iyeleydi. Sonlıqta bir qansha jaǵdaylarda impul`slar keńisligi haqqında aytqan qolaylı. Bunday keńislikke bólekshenıń impul`sın táripleytuǵın bir birinen ǵárezsiz bolǵan shamalardı jazamız («adresti» anıqlaw ushın sonday shamalar qolanıladı). Usınday etip ulıwmalastırılǵan túsiniklerdi paydalanıw sózlerdi qollanıwdı kemeytedi, barlıq talqılawlar túsiniklirek hám kórgizbelirek boladı.

A`hmiyetli koordinatalar sistemaları. Koordinatalar sistemasınıń oǵada kóplegen túrleri belgili. Biraq solardıń ishinde ásirese fizika iliminde eń ápiwayıları hám áhmiyetlileri qolanıladı. Bunday koordinatalar sistemalarınıń sanı kóp emes hám olar haqqındaǵı maǵlıwmatlar spravochniklerde berilgen. Solardıń ishinde fizika ilimin úyreniw ushın este tómendegi koordinatalar sistemaları saqlanıwı tiyis:

1). Tegisliktegi koordinatalar sistemaları:

1a). Tuwrı múyeshli Dekart koordinatalar sisteması. Noqattıń awhalı (x,u) eki sanınıń járdeminde beriledi. Bul jerde x hám u uzınlıqlar bolıp tabıladı (1-a súwret).

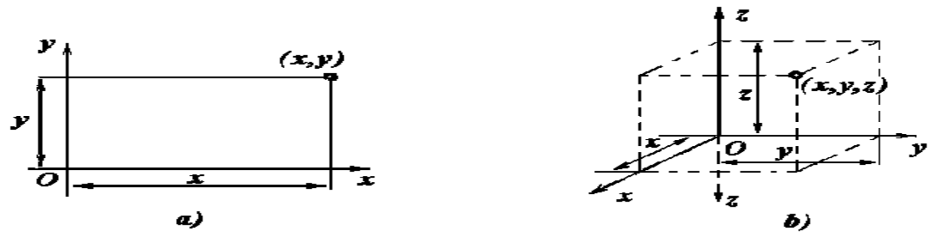
1b). Polyar koordinatalar sistemasında tegislikte noqattıń awhalın táripleytuǵın eki san (ρ,φ) uzınlıq ρ hám múyesh φ bolıp tabıladı (2-súwret).

2). Keńislikte:

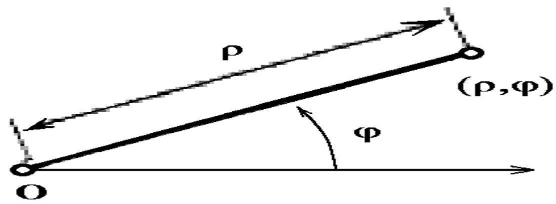
2a). Tuwrı múyeshli Dekart koordinatalar sisteması. Bunday jaǵdayda noqattıń keńisliktegi awhalın táripleytuǵın (x,u,z) shamalarınıń úshewi de uzınlıqlar bolıp tabıladı (1b súwret).

Eki túrli tuwrı múyeshli Dekart koordinatalar sistemasınıń bar ekenligin atap ótemiz. Bunday koordinatalar sistemaların qozǵaltıw arqalı bir biri menen betlestiriw múmkin emes. Bul sistemalardıń biri **on`**, al ekinshisi **teris koordinatalar sisteması** dep ataladı. Oń sistemada z kósheriniń baǵıtı x hám u kósherleriniń baǵıtlarına salıstırǵanda **on` vint qa`desi** boyınsha anıqlanadı (súwrette oń sistema keltirilgen).

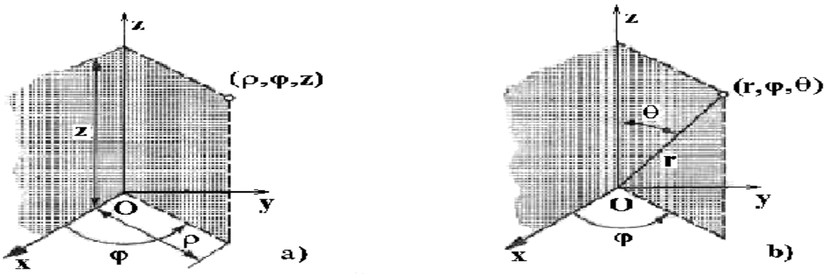
2b). Tsilindrlik koordinatalar sistmasındaǵı noqattıń keńisliktegi awhalı anıqlanatuǵın úsh shama (ρ,φ,z) lerdiń ekewi uzınlıq (ρ hám z), birewi múyesh (φ) bolıp tabıladı (3a súwrette keltirilgen).



1-súwret. Tuwrı múyeshli Dekart koordinatalar sisteması.
a) tegisliktegi, b) keńisliktegi.



2-súwret. Polyar koordinatalar sisteması.



3-súwret. Tsilindrlik (a) hám sferalıq (b) koordinatalar sisteması.

2v). Sferalıq dep atalatuǵın koordinatalar sistemasında noqattıń awhalın anıqlaytuǵın (r,φ,θ) úsh sanınıń birewi uzınlıq (r), al qalǵan ekewi múyesh bolıp tabıladı (φ hám θ) (3b súwret).

Bazı bir koordinatalar sistemasındaǵı noqattıń awhalın anıqlaytuǵın úsh sanlar noqattıń koordinataları dep ataladı.

Koordinatalardı tu`rlendiriw. Bir koordinatalar sistemasındaǵı noqattıń koordinataları menen ekinshi koordinatalar sistemasındaǵı sol noqattıń koordinataların baylanıstıratuǵın formulalar koordinatalardı túrlendiriw dep ataladı. Usı paragrafta keltirilgen súwretler járdeminde bir koordinatalar sistemasınan ekinshi koordinatalar sistemasına túrlendiriw formulaların ańsat keltirip shıǵarıwǵa boladı.

Tsilindrlik koordinatalardan Dekart koordinatalar sistemasına ótiw formulaları

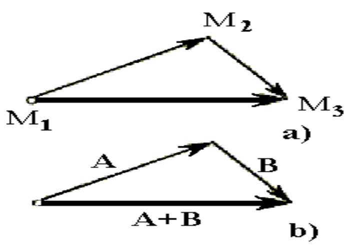
$$x = \rho*\mathrm{sos}\varphi, \quad u = \rho*\sin\varphi, \ z = z.$$

Sferalıq koordinatalardan dekart koordinatalarına ótiw

$$x = r*\sin\theta*\mathrm{sos}\varphi, \ u = r*\sin\theta*\sin\varphi, \ z = r*\mathrm{sos}\theta.$$

Vektorlar. Kóp fizikalıq shamalar bir sannıń járdeminde beriledi. Bunday shamalar qatarına massa hám temperatura kiredi. Bunday shamalar skalyarlar dep ataladı. Al bir qansha fizikalıq shamalardı beriw ushın bir neshe san talap etiledi. Mısalı tezlik tek san shaması boyınsha emes, al baǵıtı boyınsha da anıqlanadı. Sferalıq koordinatalar sistemasında baǵıttıń keńislikte eki sannıń - φ hám θ múyeshleriniń járdeminde beriletuǵınlıǵı kórinip tur. Sonlıqtan tezlik úsh sannıń járdeminde táriplenedi. Bunday shamalardı **vektorlar** dep ataymız. Vektordı absolyut mánisi hám baǵıtı boyınsha anıqlanadı dep aytadı. **Biraq u`sh san menen anıqlanatug`ın barlıq fizikalıq shamalar vektorlar bolıp tabılmaydı.** Vektor bolıwı ushın bul úsh san bir koordinatalar sistemasınan ekinshisine ótkende túrleniwi shárt.

Vetorlar basqa oqıwlıqlaǵılar sıyaqlı bul lektsiyalar tekstlerinde juwan háripler menen berilegen. Mısalı **A** vektor, onıń absolyut mánisi A yamasa |**A**| túrinde belgilengen.



4-súwret. Vektorlardı qosıw. Vektorlardı qosıw qádesi awısıwlardı qosıwdıń tábiyiy túrdegi ulıwmalastırıwı bolıp tabıladı.

Vektorlardı qosıw ha`m vektordı sang`a ko`beytiw. Vektor túsinigin fizikada qollanıwdıń eń áhmiyetlilereniń biri bul vektordıń awısıwı bolıp tabıladı. Eger bazı bir materiallıq noqat M_1 awhalınan M_2 awhalına ornın almastıratuǵın bolsın (4-súwret), onıń orın almastırıwı $\overrightarrow{M_1M_2}$ vektorı menen táriplenedi. Bul vektor M_1 hám M_2 noqatların baylanıstıratuǵın kesindi járdeminde sáwlelenldiriledi hám M_1 den M_2 ge qaray baǵıtlanǵan. Eger bunnan keyin noqat M_2 noqatınan M_3 noqatına orın almastıratuǵın bolsa bul eki orın almasıwdıń izbe-izligi (yamasa bul eki awısıwdıń qosındısı) $\overrightarrow{M_1M_3}$ bir orın almastırıwına teń boladı hám bul bılayınsha jazıladı:

$$\overrightarrow{M_1M_2} + \overrightarrow{M_2M_3} = \overrightarrow{M_1M_3}$$

Bul formula vektorlardı qosıw qádesin beredi hám kópshilik jaǵdayda parallelogramm qádesi dep te ataladı. **Parallelogramm qa`desi boyınsha vektorlardın` qosındısı usı vektorlar ta`repleri bolıp tabılatug`ın parallelogrammnın` diagonalına ten`**.

Orın almastırıwlır mısalında vektorlardıń qosındsınıń orın almastırıwlardıń izbe-izliginen ǵárezsiz ekenligin kóriwge boladı. Solıqtan

$$\mathbf{A} + \mathbf{V} = \mathbf{V} + \mathbf{A}.$$

Vektordı oń belgige iye sanǵa kóbeytiw vektordıń absolyut shamasın vektordıń baǵıtın ózgertpey sol sanǵa kóbeytiwge alıp kelinedi. Eger vektordı belgisi teris sanǵa kóbeytsek vektordıń baǵıtı qarama-qarsı baǵıtqa ózgeredi.

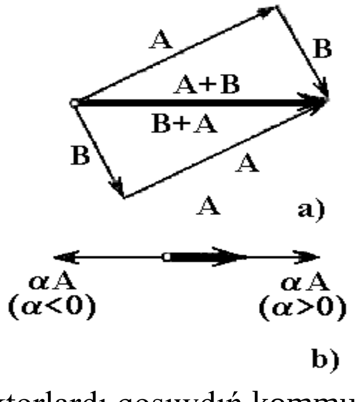
Vektorlardı skalyar ko`beytiw. Eki **A** hám **V** vektorlarınıń skalyar kóbeymesi (**A**,**V**) dep vektorlardıń absolyut mánisleriniń kóbeymesin sol vektorlar arasındaǵı múyeshtiń kosinusın kóbeytkende alınatuǵın sanǵa teń shamaǵa aytamız. Yaǵnıy

$$(\mathbf{A},\mathbf{V}) = |\mathbf{A}|*|\mathbf{V}|*\mathrm{sos}\left(\widehat{A,B}\right).$$

Skalyar kóbeyme ushın tómendegidey qaǵıydalardıń durıs bolatuǵınlıǵın ańsat tekseriwge boladı:

$$(\mathbf{A},\mathbf{V}) = (\mathbf{V},\mathbf{A});$$
$$(\mathbf{A},\mathbf{V}+\mathbf{S}) = (\mathbf{A},\mathbf{V}) + (\mathbf{A},\mathbf{S});$$
$$(\mathbf{A},\alpha\mathbf{V}) = \alpha(\mathbf{A},\mathbf{V}).$$

Bul jerde α arqalı ıqtıyarlı san belgilengen (5-súwret).



5-súwret. Vektorlardı qosıwdıń kommutativliligi (a) hám vektordı sanǵa kóbeytiw (b)

Vektorlıq ko`beyme. **A** hám **V** vektorlarınıń vektorlıq kóbeymesi [**A,V**] dep tómendegidey usılda anıqlanatuǵın **D** vektorın aytamız (6-súwret):

1. **D** vektorı **A** hám **V** vektorları jatırǵan tegislikke perpendikulyar, baǵıtı eger **A** vektorın **V** vektorınıń ústine jatqızıw ushın eń qısqa jol boyınsha burǵanda oń burǵınıń jıljıw baǵıtı menen baǵıtlas. Solay etip **A**, **V**, **D** vektorları bir birine salıstırǵanda oń koordinatalar sistemasınıń x,u,z kósherleriniń oń baǵıtlarınday bolıp baǵıtlanǵan.

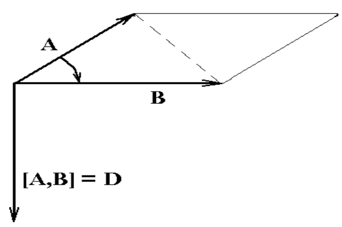
2. Absolyut shaması boyınsha **D** vektorı óz-ara kóbeytiliwshi vektorlarınıń absolyut mánisleriniń kóbeymesin usı vektorlar arasındaǵı múyeshtiń sinusına kóbeytkende alınatuǵın sanǵa teń:

$$|\mathbf{D}| = |\mathbf{A,V}| = |\mathbf{A}| * |\mathbf{V}| * \sin\left(\mathrm{A}\hat{,}\mathrm{B}\right).$$

Bul jerde **A** hám **V** vektorları arasındaǵı múyeshtiń **A** dan **V** ǵa qaray eń qısqa jol baǵıtında alınatuǵınlıǵını úlken áhmiyetke iye. 6-súwrette vektorlıq kóbeymeniń absolyut mánisi óz-ara kóbeytiliwshi eki vektordan dúzilgen parallelogrammnıń maydanına teń ekenligi kórinip tur.

Vektorlıq kóbeymeniń tómendegidey qásiyetlerge iye bolatuǵınlıǵın ańsat dálillewge boladı:

$$[\mathbf{A,V}] = -\ [\mathbf{V,A}];$$
$$[\mathbf{A,V+S}] = [\mathbf{A,V}] + [\mathbf{A,S}];$$
$$[\mathbf{A},\alpha\mathbf{V}] = \alpha[\mathbf{A,V}].$$



6-súwret. [**A,V**] = **D** vektorlıq kóbeymesi.
D vektorı óz-ara kóbeytiletuǵın vektorlar jatqan tegislikke perpendikulyar baǵıtlanǵan.

Vektorlardı birlik vektorlar ja`rdeminde ko`rsetiw. Vektordıń baǵıtın **birlik o`lshem birligi joq** vektordıń járdeminde kórsetiw múmkin. Qálegen A vektorın bılayınsha jazıw múmkin:

$$A = \frac{A}{|A|}|\mathbf{A}| = \mathbf{n} * |\mathbf{A}| = \mathbf{nA}.$$

Bul jerde $\mathbf{n} = \frac{A}{|A|}$ baǵıtı **A** vektorı menen baǵıtlas birlik vektor bolıp tabıladı.

Radius-vektor. Noqattıń awhalı sáykes koordinatalar sistemasında úsh sannıń járdeminde anıqlanadı. Hár bir noqattı esaplaw bası dep atalıwshı bazı bir noqattan orın almastırıwdıń nátiyjesinde payda bolǵan punkt dep kóz aldımızǵa keltiriwimiz múmkin. Sol ushın bul noqattı dáslepki noqat (esaplaw bası) penen usı noqattı tutastıratuǵın awısıw vektorı menen táriplew múmkin. Bul vektor **radius-vektor** dep ataladı. Eger noqattıń awhalı (keńislikte iyelegen ornı) radius-vektor menen belgilenetuǵın bolsa qanday da bir koordinata sistemasın qollanıwdıń zárúrligi qalmaydı. Usınday jollar menen kóp sanlı fizikalıq qatnaslar ápiwayılasadı hám kórgizbeli túrge enedi. Zárúr bolǵan jaǵdaylarda koordinatalar sistemalarına ótiw tayar formulalar járdeminde ámelge asırıladı. Mısalı Dekart koordinatalar sistemasında **r** radius-vektorın koordinata kósherlerine parallel bolǵan úsh vektordıń (**i**x, **j**u, **k**z vektorları) qosındısı túrinde bılayınsha jazıladı:

$$\mathbf{r} = \mathbf{i}x + \mathbf{j}u + \mathbf{k}z.$$

x,u,z sanları **r** radius-vektorınıń qurawshıları dep ataladı.

Bir koordinatalar sistemasınan ekinshi koordinatalar sistemasına ótkende radius-vektorlardıń qurawshıları sáykes túrlendiriwlerge ushıraydı. Ápiwayı mısal keltiremiz hám bul mısalda bir Dekart koordinatalar sistemasınan (xuz koordinatalar sisteması) ekinshi Dekart koordinatalar sistemasına (x'u'z' koordinatalar sisteması, bunday eki koordinatalar sisteması bir birine salıstırǵanda burılǵan bolıwı múmkin) ótkendegi túrlendiriw formulaların keltiremiz:

xuz sistemasında vektordı bılayınsha jazamız

$$\mathbf{r} = \mathbf{i}x + \mathbf{j}u + \mathbf{k}z.$$

x'u'z' koordinatalar sistemasında bılayınsha jazıw kerek:

$$\mathbf{r} = \mathbf{i}x' + \mathbf{j}u' + \mathbf{k}z'.$$

Túrlendiriw formulaların ápiwayılastırıw ushın belgilewler qabıl etemiz:

$$x = x_1,\ u = x_2,\quad z = x_3;$$

$$x' = x_{1'},\ u' = x_{2'},\quad z' = x_{3'};$$

$$\mathbf{i} = \mathbf{e}_1,\quad \mathbf{j} = \mathbf{e}_2,\quad \mathbf{k} = \mathbf{e}_3;$$

$$\mathbf{i}' = \mathbf{e}_{1'},\quad \mathbf{j}' = \mathbf{e}_{2'},\quad \mathbf{k}' = \mathbf{e}_{3'};$$

$$\text{sos}\left(\mathrm{e}_m \hat{,} \mathrm{e}_{n'}\right) = \alpha_{mn'}\ \ (m = 1, 2, 3;\ n' = 1, 2, 3).$$

Koordinatalar basları bir noqatta bolǵan eki Dekart koordinatalar sistemaları ushın túrlendiriw formulaları endi bılayınsha jazıladı:

$$x_1 = \alpha_{11'}x_{1'} + \alpha_{12'}x_{2'} + \alpha_{13'}x_{3'};$$

$$x_1 = \alpha_{11'}x_{1'} + \alpha_{12'}x_{2'} + \alpha_{13'}x_{3'};$$

$$x_1 = \alpha_{11'}x_{1'} + \alpha_{12'}x_{2'} + \alpha_{13'}x_{3'};$$

Usı túrde túrlendiriw formulaların este saqlaw júdá ańsat.

Fizikalıq shamanın` vektor bolıwı ushın bul u`sh san bir koordinatalar **sistemasınan ekinshi koordinatalar sistemasına o`tkende**

$$x_1 = \alpha_{11'}x_{1'} + \alpha_{12'}x_{2'} + \alpha_{13'}x_{3'};$$

$$x_1 = \alpha_{11'}x_{1'} + \alpha_{12'}x_{2'} + \alpha_{13'}x_{3'};$$

$$x_1 = \alpha_{11'}x_{1'} + \alpha_{12'}x_{2'} + \alpha_{13'}x_{3'};$$

formulalarının` ja`rdeminde tu`rlendiriliwi kerek.

Bazı bir a`hmiyetli juwmaqlar:

Orın almastırıw traektoriya kesindisi emes.

Vektorlardı qosıw qa`desi maqsetke muwapıqlıg`ı bir qatar fizikalıq shamalardın` qa`siyetleri boyınsha tastıyıqlanatug`ın anıqlama bolıp tabıladı.

U`sh san menen ta`riplenetug`ın fizikalıq shama ko`pshilik jag`daylarda vektor bolıp tabıladı. Usınday u`sh sannın` vektor bolıwı ushın (durısırag`ı vektordın` qurawshıları bolıwı ushın) bir koordinatalar sistemasınan ekinshi koordinatalar sistemasına o`tkende belgili bir ta`rtipte tu`rleniwi sha`rt.

Radius-vektor qanday da bir koordinatalar sistemasının` bar bolıwınan g`a`rezli emes.

Eger qanday da bir koordinatalar sisteması saylap alınatug`ın bolsa, radius-vektordı usı koordinatalar sistemasında an`latıw mu`mkin.

Waqıt tu`sinigi. Bizdi qorshap turǵan waqıt barqulla ózgerip turadı. Protsessler bir biri-nen soń belgili bir izbe-izlikte ótedi, hár bir protsess belgili bir uzaqlıqqa (bunnan bılay waqıt boyınsha uzaqlıq názerde tutıladı) iye. Ózgeriwshi, rawajlanıwshı dúńyanıń ulıwmalıq qásiyeti adamlar sanasında waqıt túsinigi túrinde qáliplesken.

Waqıt dep materiallıq protsesslerdin` anıq uzaqlıqqa iye bolıwın, bir birinen keyin qandayda bir izbe-izlikte ju`zege keliwin, etaplar ha`m basqıshlar boyınsha rawajlanıwın tu`sinemiz.

Solay etip waqıttıń materiyadan hám onıń qozǵalısınan ajıratılıwı múmkin emes. Sol sıyaqlı keńislikti de waqıttan ajıratıwǵa bolmaydı. Materiallıq protsesslerden tıs ajıratıp alınǵan waqıt mazmunǵa iye emes. Tek ǵana keńislik penen waqıttı bir birine baylanıslı etip qaraw fizikalıq mániske iye.

Da`wirli protsessler**. Tábiyatta júretuǵın kóp sanlı protsessler ishinde birinshi gezekte **qaytalanatug`ın protsessler kózge túsedi. Kún menen túnniń, jıl máwsimleriniń, aspanda juldızlardıń qozǵalıslarınıń qaytalanıwı, júrektiń soǵıwı, dem alıw hám basqa da kóp sanlı qubılıslar qaytalanıwshı protsesslerge kiredi. Usı qubılıslardı úyreniw hám salıstırıw materiallıq protsesslerdiń uzaqlıǵı ideyasın payda etedi, al uzaqlıqlardı salıstırıw usı uzaqlıqlardı ólshew ideyasınıń payda bolıwına alıp keledi. Múmkin bolǵan protsesslerdi ólshew usı protsesslerdiń ishindegi eń turaqlı túrde qaytalanatuǵın protsessti ayırıp alıwǵa múmkinshilik beredi. Bul ayırıp alınǵan protsess ólshew etalonı xızmetin atqaradı.

Da`wirli protsessti o`lshew ushın qabıl etilgen etalon saat dep ataladı.

Saattı qabıl etiw menen birge dárhál hár qanday esaplaw noqatlarındaǵı saatlar birdey bolıp júre me dep soraw beriledi. Bul tómendegini bildiredi: Meyli bazı bir fizikalıq protsess bir noqattan ekinshi noqatqa informatsiya jetkerip beretuǵın bolsın. Bunday protsessti ***signal*** dep ataymız. Signal bolıp jarq etip janǵan jaqtılıq, mıltıqtan atılǵan oq xızmet etiwi múmkin. Bul signallardıń tarqalıw nızamların anıq bilip otırıwdıń qájeti joq. Tek ǵana signaldı jiberiw, qabıl etiw ózgermeytuǵın birdey jaǵdaylarda ámelge asatuǵınlıǵın biliw kerek. Usınday shártler orınlanatuǵın jaǵdayda bir noqattan birdey waqıt aralıqları ótiwi menen signal jiberip otıramız. Eger ekinshi noqatta usı signallar birinshi noqattaǵıday waqıt aralıqlarında kelip jetetuǵın bolsa eki noqatta da saatlardıń júriw tezligi birdey dep esaplaymız. Bunday salıstırıwlardı qálegen eki noqatlar arasında júrgiziwge boladı. Meyli A menen V noqatlarındaǵı saatlardıń júriw tezlikleri hám V menen S noqatlarındaǵı saatlardıń júriw tezlikleri birdey bolıp shıqqan bolsın. Bunday jaǵdayda A hám S noqatlarındaǵı saatlardıń da júriw tezlikleri birdey dep juwmaq shıǵaramız.

Printsipinde bul tájiriybeler eki nátiyje beredi: 1) qarap atırılǵan sistemanıń hár qanday noqatlarındaǵı saatlardıń júriw tezlikleri birdey yamasa 2) sistemanıń hár qıylı noqatlarındaǵı saatlar hár qanday tezliklerde júredi. ***Eksperimentler usı eki jag`daydın` da haqıyqatta da orın alatug`ınlıg`ın ko`rsetedi***. Mısalı etalon sıpatında basım, temperatura hám basqa da sırtqı tásirlerden ǵárezsiz bolǵan yadrolıq protsessti qabıl eteyik hám joqarıda gáp etilgen usıl menen bul saatlardıń júriw tezlikleriniń birdey yamasa birdey emesligin tekserip kóreyik. Meyli qarap atırılǵan protsesstiń basında Jer betinen bazı bir biyiklikte turǵan noqattan Jer betindegi tap usınday protsess júrip atırǵan ekinshi orınǵa signal jiberilsin. Bul signal Jer betindegi noqatqa bul noqatta protsess baslanǵan waqıtta jetip kelgen bolsın. Ekinshi signal birinshi noqattan usı noqattaǵı protsess toqtaǵan waqıtta jiberilsin. Birinshi noqattan ekinshi noqatqa signaldıń qozǵalıw nızamı bizdi qızıqtırmaydı. Bul nızamnıń barlıq signallar ushın birdey bolıwı shárt. Eksperiment ekinshi signaldıń Jer betindegi noqatqa usı noqatta bolıp atırǵan protsesstiń tamam bolıw momentinde emes, al erterek keletuǵınlıǵın kórsetedi.

Bul ekspermentallıq situatsiya berilgen esaplaw sistemasındag`ı birden bir waqıttın` joqlıg`ın, sistemanın` ha`r bir noqatında waqıttın` o`tiwinin` tezliginin` ha`r qıylı ekenligin ko`rsetedi.

Bunday situatsiya, mısalı, Jer menen baylanısqan esaplaw sistemasında orın aladı. Eger Jer betinde ornatılǵan birinshi saat ekinshisine salıstırǵanda 10 m biyiklikte jaylastırılǵan bolsa, onda bazı bir protsesstiń uzınlıǵı bir birinen usı waqıt uzınlıǵınıń 10^{-15} ine teńdey shamaǵa ayırıladı. Oǵada az bolǵan bunday ayırma birinshi ret 1960-jılı baqlandı. Bunday az ayırmanı esapqa almaytuǵın bolsaq, Jer menen baylanıslı bolǵan esaplaw sistemasında birden bir waqıt bar dep esaplaymız.

Biz qarap ótken mısalda saatlardıń hár qıylı tezlik penen júriwine Jer payda etken gravitatsiyalıq (tartılıs) maydan sebepshi boladı. Biraq tartılıs maydanı birden bir sebep emes. Mısalı esaplaw sisteması aylanbalı qozǵalısta bolıwı múmkin. Bunday qozǵalıslar da saatlardıń júriw tezliginiń ózgeriwine alıp keledi.

Saatlardı sinxronizatsiyalaw. Berilgen noqatta ótiwshi protsesstiń uzaqlıǵı usı noqatta jaylastırılǵan saattıń járdeminde ólshenedi. Demek bul jaǵdayda bir noqatta jaylasqan protsesslerdiń uzaqlıqları salıstırıladı. Uzaqlıqtı ólshew bul protsesstiń baslanıwın hám aqırın etalon etip qabıl etilgen protsess shkalası boyınsha anıqlawdan turadı. Bul ólshewlerdiń nátiyjeleri hár qıylı noqatlarda júzege keletuǵın protsesslerdiń uzaqlıqların salıstırıwǵa múmkinshilik beredi. Biraq bul jaǵdayda hár bir protsess belgili bir noqatta júriwi kerek.

Biraq bir noqatta baslanıp, ekinshi noqatta pitetug`ın protsesste jag`day qalay boladı? Bul protsesstin` uzaqlıg`ı dep neni tu`sinemiz? Qaysı orında turg`an saat penen bunday protsessstin` uzaqlıg`ın o`lsheymiz?

Bunday protsesstiń uzaqlıǵın bir saatıń járdeminde ólshewdiń múmkin emes ekenligi óz-ózinen túsinikli. Tek ǵana hár qıylı noqatlarda jaylastırılǵan saatlardıń járdeminde protsesstiń baslanıń hám pitiw momentlerin belgilep qalıw múmkin. Bul belgilew bizge hesh nárse bermeydi, sebebi hár qıylı saatlardaǵı waqıttı esaplawdıń baslanǵısh momenti bir biri menen sáykeslendirilmegen (basqa sóz benen aytqanda saatlar sinxronizatsiyalanbaǵan).

Eń ápiwayı sinxronizatsiya bılay islenedi: barlıq saatlardıń tilleri belgili bir waqıtta belgili bir belgige alıp kelip qoyıladı. Biraq «belgili bir waqıtta» degen sózdiń mánisi ele belgisiz.

Sonlıqtan saatlardı sinxronizatsiyalawg`a belgili bir tu`sinikler arqalı emes, al usı sinxronizatsiya baylanısqan fizikalıq protseduralarg`a su`yenip anıqlama beriw kerek.

Eń dáslep hár qıylı noqatlarda jaylasqan saatlar arasındaǵı fizikalıq baylanıstı anıqlaw shárt. Bunday jaǵdaylarda jáne de signallardı paydalanıwǵa tuwra keledi. Sonlıqtan sinxronizatsiyanı ámelge asırıw ushın signallardıń hár qıylı noqatlar arasındaǵı tarqalıw nızamları da belgili bolıwı kerek.

Saatlardı sinxronlastırıw hám hár qanday fizikalıq signallardıń tarqalıw nızamların úyreniw bir birin tolıqtırıw jolı menen tariyxıy jaqtan birge alıp barıldı. Bul máseleni sheshiwde jaqtılıqtıń tezligi eń áhmiyetli orındı iyeledi. Sebebi jaqtılıq áyemgi waqıtlardan baslap tábiyiy signal bolıp keldi, onıń tezligi basqa belgili bolǵan signallardıń tezliklerine salıstırǵanda sheksiz úlken dep esaplandı. Sonlıqtan sheksiz úlken tezlik penen qozǵalıwshı signal járdeminde saatlardı sinxronlastırıw ideyası payda boldı. Bul sinxronlastırıwdı ámelge asırıw ushın dáslep barlıq noqatlarda jaylasqan saatlardıń tilleri birdey awhallarǵa qoyıladı. Keyin bir noqattan barlıq noqatlarǵa qaray jaqtılıq signalları jiberiledi hám usı signal kelip jetken waqıt momentlerinde saatlar júrgizilip jiberiledi. Bunday etip sinxronlastırıw áhmiyetke iye. Eger A noqatında jaylasqan saat penen V noqatında jaylasqan saat, V noqatındaǵı saat penen S noqatındaǵı saat sinxronlasqan bolsa, A noqatındaǵı saat penen S noqatındaǵı saat ta sinxronlastqan bolıp shıǵadı. Bul A, V hám S noqatlarınıń óz-ara jaylasıwlarına baylanıslı emes.

Saatlardı jaqtılıq signalları járdeminde sinxronlastırıw eń qolaylı usıl bolıp shıqtı. Sebebi

inertsial esaplaw sistemalarındag`ı jaqtılıqtın` tezliginin` jaqtılıq dereginin` de, jaqtılıqtı qabıllawshı du`zilistin` tezligine de baylanıslı emes, ken`isliktin` barlıq bag`ıtları boyınsha birdey ha`m universal turaqlı shama s g`a ten` ekenligin ko`p sanlı eksperimentler da`lilledi.

Bul universal turaqlı shamanıń mánisi jaqında 1.1 m/s dálliginde anıqlandı:

$$s = 299792.4562 \text{ km/s} \pm 1.1 \text{ m/s}.$$

Endi sinxronlastırıwdı bılay ámelge asıramız. Baslanǵısh nońqat dep atalatuǵın noqatta saattıń tili 0 ge qoyıladı. Bul saat usı noqattan sferalıq jaqtılıq tolqını túrindegi jaqtılıq signalı ketken waqıt momentinde júrgizilip jiberiledi. Usı noqattan r qashıqlıqta turǵan ekinshi noqatqa signal r/s waqıt ótkennen keyin kelip jetedi. Sonlıqtan da ekinshi noqattaǵı saat birinshi noqattan jaqtılıq signalı kelip jetkende r/s nı kórsetiwi kerek.

Sorawlar:

1. Keńisliktiń geometriyalıq qásiyetleri haqqındaǵı tastıyıqlawlardıń mánisi neden ibarat?
2. Anaw yamasa mınaw geometriyanıń haqıyqatlıǵı yaki jalǵanlıǵı haqqındaǵı máseleniń mánisi neden ibarat?
3. Házirgi waqıtları Evklid geometriyasınıń durıslıǵı qanday sheklerde dálillengen?
4. Absolyut qattı dene degenimiz ne hám bul túsiniktiń geometriyalıq kóz-qaraslardıń rawajlanıwında tutqan ornı neden ibarat?
5. Waqıt hám dáwirli protsessler dep neni túsinemiz?
6. Saatlardı sinxronizatsiyalaw zárúrliliginiń mánisi neden ibarat?

§ 4. Materiallıq noqat kinematikası

1. Mexanika hám onıń bólimleri.
2. Orın almastırıw vektorı.
3. Tezlik.
4. Tezleniw.
5. Noqattıń sheńber boyınsha qozǵalıwı. Múyeshlik tezlik.
6. Orayǵa umtılıwshı tezleniw.
7. Múyeshlik tezleniw.
8. Múyeshlik tezlik hám múyeshlik tezleniw vektorları.

Fizikanıń bólimleri ishinde **mexanika** burınıraq rawajlana basladı. **Mexanika denelerdin` qozg`alısı menen ten` salmaqlıg`ı haqqındag`ı ilim bolıp tabıladı.** Keńirek mániste aytqanda materiyanıń qozǵalısı onıń ózgerisi bolıp tabıladı. Biraq mexanikada qozǵalıs haqqında gáp etilgende qozǵalıstıń eń ápiwayı forması bolǵan bir deneniń basqa denelerge salıstırǵandaǵı orın almastırıwı názerde tutıladı. Mexanikanıń printsipleri birinshi ret I.Ńyuton (1643-1727) tárepinen onıń «Natural filosofiyanıń matematikalıq baslaması» dep atalatuǵın biykarǵı miynetinde bayanlandı.

Qozǵalıs degenimiz ne hám onı qalayınsha táriplew múmkin? Bul sorawǵa denelerdiń qozǵalısın táriplewshi kinematika juwap beredi. Qozǵalıs degenimiz deneniń basqa denelerge salıstırǵandaǵı orın almastırıwı (keńisliktegi onıń ornınıń ózgeriwi) bolıp tabıladı. Solay etip deneniń qozǵalısın táriplewde usı deneniń orın almastırıwın salıstırıw maqsetinde biz barlıq waqıtta da qanday da bir koordinatalar sistemasın (yamasa esaplaw sistemasın) paydalanamız. Deneniń qozǵalısı onıń barlıq noqatlarınıń (deneniń kishi bólimleriniń, dánesheleriniń) qozǵalısı menen anıqlanadı. Sonlıqtan bizler materiallıq noqattıń qozǵalısın táriplewden baslaymız. Al joqarıda gáp etilgenindey ***materiallıq noqat dep o`lshemleri esapqa alınbaytug`ın denege aytamız***. Bunday jaǵdayda deneniń massası bir noqatka toplanǵan dep esaplanadı.

Materiallıq noqattın` orın awıstırıwı, tezligi ha`m tezleniwi. Qozǵalıstı táriplew dep

$$x_1 = x_1(t), \quad x_2 = x_2(t), \quad x_3 = x_3(t) \qquad (4\text{-}2)$$

funktsiyaların biliw degen sóz. Vektorlıq formada

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \qquad (4\text{-}2a)$$
túrinde qozǵalıstı matematikalıq jaqtan táripleymiz.

Qozǵalıstı traektoriya parametrleri menen de táriplew múmkin.

Orın almasıw vektorı. Bul vektor uzınlıǵı boyınsha keyingi noqat penen dáslepki noqat arasındaǵı qashıqlıqqa teń, al baǵıtı dáslepki noqattan keyingi noqatqa qaray baǵıtlanǵan: $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t+\Delta t) - \mathbf{r}(t)$. Bul vektor materiallıq noqattıń t hám t+Δt waqıt momentleri arasında bolǵan traektoriyanıń noqatların tutastıradı.

Tezlik. Tezlik dep waqıt birliginde materiallıq noqattıń ótken jolına aytamız. Eger materiallıq noqat Δt waqıtı ishinde $\Delta \mathbf{S}$ jolın ótken bolsa ortasha tezlik

$$\Delta \mathbf{v} = \frac{\Delta \mathbf{S}}{\Delta t}. \qquad (4\text{-}3)$$

Δt waqıtın sheksiz kishireytsek tezliktiń alınǵan mánisi bir zamatlıq tezlik dep ataladı, yaǵnıy:

$$\mathbf{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dr}. \qquad (4\text{-}4)$$

Dekart koordinatalar sistemasında

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{i}\, x(t) + \mathbf{j}\, y(t) + \mathbf{k}\, z(t). \qquad (4\text{-}5)$$

Demek

$$\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt = \mathbf{i}\,(dx/dt) + \mathbf{j}\,(dy/dt) + \mathbf{k}\,(dz/dt). \qquad (4\text{-}6)$$

Tezliktiń qurawshıları:

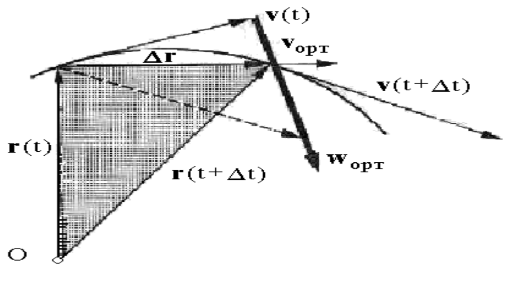
$$v_x = dx/dt;\ \ v_y = dy/dt;\ \ v_z = dz/dt.$$

Qozǵalıs traektoriya parametrleri arqalı berilgen jaǵdayda traektoriya menen ótilgen joldıń waqıtqa ǵárezliligi belgili boladı. Jol dáslepki dep qabıl etilgen noqattan baslap alınadı. Traektoriyanıń hár bir noqatı s shamasınıń belgili bir mánisi menen anıqlanadı. Demek noqattıń radius-vektorı s tiń funktsiyası bolıp tabıladı hám $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s)$ teńlemesi menen beriledi. Olay bolsa

$$\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt = (d\mathbf{r}/ds)*(ds/dt). \qquad (4\text{-}7)$$

Δs - traektoriya boylap eki noqat arasındaǵı qashıqlıq, $|\Delta\mathbf{r}|$ - usı eki noqat arasındaǵı tuwrı sızıq boyınsha qashıqlıq. Eki noqat bir birine jaqınlasqan sayın usı eki shama arasındaǵı ayır-ma joǵala baslaydı. Sonlıqtan:

$$d\mathbf{r}/ds = \lim_{\Delta s \to 0}(\Delta\mathbf{r}/\Delta s) = \lim_{\Delta s \to 0}(\Delta\mathbf{r}/|\Delta\mathbf{r}| * |\Delta\mathbf{r}|/\Delta s) = \boldsymbol{\tau}. \qquad (4\text{-}8)$$



7-súwret. Orın awıstırıw, tezlik hám tezleniw túsinigi ushın
Traektoriyanıń eki noqatı arasındaǵı ortasha tezlik baǵıtı boyınsha awısıw vektorına teń.
Ortasha tezlik traektoriyaǵa urınba baǵıtında da emes. O - esaplaw bası.

Bul jerde $\boldsymbol{\tau}$ traektoriyaǵa urınba bolǵan birlik vektor. Anıqlama boyınsha $d\mathbf{s}/dt = \mathbf{v}$ traektoriya boyınsha tezliktiń absolyut mánisi. Sonlıqtan

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\tau} v. \qquad (4\text{-}9)$$

Bul jerde tezliktiń traektoriyaǵa urınba baǵıtında ekenligi kórinip tur.

Tezleniw. Tezleniw dep tezliktiń ózgeriw tezligine aytamız. t hám t + Δt waqıt momentlerindegi tezlikler **v**(t) hám **v**(t + Δt) bolsın. Demek Δt waqtı ishinde tezlik **v**(t + Δt) - **v**(t) ócimin aladı. Δt waqtı ishindegi ortasha tezleniw:

$$\mathbf{a}_{ort}(t, t+\Delta t) = \Delta\mathbf{v}/\Delta t. \qquad (4\text{-}10)$$

Hár qıylı waqıt aralıqlarındaǵı **v**(t) vektorınıń súwretin bir ulıwmalıq dáslepki noqattan shıǵatuǵın etip salamız. Usı vektordıń ushı **tezliklerdin` godografı** dep atalatuǵın iymeklikti sızadı (súwrette kórsetilgen). Δt waqıtın sheksiz kishireytip tezleniwdi alamız:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}\right) = \frac{d\mathbf{v}}{dt}. \qquad (4\text{-}11)$$

$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$, $\mathbf{r} = \mathbf{i}x + \mathbf{j}y + \mathbf{k}z$ ekenligin esapqa alıp tezleniwdi $\mathbf{a} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$

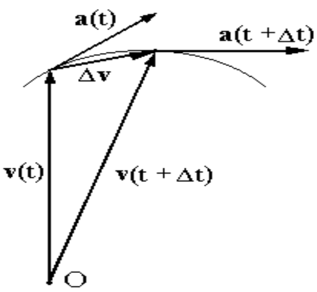
$$a = \frac{d^2x}{dt^2}\mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\mathbf{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\mathbf{k} \qquad (4\text{-}12)$$

túrinde kórsetiw múmkin.

Demek Dekart koordinatalar sistemasında tezleniwdiń qurawshıları:

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2},\ a_y = \frac{d^2y}{dt^2},\ a_z = \frac{d^2z}{dt^2}, \qquad (4\text{-}13)$$

Endi tezleniwdiń tezlikke hám qozǵalıs traektoriyasına salıstırǵandaǵı baǵıttın anıqlawımız kerek. Súwrette tezleniwdiń tezlik godografına urınba baǵıtta ekenligin, biraq onıń menen qálegen múyesh jasap baǵıtlanatuǵınlıǵın da kórsetedi. Usı máseleni ayqınlastırıw ushın $\mathbf{v} = \boldsymbol{\tau} v$ formulasınan paydalanamız:



8-súwret. Tezlikler godografı.

Belgilenip alınǵan dáslepki noqattan (O noqatı) baslap tezlik vektorınıń aqırǵı noqatı basıp ótken noqatlardıń geometriyalıq ornı bolıp tabıladı.

$$\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt = \frac{d}{dt}(\boldsymbol{\tau} v) = (d\boldsymbol{\tau}/dt)\mathbf{v} + \boldsymbol{\tau}(dv/dt). \qquad (4\text{-}14)$$

Bul jerde $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}(s)$ - ótilgen joldıń funktsiyası bolıp tabıladı. Óz gezeginde s waqıt t nıń funktsiyası. Sonlıqtan $d\boldsymbol{\tau}/dt = (d\boldsymbol{\tau}/ds)(ds/dt)$. **τ** vektorı absolyut mánisi boyınsha ózgergen. Bunnan ($d\boldsymbol{\tau}/ds$) vektorınıń **τ** vektorına perpendikulyar ekenligi kórinip tur. **τ** vektorı traektoriyaǵa urınba baǵıtında. Demek ($d\boldsymbol{\tau}/ds$) vektorı traektoriyaǵa perpendikulyar, yaǵnıy bas normal dep atalıwshı normal boyınsha baǵıtlanǵan. Usı normal baǵıtındaǵı birlik vektor **n** arqalı belgilenedi. ($d\boldsymbol{\tau}/ds$) vektorınıń mánisi l/r ge teń. r traektoriyanıń iymeklik radiusı dep ataladı.

Traektoriyadan **n** bas normalınıń baǵıtında r qashıqlıqta turǵan O noqatı traektoriyanıń iymeklik radiusı dep ataladı. Sonlıqtan

$$d\boldsymbol{\tau}/ds = \mathbf{n}/r \qquad (4\text{-}15)$$

dep jazıw múmkin.

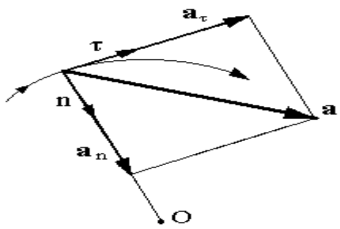
ds/dt = v ekenligin esapqa alıp a = d**v**/dt = $\frac{d}{dt}$ (**τ**v) = (d**τ**/dt)v + **τ**(dv/dt) formulasın bılay kóshirip jazamız:

$$a = \mathbf{n}\,(v^2/r) + \boldsymbol{\tau}\,(dv/dt). \qquad (4\text{-}16)$$

Demek tolıq tezleniw óz-ara perpendikulyar bolǵan eki vektordan turadı: traektoriya boylap baǵıtlanǵan **τ** (dv/dt) = a_t tezleniwi tangensial tezleniw dep ataladı, al ekinshisi traektoriyaǵa perpendikulyar jáne bas normal boyınsha baǵıtlanǵan tezleniw a_n = n (v^2/r) normal tezleniw dep ataladı.

Tolıq tezleniwdiń absolyut mánisi

$$a = (\mathbf{a}^2)^{1/2} = [(v^2/r)^2 + (dv/dt)]^2. \quad (4\text{-}17)$$



9-súwret. Tolıq tezleniwdi (**a**) qurawshıları bolǵan tangensial (**a**$_\tau$) hám normal (**a**$_n$) qurawshılarǵa jiklew.

Endi qozǵalıstıń eń ápiwayı túrleriniń biri bolǵan tuwrı sızıqlı tezlenbeli qozǵalıs haqqında gáp etemiz. Bunday jaǵdayla tezleniwdi bılay jazamız

$$a = \Delta v/\Delta t = (v - v_0)/(t-t_0).$$

Bul jerde v_0 dáslepki tezlik, t_0 dáslepki waqıt (waqıttıń dáslepki momenti), v waqıt t bolǵan momenttegi tezliktiń mánisi. Bul formuladan

$$v = v_0 + a(t - t_0).$$

Eger t_0 = 0 bolsa v = v_0 + at.

Tezliktiń ósimi Δv nıń belgisi qanday bolsa tezleniwdiń belgisi de sonday boladı.

Endi teń ólshewli tezlenbeli qozǵalıstaǵı júrip ótilgen joldıń mánisin esaplayıq.

Ápiwayılıq ushın v_0 = 0 dep esaplayıq. Tezliktiń ósiwi OA tuwrısı menen sáwlelendiriledi. Sonlıqtan júrip ótilgen jol OVA úsh múyeshliginiń maydanına teń boladı:

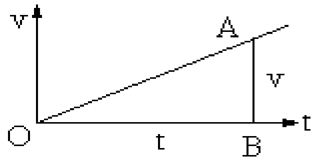
$$OA*AV/2 = v*t/2 = at^2/2.$$

Eger dáslepki tezlik nolge teń bolmasa

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

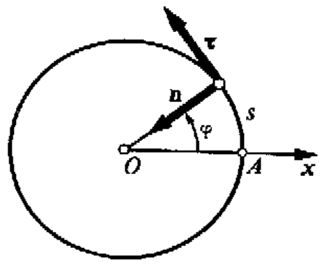
Noqattın` shen`ber boyınsha qozg`alıwı. Mu`yeshlik tezlik. Noqattıń sheńber boyınsha qozǵalısın tsilindrlik koordinatalar sistemasında qaraǵan ańsat. Bul jaǵdayda koordinata basın sheńberdiń orayına, al x penen u kósherlerin usı sheńber tegisligine jaylastıramız. (x,u) tegisliginde bul polyar koordinatalar sisteması boladı. Sheńberdiń radiusın r arqalı belgileymiz. Traektoriya boyınan A noqatın alıp s = rφ dep jaza alamız. Tezliktiń absolyut mánisi v = $\frac{dS}{dt}$ = r $\frac{d\varphi}{dt}$. Múyeshtiń ózgeriw tezligi $\frac{d\varphi}{dt}$ múyeshlik tezlik dep ataladı hám ω háripi menen belgilenedi. **Eger bul tezlik turaqlı bolsa, onda ol aylanbalı jiyilik dep ataladı**. Múyeshlik tezlik aylanıw dáwiri T menen bılay baylanısqan:

$$\Omega = 2\pi/T. \qquad (4\text{-}18)$$



10-súwret. Teń ólshemli tezlenbeli qozǵalısta júrip ótilgen jol OAV úsh múyeshliginiń maydanına teń.

Orayg\`a umtılıwshı tezleniw. Bul jaǵdayda normal tezleniw orayg\`a umtılıwshı tezleniw dep ataladı. Sheńberdiń barlıq noqatlarınıń iymeklik orayları sheńberdiń orayı bolıp tabıladı. Iymeklik radiusı sheńberdiń radiusına teń. Orayǵa umtılıwshı tezleniw $\omega_n = (v^2/R) = \omega^2 r$. Bul jerde $v = R\omega$ ekenligi esapqa alınǵan.



11-súwret. Sheńber boyınsha qozǵalıs parametrleri.

Mu\`yeshlik tezleniw. $v = R(d\varphi/dt)$ formulasınan tangensial tezleniwdiń $a_t = (dv/dt) = R(d\omega/dt) = R/(d^2\varphi/dt^2)$ ekenligi kelip shıǵadı. $\dot{\omega}=\dfrac{d\omega}{dt}$ shaması noqattıń múyeshlik tezligi dep ataladı. Tolıq tezleniwdi bılay jazamız:

$$\omega=\sqrt{a_n^2+a_t^2}=R\sqrt{\omega^4+\dot{\omega}^2}. \qquad (4\text{-}19)$$

Mu\`yeshlik tezlik ha\`m mu\`yeshlik tezleniw vektorları. Sheńber boyınsha qozǵalıs tek ǵana sheńberdiń radiusı hám múyeshlik tezlik penen táriplenip qoymay, sheńber jatqan tegisliktiń baǵıtı menen de táriplenedi. Tegisliktiń baǵıtı usı tegislikke túsirilgen normaldıń baǵıtı menen anıqlanadı. Sonlıqtan sheńber boyınsha qozǵalıs sheńberdiń orayı boyınsha ótiwshi hám sheńber tegisligine perpendikulyar sızıq penen táriplenedi. Bul sızıq aylanıw kósheri bolıp tabıladı.

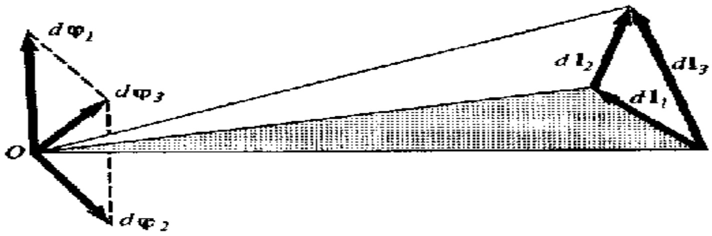
$d\varphi$ shaması elementar múyeshlik awısıw dep ataladı. v menen ds qalay baylanısqan bolsa ($v = ds/dt$ formulası názerde tutılmaqta) ω menen $d\varphi$ de sonday bolıp baylanısqan. biraq tezliktiń táriplmesi ushın tek onıń shaması emes, al baǵıtı da kerek. Eger awısıw vektorı $d\mathbf{s}$ arqalı belgilengen bolsa, tezlik vektorı ushın ańlatpa $d\mathbf{s}/dt$ túrine iye.

Elementar múyeshlik awısıw $d\varphi$ tek óziniń mánisi menen ǵana emes, al sol ózgeris júz beretuǵın tegislik penen de táriplenedi. Usı tegislikti belgilep alıw ushın $d\boldsymbol{\varphi}$ di usı tegislikke perpendikulyar bolǵan vektor dep qarawımız kerek. Onıń baǵıtı oń burǵı qádesi járdeminde anıqlanadı; eger burǵını φ diń úlkeyiw baǵıtında aylandırsaq, onda burǵınıń qozǵalıs baǵıtı $d\boldsymbol{\varphi}$ vektorınıń baǵıtına sáykes keliwi kerek. Biraq $d\boldsymbol{\varphi}$ di vektor dep esaplaytuǵın bolsa, onda onıń haqıyqatında da vektor ekenligin dálillewimiz kerek.

Meyli $d\boldsymbol{\varphi}_1$ hám $d\boldsymbol{\varphi}_2$ arqalı eki múyeshlik awısıw belgilengen bolsın. Usı shamalardıń vektorlarday bolıp qosılatuǵınlıǵın dálilleymiz. Eger O noqatınan (orayı O noqatı) radiusı bir birlikke teń bolǵan sfera payda etetuǵın bolsaq usı múyeshlerge sferanıń betinde sheksiz kishi $d\mathbf{l}_1$ hám $d\mathbf{l}_2$ kishi doǵaları sáykes keledi (tómengi súwrette sáwlelengen). $d\mathbf{l}_3$ doǵası bolsa úshmúyeshliktiń úshinshi tárepin payda etedi. Sheksiz kishi bolǵan bul úshmúyeshlikti tegis úshmúyeshlik dep esaplawǵa boladı. $d\varphi_1$, $d\varphi_2$ hám $d\varphi_3$ vektorları usı úshmúyeshliktiń táreplerine perpendikulyar bolıp jaylasqan hám onıń tegisliginde jatadı. Olar ushın tómendegidey vektorlıq teńliktiń orın alatuǵınlıǵına kóz jetkeriw qıyın emes:

$$d\varphi_3 = d\varphi_1 + d\varphi_2.$$

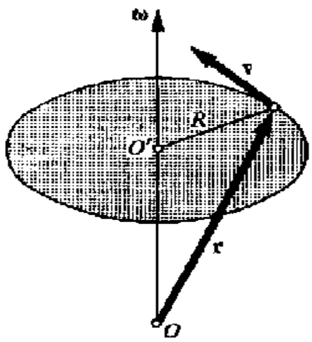
Demek $d\varphi_1$ hám $d\varphi_2$ ler vektorlar bolıp tabıladı eken. Usını dálillewimiz kerek edi.



12-súwret. Elementar múyeshlik awısıwlardıń ($d\varphi_1$ hám $d\varphi_2$ eki múyeshlik awısıwlarınıń) vektorlıq shama ekenligin dállewdi túsindiretuǵın súwret.

Bul vektorlardı koordinata kósherleri boyınsha qurawshılarǵa jiklewimiz kerek. $d\varphi_3 = d\varphi_1 + d\varphi_2$ ǵa baylanıslı bul qurawshılar vektordıń qurawshılarınday boladı. Sonlıqtan **elementar mu`yeshlik awısıw vektor bolıp tabıladı dep esaplaymız**.

Vektor bolıw qásiyetine tek ǵana elementar (sheksiz kishi) múyeshlik awısıwdıń iye bolatuǵınlıǵın seziwimiz kerek. Shekli múyeshke awısıw vektor bolıp tabılmaydı. Sebebi olardı awısıw ámelge asatuǵın tegislikke perpendikulyar bolǵan tuwrılardıń kesindisi dep qarasaq, bul kesindiler parallelogramm qádesi boyınsha qosılmay qaladı.



13-súwret. Radiusı R bolǵan sheńber boyınsha qozǵalıwshı noqattıń múyeshlik tezliginiń vektorı qozǵalıs tegisligine perpendikulyar baǵıtta baǵıtlanǵan.

Materiallıq noqattıń sheksiz kishi awısıwı $d\varphi$ sheksiz kishi dt waqıt aralıǵında júzege keledi. Sonlıqtan múyeshlik tezlik

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{d\varphi}{dt}$$

vektor bolıp tabıladı. Sebebi $d\varphi$ vektor, al dt skalyar shama. $\boldsymbol{\omega}$ menen $d\varphi$ lardıń baǵıtları birdey hám oń burǵı qaǵıydası (qádesi) tiykarında anıqlanadı.

Eger esaplaw basın aylanıw kósheriniń ıqtıyarlı noqatına ornalastırsaq (joqarıdaǵı súwrette kórsetilgen), materiallıq noqattıń tezligin múyeshlik tezlik vektorı formulası arqalı ańlatıwımız múmkin:

$$\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega},\mathbf{r}].$$

Múyeshlik tezleniw dep $d\boldsymbol{\omega}/dt$ vektorın ataymız. Sheńber boyınsha qozǵalısta $\boldsymbol{\omega}$ vektorınıń tek mánisi ózgeredi, al baǵıtı boyınsha ózgermeytuǵın aylanıw kósherine parallel bolıp qaladı. $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ formulasın qollanıp noqattıń tolıq tezleniwin alamız:

$$\boldsymbol{\omega} = d\mathbf{v}/dt = [d\boldsymbol{\omega}/dt,\mathbf{r}] + [\boldsymbol{\omega},d\mathbf{r}/dt] = [d\boldsymbol{\omega}/dt,\mathbf{r}] +[\boldsymbol{\omega},\mathbf{v}].$$

Bul jerde ($d\mathbf{r}/dt$) = $\mathbf{v}$ ekenligi esapqa alınǵan. biz qarap atırǵan jaǵdayda múyeshlik tezleniw vektorı $d\boldsymbol{\omega}/dt$ aylanıw kósherine parallel bolǵanlıqtan joqarıdaǵı formuladaǵı $[\boldsymbol{\omega},\mathbf{v}]$ vektorı traektoriyaǵa urınba baǵıtında baǵıtlanǵan. Demek:

tangensial tezleniw $\boldsymbol{\omega}_\tau = [d\boldsymbol{\omega}/dt,\mathbf{r}]$,

normal tezleniw $\boldsymbol{\omega}_n = [\boldsymbol{\omega},\mathbf{v}]$.

Al ulıwma tezleniw $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_\tau + \boldsymbol{\omega}_n$.

Bul formulalar aylanıw kósheri keńislikte baǵıtın ózgertpeytuǵın bolǵan jaǵdaylarda durıs nátiyje beredi.

Bir qansha mısallar keltiremiz.

Dáslep teń ólshewli tezleniwshi qozǵalıstı qaraymız. Biyikligi 20 m bolǵan jaydıń basınan tas túsirilgen, onıń dáslepki tezligi nolge teń. Hawanıń qarsılıǵın esapqa almay tastıń Jer betine qanshama waqıtta kelip jetetuǵınlıǵın hám Jer betine qanday tezlik penen túsetuǵınlıǵın esaplaymız.

Bul jaǵdayda tastıń túsiwi erkin túsiw bolıp tabıladı. Dáslepki tezligi nolge teń bolǵan deneniń teń ólshewli tezleniwshi qozǵalıstında ótilgen jol $h = at^2/2$ ge teń (eger dáslepki tezlik v_0 nolge teń bolmasa $h = v_0t + at^2/2$). Erkin túsiwshi dene ushın tezleniw $a = g = 9.81$ m/s^2 - erkin túsiw tezleniwi dep ataladı. Bul formuladan tastıń túsiw waqtı

$$t = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

bolıp shıǵadı. Sonlıqtan $t \approx 2$ s, al aqırǵı tezlik $v_t = gt = 19.6$ m/s.

Endi vertikal baǵıtta ılaqtırılǵan deneniń qozǵalısın qaraymız. Meyli vertikal baǵıtta ılaqtırılǵan dene 30 m biyiklikke kóterilsin. Usı biyiklikke tastıń qansha waqıtta jetetuǵınlıǵın hám Jer betine qansha waqıttan keyin qaytıp keletuǵınlıǵın esaplayıq.

Bul jaǵdayda

$$h = v_0t - gt^2/2.$$

30 m biyiklikke kóterilgen waqıttaǵı tastıń aqırǵı tezligi nolge teń, yaǵnıy

$$v_5 = v_0 - gt = 0.$$

Bunnan $v_0 = gt$. Demek $h = gt*t - gt^2/2 = gt^2/2$. Sonlıqtan $t = (2h/g)^{1/2}$. Bul nátiyjeni joqarıdaǵı keltirilgen mısaldaǵı alınǵan nátiyje menen salıstırsaq joqarıǵı erkin kóterilgendegi waqıt penen tómenge erkin túskendegi waqıt penen teń ekenligin kóremiz. t nıń mánisin anıqlaǵannan keyin $v_0 = gt = (2hg)^{1/2}$ formulası kelip shıǵadı. Sonlıqtan $v_0 \approx 24.2$ m/s, $t \approx 2.48$ s shamaların alamız.

Endi iymek sızıqlı qozǵalıslardı qarayıq.

Bir dene gorizontqa A múyeshin jasap v_0 dáslepki tezligi menen ılaqtırılǵan. Usı deneniń traektoriyasınıń túrin, deneniń eń joqarıǵa kóteriliw múyeshin hám qansha aralıqqa barıp Jer betine túsetuǵının anıqlayıq.

Máseleni bılayınsha sheshemiz:

Súwretten

$$v_x = v_0\ sos\alpha,$$

$$v_u = v_0 \sin\alpha - gt$$

ekenligi kórinip tur. x hám u koordinataları waqıttıń funktsiyaları túrinde bılay jazıladı:

$$x = v_0\ sos\alpha *t$$

$$u = v_0 \sin\alpha *t - g\ t^2/2$$

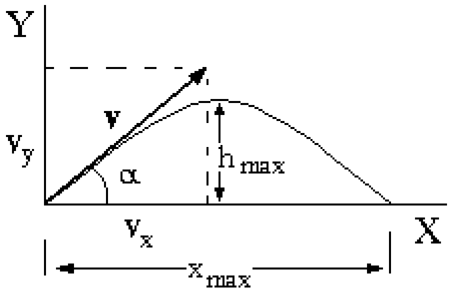
Bul teńlemeler sistemasınan waqıt t nı alıp taslasaq traektoriya teńlemesin alamız:

$$u = tg\alpha * x - \{g/(2v_0^2 \cos^2\alpha)\}*x^2.$$

x penen x^2 lar aldında turǵan shamalar turaqlı shamalar bolıp tabıladı. Olardı a hám b háripleri menen belgilesek

$$u = ax - bx^2$$

teńlemesi alamız. Bul parabolanıń formulası. Demek Jer betine múyesh jasap ılaqtırılǵan deneniń parabola boyınsha qozǵalatuǵınlıǵın kóremiz.



14-súwret. Gorizontqa múyesh jasap ılaqtırılǵan deneniń qozǵalısı.

Traektoriyasınıń eń joqarǵı noqatında $v_u = 0$. Demek v_0 sinα - gt = 0. Olay bolsa ılaqtırılǵan deneniń kóteriliw waqtı

$$t' = v_0 \sin\alpha/g .$$

Eń joqarı kóteriliw biyikligi

$$u_{max} = v_0 \sin\alpha * (v_0 \sin\alpha/ g) - (g/2)*(v_0 \sin\alpha/ g)^2 = v_0^2 \sin^2\alpha/(2g).$$

Dene Jer betine t = 2t' waqtı ishinde kelip túsedi. Olay bolsa

$$t = v_0 \sin\alpha/g.$$

Demek

$$x_{max} = v_0 \text{ sos } \alpha*t = v_0 \text{ sos } \alpha \; v_0 \sin\alpha /g = (v_0^2/g) *\sin 2\alpha.$$

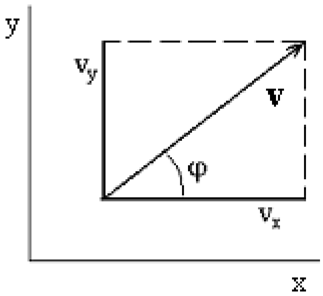
sin2α nıń eń úlken mánisi 1 ge teń. Bul jaǵdayda $2\alpha = 90^0$. Demek $\alpha = 45^0$ ta dene eń úlken alıslıqqa ushıp baradı eken.

Tap sonday-aq 2α nıń hár qıylı mánislerinde x tıń birdey mánisleriniń bolıwı múmkin. Mısalı $\alpha = 63^0$ penen $\alpha = 27^0$ larda birdey x alınadı.

Ma`sele: Gorizontqa α múyeshi jasap ılaqtırılǵan deneniń traektoriyasınıń eki noqatınıń járdeminde deneniń dáslepki tezligi v menen sol múyesh α nıń mánisin tabıw.

Berilgenleri: Koordinata x_1 bolǵanda u koordinata u_1 mániske, al koordinata x_2 bolganda u tiń mánisi u_2 bolǵan.

u_{max}, x_{max}, v_0 hám α niń mánislerin tabıw kerek.



Sızılmadan

$$v_x=v*\text{sos}\varphi, \quad v_u=v_0*\sin\varphi$$

Bunnan

$$\begin{cases} x = v_0 * t * \cos\varphi, \\ y = v_0 * t * \sin\varphi - \dfrac{gt^2}{2}. \end{cases}$$

teńlemeler sistemasın alamız.

Bul teńlemeler sistemasındaǵı birinshi teńlemeden

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\varphi}.$$

Bul ańlatpanı sistemadaǵı ekinshi teńlemege qoysaq

$$y = \frac{v_0 \sin\varphi}{v_0 \cos\varphi} * x - \frac{g}{2}\frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\varphi}$$

teńlemesin alamız hám bul teńlemeni bılayınsha jazamız:

$$y = \alpha x - \beta x^2.$$

Bul ańlatpanı dáslepki ańlatpa menen salıstırsaq

$\alpha = tg\varphi$ hám $\beta = \dfrac{g}{2}\dfrac{1}{v_0^2 * \cos^2\varphi}$

ańlatpalarına iye bolamız.

Endi máseleniń shártleri boyınsha tómendegidey teńlemeler sistemasın dúzemiz:

$$\begin{cases} y_1 = \alpha x_1 - \beta x_1^2, \\ y_2 = \alpha x_2 - \beta x_2^2. \end{cases}$$

Bul teńlemelerdiń birinshisin x_1 ǵa, al ekinshisin x_2 ge kóbeytemiz hám birinshisin ekinshisinen alamız. Sonda:

$$y_1 x_2 - y_2 x_1 = \beta x_1^2 x_2 - \beta x_2^2 x_1 = \beta(x_1^2 x_2 - x_2^2 x_1).$$

Bunnan

$$\beta = \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_1^2 x_2 - x_2^2 x_1}.$$

Demek

$$\alpha = \frac{y_1 + \beta x_1^2}{x_1}.$$

Jáne $\varphi = arctg\alpha$ ham $v_0 = \sqrt{\dfrac{g}{2} * \dfrac{1}{\cos^2\varphi} * \dfrac{1}{\beta}}.$

u_{max} noqatında $\dfrac{dy}{dx} = 0.$ Sonlıqtan $\alpha - 2\beta x = 0.$ Demek u_{max} ǵa sáykes keliwshi x tıń mánisi bılayınsha anıqlanadı:

$$x = \frac{\alpha}{2\beta}$$

Demek $y_{max} = \alpha x - \beta x^2 = \alpha\dfrac{\alpha}{2\beta} - \beta\dfrac{\alpha^2}{4\beta^2}.$

Al x_{max} bolsa $x_{max} = 2\dfrac{\alpha}{2\beta}.$

Solay etip traektoriyanıń eki noqatı boyınsha dáslepki tezlik v_0 di, múyesh φ di, u_{max} menen x_{max} shamaların anıqlay aladı ekenbiz.

Esaplaw ushın Mathcad tilinde tómendegidey programma dúzemiz hám nátiyjelerdi alamız:

$x1 := 5 \quad y1 := 90 \quad x2 := 10 \quad y2 := 150 \quad g := 9.83$

$beta := \dfrac{(y1 \cdot x2 - y2 \cdot x1)}{x1^2 \cdot x2 - x2^2 \cdot x1} \qquad alfa := \dfrac{\left(y1 + beta \cdot x1^2\right)}{x1}$

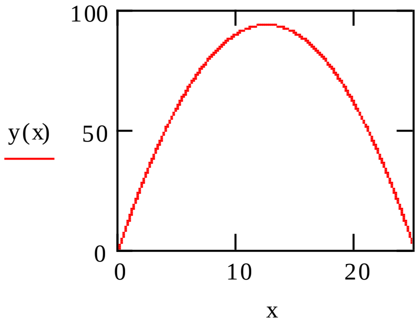
$alfa = 15 \qquad fi := atan(alfa) \qquad beta = -0.6$

$v0 := \left[\dfrac{g}{\left[2 \cdot (beta \cdot \cos(fi))^2\right]}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad v0 = 55.548 \qquad xa := \dfrac{-alfa}{(2 \cdot beta)}$

$ymax := alfa \cdot xa - beta \cdot xa^2$ $\quad xa = 12.5 \quad ymax = 281.25$

$xmax := xa \cdot 2 \quad xmax = 25$

$y(x) := alfa \cdot x + beta \cdot x^2$



Tezlik barlıq waqıtta traektoriyag\`a urınba bag\`ıtında bag\`ıtlang\`an.

Tezleniw menen tezlik arasındag\`ı mu\`yesh qa\`legen ma\`niske iye bolıwı mu\`mkin. Yag\`nıy tezleniw traektoriyag\`a salıstırg\`anda qa\`legen bag\`ıtqa iye boladı.

Tezleniwdin\` normal qurawshısı tezliktin\` absolyut ma\`nisin o\`zgertpeydi, al tek onın\` bag\`ıtın o\`zgertedi.

Tezliktin\` absolyut ma\`nisinin\` o\`zgerisi tezleniwdin\` tangensial qurawshısının\` ta\`sirinde boladı.

Tek sheksiz kishi mu\`yeshlik awısıw vektor bolıp tabıladı. Shekli mu\`yeshke aylanıw vektor emes.

Mu\`yeshlik tezlik vektor bolıp tabıladı. Sebebi ol vektor bolıp tabılatug\`ın elementar mu\`yeshlik awısıw ja\`rdeminde anıqlanadı. Shekli mu\`yeshke burılg\`andag\`ı ortasha mu\`yeshlik tezlik absolyut ma\`nisine ha\`m bag\`ıtına iye bolsa da vektor emes.

Sorawlar:

1. Qozg\`alıstı ta\`riplewdin\` qanday usılların bilesiz?

2. Qozg\`alıstı vektorlar arqalı belgilewdin\` ha\`m vektorlıq jazıwdın\` qanday artıqmashları bar?

3. Elementar mu\`yeshlik awısıw menen shekli mu\`yeshlik awısıwlardın\` ayıması nelerden ibarat?

4. Orayg\`a umtılıwshı tezleniwdin\` fizikalıq ma\`nisi neden ibarat?

5. Qanday sebeplerge baylanıslı ortasha mu\`yeshlik tezlik vektor bolıp tabılmaydı?

5-sanlı lektsiya.

§ 5. Qattı deneler kinematikası

1. Erkinlik dárejesi.
2. Tegis qozǵalıs.
3. Aylanbalı qozǵalıs.
4. Aylanıwdıń birzamatlıq kósheri.

Erkinlik da`rejesi. Qattı dene dep ara qashıqlıqları turaqlı bolatuǵın materiallıq noqatlardıń jıynaǵına aytamız. Sonlıqtan qattı deneniń qozǵalısı onı qurawshı noqatlardıń qozǵalısına alıp kelinedi. Hár bir noqattıń qozǵalısı úsh funktsiyanıń (úsh koordinatanıń) járdeminde beriledi. Soǵan sáykes, eger qattı dene N dana materiallıq noqattan turatuǵın bolsa onıń qozǵalısın 3N koordinata menen táriplew múmkin. Biraq sol noqatlar arasındaǵı qashıqlıqlar ózgermeytuǵın bolǵanlıqtan bul funktsiyalar bir birinen ǵárezsiz emes. Sonlıqtan qattı deneniń qozǵalısın táriplew ushın 3N dana teńlemeni sheship otırıw kerek emes. ***Materiallıq noqatlar sistemasının`*** **(jıynag`ının`)** ***qozg`alısın ta`ripleytug`ın bir birinen g`a`rezsiz bolg`an funktsiyalar*** **(**kóbinese parametrler dep ataladı**)** ***sanı usı sistemanın` erkinlik da`rejesi*** *dep* ***ataladı.***

Materiallıq noqattıń qozǵalısı úsh parametrdiń járdeminde táriplenedi. Sonlıqtan da onıń erkinlik dárejesi 3 ke teń. Bir birine baylanıssız qozǵalatuǵın eki materiallıq noqattıń erkinlik dárejesi 6 ǵa teń. Al usı eki noqat bir biri menen baylanıstırlǵan bolsa, onda usı 6 funktsiya bir birinen ǵárezsiz bolıp qalmaydı. Olar arasında $l^2 = (x_2 - x_l)^2 + (y_2 - y_l)^2 + (z_2 - z_l)^2$ baylanısı bar. Usı ańlatpa járdeminde altı koordinatanıń birewin l arqalı anıqlaw múmkin. Demek bir biri menen baylanısqan eki materiallıq noqattan turatuǵın sistemanıń erkinlik dárejesi 5 ke teń.

Qattı denelerdiń erkinlik dárejesi 6 ǵa teń. Sebebi qattı deneni bekkem etip bekitiw ushın bir tuwrınıń boyında jatpaytuǵın úsh noqat kerek. Hár qaysısı úsh koordinataǵa iye. Bul úsh noqattıń hár qaysısın basqaları menen baylanıstıratuǵın úsh $l^2 = (x_2 - x_l)^2 + (y_2 - y_l)^2 + (z_2 - z_l)^2$ sıyaqlı teńlemege iye bolamız. Bul ǵárezsiz shamalardıń sanın 6 ǵa túsiredi. Nátiyjede qattı deneniń erkinlik dárejesi i = 6 dep juwmaq shıǵaramız.

Noqatqa bekitilgen qattı deneniń qozǵalısın qaraymız. Onı táriplew Eyler múyesheleriniń járdeminde ámelge asırıladı.

Qattı dene birlik vektorları **i**', **j**', **k**' bolǵan (x', y', z') koordinatalar sisteması menen qattı etip bekitilgen bolsın. Bul koordinatalar sistemasınıń bası hám qozǵalıs qarap atırılǵan (x, y, z) koordinatalar sistemasınıń bası bir noqatta bolsın (12-súwretti qarańız). Onıń awhalı (x', y', z') kósherleriniń (x, y, z) kósherlerine salıstırǵandaǵı jaylasıwları menen tolıq anıqlanadı.

Súwrette Eyler múyeshleriniń φ, θ hám Ψ ekenligi kórinip tur. Deneniń qálegen qozǵalısın

$$\varphi = \varphi(t),\ \theta = \theta(t) \text{ hám } \Psi = \Psi(t)$$

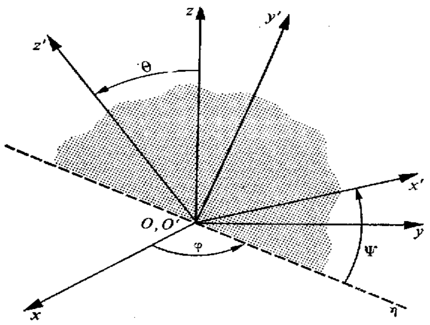
funktsiyaları járdeminde anıqlaw múmkin.

Tegis qozg`alıs. *Traektoriyalarınıń barlıq noqatları óz-ara parallel tegisliklerde jatatuǵın qozǵalıs tegis qozǵalıs dep ataladı*. Bunday jaǵdayda qattı deneniń qozǵalısı parallel tegisliklerdiń biriniń qozǵalısı járdeminde anıqlanadı. Al bul tegisliktiń (kese-kesimnniń) awhalı usı kese-kesimde alınǵan eki noqattıń járdeminde anıqlanadı. Eki noqattıń tegisliktegi awhalı tórt parametrdiń (koordinatanıń) járdeminde anıqlanadı. Usı parametrler arasında noqatlardıń ara qashıqlıǵınıń turaqlılıǵına sáykes keletuǵın bir qatnas boladı. Demek bir birinen ǵárezsiz 3 parametr boladı, yaǵnıy erkinlik dárejesi úshke teń.

Aylanbalı qozg`alıs. Aylanbalı qozǵalısta qattı deneniń eki noqatı barlıq waqıtta qozǵalmay qaladı. Usı eki noqat arqalı ótiwshi tuwrı aylanıw kósheri dep ataladı. Kósher boyında jatırǵan qattı deneniń barlıq noqatları qozǵalıssız qaladı. Basqa noqatlar kósherge perpendikulyar bolǵan tegislikte de aylanbalı qozǵalıs jasaydı. Bul sheńberlerdiń orayları kósherde jatadı. Qattı deneniń qálegen noqatınıń tezligi **v** = [**ω**, **r**] ge teń.

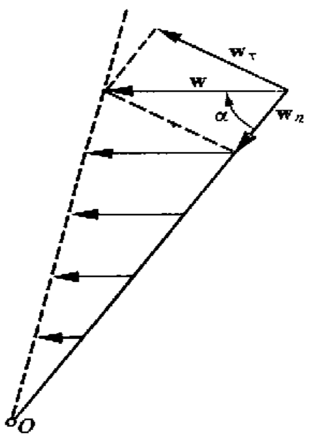
Eger noqattan kósherge shekemgi aralıq 4 ge teń bolsa normal, tangensial hám tolıq tezleniwler bılay anıqlanadı:

$$\omega_n = \omega^2 R,\ \ \omega_\tau = \dot{\omega} R,\ \omega = R[\omega^4 + \dot{\omega}^2]^{1/2}.$$



15-súwret. Eyler múyeshleri eki dekart koordinatalarınıń óz-ara jaylasıwın
tolıǵı menen táripleydi (x’,y’) tegisligi (x,y) tegisligin η tuwrısı boyınsha kesedi.

Bul formulalardan qattı denelerdiń aylanıw kósherine perpendikulyar bolǵan radiustıń boyında alınǵan noqatlarınıń tolıq tezleniwiniń vektorları óz-ara parallel hám aylanıw kósherine qashıqlıǵına proportsional ósedi (súwrette kórsetilgen). Radiusqa salıstırǵandaǵı tezleniwdiń baǵıtın táripleytuǵın α múyeshi $tg\alpha = (\omega_\tau/\omega_n) = \dot{\omega}/\omega^2$, yaǵnıy **R** ge gárezli emes.



16-súwret. Aylanıw kósherinen qashıqlaǵanda da tolıq tezleniw baǵıtı
boyınsha ózgermey qaladı, biraq absolyut mánisi boyınsha ósedi.

Aylanıw kósheri keńislikte ózgermey qalatuǵın jaǵdayda qattı deneniń noqatlarınıń tezleniwi vektorlıq formada $\boldsymbol{\omega}_\tau = [d\boldsymbol{\omega}/dt, \mathbf{r}]$, $\boldsymbol{\omega}_n = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}]$, $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_\tau + \boldsymbol{\omega}_n$ túrinde beriledi (usı paragraftan aldıńǵı paragraftı qaraw kerek).

Aylanıwdın` birzamatlıq ko`sheri. Tegis qozǵalısta qattı deneniń awhalı usı qattı deneniń barlıq noqatları parallel qozǵalatuǵın bir kese-kesiminiń awhalı menen tolıq anıqlanadı. Al tegisliktegi bul kese-kesimniń awhalı (turǵan ornı) usı kese-kesimdegi noqatlardı baylanıstıratuǵın kesindiniń awhalları (turǵan orınları) járdeminde anıqlanadı. Usı kesindiniń bazı bir waqıt ishindegi A_0V_0 awhalınan AV awhalına kóshiwin (orın almastırıwın) qaraymız (tómendegi súwrette keltirilgen). Bul awısıwdı eki awısıwǵa jikleymiz:

1) A_0V_0 awhalınan AV awhalına ilgerilemeli kóshiw, bunday jaǵdayda sızıq óz-ózine parallel qalıp kóshedi;

2) aylanbalı qozǵalıs, bunday qozǵalıstıń nátiyjesinde O’ noqatı arqalı ótiwshi, qattı deneniń qozǵalıs baǵıtına perpendikulyar kósher dógereginde α múyeshine burıladı.

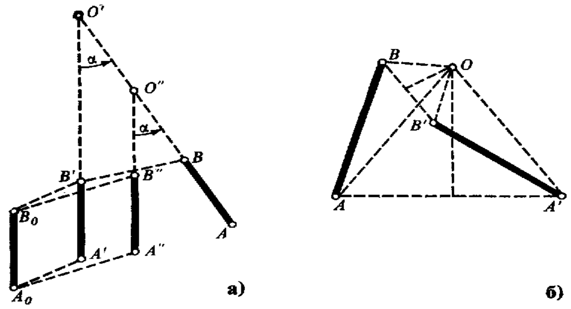
Orın almastırıwdı bunday etip eki qozǵalısqa bóliw bir mánisli emes: tuwrını A_0V_0 awhalınan A’’V’’ awhalına ilgerilemeli qozǵalıs penen alıp keliw hám α múyeshine burıwdı O’’ noqatı arqalı ótiwshi kósherdiń dógereginde burıw múmkin.

Solay etip **orın almastırıwdı ilgerilemeli ha`m aylanbalı qozg`alıslarg`a bo`liw bir ma`nisli a`melge aspaydı,** biraq **burılıw mu`yeshi α nin` ma`nisi barlıq waqıtta birdey**. dt waqıtı ishinde qattı deneniń barlıq noqatları d**l** aralıǵına ilgerilemeli jáne O’ noqatı átirapında dα elementar múyeshlik orın almastıradı. Sonlıqtan barlıq noqatlardıń tezligi eki qosılıwshıdan turadı:

1) ilgerilemeli $\mathbf{v}_0$ = d**l**/dt;

2) aylanbalı **v**’ = [**ω**,**r**], bul jerde **ω** = dα/dt, r vektorı ushın esaplaw bası aylanıw kósheri ótetuǵın O’ noqatı bolıp tabıladı. Bul noqat qattı deneniń noqatlarınıń biri bolıp qalıp $\mathbf{v}_0$ ilgerilemeli tezligine iye boladı.. Demek

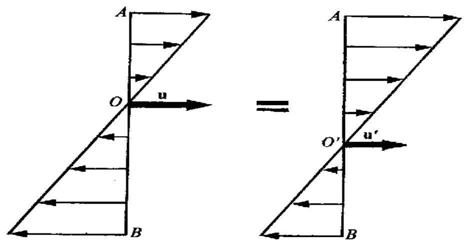
$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + [\boldsymbol{\omega},\mathbf{r}]$.



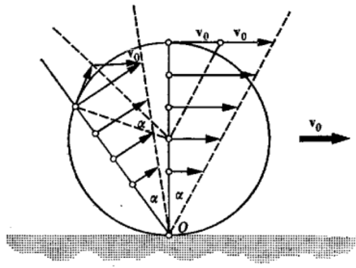
17-súwret. Orın almastırıwdı (awısıwdı) ilgerilemeli hám aylanbalı dep ekige bóliw bir mánisli emes, al bunday bolıp bóliwdi sheksiz kóp usıl menen ámelge asırıw múmkin. Biraq barlıq jaǵdaylarda da aylanıw múyeshi bir mániske iye.

Orın almastırıwdı ilgerilemeli hám aylanbalı dep bóliw bir mánisli ámelge asırıwǵa bolmaytuǵınlıǵına kóz jetkerdik. Tap sol sıyaqlı tezlikti ilgerilemeli hám aylanbalı qozǵalıslar tezlikleri dep qurawshılarǵa jiklew de birmánisli emes. Bul túmendegi súwrette keltirilgen.

Deneniń ilgerilemeli tezligin ózgertiw arqalı aylanıw kósheriniń turǵan ornın da ózgertemiz. Qozǵalıs tegisligine perpendikulyar bolǵan qálegen kósherdiń aylanıw kósheri bolatuǵınlıǵın kórsetiwge boladı. **Ilgerilemeli qozg`alıs tezligi nolge ten` bolg`an ko`sher aylanıwdın` birzamatlıq ko`sheri dep ataladı**. Usı momentte **denenin`** barlıq **noqatlarının` tezligi birzamatlıq ko`sher do`geregindegi aylanbalı qozg`alıs tezligi sıpatında qaralıwı kerek**. Deneniń birzamatlıq kósheri boyındaǵı barlıq noqatlarınıń ilgerilemeli qozǵalıs tezligi nolge teń. Aylanıw kósheriniń boyında ornalasqanlıqtan bul noqatlardıń aylanbalı tezligi de nolge teń. Sonlıqtan qattı deneniń birzamatlıq kósheri boyında ornalasqan barlıq noqatlarınıń tezligi nolge teń boladı eken. Eger qaralıp atırǵan qattı dene shekli ólshemlerge iye bolsa birzamatlıq aylanıw kósheri deneden tısta jaylasqan bolıwı da múmkin.



18-súwret. Qattı deneniń tezligin ilgerilemeli hám aylanbalı qozǵalıslar tezliklerine jiklewdiń birmánisli emes ekenligin kórsetetuǵın súwret.
Shep táreptegi súwrette qozǵalıs tezligi **u** bolǵan ilgerilemeli hám On oqatı dógeregindegi aylanbalı qozǵalıslardan turadı. Al oń táreptegi qozǵalıs tezligi **u**’ bolǵan ilgerilemeli hám orayı O’ bolǵan
aylanbalı qozǵalıslardan turadı.



19-súwret. Aylanıwdıń birzamatlıq kósherin túsindiriw
ushın arnalǵan sızılma.

Altı erkinlik da`rejesine iye sistemanın` awhalı (turg`an ornı) koordinatalar dep atalatug`ın altı sandı beri menen anıqlanadı. Olar ıqtıyarlı. Olardın` bir birinen g`a`rezsi ekenligin tekseriw a`hmiyetke iye. Eyler mu`yeshleri belgili bir qolaylılıqtarg`a iye usıllardın` biri.

Digirshiktin` jer menen tiyisken noqatı qozg`almaydı. Avtomobildin` digirshiginen artqı ta`repke ptaslıqlar sol digirshiktin` jerge tiyisken noqatınan joqarıda jaylasqan noqatlar ta`repinen ılaqtılıladı.

Qattı denenin` ıqtıyarlı qozg`alısın materiallıq noqattın` qozg`alısı ha`m usı noqat arqalı o`tiwshi birzamatlıq ko`sher do`geregindegi qozg`alıs sıpatında qaraw mu`mkin.

Sorawlar: Mexanikalıq sistemanıń erkinlik dárejesi qalay anıqlanadı?

Hár qanday qozǵalıslarda qattı deneniń erkinlik dárejesi qanday mánislerge iye boladı?

Eyler múyeshleriniń geometriyalıq anıqlamaları qanday?

Qattı deneniń tegis qozǵalısında tezlikti ilgerilemeli hám aylanbalı qozǵalıslar tezlikleriniń qosındısı túrinde kórsetiwdiń múmkinshiligi qalay dálillenedi?

Birzamatlıq aylanıw kósheri degenimiz neW Siz ápiwayı qozǵalıslar jaǵdaylarında birzamatlıq kósherlerge mısallar keltire alasız ba?

6-sanlı lektsiya.

§ 6. N`yuton nızamları

1. Ńyuton tárepinen berilgen anıqlamalar.
2. Massa. Impul`s. Impul`stıń saqlanıw nızamı.
3. Ńyuton nızamların sáwlelendiretuǵın mısallar.

Dinamikanıń tiykarǵı nızamları ushın Ńyuton tárepinen tómendegidey anıqlamalar usınıldı:

1-anıqlama. Materiyanıń muǵdarı (massa) onıń tıǵızlıǵı menen kólemine proportsional túrde anıqlanatuǵın ólshem.

Ńyutonnıń hesh bir anıqlaması usı anıqlamaday sınǵa alınbadı. Bul jerde “materiya muǵdarı” hám “massa” sózleri birdey mániske iye. Ńyuton tárepinen usınılǵan “Materiya muǵdarı“ termini ilimde kóp waqıt saqlanbadı hám házirgi ilimde “massa” termini menen tolıq almastırılǵan.

Sonıń menen birge Ńyuton zamanında qanday da bir shamanıń ólshemin anıqlaǵanda usı shamanıń qanday shamalarǵa proportsional ekenligine tiykarǵı kewil bólingen. Mısalı házirgi waqıtları biz "úsh múyeshliktiń maydanı onıń ultanı menen biyikliginiń yarım kóbeymesine teń" dep aytamız. Al Ńyuton zamanında "úsh múyeshliktiń maydanı onıń ultanı menen biyikligine proportsional" dep aytılǵan.

2-anıqlama. Qozǵalıs muǵdarı tezlik penen massaǵa proportsional etip alınǵan shamanıń ólshemi.

Ńyuton tárepinen birinshi bolıp qabıl etilgen "Qozǵalıs muǵdarı" túsinigi de "Materiya muǵdarı" túsinigine sáykes keledi. Biraq bul túsinik házirgi waqıtlarǵa shekem saqlanıp keldi.

3-anıqlama. Materiyanıń ózine tán kúshi onıń qarsılıq etiw qábiletligi boladı. Sonlıqtan ayırıp alınǵan qálegen dene óziniń tınıshlıq halın yamasa teń ólshewli qozǵalısın saqlaydı.

4-anıqlama. Sırttan túsirilgen kúsh deneniń tınıshlıq halın yamasa teń ólshewli tuwrı sızıqlı qozǵalısın ózgertetuǵın tásir bolıp tabıladı.

Qozǵalıstıń birinshi nızamı retinde Ńyuton Galiley tárepinen ashılǵan inertsiya nızamın qabıl etti.

1-nızam. Qálegen dene eger de sırttan kúshler tásir etpese óziniń tınıshlıq yamasa teń ólshewli tuwrı sızıqlı qozǵalıs halın saqlaydı.

Bunday qozǵalıs ádette erkin qozǵalıs yamasa inertsiya boyınsha qozǵalıs dep ataladı. Erkin qozǵalatuǵın deneni erkin dene dep ataymız.

Erkin denelerdi tábiyatta tabıw múmkin emes. Sonlıqtan bunday túsinikti qabıl etiw abstraktsiya bolıp tabıladı.

Ńyutonnıń ekinshi nızamı boyınsha

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}. \qquad (6\text{-}1a)$$

Bul formuladaǵı m - deneniń massası, d**v**/dt - tezleniwi. Bul nızam boyınsha eger F = 0 bolsa **v**=const. Usınnan Ńyutonnıń birinshi nızamı kelip shıqpay ma degen soraw kelip tuwadı. Bir qatar fizika ilimin úyreniwshilerde usınday pikirdiń payda bolıwı múmkin. Biraq Ńyutonnıń birinshi nızamınıń ózinshe ǵárezsiz nızam ekenligin hár qanday inertsial esaplaw sistemaların saylap alıw arqalı ayqın kórsetiwge boladı. Sonıń nátiyjesinde bul nızamnıń ǵárezsiz ekenligin, qozǵalıslardı dinamikalıq hám kinematikalıq mániste qaraw ushın qabıl etilgen esaplaw sistemasınıń paydalanıwǵa bolatuǵınlıǵın yamasa bolmaytuǵınlıǵın bildiretuǵın kriteriyi bolıp sanaladı.

Massa. Impul`stın` saqlanıw nızamı. Qálegen dene qozǵalısqa keltirilse yamasa onıń tezliginiń shamasın yaki baǵıtın ózgerter bolsaq qarsılıq kórsetedi. Denelerdiń bul qásiyetin *inertlilik* dep ataymız. Hár qanday denelerde inertlilik hár qanday bolıp kórinedi. :lken tasqa tezleniw beriw, kishi topqa tap sonday tezleniw beriwden ádewir qıyın. ***Inertlilik o`lshemi massa dep ataladı***.

Deneniń massasın F/a = sonst = m ańlatpası arqalı anıqlaymız.

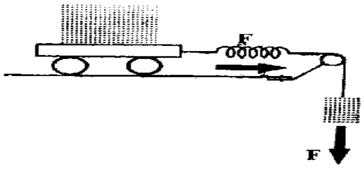
Massa **denenin` inertlilik qa`siyetinin` ta`riplemesinen basqa ma`niske iye emes**. Usıǵan baylanıslı bul massanı geyde **inert massa** dep te ataydı.

19-ásirdiń aqırına kele fizika menen shuǵıllanıwshılar deneniń massası menen sol deneniń inertliliginiń bir túsinik ekenligin ayqın moyınladı. Bul haqqında O.D.Xval`sonnıń "Fizika kursı" kitabınıń I tomınıń sáykes paragrafın oqıp iseniwge boladı.

Massanı dál anıqlaw ushın *izolyatsiyalanǵan* yamasa *jabıq sistema* dep atalıwshı túsiniklerdi kirgizemiz. Basqa denelerde jetkilikli dárejede alıslatılǵan, basqa denelerdiń tásiri joq etilgen deneler sistemasın usınday sistema dep qaraymız. Sistemaǵa kiriwshi deneler bir biri menen tásirlese aladı. Eki materiallıq noqattan turatuǵın sistemanı qarayıq. Bul noqatlardıń tezlikleri jaqtılıq tezliginen kishi dep esaplaymız. Usı materiallıq noqatlar bir biri menen tásir etiskende olardıń tezlikleri ózgeredi. Yaǵnıy

$$m_1\Delta\mathbf{v}_1 = -\,m_2\Delta\mathbf{v}_2 \qquad (6\text{-}1)$$

Bul ańlatpadaǵı m_1 hám m_2 shamaları turaqlı bolıp qaladı. Usı shamalar 1- hám 2-materiallıq noqatlardıń óz-ara tásir etisiw ózgesheliklerine pútkilley baylanıslı emes. Tásir etisiw waqtı Δt nı qálegenimizshe ózgertiw múmkin. Usınıń menen birge $\Delta\mathbf{v}_1$ hám $\Delta\mathbf{v}_2$ vektorları da ózgeredi. Biraq m_1 hám m_2 koeffitsientleri (dáliregi olar arasındaǵı qatnas) turaqlı bolıp qaladı. Bul nátiyjeni tájiriybeniń juwmaǵı dep qaraw kerek. m_1 hám m_2 koeffitsientleri tek ǵana usı 1- hám 2-denelerdiń ózlerine baylanıslı boladı. Olardı massa dep, anıǵıraǵı 1- jáne 2-denelerdiń inertlik massaları dep ataymız.



20-súwret. Tezleniwdiń kúshten ǵárezli ekenligin demonstratsiyalaw.

Solay etip eki materiallıq deneniń massalarınıń qatnası olar bir biri menen tásir etiskende tezlikleri alatuǵın ósimlerdiń minus belgisi menen alınǵan qatnaslarınday boladı eken.

Massalar qatnasınan massanıń ózine ótiw ushın *massa etalonı* kerek boladı. Bunday jaǵdayda barlıq deneler massaları bir mániste anıqlanadı. Sonday-aq etalon oń belgige iye bolsa barlıq massalar da oń belgige iye boladı. Fizika iliminde tiykarǵı birlik retinde *kilogramm* qabıl etilgen. Ol Frantsiyadaǵı Sevre qalasındaǵı Xalıqaralıq salmaqlar hám ólshemler byurosında saqlanıp turǵan iridiydiń platina menen quymasınan islengen etalonnıń massasına teń. Kilogrammnıń mıńnan bir úlesine gramm dep aytamız.

Tájiriybeniń nátiyjesi bolǵan jáne de bir jaǵdayǵa dıqqat qoyamız. m_2/m_1 qatnasın usı eki deneniń massalarınıń qatnasları túrinde esaplanıp qoymay, úshinshi deneni de qollanıw múmkin. Bunday jaǵdayda usı massalardıń úshinshi deneniń massasına qatnasın tabamız. Bul qatnaslardı bir birine bólsek m_2/m_1 qatnası kelip shıǵadı. Eger (6-1) qatnastıń eki tárepin de tásir etisiw waqtı Δt ǵa bólsek

$$m_1\mathbf{a}_{1ortasha} = -\,m_2\mathbf{a}_{2ortasha} \qquad (6\text{-}2)$$

ańlatpasın alamız. Al shektegi jaǵdayǵa ótsek

$$m_1\mathbf{a}_1 = -\,m_2\mathbf{a}_2 \qquad (6\text{-}3)$$

formulasına iye bolamız.

Bul formula menen massalardıń qatnasın anıqlaw, usı denelerdiń *ortasha* yamasa *haqıyqıy tezleniwleriniń* qatnasların anıqlawǵa alıp kelinedi.

(6-1) ge basqa túr beremiz. $\Delta v_1 = v_1' - v_1$ hám $\Delta v_2 = v_2' - v_1$ dep belgileyik. Bunday jaǵdayda

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'. \qquad (6\text{-}4)$$

$m\mathbf{v} = \mathbf{p}$ bolǵan massa menen tezliktiń kóbeymesinen turatuǵın vektordı materiallıq noqattıń *impul`sı* yamasa *qozǵalıs muǵdarı* dep atayıq. Materiallıq noqatlar sistemasınıń ***impul`sı*** yamasa ***qozg`alıs mug`darı*** dep hár bir materiallıq noqattıń impul`slarınıń vektorlıq qosındısına teń, yaǵnıy

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 = m_1v_1 + m_2v_2. \qquad (6\text{-}5)$$

(6-4) ten

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}' \qquad (6\text{-}6)$$

ekenligi kelip shıǵadı. Bul jerde $p = p_1 + p_2$ hám $p' = p_1' + p_2'$ - sistema impul`sınıń óz-ara tásirlesiwden burınǵı hám keyingi impul`sları.

Demek jabıq sistemadaǵı eki materiallıq noqattıń impul`slarınıń qosındısı turaqlı bolıp qaladı eken. Bul awhal ***impul`stın` saqlanıw nızamı*** dep ataladı. Bul nızam relyativistlik emes hám relyativistlik jaǵdaylar ushın da durıs keledi.

Eger materiallıq noqatqa sırttan tásirler túsetuǵın bolsa, onda onıń impul`sı saqlanbaydı. Usıǵan baylanıslı óz-ara tásir etisiwdiń intensivliligi sıpatında impul`stan waqıt boyınsha alınǵan tuwındını alamız dp/dt = $\dot{p}$. Fizikada $\dot{p}$ járdeminde materiallıq noqattıń basqa denelerge salıstırǵanda ornı ǵana emes, al onıń tezliginiń de anıqlanatuǵınlıǵı fundamentallıq

mániske iye. Bul tuwındı materiallıq noqattıń radius-vektorı **r** diń, tezligi **v** nıń funktsiyası bolıp tabıladı hám sonıń menen birge qorshap turǵan materiallıq noqatlardıń koordinataları menen tezliklerine baylanıslı boladı. Bul funktsiyanı **F**(**r**,**v**) dep belgileymiz. Onda

$$\dot{p} = \mathbf{F}. \qquad (6\text{-}7)$$

Materiallıq noqattıń koordinataları menen tezlikleriniń funktsiyası bolǵan, impul`stıń waqıt boyınsha alınǵan tuwındısına teń **F**(**r**,**v**) ***ku`sh*** dep ataladı. ***Ku`sh vektor bolıp tabıladı ha`m vektor r nı skalyar waqıt t boyınsha alıng`an tuwındıg`ı ten`***.

Solay etip ***materiallıq noqattın` impul`sınan waqıt boyınsha alıng`an tuwındı og`an ta`sir etiwshi ku`shke ten`***.

Bul jaǵday Ńyutonnıń ekinshi nızamı dep ataladı. Bul nızamnıń matematikalıq ańlatpası bolǵan $\dot{p} = \mathbf{F}$ teńlemesi *materiallıq noqattıń qozǵalıs teńlemesi* dep ataladı. Relyativistlik emes tezliklerde Ńyutonnıń ekinshi nızamı bılay jızılıwı múmkin

$$m\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{F} \qquad (6\text{-}8)$$

yamasa

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}. \qquad (6\text{-}8a)$$

Demek massa menen tezleniwdiń kóbeymesi tásir etiwshi kúshke teń.

**N`yutonnın` u`shinshi nızamı**. Eki materiallıq bóleksheden turatuǵın jabıq sistemanı qaraymız. Bul jaǵdayda impul`stıń saqlanıw nızamı orınlanadı:

$$\mathbf{r}_l + \mathbf{r}_2 = \text{const}. \qquad (6\text{-}9)$$

Bul ańlatpanı waqıt boyınsha differentsiallasaq

$$\dot{p}_1 + \dot{p}_2 = 0. \qquad (6\text{-}10)$$

Ńyutonnıń ekinshi nızamı tiykarında

$$\mathbf{F}_l = -\mathbf{F}_2. \qquad (6\text{-}11)$$

Bul formuladaǵı $\mathbf{F}_l$ hám $\mathbf{F}_2$ materiallıq noqatlar tárepinen bir birine tásir etetuǵın kúshler. Bul teńlikke tájiriybede tastıyıqlanǵan faktti qosamız: $\mathbf{F}_l$ hám $\mathbf{F}_2$ kúshleri materiallıq noqatlardı baylanıstıratuǵın sızıq boyınsha baǵdarlanǵan. Usı aytılǵanlar tiykarında Ńyutonnıń úshinshi nızamına kelemiz:

Eki materiallıq noqatlar arasındag`ı o`z-ara ta`sirlesiw ku`shleri o`z ara ten`, bag`ıtları boyınsha qarama-qarsı ha`m usı materiallıq noqatlardı baylanıstıratug`ın sızıqtın` boyı menen bag`darlang`an.

$\mathbf{F}_l$ hám $\mathbf{F}_2$ kúshleriniń birin tásir, al ekinshisin qarsı tásir dep ataydı. Bunday jaǵdayda úshinshi nızam bılayınsha aytıladı: hár bir tásirge shaması jaǵınan teń, al baǵıtı boyınsha qarama qarsı tásir etedi. Hár bir «tásirdiń» fizikalıq tábiyatı jaǵınan «qarsı qarap baǵıtlanǵan tásirden» parqınıń joqlıǵına ayrıqsha itibar beriw kerek.

Materiallıq noqatlarǵa tásir etiwshi kúshlerdi *ishki hám sırtqı kúshler* dep bóliw kerek. Ishki kúshler - bul sistema ishindegi materiallıq noqatlar arasındaǵı tásir etisiw kúshleri. Bunday kúshlerdi $\mathbf{F}_{ik}$ dep belgileymiz. Sırtqı kúshler - bul sistemanı qurawshı materiallıq noqatlarǵa sırttan tásir etiwshi kúshler.

Ńyutonnıń úshinshi nızamı boyınsha

$$\mathbf{F}_{ik} = -\mathbf{F}_{ki}, \qquad (6\text{-}11a)$$

yaǵnıy $\mathbf{F}_{ik} + \mathbf{F}_{ki} = 0$.

Bunnan sistemadaǵı ishki kúshlerdiń geometriyalıq qosındısı nolge teń ekenligi kelip shıǵadı. Bul jaǵdaydı bılay jazamız:

$$\mathbf{F}_1^{(i)} + \mathbf{F}_2^{(i)} + \mathbf{F}_3^{(i)} + ... + \mathbf{F}_n^{(i)} = 0 \qquad (6\text{-}12)$$

Bul ańlatpadaǵı tómengi indeks materiallıq noqattıń qatar sanın beredi. (i) indeksi arqalı kúshlerdiń ishki kúshler ekenligi belgilengen. Sonlıqtan

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3 + ... + \mathbf{r}_n) = \mathbf{F}_1^{(e)} + \mathbf{F}_2^{(e)} + \mathbf{F}_3^{(e)} + ... + \mathbf{F}_n^{(e)}, \qquad (6\text{-}13)$$

yamasa

$$d\mathbf{p}/dt = \mathbf{F}^{(e)}. \qquad (6\text{-}14)$$

Bul ańlatpada **r** - barlıq sistemanıń impul`si, $\mathbf{F}^{(e)}$ barlıq sırtqı kúshlerdiń teń tásir etiwshisi. Solay etip ***materiallıq noqatlar sistemasının` impul`sınan waqıt boyınsha alıng`an tuwındı sistemag`a ta`sir etiwshi barlıq sırtqı ku`shlerdin` geometriyalıq qosındısına teń.***

Eger barlıq sırtqı kúshlerdiń geometriyalıq qosındısı nolge teń bolsa (bunday jaǵday jabıq sistemalarda orın aladı) d**p**/dt = 0 hám **r** = const. Demek sırtqı kúshlerdiń geometriyalıq qosındısı nolge teń bolsa impul`s waqıtqa baylanıslı ózgermey qaladı eken.

Ku`shler tezleniwden g`a`resiz ta`biyatta bar bolıp tabıladı. Onın` ma`nisin tezleniw arqalı o`lshewge bolatug`ın bolsa da ku`sh tu`sinigin tezleniwge baylanıssız kirgiziw kerek. Biraq usı ko`z-qarasqa qarama-qarsı ko`z qaras ta orın alg`an.

Elektromagnit ta`sirlesiw jag`daylarında N`yutonnın` u`shinshi nızamı orınlanbaydı. Bul nızamdı tuyıq sistemadag`ı impul`stin` saqlanıw nızamı sıpatında ko`rsetiwdin` na`tiyjesinde g`ana onın` da`rıslıg`ına ko`z jetkeriw mu`mkin.

7-sanlı lektsiya.

§ 7. Jumıs ha`m energiya

1. Jumıs.
2. Energiya. Kinetikalıq hám potentsial energiyalar.
3. Relyativistlik energiya.
4. Quwatlılıq.
5. Konservativlik hám konservativlik emes kúshler.
6. Bir tekli awırlıq maydanındaǵı potentsial energiya.
7. Sozılǵan prujinanıń potentsial energiyası.
8. Ishki energiya.

F kúshiniń ds orın almastırıwında islegen jumısı dep kúshtiń orın almastırıw baǵıtındaǵı proektsiyası F_s tiń orın almasıtırwdıń ózine kóbeymesine teń:

$$dA = \mathbf{F}_s d\mathbf{s} = Fdssos\alpha. \qquad (7\text{-}l)$$

α arqalı F penen ds arasındaǵı múyesh belgilengen. d**s** kishi mániske iye bolǵanlıqtan dA *elementar jumıs* dep te ataladı. Skalyar kóbeyme túsiniginen paydalanatuǵın bolsaq, onda elementar jumıs kúsh F penen orın almastırıw d**s** tiń skalyar kóbeymesine teń:

$$dA = (\mathbf{F} * d\mathbf{s}). \qquad (7\text{-}2)$$

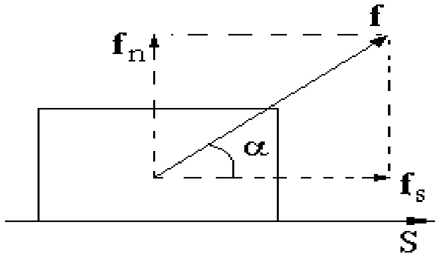
Orın almastırıw shekli uzınlıqqa iye bolǵan jaǵdayda bul joldı sheksiz kishi ds orın almastırıwlarına bólip sáykes jumıslardıń mánislerin esaplawǵa boladı. Soń ulıwma jumıs esaplanǵanda barlıq elementar jumıslar qosıladı. Yaǵnıy:

$$A = \int_L (F * ds). \tag{7-3}$$

Bul integral **F ku`shi**niń L traektoriyası boyınsha iymek sızıqlı integralı dep ataladı. Anıqlama boyınsha bul integral **F ku`shi**niń L iymekligi boyınsha islegen jumısına teń.

Eger $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ bolsa

$$dA = dA_1 + dA_2 \tag{7-4}$$



21-súwret. Jumıstı kúshtiń tek **s** orın almastırıw boyı menen baǵıtlanǵan $\mathbf{f}_s$ qurawshısı ǵana isleydi.

Demek eki yamasa birneshe kúshlerdiń islegen elementar jumısları sol kúshler islegen elementar jumıslardıń qosındısına teń. Bunday tastıyıqlaw jumıslardıń ózleri ushın da orınlanadı:

$$A = A_1 + A_2. \tag{6-5}$$

Jumıstıń ólshem birligi SI birlikler sistemasında 1 Dj (Djoul`). 1 Dj jumıs 1 ńyuton kúshtiń tásirinde 1 m ge orın almastırǵanda islenedi.

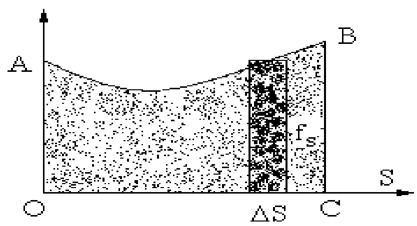
1) SGS birlikler sistemasında jumıstıń ólshem birligi erg (1 dina kúshtiń 1 sm aralıǵında islegen jumısı).

$$1\ Dj = 10^7\ erg.$$

2) MKS sistemasında jumıs birligi etip 1 ńyuton kúshtiń 1 m jol boyında islegen jumısı alınadı. 1 ńyuton = 10^5 dina. 1 m = 100 sm. Sonlıqtan jumıstıń usı birligi 10^7 ergke, yaǵnıy 1 djoul`ǵa teń.

3) Praktikalıq texnikalıq sistemada jumıs birligi etip 1 kG kúshtiń 1 m jol boyında islegen jumısı alınadı. Jumıstıń bul birligi kilogrammometr (qısqasha kGm) dep ataladı.

1 kG = 981000 dina, 1 m = 100 sm, sonlıqtan 1 kGm = 9810009100 erg = $9.81*10^7$ erg = 9.81 djoul` boladı.



22-súwret. Grafik járdeminde kórsetkende jumıs OAVS figurası maydanı menen súwretlenedi.

1 djoul` = (1/9.81) kGm = 0.102 kGm.

Bir birlik waqıt ishinde islengen jumıs

$$p = \frac{dA}{dt} \tag{7-6}$$

quwatlılıq dep ataladı.

SGS sistemasındaǵı quwatlılıq birligi etip 1 erg jumıstı 1 s waqıt aralıǵında isleytuǵın mexanizmniń quwatlılıǵı alınadı. Quwatlılıqtıń usı birligi erg/s dep belgilenedi.

Quwatlılıqtıń erg/s birligi menen qatar vatt dep atalatuǵın irilew quwatlılıq birligi de qollanıladı:

1 vatt = 10^7 erg/s = 1 djoul`/s.

Sonıń menen birge 1 dj jumıstı 1 s ishinde orınlaytuǵın mexanizmniń quwatlılıǵı 1 vt boladı.

100 vatt = 1 gektovatt (qısqasha 1 gvt).

1000 vatt = 1 kilovatt (qısqasha 1 kvt).

MKS sistemasında quwatlılıq birligi etip 1 djoul` jumıstı 1 s waqtı ishinde isleytuǵın mexanizmniń quwatlılıǵı, yaǵnıy 1 vatt alınadı.

Texnikalıq sistemada quwatlılıq birligi etip 1 kGm jumıstı 1 s ishinde isleytuǵın mexanizmniń quwatlılıǵı alınadı. Quwatlılıqtıń bul birligi qısqasha kGm/s dep belgilenedi.

Solay etip

1 kGm/s = 9.81 vatt.

1 vatt = (1/9.81) kGm/s = 0.102 kGm/s.

Bunnan basqa "at kúshi" dep atalatuǵın tariyxıy payda bolǵan quwatlılıqtıń birligi de bar. 1 at kúshi 75 kGm/s qa teń. Sonıń menen birge

1 a.k. = 75 kGm/s = 736 vatt = 0.736 kilovatt.

At uzaq waqıt jumıs islegende ortasha 75 kGm/s shamasında quwatlılıq kórsetedi. Biraq az waqıt ishinde at bir neshe "at kúshine" teń quwatlılıq kórsete aladı.

Usı kúnniń praktikasında jumıstıń tómendegidey eki birligi jiyi qollanıladı:

a) jumıs birligi etip quwatı 1 gektovatqa teń mexanizmniń 1 saatta isleytuǵın jumısı alınadı. Jumıstıń bul birligi gektovatt-saat dep ataladı.

1 gektovatt-saat = 100 vatt*3600 s = 3.6*10^5 djoul`.

b) jumıs birligi retinde quwatlılıǵı 1 kilovatqa teń mexanizmniń 1 saatta isleytuǵın jumısı alınadı. Jumıstıń bul birligi kilovatt-saat dep ataladı.

1 kilovatt-saat = 1000 vatt*3600 s = 3.6*10^6 djoul`.

(7-3) ke **F** = d**r**/dt ańlatpasın qoysaq

$$A = \int (vdp). \qquad (7\text{-}7)$$

Bul integraldı esaplaw ushın materiallıq bóleksheniń tezligi **v** menen impul`sı **r** arasındaǵı baylanıstı biliw kerek. Anıqlama boyınsha **r** = m**v**. Relyativistlik emes mexanikada massa tezlikten ǵárezsiz bolǵanlıqtan **v**d**r** = m**v** d**v**.

Bul jerde d**v** vektorı **v** vektorınıń elementar ósimine teń. Bul ósim baǵıtı boyınsha tezlik vektorı menen sáykes kelmewi de múmkin. Eger v dep **v** vektorınıń uzınlıǵın túsinetuǵın bolsaq v^2 = $\mathbf{v}^2$. Súwretten d**v** =AV (vektor), dv = AS. Sonday-aq **v** d**v** = v dv. **v** d**v** = v*AV sosα = v*AS = v dv. Bul **v** d**v** = v dv ekenligi jáne bir ret dálilleydi.

$$A_{12} = m\int vdv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \qquad (7\text{-}8)$$

v_1 dáslepki hám v_2 aqırǵı tezlikler.

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \qquad (7\text{-}9)$$

materiallıq noqattıń kinetikalıq energiyası dep ataladı. Bul túsiniktiń járdeminde alınǵan nátiyje bılay jazıladı:

$$A_{12} = K_2 - K_1. \qquad (7\text{-}10)$$

Solay etip orın almastırıwda kúshtiń islegen jumısı kinetikalıq energiyanıń ósimine teń.

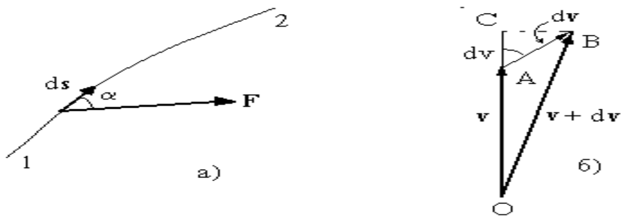
Materiallıq noqatlar sistemasının` kinetikalıq energiyası dep usı sistemanı qurawshı ha`r bir materiallıq noqattın` kinetikalıq energiyasının` qosındısına aytamız. Sonlıqtan eger usı sistema ústinen kúsh (kúshler) jumıs islese hám bul jumıs sistemanıń tezligin ózgertiw ushın jumsalatuǵın bolsa islengen jumıstıń muǵdarı kinetikalıq energiyanıń ósimine teń boladı.

Eger sistema bir biri menen F_1 hám F_2 kúshleri menen tartısatuǵın eki materiallıq noqattan turatuǵın bolsa, onda bul kúshlerdiń hár biri oń jumıs isleydi (iyterisiw bar jaǵdayındaǵı jumıslardıń mánisi teris boladı). Bul jumıslar da kinetikalıq energiyanıń ósimine kiredi. Sonlıqtan qarap atırılǵan jaǵdaylarda kinetikalıq energiyanıń ósimi sırtqı hám ishki kúshlerdiń islegen jumıslardıń esabınan boladı.

Endi relyativistlik mexanikadaǵı jaǵdaydı qaraymız. Massa

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (7\text{-}11)$$

formulası menen anıqlanadı. Bul ańlatpaǵa v = r/m formulasın qoyamız hám kvadratqa kóteremiz:



23-súwret.

a) **F** kúshi, d**s** orın almastırıwı hám α múyeshleri arasındaǵı baylanıs.

b) **v** vektorınıń ósimi d**v** baǵıtı boyınsha **v** menen baǵıtlas bolmawı da múmkin.

$$r^2 + (m_0 s)^2 = (ms)^2. \qquad (7\text{-}12)$$

Bul ańlatpanı differentsiallaw járdeminde

$$r dr = s^2 m\, dm \qquad (7\text{-}13)$$

r dr = **r** d**r** hám **r** = m**v** bolǵanlıǵı sebepli

$$\mathbf{v}\, d\mathbf{r} = s^2\, dm.$$

Sonlıqtan

$$A_{12} = \int v dp = \int_{m_1}^{m_2} c^2 dm. \qquad (7\text{-}14)$$

Bunnan

$$A_{12} = s^2 (m_2 - m_1) = s^2\, \Delta m. \qquad (7\text{-}15)$$

Bul jerde m_1 hám m_2 dáslepki hám aqırǵı awhaldaǵı materiallıq noqattıń massaları.

Demek relyativistlik mexanikada jumıs tek massanıń ósimi menen anıqlanadı. Bul nátiyje relyativistlik emes mexanikanıń nátiyjesinen quramalı emes.

$$E = mc^2 \qquad (7\text{-}16)$$

belgilewin qabıl etemiz hám E ni materiallıq noqattıń (bóleksheniń) *tolıq* yaki *relyativistlik energiyası* dep ataymız. Onday jaǵdayda

$$A_{12} = E_2 - E_1 \qquad (7\text{-}17)$$

Eger bólekshe tınıshlıqta turǵan bolsa onıń relyativistlik energiyası

$$E_0 = m_0 s^2. \qquad (7\text{-}18)$$

Bul energiya *tınıshlıq energiyası* dep ataladı. Kinetikalıq energiya qozǵalısqa baylanıslı bolǵan relyativistlik energiyanıń bólimi bolıp tabıladı. Onıń mánisi

$$K = E - E_0 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1\right) \qquad (7\text{-}19)$$

ayırmasına teń.

Sonday-aq jumıstı bılayınsha da esaplaw múmkin:

$$A_{12} = K_2 - K_1. \qquad (7\text{-}20)$$

Eger $p^2 + (m_0c)^2 = (mc^2)$ formulasına E hám E_0 shamaların kirgizsek

$$E^2 = E_0^2 + (pc)^2 \qquad (7\text{-}21)$$

ańlatpasına iye bolamız. Bul formula relyativistlik mexanikada bólekshenıń impul`sı menen tolıq energiyası arasındaǵı baylanıstı beredi.

Atom fizikasında energiyanıń qolaylı birligi *elektronvol`t* (eV) bolıp esaplanadı. L eV energiya elektron potentsialları ayırması 1 vol`t bolǵan elektr maydanında qozǵalǵanda alǵan energiyasınıń ósimine teń:

$$1 \text{ eV} = 1.602*10^{-12} \text{ erg.}$$

Sonıń menen birge úlken birlikler de qollanıladı:

1 kiloelektronvol`t (keV) = 1000 eV.

1 megaelektronvol`t (MeV) = 1 000 000 eV = 10^6 eV.

1 gigaelektronvol`t (GeV) = 1 000 000 000 eV = 10^9 eV.

1 tetraelektronvol`t (TeV) = 10^{12} eV.

Elektron hám proton ushın tınıshlıqtaǵı energiya

elektron ushın $m_{0e}s^2$ = 0.511 Mev.

proton ushın m_{0r} = 938 MeV.

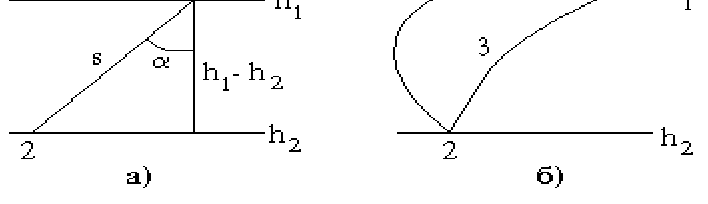
Konservativlik ha`m konservativlik emes ku`shler. Makroskopiyalıq mexanikadaǵı barlıq kúshler *konservativlik* hám *konservativlik emes* dep ekige bólinedi. Bir qansha mısallar kóremiz.

Materiallıq noqat 1-awhaldan 2-awhalǵa 12 tuwrı sızıǵı boylap aparılǵanda kúshtiń islegen jumısın esaplaymız. Bunday jumısqa qıya tegislik boyınsha súykelissiz qozǵalǵanda islengen jumıstı kórsetiwge boladı. Jumıs A_{12} = mgs sosα ge teń yamasa

$$A_{12} = mg\,(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2. \qquad (7\text{-}22)$$

Bul ańlatpadaǵı h_1 menen h_2 materiallıq noqat dáslep hám aqırında iyelegen biyiklikler.

24-a) hám b) súwretlerde kórsetilgen jaǵdaylardı talqılap salmaq kúshiniń islegen jumısınıń ótilgen joldan ǵárezsiz ekenligin, al bul jumıstıń tek ǵana dáslepki hám aqırǵı orınlarǵa baylanıslı ekenligin kóriwge boladı.



24-súwret. Salmaq kúshiniń jumısınıń júrip ótken joldıń uzınlıǵınan ǵárezsiz ekenligin kórsetetuǵın súwret.

Ekinshi mısal retinde *oraylıq kúshler maydanında* islengen jumıstı esaplaymız. *Oraylıq kúsh* dep barlıq waqıtta oray dep atalıwshı bir noqatqa qaray baǵdarlanǵan, al shaması sol orayǵa deyingi aralıqqa baylanıslı bolǵan kúshti aytamız. Bul oraydı *kúshler orayı* yamasa *kúshlik oray* dep ataydı. Mısal retinde Quyash penen planeta, noqatlıq zaryadlar arsındaǵı tásirlesiw kúshlerin aytıwǵa boladı. Anıqlama boyınsha elementar jumıs dA = Fd**s**sos (F, d**s**). Bul jerde d**s**sos(F, d**s**) elementar orın almasıw d**s** ınıń kúshtiń baǵıtındaǵı (radius-vektordıń baǵıtı menen birdey) proektsiyası. Sonlıqtan dA = F(r)dr jumısı tek ǵana r qashıqlıǵına ǵárezli boladı. Sonlıqtan jumıs A_{12} bılay anıqlanadı:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} F(r)dr. \qquad (7\text{-}23)$$

Bul integraldıń mánisi tek 1- hám 2-noqatlar arasındaǵı qashıqlıqlar r_1 hám r_2 ge baylanıslı.

Joqarıda keltirilgen mısallardaǵı kúshler konservativ kúshler dep ataladı. Bunday kúshler jaǵdayında islengen jumıs jolǵa ǵárezli bolmay, tek ǵana dáslepki hám aqırǵı noqatlar arasındaǵı qashıqlıqqa baylanıslı boladı. Joqarıda keltirilgen awırlıq kúshleri menen oraylıq kúshler konservativ kúshler bolıp tabıladı.

Konservativ bolmaǵan barlıq kúshler *konvervativ emes* kúshler dep ataladı.

Bir tekli awırlıq maydanındag`ı potentsial energiya. Materiallıq noqat h biyikliginen Jer betine qulap tússe awırlıq kúshleri A = mgh jumısın isleydi. Biz Jerdiń betindegi biyiklikti h = 0 dep belgiledik. Demek h biyikliginde m massalı materiallıq noqat 7 = mgh + C potentsial energiyasına iye boladı. S turaqlısınıń mánisi nollik qáddige sáykes keletuǵın orınlardaǵı potentsial energiya. Ádette S = 0 dep alınadı. Sonlıqtan potentsial energiya

$$U = mgh \qquad (7\text{-}25)$$

formulası menen anıqlanıladı.

Sozılg`an prujinanın` potentsial energiyası. Prujinanıń sozılmastan (qısılmastan) burıńǵı uzınlıǵın l_0 menen belgileymiz. Sozılǵannan (qısılǵannan) keyingi uzınlıǵı l. $x = l - l_0$ arqalı prujinanıń sozılıwın (qısılıwın) belgileymiz. Serpimli kúsh deformatsiyanıń shaması úlken bolmaǵanda serpimli kúsh F tek ǵana sozılıw (qısılıw) x qa baylanıslı boladı, yaǵnıy F = kx (Guk nızamı). Al islengen jumıs

$$A = \int_0^x F dx = k\int_0^x x dx = \frac{1}{2}kx^2. \qquad (7\text{-}26)$$

Eger deformatsiyalanbaǵan prujinanıń serpimli energiyasın nolge teń dep esaplasaq potentsial energiya:

$$U = \frac{1}{2}kx^2. \qquad (7\text{-}27)$$

Ishki energiya. Joqarıda quramalı sistemanıń qozǵalısı ushın onıń tutası menen alǵandaǵı tezligi túsiniginiń kirgiziletuǵınlıǵı túsindirilgen edi. Bunday jaǵdayda usınday tezlik ushın sistemanıń inertsiya orayınıń tezligi alınadı. Bul sistemanıń qozǵalısınıń eki túrli qozǵalıstan turatuǵınlıǵın bildiredi: sistemanıń tutası menen alǵandaǵı qozǵalısı hám sistemanıń inertsiya orayına salıstırǵandaǵı sistemanı qurawshı bólekshelerdiń «ishki» qozǵalısı. Usıǵan sáykes sistemanıń energiyası E tutası menen alınǵan sistema ushın kinetikalıq energiya $\frac{MV^2}{2}$ (M sistemanıń massası, V onıń inertsiya orayınıń tezligi) menen sistemanıń ishki energiyası E_{ishki} nıń qosındısınan turadı. Ishki energiya óz ishine bólekshelerdiń ishki qozǵalısına sáykes keliwshi kinetikalıq energiyanı hám olardıń tásirlesiwine sáykes keliwshi potentsial energiyanı aladı.

$$E = \frac{MV^2}{2} + E_{ishki}.$$

Bul formulanıń kelip shıǵıwı óz-ózinen túsinikli, biraq bir usı formulanı tuwrıdan tuwrı keltirip shıǵarıwda da kórsetemiz.

Qozǵalmaytuǵın esaplaw sistemadaǵı qanday da bir bólekshenińtezligin (i-bólekshenińtezligin) v_i+V dep jaza alamız (V sistemanıńinertsiya orayınıńqozǵalıs tezligi, v_i bólekshenińinertsiya orayına salıstırǵandaǵı tezligi). Bólekshenińkinetikalıq energiyası mınaǵan teń:

$$\frac{m_i}{2}(v_i+V)^2 = \frac{m_i V^2}{2} + \frac{m_i v_i^2}{2} + m_i(\mathbf{V}\mathbf{v}_i).$$

Barlıq bóleksheler boyınsha qosındı alǵanda bul ańlatpanıńbirinshi aǵzaları $\frac{MV^2}{2}$ ni beredi (bul jerde $M = m_1+m_2+...$). Ekinshi aǵzalardıńqosındısı sistemadaǵı ishki qozǵalıslardıńtolıq kinetikalıq energiyasına sáykes keledi. Al úshinshi aǵzalardıńqosındısı nolge teńboladı. Haqıyqatında da

$$m_1(\mathbf{V}\mathbf{v}_1) + m_2(\mathbf{V}\mathbf{v}_2)+... = V(m_1\mathbf{v}_1+m_2\mathbf{v}_2+...).$$

Keyingi qawsırma ishindegi qosındı bólekshelerdińsistemanıńinertsiya orayına salıstırǵanlaǵı anıqlama boyınsha nolge teńtolıq impul`si bolıp tabıladı. Eńaqırında kinetikalıq energiyanı bólekshelerdińtásirlesiwininńpotentsial energiyası menen qosıp izlep atırǵan formulamızdı alamız.

Energiyanıńsaqlanıw nızamın qollanıp quramalı deneniństabilligin (turaqlılıǵın) qarap shıǵa alamız. Bul másele quramalı denenińózinen ózi quramlıq bólimlerge ajıralıp ketiwininńshártlerin anıqlawdan ibarat. Mısal retinde quramalı denenińeki bólekke ıdırawın kóreyik. Bul bóleklerdińmassaların m_1 hám m_2 arqalı belgileyik. Jáne dáslepki quramalı denenińinertsiya orayı sistemasındaǵı sol bóleklerdińtezlikleri $\mathbf{v}_1$ hám $\mathbf{v}_2$ bolsın. Bunday jaǵdayda usı esaplaw sistemasındaǵı energiyanıńsaqlanıw nızamı mına túrge iye boladı:

$$E_{ishki} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + E_{1ishki} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + E_{2ishki}.$$

Bul jerde E_{ishki} dáslepki denenińishki energiyası, al E_{1ishki} hám E_{2ishki} denenińeki bólegininńishki energiyaları. Kinetikalıq energiya barqulla ońmániske iye, sonlıqtan jazılǵan ańlatpadan

$$E_{ishki} > E_{1ishki} + E_{2ishki}$$

ekenligi kelip shıǵadı. Bir denenińeki denege ıdırawınıńshárti usınnan ibarat. Eger dáslepki denenińishki energiyası onıńquramlıq bólimlerininńishki energiyalarınıńqosındısınan kishi bolsa dene ıdıramaydı.

Sorawlar:

1. Jumıs ha`m energiya arasındag`ı baylanıs neden ibarat?

2. Kishi tezliklerdegi energiya menen relyativistlik energiya arasındag`ı parq nelerden ibarat?

3. Konservativlik ha`m konvservativlik emes ku`shlerge mısallar keltire alasız ba?

4. Awırlıq maydanındag`ı denenin` potentsial energiyasın esap-lag`anda h = 0 bolg`an noqattı saylap alıw ma`selesi payda boladı. Bul ma`sele qalay sheshiledi?

5. Sozılg`an prujinanın` potentsial energiyası menen tutas deneni sazg`andag`ı potentsial energiya arasındag`ı baylanıs (yamasa ayırma) nelerden ibarat?

8-sanlı lektsiya.

§ 8. Qozg`alıstın` relyativistlik ten`lemesi

1. Qozǵalıstıńrelyativistlik teńlemesi.

2. Boylıq hám kóldeneń massalar túsiniginiń payda bolıwı.
3. Tezleniw menen denege tásir etiwshi kúshtiń baǵıtlarınıń bir birine sáykes kelmewi.
4. Relyativistlik jaǵdaylarda massalar orayı túsiniginiń ózgeshelikleri.

Joqarıda qozǵalıs teńlemesiniń $\dot{p} = \mathbf{F}$ túrindegi teńleme ekenligin kórdik. Kúshler berilgen bolsa bul teńleme tiykarında usı kúshtiń tásirindegi deneniń qozǵalısın tolıq táriplewge boladı (qálegen waqıt momentindegi materiallıq noqattıń koordinataları menen tezlikleri tolıǵı menen anıqlanadı). Endi relyativistlik jaǵdaylarda (yaǵnıy úlken tezliklerde) qozǵalıs teńlemesiniń qanday bolatuǵınlıǵın kóremiz.

Ńyutonnıń ekinshi nızamı boyınsha

$$\mathbf{F}/\mathbf{a} = m = const. \qquad (8\text{-}1)$$

Arbanı paydalanıw boyınsha eksperimentti dawam etemiz. Kishi tezliklerde (8-1) ańlatpa durıs boladı. Biraq tezlik artqan sayın F/a qatnası turaqlı bolıp qalmay, tezlikke baylanıslı bola baslaydı. Biraq ta bunday baylanıstı seziw ushın úlken tezlikler kerek. Sonlıqtan da bunday eksperimentlerdi elektromagnit maydanında qozǵalıwshı zaryadlanǵan elektr zaryadları menen islegen ańsat boladı. v tezligi menen qozǵalıwshı elektr zaryadına tásir etiwshi kúsh

$$\mathbf{F} = q\{\mathbf{E} + [\mathbf{v},\mathbf{V}]\} \qquad (8\text{-}2)$$

formulası menen ańlatıladı.

Meyli proton **V** magnit maydanında tsikllı tezletkishtegi sıyaqlı sheńber tárizli orbita menen qozǵalatuǵın bolsın (sızılmaǵa qarańız). Protonnıń jolında E elektr maydanı bar aralıq bolsın. Bul aralıqta proton tezleniw alatuǵınday bolıp elektr maydanı E ózgeriwi kerek.

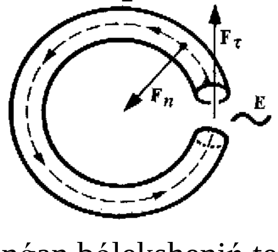
Tezletiwshi aralıqtan tısta proton $F_n = e[\mathbf{v},\mathbf{V}]$ kúshiniń tásirinde radiusı r bolǵan sheńber tárizli orbita boyınsha qozǵaladı. Magnit maydanı V nıń mánisin berip, al protonnıń tezligin sheńberdi aylanıp shıǵıw waqtı boyınsha anıqlap, sheńber tárizli orbita boyınsha qozǵalǵanda orayǵa umtılıwshı kúshtiń shamasınıń $(v^2/r) = R_n$ ekenligin esapqa alıp $(F_n/R_n) = (evVr/v^2)$ qatnasın tabıwǵa boladı. Eksperiment

$$(F_n/R_n) = sonst/\sqrt{1 - v^2/c^2} \qquad (8\text{-}3)$$

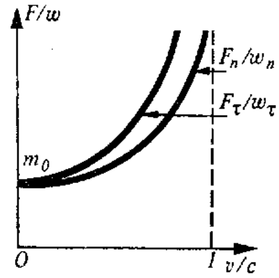
ekenligin beredi.

Tezletiwshi aralıqta $F_\tau = e\mathbf{E}$ kúshiniń tásirinde protonnıń tezligi artadı. Sáykes tezleniw R_τ dı ólshew múmkin. Nátiyjede F_τ/R_τ qatnasın anıqlaw múmkin. Eksperiment tómendegidey ǵárezlilikti beredi:

$$F_\tau/R_\tau = const/\sqrt[3]{1 - v^2/c^2}\ . \qquad (8\text{-}4)$$



25-a súwret. Zaryadlanǵan bóleksheniń tezletkishtegi qozǵalısı;



25-b súwret. Boylıq hám kóldeneń massalardıń tezlikke ǵárezliligi.

(8-3) hám (8-4) te v/s << 1 bolǵan jaǵdaylarda (8-1) ge ótedi. Sonlıqtan da eki ańlatpadaǵı sons5 lar deneniń tınıshlıqta turǵandaǵı massasına teń. Sonlıqtan da bul massanı tınıshlıqtaǵı massa dep ataymız. Demek (8-3) hám (8-4) ańlatpaların bılayınsha qaytadan jazamız:

$$\frac{F_n}{R_n} = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad \frac{F_\tau}{R_\tau} = \frac{m_0}{\sqrt[3]{1-v^2/c^2}}. \qquad (8\text{-}5)$$

Bul baylanıslar grafikalıq túrde súwrette kórsetilgen (25-b súwret).

R_τ tezleniwi tangensial tezleniw bolıp tabıladı, F_τ kúshi traektoriyaǵa túsirilgen urınbaǵa kolliniar. R_n tezleniwi hám F_n kúshi traektoriyaǵa perpendikulyar. (8-5) tezlik baǵıtındaǵı bóleksheniń inertliligi tezlikke perpendikulyar baǵıttaǵı inertlilikten ayrılatuǵınlıǵın kórsetedi. Sáykes bolǵan massalar kóldeneń hám boylıq massalar dep ataladı. Bóleksheniń boylıq massası $\frac{m_0}{\sqrt[3]{1-v^2/c^2}}$, al kóldeneń massası $\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ ǵa teń.

Bólekshe bazı bir traektoriya boyınsha qozǵalatuǵın bolsın. Traektoriyaǵa tangentsial bolǵan birlik vektordı **τ**, al normal baǵıtlanǵan birlik vektordı **n** arqalı belgileyik. Bólekshege tásir etiwshi F kúshin eki kúshke jikleymiz:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_\tau + \mathbf{F}_n \qquad (8\text{-}6)$$

Kúshtiń hár bir qurawshısı bólekshenıń inertliligine baylanıslı sáykes baǵıtta tezleniw payda etedi. Normal tezleniw v^2/r, tangentsial tezleniw dv/dt ge teń bolǵanlıqtan (8-5) bılayınsha jazılıwı múmkin:

$$\boldsymbol{\tau}\frac{m_0}{\sqrt[3]{1-v^2/c^2}}\frac{dv}{dt} = F_\tau, \quad \mathbf{n}\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\frac{v^2}{r} = F_n. \qquad (8\text{-}7)$$

Demek

$$\boldsymbol{\tau}\frac{m_0}{\sqrt[3]{1-v^2/c^2}} * [dv/dt] + \mathbf{n}\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} * (v^2/4) = \mathbf{F}. \qquad (8\text{-}8)$$

(8-8) ańlatpanı ápiwayılastırıw múmkin. $(d\boldsymbol{\tau}/dt) = (d\boldsymbol{\tau}/ds)\,(ds/dt) = v(d\boldsymbol{\tau}/ds)$ hám $d\boldsymbol{\tau}/dt = v\mathbf{n}/4$ ekenligin esapqa alamız, $nv^2/4$ di v $d\boldsymbol{\tau}/dt$ menen almastıramız, sonda

$$\frac{m_0}{\sqrt[3]{1-v^2/c^2}}\,\boldsymbol{\tau}\,[dv/dt] + \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} * v(d\boldsymbol{\tau}/dt) = \mathbf{F}. \qquad (8\text{-}9)$$

Tuwrıdan tuwrı differentsiallaw arqalı

$$\frac{d}{dt}\{v/(1-v^2/c^2)\} = 1/(1-v^2/c^2)^{3/2}\,\frac{d}{dt}v \qquad (8\text{-}10)$$

teńligin tekserip kóremiz. Alınǵan ańlatpaǵa sáykes (7-9)-teńlemeniń shep tárepin bılayınsha túrlendiremiz:

$$\frac{m_0}{\sqrt[3]{1-v^2/c^2}}\,\boldsymbol{\tau}\,\frac{d}{dt}v + \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\,v(d\boldsymbol{\tau}/dt) = \boldsymbol{\tau}\,\frac{d}{dt}\{v\,\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\} + v\,\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\,(d\boldsymbol{\tau}/dt) =$$

$$\frac{d}{dt}\{v\tau\,\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\} = \frac{d}{dt}\{\,v\,\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\}. \qquad (8\text{-}11)$$

Bul ańlatpalarda v$\boldsymbol{\tau}$ = **v** - bóleksheniń tezligi ekenligi esapqa alınǵan. Solay etip bólekshenin qozǵalısınıń relyativistlik teńlemesin alamız:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{vm_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = \mathbf{F}. \qquad (7\text{-}12)$$

Alınǵan formuladaǵı

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}, \quad \mathbf{p} = m\mathbf{v}. \qquad (8\text{-}13)$$

Bul ańlatpalarda m arqalı deneniń massası, al **p** arqalı relyativistlik impul`s belgilengen.

Massa deneniń inertliliginiń ólshemi bolıp tabıladı. Sonlıqtan «boylıq massa» hám «kóldeneń massa» túsinikleri tezliktiń baǵıtında hám oǵan perpendikulyar baǵıttaǵı deneniń inertlilik qásiyetiniń hár qıylı ekenliligin bildiredi. Denege baylanıslı bolǵan koordinata sistemasında bunday ayırma joǵaladı.

Eger bólekshenin tezligi jaqtılıq tezligine jaqın bolsa onıń tezliginiń absolyut mánisin ózgertiw ushın onıń qozǵalıw baǵıtın ózgertiwge qaraǵanda ádewir úlken kúsh kerek boladı. Yaǵnıy tez qozǵalatuǵın bólekshe óziniń baǵıtın absolyut tezligine qaraǵanda jeńil ózgertedi.

Relyativistlik jaǵdaylarda tezleniw menen kúshtiń baǵıtları bir birine sáykes kelmeydi. Relyativistlik jaǵdaylarda massalar orayı túsinigi mániske iye bolmaydı. Sebebi massa orayı Lorents túrlendiriwiniń invariantı bolıp tabılmaydı. Biraq massalar orayı sisteması túsinigi dál mániske iye hám fizikalıq máselelerdi tallaǵanda paydalı hám áhmiyetli boladı.

9-sanlı lektsiya.

§ 9. Materiallıq noqatlar sistemasının` qozg`alısı ha`m energiyası

Materiallıq noqattıń impul`s momenti. Materiallıq noqatlar sistemasınıń impul`si hám impul`s momenti. Materiallıq noqatlardan turatuǵın sistemaǵa tásir etiwshi kúsh. Materiallıq noqatlar sistemasınıń qozǵalıs teńlemesi. Massalar orayı. Materiallıq noqatlar sisteması ushın momentler teńlemesi. Aylanıwshı qattı denelerdiń kinetikalıq energiyası.

**Impul`s momenti**. O noqatına salıstırǵandaǵı materiallıq noqattıń impul`s momenti:

$$\mathbf{L} = [\mathbf{R}, \mathbf{p}]. \qquad (9\text{-}1)$$

Bul anıqlama barlıq (relyativistlik hám relyativistlik emes) jaǵdaylar ushın durıs boladı. Eki jaǵdayda da **p** impul`sı baǵıtı boyınsha materiallıq noqattıń tezligi baǵıtı menen sáykes keledi.

Ku`sh momenti. O noqatına salıstırǵandaǵı materiallıq noqatqa tásir etiwshi kúsh momenti dep

$$\mathbf{M} = [\mathbf{R}, \mathbf{F}]. \qquad (9\text{-}2)$$

vektorına aytamız.

**Momentler ten`lemesi**. Impul`s momenti (9-1) di waqıt boyınsha differentsiallaymız:

$$d\mathbf{L}/dt = [dR/dt, \mathbf{p}] + [\mathbf{R}, d\mathbf{p}/dt], \qquad (9\text{-}3)$$

yamasa $\dot{L} = [\dot{r}, p] + [r, \dot{p}]$. (dR/dt) = **v** - bağıtı **p** impul`sı menen sáykes keletuǵın tezlik ekenligin esapqa alamız. Óz-ara kolliniar eki vektordıń vektorlıq kóbeymesi nolge teń. Sonlıqtan (9-3) tiń ońı jaǵındaǵı birinshi aǵza $[\dot{r}, p]$ nolge teń, al ekinshi aǵza kúsh momentin beredi. Nátiyjede (9-3) momentler teńlemesine aylanadı: $[r, \dot{p}] = \dot{L} = M$. Bul teńleme materiallıq noqatlar menen denelerdiń qozǵalısları qaralǵanda úlken áhmiyetke iye boladı.

Materiallıq noqatlar sisteması. Materiallıq noqatlar sisteması dep shekli sandaǵı materiallıq noqatlardıń jıynaǵına aytamız. Sonlıqtan da bul materiallıq noqatlardı nomerlew múmkin. Bul noqatlardı i, j, ... hám basqa da háripler menen belgilewimiz múmkin. Bul sanlar 1, 2, 3, ..., n mánislerin qabıl etedi (n-sistemanı qurawshı bólekshеler sanı). Bunday jaǵdayda, mısalı, r_i, p_i, v_i shamaları sáykes i-bólekshеniń radius-vektorın, impul`sın hám tezligin beredi. Bunday sistemalarǵa mısal retinde gazdi, Quyash sistemasın yamasa qattı deneni kórsetiwge boladı. Waqıttıń ótiwi menen sistemanı qurawshı materiallıq noqatlardıń orınları ózgeredi.

Sistemanı qurawshı noqatlardıń hár birine tábiyatı hám kelip shıǵıwı jaqınan hár qıylı bolǵan kúshlerdiń tásir etiwi múmkin. Sol kúshler sırttan tásir etiwshi (sırtqı kúshler) yamasa sistemanı qurawshı bólekshеler arasındaǵı óz-ara tásir etisiw bolıwı múmkin. Bunday kúshlerdi ishki kúshler dep ataymız. Ishki kúshler ushın Ńyutonnıń úshinshi nızamı orınlanadı dep esaplaw qabıl etilgen.

**Sistema impul`sı**: Sistemanıń impul`sı dep usı sistemanı qurawshı materiallıq noqatlardıń impul`slarınıń qosındasına aytamız, yaǵnıy

$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 + ... + \mathbf{p}_n. \qquad (9\text{-}4)$$

Cistemanın` impul`s momenti: Baslanǵısh dep qabıl etilgen O noqatına salıstırǵandaǵı sistemanıń impul`s momenti dep sol O noqatına salıstırǵandaǵı materiallıq noqatlardıń impul`s momentleriniń qosındısına aytamız, yaǵnıy

$$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{L}_i = \sum_{i=1}^{n} [\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i]. \qquad (9\text{-}5)$$

Sistemag`a ta`sir etiwshi ku`sh momenti: O noqatına salıstırǵandaǵı sisemaǵa tásir etiwshi kúshtiń momenti dep sol O noqatına salıstırǵandaǵı noqatlarǵa tásir etiwshi momentlerdiń qosındısına teń, yaǵnıy

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{M}_i = \sum_{i=1}^{n} [\mathbf{r}_i, \mathbf{F}_i]. \qquad (9\text{-}6)$$

Ńyutonnıń úshinshi nızamına sáykes ishki kúshler momentleri birin biri joq etedi. Sonlıqtan keyingi teńlemeniń ońı tárepi birqansha ápiwayılasadı. Usı jaǵdaydı dálillew ushın sistemanıń i-noqatına tásir etiwshi kúshti F_i arqalı, al usı kúsh sırttan tásir etiwshi kúsh bolǵan $F_{isırtqı}$ dan hám qalǵan barlıq bólekshеler tárepinen túsetuǵın kúshten turadı dep esaplayıq. i-noqattan j-noqatqa tásir etiwshi ishki kúshti f_{ji} dep belgileyik. Sonday jaǵdayda tolıq kúshti

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_{isırtqı} + \sum_{j \neq i} \mathbf{f}_{ji}. \qquad (9\text{-}7)$$

Summadaǵı $j \neq i$ teńsizligi $j = i$ bolmaǵan barlıq jaǵdaylar ushın qosındınıń alınatuǵınlıǵın bildiredi. Sebebi noqat ózi ózine tásir ete almaydı. Keyingi ańlatpanı aldıńǵı ańlatpaǵa qoyıp kúsh momentiniń eki qosılıwshıdan turatuǵınlıǵın kóremiz:

$$\mathbf{M} = \sum_{i} [\mathbf{r}_i, \mathbf{F}_{isırtqı}] + \sum_{i,j} [\mathbf{r}_i, \mathbf{f}_{ji}]. \qquad (9\text{-}8)$$

Alıngan ańlatpadağı ekinshi summanıń nolge teń ekenligin kórsetiw múmkin. Ńyutonnıń úshinshi nızamına muwapıq $f_{ij} + f_{ji} = 0$. Súwrette kórsetilgen sızılmağa muwapıq i hám j noqatlarına tásir etiwshi kúshlerdiń O noqatlarına salıstırğandağı momentlerin esaplaymız. Bul noqatlardı tutastıratuğın $\mathbf{r}_{ij}$ vektorı i noqatınan j noqatına qarap bağıtlanğan. O noqatına salıstırğandağı f_{ij} hám f_{ji} momentleri

$$\mathbf{M}' = [r_i, \mathbf{f}_{ji}] + [r_j, \mathbf{f}_{ij}] \qquad (9\text{-}9)$$

Materiallıq noqatlar sistemasının` qozg`alıs ten`lemesi. $\mathbf{p} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{p_i} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 + ... + \mathbf{p}_n$ teńliginen waqıt boyınsha tuwındı alamız hám i-noqattıń qozğalıs teńlemesiniń $(d\mathbf{p}_i /dt) = \mathbf{F}_i$ ekenligin esapqa alğan halda

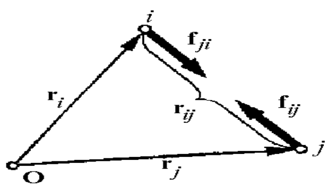
$$d\mathbf{p}/dt = \sum d\mathbf{p}_i/dt = \sum \mathbf{F}_i, \quad d\mathbf{p}/dt = \sum \mathbf{F}_i = \mathbf{F}. \qquad (9\text{-}10)$$

ekenligine iye bolamız.

ańlatpası menen ańlatıladı. $f_{ij} = -f_{ji}$, $r_i - r_j = r_{ji}$ hám r_{ij} menen f_{ji} vektorlarınıń óz-ara parallel ekenligin esapqa alıp $M' = [r_i, f_{ji}] - [r_j, f_{ij}] = [r_i - r_j, f_{ji}] = [r_{ij}, f_{ji}] = 0$ ekenligine iye bolamız.

Demek sistemağa tásir etiwshi kúshlerdiń momenti haqqında aytılğanda tek ğana sırtqı kúshlerdiń momentlerin túsiniwimiz kerek.

Alıngan ağlatpadağı **F** sistema noqatlarına sırttan túsirilgen kúshlerdiń qosındısı. Bul kúshti ádette sırtqı kúsh dep ataydı. Alıngan $d\mathbf{p}/dt = \mathbf{F}$ teńlemesi sırtqı kórinisi boyınsha bir materiallıq noqat ushın qozğalıs teńlemesine $\{d\mathbf{p}/dt = \mathbf{F}, \mathbf{p} = m\mathbf{v}\}$ uqsas. Biraq sistema ushın impul`s **p** nı alıp júriwshiler keńislik boyınsha tarqalğan, **F** ti qurawshı kúshler de keńislik boyınsha tarqalğan. Sonlıqtan noqat ushın alıngan teńleme menen sistema ushın alıngan teńlemelerdi tek ğana relyativistlik emes jağdaylar ushın salıstırıw múmkin.



26-súwret. i hám j noqatlarına túsirilgen ishki kúshlerdiń momenti.
Ńyutonnıń úshinshi nızamına sáykes bul moment nolge teń.

Massalar orayı. Relyativistlik emes jağdaylarda massa orayı túsiniginen paydalanıwğa boladı. Impul`s ushın relyativistlik emes jağdaylar ushın jazılğan impul`stan paydalanayıq.

$$\mathbf{p} = \sum m_{0i}\mathbf{v}_i = \sum m_{0i} (d\mathbf{r}_i/dt) = d/dt \sum m_{0i}\mathbf{r}_i = m^* d/dt\, [(1/m) \sum m_{0i}\mathbf{r}_i]. \quad (9\text{-}11)$$

Bul ańlatpadağı massa $m = \sum m_{0i}$ dep noqatlardıń tınıshlıqtağı massası alıngan.

$\mathbf{R} = (1/m)\sum m_{0i}\mathbf{r}_i$ radius-vektorı sistemanıń massalar orayı dep atalatuğın noqattı beredi. $d\mathbf{R}/dt = \mathbf{V}$ - usı noqattıń (massalar oraınıń) qozğalıs tezligi. Demek sistemanıń impul`sı key-ingi ańlatpanı esapqa alğanda bılay jazıladı:

$$\mathbf{p} = m\,(d\mathbf{R}/dt) = m\mathbf{V} \qquad (9\text{-}12)$$

hám sistemanıń massası menen onıń massalar orayınıń qozğalıs tezliginiń kóbeymesine teń. Sonlıqtan da massalar orayınıń qozğalısı materiallıq noqattıń qozğalısına sáykes keledi.

Joqarıdağılardı esapqa alğan halda sistemanıń qozğalıs teńlemesi bılay jazamız:

$$m\,(d\mathbf{V}/dt) = \mathbf{F}. \qquad (9\text{-}13)$$

Alıngan ańlatpa materiallıq noqat ushın alıngan ańlatpa menen ekvivalent. Ayırma son-nan ibarat, bul jağdayda massalar massa orayına toplanğan, al sırtqı kúshlerdiń qosındısı bolsa sol noqatqa túsedi.

Materiallıq noqatlar sisteması ushın momentler ten`lemesi. $L = \sum_{i=1}^{n} L_i = \sum_{i=1}^{n} [r_i, p_i]$ ańlatpasın waqıt boyınsha differentsiallasaq materiallıq noqatlar sisteması ushın momentler teńlemesin alamız:

$$d\mathbf{L}/dt = \sum[\mathbf{r}d\mathbf{r}_i/dt, \mathbf{p}_i] + \sum[\mathbf{r}_i, d\mathbf{p}_i/dt] = \sum[\mathbf{v}_i, \mathbf{p}_i] + \sum[\mathbf{r}_i, \mathbf{F}_i] = = 0 + \sum\mathbf{M}_i = \mathbf{M}. \qquad (9\text{-}14)$$

Demek $d\mathbf{L}/dt = \mathbf{M}$.

M niń sistemaǵa tásir etiwshi sırtqı kúshler momenti ekenligin umıtpaymız.

Materiallıq noqattın` impul`s momenti menen **sektorlıq tezlik arasındag`ı bay**lanıs. **Maydanlar teoreması**. Materiallıq noqattıń impul`s momentin qaraymız. t waqıt momentinde bul materiallıq noqattıń awhalı **r** radius-vektorı menen anıqlanatuǵın bolsın. dt waqıtı ishinde radius-vektor vdt ósimin aladı. Sonıń menen birge radius-vektor sheksiz kishi úsh múyeshlikti basıp ótedi. Usı úsh múyeshliktiń maydanı $d\mathbf{S} = \frac{1}{2}[\mathbf{Rv}]dt$. Sonlıqtan $\dot{S} = \frac{dS}{dt}$. Bul shama waqıt birligindegi radius-vektordıń basıp ótetuǵın maydanına teń hám sektorlıq tezlik dep ataladı. Anıqlama boyınsha $\mathbf{L} = m[\mathbf{rv}]$ bolǵanlıqtan $\mathbf{L} = 2m\dot{S}$. Relyativistlik tezliklerde m turaqlı, sonlıqtan da impul`s momenti sektorlıq tezlik $\dot{S}$ ke proportsional.

Eger materiallıq noqatqa tásir etiwshi kúsh oraylıq hám onıń baǵıtı O polyusı arqalı ótetuǵın bolsa **L** vektorı waqıt boyınsha ózgermeydi. Soǵan sáykes relyativistlik emes tezliklerde sektorlıq tezlik $\dot{S}$ te ózgermeydi. Bul jaǵdayda impul`s momentiniń saqlanıw nızamı maydanlar nızamına ótedi:

$$\dot{S} = \text{const.} \qquad (9\text{-}15)$$

Bul nızamnan eki juwmaq kelip shıǵadı.

Birinshiden **r** hám **v** vektorları jatatuǵın tegislik $\dot{S}$ vektorına perpendikulyar. Bul vektorlardıń baǵıtı ózgermeytuǵın bolǵanlıqtan sol tegisliktiń ózi de ózgermeydi. Demek ***oraylıq ku`shler maydanında qozg`alatug`ın materiallıq noqattın` traektoriyası tegis iymeklik*** bolıp tabıladı.

Ekinshiden $\dot{S}$ vektorı uzınlıǵınıń turaqlılıǵınan ***birdey waqıt aralıqlarında radius-vektor birdey maydanlardı basıp o`tetug`ınlıg`ı kelip*** shıǵadı. Bul jaǵdaydı ádette ***maydanlar nızamı*** dep ataydı. Maydan tek ǵana shaması menen emes al keńisliktegi orientatsiyası menen de táriplenedi. Sonlıqtan da maydanlar nızamına keńirek mazmun beriw kerek.

Qozg`almaytug`ın ko`sherge salıstırg`andag`ı impul`s momenti menen ku`sh momenti. $d\mathbf{L}/dt = \mathbf{M}$ teńlemesi tómendegidey úsh skalyar teńlemelerge ekvivalent:

$$\frac{dL_x}{dt} = M_x^{\text{sırtqı}}, \quad \frac{dL_y}{dt} = M_u^{\text{sırtqı}}, \quad \frac{dL_z}{dt} = M_z^{\text{sırtqı}}. \qquad (9\text{-}16)$$

Bul teńlemeler $d\mathbf{L}/dt = \mathbf{M}$ teńlemesinen dekart koordinatalar sistemasınıń kósherlerine proektsiyalar túsiriw jolı menen alınadı. «Sırtqı» indeksi kúsh momentin esaplaǵanda ishki kúshler momentleriniń dıqqatqa alınbaytuǵınlıǵın ańgartadı. Sonlıqtan da momentler teńlemesindegi **M** sırtqı kúshlerdiń momentin beredi. L_x hám M_x lar X kúsherine salıstırǵandaǵı impul`s momenti hám kúsh momenti dep ataladı.

Ulıwma bazı bir X kósherine salıstırǵandaǵı L_x hám M_x impul`s hám kúsh momenti dep **L** menen **M** niń usı kósherge túsirilgen proektsiyasın aytamız. Sonıń menen birge O koordinata bası usı kósherdiń boyında jatadı dep esaplanadı.

$\frac{dL_x}{dt} = M_x$ ***ten`lemesi qozg`almaytug`ın X ko`sherine salıstırg`andag`ı momentler ten`lemesi*** dep ataladı. Qanday da bir qozǵalmaytuǵın kósherge salıstırǵandaǵı kúsh momenti nolge teń bolǵan jaǵdayda sol kósherge salıstırǵandaǵı impul`s momenti turaqlı bolıp qaladı. Bul ***qozg`almaytug`ın ko`sherge salıstırg`andag`ı impul`s momentinin` saqlanıw nızamı*** bolıp tabıladı (keńisliktiń izotroplılıǵınıń nátiyjesi).

Qozg`almaytug`ın ko`sher do`geregindegi aylanıw ushın impul`s momenti ten`lemesi. Inertsiya momenti. Kósherge salıstırǵandaǵı momentler teńlemesin aylanbalı qozǵalıstı qarap shıǵıwǵa qollanamız. Qozǵalmaytuǵın kósher retinde aylanıw kósherin saylap alıw múmkin. Eger materiallıq bólekshe radiusı **r** bolǵan sheńber boyınsha qozǵalsa, onıń O aylanıw kósherine salıstırǵandaǵı impul`s momenti L = mvr. Meyli ω - aylanıwshıń múyeshlik tezligi bolsın. Onda $L = mr^2\omega$. Eger O kósheriniń dógereginde materiallıq noqatlar sisteması birdey múyeshlik tezlik penen aylanatuǵın bolsa, onda $L =\sum mr^2\omega$. Summa belgisinen ω nı sırtqa shıǵarıw múmkin. Bunday jaǵdayda

$$L = I\omega \qquad (9\text{-}17)$$

hám

$$I =\sum mr^2.$$

I ***shaması ko`sherge salıstırg`andag`ı sistemanın` inertsiya momenti dep ataladı***. Keyingi teńleme sistema aylanǵanda kósherge salıstırǵandaǵı impul`s momenti inertsiya momenti menen múyeshlik tezliginiń kóbeymesine teń.

Óz gezeginde $\frac{d}{dt}(I\omega) = M.$ *Qozǵalmaytuǵın kósher dógereginde aylanbalı qozǵalıs dinamikasınıń bul tiykarǵı teńlemesindegi* M aylanıw kósherine salıstırǵandaǵısırtqı kúshler momenti. Bul teńleme materiallıq noqattıń qozǵalısı ushın Ńyuton teńlemesin eske túsiredi. Massanıń ornında inertsiya momenti I, tezliktiń ornına múyeshlik tezlik, al kúshtiń ornında kúsh momenti tur. Impul`s momenti L di *kópshilik jaǵdaylarda sistemanıń aylanıw impul`sı* dep ataydı.

Eger aylanıw kósherine salıstırǵandaǵı kúshler momenti M = 0 *bolsa aylanıw impul`sı* IΩ *saqlanadı*.

Ádette qattı deneler ushın **I** turaqlı shama. Sonlıqtan bunday sistemalar ushın

$$I\frac{d\omega}{dt} = M \qquad (9\text{-}18)$$

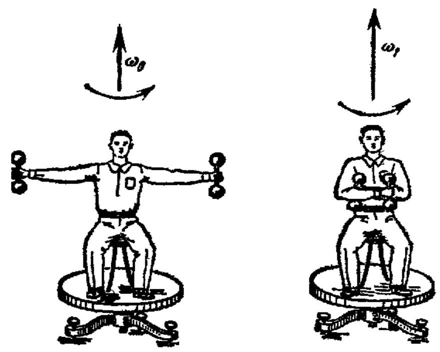
Demek qattı deneniń qozǵalmaytuǵın kósherge salıstırǵandaǵı inertsiya momenti menen múyeshlik tezleniw $\frac{d\omega}{dt}$ diń kóbeymesi sol kósherge salıstırǵandaǵı sırtqı kúshlerdiń momentine teń.

Aylanıw impul`sının` saqlanıw nızamına mısallar.

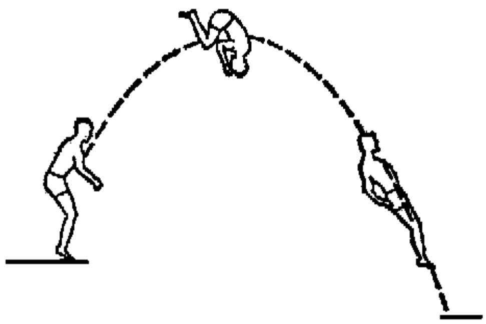
1. Jukovskiy (1847-1921) otırǵıshı (27-súwret).
2. Balerina menen figurashınıń pirueti.
3. Sekiriwshi tárepinen orınlanǵan sal`to (28-súwret).

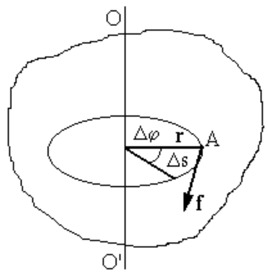
Gyuygens-Shteyner teoreması: Qanday da bir ko`sherge salıstırg`andag`ı denenin` inertsiya momenti usı denenin` massa orayı arqalı o`tiwshi parallel ko`sherge salıstırg`andag`ı inertsiya momentine $ma^2$ shamasın qosqang`a ten` (a-kósherler arasındaǵı aralıq). Yaǵnıy $I_A = I_C + ma^2$.

Aylanıwshı qattı denelerdin` kinetikalıq energiyası. Qattı dene jıljımaytuǵın OO' kósheri dógereginde aylanıp φ múyeshine burılǵandaǵı kúshler momenti M niń islegen jumısın anıqlayıq (29-súwrette kórsetilgen). Qattı denege **f** kúshi



27-súwret. Jukovskiy otırǵıshı


28-súwret. Sekiriwshi tárepinen orınlanǵan sal`to.



29-súwret. Kúshler momenti M niń islegen jumısın esaplawǵa.

túsirilsin. Bul kúsh ózi túsirilgen traektoriyaǵa urınba baǵıtında baǵıtlanǵan, al OO' kósherine salıstırǵandaǵı momenti **M** = **fr** bolsın.

Dene $\Delta\varphi$ múyeshine burılǵanda kúsh túsirilgen A noqatı Δs doǵası uzınlıǵına jıljıydı. Sonda **f** kúshiniń islegen jumısı $\Delta A = f*\Delta s$ ke teń boladı. $\Delta s = r*\Delta\varphi$. Demek $\Delta A =$ **fr***$\Delta\varphi$. **fr** = **M** bolǵanlıqtan $\Delta A = M*\Delta\varphi$. Solay etip dene $\Delta\varphi$ múyeshine burılǵanda islengen jumıs san jaǵınan kúsh momenti menen buralıw múyeshiniń kóbeymesine teń bolatuǵınlıǵın kóremiz.

Eger **M** turaqlı shama bolatuǵın bolsa dene shekli φ múyeshine burılǵanda islenetuǵın jumıs

$$A = M*\varphi$$

ge teń boladı.

Endi berilgen ω múyeshlik tezligi menen qozǵalmaytuǵın kósher dógereginde aylanatuǵın qattı deneni qarayıq. Onıń i-elementiniń kinetikalıq energiyası:

$$\Delta E_{ki} = \Delta m_i v_i^2/2.$$

Bul ańlatpada Δm_i deneniń i-elementiniń massası, v_i onıń sızıqlıq tezligi. $v_i = r_i\omega$ bolǵanlıqtan

$$\Delta E_{ki} = \Delta m_i r_i^2 \omega^2 /2.$$

Deneniń aylanbalı qozǵalısınıń kinetikalıq energiyası onıń jeke elementleriniń kinetikalıq energiyalarınıń qosındısına teń:

$$E_k = \sum (\Delta m_i r_i^2 \omega^2 /2) = (\omega^2/2) \sum\Delta m_i r_i^2.$$

$\sum \Delta m_i r_i^2 = I$ deneniń inertsiya momenti ekenligin esapqa alsaq

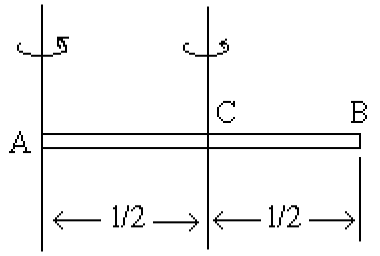
$$E_k = I\omega^2/2$$

ańlatpasın alamız.

Demek qozǵalmaytuǵın kósher dógereginde aylanıwshı qattı deneniń kinetikalıq energiyası formulası materiallıq noqattıń ilgerilemeli qozǵalısınıń kinetikalıq energiyası formulasına uqsas eken. Ilgerilemeli qozǵalıstaǵı massa m niń ornına aylanbalı qozǵalısta inertsiya momenti I keledi.

Ha`r qanday denelerdin` inertsiya momentlerin esaplaw.

l. *Jińishke bir tekli sterjenniń perpendikulyar kósherge salıstırǵandaǵı inertsiya momenti.*



30-súwret.

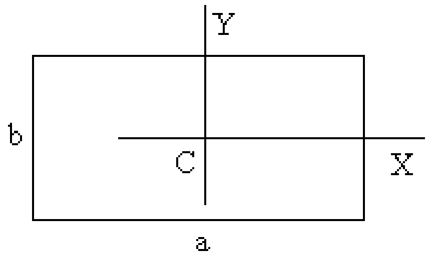
Meyli kósher sterjenniń sheti bolǵan A arqalı ótsin (30-súwret). Inertsiya momenti $I_A = kml^2$, l - sterjenniń uzınlıǵı. Sterjenniń orayı S massa orayı da bolıp tabıladı. Gyuygens-Shteyner teoreması boyınsha $I_A = I_C + m\left(\frac{l}{2}\right)^2$. I_C inertsiya momentin uzınlıqları l/2 hám hár qaysısınıń massası m/2 bolǵan eki sterjenniń inertsiya momentleriniń qosındısı sıpatında qaraw múmkin. Demek inertsiya momenti $k\frac{m}{2}\left(\frac{l}{2}\right)^2$ qa teń. Sonlıqtan $I_C = km\left(\frac{l}{2}\right)^2$. Bul ańlatpanı aldıńǵı ańlatpaǵa qoysaq

$$kml^2 = km\left(\frac{l}{2}\right)^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

Bul ańlatpadan k = 1/3. Nátiyjede

$$I_A = \frac{1}{3}ml^2, \qquad I_C = \frac{1}{12}ml^2.$$

2. *Tuwrı múyeshli plastinka hám tuwrı múyeshli parallelepiped ushın inertsiya momenti* (31-súwret).



31-súwret.

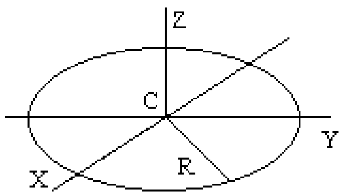
Meyli X hám 6 koordinatalar kósherleri S plastinkanıń ortası arqalı ótetuǵın hám táreplerine parallel bolsın. Bul jaǵdayda da joqarıdaǵı jaǵday sıyaqlı $[I_C = (l/l2)ml^2]$

$$I_x = (1/12)b^2,\ I_y = (1/12)a^2.$$

Z kósherine salıstırǵandaǵı plastinkanıń inertsiya momenti

$$I_z = (m/12)(a^2 + b^2).$$

3. *Sheksiz juqa dóńgelek saqıyna (sheńber) ushın inertsiya momenti* (32-súwret).



32-súwret.

Inertsiya momenti Z kósherine salıstırǵanda

$$I_z = mR^2$$

bolıwı kerek (4-saqıyna radiusı). Simmetriyaǵa baylanıslı $I_x = I_y$. Sonlıqtan $I_x = I_y = \frac{1}{2}mR^2$.

4. *Sheksiz juqa diywalı bar shardıń inertsiya momenti*.

Dáslep massası m bolǵan, koordinataları x,u,z bolǵan materiallıq noqattıń tuwrı múyeshli koordinatalar sisteması kósherlerine salıstırǵandaǵı inertsiya momentin esaplayıq (súwrette kórsetilgen).

Bul noqattıń X, U. Z kósherlerine shekemgi qashıqlıqlarınıń kvadratları sáykes u^2+z^2, z^2+x^2 hám x^2+u^2 qa teń. Usı kósherlerge salıstırǵandaǵı inertsiya momentleri

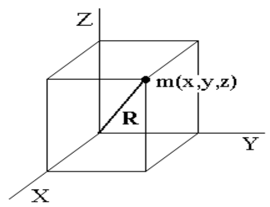
$$I_x = m(u^2+z^2),$$
$$I_u = m(z^2+x^2),$$
$$I_z = m(x^2+u^2)$$

shamalarına teń. Bul úsh teńlikti qosıp $I_x+I_u+I_z = 2m(x^2+u^2+z^2)$ teńligin alamız. $x^2+u^2+z^2 = 4^2$ ekenligin esapqa alsaq $I_x+I_u+I_z = 2\Theta$ ekenligine iye bolamız Bul jerde Θ arqalı massası m bolǵan materiallıq noqattıń noqatqa salıstırǵandaǵı inertsiya momenti belgilengen.

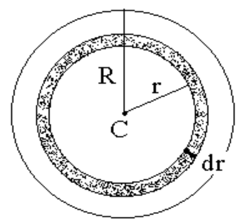
Endi dáslep shardıń orayına salıstırǵandaǵı inertsiya momenti Θ nı tabamız. Onıń mánisi $\Theta = mR^2$ ekenligi túsinikli. $I_x+I_u+I_z = 2\Theta$ teńliginen paydalanamız hám $I_x= I_u = I_z = I$ dep belgileymiz. Nátiyjede juqa shardıń orayınan ótetuǵın kósherine salıstırǵandaǵı inertsiya momenti ushın

$$I = (2/3)mR^2$$

formulasın alamız.



33-súwret. Sheksiz juqa diywalǵa iye shardıń inertsiya momentin esaplawǵa



34-súwret. Tutas bir tekli shardıń inertsiya momentin esaplawǵa

5. *Tutas bir tekli shardıń inertsiya momenti*. Tutas birtekli shardı hár qaysısınıń massası dm bolǵan sheksiz juqa qatlamlardıń jıynaǵı dep qarawǵa boladı (súwrette kórsetilgen). Bir tekli bolǵanlıqtan $dm = m(dV/V)$, al $dV = 4\pi r^2dr$ - sferalıq qatlamnıń kólemi, $V = (4/3)\pi r^3$. Joqarıda keltirilip shıǵarılǵan $I = (2/3)mR^2$ formulasın paydalanamız. Bunday jaǵdayda $dI = (2/3)dmr^2 = 2mr^4dr/R^3$. Bul ańlatpanı integrallap bir tekli tutas shardıń inertsiya momentin alamız:

$$I = (2/5)mR^2.$$

10-sanlı lektsiya.

§ 10. Galiley tu`rlendiriwleri

Koordinatalardı geometriyalıq jaqtan almastırıw. Hár qanday esaplaw sistemaları arasındağı fizikalıq ótiwler. Inertsial esaplaw sistemaları hám salıstırmalılıq printsipi.

Koordinatalardı túrlendiriw máselesi ádette geometriyalıq másele bolıp tabıladı. Mısalı dekart, polyar, tsilindrlik, sferalıq hám basqa da koordinatalar sistemaları arasında óz-ara ótiw ápiwayı matematikalıq túrlendiriw járdeminde ámelge asırıladı. Bul haqqında «Keńislik hám waqıt» dep atalatuğın l-2 paragrafta tolıq aytılıp ótildi.

Koordinatalardı fizikalıq tu`rlendiriw. Hár qıylı esaplaw sistemaları baylanısqan hár qıylı materiallıq deneler bir birine salıstırğanda qozğalısta bolıwı múmkin. Hár bir esaplaw sistemasında óz koordinata kósherleri júrgizilgen, al sol sistemalardıń hár qıylı noqatlarındağı waqıt sol noqat penen baylanısqan saatlardıń járdeminde ólshenetuğın bolsın. Bir birine salıstırğanda qozğalısta bolatuğın esaplaw sistemalarındağı koordinatalar menen waqıt qalayınsha baylanısqan degen soraw kelip tuwadı. **Qoyılg`an sorawg`a juwaptın` tek geometriyalıq ko`z-qarastın` ja`rdeminde beriliwi mu`mkin emes. Bul fizikalıq ma`sele**. Bul másele hár qıylı sistemalar arasındağı salıstırmalı tezlik nolge teń bolğanda hám sol esaplaw sistemaları arasındağı fizikalıq ayırma joğalğanda (yağnıy bir neshe sistemalar bir sistemağa aylanğanda) ğana geometriyalıq máselege aylanadı.

Inertsial esaplaw sistemaları ha`m salıstırmalılıq printsipi. Qattı deneniń eń ápiwayı bolğan qozğalısı onıń ilgerilemeli teń ólshewli tuwrı sızıqlı qozğalısı bolıp tabıladı. Usı jağdayğa sáykes esaplaw sistemasınıń eń ápiwayı salıstırmalı qozğalısı ilgerilemeli, teń ólshewli hám tuwrı sızıqlı qozğalısı bolıp tabıladı. Shártli túrde sol sistemalardıń birewin qozğalmaytuğın, al ekinshisin qozğalıwshı sistema dep qabıl etemiz. Hár bir sistemada dekart koordinatalar sistemasın júrgizemiz. K qozğalmaytuğın esaplaw sistemasındağı koordinatalardı (x,y,z) dep, al qozğalıwshı K' sistemasındağı koordinatalardı (x',y',z') háripleri járdeminde belgileymiz. Qozğalıwshı sistemadağı shamalardı qozğalmaytuğın sistemadağı shamalar belgilengen háriplerdiń járdeminde shtrix belgisin qosıp belgileymiz dep kelisip alamız. Endi bir birine salıstırğanda qozğalıwshı hár bir esaplaw sistemasında fizikalıq qubılıslar qalay júredi degen áhmiyetli sorawğa juwap beriwimiz kerek.

Bul sorawg`a juwap beriwimiz ushın sol esaplaw sistemalarındag`ı fizikalıq qubılıslardın` o`tiwin u`yreniiwimiz kerek. Kóp waqıtlardan beri Jerdiń betine salıstırğanda teń ólshewli tuwrı sızıqlı qozğalatuğın koordinatalarğa salıstırğandağı mexanikalıq qubılıslardıń ótiw izbe-izligi boyınsha sol qozğalıs haqqında hesh nárseni aytıwğa bolmaytuğınlığı málim boldı. Jağağa salıstırğanda tınısh qozğalatuğın korabldiń kabinaları ishinde mexanikalıq protsessler jağadağıday bolıp ótedi. Al, eger Jer betinde anıgıraq tájiriybeler ótkerilse Jer betiniń juldızlarğa salıstırğandağı qozğalısınıń bar ekenligi júzege keledi (mısalı Fuko mayatnigi menen ótkerilgen tájiriybe). Biraq bul jağdayda Jer betiniń juldızlarğa salıstırğandağı tezligi emes, al tezleniwi anıqlanadı. Al **ko`p sandag`ı ta`jiriybeler qozg`almaytug`ın juldızlarg`a salıstırg`anda, yag`nıy bir birine salıstırg`anda ten` o`lshewli tuwrı sızıq boyınsha qozg`alatug`ın barlıq esaplaw sistemalarında barlıq mexanikalıq qubılıslar birdey bolıp o`tedi. Usının` menen birge tartılıs maydanı esapqa almas da`rejede kishi dep esaplanadı. N`yutonnın` inertsiya nızamı orınlanatug`ın bolg`anlıqtan bunday esaplaw sistemaların inertsiyalıq esaplaw sistemaları dep ataladı**.

Galiley tárepinen birinshi ret usınılğan barlıq inertsiyalıq esaplaw sistemalarında mexanikalıq qubılıslar birdey bolıp ótedi (barlıq mexanikalıq nızamlar birdey túrge iye boladı) degen tastıyıqlaw **Galileydin` salıstırmalılıq printsipi** dep ataladı.

Erterek waqıtları kópshilik avtorlar usı máseleni túsindirgende “Galileydiń salıstırmalılıq printsipi” túsiniginiń ornına “Ńyuton mexanikasındağı salıstırmalıq printsipi” degen túsinikten paydalandı (mısalı O.D.Xvol`son).

Keyinirek basqa da kópshilik, sonıń ishinde elektromagnitlik qubılıslar úyrenilgennen keyin bul printsiptiń qálegen qubılıs ushın orın alatuğınlığı moyınlana basladı. Usınday ulıwma túrde bul printsip arnawlı salıstırmalılıq teoriyasınıń salıstırmalılıq printsipi yamasa ápiwayı túrde salıstırmalılıq printsipi dep ataladı. Házirgi waqıtları bul printsiptiń mexanikalıq hám elektromagnit qubılısları ushın dál orınlanatuğınlığı kóp eksperimentler járdeminde dálillendi. Soǵan qaramastan **salıstırmalılıq printsipi postulat bolıp tabıladı**. Sebebi ele ashılmaǵan fizikalıq nızamlar, qubılıslar kóp. Sonıń menen birge fizika ilimi qanshama rawajlanǵan sayın ele ashılmaǵan jańa mashqalalardıń payda bola beriwi sózsiz. Sonlıqtan salıstırmalılıq printsipi barqulla postulat túrinde qala beredi.

Salıstırmalılıq printsipi sheksiz kóp sanlı geometriyası evklidlik bolǵan, birden-bir waqıtqa iye esaplawlar sistemaları bar degen boljawǵa tiykarlanǵan. Keńislik-waqıt boyınsha qatnaslar hár bir esaplaw sistemasında birdey, bul belgisi boyınsha koordinatalar sistemalarınıń bir birinen parqı joq. Usınday boljawdıń durıslığı kóp sanlı eksperimentlerde tastıyıqlanǵan. Tájiriybe bunday sistemalarda Ńyutonnıń birinshi nızamınıń orınlanatuğınlığın kórsetedi. Sonlıqtanda bunday sistemalar inertsiallıq sistemalar dep ataladı. Bunday sistemalar bir birine salıstırǵanda teń ólshewli tuwrı sızıq boyınsha qozǵaladı.

Galiley tu`rlendiriwleri. Qozǵalıwshı koordinatalar sisteması qozǵalmaytuğın koordinatalar sistemasına salıstırǵanda hár bir waqıt momentinde belgili bir awhalda boladı[2]. Eger koordinatalar sistemalarınıń basları t = 0 waqıt momentinde bir noqatta jaylasatuğın bolsa, t waqıttan keyin qozǵalıwshı sistemanıń bası x = vt noqatında jaylasadı. Sonlıqtan da, eger qozǵalıs tek x kósheriniń bağıtında bolǵanda

$$x' = x - vt,\ u' = u,\ z' = z,\ t' = t. \qquad (10\text{-}4)$$

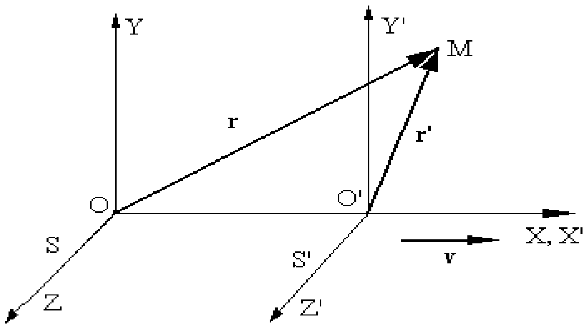
Bul formulalar Galiley túrlendiriwleri dep ataladı.

Eger shtrixları bar koordinatalar sistemasınan shtrixları joq sistemaǵa ótetuğın bolsaq tezliktiń belgisin ózgeritwimiz kerek. Yaǵnıy v = - v. Sonda

$$x = x' + vt,\ u = u',\ z = z',\ t = t'. \qquad (10\text{-}5)$$

formulaların alamız.

(10-5) (10-4) ten teńlemelerdi sheshiw jolı menen emes, al (10-4) ke salıstırmalılıq printsipin qollanıw arqalı alınǵanlığına itibar beriw kerek.



35-súwret. Shtrixlanǵan hám shtrixlanbaǵan koordinatalar sistemalarınıń bir birine salıstırǵandaǵı qozǵalısı. X hám X’ kósherlerin óz-ara parallel etip alıw eń ápiwayı jaǵday bolıp tabıladı.

Koordinatalar sistemasın burıw yamasa esaplaw basın ózgertiw arqalı koordinatalar sistemasınıń júdá ápiwayı túrdegi óz-ara jayǵasıwların payda etiwge boladı.

11-sanlı lektsiya.

§ 11. Tu`rlendiriw invariantları

Koordinatalardı túrlendirgende kópshilik fizikalıq shamalar ózleriniń san mánislerin ózgertiwi kerek. Máselen noqattıń keńisliktegi awhalı (x,y,z) úsh sanınıń járdeminde anıqlanadı. Álbette ekinshi sistemaǵa ótkende bul sanlardıń mánisleri ózgeredi.

Eger fizikalıq shama koordinatalardı túrlendirgende óz mánisin ózgertpese, onday shamalar saylap alınǵan koordinatalar sistemalarına ǵárezsiz bolǵan ob`ektiv áhmiyetke iye boladı. Bunday shamalar túrlendiriw invariantları dep ataladı.

Invariant shamalar tómendegiler bolıp tabıladı:

Uzınlıq

$$l = \sqrt{(x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2} =$$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = l'. \qquad (11\text{-}1)$$

Galiley túrlendiriwine qarata invariant.

Bir waqıtlılıq tu`siniginin` absolyutligi. (11-1) menen (11-2) degi keyingi teńlikke itibar bersek (t = t') eki koordinatalar sistemasında da saatlar birdey tezliklerde júretuǵınlıǵına iye bolamız. Demek bir sistemada belgili bir waqıt momentinde júz beretuǵın waqıyalar ekinshi sistemada da tap sol waqıt momentlerinde júz beredi. Sonlıqtan saylap alınǵan sistemadan ǵárezsiz eki waqıyanıń bir waqıtta júz bergenligin tastıyıqlaw absolyut xarakterge iye boladı.

Waqıt intervalının` invariantlılıg`ı. t = t' waqıttı túrlendiw formulasınıń járdeminde waqıt intervalın túrlendiriw múmkin. Meyli qozǵalıwshı sistemada $t_{1'}$ hám $t_{2'}$ waqıt momentlerinde eki waqıya júz bersin. Usı eki waqıya arasındaǵı interval

$$\Delta t = t_2 - t_1. \qquad (11\text{-}2)$$

Qozǵalmaytuǵın esaplaw sistemasında bul waqıyalar $t_1 = t_{1'}$ hám $t_2 = t_{2'}$ waqıt momentlerinde bolıp ótti. Sonlıqtan

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t_{2'} - t_{1'} = \Delta t'. \qquad (11\text{-}3)$$

Demek waqıt intervalı Galiley túrlendiriwleriniń invariantı bolıp tabıladı.

N`yuton ten`lemelerinin` Galiley tu`rlendiriwlerine qarata invariantlılıg`ı. Tezliklerdi qosıw ha`m tezleniwdin` invariantlılıg`ı. Shtrixları bar esaplaw sistemasında materiallıq noqat qozǵalatuǵın, al koordinatalar waqıtqa ǵárezliligi

$$x' = x'(t'), \; u' = u'(t'), z' = z'(t'). \qquad (11\text{-}4)$$

formulaları menen berilgen bolsın. Bunday jaǵdayda tezliktiń qurawshıları

$$u_x' = dx' = dx'/dt', u' = du'/dt', u_z' = dz'/dt'. \qquad (11\text{-}5)$$

Qozǵalmaytuǵın esaplaw sistemasına kelsek

$$x(t) = x'(t) + vt,\ u(t) = u'(t),\ z(t) = z'(t),\ t' = t, \qquad (11\text{-}6)$$

al tezliktiń qurawshıları

$$u_x = dx/dt = dx'/dt + v{*}dt'/dt = dx'/dt' + v{*}dt'/dt = u_x' + v,$$
$$u_u = du/dt = du'/dt = du'/dt' = u_u', \quad u_z = dz/dt = dz'/dt = dz'/dt' = u_z'. \qquad (11\text{-}7)$$

formulaları menen anıqlanadı.

Bul formulalar klassikalıq relyativistlik emes mexanikanıń tezliklerdi qosıw formulaları bolıp tabıladı.

Keyingi formulalar járdeminde biz tezleniw ushın ańlatpalar alıwımız múmkin. Olardı differentsiallaw arqalı hám dt = dt' dep esaplasaq

$$d^2x/dt^2 = d^2x'/dt'^2,\ d^2u/dt^2 = d^2u'/dt'^2,\ d^2z/dt^2 = d^2z'/dt'^2. \qquad (11\text{-}8)$$

ekenligine iye bolamız. Bul formulalar tezleniwdiń Galiley túrlendiriwlerine qarata invariant ekenligi kórsetedi.

Demek Ńyuton nızamları Galiley túrlendiriwlerine qarata invariant eken.

Tu`rlendiriw invariantları koordinatalar sistemaların saylap alıwg`a baylanıslı emes, al u`yrenilip atırg`an ob`ektlerdegi en` a`hmiyetli haqıyqıy qa`sietlerin ta`ripleydi.

12-sanlı lektsiya.

§ 12. Jaqtılıq tezliginin` shekliligi

1. Jaqtılıq haqqındaǵı kóz-qaraslardıń rawajlanıwı.
2. Jaqtılıqtıń tezligin Remer tárepinen ólshew.
3. Dúńyalıq efir túsinigi.
4. Maykel`son-Morli tájiriybesi.
5. Fizo tájiriybesi.
6. Galiley túrlendiriwleriniń sheklengenligi.

Galiley túrlendiriwleriniń durıs-nadurıslıǵı eksperimentte tekserilip kóriliwi múmkin. Galiley túrlendiriwleri boyınsha alınǵan tezliklerdi qosıw formulasınıń juwıq ekenligi kórsetildi. Qáteliktiń tezlik joqarı bolǵan jaǵdaylarda kóp bolatuǵınlıǵı málim boldı. Bul jaǵdaylardıń barlıǵı da jaqtılıqtıń tezligin ólshew barısında anıqlandı.

Jaqtılıqtıń tezligi haqqındaǵı kóz-qaraslardıń rawajlanıwı:

Áyemgi dáwirlerdegi oyshıllardıń pikirleri boyınsha:

Platon (b.e.sh. 427-347) - kóriw nurları teoriyasın qolladı. Bul teoriya boyınsha kózden nurlar shıǵıp, predmetlerdi barıp «barlastırıp kórip» kózge qaytıp keledi.

Demokrit (b.e.sh. 460-370) - atomistlik teoriya tárepinde bolıp, kózge jaqtılıq nurları kelip túsedi.

Aristotelde (b.e.sh. 384-322) Demokritke sáykes pikirde boldı.

Bul eki túrli kóz qaraslar Evklid (b.e.sh. 300-jıllar) tárepinen biri birine ekvivalent etti. Ol jaqtılıqtıń tuwrı sızıqlı tarqalıw hám shaǵılısıw nızamların ashtı.

Jańa fizikanıń tiykarın salıwshı Galiley (1564-1642) jaqtılıqtıń tezligi shekli dep esapladı. Tezlikti ólshew boyınsha ol qollanǵan ápiwayı usıllar durıs nátiyje bere almadı. R.Dekart (1596-1650) bolsa pútkilley basqasha kóz-qarasta boldı. Onıń pikirinshe jaqtılıq sheksiz úlken tezlik penen taralatuǵın basım.

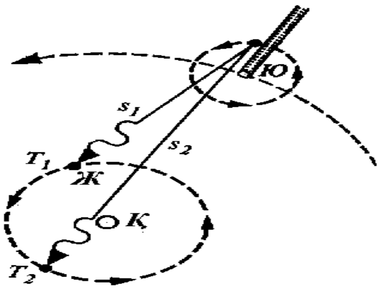
Grimal`di (1618-1660) hám Guk (1625-1695) jaqtılıqqa tolqınlıq kóz-qarasta qaradı. Olardıń pikirinshe jaqtılıq bir tekli ortalıqtaǵı tolqınlıq qozǵalıs.

Jaqtılıqtıń tolqınlıq teoriyasınıń tiykarın salıwshı Xristian Gyuygens (1629-1695) bolıp tabıladı.

I.Ńyuton (1643-1727) «áytewir oylardan gipoteza payda etpew» maqsetinde jaqtılıqtıń tábiyatı haqqında shın kewli menen pikir aytpadı. Biraq ol jaqtılıqtıń korpuskulalıq teoriyasın ashıq túrde qabıl etti.

Jaqtılıqtın` tezligin Rëmer ta`repinen o`lshew. Jaqtılıqtıı tezligi birinshi ret 1676-jılı Rëmer tárepinen ólshendi. Sol waqıtlarǵa shekem Yupiter planetasınıń joldaslarınıń aylanıw dáwiriniń Jer Yupiterge jaqınlasqanda kishireyetuǵının, al Jer Yupiterden alıslaǵanda úlkeyetuǵınlıǵın tájiriybeler anıq kórsetti. Súwrette Yupiterdiń bir joldasınıń tutılıwdın keyingi momenti kórsetilgen. Yupiterdiń Quyash dógeregin aylanıp shıǵıw dáwiri Jerdiń Quyash dógeregin aylanıp shıǵıw dáwirinen ádewir úlken bolǵanlıǵına baylanıslı Yupiterdi qozǵalmaydı dep esaplaymız. Meyli bazı bir t_1 momentinde Yupiterdiń joldası sayadan shıqsın hám Jerdegi baǵlawshı tárepinen $T_1 = t_1 + s_1/s$ waqıt momentinde belgilensin. Bul jerde s_1 baqlaw waqtındaǵı Jer menen joldastıń sayadan shqqan jerine shekemgi aralıq. Yupiterdiń joldası ekinshi ret sayadan shıqqan waqıttı Jerdegi baqlawshı $T_2 = t_2 + s_2/s$ waqıt momentinde baqladım dep belgilep qoyadı. Sonlıqtan Jerdegi baqlawshı Yupiterdiń joldası ushın aylanıw dáwirine

$$T_{baql.} = T_2 - T_1 = T_{haqıyqıy} + (s_2 - s_1)/s$$



36-súwret. Jaqtılıq tezligin Rëmer boyınsha anıqlawdıń sxeması.

shamasın aladı. Bul jerde $T_{haqıyqıy} = t_2 - t_1$. Demek hárqanday s_2-s_1 lerdiń bolıwınıń nátiyjesinde joldastıń Yupiterdi aylanıw dáwiri hár qıylı boladı. Biraq kóp sanlı ólshewlerdiń nátiyjesinde (Jer Yupiterge jaqınlap kiyatırǵanda alınǵan mánisler «-» belgisi menen alınadı hám barlıq s ler bir birin joq etedi) usı hár qıylılıqtı joq etiw múmkin.

$T_{haqıyqıy}$ dı bile otırıp keyingi formula járdeminde jaqtılıqtıń tezligin anıqlaw múmkin:

$$s = (s_2 - s_1)/(T_{baql} - T_{haqıyqıy}). \qquad (12\text{-}1)$$

s_2 hám s_1 shamaları astronomiyalıq baqlawlardan belgili.

Nátiyjede Rëmer s = 214 300 km/s nátiyjesin aldı.

1727-jılı Bradley jaqtılıqtıń aberratsiyası qubılısın paydalanıw jolı menen alınǵan nátiyjeniń dálligin joqarılattı.

Ńyutonnıń jeke abırayı jaqtılıqtıń korpuskulalardıń aǵımı degen pikirdi kúsheytti. Gyuygenstiń jaqtılıqtıń tolqınlıǵı haqqındaǵı kóz-qarası tárepdarlarınıń bar bolıwına qaramastan júz jıllar dawamında dıqqattan sırtta qaldı. 1801-jılı Yung interferentsiya printsipin keltirip shıǵardı. Al 1818-jılı Frenel korpuskulalıq teoriyaǵa kúshli soqqı berdi. Ol jaqtılıqtıń tolqınlıq qásiyeti haqqındağı kóz-qarastan difraktsiya máselesin sheshti. Korpuskulalıq teoriya kóz-qarasınan bul máselelerdi sheshilmedi. Sonlıqtan 1819-jıldan keyin jaqtılıq belgili bir ortalıqta tarqalatuǵın tolqın sıpatında qarala basladı. Korpuskulalıq teoriya qısıp shıǵarıldı. Nátiyjede jaqtılıq taralatuǵın serpimli ortalıq - dúńyalıq efir haqqında pikir qáliplesti. Álemdi toltırıp tınıshlıqta turatuǵın bul efir «Dúńyalıq efir» dep atala basladı. Usınday efir teoriyasın dóretiwge, efir hám onıń fizikalıq qásiyetleri haqqında gipotezalar usınıwda ótken ásirdiń kóp sandaǵı belgili ilimpazları qatnastı.

Mısallar keltiremiz.

1. Gerts gipotezası: efir ózinde qozǵalıwshı deneler tárepinen tolıǵı menen alıp júriledi, sońlıqtan qozǵalıwshı dene ishindegi efirdiń tezligi usı deneniń tezligine teń.

2. Lorents (H.A.Lorentz) gipotezası: efir qozǵalmaydı, qozǵalıwshı deneniń ishki bólimindegi efir bul qozǵalısqa qatnaspaydı.

3. Frenel` hám Fizo gipotezası: efirdiń bir bólimi qozǵalıwshı materiya tárepinen alıp júriledi.

4. Eynshteyn gipotezası (O.D.Xval`son boyınsha Eynshteyn hám Plank gipotezası) boyınsha heshqanday efir joq.

Eynshteyn gipotezası keyinirek payda bolǵanlıqtan (19-ásirdiń bası) dáslepki waqıtları turǵan efirge salıstırǵandaǵı jaqtılıqtıń tezligin anıqlaw mashqalası pisip jetti. Tınısh turǵan «Dúńyalıq efir» ge salıstırǵandaǵı qozǵalıs absolyut qozǵalıs bolıp tabıladı. Sonlıqtan ótken ásirdiń (19-ásir) 70-80 jıllarına kele «Absolyut qozǵalıstı», «Absolyut tezliklerdi» anıqlaw fizika ilimindegi eń áhmiyetli mashqalalarǵa aylandı.

Payda bolǵan pikirler tómendegidey:

1. Jer, basqa planetalar qozǵalmay turǵan dúńyalıq efirge salıstırǵanda qozǵaladı. Bul qozǵalıslarǵa efir tásir jasamaydı (Lorentstiń pikirin qollawshılar).

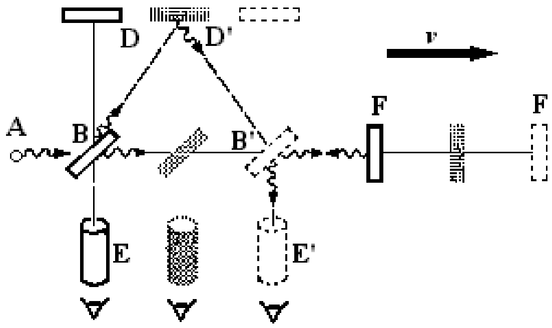
2. Efir qozǵalıwshı dene menen birge belgili bir dárejede alıp júriledi (Frenel` tálimatın qollawshılar).

Bul máselelerdi sheshiw ushın 1881-jılı Maykel`son (Michelson’a), 1887-jılı Maykel`son Morli (Morley) menen birlikte, 1904-jılı Morli hám Miller (Miller) interferentsiya qubılısın baqlawǵa tiykarlanǵan Jerdiń absolyut tezligin anıqlaw boyınsha tariyxıy tájiriybeler júrgizdi. Maykel`son, Morli hám Millerler Lorents gipotezası (efirdiń qozǵalmaslıǵı) tiykarında Jerdiń absolyut tezligin anıqlawdı másele etip qoydı. Bul tájiriybeni ámelge asırıwdıń ideyası interferometr járdeminde biri qozǵalıs baǵıtındaǵı, ekinshisi qozǵalıs baǵıtına perpendikulyar baǵıttaǵı eki joldı salıstırıw bolıp tabıladı. Interferometrdiń islew printsipi, sonıń ishinde Maykel`son-Morli interferometri ulıwma fizika kursınıń «Optika» bóliminde tolıq talqılanadı.

Biraq bul tariyxıy tájiriybeler kútilgen nátiyjelerdi bermedi: Orınlanǵan eksperimentten Jerdiń absolyut tezligi haqqında hesh qanday nátiyjeler alınbadı. Jıldıń barlıq máwsiminde de (barlıq baǵıtlarda da) Jerdiń «efirge» salıstırǵandaǵı tezligi birdey bolıp shıqtı.

Tájiriybeler basqa da izertlewshiler tárepinen jaqın waqıtlarǵa shekem qaytalanıp ótkerilip keldi. Lazerlardiń payda bolıwı menen tájiriybelerdiń dálligi joqarılatıldı. Házirgi waqıtları “efir samalı” nıń tezliginiń (eger ol bar bolsa) 10 m/ s tan kem ekenligi dálillendi.

Maykel`son-Morli hám “efir samalı” nıń tezligin anıqlaw maqsetinde ótkerilgen keyingi tájiriybelerden tómendegidey nátiyjelerdi shıǵarıw múmkin:



37-súwret. Efirge baylanıslı bolǵan koordinatalar sistemasındaǵı Maykel`skon-Morli tájiriybesiniń sxeması. Súwrette interferometrdiń efirge salıstırǵandaǵı awhallarınıń izbe-izligi kórsetilgen.

1. Ylken massaǵa iye deneler óz átirapındaǵı efirdi tolıǵı menen birge qosıp alıp júredi (demek Gerts gipotezası durıs degen sóz). Sonlıqtan usınday deneler átirapında “efir samalı“ nıń baqlanbawı tábiyiy nárse.

2. Efirde qozǵalıwshı denelerdiń ólshemleri turaqlı bolıp qalmaydı. Bul jaǵdayda Gerts gipotezasın durıs dep esaplay almaymız.

Al efirdiń bir bólimi (bir bólimi, al tolıǵı menen emes) Jer menen birge alıp júrile meW degen sorawǵa juwap beriw ushın 1860-jılı Fizo tárepinen tájiriybeler júrgizildi.

Fizo tájiriybesiniń ideyası qozǵalıwshı materiallıq denedegi (mısalı suwdaǵı) jaqtılıqtıń tezligin ólshewden ibarat. Meyli usı ortalıqtaǵı jaqtılıqtıń tezligi $u' = s/n$ (n ortalıqtıń sınıw kórsetkishi) bolsın. Eger jaqtılıq tarqalatuǵın ortalıqtıń ózi v tezligi menen qozǵalatuǵın bolsa qozǵalmaytuǵın baqlawshıǵa salıstırǵandaǵı jaqtılıqtıń tezligi $u' \pm v$ ǵa teń bolıwı tiyis. Bul ańlatpada + belgisi ortalıq penen jaqtılıq bir baǵıtta qozǵalatuǵın jaǵdayǵa tiyisli. Óziniń tájiriybesinde Fizo ortalıqtıń qozǵalıw baǵıtındaǵı hám bul baǵıtqa qarama-qarsı bolǵan baǵıttaǵı jaqtılıqtıń tezliklerin salıstırdı.

Ortalıqtıń qozǵalıw baǵıtındaǵı ($u^{(+)}$) hám bul baǵıtqa qarama-qarsı baǵıttaǵı (u') jaqtılıqtıń tezlikleri bılay esaplanadı:

$$u^{(+)} = u' + kv, \quad u^{(-)} = u' - kv.$$

Bul ańlatpalardaǵı k eksperimentte anıqlanıwı kerek bolǵan koeffitsient. Eger k = l bolsa tezliklerdi qosıwdıń klassikalıq formulası orınlı boladı. Eger $k \neq l$ bolıp shıqsa bul klassikalıq formula durıs nátiyje bermeydi.

l arqalı suyıqlıqtaǵı jaqtılıq júrip ótetuǵın uzınlıqtı belgileyik. t_0 arqalı suyıqlıq arqalı ótken waqıttı esaplamaǵanda jaqtılıqtıń eksperimentallıq dúzilis arqalı ótetuǵın waqtın belgileymiz. Bunday jaǵdayda eki nurdıń (birewi suyıqlıqtıń qozǵalıw baǵıtında, ekinshisi oǵan qarama-qarsı) eksperimentallıq dúzilis arqalı ótiw waqtı tómendegidey ańlatpalar járdeminde esaplanadı:

$$t_l = t_0 + 1/(u' + kv), \quad t_2 = t_0 + 1/(u' - kv).$$

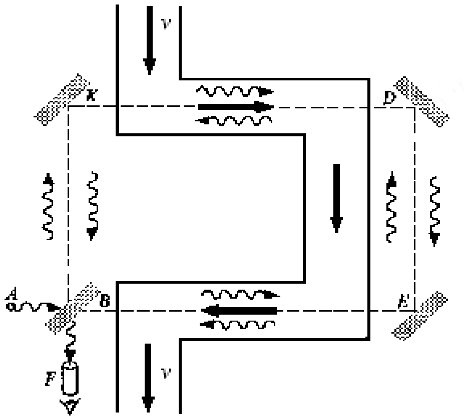
Bul ańlatpalardan eki nurdıń júrisleri arasındaǵı ayırma waqıt boyınsha tómendegi formulalar boyınsha esaplanatuǵınlıǵı kelip shıǵadı:

$$\Delta t = t_2 - t_l = 2lkv/(u'^2 - k^2v^2)$$

Interferentsiyalıq jolaqlar boyınsha júrisler ayırmasın ólshep, l, v, t’ lardıń mánislerin qoyıp keyingi formuladan k nı anıqlaw múmkin. Fizo tájiriybesinde

$$k = l - l/n^2$$

ekenligi málim bolǵan. Suw ushın n = l.3. Demek k = 0.4 ekenligi kelip shıǵadı. Sonlıqtan $u^{(+)} = u' + kv$, $u^{(-)} = u' - kv$ formulalarınan $u = u' \pm 0.4\,v$ ańlatpası kelip shıǵadı (klassikalıq fizika boyınsha $u = u' \pm\ v$ bolıp shıǵıwı kerek edi). Nátiyjede Fizo tájiriybesinde tezliklerdi qosıw ushın tezliklerdi qosıwdıń klassikalıq formulasınan paydalanıwǵa bolmaytuǵınlıǵı dálillenedi. Sonıń menen birge bul tájiriybeden qozǵalıwshı dene tárepinen efir jarım-jartı alıp júriledi degen juwmaq shıǵarıwǵa boladı hám deneler tárepinen átirapındaǵı efir tolıq alıp júriledi degen gipoteza (Gerts gipotezası) tolıǵı menen biykarlanadı.



38-súwret. Fizo tájiriybesiniń sxeması.

Fizo tájiriybesiniń juwmaqları baspadan shıqqannan keyin eki túrli pikir qaldı:

1. Efir qozǵalmaydı, yaǵnıy ol materiya qozǵalısına pútkilley qatnaspaydı.

2. Efir qozǵalıwshı materiya tárepinen alıp júriledi, biraq onıń tezligi qozǵalıwshı materiyanıń tezliginen ózgeshe boladı.

Álbette, ekinshi gipotezanı rawajlandırıw ushın efir menen qozǵalıwshı materiyanı baylanıstıratuǵın qanday da bir jaǵdaydı qáliplestiriw kerek boladı.

Fizo jasaǵan dáwirde bunday nátiyje tańlanıw payda etpedi. Sebebi joqarıda gáp etilgenindey Fizo tájiriybesi ótkerilmesten ádewir burın Frenel` qozǵalıwshı materiya tárepinen efir tolıq alıp júrilmeytuǵınlıǵı haqqında boljaw aytqan edi. Álbette Frenel` qozǵalıwshı materiya efirdi qanshama alıp júredi degen sorawǵa juwap bergen joq. Usınıń nátiyjesinde joqarıda aytıp ótilgen Frenel` hám Fizo gipotezası payda boldı.

Al`bert Eynshteyn óziniń l920-jılı jarıq kórgen “Efir hám salıstırmalılıq teoriyası“ maqalasında bılay dep jazadı:

«Jaqtılıqtıq qásiyetleri menen materiallıq denelerde tarqalatuǵın serpimli tolqınlar qásiyetleri arasındaǵı uqsaslıqtıń bar ekenligi anıq kóringenlikten XIX ásirdiń birinshi yarımında efir gipotezası qaytadan kúshli túrde qollap-quwatlana basladı. Jaqtılıqtı inert massaǵa iye hám Álemdi tolıǵı menen toltırıp turatuǵın serpimli ortalıqtaǵı terbelmeli protsess dep qarawdıń durıslıǵı gúman payda etpedi. Oǵan qosımsha jaqtılıqtıń polyarizatsiyası usı ortalıqtıń qattı denelerdiń qásiyetlerine uqsaslıǵın keltirip shıǵardı. Sebebi suyıqlıqta emes, al qattı denelerde ǵana kóldeneń tolqınlar tarqala aladı. Solay etip bóleksheleri jaqtılıq tolqınlarına sáykes kishi deformatsiyalıq qozǵalıs penen qozǵala alatuǵın “kvaziserpimli“ jaqtılıq efiri haqqındaǵı teoriyaǵa kelip jetti.

Qozǵalmaytuǵın efir teoriyası dep te atalǵan bul teoriya keyinirek Fizo tájiriybesinde tirek taptı. Bul tájiriybeden efirdiń qozǵalısqa qatnaspaydı dep juwmaq shıǵarıwǵa boladı. Fizo tájiriybesi arnawlı salıstırmalılıq teoriyası ushın da fundamentallıq áhmiyetke iye. Jaqtılıqtıń aberratsiyası qubılısı da tap sonday bolıp kvaziqattı efir teoriyasınıń paydası ushın xızmet etti”.

A.Eynshteyn 1910-jılı jarıq kórgen “Salıstırmalılıq printsipi hám onıń saldarları” miynetinde Fizo tájiriybesiniń jıldıń hár qıylı máwsimlerinde qaytalanǵanlıǵın, biraq barlıq waqıtları da birdey nátiyjelerge alıp kelgenligin atap ótedi. Sonıń menen birge Fizo tájiriybesinen qozǵalıwshı materiya tárepinen Gerts gipotezası jarım-jartı alıp júriletuǵını kelip shıǵatuǵınlıǵı, al basqa barlıq tájiriybelerdiń bul gipotezanı biykarlaytuǵınlıǵı aytılǵan.

Tek salıstırmalılıq teoriyası payda bolǵannan keyin ǵana ***Fizo ta`jiriybesinin` tezliklerdi qosıwdın` klassikalıq formulasının` ha`m Galiley tu`rlendiriwlerinin` durıs emes ekenliginin` da`lilleytug`ın ta`jiriybe ekenligi anıqlandı***.

Solay etip jaqtılıqtıń tezligi haqqındaǵı kóz-qaraslar 200-300 jıllar dawamında úlken ózgerislerge ushıradı hám ótken ásirdiń aqırında onıń turaqlılıǵı haqqında pikirler payda bola basladı.

Jaqtılıqtıń vakuumdegi tezliginiń turaqlılıǵı (jaqtılıq tezliginiń derektiń yamasa jaqtılıqtı qabıl etiwshiniń tezligine baylanıssızlıǵı) kóp sanlı eksperimentallıq jumıslardıń tábiyiy juwmaǵı bolıp tabıladı. Maykel`son-Morli hám Fizo tájiriybeleri tariyxıy jaqtan birinshi tájiriybeler boldı. Keyin ala bul tájiriybeler basqa da tájiriybeler menen tolıqtırıldı. Biraq soǵan qaramastan jaqtılıq tezligin turaqlı dep tastıyıqlaw tuwrıdan-tuwrı eksperimentallıq tekseriwler múmkinshilikleri sheklerinen shıǵıp ketetuǵın postulat bolıp tabıladı.

Eger ju`rip baratırg`an poezdda ha`r bir sekundta bir retten mıltıq atılıp tursa (poezddag`ı mıltıq atıwdın` jiyiligi 1 atıw/s), poezd jaqınlap kiyatırg`an platformada turg`an baqlawshıg`a mıltıq dawıslarının` jiyiligi ko`birek bolıp qabıl etiledi (ω>1 atıw/s). Al poezd alıslap baratırg`an jag`dayda platformada turg`an baqlawshıg`a mıltıq dawısları siyreksiydi (ω<1 atıw/s).

Maykel`son-Morli ta`jiriybesinde birdey uzınlıqtag`ı «iyinlerdi» alıw mu`mkinshiligi bolg`an joq. Sebebi «iyinlerdi» birdey etip alıw uzınlıqtı metrdin` millionnan bir u`lesindey da`llikte o`lshewdi talap etedi. Bunday da`llik Maykel`son-Morli zamanında bolg`an joq.

13-sanlı lektsiya.

§ 13. Lorents tu`rlendiriwleri ha`m onın` na`tiyjeleri

1. Tiykarǵı printsipler.
2. Koordinatalardı túrlendiriwdiń sızıqlılıǵı.
3. y hám z ushın túrlendiriwler
4. x penen t ushın túrlendiriw.
5. Bir waqıtlılıqtıń salıstırmalılıǵı.
6. Intervaldıń invariantlılıǵı.
7. Keńislikke megzes hám waqıtqa megzes intervallar.
8. Qozǵalıstaǵı saatlardıń júriw tempi. Menshikli waqıt.
9. Tezliklerdi qosıw.
10. Tezleniwdi túrlendiriw.

Tiykarg`ı printsipler. Galiley túrlendiriwleri úlken tezliklerde durıs nátiyjelerdi bermeydi. Bul túrlendiriwlerden jaqtılıq tezliginiń turaqlılıǵı kelip shıqpaydı, inertsial koordinatalar sistemasındaǵı koordinatalar menen waqıt arasındaǵı baylanıslardı durıs sáwlelendirmeydi. Sonlıqtan eksperimentattıq faktlerdi durıs sáwlelendiretuǵın, jaqtılıqtıń tezlilginiń turaqlılıǵına alıp keletuǵın túrlendiriwlerdi tabıw kerek. Bul túrlendiriwler Lorents túrlendiriwleri dep ataladı. Bul túrlendiriwler tómendegidey printsipler tiykarında keltirilip shıǵıwı múmkin:

l) salıstırmalılıq printsipi;

2) jaqtılıqtıń tezliginiń turaqlılıq printsipi.

Koordinatalardı tu`rlendiriwdin` sızıqlılıg`ı. Ulıwmalıq jaǵdaylarda túrlendiriwler tómendegidey kóriniske iye boladı:

$$x' = F_l(x,y,z,t), \quad y' = F_2(z,y,z,t), \quad z' = F_3(x,y,z,t), \quad t' = F_4(x,y,z,t). \qquad (13\text{-}1)$$

Bul ańlatpalardıń oń tárepinde túrin anıqlaw zárúr bolǵan geypara F_i funktsiyaları tur.

Bul funktsiyalardıń ulıwma túri keńislik penen waqıttıń qásiyetleri menen anıqlanadı. Biz saylap alǵan esaplaw sistemasındaǵı noqatlar bir birinen ayırılmaydı dep esaplaymız. Demek koordinata basın keńisliktiń qálegen noqatına kóshiriw múmkin. Usınday jaǵdayda qálegen geometriyalıq ob`ektler arasındaǵı barıq geometriyalıq qantaslar ózgerissiz qalıwı kerek. Bul qásiyet keńisliktiń bir tekliligi dep ataladı (keńisliktiń qásietiniń bir noqattan ekinshi noqatqa ótkende ózgermey qalıwı). Sonıń menen birge hár bir noqatta koordinata kósherlerin ıqtıyarlı túrde baǵıtlaw múmkin. Bul jaǵdayda da qálegen geometriyalıq ob`ektler arasındaǵı barıq geometriyalıq qatnaslar ózgerissiz qaladı. ***Bul ken`isliktin` qa`siyetinin` barlıq bag`ıtlar boyınsha birdey ekenligi bildiredi. Bunday qa`siyetti ken`isliktin` izotroplılıg`ı dep ataymız.***

Inertsial esaplaw sistemalarındaǵı bir tekliligi menen izotroplılıǵı keńisliktiń eń baslı qásiyetleriniń biri bolıp tabıladı.

Waqıt ta bir teklilik qásiyetke iye. Fizikalıq jaqtan ol tómendegidey mániske iye:

Meyli belgili bir fizikalıq situatsiya bazı bir waqıt momentinde payda bolsın. Waqıttıń bunnan keyingi momentlerinde situatsiya rawajlana baslaydı. Meyli usınday situatsiya basqa bir waqıt momentinde payda bolsın. Bul jaǵdayda da tap birinshi jaǵdaydaǵıday bolıp situatsiya rawajlanatuǵın bolsa waqıt bir tekli dep esaplanadı. Solay etip ***waqıttın` bir tekliligi dep fizikalıq situatsiyanın` qaysı waqıt momentinde payda bolg`anlıg`ına g`a`rezsiz birdey bolıp rawajlanıwına ha`m o`zgeriwine aytamız.***

Keńislik penen waqıttıń bir tekliliginen

$$x' = F_l(x,y,z,t), \quad y' = F_2(z,y,z,t), \quad z' = F_3(x,y,z,t), \quad t' = F_4(x,y,z,t). \qquad (13\text{-}2)$$

túrlendiriwleriniń sızıqlı bolıwınıń kerekligi kelip shıǵadı. Dálillew ushın x' tıń sheksiz kishi ósimi dx' tı qaraymız. Bul ózgeriske shtrixı joq sistemada sheksiz kishi dx, dy, dz hám dt ósimleri sáykes keledi. Tolıq differentsial formulasınan

$$dx' = \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} dx + \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} dy + \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} dz + \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} dt \qquad (13\text{-}3)$$

ańlatpasın alamız. Keńislik penen waqıttıń bir tekliliginen bul matematikalıq qatnaslar keńisliktiń barlıq noqatlarında hám barlıq waqıt momentlerinde birdey bolıwı kerek. Sonlıqtan $\partial F_l/\partial x$, $\partial F_l/\partial y$, $\partial F_l/\partial x$, $\partial F_l/\partial x$ shamaları waqıttan ǵárezsiz turaqlı sanlar bolıwı shárt. Sonlıqtan F_l funktsiyası

$$F_l(x, y, z, t) = A_lx + A_2y + A_3z + A_4t + A_5. \qquad (13\text{-}4)$$

túrinde bolıwı kerek. Bul formuladaǵı A_l, A_2, A_3 hám A_4 shamaları turaqlılar. Solay etip F_l(x, y, z, t) funktsiyası óziniń argumentleriniń sızıqlı funktsiyası bolıp tabıladı. Tap usınday etip F_2, F_3 hám F_4 funktsiyalarınıń da sızıqlı ekenligi dálillewge boladı.

y ha`m z ushın tu`rlendiriwler. Hár bir koordinatalar sistemasında noqatlar x = y = z = 0, x' = y' = z' = 0 teńlikleri menen berilgen bolsın. t = 0 waqıt momentinde koordinatalar basları bir noqatta turadı dep esaplayıq. Bunday jaǵdayda A_5 = 0 bolıwı kerek hám u jáne z kósherleri ushın túrlendiriwler tómendegishe jazıladı:

$$u' = a_l x + a_2 y + a_3 z + a_4 t, \quad z' = b_l x + b_2 y + b_3 z + b_4 t. \qquad (13\text{-}5)$$

y hám y’, z hám z’ kósherleri óz-ara parallel` bolsın. x’ kósheri barlıq waqıtta x kósheri menen betlesetuǵın bolǵanlıqtan y = 0 teńliginen y’ = 0 teńligi, z = 0 teńliginen z’ = 0 teńligi kelip shıǵadı. Yaǵnıy qálegen x, y, z hám t ushın

$$0 = a_l x + a_3 z + a_4 t, \quad 0 = b_l x + b_3 z + b_4 t. \qquad (13\text{-}6)$$

Bul $a_l = a_2 = a_3 = 0$, $b_l = 0$, $b_2 = 0$, $b_3 = 0$ bolǵanda orınlanadı. Sonlıqtan

$$y' = ay, \quad z' = az. \qquad (13\text{-}7)$$

Bul teńlemeler shtrixlanbaǵan sistemadaǵıǵa qaraǵanda bazı bir masshabtıń uzınlıǵı shtrixlanǵan sistemada neshe ese úlken ekenliginen derek beredi. Sonıń menen birge y = (l/a)y’, z = (l/a)z’. Bul óz gezeginde shtrixlanǵan sistemadaǵıǵa qaraǵanda bazı bir masshabtıń uzınlıǵı shtrixlanbaǵan sistemada neshe ese úlken ekenliginen kórsetedi. Salıstırmalılıq printsipi boyınsha eki esaplaw sisteması da teńdey huqıqlı. Sonlıqtan birinshisinen ekinshisine ótkende de, keri ótkende de masshtab uzınlıǵı birdey bolıp ózgeriwi kerek. Demek

$$y' = y, \; z' = z. \qquad (13\text{-}8)$$

bolıwı shárt.

x penen t ushın tu`rlendiriw. y hám z ózgeriwshileri óz aldına túrlenetuǵın bolǵanlıqtan, x hám t lar sızıqlı túrlendiriw boyınsha tek bir biri menen baylanısqan bolıwı kerek. Onday jaǵdayda qozǵalmaytuǵı sistemaǵa qaraǵanda qozǵalıwshı sistemanıq koordinata bası x = vt koordinatasına, al qozǵalıwshı sistemada x’ = 0 koordinatasına iye bolıwı kerek. Túrlendiriwdiń sızıqlılıǵına baylanıslı

$$x' = \alpha(x-vt). \qquad (13\text{-}9)$$

Bul ańlatpadaǵı α- anıqlanıwı kerek bolǵan proportsionallıq koeffitsienti.

Qozǵalıwshı esaplaw sistemısın qozǵalmaydı dep esaplap joqarıdaǵıday talqılawdı dawam ettiriwimiz múmkin. Bunday jaǵdayda x’ = - vt’.

$$x = \alpha'(x' + vt'). \qquad (13\text{-}10)$$

Bul ańlatpada da α’-proportsionallıq koeffitsienti. Salıstırmalılıq printsipi boyınsha α = α’.

Endi jaqtılıqtıń tezliginiń turaqlılıǵı postulatına kelemiz. Meyli koordinata basları bir noqatta turǵan jaǵdayda hám saatlar t = t’ = 0 waqtın kórsetken momentte sol koordinata baslarınan jaqtılıq jiberilgen bolsın. Eki koordinatalar sistemasında da (shtrixlanǵan hám shtrixlanbaǵan) jaqtılıqtıń taralıwı

$$x' = st, \; x = st \qquad (13\text{-}11)$$

teńlikleri menen beriledi. Bul jerde eki sistemada da jaqtılıqtıń birdey tezlikke iye bolatuǵınlıǵı esapqa alınǵan. Bul ańlatpadaǵı mánislerdi (13-8) hám (13-9) larǵa qoysaq

$$st' = \alpha(s-v), \; st = \alpha t'(s+v) \qquad (13\text{-}12)$$

ańlatpaların alamız. Bul ańlatpalardıń shet tárepin shep tárepi menen, oń tárepin oń tárepi menen kóbeytip t't ǵa qısqartsaq

$$A = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad (13\text{-}13)$$

formulasın alamız. $x = \alpha'(x' + vt')$ teńliginen $x' = \alpha(x-vt)$ teńligin paydalanıw arqalı

$$vt' = x/\alpha - x' = x/\alpha - \alpha(x-vt) = \alpha vt + x(1/\alpha - \alpha). \qquad (13\text{-}14)$$

Bunnan (13-13) ti esapqa alıp

$$t' = \alpha[t + (x/v)(l/\alpha^2 - l)] = [t - \frac{v}{c^2} x] \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad (13\text{-}15)$$

ekenligine iye bolamız.

$$y' = y, \; z' = z, \; x' = \alpha(x-vt) \qquad (13\text{-}16)$$

hám

$$t' = [t - \frac{v}{c^2} x] \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad (13\text{-}17)$$

túrlendiriwleri bir birine salıstırǵanda v tezligi menen qozǵalıwshı sistemalardıń koordinataların baylanıstıradı. Olar Lorents túrlendiriwleri dep ataladı. Túrlendiriw formulaların jáne bir ret jazamız:

$x' = \frac{x + vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$	$y' = y$	$z' = z$	$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

Calıstırmalılıq printsipi boyınsha keri ótiw de tap usınday túrge iye boladı, tek ǵana tezliktiń belgisi ózgeredi:

$x = \frac{x' + vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$	$y = y'$	$z = z'$	$t = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

Galiley túrlendiriwleri Lorents túrlendiriwleriniń dara jaǵdayı bolıp tabıladı. Haqıyqatında da $v/c << 1$ bolǵanda (kishi tezliklerde) Lorents túrlendiriwleri tolıǵı menen Galiley túrlendiriwlerine ótedi.

Bir waqıtlılıqtın` salıstırmalılıg`ı. Koordinata sistemasınıń *hár qanday x_l hám $x_,$ noqatlarında waqıyalar usı sistema saatı boyınsha bir waqıt momentinde júz berse bir waqıtta bolatuǵın waqıyalar dep ataladı*. Hár bir noqatta júz beretuǵın waqıya sol noqatta turǵan saat járdeminde belgilenedi. Eki waqıya qozǵalmaytuǵın koordinatalar sistemasında t_0 waqıt momentinde baslandı dep esaplaymız.

Qozǵalıwshı koordinatalar sistemasında bul waqıyalar x_l' hám $i_{2'}$ noqatlarında t_l' hám $t_{2'}$ waqıt momentlerinde baslanadı. Waqıtlar t_l' hám $t_{2'}$ usı x_l' hám $i_{2'}$ noqatlarında turǵan saatlar járdeminde belgilenedi. Shtrixlanǵan hám shtrixlanbaǵan koordinatalar arasındaǵı baylanıs Lorents túrlendiriwleri járdeminde beriledi:

$$x'_1=\frac{x_1-vt_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}},\ x'_2=\frac{x_2-vt_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.\ t'_1=\frac{t_0-(v/c^2)x_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}},\ t'_2=\frac{t_0-(v/c^2)x_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (13\text{-}18)$$

Waqıyalar x kósheri boyınsha júz bergenlikten y hám z ler eki koordinata sistemalarında da birdey boladı. Keyingi ańlatpalar qozǵalıwshı sistemada bul waqıyalardıń bir waqıt momentinde bolmaytuǵınlıǵı kórinip tur. Haqıyqatında da

$$\Delta t'=t'_2-t'_1=\frac{(v/c^2)(x_1-x_2)}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (13\text{-}19)$$

Demek bir koordinatalar sistemasında bir waqıtta júz beretuǵın waqıyalar ekinshi sistemada bir waqıtta júz bermeydi.

Bir waqıtlılıq tu`sinigi koordinatalar sistemasınan g`a`rezsiz absolyut ma`niske iye bolmaydı. Qanday da bir waqıyalardın` bir waqıtta bolg`anlıg`ın aytıw ushın qaysı koordinatalar sistemasında usı waqıyalardın` bolıp o`tkenligin aytıw sha`rt.

Intervaldın` invariantlılıg`ı. Meyli waqıyalar t_1 waqıt momentinde x_1, y_1, z_1 hám t_2 waqıt momentinde x_2, y_2, z_2 noqatlarında júz bersin. Usı waqıyalar arasındaǵı interval dep ($x_1\ y_1\ z_1\ t_1$ hám $x_2\ y_2\ z_2\ t_2$ noqatları arasındaǵı interval dep te ataladı)

$$s^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2-c^2(t_2-t_1)^2 \qquad (13\text{-}20)$$

shamasına aytamız. Barlıq koordinatalar sistemasında bul shama bir mániske iye boladı hám Lorents túrlendiriwiniń invariantı. Usı jaǵdaydı dálilleymiz hám formulanı shtrixlanǵan sistema ushın jazamız.

$$x_2-x_1=\frac{(x'_2-x'_1)+v(t'_2-t'_1)}{\sqrt{1-v^2/c^2}},$$

$$y_2-y_1=y'_2-y'_1,$$

$$z_2-z_1=z'_2-z'_1,$$

$$t_2-t_1=\frac{t'_2-t'_1+\frac{v}{c^2}(x'_2-x'_2)}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

Bul ańlatpalardan

$$s^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2-c^2(t_2-t_1)^2=$$

$$=(x'_2-x'_1)^2+(y'_2-yx'_1)^2+(z'_2-z'_2)^2-c^2(t'_2-t'_1)^2=s'^2. \qquad (13\text{-}21)$$

Bul ańlatpalar intervaldıń invariant ekenligi kórsetedi, yaǵnıy $s^2 = s'^2 = inv$.

Ken`islikke megzes ha`m waqıtqa megzes intervallar. Interval ushın formulanı bılay jazamız:

$$s^2 = l^2 - c^2(t_2 - t_1)^2. \qquad (13\text{-}22)$$

Bul jerde $l^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2$.

Meyli bazı bir koordinatalar sistemasında waqıyalar sebeplilik penen baylanıspaǵan bolsın. Bunday jaǵdayda $l > ct$ hám soǵan sáykes $s^2 > 0$. Intervaldıń invariantlılıǵınan basqa koordinatalar sistemasında da qarap atırǵan waqıyalardıń sebeplilik penen baylanıslı bolıwı múmkin emesligi kelip shıǵadı. Tap sol sıyaqlı sebeplilik penen baylanısqan waqıyalar basqa koordinatalar sistemasında da sebeplilik penen baylanısqan bolıp shıǵadı.

$$s^2>0 \qquad (13\text{-}23)$$

bolǵan interval keńislikke megzes interval dep ataladı.

$$s^2<0 \qquad (13\text{-}24)$$

bolǵan interval waqıtqa megzes interval dep ataladı.

Eger interval ken`islikke megzes bolsa, onda eki waqıya bir waqıt momentinde keńesliktin` eki noqatında ju`z beredi. Sonın` menen birge usı eki waqıya bir noqatta ju`z beretug`ın koordinatalar sistemaları bolmaydı ($s^2 = l^2 > 0$, $t = 0$).

Eger interval waqıtqa megzes bolsa, onda bir biri menen sebeplilik boyınsha baylanısqan eki waqıya bir noqatta, biraq hár qıylı waqıt momentlerinde júz beretuǵın koordinatalar sistemasın saylap alıw múmkin ($l = 0$, $s^2 = -c^2t^2 < 0$).

Qozg`alıstag`ı saatlardın` ju`riw tempi. Menshikli waqıt. Meyli qozǵalıwshı koordinatalar sistemasınıń x_0' noqatında t_l' hám $t_{2'}$ waqıt momentlerinde eki waqıya júz bersin. Usı eki waqıyalar arasındaǵı waqıt intervalları qozǵalıwshı sistemada $\Delta t' = t_{2'} - t_l'$, al tınıshlıqta turǵan sistemada $\Delta t = t_2 - t_l$ bolsın. Lorents túrlendiriwleri tiykarında

$$t_1 = \frac{t_1' + (v/c^2)x_0'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \qquad t_2 = \frac{t_2' + (v/c^2)x_0'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

teńliklerine iye bolamız.

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \qquad (13\text{-}25)$$

Solay etip qozǵalıwshı saatlar menen ólshengen waqıyalar arasındaǵı waqıt intervalı

$$\Delta t' = \Delta t \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (13\text{-}26)$$

tınıshlıqta turǵan saatlar menen ólshengen waqıtqa qaraǵanda kem bolıp shıǵadı. Demek *tınıshlıqta turǵan saatlardıń júriwine qaraǵanda qozǵalıstaǵı saatlardıń júriw tempi kem boladı*.

Tezliklerdi qosıw. Qozǵalıwshı koordinatalar sistemasında materiallıq noqattıń qozǵalısı

$$x' = x'(t'),\ y' = y'(t'),\ z' = z'(t'), \qquad (13\text{-}27)$$

al tınıshlıqta turǵan sistemada bolsa

$$x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t) \qquad (13\text{-}28)$$

funktsiyaları menen berilgen bolsın. Qozǵalıwshı hám qozǵalmaytuǵın sistemalardaǵı materiallıq noqattıń tezliginiń tómende keltirilgen qurawshıları arasında baylanıstı tabıwımız kerek:

$$u_x' = \frac{dx'}{dt'}, \quad u_y' = \frac{dy'}{dt'}, \quad u_z' = \frac{dz'}{dt'}. \qquad (13\text{-}29)$$

$$u_x = \frac{dx}{dt}, \quad u_y = \frac{dy}{dt}, \quad u_z = \frac{dz}{dt}. \qquad (13\text{-}30)$$

$$dx = \frac{dx' + v\,dt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad dy = dy' \quad dz = dz', \quad dt = \frac{dt' + \frac{v}{c^2}dx'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{dt'(1 + \frac{vu_x'}{c^2})}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \qquad (13\text{-}31)$$

Differentsiallardıń bul mánislerin (13-4) ke (13-3) ti esapqa alıp qoysaq

$$u_x = \frac{u_x' + v}{1 + vu_x'/c^2}, \quad u_y = \frac{u_y'\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + vu_x'/c^2}, \quad u_z = \frac{u_z'\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + vu_x'/c^2}. \qquad (13\text{-}32)$$

Bul salıstırmalılıq printsipiniń tezliklerdi qosıw formulaları bolıp tabıladı. Shtrixlanǵan sistema koordinatalarınan shtrixlanbaǵan sistema koordinatalarına da ótiw múmkin. Bunday jaǵdayda v tezligi -v menen, shtrixlanǵan shamalar shtrixlanbaǵan shamalar, shtrixlanǵanları shtrixlanbaǵanları menen almastırıladı. Bul formulalardan, mısalı, jaqtılıq tezliginiń turaqlılıǵı kelip shıǵadı. Usı jaǵdaydı dálilleymiz. Meyli $u_y' = u_z' = 0$. $u_x' = c$ bolsın. Onda

$$u_x = \frac{u_x' + v}{1 + vu_x'/c^2} = u_x = \frac{c + v}{1 + vc/c^2} = c, \quad u_y = 0, \quad u_z = 0. \qquad (13\text{-}33)$$

Tezleniwdi tu`rlendiriw. Meyli shtrixlanǵan sistemada materiallıq noqat, qurawshıları R_x', R_y' hám R_z' bolǵan tezleniw menen qozǵalısın. Tezligi usı waqıt momentinde nolge teń bolsın. Sonlıqtan shtrixlanǵan koordinatalar sistemasında noqattıń qozǵalısı tómendegidey formulalar járdeminde táriplenedi:

$$\frac{du_x'}{dt'} = R_x', \quad \frac{du_y'}{dt'} = R_y', \quad \frac{du_z'}{dt'} = R_z', \quad ,u_x' = u_y' = u_z' = 0. \qquad (13\text{-}34)$$

Shtrixlanbaǵan sistemadaǵı tezleniw

$$R_x = \frac{du_x}{dt}, \quad R_y = \frac{du_y}{dt}, \quad R_z = \frac{du_z}{dt}. \qquad (13\text{-}35)$$

dt, du_x, du_y, du_z shamaları (13-31)-(13-32) formulalar járdeminde anıqlanadı. Tezlikler $u_x' = u_y' = u_z' = 0$ dep differentsiallardı esaplap bolǵannan keyin de qabıl etiw múmkin. Mısalı du_x ushın

$$du_x = du_x'/[1+vu_x'/c^2] - [(u_x'+v)\frac{v}{c^2}du_x']/(1+vu_x'/c^2)^2 =$$
$$[1+vu_x'/c^2 - vu_x'/c^2 - v^2/c^2]du_x'/(1+vu_x'/c^2)^2 = [1-v^2/c^2]du_x'/(1+vu_x'/c^2)^2. \qquad (13\text{-}36)$$

Bunnan (13-31) di esapqa alıw menen

$$R_x = du_x/dt = \sqrt[3]{1-v^2/c^2}\,(du_x'/dt') = \sqrt[3]{1-v^2/c^2} * R_x'. \qquad (13\text{-}37)$$

Bul formulada $u_x' = 0$ dep esaplanǵan.

Usınday jollar menen du_y hám du_z differentsialları esaplanadı.

$$R_x = \sqrt[3]{1-v^2/c^2} * R_x', \ R_y = \sqrt{1-v^2/c^2} * R_y', \ R_z = \sqrt{1-v^2/c^2} * R_z'. \qquad (13\text{-}38)$$

Shtrixlanbaǵan sistemada noqat v tezligi menen qozǵaladı. Sonlıqtan keyingi formulalar tómendegi mánisti ańǵartadı:

Qozǵalıwshı materiallıq noqat penen usı noqat tınıshlıqta turatuǵın inertsial koordinatalar sistemasın baylanıstırıw múmkin. Usınday koordinatalar sisteması alıp júriwshi koordinatalar sisteması dep ataladı. Eger usı koordinatalar sistemasında noqat tezleniw menen qozǵalsa, onda bul noqat basqa da qálegen koordinatalar sistemasında tezleniw menen qozǵaladı. Biraq tezleniwdiń mánisi basqa sistemada basqa mániske, biraq barlıq waqıtta da kishi mániske iye boladı. Qozǵalıs baǵıtında tezleniw qurawshısı $\sqrt[3]{1-v^2/c^2}$ kóbeytiwshisine proportsional kishireyedi (v tezleniw qarap atırılǵan sistemadaǵı tezlik). Tezlikke perpendikulyar baǵıttaǵı tezleniwdiń kóldeneń qurawshısı $\sqrt{1-v^2/c^2}$ kóbeytiwshisine proportsional bolǵan kemirek ózgeriske ushıraydı.

Qozg`alıwshı denenin` uzınlıg`ı. *Qozǵalıstaǵı sterjenniń uzınlıǵı dep usı sterjenniń eki ushına sáykes keliwshi qozǵalmaytuǵın sistemada usı sistemanıń saatı boyınsha bir waqıt momentinde alınǵan eki noqat arasındaǵı qashıqlıqtı aytamız*. Demek qozǵalıwshı sterjenniń ushları bir waqıtta qozǵalmaytuǵın sistemada belgilenip alınadı eken.

Sterjenniń uzınlıǵı $x_2' - x_1' = l$. Uzınlıq l shtrixsız jazılǵan. Sebebi ol qozǵalmaytuǵın sistemada alınǵan.

Lorents túrlendiriwlerinen

$$x_1' = \frac{x_1 - vt_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad x_2' = \frac{x_2 - vt_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (13\text{-}39)$$

Bunnan

$$l = x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{l'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (13\text{-}40)$$

Bul formulada $l' = x_2 - x_1$ - qozǵalıwshı sterjenniń uzınlıǵı. Demek

$$l'=\frac{l}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (13\text{-}41)$$

Bul formuladan qozǵalıwshı sterjenniń qozǵalıs baǵıtındaǵı uzınlıǵınıń qozǵalmay turǵan halındaǵıǵa qaraǵanda kishi bolatuǵınlıǵın kórsetedi.

Mısal retinde Jer sharınıń qozǵalıs baǵıtındaǵı diametrin alıp qaraymız. Onıń uzınlıǵı 12 mıń kilometrdey, orbita boyınsha tezligi 30 km/s. Bunday tezlikte diametr 6 sm ge qasqaradı.

Qozǵalıwshı deneniń ólshemleriniń qozǵalıs baǵıtında ózgeretuǵınlıǵı haqqındaǵı batıl usınıs birinshi ret bir birinen ǵárezsiz Fitjeral`d (Fitzgerald) hám Lorentts (Lorentz) tárepinen berildi. Olar qálegen deneniń qozǵalıs baǵıtındaǵı sızıqlı ólshemleri tek usı qozǵalısqa baylanıslı ózgeredi hám bul ózgeris (12-41)-formula menen anıqlanadı dep boljadı. Bul boljaw durıs bolıp shıqtı hám Maykel`son tájiriybesiniń kútilgen nátiyjelerdi bermewiniń sebebin tolıq túsindirdi.

Qosımshalar:

Lorents túrlendiriwleri tórt ólshemli túrde bılayınsha jazıladı:

$$x_i = \alpha_{ik} x_k^i,$$
$$x_i' = \alpha_{ki} x_k. \qquad (13.42)$$

Bul jerdegi α_{ik} bılayınsha jazıladı (Lorents matritsası)

$$\alpha_{ik} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} & 0 & 0 & -\frac{v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \end{pmatrix}. \qquad (13.43)$$

Tórt ólshemli keńislik-waqıtta koordinata kósherlerin bılayınsha beremiz

$$M = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}. \qquad (13.44)$$

Endi Mathcad programmalaw tilinen paydalanatuǵın bolsaq tómendegilerge iye bolamız:

$$\alpha(v,c) := \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot\frac{v}{c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot\frac{v}{c} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \end{pmatrix} \qquad M(x,y,z,t) := \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$$

$\alpha(v,c)\cdot M(x,y,z,t)\rightarrow$

Bul matritsanıń birinshi qatarı x’ tı, ekinshi hám úshinshi qatarları u’ penen z’ ti (olar ózgerissiz kaladı, al tórtinshi qatarı t’ tı beredi.

Salıstırmalılıq teoriyası sebeplilik printsipin dálillemeydi. Bul teoriya sebeplilik printsipi barlıq koordinatalar sistemasında orın aladı dep esaplaydı. Usı jaǵday tiykarında fizikalıq tásirlerdiń tarqalıw tezligine shek qoyıladı.

Lorents túrlendiriwleri tek inertsial esaplaw sistemalarında durıs nátiyje beredi. Sonlıqtan Jer sharın batıstan shıǵısqa hám shıǵıstan batısqa qarap qozǵalǵan jaǵdaylardaǵı saatlardıń júriw tempin salıstırǵanda Jerdiń beti menen baylanısqan qoordinatalar sistemasın paydalanıwǵa bolmaydı**.**

Sorawlar:

1. Qozǵalıwshı denelerdiń uzınlıǵın anıqlaw klassikalıq mexanikada hám salıstırmalılıq teoriyasında ayırmaǵa iye me?
2. Qozǵalıwshı denelerdiń uzınlıǵınıń qısqaratuǵınlıǵın tastıyıqlawdıń fizikalıq mánisi nelerden ibarat?
3. Jer sharın batıstan shıǵısqa hám shıǵıstan batısqa qarap qozǵalǵan jaǵdaylardaǵı saatlardıń júriw tempin salıstırǵanda Jerdiń beti menen baylanısqan qoordinatalar sistemasın paydalanıwǵa bolmaytuǵınlıǵın qalay dálillewge boladı?
4. Egizekler paradoksınıń mánisi neden ibarat hám bul paradoks qalay sheshiledi?

§ 14. Saqlanıw nızamları

1. Saqlanıw nızamlarınıń mazmunı.
2. Saqlanıw nızamlarınıń orın alıwına alıp keletuǵın sebepler.
3. Qozǵalıs teńlemeleri hám saqlanıw nızamları.
4. Saqlanıw nızamlarınıń matematikalıq mánisi.

Saqlanıw nızamlarının` mazmunı. Joqarıda úyrenilgen qozǵlıs nızamları printsipinde materiallıq bóleksheler menen denelerdiń qozǵalısı boyınsha qoyılǵan barlıq sorawlarǵa juwap bere aladı. Qozǵalıs teńlemelerin sheshiw arqalı materiallıq bólekshenińqálegen waqıt momentinde keńisliktiń qaysı noqatında bolatuǵınlıǵın, usı noqattaǵı onıń impul`sın dál anıqlaw múmkin (qozǵalıs teńlemelerin sheshiwdiń kóp jaǵdaylarda qıyın ekenligin hám sawat penen taqattı talap etetuǵınlıǵın eske alıp ótemiz). Elektron-esaplaw mashinalarınıń rawajlanıwı menen bunday máselelerdi sheshiwdiń múmkinshilikleri joqarıladı.

Biraq barlıq jaǵdaylarda qozǵalıs teńlemelerin sheshiw arqalı qoyılǵan máselelerdi sheshiw múmkinshiligine iye bolmaymız. Meyli bizge sheshiw múmkinshiligi joq qozǵalıs teńlemesi berilgen bolsın. Máselen qozǵalıs barısında berilgen dene Jerde qala ma yamasa kosmos keńisligine jerdi taslap kete alama? degen soraw qoyılsın. Eger usınday jaǵdayda biz qozǵalıs teńlemesin sheshpey-aq deneniń Jer betinen (mısalı) 10 km den joqarı biyiklikke kóterile almaytuǵınlıǵın anıqlay alsaq, bul ádewir alǵa ilgerilegenlik bolıp tabıladı. Al eger 10 km biyiklikte deneniń tezliginiń nolge teń bolatuǵınlıǵı anıqlansa, sonıń menen birge deneniń 10 km biyiklikke kóteriliwi ushın qanday baslanǵısh tezlikke iye bolǵanlıǵı da belgili bolsa onda belgili bir maqsetler ushın bul qozǵalıs haqqında tolıq málim boladı hám qozǵalıs teńlemesin sheshiwdiń zárúrligi qalmaydı.

Saqlanıw nızamları qozg`alıs ten`lemelerin sheshiwsiz, protsesslerdin` waqıt boyınsha da`l rawajlanıwın talap etpey qozg`alıstın` ulıwmalıq qa`siyetlerin qarap shıg`ıwg`a mu`mkinshilik beredi. Qozǵalıstıń ulıwmalıq qásiyetlerin izertlew qozǵalıs teńlemelerin sheshiw sheklerinde júrgiziledi hám qozǵalıs teńlemesine kirgizilgen informatsiyalardan artıq informatsiyalardı bermeydi. Sonlıqtan saqlanıw nızamlarında qozǵalıs teńlemelerine qaraǵanda kóp informatsiya bolmaydı. Biraq saqlanıw nızamlarında birden kórinbeytuǵın jasırın túrdegi kerekli bolǵan informatsiyalardıń bolıwı múmkin. Sonıń menen birge birqansha jaǵdaylarda saqlanıw nızamlarınıń járdeminde bunday informatsiyalar paydalanıw ushın ańsat túrde kórinedi. Usı informatsiyanıń áhmiyetli tárepi tómendegilerden turadı: ol ayqın ayırmashılıqlarınan ǵárezsiz qálegen ayqın qozǵalıs ushın qollanıladı.

Saqlanıw nızamlarınıń ulıwmalıq xarakteri bul nızamlardı qozǵalıs teńlemeleri bar bolǵan jaǵdayda da, joq bolǵan jaǵdayda da qollanıwǵa múmkinshilik beredi. Saqlanıw nızamların qollanıw ushın kópshilik jaǵdaylarda tek ǵana kúshlerdiń tásir etiw simmetriyasın biliw jetkilikli, al sol kúshlerdiń tásir etiw nızamların biliw shárt emes. Usınıń saldarınan qozǵalıstıń júdá áhmiyetli bolǵan ózgesheliklerin kúshlerdiń tásir etiw nızamların bilmey-aq anıqlawǵa boladı.

Hár bir fizikalıq shamanıń saqlanıwı keńislik penen waqıttıń qásiyetleriniń tikkeley nátiyjesi bolıp tabıladı. Mısal retinde tómendegidey kesteni keltiremiz:

Saqlanıw nızamı	Nızamnıń orın alıwına alıp keletuǵın sebep
Energiyanıń saqlanıw nızamı	Waqıttıń bir tekliligi
Impul`stıń saqlanıw nızamı	Keńisliktiń bir tekliligi
Impul`s momentiniń saqlanıw nızamı	Keńisliktiń izotroplılıǵı

Biraq, mısalı, keńisliktiń bir tekliliginen energiyanıń saqlanıw nızamı, al keńisliktiń izotroplılıǵınan impul`s momentiniń saqlanıw nızamı kelip shıqpaydı. Keltirilgen eki nızam da tásir etiwshi kúshler haqqında qosımshalar kiritilgendegi Ńyutonnıń ekinshi nızamınıń nátiyjesi bolıp tabıladı. Impul`s penen impul`s momentiniń saqlanıw nızamların keltirip shıǵarǵanda ***ku`shler ta`sir menen qarsı ta`sirdin` ten`ligi nızamın*** **paydalanıw jetkilikli. Demek** ***N`yutonnın` ekinshi nızamına keńislik penen waqıttın` simmetriyası qa`siyetin qossaq (atap aytqanda ken`islik penen waqıttın` bir tekliligi, ken`isliktin` izotroplılıg`ı) joqarıda keltirilgen saqlanıw nızamların keltirip shıg`arıwg`a boladı.***

Waqıttıń bir tekliligi haqqında aytqanımızda barlıq waqıt momentleriniń birdey huqıqqa iye ekenligi názerde tutıladı. Keńisliktiń bir tekliligi keńislikte ayrıqsha awhallardıń joqlıǵın bildiredi, keńisliktiń barlıq noqatları teńdey huqıqqa iye. Al keńisliktiń izotroplılıǵı keńislikte ózgeshe qásiyetke iye baǵıtlardıń joqlıǵın bildiredi. Keńisliktegi barlıq baǵıtlar da birdey huqıqqa iye.

Solay etip saqlanıw nızamları teńlemeler sheshiw arqalı emes, sonıń menen birge protsesslerdiń waqıt boyınsha rawajlanıwın tereń tallawsız qozǵalıslardań ulıwmalıq qásiyetlerin qarap shıǵıwǵa múmkinshilik beredi. Qozǵalıs teńlemeleri fizikalıq shamalardıń waqıt boyınsha hám keńisliktegi ózgeriwin beriwshi teńlemeler bolıp tabıladı. Biziń oyımızda sheksiz kóp sandaǵı fizikalıq situatsiyalar ótedi. Sonıń menen birge bizdi ayqın waqıt momentinde júz beretuǵın situatsiyalardıń birewi emes, al sol qozǵalıstıń júriwine alıp keletuǵın situatsiyalardıń izbe-izligi kóbirek qızıqtıradı. Situatsiyalardıń izbe-izligin qaraǵanımızda bizdi sol situatsiyalar bir birinen nesi menen ayrılatuǵınlıǵı ǵana emes, al qanday fizikalıq shamalardıń saqlanatuǵınlıǵı qızıqtıradı. ***Saqlanıw nızamları bolsa qozg`alıw ten`lemeleri menen ta`riplenetug`ın fizikalıq situatsiyalardın` barısında nelerdin` o`zgermey turaqlı bolıp qalatug`ınlıg`ına*** juwap beredi.

Qozg`alıs ten`lemeleri ha`m saqlanıw nızamları. Qozǵalıs teńlemeleri fizikalıq shamalardıń waqıt boyınsha hám keńisliktegi ózgeriwiniń teńlemeleri bolıp tabıladı. Biziń kóz aldımızda fizikalıq situatsiyalardıń sheksiz izbe-izligi ótedi. Shın mánisinde qanday da bir waqıt momentindegi qozǵalıstı óz ishine almaytuǵın ayqın fizikalıq situatsiya bizdi qızıqtırmaydı. Bizdi (fiziklerdi) sol qozǵalısqa alıp keletuǵın situatsiyalardıń izbe-izligi qızıqtıradı. Al situatsiyalar izbe-izliklerin qaraǵanda olardıń ne menen bir birinen ayrılatuǵınlıǵın biliw menen qatar, olar arasındaǵı ulıwmalıqtı, olarda nelerdiń saqlanatuǵınlıǵın biliw áhmiyetke iye. S**aqlanıw nızamları qozg`alıs ten`lemeleri ta`repinen ta`riplenetug`ın fizikalıq situatsiyalardın` ju`zege keliw** i**zbe-izliginde** nel**erdin` o`zgerissiz, turaqlı bolıp qalatug`ınlıg`ı haqqındag`ı sorawg`a juwap bered**i.

Saqlanıw nızamlarının` matematikalıq ma`nisi. Ńyutonnıń tómendegi bir ólshemli teńlemelerin mısal retinde kóremiz:

a) $m_0(dv_x/dt) = F_x$; b) $dx/dt = v_x$.

Materiallıq noqattıń keńislikte iyelegen ornı qálegen waqıt momentinde belgili bolsa másele sheshiledi dep esaplanadı. Al máseleni sheshiw ushın a) teńlemeni integrallap v_x tı tabıw kerek, al onnan keyin v_x tıń sol mánisin b) ǵa qoyıp x(t) nı anıqlaymız.

Kópshilik jaǵdaylarda birinshi integrallaw ulıwma túrde islenedi hám fizikalıq shamalardıń belgili bir kombinatsiyalarınıń sanlıq mánisiniń turaqlı bolıp qalatuǵınlıǵı túrinde beriledi. Sonlıqtan da ***mexanikada matematikalıq ma`niste saqlanıw nızamları qozg`alıs ten`lemelerinin` birinshi integralına alıp kelinedi***.

Ádette turaqlı bolıp saqlanatuǵın bir qansha fizikalıq shamalar mexanikadan sırtqa shıǵıp ketedi; olar mexanikanıń sırtında da áhmiyetli orın iyeleydi. saqlanatuǵın fizikalıq shamalar fundamentallıq fizikalıq shamalar, al saqlanıw nızamları fizikanıń fundamentallıq nızamları bolıp esaplanadı.

Impul`stın` saqlanıw nızamı. Izolyatsiyalanǵan sistema. Sırttan kúshler tásir etpese materiallıq noqat yamasa materiallıq noqatlar sisteması izolyatsiyalanǵan dep ataladı.

Sırttan kúshler tásir etpegenlikten $\mathbf{F} = 0$, $dp/dt = 0$. Bul teńlemeni integrallap

$$\mathbf{r} = \text{const},\ p_x = \text{const},\ p_y = \text{const},\ p_z = \text{const}$$

ekenligine iye bolamız. Bul teńlikler impul`stıń saqlanıw nızamın ańǵartadı: ***izolyatsiyalang`an sistemanıń impul`sı usı sistemanın` ishinde ju`retug`ın qa`legen protsesste o`zgermey qaladı.*** Materiallıq noqat ushın bul nızam ***sırttan ku`shler ta`sir etpegende materiallıq noqattın` tuwrı sızıqlı, ten` o`lshewli qozg`alatug`ınlıg`ın*** bildiredi. Relyativistlik emes jaǵdaylarda materiallıq noqatlar sisteması ushın bul nızam sistemanıń massa orayınıń tuwrı sızıqlı teń ólshewli qozǵalatuǵınlıǵın ańlatadı.

Impul`stıń saqlanıw nızamı relyativistlik emes hám relyativistlik jaǵdaylar ushın da orınlanadı.

Impul`s qurawshıları ushın da saqlanıw nızamı bar.

15-sanlı lektsiya.

§ 15. Impul`s momentinin` saqlanıw nızamı

Impul`s momenti, onıń proektsiyaları boyınsha saqlanıw nızamı. Energiyanıń saqlanıw nızamı. Kúshtiń jumısı. Potentsial kúshler hám jumıs. Potentsial energiya. Óz-ara tásirlesiw energiyası. Tolıq hám tınısh haldaǵı energiya. Kinetikalıq energiya. Energiya hám massa arasındaǵı baylanıs. Baylanıs energiyası.

Impul`s momentinin` saqlanıw nızamı. Izolyatsiyalanǵan sistemanı qarawdı dawam etemiz. Bunday sistema ushın sırtqı kúshlerdiń momenti **M** nolge teń hám momentler teńlemesi d**N**/dt = 0.

Bul teńlemeni integrallasaq

$$L = \text{const}, \qquad L_x = 0; \quad L_y = 0; \qquad L_z = 0 \qquad (15\text{-}1)$$

teńlemeler sistemasın alamız.

Bul teńlikler impul`s momentiniń saqlanıw nızamın ańlatadı: **Izolyatsiyalang`an sistema ishindegi qa`legen protsesste sistemanın` impul`s momenti o`zgerissiz qaladı**.

Impul`s momentiniń ayırım qurawshıları ushın da saqlanıw nızamı orın aladı.

Relyativistlik emes jag`daylar ushın energiyanın` saqlanıw nızamı. Ku`shtin` jumısı. Eger kúshtiń tásirinde tezliktiń absolyut shaması ózgerse kúsh jumıs isledi dep esaplaydı. Eger tezlik artsa kúshtiń jumısı oń, al tezlik kemeyse kúshtiń jumısı teris dep qabıl etilgen.

Jumıs penen tezliktiń ózgeriwi arasındaǵı baylanıstı anıqlaymız. Bir ólshemli qozǵalıstı qaraymız. Noqattıń qozǵalıs teńlemesi

$$m_0 \frac{dv_x}{dt} = F_x. \qquad (15\text{-}2)$$

Teńlemeniń eki jaǵın da v_x qa kóbeytip, v(dv/dt) = (l/2)[d(v^2)/dt] ekenligin esapqa alıp

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 v_x^2}{2}\right) = F_x v_x \qquad (15\text{-}3)$$

teńligine iye bolamız. Bul teńliktiń oń jaǵınıń v_x = dx/dt ekenligin esapqa alamız hám teńliktiń eki tárepine de dt ǵa kóbeytemiz

$$d\left(\frac{m_0 v_x^2}{2}\right) = F_x dx. \qquad (15\text{-}4)$$

(l4-4)-teńlemede anıq mánis bar. Noqat dx aralıǵına kóshirilgende $F_x$dx kúsh jumısın isleydi. Nátiyjede qozǵalıstı táripleytuǵın kinetikalıq energiya $m_0v_x^2/2$, hám soǵan sáykes tez-liktiń absolyut mánisi ózgeredi. $m_0v_x^2/2$ shaması ***denenin` kinetikalıq energiyası*** dep ataladı. Dene x_l noqatınan x_2 noqatına kóshedi, nátiyjede onıń tezligi v_{xl} shamasınan v_{x2} shamasına shekem ózgeredi.

Joqarıda alınǵan teńlemeni integrallaw arqalı

$$\int_{v_x=v_{x1}}^{v_x=v_{x2}} d\left(\frac{m_0 v_x^2}{2}\right) = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx \qquad (15\text{-}5)$$

teńlemesin alamız.

$$\int_{v_x=v_{x1}}^{v_x=v_{x2}} d\left(\frac{m_0 v_x^2}{2}\right) = \frac{m_0 v_{x2}^2}{2} - \frac{m_0 v_{x1}^2}{2} \qquad (15\text{-}6)$$

ekenligin esapqa alıp

$$\frac{m_0 v_{x2}^2}{2} - \frac{m_0 v_{x1}^2}{2} = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx \qquad (15\text{-}7)$$

ańlatpasına iye bolamız. Demek materiallıq noqat bir awhaldan ekinshi awhalǵa ótkende kinetikalıq energiyasınıń ósimi kúshtiń islegen jumısına teń.

Kúsh bar waqıtta kinetikalıq energiyanıń mánisi ózgeredi. Kinetikalıq energiya $F_x = 0$ bolǵanda saqlanadı. Haqıyqatında da joqarıda keltirilgen keyingi teńlemeden

$$\frac{m_0 x_{x2}^2}{2} = \frac{m_0 x_{x1}^2}{2} = \text{const.} \qquad (15\text{-}8)$$

Bul kinetikalıq energiyanıń saqlanıw nızamınıń matematikalıq ańlatpası bolıp tabıladı.

Eger materiallıq noqattıń qozǵalıw baǵıtı menen kúsh óz-ara parallel bolmasa islengen jumıs

$$dA = F * dl * \cos\alpha. \qquad (15\text{-}9)$$

α arkalı **F** penen d**l** vektorları arasındaǵı múyesh belgilengen. Islengen tolıq jumıs

$$A = \lim_{\Delta l_i \to 0} \sum_i F_i, dl_i = \int_{(x_1)}^{(x_2)} (F, dl). \qquad (15\text{-}10)$$

Ulıwmalıq jaǵdaydı qaraǵanımızda $m_0(dv_x/dt) = F_x$ teńlemesiniń ornına

$$m_0 \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} \qquad (15\text{-}11)$$

teńlemesinen paydalanıwımız kerek. Bunday jaǵdayda

$$d\left(\frac{m_0 v_0^2}{2}\right) = (F, dr) \qquad (15\text{-}12)$$

dep jaza alamız.

Tezlik kúshtiń tásirinde v_1 den v_2 shamasına shekem ózgeretuǵın bolsa

$$\frac{m_0 v_2^2}{2} - \frac{m_0 v_1^2}{2} = \int_{(1)}^{(2)} (Fdl) \qquad (15\text{-}13)$$

formulasın alamız.

Bul teńleme energiyanıń saqlanıw nızamın ańlatadı.

Potentsial ku`shler. Islegen jumısı tek ǵana traektoriyanıń baslanǵısh hám aqırǵı noqatlarına baylanıslı bolǵan kúshler potentsial kúshler dep ataladı. Bunday kúshlerge, mısalı, tartılıs kúshleri kiredi. «Potentsial maydan» hám «potentsial kúshler» túsinikleri bir mániste qollanıladı.

Matematikalıq jaqtan maydan $\int_{(1)}^{(2)} (F, dl)$ integralı tek ǵana 1- hám 2 noqatlarǵa baylanıslı bolǵan maydanǵa aytıladı.

Ulıwma jaǵdayda potentsial maydan ushın $\oint (F, dl) = 0.$

Usı teńlemeden kelip shıǵatuǵın tastıyıqlaw tómendegidey anıqlama túrinde beriliwi múmkin: *qálegen tuyıq kontur boyınsha maydan kúshi jumısı nolge teń bolatuǵın maydan potentsial maydan dep ataladı*. Maydannıń potentsiallıǵı kriteriyi bılayınsha beriledi:

2) *maydannıń potentsiallıq bolıwı ushın tuyıq kontur boyınsha usı maydan kúshiniń jumısınıń nolge teń bolıwı zárúr hám jetkilikli.*

Potentsial maydanda islengen jumıs $\int_{(1)}^{(2)} (F, dl) = -(U_2 - U_1).$

Yamasa $$\frac{m_0 v_2^2}{2} - \frac{m_0 v_1^2}{2} = -(U_2 - U_1).$$

Bul teńlemeni bılayınsha qaytadan kóshirip jazıw múmkin:

$$\frac{m_0 v_2^2}{2} + U_2 = \frac{m_0 v_1^2}{2} + U_1.$$

Demek ulıwma jaǵday ushın

$$\frac{m_0 v^2}{2} + U = \text{const} \qquad (15\text{-}14)$$

ekenligi kelip shıǵadı. Bul teńlik energiyanıń saqlanıw nızamı dep ataladı. U - potentsial energiya bolıp tabıladı. Sonıń menen birge bul teńleme energiyanıń bir túrden ekinshi túrge ótiw nızamın da beredi.

16-sanlı lektsiya.

§ 16. Relyativistlik jag\`daylar ushın energiyanın\` saqlanıw nızamı

1. Tolıq energiya hám tınıshlıq energiyası.
2. Massa menen energiya arasındaǵı baylanıs.

Tolıq energiya ha\`m denenin\` tınıshlıqtag\`ı energiyası. Relyativistlik jaǵday ushın qozǵalıs teńlemesi bılayınsha jazıladı

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = F. \qquad (16\text{-}1)$$

Bul teńliktiń eki tárepine de tezlik **v** ǵa kóbeytip tómendegidey ańlatpaǵa iye bolamız:

$$v\frac{d}{dt}\frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = (F, v). \qquad (16\text{-}2)$$

Alınǵan ańlatpanıń shep tárepin differentsiallaymız. Nátiyjede

$$v\frac{d}{dt}\frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{d}{dt}\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad (16\text{-}3)$$

teńligine iye bolamız. Demek (16-2) niń ornına

$$d\left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = (F, dr) \qquad (16\text{-}4)$$

teńligin alamız. Bul ańlatpada **v** = (dr/dt) ekenligi esapqa alınǵan.

Bul teńlemeni relyativistlik emes jaǵdaylar ushın alınǵan $d(mv_0^2/2)$ = (**F**,d**r**) formulası menen salıstıramız. Nátiyjede kúshtiń tásirinde islengen jumısta kinetikalıq energiya emes, al $\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ shamasınıń ózgeretuǵınlıǵı kórinip tur.

Meyli bólekshe potentsial kúshler maydanında qozǵalatuǵın bolsın hám oǵan tásir etiwshi kúsh $F_x = -\partial U/\partial x$; $F_y = -\partial U/\partial y$; $F_z = -\partial U/\partial z$.

Olay bolsa

$$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + U = \text{const} \qquad (16\text{-}5)$$

formulasın alamız. Bul formula relyativistlik jaǵdayda energiyanıń saqlanıw nızamınıń matematikalıq jazılıwı bolıp tabıladı. Potentsial energiya U relyativistlik emes jaǵdaylardaǵıday mániske iye.

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \qquad (16\text{-}6)$$

shaması **denenin` tolıq energiyası,** al dene tınıshlıqta turǵanda

$$E = m_0 c^2 \qquad (16\text{-}7)$$

shaması tınıshlıqtaǵı energiya dep ataladı.

Relyativistlik jaǵdaylarda «tolıq energiya» deneniń kinetikalıq hám potentsial energiyalarınıń qosındısın ańlatadı. Al relyativistlik jaǵdayda bul túsinik penen (16-7) shamasın atap qoymastan, bul shama menen deneniń potentsial energiyasınıń qosındısın da ataymız.

Massa menen energiya arasındag`ı baylanıs. (16-6) ańlatpası menen relyativistlik massa $\frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$ shamaların salıstırıp tolıq energiya ushın ańlatpanı bılay jazamız

$$E = mc^2. \qquad (16\text{-}8)$$

(16-8) hám (16-7) formulaları materiyanıń eki áhmiyetli táriplemeleri bolǵan energiya menen intertliliktiń (yaǵnıy massa) óz-ara baylanıslı ekenligin kórsetedi. (16-8) teńligi universal bolıp shıqsa (yaǵnıy energiyanıń barlıq túrleri ushın durıs) ol fizikanıń eń fundamentallıq nızamlarınıń biri bolıp tabıladı. Eksperiment haqıyqatında da $E = mc^2$ formulasınıń fundamentallıq ekenligin dálilleydi. Bul teńlik massa menen energiya arasındaǵı qatnas dep ataladı hám A.Eynshteyn tárepinen anıqlandı. Geypara jaǵdaylarda massa menen energiyanıń ekvivalentligi degen túsinikti de aytadı. Biraq bul túsinik sátli emes hám sonlıqtan da paydalanbaymız.

Qosımsha:

Impul`s

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

hám tolıq energiya ushın jazılǵan

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

formulaların bir biri menen salıstırıp massa ushın jazılǵan tómendegidey formulanı alamız:

$$m^2 c^2 = \frac{E^2}{c^2} - p^2.$$

Bóleksheniń tezligi artqanda impul`s **r** da, $\frac{E^2}{c^2}$ qatnası da artadı. Usıǵan baylanıslı $m^2 c^2$ kóbeymesi, al soǵan sáykes massa m ózgermey qaladı qaladı. Demek massanıń tezlikke baylanıslılıǵı haqqındaǵı kóz-qaras pútkilley nadurıs bolıp tabıladı.

17-sanlı lektsiya.

§ 17. Inertsial emes esaplaw sistemaları

1. Inertsial emes esaplaw sistemalarınıń anıqlaması.
2. Inertsial emes esaplaw sistemalarındaǵı keńislik penen waqıt.
3. Inertsiya kúshleri.
4. Tuwrı sızıqlı qozǵalıwshı inertsial emes esaplaw sisteması.
5. Arba ústindegi mayatnik.

6. Lyubimov mayatnigi.
7. Salmaqsızlıq.

Inertsial emes esaplaw sistemalarının` anıqlaması**. ***Esaplawdın` inertsial emes sisteması* *dep* ***inertsial esaplaw sistemasına salıstırg`anda tezleniwshi qozg`alatug`ın esaplaw sistemasına*** **aytamız**. Esaplaw sisteması absolyut qattı dep qabıl etilgen dene menen baylanıstırıladı. Qattı deneniń tezlenbeli qozǵalısı ilgerilemeli hám aylanbalı qozǵalıslardı qamtıydı. Sonlıqtan eń ápiwayı inertsial emes esaplaw sistemaları bolıp tuwrı sızıqlı tezlenbeli hám aylanbalı qozǵalıs jasaytuǵın sistemalar bolıp tabıladı.

Inertsial emes esaplaw sistemalarındag`ı ken`islik penen waqıt. Inertsial esaplaw sistemasında hámme ushın ortaq bolǵan waqıt túsinigi joq. Sonlıqtan da bir noqatta baslanıp, ekinshi noqatta tamam bolatuǵın waqıyalardıń qansha waqıt dawam etkenligin aytıw anıq emes. Hárqanday noqatlardaǵı ornatılǵan saatlardıń júriw tezligi hár qıylı bolǵanlıqtan usınday protsesslerdiń ótiw waqtı da mániske iye bolmay shıǵadı. Sonıń menen birge denelerdiń uzınlıqların ólshew mashqalası da quramalasadı.

Inertsiya ku`shleri. Inertsial esaplaw sistemasındaǵı tezleniwge alıp keletuǵın sebep basqa deneler tárepinen tásir etetuǵın kúsh bolıp tabıladı. Kúsh barlıq waqıtta da materiallıq deneler tárepinen óz-ara tásir etisiwdiń nátiyjesi bolıp tabıladı.

Inertsial emes sistemalarda jaǵday basqasha. Mısal retinde avtomobilge baylanıslı bolǵan esaplaw sistemasın alıwǵa boladı.

Bunday sistemalarda **a`dettegi ku`shler menen birlikte inertsiya ku`shleri dep atalatug`ın ku`shler** orın aladı. Sonlıqtan inertsial emes sistemalar ushın Ńyutonnıń ekinshi nızamı bılayınsha jazıladı:

$$ma' = F + F_{in.}, \qquad (17\text{-}1)$$

a' - inertsial emes esaplaw sistemasındaǵı tezleniw, $Ǵ_{in}$ - inertsiya kúshi.

Inertsiya kúshlerine mısallar: avtomobil` hám temir jol vagonları ishindegi jaǵdaylar.

Inertsial esaplaw sistemasına salıstırǵandaǵı a tezleniwdi *absolyut tezleniw* dep ataladı. Al inertsial emes esaplaw sistemalarına salıstırǵandaǵı a' tezleniwdi *salıstırmalı tezleniw* dep ataymız.

Tuwrı sızıqlı qozg`alıwshı inertsial emes esaplaw sisteması. Ádettegidey

$$x = x_0 + x', \quad y = y', \quad z = z', t = t'.$$

Bunnan

$$dx/dt = dx_0/dt + dx'/dt, \; v = v_0 + v'.$$

Bul formulalarda $v = dx/dt$, $v_0 = dx_0/dt$, $v' = dx'/dt$. *Bul tezlikler sáykes absolyut, kóshirmeli hám salıstırmalı tezlikler dep ataladı*.

Tezleniwge ótsek

$$dv/dt = dv_0/dt + dv'/dt, \quad a = a_0 + a'.$$

Bul formulalardaǵı $a = dv/dt$, $a_0 = dv_0/dt$, $a' = dv'/dt$ tezleniwleri sáykes *absolyut, kóshirmeli hám salıstırmalı* tezleniwler dep ataladı.

$$Ǵ_{in} = m(a' - a) = - ma_0$$

yamasa vektorlıq túrde

$$\mathbf{G`}_{in} = -m\mathbf{a}_0. \qquad (17\text{-}2)$$

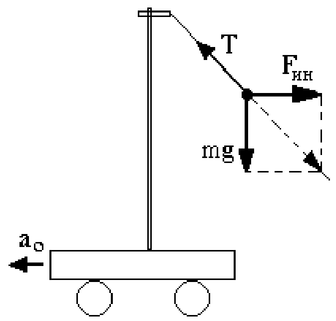
Demek inertsiya kúshi inertsial emes sistemanıń kóshirmeli tezleniwine qarama-qarsı baǵıtlanǵan.

Arba u`stindegi mayatnik. Meyli arba a_0 tezleniwi menen qozǵalatuǵın bolsın. Arba ústindegi mayatniktiń qozǵalıs teńlemesi

$$m\mathbf{a}' = \mathbf{T} + \mathbf{P} + \mathbf{F}_{in} = \mathbf{T} + \mathbf{P} - m\mathbf{v}_0 = 0,$$

yaǵnıy $\mathbf{a}' = 0$. Jáne $tg\alpha = \mathbf{a}_0/\mathbf{g}$. Bul jerdegi α - mayatnik ilinip turǵan jip penen vertikal arasındaǵı múyesh.

Inertsial koordinatalar sistemasında tásir etiwshi kúshler hám qozǵalıs teńlemesi ózgeredi. Inertsiya kúshi bul jaǵdayda bolmaydı. Bul jaǵdayda keriw kúshi **T** menen salmaq kúshi **P** = m**g** ǵana bar boladı. Teń salmaqlıq shárti ma= T + P = ma_0 ekenligi kórsetedi. Tap sol sıyaqlı tgα = a_0/g ekenligi anıq.



39-súwret.

Lyubimov mayatnigi. Tuwrı sızıqlı qozǵalıwshı inertsial emes sistemalardaǵı qubılıslardı Lyubimov mayatnigi járdeminde kórgizbeli túrde kórsetiw múmkin. Mayatnik massalı ramkaǵa ildirilgen. Al bul ramka bolsa vertikal baǵıtlawshı tros járdeminde erkin túsedi. Ramka qozǵalmay turǵanda mayatnik óziniń menshikli jiyiligi menen terbeledi (40-a súwret). Ramka terbelistiń qálegen fazasında erkin túsirilip jiberiliwi múmkin. Mayatniktiń qozǵalısı terbelistiń qanday fazasında erkin túsiwdiń baslanǵanlıǵına baylanıslı. Eger erkin túsiwdiń baslanǵısh momentinde mayatnik maksimal awısıw noqatında jaylasqan bolsa, ol túsiw barısında ramkaǵa salıstırǵandaǵı óziniń orın ózgertpeydi. Al túsiwdiń baslanıw momentinde mayatnik óziniń maksimal awısıw noqatında jaylaspaǵan bolsa, ramkaǵa salıstırǵanda bazı bir tezlikke iye boladı. Ramkanıń túsiw barısında tezliktiń ramkaǵa salıstırǵandaǵı absolyut mánisi ózgermey qaladı da, onıń ramkaǵa salıstırǵandaǵı qozǵalıs baǵıtı ózgerip baradı. Nátiyjede túsiw barısında mayatnik asıw noqatı dógereginde aylanbalı qozǵalıs jasaydı.

Lyubimov mayatniginiń qozǵalısın inertsial emes hám inertsial koordinatalar sistemasın-da tallaymız.

Usı qubılıstı ramkaǵa baylanslı bolǵan inertsial emes esaplaw sistemasında qaraymız (b súwret). Qozǵalıs teńlemesi tómendegidey túrge iye boladı:

$$m\mathbf{a}' = \mathbf{T} + \mathbf{R} + \mathbf{F}_{in} = \mathbf{T} + m\mathbf{g} - m\mathbf{g} = \mathbf{T}.$$

Solay etip bul materiallıq noqattıń jiptiń keriw kúshi tásirindegi usı jip bekitilgen noqattıń átirapındaǵı qozǵalısı bolıp tabıladı. Qozǵalıs sheńber boyınsha dáslepki sızıqlı tezliktey te-zlik penen boladı. Jiptiń keriw kúshi mayatniktiń sheńber boyınsha qozǵalısın támiyinlewshi orayǵa umtılıwshı kúsh bolıp tabıladı. Bul kúshtiń shaması $m\mathbf{v}'^2/l$ ge teń (l mayatnik ildirilgen jiptiń uzınlıǵı, **v**' ramkaǵa salıstırǵandaǵı myatniktiń qozǵalıs tezligi).

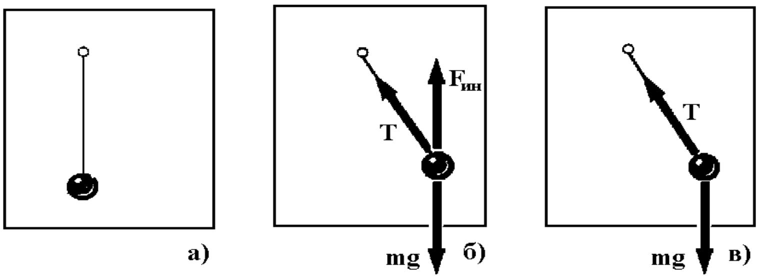
Inertsial koordinatalar sistemasında inertsiya kúshleri bolmaydı. (40-v) súwrette kórse-tilgen mayatnikke tásir etiwshi kúshler jiptiń keriw kúshi menen salmaq kúshi bolıp tabıladı. Qozǵalıs teńlemesi bılay jazıladı:

$$m\mathbf{a} = \mathbf{R} + \mathbf{T} = m\mathbf{g} + \mathbf{T}.$$

Bul teńlemeniń sheshimin tabıw ushın mayatniktiń tolıq tezleniwin eki tezleniwge ji-kleymiz: $\mathbf{a} = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2$. Bunday jaǵdayda $m\mathbf{a} = \mathbf{R} + \mathbf{T} = m\mathbf{g} + \mathbf{T}$ teńlemesi eki teńlemeniń jıynaǵı sıpatında bılayınsha jazıladı:

$$m\mathbf{a}_1 = \mathbf{T}, \quad m\mathbf{a}_2 = m\mathbf{g}.$$

Bul teńlemelerdiń ekinshisi $\mathbf{a}_2 = \mathbf{g}$ sheshimine iye (yaǵnıy mayatniktiń erkin túsiwin tárip-leydi), al birinshisi bolsa $m\mathbf{a}' = \mathbf{T} + \mathbf{R} + \mathbf{F}_{in} = \mathbf{T} + m\mathbf{g} - m\mathbf{g} = \mathbf{T}$ teńlemesine tolıq sáykes keledi hám asıw noqatı dógeregindegi aylanıwdı táripleydi.



40-súwret. Mayatnik penen baylanısqan inertsial emes (a),
mayatnik erkin túsetuǵın inertsial (b) koordinatalar sistemalarındaǵı hám
teń salmaqlıq halındaǵı Lyubimov mayatnigine tásir etiwshi kúshlerdiń sxeması.

Keltirilgen mısallarda qozǵalıstı tallaw inertsial emes koordinatalar sistemasında da, inertsial koordinatalar sistemasında da ápiwayı hám kórgizbeli. Sebebi mısallar inertsial emes hám inertsial koordinatalar sistemaları arasındaǵı baylanıstı kórsetiw ushın keltirilgen edi. Biraq kópshilik jaǵdaylarda máselelerdi inertsial emes esaplaw sistemasında sheshiw inertsial esaplaw sistemasında sheshiwge qaraǵanda ádewir jeńil boladı.

Salmaqsızlıq. Lyubimov mayatnigi mısalında erkin túsiwshi inertsial emes esaplaw sistemasında inertsiya kúshleri salmaq kúshin tolıǵı menen kompensatsiyalaytuǵınlıǵı anıq kórindi. Sonlıqtan qarap ótilgen jaǵdayda qozǵalıs inertsiya menen salmaq kúshleri bolmaytuǵın jaǵdaylardaǵıday bolıp júredi. Salmaqsızlıq halı júzege keledi. Bul mısal jer betinde kóplep qollanıladı (mısalı kosmonavtlardıń trenirovkasında).

Eger lift kabinası erkin túrde tómenge qozǵalsa ishinde turǵan adam salmaqsızlıqta boladı. Bunday jaǵdaydı samolet ishindegi adamlar ushın da ornatıwǵa boladı.

18-sanlı lektsiya.

§ 18. Gravitatsiyalıq ha`m inert massalar

1. Gravitatsiyalıq hám inert massalar haqqında túsinik.
2. Gravitatsiyalıq hám inert massalar arasındaǵı baylanıs.
3. Ekvivalentlik printsip.
4. Qızılǵa awısıw.

Erkin túsiw barısındaǵı calmaqsızlıq halınıń ornawı áhmiyetli fizikalıq faktor bolıp tabıladı. Bul deneniń inert hám gravitatsiyalıq massalarınıń bir ekenliginen derek beredi. Inert massa deneniń inertlilik qásiyetin sıpatlaydı. Gravitatsiyalıq massa bolsa usı deneniń Ńyutonnıń nızamı boyınsha basqa deneler menen tartısıw kúshin táripleydi. Gravitatsiyalıq massa elektr zaryadı sıyaqlı mániske iye. Ulıwma aytqanda deneniń inert massası menen gravitatsiyalıq massası bir yamasa bir birine proportsional boladı degen sóz hesh qaydan kelip shıqpaydı (eki fizikalıq shama bir birine proportsional bolǵan jaǵdayda ólshem birliklerin proportsionallıq koeffitsienttiń mánisi 1 ge teń bolatuǵınday etip saylap alıw arqalı teńlestiriwge boladı). *Inert hám gravitatsiyalıq massalardıń bir birine proportsional ekenligin dálilleymiz*. Jerdiń gravitatsiyalıq massasın M_g dep belgileyik. Bunday jaǵdayda Jer betindegi gravitatsiyalıq massası m_g bolǵan dene menen tásirlesiw kúshi

$$F = G\frac{M_г m_г}{R^2}. \qquad (18\text{-}1)$$

R arqalı Jerdiń radiusı belgilengen.

Inert massası m bolǵan dene Jerge qaray g tezleniwi menen qozǵaladı

$$g=\frac{F}{m}=G\frac{M_г}{R^2}\frac{m_г}{m}=const\frac{m_г}{m}. \qquad (18\text{-}2)$$

Tezleniw g Jer betindegi barlıq deneler ushın birdey bolǵanlıqtan m_g/m qatnası da barlıq deneler ushın birdey boladı. Sonlıqtan inert hám gravitatsiyalıq massalar bir birine proportsional dep juwmaq shıǵaramız. Al proportsionallıq koeffitsientin birge teń dep alıp eki massanı bir birine teńlestiriwimiz múmkin.

Inert hám gravitatsiyalıq massalardıń óz-ara teńligi eksperimentte tereń izertlengen. Házirgi waqıtlardaǵı olar arasındaǵı teńlik 10^{-12} ge teń dállikte dálillendi (Moskva mámleketlik universitetiniń fizika fakul`tetinde professor V.Braginskiy basqarǵan topar alǵan nátiyje). Yaǵnıy

$$\frac{m_г-m}{m_г}\le 10^{-12}.$$

Inert hám gravitatsiyalıq massalardıń teńligi basqa nátiyjege alıp keledi: eger esaplaw sisteması inertsial esaplaw sistemasına salıstırǵanda tuwrı sızıqlı teń ólshewli tezleniwshi qozǵalatuǵın bolsa bunday sistemadaǵı mexanikalıq qubılıslar gravitatsiya maydanındaǵıday bolıp ótedi. Bul tastıyıqlawdı barlıq fizikalıq qubılıslarǵa ulıwmalastırıw ***ekvivalentlik printsipi*** dep ataladı.

Ekvivalentlilik printsipi dep bazı bir esaplaw sistemasındaǵı tezleniwdiń bolıwı sáykes tartılıs maydanı bar bolıwı menen birdey dep tastıyıqlawdı aytamız. Biz bul haqqında tolıǵıraq gáp etemiz.

Tartılıs kúshiniń usı kúsh tásir etetuǵın bóleksheniń massasına proportsionallıǵı (**F**=m**g**) oǵada tereń fizikalıq mániske iye.

Bólekshe tárepinen alınatuǵın tezleniw usı bólekshege tásir etiwshi kúshti bólekspeniń massasına bólgenge teń bolǵanlıqtan gravitatsiyalıq maydandaǵı bólekspeniń tezleniwi w usı maydannıń kernewliligi menen sáykes keledi:

$$\mathbf{w}=\mathbf{g},$$

yaǵnıy bólekspeniń massasınan ǵárezli emes. Basqa sóz benen aytqanda gravitatsiyalıq maydan oǵada áhmiyetli qásiyetke iye boladı: bunday maydanda barlıq deneler massalarınan ǵárezsiz birdey tezleniw aladı (bul qásiyet birinshi ret Galiley tárepinen Jerdiń salmaq maydanındaǵı denelerdiń qulap túsiwin izertlewdiń nátiyjesinde anıqlandı).

Denelerdiń tap sol sıyaqlı qásiyetin eger olardıń qozǵalısların inertsial emes esaplaw sisteması kóz-qarasında qaraǵanda sırtqı kúshler tásir etpeytuǵın keńislikte de baqlaǵan bolar edik. Juldızlar aralıq keńislikte erkin qozǵalatuǵın raketanı kóz aldımızǵa keltireyik. Bunday jaǵdaylarda raketaǵa tásir etetuǵın tartısıw kúshlerin esapqa almawǵa boladı. Usınday raketanıń ishindegi barlıq deneler raketanıń ózine salıstırǵanda qozǵalmay tınıshlıqta turǵan bolar edi (raketanıń ortasında hesh nársege tiymey-aq tınıshlıqta turǵan bolar edi). Eger raketa w tezleniwi menen qozǵala baslasa barlıq deneler raketanıń artına qaray –w tezleniwi menen «qulap» túser edi. Raketanıń ishindegi deneler raketanıń tezleniwsiz-aq, biraq kernewliligi –w ǵa teń bolǵan gravitatsiyalıq maydanda qozǵalǵanda da –w tezleniwi menen tap joqarıdaǵıday taqlette «qulaǵan» bolar edi. Hesh bir eksperiment biziń tezleniwshi raketada yamasa turaqlı gravitatsiyalıq maydanda turǵanımızdı ayıra almaǵan bolar edi.

Denelerdiń gravitatsiyalıq maydan menen inertsial emes esaplaw sistemasındaǵı qásiyetleri arasındaǵı uqsaslıq *ekvivalentlik printsipi* dep atalatuǵın printsiptiń mazmunın quraydı (bul uqsaslıqtıń fundamentallıq mánisi salıstırmalılıq teoriyasına tiykarlanǵan tartılıs teoriyasında túsindiriledi).

Joqarıdaǵı bayanlawdıń barısında tartılıs maydanınan erkin bolǵan keńislikte qozǵalatuǵın raketa haqqında gáp ettik. Bul talqılawlardı, mısalı, Jerdiń gravitatsiyalıq maydanında qozǵalıwshı raketanı qaraw arqalı dawam ettiriwimiz múmkin. Usınday maydanda 'erkin' (yaǵnıy dvigatelsiz) qozǵalatuǵın raketa maydannıń kernewliligi **g** ǵa teń bolǵan tezleniw aladı. Bunday jaǵdayda raketa inertsial emes esaplaw sisteması bolıp tabıladı. Bul jaǵdayda raketaǵa salıstırǵandaǵı qozǵalısqa inertsial emesliktiń tásirin tartılıs maydanınıń tásiri kompensatsiyalaydı. Nátiyjede «salmaqsızlıq» halı júzege keledi, yaǵnıy raketadaǵı predmetler tartılıs maydanı joq jaǵdaydaǵı inertsial esaplaw sistemasında qozǵalǵanday bolıp qozǵaladı. Solay etip saylap alınǵan inertsial emes esaplaw sistemasın saylap alıw arqalı (biz qaraǵan jaǵdayda tezleniw menen qozǵalıwshı raketaǵa salıstırǵanda) gravitatsiyalıq maydandı «joq» qılıw múmkin. Bul jaǵday sol ekvivalentlik printsipiniń basqa aspekti bolıp tabıladı.

Tezleniwshi qozǵalıstaǵı raketanıń ishindegi tartılıs maydanı bir tekli, yaǵnıy raketanıń ishindegi barlıq orınlarda kernewlilik **w** birdey mániske iye. Biraq usıǵan qaramastan haqıyqıy gravitatsiya maydanı barlıq waqıtta bir tekli emes. Sonlıqtan inertsial emes esaplaw sistemalarına ótiw arqalı gravitatsiyalıq maydandı joq etiw maydan júdá kishi ózgeriske ushıraytuǵın keńisliktiń úlken emes bólimlerinde ámelge asırıladı. Bunday mániste gravitatsiyalıq maydan menen inertsial emes esaplaw sistemasınıń ekvivalentliligi «jergilikli» («lokallıq») xarakterge iye.

Qızılg`a awısıw. *Jaqtılıqtıń jiyiliginiń salmaq maydanında ózgeriwi ekvivalentlilik printsipinen kelip shıǵadı.* Meyli vertikal baǵıtta jiyiligi ω bolǵan jaqtılıq tarqalatuǵın bolsın. Onıń jiyiligi h biyikliginde qanday boladı degen soraw tuwıladı. Ulıwma kóz-qaras boyınsha bul sorawǵa juwap beriw múmkin emes. Sebebi tartılıs maydanı menen jiyilik arasındaǵı baylanıs belgisiz. Bul sorawǵa ekvivalentlilik printsipi tiykarında juwap beriwge boladı.

Eynshteyn qatnası boyınsha foton energiyası massası m bolǵan bólekshe energiyasına teń, yaǵnıy:

$$mc^2 = \hbar\omega.$$

Demek fotonnıń massası $m = \hbar\omega/s^2$ ańlatpası boyınsha anıqlanadı.

Eger jaqtılıq gravitatsiyalıq maydanda tarqalatuǵın bolsa, onıń orın awıstırıwı potentsial energiyanıń ózgerisi menen (yaǵnıy jumıstıń isleniwi menen) baylanıslı boladı. Energiyanıń saqlanıw nızamın jazamız. Eger E arqalı foton energiyasın, al φ_1 menen φ_2 arqalı dáslepki hám aqırǵı orınlardaǵı salmaq kúshleriniń potentsialları belgilengen bolsa, onda

$$E = m(\varphi_2 - \varphi_1).$$

$E = \hbar\omega$, $m = \hbar\omega/s^2$. Sonlıqtan

$$\frac{d\omega}{\omega} = \frac{1}{c^2}(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Bul formula qızılǵa awısıwdıń belgili formulası bolıp tabıladı hám kishi gravitatsiyalıq potentsialǵa iye orınlardan úlken gravitatsiyalıq potentsialǵa iye orınlarǵa ótkende (gravitatsiyalıq maydanda φ diń mánisiniń teris ekenligin esapqa alamız) spektr sızıqlarınıń qızılǵa awısatuǵınlıǵın kórsetedi.

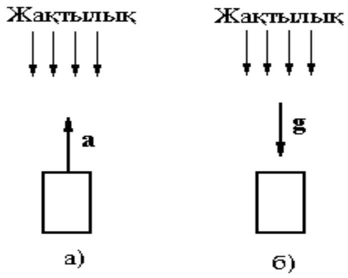
Endi máseleni birqansha basqasha qarayıq.

41-a súwretti qaraymız. Baqlawshı inertsial esaplaw sistemasında jaylasqan jaǵdayda qabıl etetuǵın jaqtılıǵınıń jiyiligi ν_0 bolatuǵın bolsın. Al eger baqlawshı jaqtılıqtıń tarqalıw baǵıtına qarama-qarsı baǵıtta **a** tezleniwi menen qozǵalsa, onda qabıl etiletuǵın jaqtılıqtıń jiyiligi úlkeyedi (Doppler effekti).

Ápiwayı esaplawlar boyınsha jiyiliktiń salıstırmalı ózgerisi tómendegi formula boyınsha esaplanadı:

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{v}{c}.$$

Bul ańlatpadaǵı v baqlawshınıń tezligi. v menen a nıń oń baǵıtı dep jaqtılıqtıń tarqalıw baǵıtına qarama-qarsı baǵıttı qabıl etemiz. Eger baqlawshı t waqıtı dawamında qozǵalatuǵın bolsa, onda v = at. Usı waqıt aralıǵında jaqtılıq l = st = sv/a aralıǵın ótedi. Sonlıqtan usı waqıt aralıǵındaǵı jiyiliktiń ózgerisi bılayınsha anıqlanadı:



41-súwret. Jaqtılıq ushın Doppler effektin túsindiriwshi súwret.

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{\mathbf{a}l}{c^2}.$$

Endi máseleni basqasha qaraymız. Endi baqlawshı qozǵalmaytuǵın bolsın (41-b súwret). Biraq baqlawshı otırǵan jerde kernewliligi **g** bolǵan gravitatsiya maydanı bar bolsın. Eger **g** nı shaması jaǵınan **-a** ǵa teń dep alsaq ekvivalentlilik printsipi boyınsha gravitatsiya maydanı dáslepki qaraǵan jaǵdaydaǵıday ózgeris payda etedi. *Gravitatsiyalıq maydan **g** baǵıtında jaqtılıq tarqalatuǵın bolsa jaqtılıq tolqınınıń jiyiligi úlkeyedi, al jaqtılıq qarama-qarsı baǵıtta tarqalǵan jaǵdayda jiyiligi kemeyedi.* Eynshteyn tárepinen birinshi bolıp boljanǵan qızılǵa awısıw qubılısınıń mazmunı usınnan ibarat boladı. Awısıw

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{\mathbf{g}l}{c^2}$$

formulası járdeminde beriledi.

Ayırma 10 metrge teń bolǵandaǵı Jer betindegi jiyilik alatuǵın ósim

$$\Delta\omega = \Delta\nu * 2\pi \approx 10*10*(3*10^8)^2 \approx 10^{-15}.$$

Bul júdá kishi shama. Bul shama Messbauer effekti járdeminde ólshendi.

Tartılıs maydanı tárepinen payda etilgen qızılǵa awısıw menen Álemniń keńeyiwi saldarınan payda bolǵan kosmologiyalıq qızılǵa awısıwdı aljastırıwǵa bolmaydı.

Salmaqsızlıq inert ha`m gravitatsiyalıq massalar bir birine ten` bolg`an jag`daylarda ju`zege keledi. Ha`zirgi waqıtları bul ten`lik joqarı da`llikte tekserilip ko`rilgen.

«Qızılg`a awısıw» tu`sinigi eki jag`dayda qollanıladı: bir jag`day - bul nurlanıw deregi qashıqlasıp baratırg`andag`ı Doppler effekti (mısalı uzaq qashıqlıqlardag`ı galaktikalardın` spektrindegi qızılg`a awısıw), ekinshi jag`daydag`ı qızılg`a awısıw jiyiliktin` o`zgeriwi salmaq ku`shinin` ta`sirinde boladı.

19-sanlı lektsiya.

§ 19. Inertsial emes koordinatalar sistemaları

1. Kariolis tezleniwi hám Kariolis kúshi.
2. Aylanıwshı koordinatalar sistemasındaǵı inertsiya kúshleri.
3. Fuko mayatnigi.
4. Giroskoplıq kúshler.

Aylanıwshı sistemalardıń hár noqatındaǵı kóshirmeli tezlik hár qıylı mániske iye boladı. Absolyut tezlik burınǵıday kóshirmeli hám salıstırmalı tezliklerdiń qosındısınan turadı:

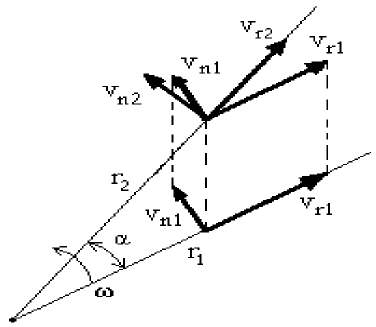
$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}'. \qquad (19\text{-}1)$$

Absolyut tezleniw bolsa bunday ápiwayı túrge iye bolmaydı.

Aylanıwshı sistemanıń bir noqatınan ekinshi noqatına kóshkende noqattıń kóshirmeli tezligi ózgeredi. Sonlıqtan hátte eger qozǵalıs barısında noqattıń salıstırmalı tezligi ózgermey qalǵan jaǵdayda da noqat kóshirmeli tezleniwden ózgeshe tezleniw aladı. ***A****ylanıwshı koordinatalar sistemaları ushın absolyut tezleniw ushın jazılǵan ańlatpada kóshirmeli hám salıstırmalı tezleniwden basqa Kariolis tezleniwi dep atalıwshı tezleniw boladı*:

$$a = a_0 + a' + a_K. \qquad (19\text{-}2)$$

a_K - Kariolis tezleniwi.



42-súwret. Koriolis tezleniwi inertsial emes sistemanıń hár qıylı noqatlarındaǵı kóshirmeli tezleniwdiń hár qıylı bolǵanlıǵınan payda boladı.

Kariolis tezleniwiniń fizikalıq mánisin túsiniw ushın aylanıw tegisligindegi qozǵalıstı qaraymız. Birinshi gezekte bizdi noqattıń radius boylap turaqlı salıstırmalı tezlik penen qozǵalıwın qaraymız. Súwrette noqattıń eki waqıt momentindegi awhalı kórsetilgen (waqıt momentleri arasındaǵı ayırma Δt). Δt waqıtı dawamında radius ΔA = ΩΔt múyeshine burıladı. Radius boyınsha tezlik v_r usı waqıt ishinde baǵıtı boyınsha ózgeredi. Al radiusqa perpendikulyar bolǵan v_n tezligi baǵıtı boyınsha da, absolyut mánisi boyınsha da ózgeriske ushıraydı. Radiusqa perpendikulyar bolǵan tezliktiń qurawshısınıń tolıq ózgerisi

$$\Delta v_n = v_{n2} - v_{nl}\cos\alpha + v_r\,\Delta\alpha = \omega r_2 - \omega r_l \cos\alpha + v_r\,\Delta\alpha \approx$$
$$\approx \omega(r_2 - r_l) + v_r\,\omega\,\Delta t = \omega\,\Delta r + v_r\,\omega\,\Delta t. \qquad (19\text{-}3)$$

Bul jerde cosα ≈ l ekenligi esapqa alınǵan.

Demek, Kariolis tezleniwi

$$a_K = \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta v_n/\Delta t) = \omega*(dr/dt) + v_r\omega = 2v_r\,\omega. \qquad (19\text{-}4)$$

Bul ańlatpa vektorlıq túrde bılayınsha jazıladı:

$$\mathbf{a}_K = 2[\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}']. \qquad (19\text{-}5)$$

v’ radius baǵıtındaǵı salıstırmalı tezlik.

Noqat radiusqa perpendikulyar baǵıtta qozǵalǵanda da $\mathbf{a}_K = 2[\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}']$ ańlatpasına iye bolamız. Al noqat aylanıw kósheri baǵıtında qozǵalǵanda hesh qanday Kariolis tezleniwi payda bolmaydı.

Aylanıwshı koordinatalar sistemasındag`ı inertsiya ku`shleri. Aylanıwshı koordinatalar sistemasındaǵı kóshirmeli tezlik penen baylanıslı bolǵan kúsh inertsiyanıń oraydan qashıwshı kúshi dep ataladı:

$$Ǵ_{o.q.} = m\omega^2 R. \qquad (19\text{-}6)$$

Bul kúsh aylanıw kósherinen vektor baǵıtı boyınsha baǵıtlanǵan.

Kariolis tezleniwi menen baylanıslı bolǵan inertsiya kúshi

$$\mathbf{G`}_K = 2m[\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}'] \qquad (19\text{-}7)$$

Kariolis kúshi dep ataladı.

Fuko mayatnigi. Kariolis kúshiniń gorizont boyınsha baǵdarlanǵan qurawshısı tásir etetuǵın mayatnikti qarayıq.

Eger mayatnik óziniń teń salmaqlıq awhalınan awıstırılǵannan keyin bosatılıp jiberilse, ol óziniń teń salmaqlıq halına qaray qozǵala baslaydı. Biraq Kariolis kúshi onı oń tárepke qaray iyteredi, sonlıqtan da ol teń salmaqlıq halına sáykes keletuǵın noqat arqalı ótpeydi. Keyin qaytarda mayatnik shep tárepke qaray awıtqıydı.

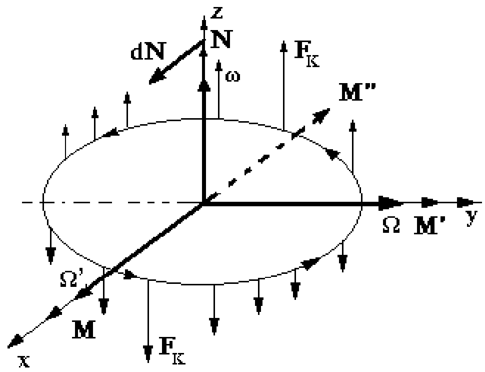
Mayatnikti basqa usıl menen de qozǵalta baslawǵa boladı. Bunda mayatnikke teń salmaqlıq halında turǵanda tezlik beriledi. Onıń qozǵalısınıń barısı ózgeredi. Oraydan qashıqlaǵanda Kariolis kúshi mayatnikke oń tárepke baǵıtlanǵan kúsh penen tásir etedi. Al keyinge qaytarda kúsh qarama-qarsı baǵıtqa ózgeredi hám usınıń saldarınan mayatnik teń salmaqlıq noqatı arqalı ótedi.

Bir terbelis dawamında mayatniktiń alatuǵın awısıwınıń kóp emes ekenligi tábiyiy. Sonlıqtan úlken awıtqıwdı mayatniktiń kóp sandaǵı terbelisleri barısında alıw múmkin.

Mayatniktiń terbelis tegisliginiń múyeshlik tezligi ω_v bolsın. Jer sharı polyusında tolıq bir aylanıw bir sutkada boladı. Al φ keńliginde 1/sinφ sutkada tolıq bir aylanadı. Al ekvatorda Fuko mayatniginiń terbelis tegisliginiń aylanıwı baqlanbaydı.

Giroskoplıq ku`shler. Endi giroskoplıq kúshler tábiyatın talqılaymız. Bul kúshler tábiyatı jaǵınan Kariolis kúshleri bolıp tabıladı.

Meyli súwrette kórsetilgendey múyeshlik tezligi z kósheri menen baǵıtlas bolǵan aylanıwshı disk berilgen bolsın. Disk massası m bolǵan materiallıq noqatlardan tursın. Diskke x kósheriniń oń mánisleri tárepine qaray baǵıtlanǵan **M** kúsh momenti túsirilsin. Usı momenttiń tásirinde disk x kósheri dógereginde bazı bir Ω‘ múyeshlik tezligi menen aylana baslaydı. Nátiyjede qozǵalıwshı noqatlarǵa $\acute{G}_K = -2m[\Omega‘, v’]$ Kariolis kúshi tásir ete baslaydı. Bul kúshler u kósheri baǵıtında kúsh momentin payda etedi. Óz gezeginde bul kúsh momenti bul kósher dógereginde diskti múyeshlik tezligi Ω bolǵan tezlik penen aylandıra baslaydı. Usınıń nátiyjesinde **N** impul`s momenti vektorı **M** vektorı baǵıtında qozǵaladı, yaǵnıy sırttan túsirilgen momenttiń tásirinde giroskoptıń kósherindey bolıp pretsessiyalıq qozǵalıs jasaydı. Sonlıqtan da ***giroskoplıq ku`shler Kariolis ku`shleri bolıp tabıladı*** dep juwmaq shıǵaramız.



43-súwret. Giroskoplıq kúshler Kariolis kúshleriniń saldarınan payda boladı.

Giroskopiyalıq kúshlerdiń payda bolıwın tolıǵıraq talqılaw ushın Kariolis kúshin esaplaymız. Súwrette qozǵalıwshı disktiń noqatlarınıń z kósheriniń oń tárepindegi tezlikleriniń tarqalıwı kórsetilgen. u kósheriniń joqarısında disktiń hár qıylı noqatlarında Kariolis kúshleri sızılmaǵa perpendikulyar hám bizge qaray baǵıtlanǵan. Al u kósherinen tómende bizden arman qaray baǵıtlanǵan. Bunnan keyin $\acute{G}_K = -2m[\Omega‘, v’]$ ekenligi esapqa alǵan halda ($v’ = \Omega r$) tómendegi ańlatpanı jazamız:

$$\acute{G}_K = 2m\Omega‘v’ \sin J = 2m\Omega‘\Omega r \sin J.$$

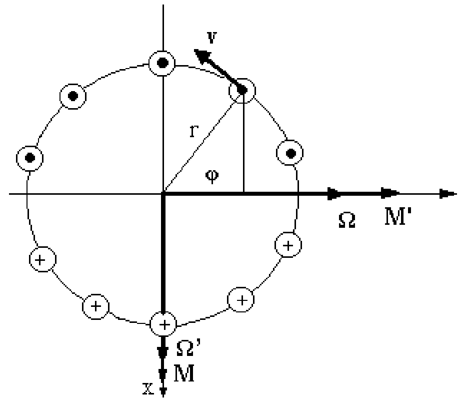
Kariolis kúshiniń u kósherine salıstırǵandaǵı momenti ushın

$$M_u’ = 2m\Omega‘\omega r^2 \sin^2 \varphi.$$

Tolıq bir aylanıw barısındaǵı $\sin^2 \varphi$ funktsiyasınıń ortasha mánisi 1/2 ekenligin esapqa alıp ($\langle \sin^2 \varphi \rangle = 1/2$)

$$\langle M_u' \rangle = m\Omega' r^2 \omega = N \Omega'.$$

Bul ańlatpada $mr^2 = I$ ekenligi esapqa alınǵan.



44-súwret. Kariolis kúshi momentin esaplawǵa.

Kariolis ku`shi inertsiya ku`shi sıyaqlı Kariolis tezleniwine qarama-qarsı bag`ıtlang`an ha`m denege ta`sir etedi.

Mu`yeshlik tezleniwdi qurawshılarg`a jiklew sol mu`yeshlik tezliktin` vektorlıq ta`biyatı menen baylanıslı.

Sorawlar: 1. Aylanıwshı inertsial emes koordinatalar sistemasında qanday inertsiya kúshleri payda boladı?
2. Kariolis kúshiniń payda bolıwına qanday faktorlar alıp keledi?
3. Kariolis kúshleri jumıs isleyme?
4. Oraydan qashıwshı kúshler jumıs isleyme?

20-sanlı lektsiya.

§ 20. Qattı deneler dinamikası

1. Anıqlamalar.
2. Múyeshlik tezlik vektor sıpatında.
3. Eyler teoreması.

Massa orayınıń qozǵalıs teńlemesi

$$m(dv/dt) = F_{sırtqı.} \qquad (20\text{-}1)$$

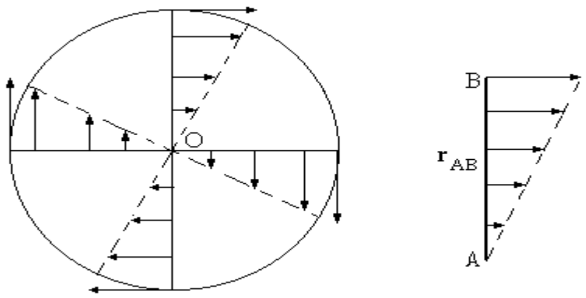
Momentler teńlemesi

$$dL/dt = M_{sırtqı} \qquad (20\text{-}2)$$

ekenligi málim.

$Ǵ_{sırtqı} = 0$ hám $M_{sırtqı} = 0$ teńlikleri qattı deneniń teń salmaqlıqta turıwınıń zárúrli bolǵan shártleri bolıp tabıladı.

Meyli qattı dene qozǵalmayluǵın kósher dógereginde aylanatuǵın bolsın. Usı denedegi tezliklerdiń noqatlar boyınsha tarqalıwın izertlew ushın aylanıw kósherine perpendikulyar bolǵan tegisliktegi tezliklerdi kórip shıqqan maqul boladı. Tezliklerdiń tarqalıwı súwrette kórsetilgen. Aylanıw kósheri ótetuǵın O noqatı qozǵalmaydı. Basqa noqatlardıń barlıǵı da O orayı átirapında aylanadı. Olardıń tezlikleri sáykes radiuslarǵa tuwra proportsional.



45-súwret.

Meyli A hám V qattı deneniń eki ıqtıyarlı túrde alınǵan noqatı bolsın. Olar arasındaǵı qashıqlıq turaqlı bolıp qaladı. Sonlıqtan $(r_V - r_A)^2$ = const. Bul ańlatpanı waqıt boyınsha differentsiallap

$$(\mathbf{r}_V - \mathbf{r}_A)(d\mathbf{r}_B/dt - d\mathbf{r}_A/dt) = 0 \text{ yamasa } \mathbf{r}_{AV}(\mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A) = 0 \qquad (20\text{-}3)$$

teńlemelerin alamız. Bul jerde $\mathbf{r}_{AV} \equiv \mathbf{AV}$.

Meyli biz qarap atırǵan waqıt momentinde tezligi nolge teń noqat bolsın. Usı noqattı A noqatı dep qabıl eteyik. Onda usı waqıt momenti ushın V noqatınıń qay jerde bolıwına qaramastan

$$\mathbf{r}_{AV}\mathbf{v}_V = 0 \qquad (20\text{-}4)$$

teńligin alamız. Eki vektordıń kóbeymesi nolge teń degen sóz olardıń óz-ara perpendikulyar ekenliginen derek beredi. Demek $\mathbf{v}_V$ orayı A bolǵan sheńberge urınba baǵıtında. Bunday jaǵday A hám V noqatların tutastırıwshı barlıq noqatlar ushın da durıs. Biz qarap atırǵan momentte A noqatı qozǵalmay turadı, al $\mathbf{v}_V$ tezliginiń shaması AV aralıǵına proportsional. Usı tiykarda bılay juwmaq shıǵaramız: *qarap atırǵan momentte denedegi tezliklerdiń tarqalıwı A noqatı arqalı ótiwshi qozǵalmaytuǵın kósher dógereginde aylanǵandaǵı jaǵdaydaǵıday boladı*. Deneniń usınday qozǵalısı *bir zamatlıq aylanıs* dep ataladı. Biz qaraǵan jaǵdayda bir zamatlıq kósher A noqatı arqalı ótedi. «*Bir zamatlıq*» sózi berilgen «*waqıt momentinde*» ekenligin bildiredi.

Bir zamatlıq kósher tek ǵana tezliklerdiń bir zamatlıq tarqalıwın úyreniw ushın qollanıladı.

Mu`yeshlik tezlik vektor sıpatında. Meyli qattı dene qozǵalmaytuǵın kósher dógereginde yamasa bir zamatlıq kósher dógereginde $\boldsymbol{\omega}$ múyeshlik tezligi menen aylanatuǵın bolsın. Usı deneniń kósherden $\mathbf{r}_\perp$ qashıqlıqta turǵan ıqtıyarlı bir M noqatın alamız. Bul noqattıń sızıqlı hám múyeshlik tezlikleri

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega}\mathbf{r}_\perp \qquad (20\text{-}5)$$

qatnası menen baylanısqan.

$$\boldsymbol{\omega} = [\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}]/\, r_\perp^2 \qquad (20\text{-}6)$$

aksial vektorı kirgizemiz.

(20-5) ten $\boldsymbol{\omega}$ vektorınıń uzınlıǵı aylanıwdıń múyeshlik tezligine teń ekenligi kelip shıǵadı. Al baǵıtı aylanıw kósheri baǵıtı menen sáykes keledi. Ulıwma

$$\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}_\perp] \qquad (20\text{-}7)$$

úsh vektorı óz-ara perpendikulyar.

$\boldsymbol{\omega}$ vektorı múyeshlik tezlik vektorı dep ataladı. Sonlıqtan múyeshlik tezlikti vektor sıpatında qaraw kerek. Onıń baǵıtı oń burǵı qaǵıydası járdeminde anıqlanadı.

(20-7)-formulaǵa qolaylıraq túr beriw múmkin. Ulıwma jaǵdayda ápiwayı matematikalıq talqılawlardan keyin

$$\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}] \qquad (20\text{-}8)$$

ekenligin kórsetiwge boladı.

Demek **ω** vektorlıq shama bolıp tabıladı. Sonlıqtan da múyeshlik tezlikler vektorları ushın barlıq geometriyalıq qatnaslar orınlanadı. Máselen eki kósher dógereginde aylanǵanda qattı denede alınǵan ıqtıyarlı M noqatı birinshi kósher dógereginde **v** = [$\boldsymbol{\omega}_1$, **r**] tezligi menen aylansın. Al ekinshi kósher dógereginde **v** = [$\boldsymbol{\omega}_2$, **r**] sızıqlı tezligi menen aylanadı. Nátiyjede

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 = [(\boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2), \mathbf{r}] \qquad (20\text{-}9)$$

tezligi menen qozǵaladı. Keyninde

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2 \qquad (20\text{-}10)$$

ekenligine iye bolamız. Demek hár qıylı múyeshlik tezlik penen bolatuǵın aylanbalı qozǵalıslar óz-ara qosıladı eken.

Eyler teoreması: *Tegis qozǵalısta qattı dene qálegen awhaldan onnan basqa awhalǵa bazı bir kósher dógeregindegi bir burıwdıń nátiyjesinde alıp keliniwi múmkin.*

Bul teoremanı talqılap *bir qozǵalmaytuǵın noqatqa iye qattı deneniń qálegen qozǵalısın usı noqat arqalı ótetuǵın bir zamatlıq kósher dógeregindegi aylanıs dep qarawǵa boladı. Waqıttıń ótiwi menen bul bir zamatlıq kósher denede de, keńislikte de orın almastıradı* degen juwmaqqa kelemiz.

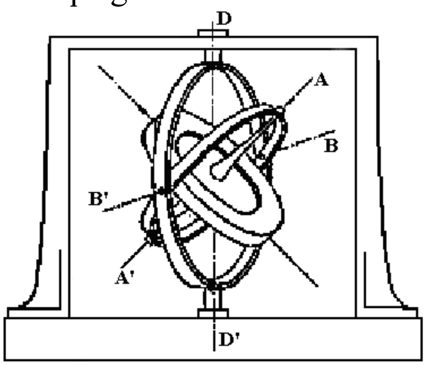
21-sanlı lektsiya.

§ 21. Giroskoplar

Aylanıp turǵan qattı deneniń aylanıw kósheri baǵıtın saqlaw qásiyeti, sonday-aq sırttan tásir túsirilgende deneniń kósheri tárepinen tirewge tásir etiwshi kúshlerdiń ózgeriwi hár qıylı texnikalıq maqsetler ushın paydalanıladı. Texnikada qollanılatuǵın joqarı tezlik penen aylanatuǵın simmetriyalı deneler ádette giroskop (zırıldawıq) dep ataladı. Kópshilik jaǵdaylarda giroskop dep aylanıw kósheri keńislikte baǵıtın ózgertetuǵın aylanıp turıwshı qattı denege aytamız (giroskop sózi aylanbalı qozǵalıstı anıqlawshı ásbap mánisin beredi). Giroskoplardıń tez aylanıwına baylanıslı bolǵan barlıq qubılıslar ***giroskoplıq qubılıslar*** dep ataladı.

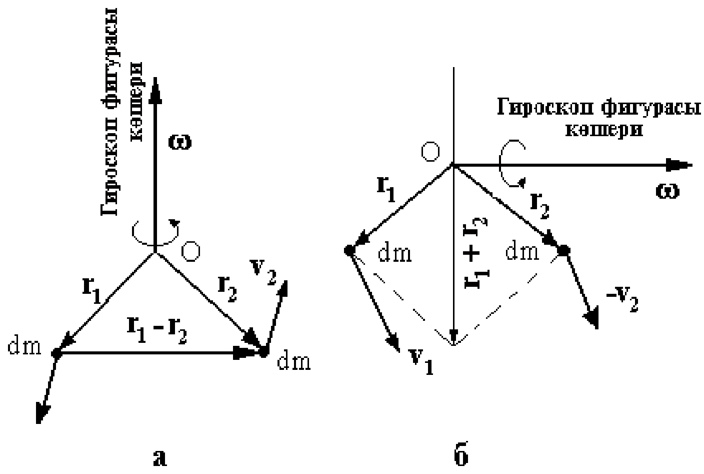
Geometriyalıq kósherge salıstırǵanda simmetriyaǵa iye giroskoplar simmetriyalıq giroskoplar dep ataladı. Bul kósherdi ***geometriyalıq ko`sher*** yamasa ***giroskop figurasının` ko`sheri*** dep ataladı. Simmetriyalıq hám simmetriyalıq emes giroskoplar teoriyası bar. Solardıń ishinde simmetriyalıq giroskoplar teoriyası ápiwayı mazmunǵa iye. Ádette giroskop figurasınıń bir noqatı bekitilgen boladı. Bul noqattı giroskoptıń súyeniw noqatı dep ataymız. Ulıwma jaǵdayda súyeniw noqatı dep atalıwı ushın qozǵalıs usı noqatqa salıstırǵanda qaralıwı kerek.

Giroskop keńislikte erkin túrde qozǵalıwı ushın *kardan asıwı* kerek (46-súwret).



46-súwret. Kardan asıwındaǵı giroskop.

Eyler teoreması boyınsha qozǵalmaytuǵın O súyewi bolǵandaǵı qozǵalısı usı noqat arqalı ótiwshi bir zamatlıq kósher dógeregidegi qozǵalıs dep qarawǵa boladı. **Ω** arqalı giroskoptıń bir zamatlıq aylanıw tezligin belgileymiz. O noqatına salıstırǵandaǵı impul`s momenti **L** arqalı belgilensin. Simmetriyalı giroskop ushın **ω** hám **L** vektorları arasındağı baylanıstı tabamız. Eger **ω** giroskop figurası kósheri bağıtında yamasa oğan perpendikulyar bolsa bul eki vektor (**L** hám **ω**) óz-ara parallel. Bul jağdaydıń durıs ekenligine ańsat túrde kóz jetkeriwge boladı. Giroskop denesin oyımızda birdey bolğan hám giroskop figurası kósherine salıstırğanda simmetriyalı jaylasqan materiallıq noqatlar juplarına bólemiz (47-a hám 47-b súwretlerde kórsetilgen). Usınday jup noqatlardıń O noqatına salıstırğandağı impul`s momenti d**L** = dm [$\mathbf{r}_l$ $\mathbf{v}_l$] + dm [$\mathbf{r}_2$ $\mathbf{v}_2$]. Bul ańlatpada dm hár bir noqat massası. Eger giroskop óz figurası kósheri dógereginde aylanatuğın bolsa (47-a súwret) $\mathbf{v}_l$ hám $\mathbf{v}_2$ tezlikleri óz ara teń hám bağıtları boyınsha qarama-qarsı. Bul jağdayda d**L** = dm [$\mathbf{v}_2$ ($\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_l$)]. $\mathbf{v}_2$ hám ($\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_l$) vektorları aylanıw kósherine perpendikulyar. Sonlıqtan d**L** vektorı hám sonıń menen birge giroskoptıń óziniń impul`s momenti **L** aylanıw kósheriniń bağıtı menen bağıtlas. Shaması boyınsha **L** aylanıw kósherine salıstırğandağı impul`s momentine teń. Sonlıqtan **L** = $I_{||}$**ω**, bul jerde $I_{||}$ giroskoptıń figurası kósherine salıstırğandağı inertsiya momenti. Eger giroskop óz figurası kósherine perpendikulyar kósher dógereginde aylanatuğın bolsa (47-b súwret) $\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_l$, sonlıqtan d**L** = dm [$\mathbf{v}_l$ ($\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_l$)]. Bul jerde d**L** menen **L** diń aylanıw kósheri boyınsha bağıtlanğanlığı kórinip tur. Qala berse **L** = $I_\perp$**ω**, $I_\perp$ giroskoptıń figurasına perpendikulyar kó-sherge salıstırğandağı inertsiya momenti.



47-súwret. Giroskop figurası kósheri.

Al giroskop figurası ıqtıyarlı kósher dógereginde aylanatuğın bolsa **ω** vektorın giroskop kósherine parallel bolğan $\boldsymbol{\omega}_{||}$ hám perpendikulyar $\boldsymbol{\omega}_\perp$ bolğan eki qurawshığa jikleymiz (47-súwrette kórsetilgen). Anıqlama boyınsha impul`s momenti giroskoptı qurawshı materiallıq noqatlardıń sızıqlı tezlikleri arqalı ańlatıladı. Óz gezeginde bul tezlikler giroskoptıń hámme noqatlarında birdey mániske iye bolğan múyeshlik tezlik vektorı **ω** arqalı esaplanadı. Demek **L** vektorı **ω** vektorı járdeminde anıqlanadı eken. Olay bolsa L = L(**ω**) = L($\boldsymbol{\omega}_{||}$ + $\boldsymbol{\omega}_\perp$) dep jazamız. L($\boldsymbol{\omega}_\perp$) = $I_\perp$ $\boldsymbol{\omega}_\perp$, L($\boldsymbol{\omega}_{||}$) = $I_{||}\boldsymbol{\omega}_{||}$. Nátiyjede

$$L = I_\perp\boldsymbol{\omega}_\perp + I_{||}\boldsymbol{\omega}_{||} \qquad (21\text{-}1)$$

teńligin alamız.

Biz giroskoptıń kinetikalıq energiyası ushın

$$K = \frac{1}{2}(I_\perp\boldsymbol{\omega}_\perp^2 + I_{||}\boldsymbol{\omega}_{||}^2) = \frac{1}{2}(L_\perp^2/I_\perp + L_{||}^2/I_{||}) \qquad (21\text{-}2)$$

Demek ***simmetriyalıq giroskoptın` kinetikalıq energiyası eki aylanıwdın` kinetikalıq energiyalarının` qosındısınan turadı: birinshi aylanıs figura ko`sheri do`gereginde, ekinshisi og`an perpendikulyar ko`sher do`gereginde boladı.***

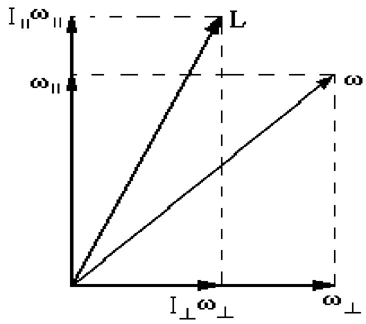
Giroskop teoriyası tolığı menen momentler teńlemesine tiykarlanğan:

$$\dot{L} = \mathbf{M}. \quad (21\text{-}3)$$

Qala berse L hám M momentleri giroskoptıń súyenishi O ǵa salıstırǵanda alınadı. Eger sırtqı kúshler momenti **M** = 0 bolsa giroskop *erkin giroskop* dep ataladı. Erkin giroskop ushın

$$L = I_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp} + I_{||}\boldsymbol{\omega}_{||} = sonst. \quad (21\text{-}4)$$

Bul teńleme giroskop impul`sı momentiniń saqlanıwın beredi.



48-súwret.

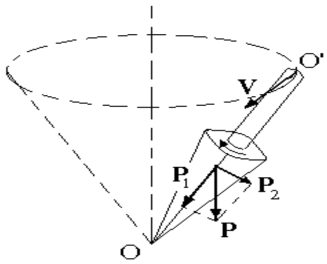
Bul teńlemege energiyanıń saqlanıw nızamın baylanıstırıw kerek:

$$K = \frac{1}{2}(I_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp}^2 + I_{||}\boldsymbol{\omega}_{||}^2) = const. \quad (21\text{-}5)$$

Eger $L = I_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp} + I_{||}\boldsymbol{\omega}_{||}$ = sonst teńlemesi kvadratqa kótersek

$$I_{\perp}^2\boldsymbol{\omega}_{\perp}^2 + I_{||}^2\boldsymbol{\omega}_{||}^2 = sonst \quad (21\text{-}6)$$

teńlemesi alamız.



49-súwret. Giroskoptıń pretsessiyası.

Demek giroskop qozǵalǵanda $\boldsymbol{\omega}_{\perp}$ hám $\boldsymbol{\omega}_{||}$ *vektorlarınıń uzınlıqları turaqlı bolıp* qaladı eken. *Sonıń menen birge impul`s momentiniń eki qurawshıları da turaqlı bolıp qaladı*: $L_{\perp} = I_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp}$ hám $L_{||} = I_{||}\boldsymbol{\omega}_{||}$. Demek **L** hám **ω** *vektorları arasındaǵı múyeshler de turaqlı bolıp qaladı*. $L_{\perp}$ hám $L_{||}$ lardıń *turaqlı bolıp qalatuǵınlıǵınan* **L** *vektorı menen giroskop figurası kósheri arasındaǵı múyeshtiń turaqlı bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı*. Giroskop figurasınıń kósheri bir zamatlıq kósher dógereginde **ω** múyeshlik tezligi menen aylanıs jasaydı. **L** hám **ω** vektorlarınıń giroskop figurası menen bir tegislikte jatatuǵınlıǵın kórip edik. **L** vektorı keńislikte óziniń baǵıtın ózgertpeytuǵınlıǵına baylanıslı bir zamatlıq aylanıw kósheri sol kósherdiń dógereginde **ω** múyeshlik tezligi menen aylanıwı shárt. Usılardıń barlıǵı da tómendegi nátiyjelerge alıp keledi:

Hár bir waqıt momentindegi erkin giroskoptıń aylanıwı súyeniw noqatı arqalı ótiwshi bir zamatlıq kósher dógereginde aylanıw bolıp tabıladı. Waqıttıń ótiwi menen bir zamatlıq kósher hám **L** *vektorı denedegi ornın ózgertedi jáne giroskop figurası kósheri dógereginde* **ω** *múyeshlik tezligi menen konuslıq bet sızadı. Keńisliktegi* **L** *vektorınıń baǵıtı turaqlı bolıp qaladı. Giroskop figurasınıń kósheri hám bir zamatlıq kósher usı baǵıt dógereginde sol múye-*

shlik tezlik penen teń ólshemli qozǵaladı. Usınday qozǵalıs *giroskoptıń pretsessiyası* dep ataladı.

Ádettegi zırıldawıq qozǵalǵandaǵı baqlanatuǵın pretsessiya súwrette kórsetilgen. Zırıldawıq eńkeyip aylanǵanda awırlıq kúshiniń $\mathbf{R}_2$ qurawshısı kósherdi kóbirek eńkeytiwge tırısadı. Biraq giroskoplıq effekt nátiyjesinde OO' kósheri **V** strelkası járdeminde kórsetilgen perpendikulyar baǵıt boyınsha awıtqıydı hám giroskop qozǵalǵanda (pretsessiyalanǵanda) onıń kósheri konuslıq bet penen qozǵaladı. Pretsessiya nátiyjesinde zırıldawıq qulamaydı.

Pretsessiyanıń múyeshlik tezligi Ω bılay anıqlanadı:

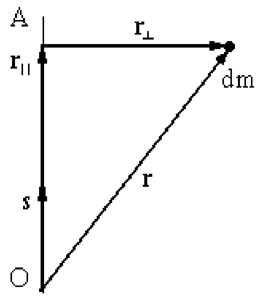
$$\Omega = M/L.$$

Bul ańlatpadaǵı L - giroskoptıń impul`s momenti, M súyeniw noqatına salıstırǵandaǵı salmaq kúshi momenti.

22-sanlı lektsiya.

§ 22. Inertsiya tenzorı ha`m ellipsoidı

Bazı bir ıqtıyarlı OA kósherine salıstırǵandaǵı qattı deneniń inertsiya momenti 8 di esaplaymız (sızılmadan paydalanamız). Kósher koordinata bası O arqalı ótedi dep esaplaymız. Koordinatalardı x, y, z yamasa x_1, x_2 hám x_3 dep belgileymiz (eki túrli bolıp belgilew sebebi keyinirek málim boladı). Sonlıqtan



50-súwret.

$$x_1 \equiv x,\ x_2 \equiv y,\ \ x_3 \equiv z.$$

dm massalı deneniń radius-vektorı eki qurawshıǵa jikleymiz. Sonda

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_\perp + \mathbf{r}_{||}. \quad (22\text{-}1)$$

Inertsiya momentiniń anıqlaması boyınsha

$$\mathbf{I} = \int r_\perp dm = \int (r^2 - r_{||}^2) dm. \quad (22\text{-}2)$$

s OA baǵıtındaǵı birlik vektor. Sonlıqtan

$\mathbf{r}_{||} = (\mathbf{r}\ \mathbf{s}) = x\mathbf{s}_x + y\mathbf{s}_y + z\mathbf{s}_z$.

Bunnan basqa

$\mathbf{r}^2 = x^2 + y^2 + z^2$. Bul jaǵdaydı hám $xs_x^2 + ys_y^2 + zs_z^2 = 1$ ekenligin esapqa alıp

$$I = I_{xx}s_x^2 + I_{yy}s_y^2 + I_{zz}s_z^2 + 2I_{xy}s_xs_y + 2I_{xz}s_xs_z + 2I_{yz}s_ys_z. \quad (22\text{-}3)$$

Bul jerde I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}, $I_{xy} \equiv I_{yx}$, $I_{yz} \equiv I_{zy}$, $I_{zx} \equiv I_{xz}$ turaqlı shamalar bolıp, tómendegishe anıqlanadı:

$$I_{xx} = \int (y^2 + z^2) dm,$$

$$I_{yy} = \int (z^2 + x^2) dm,$$

$$I_{zz} = \int (x^2 + y^2)dm,$$

$$I_{xy} \equiv I_{yx} = \int xy\,dm,$$

$$I_{yz} \equiv I_{zy} = \int yz\,dm,$$

(22-4)

$$I_{zx} \equiv I_{xz} = \int xz\,dm.$$

Bul alıńgan shamalar ushın basqasha belgilew qollanamız, mısalı $I_{xy} = I_{l2}$ h.t.b. Sonda alıńgan toǵız shama inertsiya momenti tenzorın payda etedi:

$$\begin{matrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{matrix} \qquad (22\text{-}5)$$

Bul tenzor deneniń O noqatına salıstırǵandaǵı inertsiya tenzorı dep ataladı. Bul tenzor simmetriyalı, yaǵnıy $I_{ij} = I_{ji}$. Sonlıqtan da ol altı qurawshısı járdeminde tolıǵı menen anıqlanadı.

(22-5) formulasın geometriyalıq jaqtan súwretlew múmkin. Eger de koordinata kósherlerin júrgizip, kósherlerge $r = l/(I)^{l/2}$ mánislerin qoysaq *inertsiya ellipsoidı* dep atalıwshı figuranı alamız.

23-sanlı lektsiya.

§ 23. O`zgermeli massalı denelerdin` qozg`alısı

1. Reaktiv qozǵalıs.
2. Mesherskiy teńlemesi.
3. Tsiolkovskiy formulası.
4. Xarakteristikalıq tezlik.
5. Relyativistlik raketalar.

**Reaktiv qozg`alıs**. Reaktiv dvigatelde janar maydıń janıp atlıǵıp shıǵıwınıń nátiyjesinde tartıw kúshi payda boladı. Bul kúsh reaktsiya kúshi sıpatında Ńyuton nızamı boyınsha payda boladı. Sonlıqtan payda bolǵan kúshti reaktiv kúsh, al dvigateldi reaktiv dvigatel` dep ataymız. Sonı atap ótiw kerek, *tartıw payda etetuǵın qálegen dvigatel` mánisi boyınsha reaktiv dvigatel` bolıp tabıladı*. Mısalı ápiwayı párrigi bar samolettıń tartıw kúshi de reaktiv kúsh. Bunday samolettıń tartıw kúshi párrikler tárepinen artqı tárepke hawa massasın iyterilgende payda bolatuǵın kúshke teń.

Biraq raketanıń reaktiv qozǵalısı menen basqa denelerdiń qozǵalısı arasında úlken ayırma bar. Raketa janıw produktlarınıń atılıp shıǵıwınan alǵa qaray iyteriledi. Sonıń menen birge janbastan burın bul produktlardıń massası raketanıń ulıwmalıq massasına kiretuǵın edi. Basqa mısallarda bunday jaǵday bolmaydı. Párrik tárepinen artqa iyterilgen hawa massası samolettıń massasına kirmeydi. Sonlıqtan da reaktiv qozǵalıs haqqında gáp bolǵanda reaktiv dvigatelde bolatuǵın jaǵday názerde tutıladı. Bul ózgermeli massaǵa iye deneniń qozǵalısınıń dıqqatqa alınatuǵınlıǵın, sonıń menen birge tartıw kúshi raketanıń ózine tiyisli bolǵan zatlardıń janıwınan payda bolatuǵınlıǵınan derek beredi.

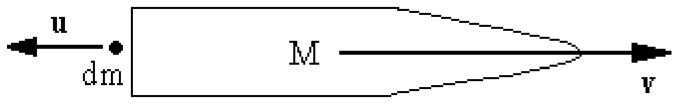
**Meshеrskiy ten`lemesi**. Ńyutonnıń úshinshi nızamınıń eń ulıwma túrdegi ańlatpası impul`stıń saqlanıw nızamı bolıp tabıladı.

Meyli t = 0 waqıt momentinde M(t) massasına iye hám v tezligi menen qozǵalatuǵın raketa tezligi **u** bolǵan dM’ massasın shıǵarǵan bolsın. M hám dM’ massaları relyativistlik massalar bolıp tabıladı, al tezlikler v hám u inertsial esaplaw sistemasına qarata alınadı.

Massanıń saqlanıw nızamı tómendegidey túrge iye:

$$dM + dM' = 0. \qquad (23\text{-l})$$

dM <0 ekenligi anıq, sebebi raketanıń massası kemeyedi. t waqıt momentinde sistemanıń tolıq impul`sı M**v** ǵa teń, al (t + dt) waqıt momentinde impul`s (M + dM)(v + dv) + u dM’ shamasına teń. Sonlıqtan berilgen jabıq sistema ushın impul`stıń saqlanıw nızamı



51-súwret. Raketadaǵı reaktivlik kúshlerdiń payda bolıwın túsindiretuǵın súwret.

$$(M + dM)(v + dv) + u\,dM' = Mv. \qquad (23\text{-}2)$$

túrinde jazıladı. Bul jerden dv dM kishi mániske teń dep esaplanıp

$$M\,dv + v\,dM + u\,dM' = 0 \qquad (23\text{-}3)$$

teńligin shıǵarıw múmkin.

dM + dM’ = 0 ekenligin esapqa alıp qozǵalıs teńlemesin shıǵaramız:

$$\frac{d}{dt}(Mv) = u\frac{dM}{dt}. \qquad (23\text{-}4)$$

Bul teńleme relyativistlik hám relyativistlik jaǵdaylar ushın durıs boladı.

Kishi tezlikler jaǵdayında klassikalıq mexanikanıń tezliklerdi qosıw formulasınan paydalanamız

$$u = u' + v, \qquad (23\text{-}5)$$

bul jerde u’ raketaǵa salıstırǵandaǵı atılıp shıqqan massa. (23-5) ti ρ ke qoyamız hám (23-4) tiń shep tárepin waqıt boyınsha differentsiallap

$$M\frac{dv}{dt} = (u - v)\frac{dM}{dt} = u'\frac{dM}{dt}. \qquad (23\text{-}6)$$

Bul teńleme sırttan kúshler tásir etpegen hám relyativistlik emes jaǵdaylar ushın Mesherskiy teńlemesi dep ataladı.

Eger raketaǵa sırttan kúsh túsetuǵın bolsa (23-6)-teńleme tómendegidey túrge iye boladı:

$$M\frac{dv}{dt} = F + u'\frac{dM}{dt}. \qquad (23\text{-}7)$$

Hár sekund sayın sarplanatuǵın janırǵınıń massasın μ arqalı belgileymiz. $\mu = -\frac{dM}{dt}.$ Sonlıqtan Mesherskiy teńlemesin bılay kóshirip jazıwǵa boladı:

$$M\frac{dv}{dt} = F - \mu u'. \qquad (23\text{-}8)$$

μu’ reaktiv kúshke sáykes keledi. Eger u’ v ǵa qarama-qarsı bolsa raketa tezlenedi.

Tsiolkovskiy formulası. Tuwrı sızıqlı qozǵalıstaǵı raketanıń tezleniwin qaraymız. Raketa tárepinen atıp shıǵarılatuǵın gazlerdiń tezligi turaqlı dep esaplaymız. (23-6)-teńleme bılay jazıladı:

$$M\frac{dv}{dt}=-u'\frac{dM}{dt}. \qquad (23\text{-}9)$$

Bul formuladaǵı minus belgisi v menen u’ tezlikleriniń qarama-qarsı ekenliginen kelip shıqqan. v_0 hám M_0 arqalı tezleniw almastan burıngı raketanıń tezligi menen massası belgilengen bolsın. Bul jaǵdayda (23-9) dı bılay jazıp

$$\frac{dM}{M}=-\frac{dv}{u'} \qquad (23\text{-}10)$$

hám integrallap

$$\ln M-\ln M_0=-\frac{v-v_0}{u'} \qquad (23\text{-}11)$$

teńligin alamız. Bul Tsiolkovskiy formulası bolıp tabıladı hám kóbinese tómendegidey túrlerde jazadı:

$$v-v_0=u'\ln\frac{M_0}{M}, \qquad (23\text{-}12a)$$

$$M=M_0\exp\left(-\frac{v-v_0}{u'}\right). \qquad (23\text{-}12b)$$

(23-12a) raketanıń massası M_0 den M ge shekem azayǵanda tezliginiń qansha ósim alatuǵınlıǵın kórsetedi. Al (23-12b) tezligi v_0 den v ǵa shekem kóterilgende raketanıń massasınıń qansha bolatuǵınlıǵın beredi.

Qanday jaǵdayda eń kishi janılǵı járdeminde úlken tezlik alıw mashqalası áhmiyetli másele bolıp tabıladı. (23-12a) dan *bunıń ushın gazlerdiń raketadan atılıp shıǵıw tezligin* (u’) *kóbeytiw arqalı ámelge asırıwǵa bolatuǵınlıǵın kórsetedi*.

Xarakteristikalıq tezlik. Raketanıń Jerdi taslap ketiwi ushın ll.5 km/s tezlik beriw kerek (ekinshi kosmoslıq yamasa parabolalıq tezlik). Keyingi formulalardaǵı raketanıń massasınıń qansha bóleginiń kosmos keńligine ushıp ketetuǵınlıǵın esaplaw múmkin. u’ ≈ 4 km/s bolǵan jaǵdayda M ≈ M_0 exr (-3) ≈ M_0/22. Demek ekinshi kosmoslıq tezlik alaman degenshe raketanıń dáslepki massasınıń shama menen 4 protsenti ǵana qaladı eken. Al haqıyqatında da raketa biz esaplaǵan jaǵdaydan ásterek tezlenedi. Bul situatsiyanı quramalastıradı, sebebi janılǵınıń sarıplanıwı artadı. Sonlıqtan janılǵı janatuǵın waqıttı múmkin bolǵanınsha kishireytedi. Bul óz gezeginde raketaǵa túsetuǵın salmaqtıń artıwına alıp keledi. Nátiyjede hár bir raketa ushın tezleniw ózgeshelikleri saylap alınadı.

Kosmos keńisliginen Jerge qaytıp kelgende tezlikti 11.5 km/s tan nolge shekem kemeytiwge tuwra keledi. Usı maqsette dvigateller iske túsiriledi. Bul Jerge qaytıp keliw ushın xarakteristikalıq tezlik bolıp tabıladı. Sonlıqtan Jerden sırtqa shıǵıp ketiw, keyninen qaytıp keliw ushın xarakteristikalıq tezlik shama menen 23 km/s ke teń. Bul jaǵdayda (23-l2b)-formuladan M ≈ M_0 exr (-6) ≈ M_0/500 (demek dáslepki massanıń l/500 bólegi qaytıp keledi).

Ay ushın xarakteristikalıq tezlik 5 km/s. Al Ayǵa ushın hám Jerge qaytıp keliw ushın 28 km/s. Bunday jaǵdayda raketanıń tek 1/1500 ǵana massası qaytıp keledi.

Relyativistlik raketalar.

$$M=\frac{M'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (23\text{-}13)$$

M’ - raketanıń tınıshlıqtaǵı ózgermeli massası. (4) tiń ornına

$$\frac{d}{dt}\frac{M'v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=u\frac{d}{dt}\frac{M'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (23\text{-}14)$$

Bul teńlemeni (23-6) teńleme túrine keltiremiz. Bul maqsette shep tárepin t boyınsha differentsiallaymız hám v ǵa proportsional bolǵan aǵzalardıń birin oń tárepke ótkeremiz:

$$\frac{M'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} * \frac{dv}{dt} = (u-v)\frac{d}{dt}\frac{M'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (23\text{-}15)$$

Bul teńleme (23-6)-teńlemege sáykes keledi. Bul jerde ayırma tek $M = \frac{M'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ ǵárezliliginiń qosılǵanlıǵınan ibarat. Biraq (**u-v**) ayırması raketaǵa salıstırǵandaǵı gazdiń atılıp shıǵıw tezligi emes. Sonlıqtan da relyativistlik jaǵdayda tezliklerdi qosıwdıń sáykes formulasınan paydalanıw kerek.

Bazı bir sistemanı ta`riplewshi bir birinen g`a`rezsiz bolg`an o`zgeriwshiler sanı usı sistemanın` erkinlik da`rejesine ten` bolıwı kerek. Sonlıqtan absolyut qattı denenin` qozg`alısın ta`riplewimiz ushın altı g`a`reziz o`zgeriwshi kerek. Olardın` ma`nislerin anıqlaw ushın bir birinen g`a`rezsiz bolg`an altı qozg`alıs ten`lemesi kerek boladı.

Sorawlar:

1. Eger ishinde suwı bar shelektiń tómeninen tesik tessek usı shelekten tómen qaray suw aǵa baslaydı. Suwı bar ıdısqa aǵıp atırǵan suw tárepinen reaktiv kúsh túseme? Kúsh túsedi dep tastıyıqlawdıń qáte ekenligin túsindirińiz.
2. Reaktiv dvigatel`diń tartıw kúshi qanday faktorlarǵa baylanıslı boladı?
3. Kosmoslıq ushıwdıń xarakteristikalıq tezligi degenimiz ne?

24-sanlı lektsiya.

§ 24. Awırlıq maydanındag`ı qozg`alıs

1. Kepler nızamları.
2. Kepler nızamları tiykarında pútkil dúńyalıq tartılıs nızamın keltirip shıǵarıw.
3. Gravitatsiya turaqlısınıń sanlıq mánisin anıqlaw boyınsha islengen jumıslar.
4. Erkin túsiw tezleniwin esaplaw.
5. Orbitaları ellips, parabola hám giperbola tárizli bolǵan qozǵalıslar shártleri.
6. Orbitalardıń parametrlerin esaplaw.
7. Kosmoslıq tezlikler.
8. Shar tárizli deneniń gravitatsiyalıq energiyası.
9. Gravitatsiyalıq radius.
10. Álemniń ólshemleri.
11. Álemniń kritikalıq tıǵızlıǵın esaplaw.
12. Máseleler.

Daniya astronomı Tixo Brageniń (1546-1601) kóp jıllıq baqlawlarınıń nátiyjelerin talqılaw nátiyjesinde Kepler (1571-1630) planetalar qozǵalısınıń emperikalıq úsh nızamın ashtı. Bul nızamlar tómendegidey mazmunǵa iye:

1) *hár bir planeta ellips boyınsha qozǵaladı, ellipstiń bir fokusında Quyash jaylasadı;*

2) *planeta radius-vektorı teńdey waqıtlar aralıǵında birdey maydanlardı basıp ótedi;*

3) *planetalardıń Quyash dógeregin aylanıp shıǵıw dáwirleriniń kvadratlarınıń qatnasları ellips tárizli orbitalardıń úlken yarım kósherleriniń kublarınıń qatnaslarınday boladı.*

Birinshi eki nızam Kepler tárepinen 1609-jılı, úshinshisi 1619-jılı járiyalandı. Bul nızamlar Ńyuton tárepinen pútkil dúńyalıq tartılıs nazımınıń ashılıwına alıp keldi.

Keplerdiń birinshi nızamınan planeta traektoriyasınıń tegis ekenligi kelip shıǵadı. Materiallıq noqattıń impul`s momenti menen sektorlıq tezligi arasındaǵı baylanıstan planetanı tuyıq orbita boyınsha qozǵalıwǵa májbúrleytuǵın kúshtiń Quyashqa qarap baǵıtlanǵanlıǵı kelip shıǵadı. Endi usı kúshtiń Quyash penen planeta arasındaǵı qashıqlıqqa baylanıslı qalay ózgeretuǵınlıǵın hám planetanıń massasına qanday ǵárezli ekenligi anıqlawımız kerek. Ápiwayılıq ushın planeta ellips boyınsha emes, al orayında Quyash jaylasqan sheńber boyınsha qozǵaladı dep esaplayıq. Quyash sistemasındaǵı planetalar ushın bunday etip ápiwayılastırıw úlken qáteliklerge alıp kelmeydi. Planetalardıń ellips tárizli orbitalarınıń sheńberden ayırması júdá kem. Usınday **r** radiuslı sheńber tárizli orbita boyınsha teń ólshewli qozǵalǵandaǵı planetanıń tezleniwi

$$a_r = -\omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r \qquad (24\text{-}1)$$

formulası menen anıqlanadı. Sheńber tárizli orbitalar boyınsha qozǵalıwshı planetalar ushın Keplerdiń úshinshi nızamı bılay jazıladı

$$T_1^2 : T_2^2 : T_3^2 ... = r_1^3 : r_2^3 : r_3^3 ... \qquad (24\text{-}2)$$

Yamasa $r^3/T^2 = K$, bul formuladaǵı K Quyash sistemasındaǵı barlıq planetalar ushın birdey bolǵan turaqlı san hám *Kepler turaqlısı* dep ataladı. Ellips tárizli orbitalar parametrleri arqalı bul turaqlı bılay esaplanadı:

$$K = \frac{a^3}{T^2}, \qquad (24\text{-}3)$$

bul ańlatpadaǵı a - orbitanıń úlken yarım kósheri.

T nı K hám r ler arqalı ańlatıp sheńber tárizli orbita boyınsha qozǵalıwǵa sáykes tezleniwdi bılay tabamız:

$$a_r = -\omega^2 r = -\frac{4\pi^2}{T^2} r = -\frac{4\pi^2}{r^2} K. \qquad (24\text{-}4)$$

Olay bolsa planetaǵa tásir etiwshi kúsh

$$F = -\frac{4\pi^2}{r^2} Km \qquad (24\text{-}5)$$

ge teń. Bul jerde m - planetanıń massası.

Biz Quyash dógereginde sheńber tárizli orbita boyınsha aylanıwshı eki planetanıń tezleniwiniń Quyashqa shekemgi aralıqqa keri proportsional ózgeretuǵınlıǵın dálilledik. Biraq Quyash dógereginde ellips tárizli orbita boyınsha qozǵalatuǵın bir planeta ushın bul jaǵdaydı dálillegenimiz joq. Bul jaǵdaydı dálillew ushın sheńber tárizli orbitalardan ellips tárizli orbitalardı izertlewge ótiw kerek hám sol máseleni keyinirek sheshemiz.

Joqarıdaǵı formuladaǵı $4\pi^2K$ proportsionallıq koeffitsienti barlıq planetalar ushın birdey, sonlıqtan da ol planetalardıń massasına baylanıslı bolıwı múmkin emes. Bul koeffitsient planetalardı orbitalar boyınsha qozǵalıwǵa májbúrleytuǵın Quyashtı táripleytuǵın fizikalıq parametrlerge baylanıslı bolıwı múmkin. Biraq óz-ara tásir etisiwde *Quyash hám planeta birdey huqıqqa iye deneler* sıpatında orın iyelewi shárt. Olar arasındaǵı ayırmashılıq tek *sanlıq jaqtan* bolıwı múmkin. Al Quyash penen planetalar tek massaları menen parqlanadı. Tásirlesiw kúshi planetanıń massası m ge proportsional bolǵanlıǵı ushın bul kúsh Quyashtıń massası M ge de proportsional bolıwı lazım (yaǵnıy $4\pi^2K=GM$). Sonlıqtan kúsh ushın

$$F = G\frac{Mm}{r^2} \qquad (24\text{-}6)$$

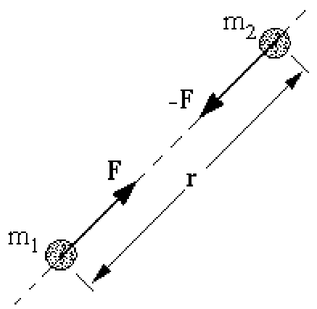
formulasın jaza alamız. Bul formuladaǵı G Quyashtıń massasına da, planetalardıń massasına da ǵárezsiz bolǵan jańa turaqlı. Alınǵan formulalardı óz-ara salıstırıw arqalı Kepler turaqlısı ushın

$$K \equiv \frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \qquad (24\text{-}7)$$

ańlatpasın alamız.

Quyash hám planetalar bir birinen tek sanlıq jaqtan - massaları boyınsha parqlanadı. Sonlıqtan planetalar, basqa da deneler arasında da óz-ara tartısıw orın aladı dep boljaw tábiyiy nárse. Bunday boljawdı birinshi ret Ńyuton usındı hám keyinirek tájiriybede dálillendi. Ńyuton mazmunı tómendegidey bolǵan pútkil dúńyalıq tartılıs nızamın usındı: *qálegen eki dene (materiallıq noqatlar) bir birine massalarınıń kóbeymesine tuwra proportsional, aralıqlarınıń kvadratına keri proportsional kúsh penen tartısadı*. Bunday kúshler *gravitatsiyalıq kúshler* yamasa *pútkil dúńyalıq tartılıs kúshleri* dep ataladı. Joqarıdaǵı formulaǵa kiriwshi G proportsionlallıq koeffitsienti barlıq deneler ushın birdey mániske iye. Bunday mániste bul koeffitsient universal turaqlı bolıp tabıladı. Haqıyqatında da *gravitatsiya turaqlısı* dep atalatuǵın dúńyalıq turaqlılır qatarına kiredi.

Joqarıda keltirilip shıǵarılǵan pútkil dúńyalıq tartılıs nızamında óz-ara tásirlesiwshi deneler noqatlıq dep qaraladı. Fizikalıq jaqtan bul denelerdiń ólshemlerine salıstırǵanda olar arasındaǵı qashıqlıq ádewir úlken degendi ańlatadı. Usı jerde «ádewir úlken» sózi fizikanıń barlıq bólimlerindegidey salıstırmalı túrde qollanılǵan. Usınday salıstırıw Quyash penen planetalardıń ólshemleri menen ara qashıqlıqları ushın durıs keledi. Biraq, mısalı, ólshemleri 10 sm, ara qashıqlıǵı 20 sm bolǵan deneler ushın bunday salıstırıw kelispeydi. Onday denelerdi noqatlıq dep qaray almaymız. Bul jaǵdayda sol denelerdiń hár birin oyımızda kólemi sheksiz kishi bolǵan bóleklerge bólip, sol bólekler arasındaǵı gravitatsiyalıq tásir etisiw kúshlerin esaplap, keyin bul kúshlerdi geometriyalıq qosıw (integrallaw) kerek. Materiallıq deneniń sheksiz kishi bólimi materiallıq noqat sıpatında qaralıwı múmkin. Bunday esaplawlardıń tiykarında *gravitatsiyalıq maydanlardı superpozitsiyalaw printsipi* turadı. Bul printsip boyınsha qanday da bir massa tárepinen qozdırılǵan gravitatsiya maydanı basqa da massalardıń bolıw-bolmawına ǵárezli emes. Bunnan basqa *bir neshe deneler tárepinen payda etilgen gravitatsiyalıq maydan olardıń hár biri tárepinen payda etilgen maydanlardıń geometriyalıq qosındısına teń*. Bul printsip tájiriybeni ulıwmalastırıwdıń nátiyjesinen kelip shıqqan.



52-súwret. Eki dene arasındaǵı tartılıs kúshleri baǵıtın kórsetetuǵın súwret

Superpozitsiya printsipin paydalanıw arqalı *eki bir tekli sharlardıń massaları olardıń oraylarında jaylasatuǵın bolǵan jaǵdaydaǵıday tásir etisetuǵınlıǵın* ańsat dálillewge boladı.

Ńyuton dáwirinde pútkil dúńyalıq tartısıw nızamı tek ǵana astronomiyalıq baqlawlar járdeminde tastıyıqlandı. Bul nızamnıń Jer betindegi deneler ushın da durıs ekenligi, sonday-aq gravitatsiya turaqlısınıń mánisi juwıq túrde 1798-jılı G.Kavendish (1731-1810) tárepinen dálillendi hám anıqlandı.

Kevendish tájiriybesiniń sxeması tómendegi súwrette kórsetilgen.

Gorozont bağıtında qoyılǵan A sterjeniniń ushlarına hár qaysısınıń massası 158 kg bolǵan M_1 hám v_2 qorǵasın sharları ildirilgen. V noqatında jińishke S sımına uzınlıǵı 1 bolǵan sterjeń bekitilgen. Sterjenniń ushlarına massaları m_1 hám m_2 bolǵan qorǵasın sharları ildirilgen. bul sharlardıń hár qaysısınıń massası Kevendish tájiriybesinde 730 gramnan bolǵan. A sterjenin burıw arqalı úlken sharlardı kishi sharlarǵa jaqınlastırǵanda M_1 hám m_1 jáne M_2 hám m_2 sharları tartısıp uzınlıǵı 1 bolǵan sterjeń burıladı. Bunday jaǵdayda S sımınıń serpimlilik qásiyetlerin bile otırıp tartılıs kúshlerin ólshewge boladı hám gravitatsiya turaqlısı G nıń mánisin esaplawǵa boladı. Nátiyjede Kevendish

$$G = 6.685*10^{-8}\ sm^3/(g*s^2)$$

shamasın alǵan. Bul shama házirgi waqıtları qabıl etilgen mánisinen az parqlanadı.

Gravitatsiya turaqlısınıń mánisin ólshewdiń basqa usılı 1878-jılı Jolli (1809-1880) tárepinen usınıldı.

Gravitatsiya turaqlısınıń házirgi waqıtları alınǵan mánisi (2000-jıl, Physics News Update, Number 478, Internettegi adres http://www.hep.net/documents/ newsletters/pnu/):

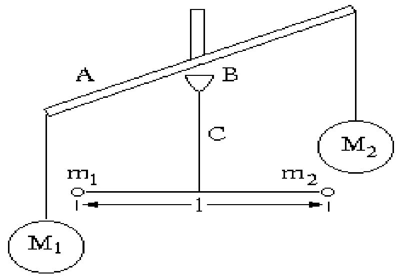
$$G = 6.67390*10^{-8}\ sm^3*g^{-1}*s^{-2} \quad \text{(0.0014 protsent qátelik penen anıqlanǵan)}$$

Bul ańlatpadan gravitatsiya turaqlısınıń mánisiniń oǵada kishi ekenligi kórinip tur. Hár qaysısınıń massası 1 kg bolǵan bir birinen 1 m qashıqlıqta turǵan eki dene $F = 6.6739*10^{-11}$ N $= 6.6739*10^{-6}$ dina kúsh penen tartısadı.

Gravitatsiyalıq tartısıw kúshin elektr maydanındaǵı tásirlesiw menen salıstırayıq. Mısal ushın eki elektrondı alıp qaraymız. Massası $m = 9.1 * 10^{-28}\ g = 9.1*10^{-31}$ kg. Zaryadı $e = -4.803*10^{-10}$ SGSE birl. $= -1.6*10^{-19}$ K. Bunday jaǵdayda $F_{grav}/F_{e.} \approx 2.4*10^{-43}$.

Eki proton ushın ($m_{proton} = 1.6739*10^{-24}$ g) $F_{grav}/F_{e.} \approx 8*10^{-37}$.

Demek zaryadlanǵan bóleksheler arasındaǵı elektrlik tásir etisiw gravitatsiyalıq tásir etisiwge salıstırǵanda salıstırmas ese úlken. Sonlıqtan yadrolıq ólshemlerden úlken (yadrolıq ólshemler dep 10^{-13} sm den kishi ólshemlerdi aytamız), al astronomiyalıq ólshemlerden kishi bolǵan kólemlerde tiykarǵı orındı elektromagnitlik tásirlesiw iyeleydi.



53-súwret. Kevendish tájiriybesiniń sxeması

Gravitatsiya turaqlısı G nıń mánisin anıqlaǵannan keyin Jerdiń massası menen tıǵızlıǵın, basqa da planetalardıń massaların esaplaw múmkin. Haqıyqatında da Jer betindegi berilgen zattıń salmaǵı

$$mg = GmM/R^2$$

formulası járdeminde esaplanadı. Bul formulada m zattıń massası, g erkin túsiw tezleniwi, M Jerdiń massası.

Demek $g = GM/R^2$ hám $M = gR^2/G \approx 5.98*10^{27}\ g = 5.98*10^{24}$ kg shaması alınadı.

Jerdiń kólemi $V = (4/3)\pi R^3$ formulası menen anıqlanadı. Bunday jaǵdayda $\rho = M/V = 5.5$ g/sm^3. Bul Jerdiń ortasha tıǵızlıǵı bolıp tabıladı.

Quyash penen Jer arasındaǵı qashıqlıqtı R arqalı belgileyik. Bunday jaǵdayda usı eki dene arasındaǵı gravitatsiyalıq tartılıs kúshi $F_g = GM_JM_Q/R^2$. Jerge tásir etiwshi orayǵa umtılıwshı kúshtiń shaması $F_o = M_Jv^2/R$. Bul jerde v Jerdiń orbita boyınsha qozǵalısınıń tezligi. Jerdiń Quyash dógereginde aylanıp shıǵıw dáwirin T arqalı belgilesek $v = 2\pi R/T$. Sonlıqtan $F_o = 2\pi RM_J/T$. $F_g = F_o$ shártinen Quyashtıń massası ushın $M_Q = 4\pi^2R^3/(GT^2) \approx 2*10^{30}$ kg shamasın alamız. Tap sol sıyaqlı Aydıń da massasın esaplawımız múmkin.

Erkin túsiw tezleniwiniń mánisi R ge ǵárezli $g = GM/R^2$. Usıǵan beylanıslı g nıń Jer betinen biyiklikke baylanıslı qalay ózgeretuǵınlıǵın kórsetetuǵın keste keltiremiz:

Biyiklik, kilometrlerde	g, m/s^2
0	9.83
5	9.8l
l0	9.80
50	9.68
l00	9.53
400[l)]	8.70
35 700[2)]	0.225
380 000[3)]	0.0027

[l)] Jerdiń jasalma joldasları orbitalarınıń biyikligi.

[2)] Jerdiń statsionar jasalma joldasınıń biyikligi.

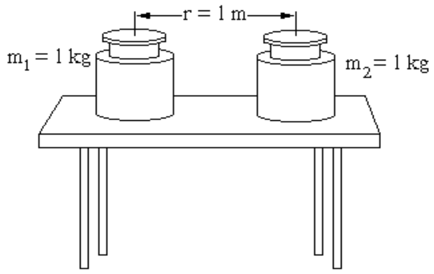
[3)] Jer menen Ay arasındaǵı qashıqlıq.

Endi joqarıda keltirilgen formulalar tiykarında Jerdiń betindegi gravitatsiyalıq maydanınıń kernewliligi N_0 menen potentsialı φ_0 di tabamız. Massası m bolǵan deneniń gravitatsiyalıq maydanınıń r qashıqlıqtaǵı kernewliliginiń $N = Gm/r^2$, potentsialınıń $\varphi = -Gm/r$ ekenligin ańsat keltirip shıǵara alamız. Al gravitatsiyalıq maydanınıń kernewliligi dep

$$\mathbf{N} = \mathbf{F}/m'$$

vektorlıq shamasına aytamız. Bul jerde **F** arqalı berilgen noqatqa ornalastırılǵan massası m' bolǵan denege tásir etiwshi kúsh belgilengen. Demek Ńyutonnıń ekinshi nızamı boyınsha **N** = **a** eken. Jerdiń betinde bul tezleniw erkin túsiw tezleniwine teń (a = g). Solay etip $N_0 = g \approx 9.8$ m/s^2. Al gravitatsiya maydanınıń Jer betindegi potentsialı

$$\varphi_0 = N_0r = -9.8*6.4*10^6 \text{ Dj/kg} = -6.2*10^7 \text{ Dj/kg}.$$



54-súwret. Gravitatsiya turaqlısınıń fizikalıq mánisin túsindiriwge arnalǵan súwret.

S.Xoking: Biziń házirgi teoriyalarımız benen Ńyutonnıń tartılıs teoriyası arasında hesh qanday ayırma joq. Házirgi teoriyalar tek ádewir quramalıǵı menen ayrılıp turadı. Biraq olardıń barlıǵı da bir nárseni ańlatadı.

Orbitaları ellips, parabola ha`m giperbola ta`rizli bolg`an qozg`alıslar sha`rtleri. Traektoriyası ellips tárizli bolǵan planetanıń (Jerdiń jasalma joldasınıń) qozǵalısı finitlik dep ataladı. Bunday jaǵdayda planeta keńisliktiń sheklengen bóleginde qozǵaladı. Kerisinshe, parabolalıq hám giperbolalıq orbitalar boyınsha planetalar infinitli qozǵaladı. Bul jaǵdayda planetalar keńislikte sheksiz úlken aralıqlarǵa qashıqlasadı. Sonlıqtan planetalar qozǵalıslarınıń finitlik yamasa infinitlik shártlerin anıqlaw zárúrligi kelip shıǵadı.

Eger E arqalı planetanıń tolıq energiyası belgilengen bolsa, onda

$$\frac{mv^2}{2} - G\frac{Mm}{r} = E = const. \qquad (24\text{-}8)$$

Quyashtıń kinetikalıq energiyasın esapqa almaymız (yaǵnıy Quyash qozǵalmaydı dep esaplaymız). Quyashqa salıstırǵanda planetanıń impul`s momentin L háripi menen belgilesek

$$L = mr^2\dot{\varphi} = const. \qquad (24\text{-}9)$$

Bul teńlemedegi $\dot{\varphi}$ múyeshlik tezlikti joǵaltamız. Bunıń ushın tolıq tezlik v nı radial v_r hám azimutal $r\dot{\varphi}$ qurawshılarǵa jikleymiz. Nátiyjede:

$$mv^2/2 = (m/2)\, v_r^2 + (m/2)\, r^2\dot{\varphi}^2 = (m/2)\, v_r^2 + L^2/(2mr^2). \qquad (24\text{-}10)$$

Endi $mv^2/2 - GMm/r = E = const$ teńlemesi

$$(m/2)\, v_r^2 - GMm/r + L^2/(2mr^2) = E = sonst \qquad (24\text{-}11)$$

yamasa $(m/2)\, v_r^2 + V(r) = E = sonst$ túrine enedi.

Bul formulada

$$V(r) = -G\frac{Mm}{r} + \frac{L^2}{2mr^2} \qquad (24\text{-}12)$$

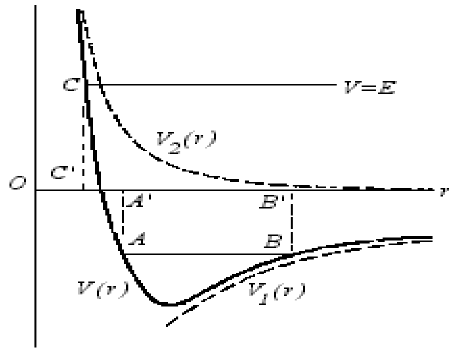
potentsial energiya bolıp tabıladı. Kinetikalıq energiya $(m/2)v_r^2 > 0$. Sonlıqtan baylanısqan haldıń júzege keliwi ushın barlıq waqıtta $V(r) \le E$ teńsizligi orınlanadı.

Joqarıda alınǵan teńleme radial tezlik bolǵan v_r belgisizine iye boladı. Formal túrde bul keyingi teńlemege noqattıń bir ólshemli bolǵan radial baǵıttaǵı qozǵalısınıń teńlemesi sıpatında qarawǵa boladı.

Endi másele V(r) potentsial energiyasına iye bir ólshemli qozǵalıstıń finitlik yamasa infinitlik shártlerin tabıwdan ibarat boladı. Sol maqsette

$$V(r) = -G\frac{Mm}{r} + \frac{L^2}{2mr^2}, \quad V_1(r) = -G\frac{Mm}{r} \quad V_2(r) = \frac{L^2}{2mr^2} \qquad (24\text{-}13)$$

funktsiyalarınıń grafiklerin qaraymız. L di nolge teń emes dep esaplaymız. $r \to 0$ de $V_2(r)$ $V_2(r)$ ge salıstırǵanda sheksizlikke tezirek umtıladı. Kishi r lerde V(r) funktsiyası óń mániske iye boladı hám $r \to 0$ de sheksizlikke asimptota boyınsha umtıladı. Kerisinshe eki funktsiyanıń qosındısı (súwrette tutas sızıq) eger $r \to \infty$ te bul funktsiya asimptota boyınsha nolge umtıladı. Nátiyjede $E > 0$ bolǵan jaǵdaylarda giperbolalıq, $E = 0$ bolǵanda parabolalıq hám $E < 0$ bolǵanda ellips tárizli orbita menen qozǵalıstıń orın alatuǵınlıǵın dálillewge boladı.



55-súwret. Energiyanıń r den ǵárezliligin kórsetetuǵın grafikler.

Demek oraylıq maydanda qozǵalıwshı denelerdeń traektoriyaları olardıń energiyasına baylanıslı boladı eken.

Baylanısqan hal tek ǵana baylanıs energiyasınıń (potentsial energiyanıń) mánisi nolden kishi bolǵanda orın aladı. Al baylanıs energiyasınıń nolden úlken mánislerine iyterilis kúshleri sáykes keledi.

$r \to \infty$ de $V(r) = 0$, sonlıqtan $E = -GMm/r + mv^2/2 = (m/2)*v_\infty^2$.

Demek giperbolalıq qozǵalısta materiallıq dene sheksizlikke shekli v› tezligi menen jetip keledi. Al parabolalıq qozǵalısta nollik tezlik penen (sebebi E = 0 hám sáykes v› = 0). Parabolalıq qozǵalıw ushın materiallıq noqatqa beriliwi kerek bolǵan dáslepki tezlik parabolalıq tezlik dep ataladı.

$$\frac{mv_п}{2} - G\frac{Mm}{r_0} = E = 0 \qquad (24\text{-}14)$$

teńlemesinen

$$v_п = \sqrt{2G\frac{M}{r_0}}. \qquad (24\text{-}15)$$

Parabolalıq tezlik «sheńber» tárizli tezlik v_{sh} menen ápiwayı baylanısqa iye. Quyashtıń dógereginde sheńber tárizli orbita boyınsha qozǵalatuǵın planeta usınday tezlikke iye boladı. Bunday tezliktiń shaması mv_{sh}^2/r_0 orayǵa umtılıwshı kúsh GMm/r_0^2 gravitatsiyalıq kúsh penen teń bolǵan shárt orınlanǵanda alınadı.

$$v_ш = \sqrt{G\frac{M}{r_0}}. \qquad (24\text{-}16)$$

Demek

$$v_п = v_ш\sqrt{2}. \qquad (24\text{-}17)$$

**Orbitalardın` parametrlerin esaplaw**. Planetanıń ellips tárizli orbitasınıń uzın hám kishi kósherlerin energiyanıń hám impul`s momentiniń saqlanıw nızamları járdeminde anıqlaw múmkin. Perigeliy R hám afeliy A noqatlarında planetalardıń radial tezligi nolge teń. $v_r = 0$ dep esaplap

$$(m/2)\, v_r^2 - GMm/r + L^2/(2mr^2) = E = sonst \qquad (24\text{-}18)$$

teńlemesinen sol noqatlar ushın

$$v^2 - GMmr/E + L^2/(2mE) = 0 \qquad (24\text{-}19)$$

ańlatpasın alamız. $E < 0$ bolǵanda bul teńleme eki haqıyqıy oń mániske iye r_l hám r_2 túbirlerine iye boladı. Sol túbirlerdiń biri perigeliy R noqatına, ekinshisi A afeliy noqatına sáykes keledi. $r_l + r_2$ qosındısı ellipstiń úlken kósheriniń uzınlıǵına teń. Bul uzınlıqtı 2a dep belgilep

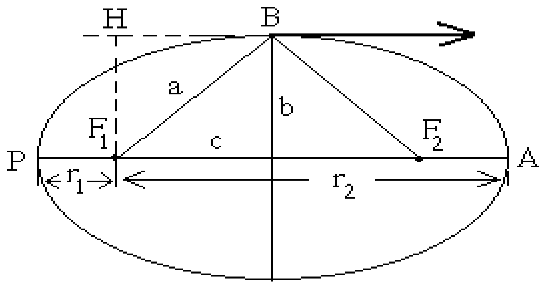
$$2a = r_l+r_2 = -GMm/E = -GM/\varepsilon. \qquad (24\text{-}20)$$

Bul formuladaǵı $\varepsilon=E/m$ - planetanıń massa birligine sáykes keliwshi tolıq energiyası. Ellips boyınsha qozǵalıs ushın $\varepsilon<0$ bolǵanlıqtan keyingi jazılǵan ańlatpa oń mániske iye.

Sheńber tárizli orbitalar ellips tárizli orbitalardan $r_l = r_2 = r$ bolǵan jaǵdayda alınadı. Bunday jaǵdayda $2E = GMm/r$ yamasa $2E = U$. Bul ańlatpanı $E = U - E$ dep jazıp, $E = K + U$ qatnasınan paydalanıp

$$E = -K \qquad (24\text{-}21)$$

ekenligin jaza alamız. Demek sheńber tárizli orbita boyınsha qozǵalısta tolıq hám kinetikalıq energiyalardıń qosındısı nolge teń.



56-súwret. Orbitanıń parametrlerin anıqlaw ushın qollanılatuǵın súwret.

Endi ellipstiń kishi kósheri b nıń uzınlıǵın tabamız. Bul máseleni sheshiw ushın energiyadan basqa planetanıń impul`s momenti hám onıń sektorlıq tezligi $\omega = \dot{S}$ kerek. tek energiyanıń mánisi arqalı kelip shıǵatuǵın ellipstiń úlken kósheri belgili dep esaplaymız. Meyli V kishi kósherdiń ellips penen kesilesetuǵın noqatlardıń biri bolsın. F_l hám F_2 noqatlarınan ellipstiń qálegen noqatına shekemgi aralıqlardıń qosındısı turaqlı hám 2a ǵa teń bolatuǵınlıǵınan $F_lV = a$ ekenligi kelip shıǵadı. V noqatındaǵı sektorlıq tezlik

$$\sigma = vb/2$$

b F_lN perpendikulyarınıń uzınlıǵına teń. V noqatındaǵı tezlik v energiya teńlemesi járdeminde anıqlanadı. r = a dep shamalap

$$\frac{v^2}{2} - G\frac{M}{a} = \varepsilon.$$

Bul formulaǵa $\varepsilon = E/m$ ekenligi esapqa alıp

$$b = 2\sigma\sqrt{\frac{a}{GM}}$$

Kosmoslıq tezlikler. Joqarıda keltirilip ótilgen finitli hám infinitli qozǵalıslar teoriyası Jerdiń jasalma joldaslarınıń ushıwı ushın da qollanılıwı múmkin.

Jerdiń jasalma joldasınıń massasın m al Jerdiń massasın M háripi menen belgileymiz.

Jerdiń awarlıq maydanındaǵı jasalma joldastıń yamasa kosmos kemesiniń tolıq energiyası

$$E = \frac{mv^2}{2} - G\frac{Mm}{r}, \qquad (24\text{-}22)$$

yamasa $E = mv^2/2 - mrg_{abs}$ (sebebi $GMm/r = mrg_{abs}$, endigiden bılay g_{abs} nıń ornına tek g háripin jazamız).

Eger E niń mánisi teris bolsa qozǵalıs finitlik boladı hám kosmos kemesi ellips tárizli orbita boyınsha qozǵaladı. Sheńber tárizli qozǵalısta

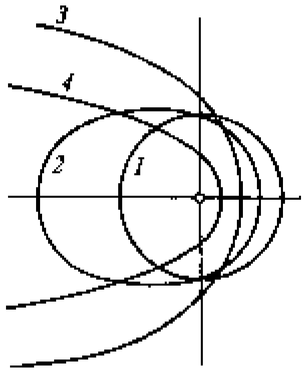
$$v_{ш} = \sqrt{G\frac{M}{r}} = \sqrt{gr}. \qquad (24\text{-}23)$$

Bul ańlatpadaǵı r - Jer sharı radiusı bolǵanda alınǵan tezlikti *birinshi kosmoslıq tezlik* dep ataymız (shama menen 7,8 km/s qa teń).

Qozǵalıs infinitli bolıwı ushın E niń eń kishi mánisi nolge teń boladı. Bunday jaǵdayda tezligi

$$v_{п} = \sqrt{2gr} = v_{ш}\sqrt{2} \approx 11.2 \quad км/с \qquad (24\text{-}24)$$

bolǵan parabola tárizli orbita boyınsha qozǵalıs orın aladı. Bunday tezlikti *parabolalıq* yamasa *ekinshi kosmoslıq tezlik* dep ataymız.



57-súwret. Noqatlıq dene maydanında qozǵalıstıń múmkin

bolǵan traektoriyaları.

1-sheńber, 2-ellips, 3-parabola, 4-giperbola.

E > 0 bolsa hám kosmos korabliniń baslanǵısh tezligi parabolalıq tezlikten joqarı bolǵanda qozǵalıs giperbolalıq qozǵalısqa aylanadı.

Shar ta`rizli denenin` gravitatsiyalıq energiyası. Meyli radiusı R, al massası M bolǵan shar berilgen bolsın. Usı shardı qurawshı bólekshelerdiń óz-ara tásirlesiwine gravitatsiya maydanınıń energiyası sáykes keledi. Bunday energiyanı gravitatsiyalıq energiya dep ataymız. Gravitatsiyalıq energiyanıń mánisi sol bóleklerdi bir birinen sheksiz uzaqlasqan aralıqlarǵa kóshirgende islengen jumısqa teń. Bul jaǵdayda tek ǵana gravitatsiyalıq tásirlesiwdi qarawımız kerek.

Esaplawlardı ańsatlastırıw ushın shar boyınsha massa teń ólshewli tarqalǵan dep esaplaymız hám bul jaǵdayda tıǵızlıq $\rho = 3M/4\pi R^3$ formulası menen anıqlanadı. Bólekshelerdi shardan sharlıq qatlamlar boyınsha uzaqlastırǵan ańsat boladı. Sheksiz úlken qashıqlıqlarǵa uzaqlastırılǵan qatlamlar endi uzaqlastırılatuǵın qatlamlarǵa tásir etpeydi.

Oraydan qashıqlıǵı r, qalıńlıǵı dr bolǵan qatlamdaǵı massa $\rho 4\pi R^2 dr$ ge teń. Bul qatlamdı uzaqlastırǵanda oǵan radiusı r bolǵan shar tásir etedi. Qashıqlastırıw jumısı

$$dU_{гр} = -\frac{G}{r}\frac{4\pi\rho r^3}{3}\rho R\pi r^2 dr \qquad (24\text{-}25)$$

ge teń. Bul ańlatpanı r = 0 den r = R ge shekemgi aralıqta integrallap shardıń tolıq gravitatsiyalıq energiyasın alamız:

$$U_{гр} = -G\frac{16\pi^2\rho^2}{3}\int_0^R r^4 dr = -G\frac{16}{15}\pi^2\rho^2R^5. \quad (24\text{-}26)$$

$\rho = 3M/4\pi R^3$ ekenligin esapqa alsaq

$$U_{гр} = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R} \quad (24\text{-}27)$$

ańlatpası kelip shıǵadı. Bul shardı qurawshı massa elementleriniń óz-ara tásirlesiwine sáykes keliwshi gravitatsiyalıq energiya bolıp tabıladı.

Gravitatsiyalıq radius. M massasına iye deneniń tınıshlıqtaǵı energiyası Mc^2 qa teń. Bir birinen sheksiz qashıqlasqan materiallıq noqatlar jıynalıp usı deneni payda etken jaǵdayda sarıp etilgen gravitatsiyalıq maydan energiyası tolıǵı menen deneniń tınıshlıqtaǵı energiyasına aylanǵan joq pa? degen soraw tuwıladı. Materiyanı sharǵa toplaǵanda gravitatsiya maydanınıń energiyası $U_{gr} = -(3/5)GM^2/R$ shamasına kemeyedi, al payda bolǵan shar sáykes energiyaǵa iye bolıwı kerek.

Shardıń radiusın esaplaw ushın gravitatsiyalıq energiyanı tınıshlıq massası energiyasına teńew kerek (sanlıq koeffitsientlerin taslap jazamız)

$$G\frac{m^2}{r_г} = Mc^2. \quad (24\text{-}28)$$

Bul ańlatpadan

$$r_г = G\frac{M}{c^2}. \quad (24\text{-}29)$$

Bul shama gravitatsiyalıq radius dep ataladı.

Mısal retinde massası $M = 6*10^{24}$ kg bolǵan Jer ushın gravitatsiyalıq radiustı esaplaymız. Nátiyjede 0.4 sm shamasın alamız. Demek gravitatsiyalıq energiyası tınıshlıq massası energiyasına teń bolıwı ushın Jerdi diametri shama menen 1 sm bolǵan sharǵa aylanǵanday etip qısamız. Al, haqıyqatında Jerdiń diametri shama menen 10^9 sm ge teń. Alınǵan nátiyje Jerdiń ulıwmalıq energetikalıq balansında (bul balansqa tınıshlıq massasınıń energiyası da kiredi) gravitatsiyalıq energiya esapqa almaslıqtay orındı iyeleydi. Tap sonday jaǵday Quyash ushın da orınlanadı. Onıń gravitatsiyalıq radiusı 1 km dey, al radiusınıń házirgi waqıtlarındaǵı haqıyqat mánisi 700 mıń km dey.

**A`lemnin` o`lshemleri**. Astronomiyada gravitatsiyalıq energiyası tınıshlıq massasınıń energiyasına barabar ob`ektler de bar. Sol ob`ektler ishine Álemniń ózi de kiredi.

Baqlaw nátiyjeleri tiykarında Álemniń ortasha tıǵızlıǵın tabıw múmkin. Házirgi waqıtları ortasha tıǵızlıq $\rho \approx 10^{-25}$ kg/m^3 = 10^{-28} g/sm^3 dep esaplanadı. Demek Álem tek protonlardan turatuǵın bolǵanda 1 m^3 kólemde shama menen 100 proton bolıp, olar arasındaǵı ortasha qashıqlıq 30 sm ge teń bolǵan bolar edi.

Endi shardıń ishinde jaylasqan massanıń energiyası gravitatsiyalıq energiyaǵa teń bolatuǵınday etip Álemniń radiusın esaplaymız. Shardıń massası M $\rho_0R_0^3$ qa proportsional bolǵanlıqtan $r_g = GM/c^2$ formulası bılay jazıladı

$$R_0 \approx G\frac{\rho_0R_0^3}{c^2}. \quad (24\text{-}30)$$

Bul formuladan

$$R_0 \approx c/\sqrt{G\rho_0} \approx 10^{26} \quad м = 10^{28} \quad см. \quad (24\text{-}31)$$

Solay etip biz esaplap atırǵan ***A`lemnin` gravitatsiyalıq radiusı ha`zirgi waqıtları A`lemnin` radiusı ushın qabıl etilgen shamag`a ten`*** bolıp shıqtı (bul haqqında tómende jáne de gáp etiledi). Ulıwmalıq salıstırmalılıq teoriyasınan bazı bir shártlerde Álemniń ólshemleriniń shekli ekenligin tastıyıqlaw barlıq fizikalıq protsessler shekli kólemde tuyıqlanǵan hám sırtqa shıqpaydı degendi ańlatadı. Mısalı jaqtılıq nurı bul kólemnen shıǵıp kete almaydı. Sonıń menen birge esaplawlar gravitatsiyalıq radiustıń shamasınan ǵárezsiz sol radiustıń ishinen sırtqa shıǵa almaytuǵınlıǵın kórsetedi. Radiusı gravitatsiyalıq radiustan kem bolǵan, eksperimentte ele ashılmaǵan astronomiyalıq ob`ektler «**qara qurdımlar**» dep ataladı.

Jerdiń "qara qurdım" ǵa aylanıwı ushın onıń radiusınıń qanday bolıwınıń kerekligin esaplayıq. Massası m_2 ge teń dene qozǵalmaydı, al massası m_l ge teń dene onıń dógereginde 4 radiuslı orbita boyınsha qozǵaladı dep qabıl eteyik. Tartılıs energiyası menen kinetikalıq energiyanı teńlestirip $m_l m_2/r = m_l v^2/2$ teńligin alamız.

Eger usı teńlikti Jer hám jaqtılıq ushın paydalanatuǵın bolsaq

$$G\frac{m_2}{r}=\frac{c^2}{2}$$

teńligin alamız. Bul ańlatpadaǵı s jaqtılıq tezligi, m_2 Jerdiń massası hám r Jerdiń radiusı. Demek

$$r<2G\frac{m_2}{c^2}$$

bolıwı kerek. San mánislerin orınlarına qoysaq $r \approx 0.8$ sm ekenligine iye bolamız.

Quyashtı qara qurdımǵa aylandırıw ushın onıń radiusın 3 km ge shekem kishireytiw kerek.

Bul nátiyjelerden «qara qurdımlardıń» tıǵızlıǵınıń oǵada úlken bolıwı kerek degen nátiyje kelip shıqpaydı. Buǵan joqarıda keltirilgen biziń álemimizdiń gigant úlken bolǵan «qara qurdım» ekenligi dálil bola aladı.

A`lemnin` kritikalıq tıg`ızlıg`ın esaplaw. Házirgi kosmologiyalıq modeller boyınsha Álemniń geometriyası onıń tolıq energiyasına baylanıslı. Usıǵan baylanıslı úsh jaǵdaydıń orın alıwı múmkin:

$\frac{v^2}{2}>G\frac{M}{r}$	Tolıq energiya nolden úlken, sonlıqtan bul jaǵdayda Álem sheksiz keńeye beredi (ashıq Álem). r→∞ te v>0.
$\frac{v^2}{2}=G\frac{M}{r}$	Tolıq energiya nolge teń, bul jaǵdayda da Álem sheksiz keńeye beredi (ashıq Álem). r→∞ te v=0.
$\frac{v^2}{2}<G\frac{M}{r}$	Tolıq energiya nolden kishi. Álemniń keńeyiwi qısılıwǵa aylanadı (jabıq Álem). r→∞ orın almaydı.

Álemdegi qalegen 1- hám 2- noqatları bir birinen usı noqatlar arasındaǵı qashıqlıq r_{12} ge proportsional tezlik v_{12} penen ósedi, yaǵnıy

$$v_{12}=H*r_{12}$$

Bul ańlatpada N arqalı Xabbl turaqlısı belgilengen. Bul shamanıń házirgi waqıtlardaǵı mánisi N ≈ 65±15 km/(s*Mpk) ≈ $21*10^{-19}$ s.

Olay bolsa

$$\frac{4}{3}*\frac{3}{4}*\frac{\pi}{\pi}*H^2*\frac{r^2}{2}=GM$$
.

Bul ańlatpada M arqalı Álemniń massası belgilengen. $\rho_{крит} = M/V$ hám $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ekenligin esapqa alsaq

$$\rho_{крит} = M/V = \frac{3}{8}\frac{H^2}{\pi G} \approx 8{,}4*10^{-30}\frac{г}{см^3} \approx 10^{-29}\frac{г}{см^3}$$

ekenligine iye bolamız.

Kritikalıq tıǵızlıqtıń bul shaması házirgi waqıtları qabıl etilgen astrofizikalıq nátiyjelerge sáykes keledi (bul haqqında joqarıda gáp etildi).

Ma`sele: Astronomlar tárepinen anıqlanǵan eki noqatınıń koordinataları járdeminde planetanıń ellips tárizli orbitasın sızıw.

Ellipstiń teńlemesi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Bul jerde a arqalı ellipstiń úlken yarım kósheri, al b arqalı ellipstiń kishi yarım kosheri belgilengen.

Bul teńlemeden

$$y^2 = b^2\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)$$

ekenligine iye bolamız.

Berilgen noqatlardıń koordinataları boyınsha

$$\frac{y_1^2}{y_2^2} = \frac{1 - \frac{x_1^2}{a^2}}{1 - \frac{x_2^2}{a^2}} = \frac{a^2 - x_1^2}{a^2 - x_2^2}.$$

Bunnan

$$a^2(y_1^2 - y_2^2) = y_1^2 * x_2^2 - y_2^2 * x_1^2 \text{ hám } a = \pm\sqrt{\frac{y_1^2 x_2^2 - y_2^2 x_1^2}{y_1^2 - y_2^2}}.$$

Sonlıqtan

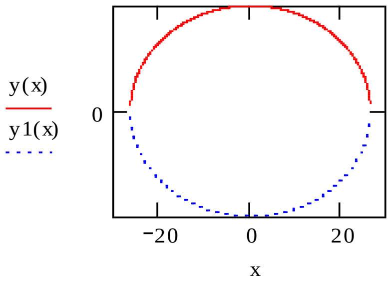
$$b = \pm\sqrt{\frac{y_1^2}{1 - x_1^2/a^2}}.$$

Endi usı formulalar boyınsha Mathcad tıń járdeminde esaplawlar júrgizemiz (alınǵan formulalardaǵı ± belgileriniń ornına + belgisi alınǵan):

$x1 := 0 \quad y1 := 30 \quad x2 := 25 \quad y2 := 10$

$$a := \sqrt{\frac{(y1^2 \cdot x2^2 - y2^2 \cdot x1^2)}{y1^2 - y2^2}} \qquad b := \sqrt{\frac{y1^2}{1 - \frac{x1^2}{a^2}}} \qquad a = 26.517 \quad b = 30$$

$$y(x) := \left(b^2 - b^2 \cdot \frac{x^2}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad y1(x) := -\left(b^2 - b^2 \cdot \frac{x^2}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$



Materiallıq denenin` ko`leminin` sheksiz kishi elementi massası usı denenin` tıg`ızlıg`ı menen sheksiz kishi elementtin` ko`leminin` ko`beymesine ten` materiallıq noqat dep qabıl etiledi.

Shar ta`rizli denenin` maydanın materiallıq noqattın` maydanına aralıqtın` kvadratına baylanıslı kemeyetug`ın barlıq ku`shler ushın (sonın` ishinde Kulon nızamı boınsha ta`sir etetug`ın elektrlik ku`shler ushın da) almastırıw mu`mkin (yag`nıy ku`sh aralıqtın` kvadratına kerip proportsional kemeyiwi orın alg`an jag`daylarda).

Salmaq ku`shin esaplag`anda materiallıq denenin` ishindegi quwıslıqtı tutas denedegi «teris belgige iye massa» dep qaraw mu`mkin.

Orbitanın` ha`r bir noqatındag`ı tartılıs ku`shin eki qurawshıg`a jiklew mu`mkin: tezlik bag`ıtındag`ı tangensial ha`m tezlikke perpendikulyar bolg`an normal ku`shler. Tangensial qurawshı planetanın` tezliginin` absoabsolyut ma`nisin, al normal qurawshı tezliktin` bag`ıtın o`zgertedi.

Oraylıq ku`shler maydanında qozg`alıwshı denenin` orbitasının` forması denenin` tolıq energiyası boyınsha anıqlanadı.

Sorawlar:

1. Oraylıq kúshlerdiń barlıq waqıtta potentsial kúshler ekenligin dálilley alasızba?
2. Sferalıq jaqtan simmetriyalı shar tárizli deneniń gravitatsiyalıq energiyası nege teń?
3. Gravitatsiyalıq radius degenimiz ne?
4. Jer menen Quyashtıń gravitatsiyalıq radiusları nege teń?
5. «Qara qurdımlar» degenimiz ne? Usınday ob`ektlerdiń bar ekenligi haqqında dáliller barma?
6. Oraylıq maydandaǵı qozǵalıstıń tegis qozǵalıs ekenligi qalay dálillenedi?
7. Keplerdiń ekinshi nızamı qaysı saqlanıw nızamınıń nátiyjesi bolıp tabıladı?
8. Noqatlıq deneniń tartılıs maydanında qozǵalǵanda materiallıq noqat qanday traektoriyalarǵa iye bolıwı múmkin?

25. Eki dene mashqalası

1. Keltirilgen massa.
2. Massalar orayı sistemasına ótiw.
3. Tasıwlar hám qaytıwlar.

Keltirilgen massa. Ádette pútkil dúńyalıq tartılıs nızamın talqılaǵanda Quyashtı, sol sıyaqlı gravitatsiyalıq maydannıń tiykarǵı deregi bolǵan úlken massalı denelerdi qozǵalmaydı dep esaplanadı. Bul bir dene mashqalası bolıp tabıladı hám, álbette, durıs emes nátiyjelerge alıp keledi.

Eger eki dene qaralsa, sonday-aq olardıń massası bir birine barabar bolsa, onda ol ob`ektlerdiń hesh birin de qozǵalmaydı dep qarawǵa bolmaydı. Mısal retinde qos juldızdı kórsetiw múmkin. Al Jer menen Aydıń qozǵalısın qaraǵanda da Jerdi qozǵalmay turǵan ob`ekt dep qaraw ádewir sezilerliktey qátelerge alıp keledi. Sonlıqtan da bir biri menen tásir etisiwshi eki deneniń de qozǵalısın esapqa alıwǵa tuwra keledi. Bul eki dene mashqalası dep ataladı.

Meyli massaları m_1 hám m_2 bolǵan eki dene bir biri menen tartısıw kúshi arqalı tásir etisetuǵın bolsın. Inertsial esaplaw sistemasındaǵı olardıń qozǵalıs teńlemesi tómendegidey boladı:

$$m_1 \frac{dr_1^2}{dt^2} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} * \frac{1}{r} * r,$$

$$m_2 \frac{dr_2^2}{dt^2} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} * \frac{1}{r} * r, \qquad (25\text{-}l)$$

bul jerde $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ óz ara tásir etisiwshi denelerdi tutastıratuǵın hám m_1 nen m_2 ge qarap baǵıtlanǵan vektor. Radius vektorı

$$r_{м.о} = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2} \qquad (25\text{-}2)$$

bolǵan massa orayı noqatınıń tuwrı sızıqlı hám teń ólshewli qozǵalatuǵınlıǵı hám m_1 menen m_2 massalarınıń massa orayı sistemasındaǵı impul`slarınıń qosındısı nolge teń ekenligi anıq. Qálegen inertsiallıq sistemada (sonıń ishinde massa orayı menen baylanısqan sistemada) bul massalardıń impul`s momenti saqlanadı.

Biraq, eki dene máselesin sheshiw massa orayı menen baylanısqan sistemada emes, al sol eki deneniń birewi menen baylanısqan esaplaw sistemasında sheshken qolaylıraq. Sonıń ushın bul jaǵdayda eki dene mashqalası bir dene mashqalasına alıp kelinedi. Bul maqsette (25-l)-teńlemelerdi m_1 hám m_2 massalarına bólemiz hám ekinshisinen birinshisin alamız. Bunday jaǵdayda

$$\frac{d^2}{dt^2}(r_2 - r_1) = \frac{d^2 r}{dt^2} = -\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) * G * \frac{m_1 m_2}{r^2} * \frac{1}{r} * r. \qquad (25\text{-}3)$$

Qawsırma belgisi ishinde turǵan keri massalardı

$$\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} = \frac{1}{\mu} \qquad (25\text{-}4)$$

dep belgileymiz. Bul jerde μ -keltirilgen massa dep ataladı. Bunday jaǵdayda (25-3) bılay jazıladı:

$$\mu \frac{d^2 r}{dt^2} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} * \frac{1}{r} * r. \qquad (25\text{-}5)$$

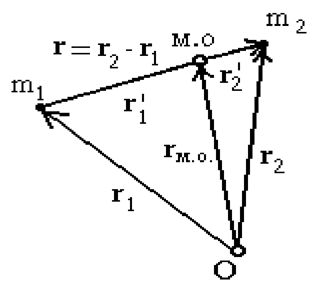
Bul bir dene mashqalası teńlemesi bolıp tabıladı. Sebebi belgisiz shama tek bir **r** vektorı bolıp tabıladı. Bul jaǵdayda tásir etisiw m_1 hám m_2 massaları arasında boladı, al inertsiyalıq qásiyet keltirilgen massa μ arqalı anıqlanadı. Bir dene máselesin sheshkende denelerdiń biri qozǵalmaydı dep esaplanadı, usı dene esaplaw sistemasınıń basında jaylasadı, al ekinshi deneniń qozǵalısı birinshisine salıstırıw arqalı anıqlanadı.

Massalar orayı sistemasına o`tiw. (25-5) ti sheshiwdiń nátiyjesinde $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ baylanısı alınadı. Bunnan keyin massalar orayı sistemasında eki deneniń de traektoriyasın anıqlawǵa múmkinshilik tuwadı. Eger m_1 hám m_2 massalarınıń radius-vektorların sáykes $\mathbf{r}_1$ hám $\mathbf{r}_2$ arqalı belgileymiz. Súwrette kórsetilgen jaǵdayǵa sáykes

$$r_1' = \frac{m_2 r}{m_1 + m_2}, \quad r_2' = \frac{m_1 r}{m_1 + m_2}. \qquad (25\text{-}6)$$

Bul ańlatpalardıń járdeminde jáne **r**(t) ǵárezliligin bile otırıp $r_1'(t)$ hám $r_2'(t)$ lardı sızıw múmkin. Eki deneniń de traektoriyası massa orayına salıstırǵandaǵıǵa uqsas boladı. Bul uqsaslıqtıń qatnası massalardıń qatnasına teń.

Tasıwlar ha`m qaytıwlar. Bir tekli emes gravitatsiyalıq maydanda qozǵalǵanda deneni deformatsiyalawǵa qaratılǵan kúshler payda boladı hám soǵan sáykes deneler deformatsiyalanadı. Meyli hár qaysısınıń massası m ge teń bolǵan hám salmaǵı joq prujina menen tutastırılǵan úsh materiallıq noqat olardıń oraylarıń tutastıratuǵın tuwrı baǵıtında bir tekli emes tartılıs maydanında erkin qulaytuǵın bolsın. Olarǵa tásir etetuǵın salmaq kúshleri óz-ara teń emes. Joqarǵı noqat tómengi noqatqa salıstırǵanda kemirek tartıladı. Súwrette kórsetilgen jaǵdayǵa tómendegidey jaǵday ekvivalent: úsh denege de ortańǵı denege tásir etkendey shamadaǵı kúsh tásir etedi, al joqarıdaǵı denege qosımsha joqarıǵa, al tómendegisine tómenge qaray baǵıtlanǵan kúsh tásir etedi. Sonlıqtan prujina sozılıwı kerek. Demek **bir tekli emes tartılıs maydanı usı bir tekli emeslik bag`ıtında soziwg`a tırısadı**. Máselen Quyash Jerdi oraylarıń tutastıratuǵın tuwrı baǵıtındı sozadı. Tap sonday effektti Jerde Ay da payda etedi. Effekttiń shaması tartılıs kúshine emes, al usı kúshtiń ózgeriw tezligine baylanıslı.



58-súwret. Eki deneniń qozǵalısı haqqındaǵı máseleni sheshiw ushın qollanılatuǵın súwret.

Quyashtıń dógeregindegi planetanıń qozǵalısı erkin túsiw (qulaw) bolıp tabıladı. Planeta menen Quyashtıń oraylanıń tutastıratuǵın tuwrıǵa perpendikulyarǵa urınba baǵıtındaǵı tezliginiń bar bolǵanlıǵı sebepli planeta Quyashqa qulap túspeydi.

Shar tárizli deneniń maydanında oraydan r qashıqlıǵındaǵı tartılıs kúshi Ǵ = $-GMm/r^2$. Bul kúshtiń aralıqqa baylanıslı ózgeriwi (dF/dr) = $2GMm/r^3$. Quyash penen Aydıń Jerdegi tartılıs maydanı ushın $2GM_{Quyash}m/r^3 = 0{,}8 \cdot 10^{-13}$ $1/s^2$, $2GM_{Ay}m/r^3 = 1{,}8 \cdot 10^{-13}$ $1/s^2$. Solay etip Ay tárepten Jerge tásir etiwshi «deformatsiyalawshı» kúsh Kún tárepiten tásir etiwshi kúshke qaraǵanda shama menen eki ese artıq eken.

Bul «deformatsiyalawshı» kúsh Jerdiń qattı qabıǵın sezilerliktey ózgertpeydi. Biraq okeanlardaǵı suwdıń forması ádewir ózgeriske ushıraydı. Tartılıs kúshiniń bir teksizligi baǵıtında okean qáddi kóteriledi, al oǵan perpendikulyar baǵıtta okeannıń qáddi tómenleydi. Jer óz kósheri dógereginde aylanatuǵın bolǵanlıqtan qáddi kóterilgen hám tómenlegen aymaqlar dáwirli túrde ózgeredi. Jaǵıslarda bul qubılıs tasıwlar hám qaytıwlar túrinde kórinedi. Sutka ishinde eki ret tasıw hám eki ret qaytıw orın aladı. Eger Jerdiń beti tolıǵı menen suw menen qaplanǵan bolsa esaplawlar boyınsha suwdıń qáddi maksimum 56 sm ge ózgergen bolar edi. Biraq Jer betindegi qurǵaqshılıqtıń tásirinde ózgeris nolden 200 sm ge shekem ózgeredi.

Tasıwlar gorizontal` baǵıtlarda suwdıń aǵısına alıp keledi. Bul qubılıs óz gezeginde súykeliske hám energiyanıń sarplanıwına alıp keledi. Sonıń nátiyjesinde tasıw súykelisiniń tásirinde Jerdiń aylanıw tezligi kishireyedi.

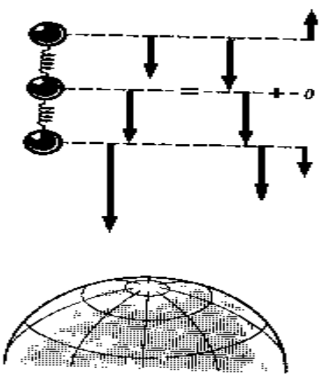
Jerdiń tartılıs maydanında qozǵalǵanlıǵınan payda bolǵan súykelis kúshleriniń saldarınan Ay barlıq waqıtta da Jerge bir tárepi menen qaraǵan. Bunday qozǵalısta súykelis kúshleri payda bolmaydı.

Tasıw súykelisiniń saldarınan Jer óz kósheri dógereginde bir ret tolıq aylanǵanda onıń aylanıw dáwiri $4{,}4*10^{-8}$ s qa úlkeyedi. Biraq Jer-Ay sistemasında impul`s momentiniń saqlanıwı kerek. Jer óz kósheri dógereginde, sonlay-aq Ay Jerdiń dógereginde bir baǵıtta aylanadı. Sonlıqtan Jerdiń impul`s momentiniń kishireyiwi olardıń ulıwmalıq massalar orayı dógereginde aylanıwındaǵı Jer-Ay sistemasınıń impul`s momentiniń artıwına alıp keledi. Jer-Ay sistemasınıń impul`s momenti

$$M = \mu v r, \qquad (25\text{-}7)$$

μ - keltirilgen massa, Jer menen Ay arasındaǵı qashıqlıq r háripi menen belgilengen. Olardıń orbitaların sheńber tárizli dep esaplap

$$G m_J m_A / r^2 = \mu v^2 / r \qquad (25\text{-}8)$$

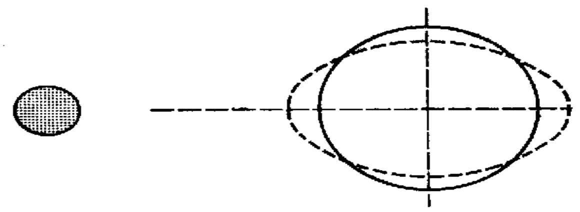


59-súwret. Tasıw kúshi tartılıs kúshiniń qashıqlıqqa baylanıslı ózgeriwine ǵárezliligi.

(25-7) hám (25-8) den

$$r = M^2 / G m_J m_A \mu ; \quad v = G m_J m_A / M.$$

Tasıw súykelisine baylanıslı M niń ósiwi menen Jer menen Ay arasındaǵı qashıqlıq artadı hám aydıń Jerdiń dógeregin aylanıp shıǵıw dáwiri kishireyedi. Házirgi waqıtları qashıqlıqtıń ósiwi 0,04 sm/sut shamasında. Bul az shama bolsa da bir neshe milliard jıllar dawamında Jer menen Ay arasındaǵı qashıqlıqqa salıstırarlıqtay shamaǵa shekem ósedi.



60-súwret. Jer betindegi tasıwlar menen qaytıwlar Aydıń tartılıs maydanı tásirinde bolatuǵınlıǵın kórsetiwshi súwret. Quyashtıń tartılıs maydanı tárepinen bolatuǵın tasıwlar menen qaytıwlar bunnan birneshe ese kishi boladı.

Eki dene mashqalası o`z-ara ta`sirlesiw teoriyası ushın ta`sirlesiwdin` en` a`piwayı ma`selesi bolıp tabıladı. Bir qansha jag`daylarda bul mashqala da`l sheshimge iye bo-ladı. U`sh dene mashqalası birqansha quramalı bolıp, bul mashqala analitikalıq tu`rdegi da`l sheshimlerge iye bolmaydı.

Sorawlar: 1. Ketirilgen massa denelerdiń massasınan úlken be, kishi me, yamasa sol mas-r arasındaǵı mániske iye me?

2. Qanday jaǵdaylarda eki dene mashqalasında tásirlesiwshi denelerdiń birin ozǵlmaydı dep qarawǵa boladı?

3. Massalar orayı sistemasında tásirlesiwshi bólekshelerdiń traektoriyaları qanday túrge iye boladı?

4. Keltirilgen massanı óz ishine alıwshı eki dene mashqalasınıń qozǵalıs teńlemesi qanday koordinatalar sistemasında jazılǵan: inertsial koordinatalar sistemasında ma yamasa inertsial emes koordinatalar sistemasında ma?

§ 26. Qattı denelerdegi deformatsiyalar ha`m kernewler

1. Serpimli hám plastik deformatsiyalar.
2. Izotrop hám anizotrop deneler.
3. Serpimli kernewler.
4. Sterjenlerdi soziw hám qısıw.
5. Deformatsiyanıń basqa da túrleri (jıljıw hám buralıw deformatsiyaları).
6. Serpimli deformatsiyalardı tenzor járdeminde táriplew.
7. Endi deformatsiyalanǵan denelerdiń serpimli energiyası.

Barlıq real deneler deformatsiyalanadı. Sırttan túsirilgen kúshler tásirinde olar formaların hám kólemlerin ózgertedi. Bunday ózgerislerdi deformatsiyalar dep ataymız. Ádette eki túrli deformatsiyanı ayırıp aytadı: ***serpimli deformatsiya* ha`m *plastik deformatsiya***. Serpimli deformatsiya dep tásir etiwshi kúshler joǵalǵannan keyin joq bolıp ketetuǵın deormatsiyaǵa aytıladı. Plastik yamasa qaldıq deformatsiya dep tásir etiwshi kúshler joǵalǵannan keyin qanday da bir dárejede saqlanıp qalatuǵın deformatsiyaǵa aytamız. deformatsiyanıń serpimli yamasa plastik bolıwı tek ǵana deformatsiyalanatuǵın denelerdiń materialına baylanıslı bolıp qalmastan, deformatsiyalawshı kúshlerdiń shamasına da baylanıslı. Eger túsken kúshtiń shaması *serpimlilik shegi* dep atalatuǵın shekten artıq bolmasa serpimli deformatsiya orın aladı. Eger kúshtiń shaması bul shekten artıq bolsa plastik deformatsiya júz beredi. Serpimlik shegi júdá anıq bolmaǵan shama bolıp hár qıylı materiallar ushın hár qıylı mániske iye.

Qattı deneler ***izotrop* ha`m *anizotrop*** bolıp ekige bólinedi. *Izotrop* denelerdiń qásiyetleri barlıq baǵıtlar boyınsha birdey boladı. Al anizotrop denelerde hár qanday baǵıtlar boyınsha qásiyetler hár qıylı. Anizotrop denelerdiń eń ayqın wákilleri ***kristallar*** bolıp tabıladı. Sonıń menen birge deneler ayırım qásiyetlerge qarata anizotrop, al ayırım qásiyetlerge qarata anizotrop bolıwı múmkin.

Ápiwayı mısallardı kóremiz. Sterjenniń deformatsiyalanbastan burıngı uzınlıǵı l_0 bolsın, al deformatsiya nátiyjesinde onıń uzınlıǵı l ge jetsin. demek uzınlıq ósimi $\Delta l = l - l_0$. Bunday jaǵdayda

$$\varepsilon = \Delta l/l \qquad (26\text{-}1)$$

shaması salıstırmalı uzarıw dep ataladı. Al sterjenniń kese-kesiminiń bir birligine tásir etiwshi kúshtiń shamasın

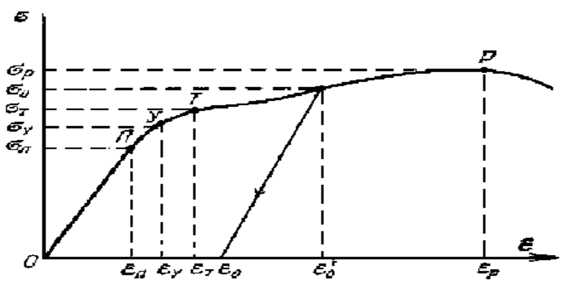
$$\sigma = F/S \qquad (26\text{-}2)$$

kernew dep ataymız.

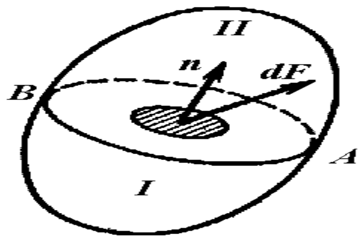
Ulıwma jaǵdayda kernew menen deformatsiya arasındaǵı baylanıs súwrette kórsetilgen. :lken emes kúshlerde kernew σ menen deformatsiya ε óz-ara proportsional. Usınday baylanıs P noqatına shekem dawam etedi. Bunnan keyin deformatsiya tezirek ósedi. T noqatınan baslap derlik turaqlı kernewde deformatsiya júredi. Usı noqattan baslanatuǵın deformatsiyalar oblastı ***ag`ıw oblastı*** yamasa ***plastik deformatsiyalar oblastı*** dep ataladı. Bunnan keyin R noqatına shekem deformatsiyanıń ósiwi menen kernew de ósedi. Aqırǵı oblastta kernewdiń mánisi kishireyip sterjenniń úziliwi orın aladı.

Kernewdiń σ_u mánisinen keyin deformatsiya qaytımlı bolmaydı. bunday jaǵdayda sterjende ***qaldıq deformatsiyalar*** saqlanadı. $\sigma(\varepsilon)$ baylanısındaǵı O-σ_u oblastı berilgen materialdıń ***serpimli deformatsiyalar oblastı*** dep ataladı. σ_p menen σ_t shamaları arasındaǵı noqat ***serpimlilik shegine*** sáykes keledi. Dene ózine sáykes serpimlilik shegine shekemgi kernewdiń mánislerinde serpimlilik qásiyet kórsetedi.

Serpimli kernewler. Deformatsiyaǵa ushıraǵan denelerdiń hár qıylı bólimleri bir biri menen tásirlesedi. Iqtıyarlı túrde deformatsiyalanǵan deneni yamasa ortalıqtı qarıyıq. Oyımızda onı I hám II bólimlerge bólemiz. Eki bólim arasındaǵı shegara tegislik AV arqalı belgilengen. I dene deformatsiyalanǵan bolǵanlıqtan II denege belgili bir kúsh penen tásir etedi. Sol sebepli óz gezeginde II dene de I denege baǵıtı boyınsha qarama-qarsı baǵıtta tásir etedi. Biraq payda bolǵan deformatsiyanı anıqlaw ushın AV kese-kesimine tásir etiwshi qosındı kúshti bilip qoyıw jetkiliksiz. Usı kese-kesim boyınsha qanday kúshlerdiń tarqalǵanlıǵın biliw shárt. Kese kesimnen dS kishi maydanın saylap alamız. II bólimlen I bólimge tásir etiwshi kúshti d**F** arqalı balgileymiz. *Maydan birligine tásir etiwshi kúsh* d**F**/dS AV *shegarasında* I *bólimge tásir etiwshi kernew dep ataladı*. Usı noqatta II denege tásir etiwshi kernew de tap sonday mániske, al baǵıtı jaǵınan qara- ma-qarsı baǵıtlanǵan boladı.



61-súwret. Deformatsiyanıń kernewge ǵárezliligin kórsetiwshi diagramma.



62-súwret. Iqtıyarlı túrde deformatsiyalanǵan dene sxeması.

Ulıwma jaǵdayda d**S** maydanınıń baǵıtın bul maydanǵa túsirilgen normal **n** arqalı beriw múmkin. Bunday jaǵdayda kernew d**S** hám **n** vektorları arasındaǵı baylanıstı beredi. Eki vektor arasındaǵı baylanıstı toǵız shama menen beriw múmkin. Bul

$$\begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \qquad (26\text{-}3)$$

shamaları bolıp, bul toǵız shamanıń jıynaǵı serpimli kernew tenzorı dep ataladı.

Bul shamalardıń mánisi ulıwma jaǵdaylarda noqattan noqatqa ótkende ózgeredi, yaǵnıy koordinatalardıń funktsiyası bolıp tabıladı.

(26-3) Serpimli kernew tenzorı simmetriyalıq tenzor bolıp tabıladı, yaǵnıy

$$\omega_{ij} = \omega_{ji} \; (i, j = x, y, z) \qquad (26\text{-}4)$$

Demek (26-3) diń simmetriyalılıǵınan toǵız qurawshınıń altawı bir birinen ǵárezsiz bolıp shıǵadı.

X, U, Z koordinatalarınıń baǵıtların saylap alıw arqalı (26-3) degi barlıq diagonallıq emes aǵzalardı nolge teń bolatuǵın etip alıwǵa boladı. Bunday jaǵdayda serpimli kernew tenzorı

$$\begin{vmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{vmatrix} \qquad (26\text{-}5)$$

túrine keledi. Bul túrdegi tenzordı bas kósherlerge keltirilgen tenzor dep ataymız. Sáykes koordinatalar kósherleri kernewdiń bas kósherleri dep ataladı.

Bir ólshemli kernew (sızıqlı-kernewli jaǵday) bılay jazıladı:

$$\begin{vmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Eki kósherli kernew (tegis kernewli jaǵday) bılayınsha kórsetiledi:

$$\begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Gidrostatikalıq basım

$$\begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{vmatrix}$$

Sterjenlerdi sozıw ha`m qısıw. Súwrette kórsetigendey sterjeń alıp onıń ultanlarına sozıwshı hám qısıwshı kúshler túsiremiz.

Eger sterjeń sozılatuǵın bolsa ádette *kernew kerim* dep atalıp

$$T = F/S \qquad (26\text{-}7)$$

formulası menen anıqlanadı. Eger sterjeń qısılatuǵın bolsa kernew basım dep ataladı hám

$$R = F/S \qquad (26\text{-}8)$$

formulası menen anıqlanadı.

Basımdı keri kerim yamasa kerimdi keri basım dep ataw múmkin, yaǵnıy

$$R = - T \qquad (26\text{-}9)$$

Sterjenniń salıstırmalı uzarıwı dep

$$\varepsilon = \Delta l/l_0 \qquad (26\text{-}10)$$

shamasına aytamız. Sozıwshı kúshler tásir etkende $\varepsilon>0$, al qısıwshı kúshler tásir etkende $\varepsilon<0$.

Tájiriybe

$$T = E(\Delta l/l_0), \qquad R = -E(\Delta l/l_0) \qquad (26\text{-}11)$$

ekenligin kórsetedi. Sterjenniń materialına baylanıslı bolǵan E shaması Yung (1773-1829) moduli dep ataladı. (26-11)-formulalar Guk (1635-1703) nızamın ańlatadı. Bıl nızam tájiriybede dál orınlanbaydı. Guk nızamı orınlanatuǵın deformatsiyalar kishi deformatsiyalar dep ataladı. (26-11) te $\Delta l=l_0$ bolǵanda T = E. Sonlıqtan Yung moduli strejenniń uzınlıǵın eki ese arttırıw ushın kerek bolatuǵın kerim sıpatında anıqlaydı. Bunday deformatsiyalar ushın Guk nızamı durıs nátiyje bermeydi: bunshama deformatsiya nátiyjesinde dene yaki qıyraydı, yaki túsirilgen kernew menen deformatsiya arasındaǵı baylanıs buzıladı.

Endi serpimli deformatsiyalardıń ápiwayı túrlerin qarap shıǵamız.

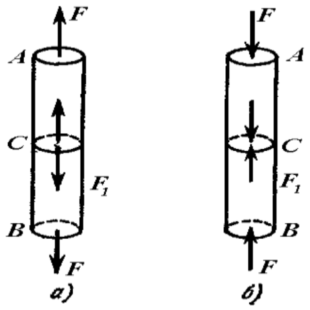
Dáslepki uzınlıǵı L_0 bolǵan sterjendi qısqanda yamasa sozǵandaǵı deformatsiya bılay esaplanadı:

$$L = L_0 + \Delta L.$$

Óz gezeginde $L = \alpha L_0 \sigma$. Sonlıqtan

$$L = L_0(l + \alpha\sigma).$$

Bul formuladan serpimli deformatsiya sheklerinde sterjenniń uzınlığınınń túsken kernew σ ǵa tuwra proportsional ózgeretuǵınlıǵın kóremiz.



63-súwret. Sozılıw hám qısqarıw deformatsiyaları.

Endi ***jıljıw deformatsiyasın*** qaraymız. Bunday deformatsiya urınba baǵıtındaǵı f_5 kúshiniń (soǵan sáykes urınba kernewdiń) tásirinde júzege keledi.

Jıljıw múyeshi ψ kishi mániske iye bolǵan jaǵdayda bılay jaza alamız:

$$\psi = bb'/d.$$

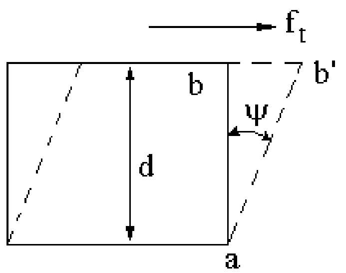
Bul ańlatpadaǵı d deneniń qalıńlıǵı, bb‘ joqarǵı qabattıń tómengi qabatqa salıstırǵandaǵı jıljıwınıń absolyut shaması. Bul ańlatpada jıljıw múyeshi ψ nıń salıstırmalı jıljıwdı sıpatlaytuǵınlıǵı kórinip tur. Sonlıqtan bılay jaza alamız:

$$\psi = n\, f_5/S.$$

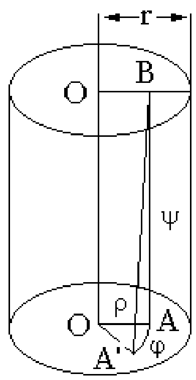
Bul ańlatpadaǵı n jıljıw koeffitsienti dep ataladı. Bul koeffitsienttiń mánisi deformatsiyalanıwshı deneniń materialına baylanıslı. S bettiń maydanı, f_5 sol betke túsirilgen kúsh. $\sigma_\tau = f_5/S$ kernewin engizip keyingi formulanı bılayınsha kóshirip jazamız:

$$\psi = n\sigma_\tau .$$

n ge keri shama bolǵan $N = l/n$ di jıljıw moduli dep ataymız.



64-súwret. Jıljıw deformatsiyası



65-súwret. Buralıw deformatsiyası

Bir tekli izotroplıq denelerde jıljıw moduli N niń san mánisi shama menen Yung moduli E niń san mánisiniń 0.4 bólegine teń boladı.

Endi jıljıw deformatsiyasınıń bir túri bolǵan ***buralıw deformatsiyasın*** qaraymız.

Uzınlıǵı L, radiusı 4 bolǵan tsilindr tárizli sterjeń alayıq (joqarıda súwrette kórsetilgen). Sterjenniń joqarǵı ultanı bekitilgen, al tómengi ultanına onı buraytuǵın kúsh momenti M túsirilgen. Tómengi ultanda radius baǵıtında uzınlıǵı $OA = \rho$ bolǵan kesindi alayıq. Buraytuǵın momenttiń tásirinde OA kesindisi φ múyeshke burıladı hám OA’ awhalına keledi. Sterjeń uzınlıǵınıń bir birligine sáykes keliwshi buralıw múyeshi bolǵan φ/L shaması salıstırmalı deformatsiya bolıp tabıladı. Serpimli deformatsiya sheklerinde bul shama buralıw momenti M ge proportsional boladı, yaǵnıy

$$\varphi/L = sM.$$

s proportsionallıq koeffitsienti qarap atırǵan sterjeń ushın turaqlı shama. Bul shamanıń mánisi sterjenniń materialına, ólshemlerine (uzınlıǵı menen radiusı) baylanıslı boladı. s shamasın anıqlaw ushın buralıw deformatsiyasın jıljıw deformatsiyası menen baylanıstırayıq.

Sterjendi burǵanda onıń tómengi kese-kesimi joqarǵı kese-kesimine salıstırǵanda jıljıydı. VA tuwrısı buralıp Va’ tuwrısına aylanadı. ψ múyeshi jıljıw múyeshi bolıp tabıladı. $\psi = n\sigma_\tau = (l/N)\sigma_\tau$ formulası boyınsha jıljıw múyeshi mınaǵan teń:

$$\psi = (l/N)\sigma_\tau.$$

Bul ańlatpadaǵı σ_τ shaması dS bettiń A’ noqatındaǵı elementine túsirilgen urınba kernew, N jılısıw moduli.

Joqarıdaǵı súwretten ψ = Aa’,L = $\varphi\rho/L$ ekenligi kórinip tur. Demek

$$\sigma_\tau = N\psi = N\varphi\rho/L.$$

Bettiń dS elementine túsirilgen kúsh $\sigma_\tau dS$ ke teń, al onıń momenti $dM = \rho\sigma_\tau dS$. φ hám ρ polyar koordinatalardı engizsek, bet elementiniń $dS = \rho\, d\rho\, d\varphi$ ekenligin tabamız. Demek

$$dM = \sigma_\tau\, \rho^2 d\rho\, d\varphi = (N\varphi/L)\rho^3\, d\rho\, d\varphi.$$

Radiusı ρ bolǵan dóńgelektiń tutas maydanı boyınsha dM ósimin integrallap, sterjenniń tómengi betiniń barlıq jerine túsetuǵın M tolıq momentti tabamız:

$$M = \frac{N\varphi}{L}\int_0^{2\pi}\int_{\rho=0}^{r}\rho^3 d\rho d\varphi = \frac{\pi N r^4}{2}\frac{\varphi}{L}.$$

Demek

$$\varphi = \frac{2}{\pi N}\frac{LM}{r^4}.$$

Bul formulanı $\varphi/L = sM$ formulası menen salıstırıp

$$s = (2/\pi N)*(l/r^4)$$

ekenligi tabamız.

$\varphi = (2/\pi N)*(LM/r^4)$ formulasınan $M = (\pi N/2)*(\varphi/L)*r^4$ ekenligi kelip shıǵadı. Sonlıqtan sımdı φ múyeshine burıw ushın r diń tórtinshi dárejesine tuwra proportsional, al sımnıń uzınlıǵı L ge keri proportsional moment túsiriw kerek dep juwmaq shıǵaramız.

$M = (\pi N/2)*(\varphi/L)*r^4$ formulasınan momenttiń radiustıń 4-dárejesine ǵárezli ekenligi kórinip tur.

Ulıwma túrde deformatsiya bılay táriplenedi. Deformatsiyalanbastan burın denede alınǵan bazı bir vektorı **b** deformatsiyalanǵannan keyin **b**’ vektorına aylanadı. x(x,y,z) noqatı x’(x’,y’,z’) noqatına aylanadı. Δu kesindisin x noqatınıń awısıwı dep ataladı.

Úsh ólshemli keńislikte

$$x_i' = x_i' + \Delta u_i \quad (i = x, y, z) \qquad (26\text{-}12)$$

ekenligi anıq.

Ulıwma jaǵdaylarda (úsh ólshemli keńislik, anizotrop ortalıq) noqattıń dáslepki awhalı menen awısıwdıń qurawshıları bılayınsha baylanısqan:

$$\Delta u_x = e_{xx}x_x + e_{xy}x_y + e_{xz}x_z,$$
$$\Delta u_y = e_{yx}x_x + e_{yy}x_y + e_{yz}x_z,$$
$$\Delta u_z = e_{zx}x_x + e_{zy}x_y + e_{zz}x_z,$$

yamasa

$$\Delta u_i = e_{ij}x_j \quad (i, j = x, y, z). \qquad (26\text{-}13)$$

Toǵız e_{ij} koeffitsientleri ***deformatsiya tenzorı*** dep atalatuǵın ekinshi rangalı tenzordı payda etedi.

$\vec{OX}$‘ vektorı da x noqatınıń dáslepki halınıń funktsiyası bolıp tabıladı:

$$x_i' = x_i + e_{ij}x_j \qquad (26\text{-}14)$$

yamasa

$$x_x' = (l+e_{xx})x_x + e_{xy}x_y + e_{xz}x_z$$
$$x_y' = e_{,x}x_x + (l+e_{yy})x_y + e_{yz}x_z$$
$$x_z' = e_{zx}x_x + e_{zy}x_y + (l+e_{zz})x_z$$

e_{ij} tenzorınıń fizikalıq mánisin túsindiremiz.

$$x_l' = (l+e_{xx})x_l. \qquad (26\text{-}15)$$

Bunnan

$$e_{xx} = (x_l' - x_l)/x_l. \qquad (26\text{-}16)$$

e_{xx} qurawshısı X kósheri baǵıtındaǵı salıstırmalı uzırıwdı beredi. Sáykes mániske e_{yy} hám e_{zz} koeffitsientleri de iye (Y hám Z kósherleri boyınsha).

Endi usı noqattıń 6 kósheri baǵıtındaǵı awısıwın qarayıq.

$$\Delta u_y = e_{yx}x_x. \qquad (26\text{-}17)$$

Bunnan

$$e_{yx} = \Delta u_y/x_x = \mathrm{tg}J, \qquad (26\text{-}18)$$

yaǵnıy e_{yx} qurawshısı X kósherine parallel bolǵan sızıqlı elementtiń Y kósheri dógeregindegi aylanıwına sáykes keledi.

Deneniń haqıyqıy deformatsiyasın anıqlaw ushın deneniń tutası menen aylanıwın alıp taslawımız kerek. Sonıń ushın e_{ij} tenzorın simmetriyalıq hám antisimmetriyalıq bóleklerge bólemiz. Yamasa

$$e_{ij} = R_{ij} + \varepsilon_{ij}. \qquad (26\text{-}19)$$

Tenzordıń antisimmetriyalıq bólimi

$$\omega_{ij} = (1/2)*[e_{ij} - e_{ji}] \qquad (26\text{-}20)$$

deneniń tutası menen burılıwın (aylanıwın) beredi.

Tenzordıń simmetriyalıq bólimi

$$\varepsilon_{ij} = (1/2)*[e_{ij} + e_{ji}] \qquad (26\text{-}21)$$

deformatsiya tenzorınıń ózi bolıp tabıladı. Bul tenzor bılay jazıladı:

$$\begin{vmatrix} e_{xx} & \frac{1}{2}(e_{xy}+e_{yx}) & \frac{1}{2}(e_{xz}+e_{zx}) \\ \frac{1}{2}(e_{yx}+e_{xy}) & e_{yy} & \frac{1}{2}(e_{yz}+e_{zy}) \\ \frac{1}{2}(e_{zx}+e_{xz}) & \frac{1}{2}(e_{zy}+e_{yz}) & e_{zz} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix}. \qquad (26\text{-}22)$$

Tenzordıń diagonallıq qurawshıları uzarıw menen qısqarıwǵa sáykes keledi. Qalǵan qurawshıları jıljıwǵa sáykes keledi.

Deformatsiya tenzorın da tómendegi sxema boyınsha bas kósherlerge keltiriw múmkin:

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} \varepsilon_{xz} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} \varepsilon_{x} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{y} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{z} \end{vmatrix}. \qquad (26\text{-}23)$$

Endi Guk nızamın bılay jaza alamız:

$$\varepsilon = s\omega, \text{ yamasa } \omega = s\varepsilon. \qquad (26\text{-}24)$$

σ - kernew, ε - deformatsiya, s - berilgishlik, s - qattılıq.

Anizotrop deneler ushın

$$\varepsilon_{ij} = s_{ijkl}\sigma_{kl}, \quad \omega_{ij} = c_{ijkl}\varepsilon_{kl}. \qquad (26\text{-}25)$$

Bul jaǵdayda s_{ijkl} - serpimli berilgishlik tenzorı, c_{ijkl} - serpimli qattılıq tenzorı.

Demek ulıwma jaǵdayda s_{ijkl} hám c_{ijkl} shamaları tórtinshi rangalı tenzorlar bolıp tabıladı. Bul simmetriyalı tenzorlardıń simmetriyalılıǵına baylanıslı 81 koeffitsienttiń ornına bir birinen ǵárezsiz 36 koeffitsient qaladı.

Endi deformatsiyalang`an denelerdin` serpimli energiyasın an`sat esaplawg`a boladı. Sterjenniń bir ushına f(x) sozıwshı kúshin túsiremiz hám onıń mánisin f = 0 den f = F mánisine shekem jetkeremiz. Nátiyjede sterjeń x=0 den aqırǵı x = Δx shamasına shekem uzaradı. Guk nızamı boyınsha f(x) = kx, k Yung moduliniń járdeminde ańsat esaplanatuǵın proportsionlallıq koeffitsienti. Sterjendi sozıw barısında islengen jumıs serpimli energiya U dıń ósimi ushın jumsaladı.

$$U = \int_0^{\Delta l} f(x)dx = k\int_0^{\Delta l} xdx = \frac{1}{2}(\Delta l)^2. \qquad (26\text{-}26)$$

Aqırǵı halda x = Δl, F = F(Δl) = kΔl bolǵanlıqtan

$$U = \frac{1}{2}F\Delta l. \qquad (26\text{-}27)$$

Endi serpimli energiyanıń kólemlik tıǵızlıǵın anıqlaymız (qısılǵan yamasa sozılǵan deneniń kólem birligindegi serpimli energiyası). Bul shama U = (1/2)FΔl shamasın sterjenniń kólemi V = S*l ge bólgenge teń. Demek

$$u = (l/2)\ F^*\ \Delta l/(S^*l) = (l/2)T\varepsilon. \qquad (26\text{-}28)$$

($\varepsilon = \Delta l/l_0$). Guk nızamınan paydalanatuǵın bolsaq, onda keyingi formulanı bılayınsha ózgertiw qıyın emes:

$$u = (l/2)E\varepsilon^2 = T^2/(2E) = P^2/(2E). \qquad (26\text{-}9)$$

Kóp sandaǵı tájiriybeler sozıwlar yamasa qısıwlar nátiyjesinde sterjenniń tek ǵana uzınlıqları emes, al kese-kesimleri de ózgeretuǵınlıǵın kórsetedi. Eger dene sozılsa onıń kese-kesimi kishireyedi. Kerisinshe, eger dene qısılsa onıń kese-kesimi artadı. Meyli a_0 sterjenniń deformatsiyaǵa shekemgi qalıńlıǵı, al a - deformatsiyadan keyingi qalıńlıǵı bolsa, onda - Δa/a ≈ $\Delta a_0/a$ - sterjenniń salıstırmalı kóldeneń qısılıwı dep ataladı ($\Delta a = a - a_0$).

- (Δa/a)/(Δl/l) = - (Δa/Δl)(l/a) = m - Puasson koeffitsienti dep ataladı.

Yung moduli E hám Puasson koeffitsienti m izotrop materialdıń serpimli qásiyetlerin tolıǵı menen táripleydi.

27-sanlı lektsiya.

§ 27. Gazler ha`m suyıqlıqlar mexanikası

Gazler hám suyıqlıqlardıń qásiyetleri. Suyıqlıqlardıń statsionar aǵıwı. Aǵıs nayı hám úzliksizlik teńlemesi. Aǵıstıń tolıq energiyası. Bernulli teńlemesi. Dinamikalıq basım. Qısılıwshılıqtı dıqqatqa almaslıq shárti. Suyıqlıqtıń nay boylap aǵıwı. Suyıqlıqtıń jabısqaqlıǵı. Laminar hám turbulent aǵıs. Reynol`ds sanı. Puazeyl nızamı. Suyıqlıq yamasa gazdiń denelerdi aylanıp aǵıp ótiwi. Aǵıstıń úziliwi hám iyrimlerdiń payda bolıwı. Shegaralıq qatlam. Mańlay qarsılıq hám kóteriw kúshi.

Qattı deneler teń salmaqlılıq halda forma serpimliligine iye (yaǵnıy formasın saqlaydı). Suyıqlıqlar menen gazler bolsa bunday forma serpimliligine iye emes. Olar kólemlik serpimlilikke iye. Teń salmaqlıq halda gaz benen suyıqlıqtaǵı kernew barlıq waqıtta da tásir etiwshi maydanǵa normal baǵıtlanǵan. Teń salmaqlıq halda urınba kernewler payda bolmaydı. Sonıń ushın da mexanikalıq kóz-qaraslar boyınsha suyıqlıqlar menen gazler teń salmaqlıqta urınba kernewler bolmaytuǵın ob`ektler bolıp tabıladı.

Sonıń menen birge teń salmaqlıq halda suyıqlıqlar menen gazlerde normal kernewdiń (R basımınıń) shaması tásir etip turǵan maydanshanıń baǵıtına baylanıslı emes. Meyli n sol normal` bolsın. Kernew maydanshaǵa perpendikulyar bolǵanlıqtan σ_n=R**n** dep jazamız. Sáykes koordinatalar kósherlerine perpendikulyar kernewlerdi bılay jazamız:

$$\boldsymbol{\sigma}_x = R_x\mathbf{i},\ \boldsymbol{\sigma}_y = R_y\mathbf{j},\quad \boldsymbol{\sigma}_z = P_z\mathbf{k}. \qquad (27\text{-}1)$$

Bul ańlatpalardaǵı **i**, **j**, **k** lar koordinatalıq ortlar**.**

$$\sigma_n = \sigma_x n_x + \sigma_y n_y + \sigma_z n_z \qquad (27\text{-}2)$$

formulalarınan

$$Pn = P_x n_x\mathbf{i} + P_y n_y\mathbf{j} + P_z n_z\mathbf{k}. \qquad (27\text{-}3)$$

Bul ańlatpanı **i**, **j** hám **k** shamalarına izbe-izlikte skalyar kóbeytiw arqalı

$$R = R_x = R_y = R_z \qquad (27\text{-}4)$$

teńliklerin alamız. Bul Paskal` nızamı.

Gazlerde normal kernew barlıq waqıtta gaz ishine qaray baǵıtlanǵan (yaǵnıy basım túrinde boladı). Al suyıqlıqta normal kernewdiń kerim bolıwı da múmkin. Suyıqlıq úziliwge qarsılıq jasaydı. Bul qarsılıqtıń mánisi ádewir úlken shama hám ayırım suyıqlıqlarda 1 kvadrat millimetrge bir neshe ńyuton bolıwı múmkin. Biraq ádettegi suyıqlıqlardıń barlıǵı da bir tekli emes. Suyıqlıqlar ishinde gazlerdiń mayda kóbiksheleri kóplep ushırasadı. Olar suyıqlıqlardıń úziliwin hálsiretedi. Sonlıqtan basım kópshilik suyıqlıqlarda kernew basım túrine iye hám normal kernewdi +T**n** arqalı emes (kerim), al -R**n** arqalı (basım) belgileymiz. Eger basım kernewge ótse onıń belgisi teris belgige aylanadı, al bul óz gezeginde suyıqlıqtıń tutaslıǵınıń buzılıwına alıp keledi. Usınday jaǵdayǵa baylanıslı gazler sheksiz kóp keńeye aladı, gazler barqulla ıdıstı toltırıp turadı. Suyıqlıq bolsa, kerisinshe, óziniń menshikli kólemine iye. Bul kólem sırtqı basımǵa baylanıslı az shamaǵa ózgeredi. Suyıqlıq erkin betke iye hám tamshılarǵa jıynala aladı. Usı jaǵdaydı atap aytıw ushın suyıq ortalıqtı *tamshılı-suyıq ortalıq* dep te ataydı. Mexanikada tamshılı suyıqlıqlardıń hám gazlerdiń qozǵalısın qaraǵanda gazlerdi suyıqlıqlardıń dara jaǵdayı sıpatında qaraydı. Solay etip suyıqlıq dep yaki tamshılı suyıqlıqtı, yaki gazdi túsinemiz. ***Mexanikanın` suyıqlıqlardın` ten` salmaqlıg`ı menen qozg`alısın izertleytug`ın bo`limi gidrodinamika dep ataladı***.

Suyıqlıqtaǵı basım qısıwdıń saldarınan payda boladı. Urınba kernewlerdiń bolmaytuǵınlıǵına baylanıslı kishi deformatsiyalarǵa qarata suyıqlıqlardıń serpimli qásiyetleri tek bir koeffitsient - *qısılıw koeffitsienti* menen táriplenedi:

$$\gamma = -(1/V)(dV/dP), \qquad (27\text{-}5)$$

bul shamaǵa keri bolǵan

$$K = -V(dP/dV) \qquad (27\text{-}6)$$

shamasın hár tárepleme qısıw moduli dep ataydı. Qısıwda suyıqlıqtıń temperaturası turaqlı bolıp qaladı dep boljaydı. Temperatura turaqlı bolıp qalatuǵın bolsa (27-5)- hám (27-6)-lar ornına ańlatpalardı bılay jazamız:

$$\gamma_T = -(1/V)(dV/dP)_{T=const}\,. \qquad (27\text{-}7)$$

$$K_T = -V(dP/dV)_{T=const}\,. \qquad (27\text{-}8)$$

Bul ańlatpalardaǵı ϵ_T hám K_T shamaların sáykes hár tárepleme qısıwdıń izotermalıq koeffitsienti hám moduli dep ataydı.

Teń salmaqlıq halda suyıqlıqtıń (yamasa gazdiń) basımı R tıǵızlıq ρ penen temperatura T ǵa baylanıslı ózgeredi. Basım, tıǵızlıq hám temperatura arasındaǵı

$$R = f(\rho, T) \qquad (27\text{-}9)$$

qatnası ***hal ten`lemesi*** dep ataladı. Bul teńleme hár qanday zatlar ushın hár qanday túrge iye boladı. Teńlemeniń eń ápiwayı túri tek siyrekletilgen gaz jaǵdayında alınadı.

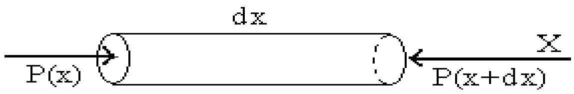
Eger suyıqlıq qozǵalısta bolsa normal kúshler menen birge urınba baǵıtlanǵan kúshlerdiń de payda bolıwı múmkin. Urınba kúshler suyıqlıqtıń deformatsiyası boyınsha emes, al onıń tezlikleri (deformatsiyanıń waqıt boyınsha alınǵan tuwındısı) menen anıqlanadı. Sonlıqtan urınba kúshlerdi ***su`ykelis ku`shleri*** yamasa ***jabısqaqlıq*** klassına kirgiziw kerek. Olar *ishki súykelistiń urınba* yamasa *jılısıw kúshleri* dep ataladı. Bunday kúshler menen bir qatarda ishki súykelistiń *normal* yamasa *kólemlik kúshleriniń* de bolıwı múmkin. Ádettegidey basımlarda bul kúshler qısılıwdıń waqıt boyınsha ózgeriw tezligi menen anıqlanadı.

Ishki súykelis kúshleri payda bolmaytuǵın suyıqlıqlardı ***ideal suyıqlıqlar*** dep ataymız. Ideal suyıqlıqlar - bul tek ǵana R normal basım kúshleri bolatuǵın suyıqlıq.

Ayırım deneler tezlik penen bolatuǵın sırtqı tásirlerde qattı dene qásiyetlerine, al kishi tezlikler menen ózgeretuǵın sırtqı tásirlerde jabısqaq suyıqlıqtay qásiyetlerdi kórsetedi. Bunday zatlardı *amorf qattı deneler* dep ataymız.

Suyıqlıqlardın` ten` salmaqta turıwının` ha`m qozg`alısınıń tiykarg`ı ten`lemeleri. Suyıqlıqlarǵa tásir etetuǵın kúshler, basqa jaǵdaylardaǵıday, *massalıq* (kólemlik) hám *betlik* bolıp ekige bólinedi. Massalaıq kúshler massa m ge hám sonıń menen birge kólem elementi dV ǵa tuwrı proportsional. Bul kúshti **f**dV arqalı belgileymiz hám **f** ti kúshtiń kólemlik tıǵızlıǵı dep ataymız. Massalıq kúshlerdiń áhmiyetli mısalları bolıp salmaq kúshleri menen inertsiya kúshleri sanaladı. Salmaq kúshi bolǵanda **f** = ρ**g**. Al betlik kúshler bolsa - bunday kúshler suyıqlıqtı qorshap turǵan ortalıq arqalı berilip, normal hám urınba kernewler arqalı suyıqlıqtıń hár bir kólemine beriledi.

Urınba kúshler joq, tek ǵana normal kúshler bar bolǵan jaǵdaydı qaraymız. Ideal suyıqlıqlarda bunday jaǵday barqulla orın aladı. Al qalǵan suyıqlıqlarda bul awhal suyıqlıq tınıshlıqta turǵanda, yaǵnıy *gidrostatika* jaǵdayında orın aladı.



66-súwret. Suyıqlıqtıń qozǵalısı menen teńsalmaqlılıǵınıń teńlemesin shıǵarıwǵa.

Suyıqlıqtıń sheksiz kishi kóleminiń dV elementine tásir etetuǵın teń tásir etiwshi basım kúshin anıqlaymız. Basım kúshiniń X kósherine túsetuǵın proektsiyası

$$[P(x) - P(x+dx)]dS. \qquad (27\text{-}10)$$

Kvadrat skobkadaǵı sheksiz kishi ayırmanı R funktsiyasınıń differentsialı menen almastırıw múmkin:

$$P(x+dx) - P(x) = dP_{y,z,t\,=\,const} = (dP/dx)_{y,z,t\,=\,const}dx. \qquad (27\text{-}11)$$

Qosımsha berilgen y,z,t = const shárti dP/dx tuwındısın hám dP differentsialın alǵanda bul shamalar turaqlı bolıp qalatuǵınlıǵın bildiredi. P(x,y,z,t) funktsiyasınan usınday shártler orınlanǵandaǵı alınǵan tuwındı *dara tuwındı* dep ataladı hám $\frac{\partial P}{\partial t}$ yamasa ħR/ħt ($\frac{\partial P}{\partial x}$ yamasa ∂R/∂x) dep belgilenedi. Usı belgilewlerdi paydalanıp esaplanıp atırǵan kúshtiń proektsiyasın alamız:

$$\frac{\partial P}{\partial x} dS\, dx = - \frac{\partial P}{\partial x} dV. \qquad (27\text{-}12)$$

Bul jerde dS dx = dV ekenligi esapqa alınǵan. Solay etip proektsiya dV kólem elementine tuwra proportsional hám onı s_x dV dep belgilew múmkin. s_x shaması keńislikte R basımınıń ózgeriwinen payda bolǵan suyıqlıq kóleminiń birligine tásir etiwshi kúshtiń x-qurawshısı. Óziniń mánisi boyınsha ol dV kóleminiń formasına baylanıslı bolıwı múmkin emes. Basqa kósherler boyınsha da túsetuǵın kúshtiń qurawshıların tabıwımız múmkin. Solay etip suyıqlıq kóleminiń bir birligine basımnıń betlik kúshi tárepinen payda bolǵan **s** kúshi tásir etedi. Onıń proektsiyaları

$$s_x = - \partial P/\partial x,\ s_y = - \partial P/\partial y,\ s_z = - \partial P/\partial z. \qquad (27\text{-}13)$$

s vektorınıń ózi

$$\mathbf{s} = -(\partial P/\partial x)\mathbf{i} - (\partial P/\partial y)\mathbf{j} - (\partial P/\partial z)\mathbf{k} \qquad (27\text{-}14)$$

yamasa qısqasha túrde

$$\mathbf{s} = -\,\mathrm{grad}\ P. \qquad (27\text{-}15)$$

Biz mınaday belgilew qabıl ettik:

$$\mathrm{grad}\ P = (\partial P/\partial x)\mathbf{i} + (\partial P/\partial y)\mathbf{j} + (\partial P/\partial z)\mathbf{k}. \qquad (27\text{-}16)$$

Bul vektor R *skalyarınıń gradienti dep ataladı*. Solay etip *suyıqlıqtıń kóleminiń elementine tásir etiwshi basım kúshiniń kólemlik tıǵızlıǵı teris belgisi menen alınǵan* R *nıń gradientine teń*. **s** kúshiniń shemasınıń R nıń shamasına emes, al onıń keńisliktegi ózgeriwine baylanıslı ekenligi kórinip tur.

Teń salmaqlıq halında **s** kúshin massalıq kúsh **f** penen teń bolıwı kerek. Bul

$$\mathrm{grad}\ P = \mathbf{f} \qquad (27\text{-}17)$$

teńlemesiniń payda bolıwına alıp keledi. ***Bul ten`leme gidrostatikanın` tiykarg`ı ten`lemesi bolıp tabıladı***.

Koordinatalıq túrde bul teńleme

$$\partial P/\partial x = f_x,\ \partial P/\partial y = f_y,\ \partial P/\partial z = f_z \qquad (27\text{-}18)$$

Endi ideal suyıqlıqtıń tiykarǵı teńlemesin de jazıw múmkin:

$$\rho\,(d\mathbf{v}/dt) = \mathbf{f} - \mathrm{grad}\ P. \qquad (27\text{-}19)$$

Bul jerde d**v**/dt qarap atırǵan noqattaǵı suyıqlıqtıń tezligi. *Bul teńleme Eyler teńlemesi dep ataladı*.

Barometrlik formula. Qısılmaytuǵın suyıqlıq gidrostatikasına itibar beremiz. R basımı tek z kósherine baylanıslı jaǵdaydı qaraymız. Bunday jaǵdayda

$$dP/dz = -\rho g. \qquad (27\text{-}20)$$

Basım R, tıǵızlıq ρ hám T absolyut temperatura Klapeyron (l799-l864) teńlemesi járdeminde beriledi:

$$P = RT\rho/\mu. \qquad (27\text{-}21)$$

μ - gazdıń molekulalıq salmaǵı. 4 = $8.31*10^7$ erg*K^{-l}*mol^{-l} = 8.3l Dj*K^{-l}*mol^{-l} - universal gaz turaqlısı dep ataladı.

Endi

$$dP/dz = -\mu Pz/(RT) \qquad (27\text{-}22)$$

teńlemesi alamız. Bul teńlemeniń sheshimi

$$R = R_0\ \mathrm{exr}\ (-\mu gz/RT) \qquad (27\text{-}23)$$

túrine iye boladı.

Tap usınday nızam menen gazdıń tıǵızlıǵı da ózgeredi:

$$\rho = \rho_0\ \mathrm{exr}\ (-\mu gz/RT). \qquad (27\text{-}24)$$

Keyingi eki formula barometrlik formulalar dep ataladı. R_0 hám ρ_0 Jer betindegi basım menen tıǵızlıqqa sáykes keledi. Basım menen tıǵızlıq biyiklikke baylanıslı eksponentsial nızam boyınsha kemeyedi.

$$h = RT/\mu g \qquad (27\text{-}25)$$

biyikligine kóterilgende basım hám tıǵızlıq e ret kemeyedi. Bul h *bir tekli atmosfera biyikligi dep ataladı*. T = 273^0 de h ≈ 8 km.

Suyıqlıqtın` qozg`alısın kinematikalıq ta`riplew. Suyıqlıqtıń qozǵalısın táriplew ushın eki túrli jol menen júriw múmkin: Suyıqlıqtıń hár bir bólekshesiniń qozǵalısın baqlap barıw múmkin. Usınday jaǵdayda hár bir waqıt momentindegi suyıqlıq bólekshesiniń tezligi hám turǵan ornı beriledi. Solay etip suyıqlıq bólekshesiniń traektoriyası anıqlanadı. Biraq basqasha da jol menen júriw múmkin. Bul jaǵdayda keńisliktiń hár bir noqatında waqıttıń ótiwi menen ne bolatuǵınlıǵın gúzetiw kerek. Usınıń nátiyjesinde keńisliktiń bir noqatı arqalı hár qanday waqıt momentlerinde ótip atırǵan bólekshelerdiń tezlikleri menen baǵıtları anıqlanadı. Usınday usıl menen táriplewdi júrgizgenimizde nátiyjede *tezlikler maydanı* alınadı.

Keńisliktiń hár bir noqatına tezlik vektorı sáykeslendiriledi. Usınday sızıqlar *toq sızıǵı* dep ataladı. Eger waqıttıń ótiwi menen tezlikler maydanı hám soǵan sáykes toq sızıǵı ózgermese suyıqlıqtıń qozǵalısı *statsionar qozǵalıs* dep ataladı. Basqasha jaǵdayda suyıqlıqtıń qozǵalısı *statsionar emes qozǵalıs* dep ataladı. Statsionar qozǵalısta $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{r},t)$, al statsionar qozǵalısta $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{r})$.

dt waqıt aralıǵında nay arqalı ótken suyıqlıqtıń massası

$$dm = \rho vSdt. \qquad (27\text{-}26)$$

S - naydıń kese-kesimi. Statsionar aǵısta

$$\rho_l v_l S_l = \rho_2 v_2 S_2 \qquad (27\text{-}27)$$

teńligi orınlanadı. Suyıqlıq qısılmaytuǵın bolsa ($\rho_l = \rho_2$)

$$v_l/v_2 = S_2/S_l \qquad (27\text{-}28)$$

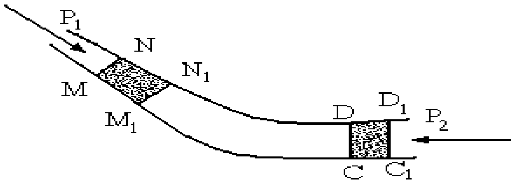
Bul teńlemeni basqasha jazamız. Suyıqlıqtıń hár qıylı kese-kesimi arqalı waqıt birliginde aǵıp ótetuǵın qısılmaytuǵın suyıqlıqtıń muǵdarınıń birdey bolatuǵınlıǵın kórdik. (27-28)-formula da usı jaǵdaydı dálilleydi hám

$$\Delta S_1 v_1 = \Delta S_2 v_2$$

teńlemesin jazıwǵa múmkinshilik beredi. Bul teńlemeden

$$\Delta S\ v = \text{sonst}$$

ekenligi kelip shıǵadı. Demek qısılmaytuǵın (sonıń menen birge jabısqaq emes) ***suyıqlıq ag`ısı tezligi menen suyıqlıq ag`ıwshı tu`tikshenin` kese-kesiminin` maydanı turaqlı shama*** boladı eken. Bul ***qatnas ag`ıstın` u`zliksizligi tuwralı teorema*** dep ataladı.



67-súwret. Bernulli teńlemesin keltirip shıǵarıwǵa.

#anday da bir konservativ kúshtiń (mısalı salmaq kúshiniń) tásirindegi suyıqlıqtıń statsionar qozǵalısın qaraymız. MNDC noqatları menen sheklengen suyıqlıqtıń bólimin alayıq. Usı bólim $M_lN_lD_lC_l$ awhalına kóshsin hám bunda islengen jumıstı esaplaymız. MN M_lN_l ge kóshkendegi islengen jumıs $A = P_lS_ll_l$ ($l_l = MM_l$ kóshiw shaması). $S_ll_l = \Delta V_l$ kólemin kirgiziw arqalı jumıstı bılay jazamız: $A_l = R_l\ \Delta V_l$ yamasa $A_l = R_l\ \Delta\ m_l/\rho_l$. Bul jerde $\Delta\ m_l$ MNN_lM_l kólemindegi suyıqlıqtıń massası. Usınday tallawlardan keyin

$$A = A_l - A_2 = (R_1/\rho_1 - R_2/\rho_2)\ \Delta\ m. \qquad (27\text{-}29)$$

teńligin alamız.

Bul jumıs suyıqtıqtıń ayırıp alınǵan bólimindegi tolıq energiyanıń ósimi ΔE niń esabınan isleniwi kerek. Aǵıs statsionar bolǵanlıqtan suyıqlıqtıń energiyası SDD_lC_l kóleminde ózgermeydi. Sonlıqtan ΔE niń shaması Δm massalı suyıqlıqtıń energiyasınıń CDD_lC_l hám MNN_lM awhalları arasındaǵı ayırmasına teń. Massa birligine sáykes keliwshi tolıq energiyanı ε háripi menen belgilep $\Delta E = (\varepsilon_2 - \varepsilon_l)\Delta m$ ekenligin tabamız. Bul shamanı jumıs A ǵa teńlestirip, Δm ge qısqartıp

$$\varepsilon_l + R_l/\rho_l = \varepsilon_2 + R_2/\rho_2. \qquad (27\text{-}30)$$

Demek ideal suyıqlıqtıń statsionar aǵısında bir toq sızıǵı boyınsha ε + R/ρ shaması turaqlı bolıp qaladı eken. Yaǵnıy

$$\varepsilon + R/\rho = V = \text{const}. \qquad (27\text{-}31)$$

Bul qatnas *Daniil Bernulli* (1700-1782) *teńlemesi*, al V - Bernulli turaqlısı dep ataladı. Ol bul jumısınıń nátiyjesin 1738-jılı baspadan shıǵardı. Usı teńlemeni keltirip shıǵararda suyıqlıqtıń qısılmaslıǵı haqqında hesh nárse aytılmadı. Sonlıqtan da Bernulli teńlemesi qısılmaytuǵın suyıqlıqlar ushın da durıs boladı. Endi Jer menen tartısıwdı esapqa alıp teńlemege ózgerisler kiritemiz. Barlıq ε energiyası kinetikalıq hám potentsial energiyalardan turatuǵınlıǵın esapqa alamız. Sonlıqtan

$$v^2/2 + gh + P/\rho = V = sonst. \qquad (27\text{-}32)$$

Bernulli turaqlısı V nıń bir toq sızıǵınıń boyın boyınsha birdey mániske iye boladı. Eger $v = 0$ bolsa $V = gh + P/\rho$. Demek Bernulli turaqlısı barlıq aǵıs ushın birdey mániske iye boladı eken.

Bernulli teńlemesin basqasha fizikalıq shamalardı qollanıw arqalı jazamız hám sáykes súwretten paydalanamız. ΔS_1 kese-kesiminen ótetuǵın suyıqlıqtıń Δm massasınıń tolıq energiyası E_1 bolsın, al ΔS_2 kese-kesiminen aǵıp ótetuǵın suyıqlıqtıń tolıq energiyası E_2 bolsın. Energiyanıń saqlanıw nızamı boyınsha E_2 - E_1 ósimi Δm massasınıń ΔS_1 kese-kesiminen ΔS_2 kese-kesimine shekem qozǵaltatuǵın sırtqı kúshlerdiń jumısına teń boladı:

$$E_2 - E_1 - A.$$

Óz gezeginde E_1 hám E_2 energiyaları Δm massasınıń kinetikalıq hám potentsial energiyalarınıń qosındısınan turadı, yaǵnıy

$$E_1 = \Delta m\, v_1^2/2 + \Delta m\, gh_1;\ E_2 = \Delta m\, v_2^2/2 + \Delta m\, gh_2;$$

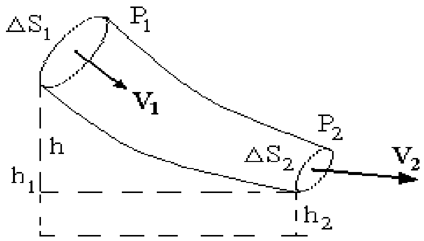
A jumısınıń ΔS_1 hám ΔS_2 kese-kesimleri arasındaǵı barlıq suyıqlıq qozǵalǵanda $\Delta 5$ waqtı ishinde islenetuǵın jumısqa teń keletuǵınlıǵına kóz jetkiziw qıyın emes. Bunday jaǵdayda Δt waqıtı ishinde kese-kesimlerden Δm massalı suyıqlıq aǵıp ótedi. Δm massasınıń birinshi kese-kesim arqalı ótkiziw ushın $v_1\Delta t = \Delta l_1$, al ekinshi kese-kesim arqalı ótkiziw ushın $v_2\Delta t = \Delta l_2$ aralıqlarına jıljıwı kerek. Bólinip alınǵan suyıqlıq uchastkalarınıń eki shetiniń hár qaysısına túsetuǵın kúshler sáykes $f_1 = r_1\Delta S_1$ hám $f_2 = r_2\Delta S_2$ shamalarına teń. Birinshi kúsh oń shama, sebebi ol aǵıs baǵıtına qaray baǵıtlanǵan. Ekinshi kúsh teris shama hám suyıqlıqtıń aǵısı baǵıtına qarama-qarsı baǵıtlanǵan. Nátiyjede tómendegidey teńleme alınadı:

$$A = f_1\Delta l_1 + f_2\Delta l_2 = r_1\Delta S_1 v_1\Delta t - r_2\Delta S_2 v_2\Delta t.$$

Endi E_1, E_2, A shamalarınıń tabılǵan usı mánislerin E_2 - E_1 - A teńlemesine qoysaq

$$\Delta m v_2^2/2 + \Delta m\, gh_2 - \Delta m v_1^2/2 - \Delta m\, gh_1 = r_1\Delta S_1 v_1\Delta t - r_2\Delta S_2 v_2\Delta t$$

teńlemesin alamız hám onı bılay jazamız:



68-súwret

$$\Delta m v_1^2/2 + \Delta m\, gh_1 + r_1\Delta S_1 v_1\Delta t = \Delta m v_2^2/2 + \Delta m\, gh_2 + r_2\Delta S_2 v_2\Delta t. \qquad (27\text{-}32a)$$

Aǵıstıń úzliksizligi haqqındaǵı nızam boyınsha suyıqlıqtıń Δm massasınıń kólemi turaqlı bolıp qaladı. Yaǵnıy

$$\Delta V = \Delta S_1 v_1\Delta t = \Delta S_2 v_2\Delta t.$$

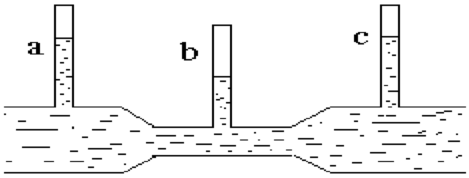
Endi (27-32a) teńlemesiniń eki tárepin de ΔV kólemine bólemiz hám $\Delta m/\Delta V$ shamasınıń suyıqlıqtıń tıǵızlıǵı ρ ekenligin esapqa alamız. Bunday jaǵdayda

$$\rho v_1^2/2 + \rho\, gh_1 + r_1 = \rho v_2^2/2 + \rho\, gh_2 + r_2 \qquad (27\text{-}31a)$$

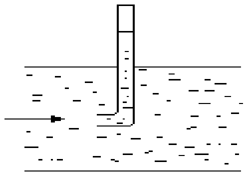
teńlemesi alamız. Joqarıda aytılǵanınday bul teńlemeni eń birinshi ret usı túrde Daniil Bernulli keltirip shıǵardı.

Suyıqlıq aǵıp turǵan tútikshe gorizontqa parallel` etip jaylastırılsa $h_1 = h_2$ hám

$$\rho v_1^2/2 + r_1 = \rho v_2^2/2 + r_2. \qquad (27\text{-}31b)$$

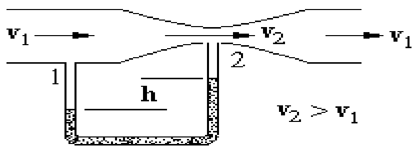


69-súwret. Basımnıń naydıń diametrine ǵárezliligi



70-súwret. Pito tútikshesi sızılması.

(27-31b) formula hám aǵıstıń úzliksizligi haqqındaǵı teoremaǵa tiykarlanıp suyıqlıq hár qıylı kese-kesimge iye gorizont boyınsha jaylastırılǵan nay arqalı aqqanda nay jińishkergen orınlarda suyıqlıq tezliginiń úlken bolatuǵınlıǵın, al nay keńeygen orınlarda basımnıń úlken bolatuǵınlıǵın ańǵarıwǵa boladı. Usı aytılǵanlardıń durıslıǵı naydıń hár qıylı uchastkalarına a, b hám s manometrlerin ornatıp tekserip kóriwge boladı (súwrette kórsetilgen).



71-súwret. Basımnıń naydıń diametrine ǵárezliligin kórsetiwshi ekinshi súwret.

Endi nay arqalı aǵıwshı suyıqlıqqa qozǵalmaytuǵın manometr ornatayıq hám onıń tómengi tútikshesin aǵısqa qarama-qarsı baǵıtlayıq (súwrette kórsetilgen). Bunday jaǵdayda tútikshe tesigi aldında suyıqlıqtıń tezligi nolge teń boladı. (27-31b) formulasın qollansaq hám $v_2 = 0$ dep uyǵarsaq, onda

$$r_2 = \rho v_1^2/2 + r_1$$

teńligin alamız. Demek manometr tútikshesiniń tesigin aǵısqa qarsı qoyǵanımızda ólshenetuǵın r_2 basımı r_1 basımınan $\rho v_1^2/2$ shamasına artıq boladı eken. Eger r_1 basımı belgili bolsa r_2 basımın ólshew arqalı aǵıstıń v_1 tezligin esaplawǵa boladı. Al $\rho v_1^2/2$ basımın kóbinese ***dinamikalıq basım*** dep te ataydı.

Aǵıs tezligi joqarı bolǵanda naydıń jińishke jerlerindegi basım r nıń mánisi teris shama bolıwı múmkin. Mısalı, eger naydıń juwan jerlerindegi basım atmosfera basımına teń bolsa, naydıń jińishke jerlerindegi basım atmosfera basımınan kem boladı. Bul jaǵdayda aǵıs sorıp alıwshı (átiraptaǵı hawanı) sorıwshı xızmetin atqaradı.

Bernulli teńlemesin paydalanıw arqalı suyıqlıqtıń tesiksheden aǵıp shıǵıw tezligin anıqlawǵa boladı. Eger ıdıstıń ózi keń, al tesikshesi kishi bolsa ıdıstaǵı suyıqtıqtıń tezligi kishi boladı hám barlıq aǵıstı bir aǵıs tútikshesi dep qarawǵa boladı. Basım ıdıstıń tómengi kese-kesiminde de, joqarǵı kese-kesiminde de atmosferalıq basım r_0 ge teń dep esaplaymız. Sonlıqtan Bernulli teńlemesi bılay jazıladı:

$$v_1^2/2 + g\,(h_1 - h_2) = v_2^2/2.$$

Eger ıdıstaǵı suyıqlıqtıń tezligi $v_1 = 0$ dep esaplansa hám $h_1 - h_2 = h$ bolǵan jaǵdayda (ıdıstaǵı tesikshe gorizont baǵıtında tesilgen)

$$v_2 = (2g\,h)^{1/2}$$

shamasına teń boladı. Yaǵnıy suyıqlıqtıń tesikshe arqalı aǵıp shıǵıw tezligi dene h biyikligi-nen erkin túskende alatuǵın tezligine teń boladı eken.

Bernulli teńlemesi járdeminde *Torrichelli formulasın* keltirip shıǵarıw múmkin.

Meyli suyıqlıq quyılǵan ıdıstıń tómengi bóliminde tesikshe bolsın hám bul tesikshe arqalı aǵıp shıǵıp atırǵan suyıqlıqtıń tezligin anıqlayıq. Bul jaǵdayda Bernulli teńlemesi

$$R_0/\rho + gh = P_0/\rho + v^2/2. \qquad (27\text{-}33)$$

Bul jerde h - tesikshe menen suwdıń qáddi arasındaǵı qashıqlıq. R_0 atmosferalıq basım. Joqarıdaǵı teńlemeden

$$v = \sqrt{2gh}\,. \qquad (27\text{-}34)$$

Bul formula *Torichelli formulası* dep ataladı. Bul formuladan suyıqlıqtıń tesiksheden aǵıp shıǵıw tezligi h biyikliginen erkin túskende alınǵan tezlikke teń bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

Jabısqaqlıq. Real suyıqlıqlarda normal basımnan basqa suwıqlıqlardıń qozǵalıwshı elementleri shegaralarında *ishki súykelistiń urınba kúshleri* yamasa *jabısqaqlıq* boladı. Bunday kúshlerdiń bar ekenligine ápiwayı tájiriybelerden kórsetiwge boladı. Mısalı jabısqaqlıq esapqa alınbay keltirilip shıǵarılǵan Bernulli teńlemesinen bılayınsha juwmaqlar shıǵaramız: Eger suyıqlıq gorizont boyınsha jatqan, barlıq jerlerinde kese-kesimi birdey bolǵan naydan aǵatuǵın bolsa basım hámme noqatlarda birdey boladı. Haqıyqatında basım aǵıs baǵıtında tómenleydi. Statsionar aǵıstı payda etiw ushın naydıń ushlarında turaqlı túrde basımlar ayırmasın payda etip turıw kerek. Bul basımlar ayırması súykelis kúshlerin joq etiw ushın zárúr.

Basqa bir mısal retinde aylanıwshı ıdıstaǵı suyıqlıqtıń qozǵalısın baqlawdan kelip shıǵadı. Eger ıdıstı vetrikal baǵıttaǵı kósher dógereginde aylandırsaq suyıqlıqtıń ózi de aylanısqa keledi. Dáslep ıdıstıń diywallarına tikkeley tiyip turǵan suyıqlıqtıń qatlamları aylana baslaydı. Keyin aylanıs ishki qatlamlarǵa beriledi. Solay etip ıdıs penen suyıqlıq birdey bolıp aylanaman degenshe ıdıstan suyıqlıqqa aylanbalı qozǵalıs beriliwin dawam etedi. Usınday beriliwdi qozǵalıs baǵıtına urınba bolıp baǵıtlanǵan kúshler támiyinleydi. Usınday urınba baǵıtında baǵıtlanǵan kúshlerdi *ishki súykelis kúshleri* dep ataymız. *Jabısqaqlıq kúshleri* dep atalatuǵın súykelis kúshleri de ayrıqsha áhmiyetke iye.

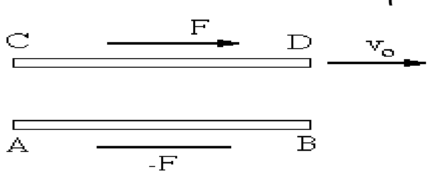
Ishki súykelistiń sanlıq nızamların tabıw ushın ápiwayı mısaldan baslaymız. Arasında suyıqlıq jaylasatuǵın óz-ara parallel, sheksiz uzın plastinalardı qaraymız. Tómengi AV plastinası qozǵalmaydı, al joqarǵı SD plastinkası oǵan salıstırǵanda v_0 tezligi menen qozǵalsın. SD plastinasınıń teń ólshewli qozǵalısın támiyinlew ushın oǵan turaqlı túrde qozǵalıs baǵıtındaǵı F kúshin túsiriw kerek. Bir orında uslap turıw ushın AV plastinasına da tap usınday, biraq qarama-qarsı baǵıtlanǵan kúsh tiń túsiwi kerek. Ńyuton tárepinen usı ” kúshiniń plastinalardıń maydanı S ke, tezik v_0 ge tuwra proportsional, al plastinalar arasındaǵı qashıqlıq h qa keri proportsional ekenligin dálilledi. Demek

$$F = \eta\, S\, v_0 / h. \qquad (27\text{-}35)$$

Bul formulada η - *ishki súykelis koeffitsienti* yamasa *suyıqlıqtıń jabısqaqlıǵı* dep atalıwshı turaqlı shama (koeffitsient). Onıń mánisi plastinalardıń materialına baylanıslı bolmay, hár qıylı suyıqlıqlar ushın hár qıylı mánislerge iye boladı. Al berilgen suyıqlıq ushın η nıń mánisi birinshi gezekte temperaturaǵa ǵárezli boladı.

AV plastinasınıń bir orında tınısh turıwı da shárt emes. Av plastinası v_l, al SD plastinası v_2 tezligi menen qozǵalatuǵın bolsa

$$F = \eta\, S\,(v_l - v_2)/h. \qquad (27\text{-}36)$$



72-súwret

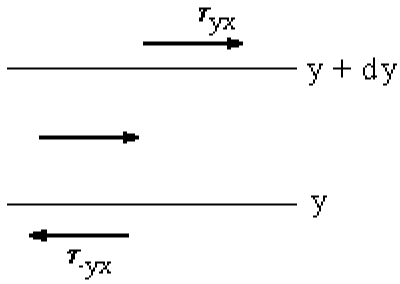
Bul formulanı ulıwmalastırıw ushın suyıqlıq X baǵıtında qozǵaladı dep esaplaymız. Bunday jaǵdayda aǵıs tezligi tek y koordinatasınan ǵárezli boladı:

$$v_x = v_x(y),\ \ v_y = v_z = 0. \qquad (27\text{-}37)$$

Suyıqlıq qatlamın 6 qatlamına perpendikulyar baǵıtta juqa qatlamlarǵa bólemiz. Meyli bul tegislikler Y kósherin y hám y +dy noqatlarında kesip ótsin. Joqarıda jaylasqan qatlamnıń maydanınıń bir birligine tásir etiwshi urınba kúshti τ_{yx} arqalı belgileymiz. Bunday jaǵdayda

$$\tau_{yx} = \eta\,(\partial v_x/\partial y). \qquad (27\text{-}38)$$

Tap usınday talqılawlar nátiyjesinde tómendegidey teńliklerdi alamız:



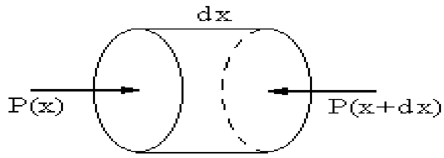
73-súwret

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \eta\ [\partial v_x/\partial y + \partial v_y/\partial x]$$
$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \eta\ [\partial v_y/\partial z + \partial v_z/\partial y]$$
$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \eta\ [\partial v_z/\partial x + \partial v_x/\partial z]$$

Eger suyıqlıq qısılmaytuǵın bolsa bul teńlikler suyıqlıqlardıń qozǵalısınıń differentsial teńlemesin keltirip shıǵarıw ushın tolıq jetkilikli.

Suyıqlıqtın` tuwrısızıqlı nay arqalı statsionar ag`ısı. Meyli qısılmaytuǵın jabısqaq suyıqlıq radiusı R bolǵan tuwrı múyeshli nay arqalı aǵatuǵın bolsın. Suyıqlıqtıń tezligi naydıń radiusı r ge baylanıslı ekenligi túsinikli.

Súwrette kórsetilgendey jaǵdaydı talqılaymız. Naydıń kósheri retinde aǵıs boyınsha baǵıtlanǵan X kósherin alamız. Nayda uzınlıǵı dx, radiusı r bolǵan sheksiz kishi tsilindrlik bólimdi kesip alamız. Usı tsilindrlik qaptal betke qozǵalıs baǵıtında $dF = 2\pi rl\eta(dv/dr)dx$ kúshi tásir etedi. Sonıń menen birge tsilindrdiń ultanlarına basımlar ayırması kúshi tásir etedi:



74-súwret

$$dF_l = \pi r^2[P(x) - P(x+dx)] = - \pi r^2(dP/dx)dx. \qquad (27\text{-}39)$$

Statsionar aǵısta bul eki kúshtiń qosındısı nolge teń bolıwı kerek. Sonlıqtan

$$2\eta\ (dv/dr) = r(dP/dx). \qquad (27\text{-}40)$$

Tezlik v(r) hám dv/dr tuwındısı x tıń ózgeriwi menen ózgermey qaladı. Usınıń nátiyjesinde

$$dv/dr = - (R_l - R_2)r/(2\eta l). \qquad (27\text{-}41)$$

Integrallap

$$v = - (R_l - R_2)r^2/(4\eta l) + C \qquad (27\text{-}42)$$

formulasın alamız. r = R bolǵanda v = 0. Sonlıqtan

$$v = - (R_l - R_2)*(R^2 - r^2) /(4\eta l). \qquad (27\text{-}43)$$

Suyıqlıqtıń tezligi truba orayında óziniń maksimallıq mánisine iye:

$$v_0 = - (R_l - R_2)R^2 /(4\eta l). \qquad (27\text{-}44)$$

Endi suwıqlıqtıń aǵıp ótken muǵdarın esaplaymız. Bir sekund waqıt dawamında r hám r + dr radiusları arasındaǵı saqıyna tárizli maydan arqalı aǵıp ótken suyıqlıqtıń muǵdarı $dQ=2\pi rdr\rho v$. Bul ańlatpaǵa v nıń mánisin qoyıp hám integrallaw arqalı suyıqlıqtıń aǵıp ótken muǵdarın bilemiz:

$$Q = \pi\rho[(P_l - P_2)/2\eta l] \int_0^R (R^2 - r^2)\ r\ dr = \pi\rho(P_l - P_2)R^4/8\eta l. \qquad (27\text{-}45)$$

Demek *aǵıp ótken suyıqlıqtıń muǵdarı basımlar ayırması* $P_l - P_2$ *ge, naydıń radiusınıń 4-dárejesine tuwra, al naydıń uzınlıǵı menen suyıqlıqtıń jabısqaqlıq koeffitsientine keri proportsional eken.*

Keyingi formula *Puazeyl formulası* dep ataladı.

Puazeyl formulası tek ǵana *laminar aǵıslar* ushın durıs boladı. Laminar aǵısta suyıqlıq bóleksheleri naydıń kósherine parallel bolǵan sızıq boyınsha qozǵaladı. Laminar aǵıs úlken tezliklerde buzıladı hám *turbulentlik aǵıs* payda boladı.

Hár sekund sayın naydıń kese-kesimi arqalı alıp ótiletuǵın **kinetikalıq energiya**:

$$K = \int_0^R (\rho v^2/2)*2\pi rvdr. \qquad (27\text{-}46)$$

Bul ańlatpaǵa v nıń mánisin qoyıp hám integrallaw nátiyjesinde alamız:

$$K = (l/4)Qv_0^2 = Q(\bar{v})^2. \qquad (27\text{-}47)$$

Hár sekund sayın suyıqlıq ústinen islenetuǵın jumıs basımlar ayırması R_l - R_2 ge tuwra proportsional hám $A = \int v(R_l - R_2)*2\pi rdr$ formulası járdeminde anıqlanadı. Yamasa

$$A = (R_l - R_2)Q/\rho. \qquad (27\text{-}48)$$

Shaması usınday bolǵan, biraq belgisi boyınsha teris A' jumıstı ishki súykelis kúshleri orınlaydı. $A' = -Av_0 = -(R_l - R_2)R^2/(4\eta l)$ formulasınan basımlar ayırmasın tabamız hám

$$A' = -4\pi v_0 lQ/(\rho R^2). \qquad (27\text{-}49)$$

Alınǵan formulalar qanday jaǵdayda súykelik kúshlerin esapqa almawǵa bolatuǵınlıǵına (yamasa Bernulli teńlemesin paydalanıwǵa) juwap beredi. Bunıń ushın jabısqaqlıqqa baylanıslı kinetikalıq energiyanıń joǵalıwı suyıqlıqtıń óziniń kinetikalıq energiyasına salıstırǵanda salıstırmas dárejede az bolıwı kerek, yaǵnıy $|A'| << A$. Bul

$$v_0R^2/(l6Fl) >> 1 \qquad (27\text{-}50)$$

teńsizligine alıp keledi. Bul jerde F belgisi menen *kinematikalıq jabısqaqlıq* belgilengen.

$$F = \eta/\rho \qquad (27\text{-}51)$$

shaması dinamikalıq jabısqaqlıq dep ataladı.

Gidrodinamikalıq uqsaslıq nızamları. Qanday da bir deneni yamasa deneler sistemasın basıp ótótuǵın suyıqlıq aǵısın qaraymız. Usınıń menen birge soǵan sáykes suyıqlıq tárepinen orap ótiletuǵın sheksiz kóp sanlı denelerdi de qaraw múmkin. Usınday eki aǵıs ta mexanikalıq jaqtan birdey bolıwı ushın aǵıs parametrleri hám suyıqlıqtı táripleytuǵın turaqlılar (ρ, η hám basqalar) qanday shártlerdi qanaatlandırıwı kerek degen soraw beriledi. Eger uqsaslıq bar bolatuǵın bolsa, birinshi sistema ushın aǵıstı bile otırıp geometriyalıq jaqtan uqsas bolǵan basqa sistemadaǵı aǵıstıń qanday bolatuǵınlıǵın boljap beriw múmkin. Bul kemelerdi hám samoletlardı soqqanda úlken áhmiyetke iye. Real korabller menen samoletlardı soqqanda dáslep geometriyalıq jaqtan uqsas, biraq kishireytilgen modelleri sınaqlardan ótkeriledi. Keyin qayta esaplawlar járdeminde real sistemalardıń qásiyetleri anıqlanadı. Bunday máseleni sheshiwdiń ańsat usılın *ólshemler teoriyası* beredi.

Máseleni ulıwma túrde shesheyik. Meyli **r** hám **v** bir birine uqsas noqatlardaǵı radius-vektor hám suyıqlıqtıń tezligi bolsın, l *tán ólshem* hám v_0 - *aǵıstıń tán tezligi* bolsın (usınday tezlik penen suyıqlıq «sheksizlikten» qarap atırılǵan sistemaǵa keledi dep esaplanadı). Bul suyıqlıqtıń qásiyeti tıǵızlıq ρ, jabısqaqlıq η hám qısılǵıshlıq penen táriyiplensin. Qısılǵıshlıqtıń ornına sestiń qarap atırılǵan suyıqlıqtaǵı tezligin alıw múmkin. Eger salmaq kúshi áhmiyetke iye bolsa erkin túsiwdegi tezleniw g alınadı. Eger suyıqlıqtıń aǵısı statsionar bolmasa, onda aǵıs sezilerliktey ózgeretuǵın *tán waqıt* τ alınıwı kerek. Sonlıqtan

$$\mathbf{v}, v_0, \mathbf{r}, l, \rho, \eta, s, g, \tau$$

shamaları arasında funktsionallıq baylanıs orın alıwı kerek. Olardan altı ólshemsiz kombinatsiyalar dúze alamız. Usıǵan $\mathbf{v}/v_0$, $\mathbf{r}/l$ eki qatnası hám tórt ólshem birligi joq san kiredi:

$$Re = \rho l v_0/\eta = lv_0/“. \qquad la$$

$$F = v_0^2/gl \qquad (1b)$$
$$M = v_0/c \qquad (1v)$$
$$S = v_0\tau/l \qquad (1g)$$

Ólshemlik qaǵıydası boyınsha usı ólshem birligi joq kombinatsiyalardıń biri qalǵanlarınıń funktsiyası bolıwı kerek. Mısalı:

$$\mathbf{v}/v_0 = f\,(r/l,\ Re,\ F,\ M,\ S)$$

yamasa

$$\mathbf{v} = v_0\, f\,(r/l,\ Re,\ F,\ M,\ S).$$

Eki aǵıs ushın joqarıda keltirilgen altı ólshem birligi joq kombinatsiyalardıń besewi eki aǵıs ushın birdey bolsa, onda altınshı kombinatsiya da qalǵanları menen birdey bolıp shıǵadı. Bul *aǵıslardıń uqsaslıǵınıń ulıwmalıq nızamı*. Al aǵıslardıń ózleri bolsa *mexanikalıq jaqtan* yamasa *gidrodinamikalıq uqsas* dep ataladı.

(la)-san *Reynol`das* (1842-1912) *sanı*, (1b)-san Frud sanı, (1v)-san Max sanı, (1g)-san Struxal sanı dep ataladı. Max penen Struxal sanları fizikalıq jaqtan túsindiriwdi talap etpeydi. Al Reynol`das hám Frud sanlarınıń fizikalıq mánislerin túsindiriw kerek. Eki sannıń da ólshem birligi joq ekenligine itibar beriwimiz kerek. Reynol`das sanı kinetikalıq energiyanıń jabısqaqlıqtıń bar bolıwı saldarınan tán uzınlıqta joǵalǵan kinetikalıq energiyasına proportsional shama bolıp tabıladı. Haqıyqatında da suyıqlıqtıń kinetikalıq energiyası K \ $(l/2)\rho v_0^2 l^3$. Jabısqaq kernew $\eta v_0/l$ diń mánisin ten maydan l^2 qa kóbeytiw arqalı jabısqaqlıq kúshin tabamız. Bul kúsh $\eta v_0 l$ bolıp shıǵadı. Bul kúshti tán uzınlıqqa kóbeytsek jabısqaqlıq kúshi jumısın tabamız: A \ $\eta v_0 l^2$. Kinetikalıq energiyanıń jumısqa qatnası

$$K/A \setminus \rho l v_0/\eta.$$

inertsiya menen jabısqaqlıqtıń salıstırmalı ornın anıqlaydı eken. *Reynol`ds sanınıń úlken mánislerinde inertsiya, al kishi mánislerinde jabısqaqlıq tiykarǵı orındı iyeleydi.*

Sol sıyaqlı mániske Frud sanı da iye. Ol *kinetikalıq energiyanıń suyıqlıq tán uzınlıqtı ótkendegi salmaq kúshiniń jumısına qatnasına proportsional* shama bolıp tabıladı. Frud sanı qanshama úlken bolsa salmaqtıń qasında inertsiyanıń tutqan ornı sonshama úlken ekenligin kóremiz.

Potentsial ha`m iyrim qozg`alıs. Suyıqlıqtardıń qozǵalısı haqqında gáp etilgende qozǵalıslardı *potentsial* hám *iyrim* qozǵalıslarǵa bólemiz. Belgilengen waqıt momentindegi suyıqlıqtıń **v**(**r**) tezlikler maydanın qaraymız. Suyıqlıqta S tuyıq konturı alamız hám aylanıp shıǵıwdıń oń baǵıtın belgileymiz.

τ - birlik urınba vektor, d **s** - konur uzınlıǵı elementi. S tuyıq konturı boyınsha alınǵan

$$G = \oint v_\tau\, ds = \oint (\mathbf{v}\, d\, s) \qquad (27\text{-}52)$$

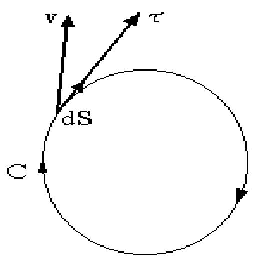
integralı S konturı boyınsha *tezlik vektorınıń tsirkulyatsiyası* dep ataladı. Eger tsirkulyatsiya tuyıq kontur boyınsha nolge teń bolsa suyıqlıqtıń qozǵalısı *potentsial qozǵalıs* dep ataladı. Qarsı jaǵdayda qozǵalıstı *iyrim qozǵalıs* dep ataymız.

$$v = \mathrm{grad}\ \varphi \qquad (27\text{-}53)$$

bolǵan jaǵdaydaǵı φ tezlikler potentsialı dep ataladı.

Ideal suyıqlıqtıń konservativlik kúshler tásirinde tınıshlıq halının qozǵala baslawı potentsial aǵıs bolıp tabıladı.

Iyrim qozǵalıstıń mısalı retinde suyıqlıqtıń bir tegislikte kontsentrlik sheńberler boyınsha bir ω múyeshlik tezligi boyınsha qozǵalıwın kórsetiwge boladı. Bul jaǵdayda r radiuslı sheńber boyınsha tezliktiń tsirkulyatsiyası $G = 2\pi rv = 2\pi r^2\omega$. Onıń kontur maydanına qanası $G/(\pi r^2) = 2\omega$, yaǵnıy radius r ge baylanıslı emes. Eger aylanıwdıń múyeshlik tezligi radius r ge baylanıslı bolatuǵın bolsa $G/(\pi r^2)$ qatnasınıń ornına onıń $r \to 0$ bolǵandaǵı shegi beriledi. Bul shek múyeshlik tezliktiń ekiletilgen kóbeymesine teń. Bul shek rv tezliginiń *quyını* yamasa *rotorı* (dáliregi kontur tegisligine perpendikulyar bolǵan tegislikke túsirirlgen rotor vektorınıń proektsiyası) dep ataladı.



75-súwret

Ulıwma jaǵdayda rotor dep

$$\mathrm{rot}_n v = \lim_{\Delta S \to 0} (G/\Delta S). \qquad (27\text{-}54)$$

shamasın aytamız.

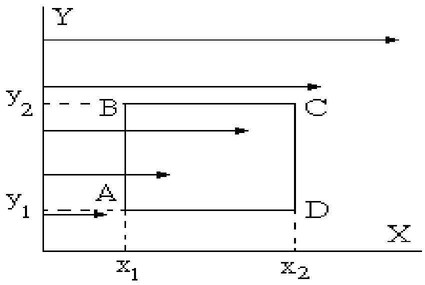
Bul jerdegi G - **v** vektorınıń qarap atırılǵan kontur boyınsha tsirkulyatsiyası.
Mısal retinde X kósheri baǵıtındaǵı suyıqlıqtıń tegisliktegi aǵısın alıp qaraymız. Aǵıs tezligi kóldeneń baǵıtta v_x = ay nızamı boyınsha ózgersin. Iyrim tárizli qozǵalıstıń orın alatuǵınlıǵına iseniw ushın tárepleri koordinata kósherlerine parallel bolǵan AVSD konturın alamız. Bul kontur boyınsha tezlik tsirkulyatsiyası

$$G = (x_2 - x_l)(v_l - v_2) = - a(x_2 - x_l)(y_2 - y_l)$$

Onıń kontur maydanı $\Delta S = (x_2 - x_l)(y_2 - y_l)$ 75 qatnası yamasa

$$\mathrm{rot}_z\, \mathbf{v} = -a \qquad (27\text{-}55)$$

yamasa



76-súwret

$$\mathrm{rot}_z\, \mathbf{v} = - \partial v_x/\partial y. \qquad (27\text{-}56)$$

Eger v_x koordinata y ke baylanıslı sızıqlı bolmasa da keyingi formula durıs bolıp qaladı, biraq $\mathrm{rot}_z\, \mathbf{v}$ u koordinatasınıń funktsiyasına aylanadı.

Shegaralıq qatlam ha`m u`ziliw qubılısı. Reynol`ds sanınıń úlken mánislerinde súyirlengen deneler betlerinen qashıq orınlarda jabısqaqlıq kúshleri hesh qanday áhmiyetke iye bolmaydı. Bul kóshlerdiń mánisi basımlar ayırmasınıń saldarınan payda bolǵan kúshlerden ádewir kem. Bul kúshlerdi esapqa almay ketiwge hám suyıqlıqtı ideal dep esaplawǵa boladı. Biraq sol súyirlengen denelerge tiyip tuǵan orınlarda onday emes. Jabısqaqlıq kúshleri denelerdiń betlerine suwıqlıqtıń jabısıwına alıp keledi. Sonlıqtan deneler betine tikkeley tiyip turǵan orınlarda jabısqaqlıqqa baylanıslı súykelis kúshleriniń shaması basımlar ayırması kúshleri menen barabar dep juwmaq shıǵarıwǵa boladı. Usınday jaǵdaydıń orın alıwı ushın suyıqlıqtıń tezligi deneden alıslaw menen tez ósiwi kerek. Tezliktiń usınday tez ósiwi juqa betke tiyip turǵan *shegaralıq qatlamda* orın aladı.

Bul shegaralıq qatlamnıń qalıńlıǵı δ anıq anıqlanǵan fizikalıq shamalar qatarına kirmeydi. Sebebi qatlamnıń anıq shegarası joq. Qatlamnıń qalıńlıǵı tek ǵana suyıqlıqtıń qásiyetlerine baylanıslı bolıp qalmay, súyirlengen deneniń formasına da baylanıslı boladı. Sonıń menen birge shegaralıq qatlam qalıńlıǵı aǵıstıń baǵıtı boyınsha súyirlengen deneniń aldıńǵı jaǵınan arqı jağına qaray ósedi. Sonlıqtan δ nıń dál mánisi haqqında aytıwdıń múmkinshiligi bolmaydı. Onıń mánisin tek bahalaw kerek.

Shegaralıq qatlamnıń qalıńlığın usı qatlamdağı jayuısqaqlıq kúshleri menen basım ayırmasınan payda bolǵan kúshler menen teńlestirip anıqlaw múmkin. Dáslep shegaralıq qatlamdağı suyıqlıqtıń bir birlik kólemine tásir etetuǵın súykelis kúshi $f_{súy}$ tiń mánisin bahalaymız. Aǵıs baǵıtına perpendikulyar baǵıtta suyıqlıq tezliginiń gradienti shama menen v/δ ǵa barabar. Bir birlik kólemge tásir etiwshi kúsh

$$f_{súy} \backslash (\eta S\ v/\delta)/S\delta = \eta\ v/\delta^2.$$

Endi basımlar ayırmasınan payda bolǵan kúshtiń shamasın bahalaymız. f_{bas} = grad P. Bizdi tek aǵıs baǵıtındaǵı basımnıń gradienti qızıqtıradı. Bernulli teńlemesinen $R = R_0 - (l/2)\ \rho v^2$. Bunnan grad $P = -\ (\rho/2)$ grad v^2. Demek $f_{bas} \backslash \rho v^2/l$, l - súyirlengen deneniń ózine tán uzınlıǵı. Eki kúshti ($f_{súy}$ hám f_{bas}) teńlestirip, ápiwayı ápiwayılastırıwdı ámelge asırıp

$$\delta \backslash [\eta l/(\rho v)]^{l/2}$$

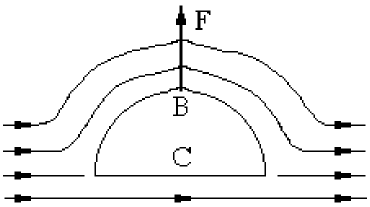
yamasa

$$\delta \backslash l^*(Re)^{-l/2}.$$

Mısalı diametri D = l0 sm, hawadaǵı tezligi v = 30 m/s bolǵan shar ushın Reynol`das sanı 2^*l0^5 ke teń, demek $\delta \backslash 0.2$ mm.

Reynol`ds sanı shama menen birdiń átirapında bolǵan jaǵdaylarda da $\delta \backslash l^*(Re)^{-l/2}$ formulası sapalıq jaqtan tuwrı nátiyjelerge alıp keledi. Bul jaǵdayda shegaralıq qatlamnıń ólshemleri deneniń óziniń ólshemleri menen teńlesedi. Bunday jaǵdayda shegaralıq qatlam haqqında aytıw mánisin joǵaltadı. Shegaralıq qatlam haqqındaǵı kóz-qaras statsionar laminar aǵıs ushın da durıs kelmeydi. Bunıń sebebi jabısqaqlıq kúshleri basım gradientleri menen tek ǵana deniniń átirapında emes, al suyıqlıqtıń barlıq kóleminde teńlesedi.

Shegaralıq qatlam deneden úzilmese onda qozǵalıs suyıqlıqtı ideal suyıqlıq dep esaplanıw arqalı úyreniliwi kerek. Shegaralıq qatlamnıń bar bolıwı deneniń effektivlik ólshemlerin úlkeyiwi menen barabar boladı. Suyıqlıq aǵımına qarsı qaraǵan deniniń aldıńǵı beti usınday qásiyetke iye. Biraq deneniń art tárepinde shegaralıq hár waqıt *shegaralıq qatlam dene betinen úziledi*. Bul jaǵdayda jabısqaqlıq kúshi tolıq joǵaladı degen kóz-qaras haqıyqatlıqtan alıs bolǵan nátiyjelerge alıp keledi. Shegaralıq qatlamnıń úziliwi deneni aylanıp ótiwdi pútkilley ózgertedi.



77-súwret. Jabısqaq suyıqlıqtıń simmetriyaǵa iye emes deneni orap aǵıwı. Denege suyıqlıq tárepinen túsirilgen kúshlerdiń qosındısı nolge teń emes.

Jabısqaq suyıqlıqtın` simmetriyag`a iye emes deneni orap ag`ıwı. Bul jerde simmetriyaǵa iye emes haqqında aytılǵanda suyıqlıqqa salıstırǵandaǵı qozǵalıw baǵıtındaǵı simmetriya názerde tutılǵan. Bul jaǵdayda, 27-11 súwrette kórsetilgenindey suyıqlıq tárepinen túsirilgen kúshlerdiń qosındısı nolge teń bolmaydı. Súwrette ápiwayılıq ushın sheksiz uzın yarım tsilindr túrindegi dene keltirilgen. Deneniń S tegis betinde aǵıs sızıqları usı betke parallel boladı, bul betke túsetuǵın basımdı r ǵa teń dep belgileymiz. V noqatındaǵı basım r dan kem boladı. Sonlıqtan payda bolǵan qosındı kúsh $F = \sum f_i \neq 0$. Bul kúsh iyrimsiz aǵısta ağıs sızıqlarına perpendikulyar boladı. Ideal suyıqlıqta bul kúsh deneni ağıs bağıtında qozğaltpaydı, onı tek ağıs bağıtına perpendikulyar emes bağıtta jıljıtıwğa tırısadı.

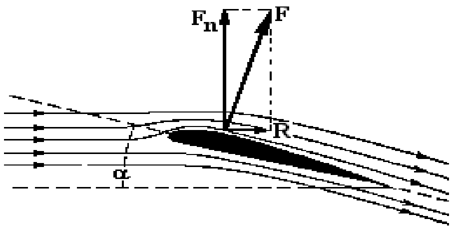
Jabısqaq suyıqlıq simmetriyasız deneni orap aqqanda denege ağıs tárepinen tásir etiwshi kúshlerdiń qosındsı F kúshi ağıs sızıqlarına perpendikulyar bolmaydı. Bul jağdayda onı eki qurawshığa jikleymiz: birewi ağıs bağıtında bağıtlanğan F_a, al ekinshisi ağısqa perpendikulyar bağıtlanğan F_p.

**Samolet qanaatının` ko`teriw ku`shi**. :ziliw qubılısı menen kóteriw kúshiniń payda bolıwı tikkeley baylanıslı. Turaqlı tezlik penen qozğalıwshı samolettıń keńisliktegi orientatsiyası ózgermeydi.  Bunday ushıwda samoletqa tásir etiwshi barlıq kúshlerdiń momentleri bir birin teńlestiredi. Al samolettıń impul`s momenti turaqlı bolıp qaladı. Ápiwayılıq ushın sızılmağa perpendikulyarbağıtlanğan qanattı qaraymız. Qanattıń uzınlığın sheksiz úlken dep esaplaymız. Bunday qanat *sheksiz uzınlıqqa iye qanat* dep ataladı. Qanattıń S massa orayına koordinata basın ornatamız (eń qolay jağday). Esaplaw sistemasınıń inertsial bolatuğınlığın ózi-ózinen túsinikli dep bilemiz.

Solay etip biz qanattı qozğalmaydı dep esaplaymız. Barlıq impul`s momntlerin sol S noqatına salıstırğanda alamız.

Kóteriw kúshiniń payda bolıwı ushın qanat simmetriyalı bolmawı kerek. Mısalı óz kósheri dógereginde aylanbaytuğın dóńgelek tsilindr jağdayıeda kóteriw kúshiniń payda bolıwı múmkin emes.

Shegaralıq qatlamda qanattan qashıqlasqan sayın hawa bóleksheleriniń tezligi artadı. Sonıń saldarında shegaralıq qatlamdağı qozğalıs iyrimlik hám soğan sáykes aylanıwda óz ishine aladı. Qanattıń ústinde aylanıw saat strelkası bağıtında, al tómeninde qarama-qarsı bağıtta qozğaladı (eger suyıqlıq ağısı soldan ońğa qaray qozğalatuğın bolsa). Meyli qanattıń tómenindegi shegaralıq qatlamda turğan hawa massası bir yamasa bir neshe iyrim tárepinen julıp alınıp ketedi dep esaplaymız. Aylanıwğa sáykes bul massa ózi menen birge impul`s momentin alıp ketedi. Biraq hawanıń ulıwmalıq qozğalıs momenti ózgermeydi. Eger qanattıń ústingi tárepinde shegaralıq qatlamnıń úzip alınıwı bolmasa qozğalıs momentiniń saqlanıwı ushın qanattıń sırtı boyınsha ağıs saat strelkası bğıtında qozğalıwı kerek. Basqa sóz benen aytqandı qanattıń sırtı arqalı tiykarğı ağısqa qosılıwshı saat strelkası bağıtındağı hawanıń tsirkulyatsiyası payda boladı. Qanat astındağı tezlik kishireyedi, ústinde úlkeyedi. Sırtqı ağısqa Bernulli teńlemesin qollanıwğa boladı. Bul teńlemeden tsirkulyatsiya nátiyjesinde qanattıń astında basımnıń kóbeyetuğınlığı, al ústinde azayatuğınlığı kelip shığadı. Payda bolğan basımlar ayırması joqarığı qaray bağıtlanğan kóteriw kúshi sıpatında kórinedi. Al julıp alınğan iyrimler qanattıń ústingi tárepinde payda bolsa «kóteriw» kúshi tómen qaray bağıtlanadı.



78-súwret. Samolet qanatınıń kóteriw kúshiniń payda bolıwın túsindiretuğın súwret.

28-sanlı lektsiya.

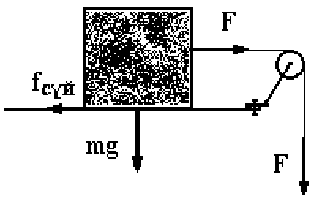
§ 28. Su`ykelis ku`shleri

1. Qurǵaq súyelis.
2. Suyıq súykelis.
3. Súykelis kúshleriniń jumısı.
4. Suyıq súykelis bar jaǵdaydaǵı qozǵalıs.
5. Stoks formulası.
6. Shekli tezlikke jaqınlaw.

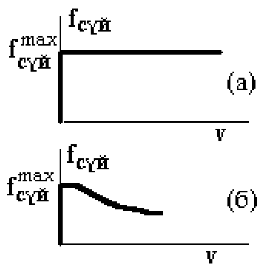
Qurg`aq su`ykelis. Eger eki dene óz betleri menen bazı bir basım astında tiyisip turatuǵın bolsa onda usı tiyisetuǵın betke urınba baǵıtında kishi kúsh túskeni menen bul deneler bir birine salıstırǵanda qozǵalısqa kelmeydi. Jıljıwdıń baslanıwı ushın kúshtiń mánisi belgili bir minimal shamadan asıwı kerek. *Deneler bir biri menen belgili basım menen tiyisip turatuǵın bolsa, onda olardı bir birine salıstırǵanda jıljıtıw ushın usı jıljıwǵa qarsı qartılǵan kúshten úlken kúsh túsiriw kerek. Bul kúshler tınıshlıqtaǵı súykelik kúshleri dep ataladı*. Jıljıwdıń baslanıwı ushın sırtqı tangensial baǵıtlanǵan kúshtiń mánisi belgili shamadan artıwı kerek. Solay etip tanashlıqtaǵı súykelis kúshi $f_{tın}$ nolden baslap bazı bir maksimum shaması $f_{tın}^{max}$ mánisine shekem ózgeredi. Bul kúsh sırttan túsirilgen kúshtiń mánisine teń. Baǵıtı boyınsha qarama-qalsı bolıp, sırtqı kúshti teńlestiredi. Súykelis kúshi basımǵa, deneniń materialına, bir birine tiyisip turǵan betlerdiń tegisligine baylanıslı.

Sırtqı tangensial kúsh $f_{tın}^{max}$ ten úlken mániske iye bolsa tiyip turǵan betler boyınsha jıljıw baslanadı. *Bul jaǵdayda súykelis kúshi tezlikke qarsı baǵıtlanǵan*. Kúshtiń san shaması tegislengen betler jaǵdayında kishi tezliklerde tezlikke baylanıslı bolmaydı hám $f_{tın}^{max}$ shamasına teń. Súykelis kúshiniń tezlikke ǵárezliligi a súwrette kórsetilgen. $v \neq 0$ bolǵan barlıq tezliklerde súykelis kúshi anıq mániske hám baǵıtqa iye. $v = 0$ de onıń shaması bir mánisli anıqlanbaydı hám sırttan túsirilgen kúshke baylanıslı boladı.

Biraq súykelis kúshleriniń tezlikten ǵárezsizligi úlken emes tezliklerde baqlanadı. (b) súwrette kórsetilgendey tezlik belgili bir shamaǵa shekem óskende súykelis kúshleri kemeyedi (tınıshlıqtaǵı súykelis kúshiniń shamasına salıstırǵanda), al keyin artadı.



79-súwret. Qurǵaq súykelis.



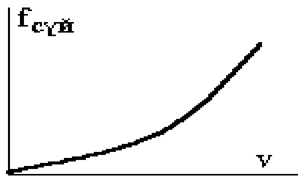
80-súwret. Qurǵaq súykelis kúshiniń tezlikke baylanıslılıǵı. Ordinata kósherlerine tezlikke qarsı baǵıtlanǵan kúsh qoyılǵan.

Qarap atırǵan súykelis kúshleriniń ózine tán ayırmashılıǵı sol kúshlerdiń bir birine tiyisip turǵan betlerdiń bir birine salıstırǵandaǵı tezligi nolge teń bolǵanda da joǵalmaytuǵınlıǵı bolıp tabıladı. **Usınday su`ykelis qurg`aq su`ykelis dep ataladı**. Joqarıdaǵı súwrette berilgen $f_{súy} = k'mg$, k' súykelis koeffitsienti dep ataladı. Bul koeffitsienttiń mánisi eksperimentte anıqlanadı.

Qurǵaq súykelistiń bolıwı bir birine tiyisip turǵan betlerdegi atomlar menen molekulalardıń óz-ara tásirlesiw menen baylanıslı. Demek qurǵaq súykelis elektromagnit tásirlesiwdiń nátiyjesinde payda boladı dep juwmaq shıǵaramız.

Suyıq su`ykelis**. Eger biri birine tiyip turǵan betlerdi maylasaq, onda jıljıw derlik nolge teń kúshlerdiń tásirinde-aq ámelge asa baslaydı. Bul jaǵdayda, mısalı metaldıń qattı betleri bir biri menen tásirlespey, betlerge maylaǵında jaǵılǵan may plenkası tásirlesedi. ***Tınıshlıqtag`ı su`ykelis ku`shi bolmaytug`ın bunday su`ykelis suyıq su`ykelis ku`shi dep ataladı*. Gazde yamasa suyıqlıqta metal sharik júdá kishi kúshlerdiń tásirinde qozǵala aladı.

Suyıq súykelis kúshiniń tezlikke ǵárezliligi súwrette kórsetilgen. Kúshtiń kishi mánislerinde $f_{súy}$ = - kv. k proportsionallıq koeffitsienti suyıqlıq yamasa gazdiń qásiyetlerine, deneniń geometriyalıq táriplemelerine, deneniń betiniń qásiyetlerine baylanıslı.



81-súwret. Suyıq súykelis kóshiniń tezlikke baylanıslılıǵı.
Ordinata kósherine tezlikke qarama-qarsı baǵıtlanǵan kúshler qoyılǵan.

Qattı deneler gazde yamasa suyıqlıqta qozǵalǵanda súykelis kúshlerinen basqa denelerdiń tezligine qarama-qarsı baǵıtlanǵan qarsılıq kúshleri de orın aladı. Bul kúshler tutas deneler mexanikasında úyreniledi.

Su`ykelis ku`shlerinin` jumısı. Tınıshlıqtaǵı súykelis kúshleriniń jumısı nolge teń. Qattı betlerdiń sırǵanawında súykelis kúshleri orın almastırıwǵa qarsı baǵıtlanǵan. Onıń jumısı teris belgige iye. Bul jaǵdayda kinetikalıq energiya bir biri menen súykelisetuǵın betlerdiń ishki energiyasına aylanadı - onday betler qızadı. Suyıq súykeliste de kinetikalıq energiya jallılıq energiyasına aylanadı. Sonlıqtan *súykelis bar bolǵandaǵı qozǵalıslarda energiyanıń saqlanıw nızamı kinetikalıq hám potentsial energiyalardıń qosındısınıń turaqlı bolıp qalatuǵınlıǵınan turmaydı*. Súykelis barda usı eki energiyanıń qosındısı kemeyedi. Energiyanıń ishki energiyaǵa aylanıwı ámelge asadı.

Suyıq su`ykelis bar jag`daydag`ı qozg`alıs. Qurǵaq súykeliste tezleniw menen qozǵalıs súykelis kúshinniń maksimal mánisinen artıq bolǵanda ámelge asadı. Bunday jaǵdaylarda turaqlı sırtqı kúshtiń tásirinde dene tárepinen alınatuǵın tezlik sheklenbegen. *Suyıq súykelis bolǵanda jaǵday basqasha*. Bunday jaǵdayda turaqlı kúsh benen tek ǵana sheklik dep atalatuǵın tezlikke shekem tezletedi. Usınday tezlikke jetkende $f_{súy}$ = kv súykelis kúshi sırttan túsirilgen kúshti teńlestiredi hám dene teń ólshewli qozǵala baslaydı. Demek sheklik tezlik v_{shek} = f/k.

Stoks formulası. Suyıq súykelis kúshin esaplaw quramalı másele bolıp tabıladı. Súykelis kúshi suyıqlıqta qozǵalıwshı deneniń formasına hám *suyıqlıqtıń jabısqaqlıǵına* baylanıslı. :lken emes shar tárizli deneler ushın bul kúsh *Stoks formulası* járdeminde anıqlanıwı múmkin:

$$f_{súy} = 6\pi\mu r_0 v. \qquad (28\text{-l})$$

r_0 - shardıń radiusı, μ - jabısqaqlıq koeffitsienti.

Shekli tezlikke jaqınlaw. Bir ólshemli keńislikte súykelis kúshleri bar jaǵdaylarda deneniń qozǵalısı

$$m(dv/dt) = f_0 - kv \qquad (28\text{-}2)$$

teńlemesi menen táriplenedi. f_0 kúshin turaqlı dep esaplaymız. Meyli t = 0 waqıt momentinde v = 0 bolsın. Teńlemeni integrallaw arqalı sheshimin tabamız:

$$\int_0^v dv/[l-(k/f_0)v] = (f_0/m)\int_0^t dt;$$

$$(f_0/k)\ln(l - kv/f_0) = f_0t/m$$

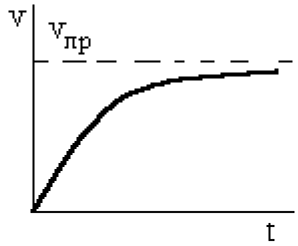
Potentsiallaǵannan keyin:

$$v(t) = (f_0/k)\{l - \exp[-(k/m)t\}. \qquad (28\text{-}3)$$

Bul baylanıs grafigi súwrette kórsetilgen. v(t) tezligi 0 den $v_{sh} = f_0/k$ shamasına ekem eksponentsial nızam boyınsha ósedi. Eksponenta óziniń kórsetkishine kúshli ǵárezlilikke iye. Kórsetkishtiń shaması -l ge jetkende ol nolge umtıladı. Sonlıqtan kórsetkish -l ge teń bolaman degenshe ótken waqıt τ ishinde tezlik shekli mánisine iye boladı dep esaplawǵa boladı. Bul shama $(k\tau/m) = 1$ shártinen anıqlanıwı múmkin. Bunnan $\tau = m/k$. Shar tárizli deneler ushın Stoks formulası boyınsha $k = 6\pi\mu r_0$. Shardıń kólemi $4\pi r_0^3/3$ bolǵanlıqtan shekli tezlikke shekem jetetuǵın waqıt

$$\tau = m/(6\pi\mu r_0) = (2/9)\ \rho_0\ r_0^2/\mu. \qquad (28\text{-}4)$$

ρ_0 - deneniń tıǵızlıǵı. Glitserin ushın $\mu \approx 14$ g/(sm*s). Sonlıqtan tıǵızlıǵı $\rho_0 \approx 8$ g/sm^3, radiusı $r_0 \approx 1$ sm bolǵan polat shar $\tau \approx 0.13$ s ishinde shekli tezligine jetedi. Eger $r_0 \approx 1$ mm bolǵanda waqıt shama menen 100 mártebe kishireyedi.



82-súwret. Suyıq súykelis orın alǵan jaǵdaydaǵı tezliktiń shekli mánisine jaqınlawı.

Sorawlar:

Dene qozǵalmay turǵanda qurǵaq súykelis kúshi nege teń hám qalay qarap baǵıtlanǵan?

Deneniń tezligi nolge teń bolǵanda suyıq súykelis kúshi nege teń?

Qurǵaq súykelis kúshi tezlikke qalay baylanıslı?

Suyıq súykelis kúshi tezlikke qalay baylanıslı?

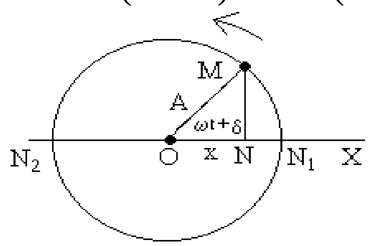
Hawada qulap túskende adamnıń shama menen alınǵan shekli tezligi nege teń?

§ 29. Terbelmeli qozg`alıs

1. Garmonikalıq terbelislerdi kompleks formada kórsetiw.
2. Birdey jiyiliktegi garmonikalıq terbelislerdi qosıw.
3. Menshikli terbelis.
4. Dáslepki shártler.
5. Energiya.
6. Terbelislerdiń sóniwi.
7. Májbúriy terbelisler. Rezonans.
8. Amplitudalıq rezonanslıq iymeklik.
9. Prujinaǵa ildirilgen júktiń garmonikalıq terbelisi.
10. Fizikalıq mayatnik.

Biz ápiwayı mexanikalıq terbelislerdi qaraymız. Materiallıq noqattıń terbelmeli qozǵalısının baslaymız. Bunday qozǵalısta materiallıq noqat birdey waqıt aralıqlarında bir awhal arqalı bir baǵıtta ótedi. terbelmeli qozǵalıslardıń ishindegi eń ápiwayısı ***a`piwayı*** yamasa ***garmonikalıq terbelmeli qozg`alıs*** bolıp tabıladı. Radiusı A bolǵan sheńber boyınsha materiallıq noqat ω múyeshlik tezligi menen teń ólshemli qozǵalatuǵın bolsın. X kósherine túsirilgen proektsiyası shetki N_1 hám N_2 noqatları arasında garmonikalıq qozǵalıs jasaydı. Bunday qozǵalıs formulası

$$x = A\cos(\omega t + \delta) \qquad (29\text{-}1)$$



83-súwret. Garmonikalıq terbelistiń teńlemesin alıw ushın sızılma.

hám N noqatınıń N_1N_2 diametri boylap terbelmeli qozǵalısın analitikalıq jaqtan táripleydi. A - terbelis amplitudası (teń salmaqlıq O halınan eń maksimum bolǵan awıtqıwı), ω - terbelistiń tsikllıq jiyiligi, $\omega t + \delta$ - terbelis fazası, al t=0 bolǵandaǵı fazanıń mánisi δ dáslepki faza dep ataladı. Eger $\delta = 0$ bolsa $x = A\cos\omega t$, al $\delta = -\pi/2$ bolǵanda $x = A\sin\omega t$. Demek garmonikalıq terbelislerde abstsissa t waqıttıń sinus yamasa kosinus funktsiyası boladı.

$$T = 2\pi/\omega \qquad (29\text{-}2)$$

waqıttan keyin faza 2 ósimin aladı, terbeliwshi noqat óziniń dáslepki qozǵalısı baǵıtındaǵı halına qaytıp keledi. T waqıtı *terbelis dáwiri* dep ataladı.

Terbeliwshi noqattıń tezligi:

$$v = \dot{x} == -\omega A\sin(\omega t + \delta). \qquad (29\text{-}3)$$

Ekinshi ret differentsiallasaq

$$a = \dot{v} == -\omega^2 A\cos(\omega t + \delta). \qquad (29\text{-}4)$$

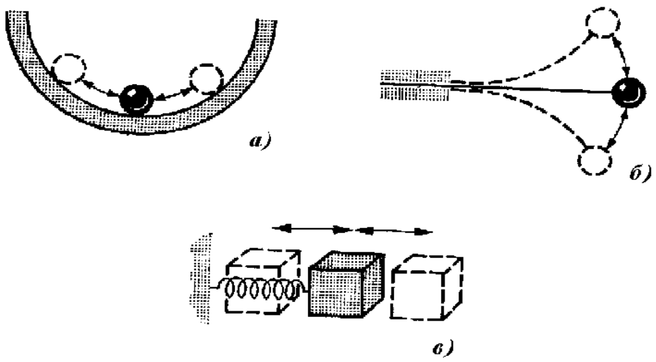
(29-l) di esapqa alsaq

$$a = -\omega^2 x. \qquad (29\text{-}5)$$

Materiallıq noqatqa tásir etiwshi kúsh

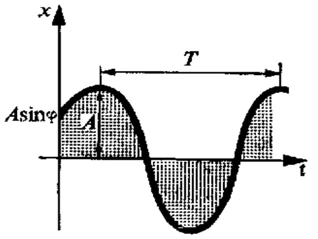
$$F = ma = -m\omega^2 x. \qquad (29\text{-}6)$$

Bul kúsh awısıw x qa proportsional, baǵıtı barqulla x qa qarama-qarsı.



84-súwret. Kishi awıtqıwlardaǵı hár qıylı sistemalardıń terbelisleri

Garmonikalıq terbelislerdi kompleks formada ko`rsetiw. Dekart koordinatalar sistemasında kompleks sannıń haqıyqıy bólimi abstsissa kósherine, al jormal bólimi ordinataǵa qoyıladı.



85-súwret. Garmonikalıq funktsiyanıń grafigi.

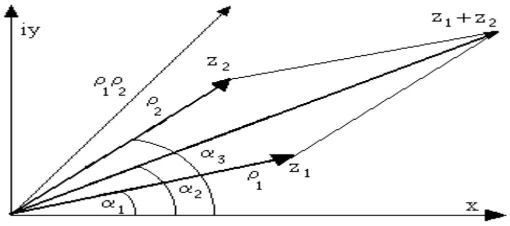
Eyler formulasınan paydalanamız:

$$e^{i\alpha} = \cos\alpha + i \sin\alpha \quad (i^2 = -1). \qquad (29\text{-}7)$$

Bul formula qálegen $z = x+iy$ kompleks sanın eksponentsial túrde kórsete aladı:

$$z = \rho e^{i\alpha}, \quad \rho = (x^2+y^2)^{1/2}, \quad tg\alpha = y/x, \qquad (29\text{-}8)$$

ρ shaması kompleks sannıń moduli, al α fazası dep ataladı.



86-súwret. Kompleks sanlar menen olar ústinen islengen ámellerdi grafikte kórsetiw.

Hár bir kompleks san z kompleks tegislikte ushınıń koordinataları (xy) bolǵan vektor túrinde kórsetiliwi múmkin. Kompleks san parallelogramm qaǵıydası boyınsha qosıladı. Sonlıqtan da kompleks sanlar haqqında gáp etilgende vektorlar haqqında aytılǵan jaǵdaylar menen birdey boladı.

Kompleks sanlardı bir birine kóbeytkende kompleks túrde kóbeytiw ańsat boladı:

$$z = z_1 z_2 = \rho_1\rho_2\, e^{i(\alpha_1+\alpha_2)},$$

$$z_1 = \rho_1 e^{i\alpha_1}, \quad z_2 = \rho_2 e^{i\alpha_2} \qquad (29\text{-}9)$$

Demek kompleks sanlar kóbeytilgende modulleri kóteytiledi, al fazaları qosıladı.

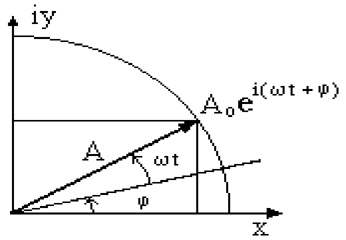
Endi terbelisti jazıwdıń $x = A \cos(\omega t + \delta)$ yamasa $x = A \sin(\omega t + \delta)$ túrinen endi kompleks túrine ótemiz:

$$\bar{x} = Ae^{i(\omega t+\varphi)} \qquad (l6\text{-}10)$$

$\bar{x}$ shaması kompleks san bolıp ol real fizikalıq awısıwǵa sáykes kelmeydi. Awısıwdı $x = A \cos(\omega t + \delta)$ túrindegi haqıyqıy san beredi. Biraq usı $\bar{x}$ shamasınıń sinus arqalı ańlatılǵan haqıyqıy bólimi haqıyqıy garmonikalıq terbelis sıpatında qaralıwı múmkin. Sonlıń menen birge $A\cos(\omega t+\varphi)$ bolǵan $\bar{x} = Ae^{i(\omega t+\varphi)}$ shamasınıń haqıyqıy bólimi de haqıyqıy garmonikalıq terbelisti táripleydi. Snlıqtan da garmonikalıq terbelisti (29-10) túrinde jazıp, zárúr bolǵan barlıq esaplawlardı hám talqılawlardı júrgiziw kerek. Fizikalıq shemalarǵa ótkende alınǵan ańlatpanıń haqıyqıy yamasa jormal bólimlerin paydalanıw kerek. Bul jaǵday kelesi mısallarda ayqın kórinedi.

$\bar{x} = Ae^{i(\omega t+\varphi)}$ kompleks túrindegi garmonikalıq terbelis grafigi súwrette keltirilgen. Bul formulaǵa kiriwshi hárqanday shamalar súwrette kórsetilgen: A -amplituda, φ - dáslepki faza, $\omega t+\varphi$ terbelis fazası. **A** kompleks vektorı koordinata bası dógereginde saat tiliniń júriw baǵıtına qarama-qarsı baǵıtta $\omega=2\pi/T$ múyeshlik tezligi menen qozǵaladı. T - terbelis dáwiri. Aylanıwshı **A** vektorınıń gorizontal hám vertikal kósherlerge túsirilgen proektsiyası bizdi qızıqtıratuǵın terbelisler bolıp tabıladı.

Birdey jiyiliktegi garmonikalıq terbelislerdi qosıw. Meyli hár qıylı dáslepki faza hám birdey emes amplitudalı birdey jiyiliktegi eki garmonikalıq terbelis berilgen bolsın:



87-súwret. Garmonikalıq terbelislerdi kompleks túrde kórsetiw.

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1),$$
$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2). \qquad (29\text{-}11)$$

Qosındı terbelis $x_1 + x_2$ ni tabıw kerek. (29-11) da berilgen garmonikalıq terbelisler (10b) túrinde berilgen terbelistiń haqıyqıy bólimin beredi. Sonıń ushın izlenip atırǵan terbelislerdiń qosındısı kompleks san

$$\bar{x} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 = A_1 e^{i(\omega t+\varphi_1)} + A_2 e^{i(\omega t+\varphi_2)} = e^{i\Omega t}(A_1 e^{i\varphi_1} + A_2 e^{i\varphi_2}). \qquad (29\text{-}12)$$

Keltirilgen súwretlerden

$$A_1 e^{i\varphi_1} + A_2 e^{i\varphi_2} = A e^{i\varphi} \qquad (29\text{-}13)$$
$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \qquad (29\text{-}14)$$
$$\mathrm{tg}\,\varphi = [A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2] / [A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2] \qquad (29\text{-}15)$$

Demek (29-12) niń ornına

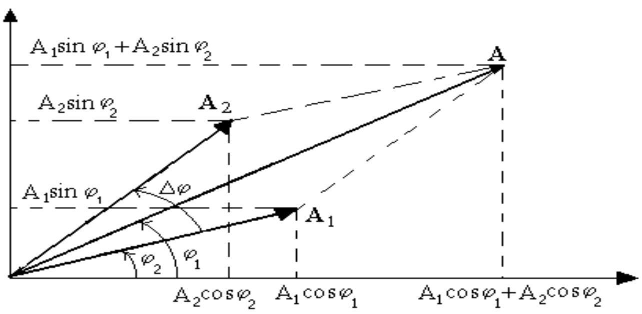
$$\bar{x} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 = A \cos(\omega t + \delta) \qquad (29\text{-}16)$$

formulasın alamız.

Garmonikalıq terbelisler qosındısınıń qásiyetlerin súwretten kóriwge boladı.

Menshikli terbelis. Menshikli terbelis dep tek ǵana ishki kúshlerdiń tásirinde júzege ketetuǵın terbeliske aytamız. Joqarıda gáp etilgen garmonikalıq terbelisler sızıqlı ostsillyatordıń menshikli terbelisleri bolıp tabıladı. Printsipinde menshikli terbelisler garmonikalıq emes terbelisler de bolıwı múmkin. Biraq teń salmaqlıq haldan jetkilikli dárejedegi kishi awısıwlarda hm kópshilik ámeliy jaǵdaylarda terbelisler garmonikalıq terbelislerge alıp kelinedi.

Da`slepki sha`rtler. Garmonikalıq terbelisler jiyiligi, amplitudası hám dáslepki fazası menen tolıq táriplenedi. **Jiyilik sistemanın` fizikalıq qa`siyetlerine g`a`rezli**. Prujinanıń serpimli kúshiniń tásirinde terbeletuǵın materiallıq noqat túrindegi garmonikalıq ostsillyator mısalında prujinanıń serpimliligi serpimlilik koeffitsienti k, al noqattıń qásiyeti onıń massası m menen beriledi, yaǵnıy $\omega = k/m$.



76-súwret. Kompleks túrde berilgen garmonikalıq terbelislerdi qosıw.

Terbelislerdin` amplitudası** menen **da`slepki fazasın anıqlaw ushın waqıttın` bazı bir momentindegi materiallıq noqattın` turg`an ornın hám **tezligin biliw kerek**. Eger terbelis teńlemesi x = Asos(ωt+φ) túrinde ańlatılatuǵın bolsa t=0 momentindegi koordinata hám tezlik sáykes

$$x_0 = A\cos\varphi,\quad \dot{x}_0 = v_0 = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0} = -A\,\omega\sin\varphi$$

shamalarına teń. Bul eki teńlemeden amplituda menen dáslepki faza esaplanadı:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0}{\omega^2}},\quad tg\varphi = -v_0/x_0\omega.$$

Demek dáslepki shártlerdi bilsek garmonikalıq terbelisllerdi tolıǵı menen taba aladı ekenbiz (terbelis teńlemesin jaza aladı ekenbiz).

Energiya. Potentsial energiya haqqında kúshler potentsiallıq bolǵanda ayta alamız. Bir ólshemli qozǵalıslarda eki noqat arasında tek birden bir jol bar boladı. Bunday jaǵdayda kúshtiń potentsiallıǵı avtomat túrde támiyinlenedi hám tek ǵana koordinatalarǵa ǵárezli bolsa kúshti potentsial kúsh dep esaplawımız kerek. Bul sózdiń mánisin este tutıw kerek. Mısalı bir ólshemli jaǵdayda da súykelis kúshleri potentsial kúshler bolıp tabılmaydı. Sebebi bunday kúshler (demek olardıń baǵıtı) tezlikke (yaǵnıy baǵıtqa) ǵárezli.

Sızıqlı ostsillyator jaǵdayında teń salmaqlıq halda potentsial energiya nolge teń dep esaplaw qolaylı. Bunday jaǵdayda « = -kx ekenligin hám kúsh penen potentsial energiyanı baylanıstıratuǵın $F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$, $F_u = -\frac{\partial U}{\partial y}$, $F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$ farmulaların paydalanıp sızıqlı garmonikalıq ostsillyatordıń potentsial energiyası ushın tómendegidey ańlatpa alamız:

$$U(x) = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2 x^2}{2}.$$

Sonlıqtan energiyanıń saqlanıw nızamı tómendegidey túrge iye boladı:

$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2} = sonst.$$

Energiyanıń saqlanıw nızamınan eki áhmiyetli juwmaq shıǵarıwǵa boladı:

1. **Ostsillyatordın` kinetikalıq energiyasının` en` u`lken (maksimallıq) ma`nisi onın` potentsial energiyasının` en` u`lken (maksimallıq) ma`nisine ten`**.

2. **Ostsillyatordın` ortasha kinetikalıq energiyası onın` potentsial energiyasının` ortasha potentsial energiyasına ten`**.

Terbelislerdin` so`niwi. Súykelis kúshleri qatnasatuǵın terbelisler sóniwshi bolıp tabıladı.

Qozǵalıs teńlemesin bılay jazamız:

$$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x}. \qquad (29\text{-}17)$$

Bul formuladaǵı b súykelis koeffitsienti. Bul teńlemeni bılayınsha kóshirip jazıw qolaylıraq:

$$m\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0. \qquad (29\text{-}18)$$

Bul formulalardaǵı $\gamma = b/2m$, $\omega_0^2 = k/m$.

Joqarıdaǵı teńlemeniń sheshimin

$$x = A_0 e^{i\beta t} \qquad (29\text{-}19)$$

túrinde izleymiz.

$$\frac{d}{dt}(e^{i\beta t}) = -i\beta e^{i\beta t},\quad \frac{d^2}{dt^2}(e^{i\beta t}) = -\beta^2 e^{i\beta t}. \qquad (29\text{-}20)$$

Bul shamalardı teńlemege qoyıw arqalı

$$A_0 e^{i\beta t}(-\beta^2 + 2i\gamma\beta + \omega_0^2) = 0 \qquad (29\text{-}21)$$

ańlatpasın alamız. $A_0 e^{i\beta t}$ kóbeytiwshisi nolge teń emes. Sonlıqtan

$$-\beta^2 + 2i\gamma\beta + \omega_0^2 = 0. \qquad (29\text{-}22)$$

Bul β ǵa qarata kvadrat teńleme. Onıń sheshimi

$$\beta = i\gamma \pm (\omega_0^2 - \gamma^2)^{1/2} = i\gamma \pm \Omega. \qquad (29\text{-}23)$$

Óz gezeginde

$$\Omega = (\omega_0^2 - \gamma^2)^{1/2}. \qquad (29\text{-}24)$$

β ushın ańlatpaǵa usı mánislerdi qoyıw arqalı

$$x = Ae^{-\gamma t}e^{\pm i\Omega t}. \qquad (29\text{-}25)$$

«±» belgisi ekinshi tártipli differentsial teńlemeniń eki sheshiminiń bar bolatuǵınlıǵına baylanıslı.

Úlken emes súykelis koeffitsientlerinde

$$\gamma = (b/2m) < \omega_0. \qquad (29\text{-}26)$$

Bul jaǵdayda $\omega_0^2-\gamma^2 > 0$ hám soǵan sáykes Ω haqıyqıy san boladı. Sonlıqtan exp(iΩt) garmonikalıq funktsiya bolıp tabıladı. Haqıyqıy sanlarda $x = Ae^{-\gamma t}e^{\pm i\Omega t}$ funktsiyası

$$x = A_0 e^{-\gamma t} \text{ sos } \Omega t \qquad (29\text{-}27)$$

formulası járdeminde beriledi (sol formulanıń haqıyqıy bólimi alınǵan). Bul jiyiligi Ω turaqlı bolǵan, al amplitudası kemeyetuǵın terbelistiń matematikalıq jazılıwı.

Bul dáwirlik hám garmonikalıq emes terbelis.

Keyingi formuladan

$$\tau = l/\gamma \qquad (29\text{-}28)$$

waqtı ishinde terbelis amplitudasınıń e = 2.7 ese kemeyetuǵınlıǵın kórsetedi. Bul shama ***so`niwdin` dekrementi*** dep ataladı.

Meyli birinshi terbeliste amplituda A_1 ge teń bolsın. Usınnan keyingi terbeliste amplituda A_2 bolsın. Onday jaǵdayda

$$\theta = \ln (A_1/A_2) \qquad (29\text{-}29)$$

shaması ***so`niwdin` logarifmlik dekrementi*** dep ataladı.

Ma`jbu`riy terbelisler. Rezonans. Meyli terbeliwshi sistemaǵa sırttan

$$F = F_0 \cos\omega\Omega t \qquad (29\text{-}30)$$

nızamı menen ózgeretuǵın kúsh tásir etsin. Bunday jaǵdayda qozǵalıs teńlemesi

$$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x} + F_0 \cos\omega t \qquad (29\text{-}31)$$

túrine enedi. Bul teńlemeniń eki tárepin de m ge bólip

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = (\omega_0/m) \cos\omega t \qquad (29\text{-}32)$$

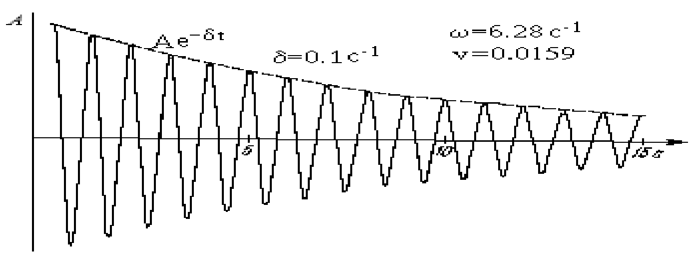
teńlemesin alamız.

Kúsh tásir ete baslaǵannan keyin τ = l/γ waqtı ótkennen keyin terbelis protsessi tolıq qálpine keledi. Eger sistema dáslep terbeliste bolmaǵan jaǵdayda da *májbúrlewshi kúsh tásir ete baslaǵannan usınday waqıt ótkennen keyin májbúriy terbelis statsionar qálpine keldi* dep esaplanadı.

Joqarıda keltirip shıǵarılǵan teńlemeniń sheshimin

$$x = Ae^{i\beta t} \qquad (29\text{-}33)$$

túrinde izleymiz. Bul jerde A ulıwma jaǵdayda haqıyqıy shama emes.



88-súwret. Sóniwshi terbelisti grafikalıq sáwlelendiriw.

Terbelistin` so`niwinin` lagorifmlik dekrementinin` keri shaması amplituda e ese kemeyetug`ın terbelis da`wirleri sanına ten`. Logarifmlik dekrement qanshama u`lken bolsa terbelis sonshama tezirek so`nedi.

Nátiyjede

$$A = A_0 e^{i\varphi}, \qquad (29\text{-}34)$$

$$A_0 = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\gamma^2\omega^2}} \qquad (29\text{-}34a)$$

$$\operatorname{tg} J = -\frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2-\omega^2} = \frac{2\gamma\omega}{\omega^2-\omega_0^2}. \qquad (29\text{-}34b)$$

Biz qarap atırǵan teńlemeniń sheshimi kompleks túrde

$$x = A_0 e^{i(\omega t+\delta)}, \qquad (29\text{-}35)$$

al onıń haqıyqıy bólimi

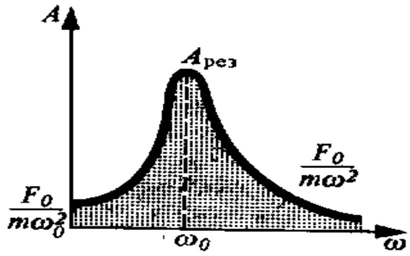
$$x = \cos(\omega t+\delta) \qquad (29\text{-}36)$$

túrinde alınadı. ω sırtqı kúshtiń ózgeriw jiyiligi, ω_0 - sistemanıń menshikli jiyiligi.

Solay etip sırtqı garmonikalıq kúshtiń tásirinde grmonikalıq ostsillyator sol kúshtiń jiyiligindey jiyiliktegigarmonikalıq terbelis jasaydı. Bul terbelislerdiń fazası menen amplitudası tásir etiwshi kúshlerdiń qásiyetinen hám ostsillyatordıń xarakteristikalarınan ǵárezli boladı. Májbúriy terbelislerdiń fazasınıń hám amplitudasınıń ózgerislerin qarayıq.

Amplitudalıq rezonanslıq iymeklik. Ornaǵan májbúriy terbelislerdiń amplitudasınıń sırtqı kúshtiń jiyiliginen ǵárezliligin sáwlelendiretuǵın iymeklik **amplitudalıq rezonanslıq iymeklik** dep ataladı Onıń analitikalıq ańlatpası (29-34a) ańlatpası bolıp tabıladı. Al onıń grafikalıq súwreti tómendegi súwrette keltirilgen:

Amplitudanıń maksimallıq mánisi sırtqı májbúrlewshi tásirdiń jiyiligi ostsillyatordıń menshikli jiyiliginde (yaǵnıy $\Omega \approx \Omega_0$ shárti orınlanǵanda) alınadı.



89-súwret. Amplitudalıq rezonanslıq iymeklik.
:lken emes sóniwlerde rezonanslıq jiyilik ω_{rez} tıń mánisi
menshikli jiyilik ω_0 diń mánisine jaqın.

Maksimal amplituda menen bolatuǵın terbelisler rezonanslıq terbelisler, al terbelislerdiń $\Omega \approx \Omega_0$ shárti orınlanǵansha ózgeriwi rezonans, bul jaǵdaydaǵı Ω_0 jiyiligi rezonanslıq jiyilik dep ataladı.

Tómendegidey jaǵdaylardı qarap ótken paydalı. Súykelis kúshleriniń tásiri kem dep esaplaymız (yaǵnıy $\gamma \ll \omega_0$ dep boljaymız).

l-jag`day. $\omega \ll \omega_0$ bolǵanda amplituda ushın jazılǵan (29-34)-formuladan

$$A_{0\,stat.} \approx F_0/m\omega_0^2 \qquad (29\text{-}37)$$

Bul ańlatpanıń fizikalıq mánisi tómendegiden ibarat: Sırtqı kúshtiń kishi jiyiliklerinde ol turaqlı (ózgermeytuǵın) statikalıq kúshtey bolıp tásir jasaydı. Al ostsillyator bolsa óziniń menshikli jiyiligi menen terbele beredi. Al amplituda bolsa (29-37) ge sáykes statikalıq «$_0$ kúshiniń tásirinde $x_{max} = F_0/k = F_0/m\omega_0^2$, bul jerde $k = m\omega_0^2$ arqalı ornına qaytarıwshı kúsh ushın serpimlilik koeffitsienti belgilengen. $\omega \ll \omega_0$ shártinen (29-32)-teńlemedegi tezleniwge baylanıslı bolǵan $\ddot{x}$ hám tezlikke sáykes keliwshi $2\gamma\dot{x}$ aǵzaları serpimli bolǵan kúsh penen baylanıslı bolǵan ω_0^2x aǵzasınan ádewir kishi ekenligi kelip shıǵadı. Sonlıqtan qozǵalıs teńlemesi tómendegi ańlatpaǵa alıp kelinedi:

$$\omega_0^2x = (F_0/m)\ sos\omega t.$$

Bul teńlemeniń sheshimi tómendegidey túrge iye boladı:

$$x = (F_0/m\omega_0^2)\ sos\ \omega t.$$

Bul teńleme kúsh waqıtqa baylanıslı ózgermey óziniń birzamatlıq mánisine teń bolǵandaǵı jaǵdaydaǵı waqıttıń hár bir momentindegi awısıwdıń mánisin beredi. Súykelis kúshleri áhmiyetke iye bolmay qaladı.

2-jag`day. $\omega>>\omega_0$ bolǵanda (29-34a) ǵa sáykes amplituda ushın $A \approx F_0/m\omega^2$ ańlatpasın alamız. Bul ańlatpanıń fizikalıq mánisi tómendegidey: Sırtqı kúsh úlken jiyilikke iye bolsa $\ddot{x}$ shamasına baylanıslı bolǵan aǵza tezlikke hám serpimli kúshke baylanıslı bolǵan aǵzalardan ádewir úlken. Sebebi $|\ddot{x}| \approx |\omega^2x| >> |\omega_0^2x|$; $|\ddot{x}| \approx |\omega^2x| >> |2\epsilon\dot{x}| \approx |2\gamma\omega x|$. Sonlıqtan qozǵalıs teńlemesi (29-32) $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2x = (F_0/m)\ cos\omega\Omega t$

$$\ddot{x} \approx (F_0/m)\ cos\omega t$$

túrine iye boladı hám onıń sheshimi tómendegidey kóriniske iye:

$$x \approx -(F_0/m\omega^2)\ cos\omega t.$$

Bunday jaǵdayda terbeliste sırttan tásir etetuǵın kúshke salıstırǵanda serpimlilik kúshi menen súykelis kúshleri áhmiyetke iye bolmay qaladı. Sırtqı kúshler ossillyatorǵa hesh bir súykelis yamasa serpimli kúshler bolmaytuǵınday bolıp tásir etedi.

3-jag`day. $\omega\approx\omega_0$. Bul rezonans júzege keletuǵın jaǵday bolıp tabıladı. Bunday jaǵdayda amplituda maksimallıq mánisine jetedi hám (29-34a) ǵa sáykes

$$A_{0\ rez} = (F_0/m)/(2m\gamma\omega_0). \qquad (29\text{-}38)$$

Bul nátiyjeniń fizikalıq mánisi tómendegidey:

Tezleniwge baylanıslı bolǵan aǵza serpimli kúshke baylanıslı bolǵan aǵzaǵa teń, yaǵnıy $\ddot{x} = -\omega^2x = -\omega_0^2x$. Bul tezleniwdiń serpimlilik kúshi tárepinen ámelge asatuǵınlıǵın bildiredi. Sırtqı kúsh penen súykelis kúshi bir birin kompensatsiyalaydı. Qozǵalıs teńlemesi (29-32) tómendegidey túrge iye boladı:

$$2\gamma\dot{x} = (F_0/m)sos\omega_0t.$$

Bul teńlemeniń sheshimi

$$x = (F_0/2\gamma m\omega_0)sin\omega_0t.$$

Qatań túrde aytsaq **amplitudanın` maksimallıq ma`nisi** $\omega = \omega_0$ **ten`ligi da`l orınlang`anda alınbaydı**. Dál mánis (29-34a) ańlatpasındaǵı A_0 den ω boyınsha tuwındı alıp, usı tuwındını nolge teńew arqalı alınadı. Biraq úlken bolmaǵan súykelislerde ($\gamma<<\omega_0$ bolǵanda) maksimumnıń $\omega = \omega_0$ den awısıwın esapqa almawǵa boladı.

Rezonans sırtqı ku`shlerden terbeliwshi sistemag`a energiyanın` en` effektiv tu`rde beriliwi ushın sharayat jaratılg`an jag`dayda ju`zege keledi.

Prujinag`a ildirilgen ju`ktin` garmonikalıq terbelisi. Bir ushın bekitilgen prujinaǵa ildirilgen júktiń terbelisin qaraymız. Prujinanıń júk ildirilmesten burıngı uzınlıǵı l_0. Júk ildirilgennen keyin prujina uzınlıǵı l ge teń boladı hám deneni óziniń teń salmaqlıq halına qaray iytermelewshi Ǵ kúshi payda boladı. Sozılıw $x = l - l_0$ úlken bolmaǵanda Guk nızamı orınlanadı: $F = -kx$. Bunday jaǵdaylarda noqattıń qozǵalıs teńlemesi

$$m\ddot{x} = -kx \qquad (l6\text{-}39)$$

túrinde boladı. k prujinanıń *serpimlilik koeffitsienti* yamasa *qattılıǵı* dep ataladı.

(l6-39) teńlemesi keltirilip shaǵarılǵanda denege basqa kúshler tásir etpeydi dep boljaw qabıl etildi. Bir tekli tartılıs maydanında turǵan jaǵday ushın da (l6-39) teńlemesiniń kelip shıǵatuǵınlıǵın kórsetip ótemiz. Bul jaǵdayda prujinanıń sozılıwın $X = l - l_0$ dep belgileyik. Prujina júkti joqarı qaray kX kúshi menen kóteredi, júk bolsa tómenge qaray tartadı. Qozǵalıs teńlemesi

$$m\ddot{X} = -kX + mg \qquad (29\text{-}40)$$

túrinde boladı. Meyli X_0 prujinanıń teń salmaqlıqtaǵı uzınlıǵı bolsın. Onda $-kX_0 + mg = 0$. Salmaq mg ti joq etip $m\ddot{X} = -k(X - X_0)$. $X - X_0 = x$ dep belgileymiz. Sonda (la) teńlemesine qayta kelemiz.

$m\omega^2 = k$ dep belgilep

$$m\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \qquad (29\text{-}41)$$

teńlemesin alamız. Teńlemeni sheshiw arqalı tómendegidey nátiyjeler alınadı:

Jiyilik

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \qquad (29\text{-}42)$$

terbelis dáwiri

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \qquad (29\text{-}43)$$

Aylanıw dáwiri T amplituda A dan ǵárezsiz. Bul terbelistiń izoxronlılıǵı dep ataladı. Izoxronlılıq Guk nızamı orınlanatuǵın jaǵdaylarda saqlanadı.

Amplituda A menen dáslepki faza δ (29-41) teńlemesin sheshiw arqalı alınbaydı. Al olar sol teńlemeni sheshiw ushın zárúrli bolǵan baslanǵısh shártler túrinde beriliwi múmkin.

Terbeliwshi dene energiyası. Potentsial energiya menen kinetikalıq energiya

$$E_{pot} = \frac{1}{2}kx^2, \quad E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \qquad (29\text{-}44)$$

formulaları menen beriledi. Olardıń ekewi de waqıtqa baylanıslı ózgeredi. Biraqta olardıń qosındısı E waqıt boyınsha turaqlı bolıp qalıwı shárt:

$$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = \text{sonst}. \qquad (29\text{-}45)$$

$$E_{pot} = \frac{1}{2}kA^2[l + \cos^2(\omega t + \delta)], \quad E_{kin} = \frac{1}{2}m\Omega^2A^2\sin^2(\omega t + \delta).$$

(29-42) ni esapqa alsaq

$$E_{kin} = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \delta) \qquad (29\text{-}46)$$

Bul formulalardı bılayınsha kóshirip jazamız:

$$E_{pot} = \frac{1}{4}kA^2[l + \cos 2(\omega t + \delta)], \quad E_{kin} = \frac{1}{4}kA^2[l - \cos 2(\omega t + \delta)]. \qquad (29\text{-}47)$$

Bul formulalar kinetikalıq hám potentsial energiyalardıń mánisleriniń óz aldına turaqlı bolıp qalmaytuǵınlıǵın, al ózleriniń ulıwmalıq ortasha mánisi bolǵan $\frac{1}{4}kA^2$ shamasınıń átirapında garmonikalıq terbelis jasaytuǵınlıǵın bildiredi. Kinetikalıq energiya maksimum arqalı ótkende potentsial energiya nolge teń. Tolıq energiya

$$E = E_{pot} + E_{kin} = \frac{1}{2}kA^2. \qquad (29\text{-}48)$$

Joqarıda keltirilgen talqılawlardıń barlıǵı da bir ólshemli jaǵdayǵa sáykes keledi (*bir erkinlik dárejesine iye mexanikalıq sistema* dep ataladı). Bir erkinlik dárejesine iye mexanikalıq sistemanıń bir zamatlıq awhalı qandayda bir q shamasınıń járdeminde anıqlanıwı múmkin. Bunday shamanı *ulıwmalasqan koordinata* dep ataymız. Bul jaǵdayda $\dot{q}$ *ulıwmalasqan tezlik* dep ataladı. Mexanikalıq sistemanı potentsial hám kinetikalıq energiyaları bılayınsha alınatuǵınday etip saylap alamız:

$$E_{pot} = (\alpha/2)q^2,\ E_{kin} = (\beta/2)\dot{q}^2 \qquad (29\text{-}49)$$

Bul teńlemedegi α hám β lar oń mánisli koeffitsientler (sistemanıń parametrleri dep te ataladı). Energiyanıń saqlanıw nızamı

$$E = (\alpha/2)q^2 + (\beta/2)\dot{q}^2 = \text{sonst} \qquad (29\text{-}50)$$

teńlemesine alıp keledi. Bul teńlemeniń ulıwmalıq sheshimi

$$q = q_0 \cos(\Omega t + \delta) \qquad (29\text{-}51)$$

túrge iye bolıp ulıwmalasqan koordinata q jiyiligi $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$ bolǵan garmonikalıq terbelis jasaydı.

Fizikalıq mayatnik. Fizikalıq mayatnik dep qozǵalmaytuǵın gorizontal kósher dógeregi̇nde terbeletuǵın qattı denege aytamız (90-a súwret). Mayatniktiń massa orayı arqalı ótiwshi vertikal tegislik penen sol kósherdiń kesisiw noqatı mayatnikti asıw noqatı (A menen belgileymiz) dep ataladı. Deneniń hár bir waqıt momentindegi awhalı onıń teń salmaqlıq haldan awıtqıw múyeshi φ menen anıqlanadı. Bul múyesh ulıwmalasqan koordinata q dıń ornın iyeleydi. terbeliwshi fizikalıq mayatniktiń kinetikalıq energiyası

$$E_{kin} = \frac{1}{2} I\dot{\varphi}^2 \qquad (29\text{-}52)$$

formulası járdeminde anıqlanadı. Bul jerde I mayatniktiń A kósherine salıstırǵandaǵı inertsiya momenti. Potentsial energiya E_{pot} = mgh. h - mayatniktiń massa orayınıń (S menen belgileymiz) óziniń eń tómengi awhalınan kóteriliw biyikligi. S menen A noqatlarınıń aralıǵı a háripi menen belgilensin. Onda

$$E_{pot} = mga\,(l - \cos\varphi) = 2mga\,\sin^2(\varphi/2). \qquad (29\text{-}53)$$

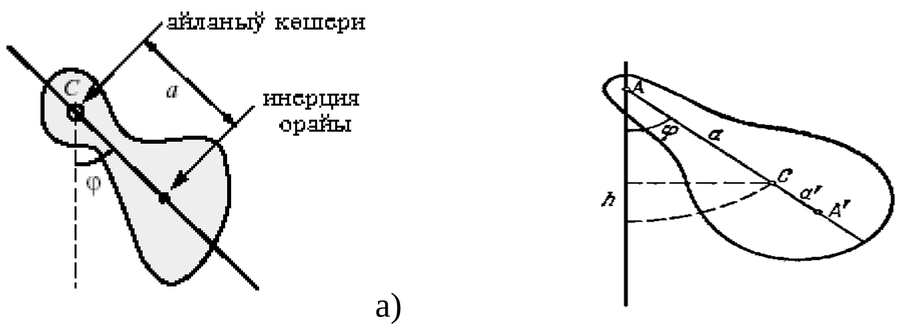
Kishi múyeshlerde sinustı argumenti menen almastırıw múmkin. Sonda

$$E_{pot} = mga\varphi^2/2. \qquad (29\text{-}54)$$

Demek kishi terbelislerde potentsial hám kinetikalıq energiyalar $E_{pot} = (\alpha/2)q^2$, $E_{kin} = (\beta/2)\dot{q}^2$ teńlemelerine sáykes túrge keledi. Bul jerde α = mga, β = I. Usınnan fizikalıq mayatniktiń kishi terbelisleri shama menen garmonikalıq terbelis boladı degen juwmaq kelip shıǵadı. Jiyiligi

$$\Omega = \sqrt{\frac{mga}{I}}, \qquad (29\text{-}55)$$

terbelis dáwiri



a) b)

90-súwret. Fizikalıq mayatnik

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}}. \qquad (29\text{-}56)$$

Demek ***fizikalıq mayatniktin` kishi amplitudalardag`ı terbelisi izoxronlı***. :lken amplitudalarda izoxronlıq buzıladı (awısıw bir neshe graduslardan úlken bolsa).

Matematikalıq mayatnik fizikalıq mayatniktin` dara jag`dayı bolıp tabıladı. Matematikalıq mayatnik dep massası bir noqatqa toplanǵan (mayatniktiń orayında) mayatnikti aytamız. Matematikalıq mayatniktiń mısalı retinde uzın jipke asılǵan kishi shardı kórsetiwge boladı. $a = l$, $I = ml^2$, l - mayatniktiń uzınlıǵı bolǵanlıqtan

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (29\text{-}57)$$

(29-56) hám (29-57) formulaların salıstırıw arqalı fizikalıq mayatniktiń uzınlıǵı $l = I/(ma)$ bolǵan matematikalıq mayatniktey bolıp terbeletuǵınlıǵın kóriwge boladı. Sonlıqtan $l = I/(ma)$ uzınlıǵı fizikalıq mayatniktiń keltirilgen uzınlıǵı dep ataladı.

30-sanlı lektsiya.

§ 30. Tutas ortalıqlar terbelisleri

1. Sferalıq tolqınlar
2. Tegis sinusoidalıq ses tolqını.
3. Ses tolqınınıń energiyası.
4. Tolqınlardıń qosılıwı (interferentsiyası).
5. Turǵın tolqınlar.

Sferalıq tolqınlar (sfera boyınsha tarqalatuǵın tolqınlar sferalıq tolqınlar dep ataladı). Mısalı radio dinamiginen shıqqan ses tolqınları úlken qashıqlıqlarda sferalıq bet boyınsha tarqaladı. Barlıq noqatları (bóleksheleri) birdey qozǵalıs jasaytuǵın bir tekli ortalıqtıń beti *tolqınlıq bet* dep ataladı. Sferalıq tolqınnıń orayında tolqın deregi turatuǵın qálegen sferalıq beti tolqınlıq bet bolıp tabıladı.

Suw betindegi tastı taslap jibergende payda bolatuǵın tolqınlar *sheńber tárizli tolqınlar* dep ataladı.

Tolqınlıq qozǵalıslardıń ápiwayı túri bir baǵıtta tarqalatuǵın tolqınlar bolıp tabıladı (nay ishinde bir tárepke tarqalatuǵın ses tolqınları, sterjen boyınsha tarqalatuǵın serpimli tolqınları). Bunday jaǵdayda tolqınlıq bet *tegis bet* bolıp tabıladı (nayǵa yaki sterjenge perpendikulyar bet).

Bóleksheler tolqınnıń taralıw baǵıtında terbeletuǵın tolqınlar *boylıq tolqınlar* dep ataladı (mısalı ses tolqınları, súwrette kórsetilgendey nay boyınsha terbeliwshi porsheń tárepinen qozdırılǵan tolqınlar). Bólekshelerdiń terbeliwi tolqınnıń taralıw baǵıtına perpendikulyar bolatuǵın tolqınlar kóldeneń tolqınlar dep ataladı. Bunday tolqınlarǵa suw betindegi tegis tolqınlar, elektromagnit tolqınları kiredi. Sonday-aq kóldeneń tolqınlar tartılıp qoyılǵan arqan boyınsha da tarqaladı.

Tolqınlardıń suyıqlıqlarda yamasa gazlerde (hawada) tarqalǵanın qaraǵanımızda bul ortalıqlar bólekshelerden turadı dep esaplaymız (atom hám molekulalar sózleri bóleksheler sózi menen almastırıladı).

Tar boyınsha tarqalatuǵın tolqınlar eń ápiwayı tolqınlar qatarına kiredi. Usı tolqında tolıǵıraq qarayıq. «Tómenge qaray iymeygen» orın tardıń boyı boyınsha belgili bir s tezligi menen qozǵaladı. Qozǵalıs barısında bul orın formasın ózgertpeydi. Tezliktiń bul shaması tardıń materialına hám tardıń keriliw kúshine baylanıslı boladı. s shamasın *tolqınnıń tarqalıw tezligi* dep ataymız.

Tegis sinusoidalıq ses tolqını. Joqarıda kórsetilgen súwrettegi porsheń ses jiyiliklerinde (16 dan 10000 gts shekem) hám kishi amplitudalar menen qozǵalatuǵın bolsa onda nayda tarqalatuǵın tolqın tegis tolqın bolıp tabıladı. Porshen Ω jiyiligindegi garmonikalıq terbelis jasasa payda bolǵan tolqın sinusoidal tegis tolqın boladı.

Meyli porsheń $y_0(t) = A\cos\omega t$ garmonikalıq terbelis jasasın. Porshenge tiyip turǵan gaz molekulaları da usınday terbelis jasay baslaydı. Porshennen x qashıqlıǵında turǵan bólesheler $\tau = x/s$ waqtı ótkennen keyin keshigip terbele baslaydı. Sonlıqtan bul bólekshelerdiń terbelisin bılay jazıwǵa boladı:

$$y(x,t) = A\text{sos}\,\omega(t - \tau) = A\text{sos}(\omega t - \omega \frac{x}{c}). \qquad (30\text{-}1)$$

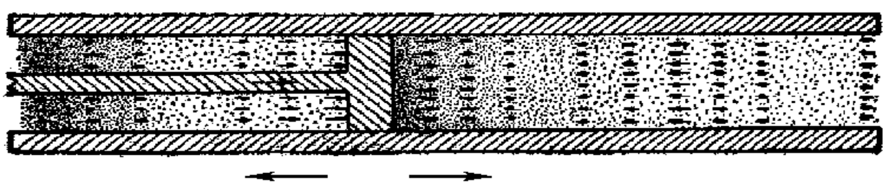
Bul *juwırıwshı tegis sinusoida tárizli tolqınnıń analitikalıq jazılıwı*. u(x,t) koordinata x penen waqıt t nıń funktsiyası bolıp tabıladı. Bul formula tolqın dereginen x aralıǵında turǵan bóleksheniń qálegen t waqıt momentindegi teńsalmaqlıq haldan awısıwın beredi. Barlıq bóleksheler jiyiligi ω, amplitudası A bolǵan garmonikalıq qozǵaladı. Biraq hárqanday x koordinatalarǵa iye bólekshelerdiń terbeliw fazaları hár qıylı boladı. *Tolqın frontınıń* x kósherine perpendikulyar tegislik ekenligi anıq.

$$u = A\ \text{sos}\ \omega(t + \frac{x}{c}) \qquad (30\text{-}2)$$

funktsiyası x kósheriniń teris mánisleri baǵıtında tarqalatuǵın juwırıwshı sinusoidal tolqındı táripleydi.

Bóleksheler tezlikleri tolqını tómendegidey túrge iye:

$$v(x,t) = \partial y/\partial t = - A\ \omega \sin(\omega t - \omega \frac{x}{c}). \qquad (30\text{-}3)$$



91-súwret. Tutas ortalıqlar terbelislerin payda etiwge arnalǵan sızılma.

Birdey fazada terbeletuǵın bir birine eń jaqın turǵan noqatlar aralıǵı *tolqın uzınlıǵı* dep ataladı. Bir birinen s qashıqlıǵında turǵan noqatlar terbelisindegi fazalar ayırması

$$\varphi_s = (\omega s)/s = (2\pi s)/sT \qquad (30\text{-}4)$$

ańlatpası járdeminde anıqlanadı. Bul jerde $T = 2\pi/\omega$ sinusoydalıq tolqındaǵı noqatlardıń gramonikalıq terbelisiniń jiyiligi. Bunday jaǵdayda birdey fazada terbeletuǵın bir birine jaqın noqatlar terebelisindegi fazalar ayırması 2π ge teń bolıwı kerek, yaǵnıy:

$$\varphi_F = 2\pi = \omega F/s = 2\pi/sT. \qquad (30\text{-}5)$$

Bunnan

$$F = sT. \qquad (30\text{-}6)$$

Tolqın tarqalǵanda bir bóleksheden ekinshilerine *energiya* beriledi. Sonlıqtan ***tolqınlıq qozg`alıs ken`isliktegi energiyanın` beriliwinin` bir tu`ri bolıp tabıladı***.

Ses tolqınının` energiyası. Bir birlik kólemde jaylasqan bólekshelerdiń kinetikalıq energiyası (yaǵnıy kinetikalıq energiya tıǵızlıǵı):

$$E_k = \frac{1}{2}(\rho_0 + \rho)\, v^2 \text{ yamasa } E_k \approx \frac{1}{2}\rho_0 v^2. \qquad (30\text{-}7)$$

ρ_0 tolqın kelmesten burıngı ortalıqtıń tıǵızlıǵı, ρ - tolqınnıń tásirinde tıǵızlıqqa qosılatuǵın qosımsha tolqın, v - bólekshelerdiń tezligi. ρ nı esapqa almaymız. Garmonikalıq tolqınnıń qálegen noqatındaǵı kinetikalıq energiyanıń tıǵızlıǵı:

$$E_k = \frac{1}{2}\rho_0\, \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - \omega \frac{x}{c}). \qquad (30\text{-}8)$$

Kólem birligindegi qosımsha qısılıwdan payda bolǵan bir birlik kólemdegi potentsial energiyanı esaplaymız. Basımnıń ósimin r arqalı belgileymiz. Tınıshlıqtaǵı basım r_0 bolsın. Basım menen kólemniń ózgerisi adiabata nızamı menen baylanıslı:

$$(r_0 + r)(V_0 + V)^\kappa = h_0 V_0^\kappa. \qquad (30\text{-}9)$$

Bul jerde V_0 tınıshlıqtaǵı kólem, V - tolqındaǵı bul kólemniń ósiwi. Keyingi formulada $(V_0 + V)^\kappa = V_0^\kappa(l + V/V_0)^\kappa \approx V_0^\kappa(l + \kappa V/V_0)$ ekenligi esapqa alsaq

$$r = -\kappa r_0 V/V_0 \qquad (30\text{-}10)$$

Tolqındaǵı kólemniń ózgerisin tabamız. S dx = V_0 kólemin alamız. S - naydıń kese-kesiminiń maydanı. Awısıwdıń saldarınan bóleksheler

$$V_0 + V = S\,[dx + \frac{\partial y}{\partial x}\,dx] \qquad (30\text{-}11)$$

kólemin iyeleydi.

Bunnan

$$V = S\,\frac{\partial y}{\partial x}\,dx. \qquad (30\text{-}12)$$

(30-12) ni (30-10) ǵa qoysaq tolqındaǵı basımnıń ózgerisin alamız:

$$r = -\kappa\,(r_0/V_0)\,S\,\frac{\partial y}{\partial x}\,dx = -\kappa\,(r_0/Sdx)\,S\,\frac{\partial y}{\partial x}\,dx = -\kappa\, r_0\,\frac{\partial y}{\partial x}\,dx. \qquad (30\text{-}13)$$

Bul formula boyınsha basımnıń ósimi $\frac{\partial y}{\partial x}$ tuwındısına tuwra proportsional, al belgisi boyınsha qarama-qarsı. Sestiń ortalıqtaǵı tezliginiń $s = \sqrt{\kappa \frac{p_0}{\rho_0}}$ ekenligi esapqa alsaq (30-13) ti bılay jaza alamız:

$$r = -\rho_0\, s^2\, \frac{\partial y}{\partial x}. \qquad (30\text{-}14)$$

Demek $y(x,t) = A\cos\omega(t-\tau) = A\cos(\omega t - \omega\frac{x}{c})$ tolqınına tómendegidey basımlar tolqını sáykes keledi:

$$r(x,t) = -\rho_0\, s^2 (A\omega/s)\sin(\omega t - \omega\frac{x}{c}) = -\rho_0\, s\, A\omega \sin(\omega t - \omega\frac{x}{c}). \qquad (30\text{-}15)$$

Demek basım terbelisi fazası boyınsha barlıq waqıtta da bóleksheler tezligi terbelisi menen sáykes keledi. Berilgen waqıt momentinde kinetikalıq energiyanıń tıǵızlıǵı úlken bolsa qısılıwǵa sáykes potentsial energiya da óziniń úlken mánisine iye boladı.

Potentsial energiya gazdıń basımın úlkeytiwge (yamasa kishireytiwge) yaki kólemin úlkeytiw (yaki kishireytiw) ushın islengen jumısqa teń. Basım menen kólem kishi shamalarǵa ózgergende olar arasında proportsionlallıq orın aladı dep esaplaymız. Sonlıqtan kólem birliginiń potentsial energiyası bılay jazılıwı múmkin:

$$E_p = - pV/2V_0 \qquad (30\text{-}16)$$

Bul formulaǵa (6) nı qoysaq potentsial energiyanıń tıǵızlıǵın tabamız:

$$E_p = \frac{1}{2}\rho_0 s^2 \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2. \qquad (30\text{-}17)$$

Demek potentsial energiyanıń tıǵızlıǵınıń ózgeriw tolqını

$$E_p = \frac{1}{2}\rho_0 s^2 \left[\frac{\partial}{\partial x} A\ sos\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right)\right]^2 = \frac{1}{2}\rho_0 A^2 \omega^2 \sin^2\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) \qquad (30\text{-}18)$$

Eki túrli energiyalar ushın alınǵan formulalardı salıstırıp kórip qálegen waqıt momentinde tolqınnıń qálegen noqatında kinetikalıq hám potentsial energiyalardıń tıǵızlıqları birdey bolatuǵınlıǵın kóremiz. Sonlıqtan tolıq energiyanıń tıǵızlıǵı

$$E = E_p + E_k = \rho_0 A^2 \omega^2 \sin^2\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) \qquad (30\text{-}19)$$

Δt kishi waqıtı ishinde tolqınlıq qozǵalıs s Δt uchastkasına tarqaladı. Usıǵan baylanıslı tolqınnıń taralıw baǵıtına perpendikulyar qoyılǵan bir birlik maydan arqalı

$$\Delta U_e = Es\Delta t \qquad (30\text{-}20)$$

energiyası ótedi. $\Delta U_e/\Delta t$ shamasın energiya aǵısı dep ataymız.

$$U_e = \Delta U_e/\Delta t = Es = \rho_0 A^2\omega^2 s \sin^2\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) \qquad (30\text{-}21)$$

Energiya aǵısın vektor menen táripleydi. Bul vektordıń baǵıtı tolqınnıń taralıw baǵıtına sáykes keledi. Al san shaması tolqın taralıw baǵıtına perpendikulyar qoyılǵan bettiń bir birliginen waqıt birliginde aǵıp ótken tolqın energiyasınıń muǵdarına teń. Bul vektordı *Umov vektorı* dep ataydı.

Tolqınlardın` qosılıwı (interferentsiyası). Bir ortalıqta bir waqıtta hár qıylı terbelis oraylarınan shıqqan tolqınlardıń tarqalıwı múmkin.

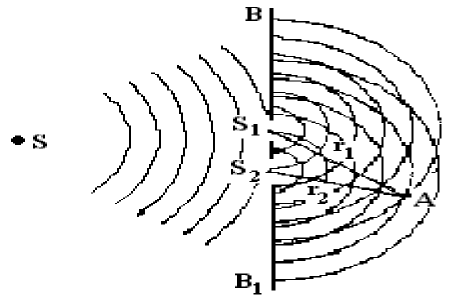
Hár túrli tolqın dereklerinen tarqalatuǵın tolqınlardıń eki túrli sistemaları bir ortalıqqa kelip jetkende qosılıp, keyin qaytadan ajıralıp keteuǵın bolsa, tolqınlardıń eki sisteması da bir biri menen ushırasaman degenshe qanday bolıp tarqalǵan bolsa, ushırasıwdan keyin de sonday bolıp tarqalıwın dawam ete beredi. Tolqınlardıń tarqalıwındaǵı usınday bir birinen ǵárezsizlik printsipi ***superpozitsiya printsipi*** dep ataladı. Bul printsip tolqınlıq protsesslerdiń basım kópshiligine tán boladı.

Suwǵa eki tas taslap, superpozitsiya printsipin ańsat baqlawǵa boladı. Taslar túsken oranlarda payda bolǵan saqıyna tárizli tolqınlar biri ekinshisi arqalı ótkennen keyin burınǵısınsha saqıyna tárizli bolıp taralıwın dawam etedi, al orayları tas túsken orınlar bolıp qaladı.

Tolqınlar bir biri menen qosılǵan orınlarda terbelisler betlesip, tolqınlardıń qosılıw qubılısı ***tolqınlar interferentsiyası*** bolıp tabıladı. Usınıń nátiyjesinde ayırım orınlarda terbelisler kúsheyedi, al basqa orınlarda terbelisler hálsireydi. Ortalıqtıń hár bir noqatındaǵı qosındı terbelis usı noqatqa kelip jetken barlıq terbelislerdiń qosındısınan turadı.

Qosılatuǵın tolqınlar derekleri birdey jiyilik penen terbelip, terbelis baǵıtları birdey, fazaları da birdey yamasa fazalar ayırması turaqlı bolǵan jaǵday ayrıqsha qızıqlı boladı. Bunday tolqın derekleri ***kogerentli*** dep ataladı. Bunday jaǵdayda ortalıqtıń hár bir noqatındaǵı qosındı terbelistiń amplitudası waqıtqı baylanıslı ózgermeydi. Terbelislerdiń usılayınsha qosılıwı ***kogerentli tolqın dereklerinen bolg`an interferentsiya*** dep ataladı.

Terbelislerdiń kogerentli dereklerine mısal retinde tómendegini alıwǵa boladı:



92-súwret. S_l hám S_2 sańlaqlarınan tarqalatuǵın tolqınlardıń ornalasıwı.

S sferalıq tolqın deregin alayıq (92-súwrette kórsetilgen). Tolqınnıń taralıw jolına S ke qarata simmetriyalı S_l hám S_2 sańlaqları bar VV_l ekranı qoyılǵan. Gyuygens printsipi boyınsha S_l menen S_2 sańlaqları da tolqın derekleri bolıp tabıladı. Olardıń S terbelis dereginen qashıqları birdey bolǵanlıqtan, olar birdey amplituda hám fazada terbeledi. Vv_l ekranınıń ońtárepinde sferalıq eki tolqın taraladı hám usı ortalıqtıń hár bir noqatındaǵı terbelis usı eki tolqınnıń qosılıwınıń saldarınan payda boladı. S_l menen S_2 noqatlarınan qashıqlıqları r_l hám r_2 bolǵan A noqatındaǵı tolqınlardıń qosılıwın qarayıq. A noqatına jetip kelgen tolqınlar terbelisleri arasında fazalar ayırması bolıp, bul ayırma r_l hám r_2 shamalarına baylanıslı boladı.

Fazaları birdey S_l menen S_2 dereklериniń terbelislerin bılayınsha jazıwǵa boladı:

$$x_l = a_0 \cos \omega t,\ x_2 = a_0 \cos \omega t.$$

S_l hám S_2 dereklerinen A noqatın kelip jetken terbelisler bılayınsha jazıladı:

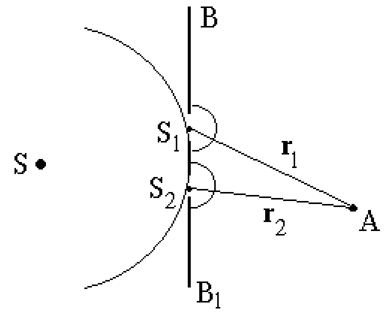
$$x_l = a_l \cos 2\pi(\nu t - r_l/F),\ x_2 = a_2 \cos 2\pi(\nu t - r_2/F).$$

Bul ańlatpadaǵı $\nu = \omega/2\pi$ - terbelisler jiyiligi. Anıqlama boyınsha $a_l/a_2 = r_l/r_2$. Eger $|r_2 - r_l| << r_l$ teńsizligi orınlansa, juwıq túrde $a_l \approx a_2$ dep esaplawǵa boladı.

Solay etip A noqatında qosılatuǵın terbelislerdiń fazalar ayırması

$$\Delta\alpha = 2\pi(r_2 - r_l)/F$$

ge teń boladı.



93-súwret. S_1 hám S_2 dereklerinen shıqqan tolqınlardıń A noqatındaǵı amplitudasın tabıwǵa arnalǵan súwret.

Qosındı terbelistiń amplitudası qurawshı terbelislerdiń fazalar ayırmasına baylanıslı boladı, al fazalar ayırması nolge teń yamasa 2π ge pútin san eseli mániske iye bolsa, onda amplituda qurawshı terbelisler amplitudalarınıń qosındısına teń maksimum mánisine jetedi. Eger fazalar ayırması π ge yamasa taq san eselengen π ge teń bolsa, onda amplituda qurawshı amplitudalardıń ayırmasına teń, yaǵnıy minimum mániske iye boladı. Sonlıqtan eki terbelistiń A noqatına kelip jetken momentte $\Delta\alpha$ fazalar ayırmasınıń qanday bolatuǵınlıǵına baylanıslı A noqatında ya maksimum, ya minimum terbelis baqlanadı. Usı aytılǵanlar boyınsha A noqatında amplitudanıń mánisiniń maksimum bolıw shárti mınaday boladı:

$$\Delta\alpha = 2\pi(r_2 - r_l)/F = \pm 2k\pi.$$

Bul jerde k = 0, l, 2, ... Demek

$$|r_2 - r_l| = kF$$

bolǵanda terbelisler maksimumı baqlanadı. Demek tolqınlar júrisleri ayırması nolge yamasa tolqın uzınlaǵınıń pútin san eselengen mánisine teń bolatuǵın noqatlarda amplituda maksimum mánisine jetedi.

A noqatında amplituda mánisiniń minimumǵa teń bolıw shárti tómendegidey boladı:

$$\Delta\alpha = 2\pi(r_2 - r_1)/F = \pm (2k+l)\pi.$$

Bul ańlatpada da k = 0, l, 2, ... Demek usı jaǵdayda júrisler ayırması

$$|r_2 - r_1| = (2k+l)F/2$$

ge teń. Demek tolqınlar arasındaǵı júrisler ayırması yarım tolqınlardıń taq sanına teń bolatuǵın noqatlarda amplituda minimum mánisine teń boladı.

Fazalar ayırması $\pm 2\pi k$ menen $\pm (2k+l)\pi$ aralıǵında mánislerge teń bolsa terbelislerdiń kúsheyiw yamasa hálsirewiniń ortasha mánisleri baqlanadı.

Usı aytılǵanlar menen birge bir ortalıqta eki tolqınnıń betlesiwi nátiyjesinde hár qıylı noqatlarda amplitudaları hár túrli bolatuǵın terbelisler payda boladı. Bul jaǵdayda ortalıqtıń hár bir noqatında (noqattıń kogerentli dereginen qashıqlıqlarınıń ayırmasınıń mánisine baylanıslı) amplitudanıń maksimum yamasa minimum yamasa olardıń aralıq mánisi baqlanadı.

Turg`ın tolqınlar. Turǵın tolqınlar dep atalatuǵın tolqınlar eki tolqınnıń interferentsiyasınıń nátiyjesinde alınadı. Turǵın tolqınlar amplitudaları birdey, qarama-qarsı baǵıtlarda tarqalatuǵın eki tegis tolqınnıń betlesiwiniń nátiyjesinde payda boladı.

Amplitudaları birdey bolǵan eki tegis tolqınnıń birewi u kósheriniń oń baǵıtında, ekinshisi u tiń teris baǵıtında tarqaladı dep esaplayıq. Qarama-qarsı tarqalatuǵın tolqınlardıń fazaları birdey bolıp keletuǵın noqattı koordinatalar bası dep alıp hám waqıttı dáslepki fazaları nolge teń bolatuǵın waqıt momentinen esaplaytuǵın bolsaq usı eki tegis tolqınnıń teńlemelerin tómendegi túrde jazıwǵa boladı: u kósheriniń oń baǵıtı menen tarqalatuǵın toqın ushın:

$$x_l = a \cos 2\pi (\nu t - u/\lambda),$$

al u kósheriniń teris baǵıtı menen tarqalatuǵın tolqın ushın

$$x_2 = a \cos 2\pi (\nu t + u/\lambda).$$

Bul eki tolqındı qossaq

$$x = x_l + x_2 = a \cos 2\pi (\nu t - u/\lambda) + a \cos 2\pi (\nu t + u/\lambda).$$

Bul teńleme algebralıq túrlendiriwlerden keyin bılay jazıladı:

$$x = 2a \cos (2\pi\, u/F) \cos 2\pi\nu t. \qquad (30\text{-}22)$$

Usı eki tolqınnıń amplitudaları hár qıylı bolsın hám olardı A hám V arqalı belgileyik. Bunday jaǵdayda tómendegilerdi alamız:

u kósheriniń oń baǵıtında tarqalatuǵın tolqın ushın:

$$x_l = A\ sos\omega(t - u/s). \qquad (30\text{-}23)$$

Al oǵan qarama-qarsı baǵıtta tarqalatuǵın tolqın ushın:

$$x_2 = V\ sos\omega(t + u/s). \qquad (30\text{-}24)$$

Eki tolqınnıń qosılıwınan payda bolǵan tolqın:

$$x = x_l + x_2. \qquad (30\text{-}25)$$

x_2 tolqının eki juwırıwshı tolqınnıń qosındısı túrinde bılay jaza alamız:

$$x_2 = A\ sos\omega(t + u/s) + (V\text{-}A)\ sos\omega(t + u/s). \qquad (30\text{-}26)$$

Bunday jaǵdayda

$$x = x_l + x_2 = A\ sos\omega(t - u/s) + A\ sos\omega(t + u/s) + (V\text{-}A)\ sos\omega(t + u/s) =$$

$$= 2A\ sos(\omega\, u/s)\ sos\omega t + (V\text{-}A)\ sos\omega(t + u/s). \qquad (30\text{-}27)$$

Nátiyjede alınǵan tolqın tómendegidey eki tolqınnıń qosındısınan turadı:

$2A\ sos\ (\omega\, u/s)\ sos\omega t$ - *turǵın tolqın* dep ataladı.

$(V\text{-}A)\ sos\ \omega(t + u/s)$ - *juwırıwshı tolqın* dep ataladı.

V = A bolǵan jaǵdayda qosındı tolqın tek turǵın tolqınnan turadı. Bul shártke ayrıqsha áhmiyet beriw kerek. Sebebi qosılıwshı tolqınlar amplitaları óz-ara teń bolmasa turǵın tolqın (bir orındaǵı terbelisler) alınbaydı, al bul jaǵdayda juwırıwshı tolqınǵa iye bolamız.

Qosılıwshı eki tolqınnıń amplitudaları birdey bolatuǵın jaǵdaydı qarawdı dawam etemiz. (30-22) degi cos $2\pi\nu t$ kóbeytiwshisi ortalıq noqatlarında jiyiligi qarama-qarsı tarqalatuǵın tolqınlardıń jiyiligindey terbelistiń payda bolatuǵınlıǵın kórsetedi. Waqıtqı ǵárezli emes $2a\cos(2\pi u/\lambda)$ kóbeytiwshisi qosındı terbelistiń A amplitudasın táripleydi. Dálirek aytqanda tek oń shama bolıp qalatuǵın amplituda usı kóbeytiwshiniń absolyut mánisine teń:

$$A = |2a \cos (2\pi\ u/\lambda)|. \qquad (30\text{-}28)$$

(30-28) den amplitudanıń mánisiniń u koordinatasına ǵárezli bolatuǵınlıǵı kórinip tur. Bul payda bolǵan terbelisti ***turg`ın tolqın*** dep ataymız. Turǵın tolqınnıń amplitudası belgili bir noqatlarda qurawshı terbelisler amplitudalarınıń qosındısına teń boladı. Bunday noqatlar turǵın tolqınlardıń ***shog`ırları*** dep ataladı. Basqa noqatlarda qosındı amplituda nolge teń. Usınday noqatlar turǵın tolqınlardıń ***tu`yinleri*** dep ataladı.

Shoǵırlar menen túyinler noqatlarınıń koordinataların anıqlayıq. (30-28) boyınsha

$$|2a \cos (2\pi\ u/\lambda)| = l$$

bolatuǵın noqatlarda amplituda maksimal mánislerge jetedi. Bul noqatlarda (30-28) boyınsha A = 2a.

Demek shoǵırlardıń geometriyalıq ornı

$$2\pi\ u/\lambda = \pm\ k\pi$$

shárti menen anıqlanadı (k = 0, l, 2, ...). Olay bolsa shoǵırlardıń koordinataları

$$u = \pm\ k\lambda/2 \qquad (30\text{-}30)$$

ge teń boladı (k = 0, l, 2, ...).

Eger k nıń qońsılas eki mánisi ushın u tıń (30-30) formula boyınsha anıqlanatuǵın eki mánisiniń ayırmasın alsaq, onda qońısılas eki shoǵır arasındaǵı qashıqlıq bılay esaplanadı:

$$u_{k+l} - u_k = \lambda/2,$$

yaǵnıy qońısılas eki shoǵır arası interferentsiya nátmiyjesinde berilgen turǵın tolqın payda bolatuǵın tolqınlar uzınlıǵınıń yarımına teń boladı. Shoǵırlar payda bolatuǵın orınlarda eki tolqınnıń terbelisleriniń bir fazada bolatuǵınlıǵı sózsiz.

Túyinlerde qosındı terbelistiń amplitudası nolge teń. Sonlıqtan (30-28)-formula boyınsha túyinniń payda bolıw shárti mınaday boladı:

$$\cos (2\pi\ u/\lambda) = 0 \text{ yamasa } 2\pi\ u/\lambda = \pm\ (2k + l)\ \pi/2.$$

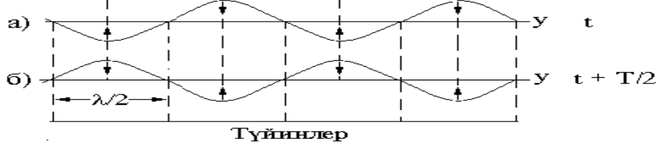
Olay bolsa túyinlerdiń koordinataları

$$u = \pm\ (2k + l)\ \lambda/4$$

shamasına teń boladı. demek túyinniń eń jaqın jatqan shoǵırdan qashıqlıǵı mınaǵan teń:

$$(2k + l)\ \lambda/4 - k\ \lambda/2 = \lambda/4,$$

yaǵnıy túyinler menen shoǵırlar arası tolqın uzınlıǵınıń sheregine teń bolatuǵınlıǵın kóremiz. Eki tolqınlaǵı terbelisler qarama-qarsı fazalarda ushırasatuǵın orınlarda túyinler payda boladı.



94-súwret. Garmonikalıq terbelislerdi qosıw ushın arnalǵan súwret.

Turǵın tolqındı komp`yuterler járdeminde baqlaw qızıqlı nátiyjelerdi beredi.

Tómende eki tolqınnıń qosılıwınan payda bolatuǵın juwırıwshı hám turǵın tolqınlardı komp`yuter ekranına shıǵarıw ushın tolqin programması keltirilgen:

```
program tolqin;
uses crt, Graph;
const q=1.4; a1=50;  a2=100; nj=0.01;
var
        z, t, gd, gm :   integer;
        x1, x2, x3, x5 :   real;
        color:   word;
begin
      gd:=detect;  initgraph(gd,gm,' ');        SetLineStyle(0,0,1);        color:=GetMaxColor;
      SetLineStyle(0,0,1);
        for z:=0 to 300 do begin;
        for t:=0 to 400 do begin;
x1:=a1*cos(2*pi*nj*(t+z)); x2:=a2*cos(2*pi*nj*(t-z));    x3:=x1+x2;
line (10,250,600,250); putpixel (round(10+t*q),round(250+x1),color);
putpixel (round(10+t*q),round(250+x2),color);
putpixel (round(10+t*q),round(250+x3),1);
circle (round(10+t*q),round(250+x3),2); end;  clearviewport;  end;  readln;  close-
graph;   end.
```

Bul programmada q komp`yuter ekranındaǵı masshtabtı beriwshi turaqlı shama, al menen a2 ler eki tolqınnıń amplitudasına teń. nj arqalı tolqınlar jiyiligi berilgen.

Juwırıwshı tolqın jaǵdayında noqatlardıń awıtqıwı u kósherine parallel`. Juwırıwshı turǵın tolqın jaǵdayında noqatlardıń arası yarım dáwirge teń eki waqıt momentlerindegi orınları joqarıdaǵı a) hám b) súwretlerde kórsetilgen. Terbeliwshi noqatlardıń tezlikleri nolge teń bolatuǵın túyinlerde ortasha tıǵızlıǵınıń birden tez ózgeredi - bóleksheler túyinge eki tárepten de birese jaqınlap, birese onnan qashıqlaytuǵınlıǵın kóremiz.

Turǵın tolqınlar ádette ilgeri qaray tarqalıwshı hám (shaǵılısıp) keri qaytıwshı tolqınlardıń interferentsiyasınıń nátiyjesinde payda boladı. Mısalı jiptiń bir ushın mıqlap baylap qoysaq, sol jip baylanǵan jerden shaǵılısqan tolqın ilgeri tarqalıwshı tolqın menen interferentsiyalanadı hám turǵın tolqın payda boladı. Bul jaǵdayda qozǵalmay qalatuǵın túyin noqatlarınıń bir birinen qashıqlıqları ilgeri tarqalıwshı tolqın uzınlıǵınıń yarımına teń, al jiptiń bekitilgen jerinde, yaǵnıy tolqın shaǵılısatuǵın orında túyin payda boladı.