O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI XALQ TA'LIMI VAZIRLIGI

A. QODIRIY NOMLI JIZZAX DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI

"Umumiy matematika" kafedrasi

Algebra va sonlar nazariyasi

(Ma'ruzalar matni)

Jizzax – 2005

Mazkur ma'ruzalar matnlar to'plami "Algebra va sonlar nazarisi" dan pedagogika institutlari, universitetlari bakalavriat yo'naliishi bo'yicha "Matematika va informatika" bo'limida tahsil oladigan talabalar uchun yozilgan bo'lib, unda 20 soatga mo'ljallab 10 ta ma'ruza bayon etilgan. Bu ma'ruzalar bo'lajak bakalavrlarni matematika bo'yicha madaniyatini shakllantirishga qaratilgan bo'lib, unda matematik mantiq elementlari, to'plamlar va munosabatlar, to'plam tushunchasiga ko'ra algebra hamda algebraik sistemalar keng yoritilgan. Bundan tashqari maktab matematika kursida o'rganiladigan haqiqiy sonlar to'plami tushunchasi kengaytirilib, kompleks sonlar maydoni tushunchasi kiritilgan.

Ayrim matnlarda teoremalar, xossalar, natijalarning isbotlari keltirilmagan hollar ham uchraydi. Lekin ularning isbotlarini talaba qayerdan o'rganishi uchun ko'rsatma berilgan. Ko'plab tushunchalar misollar yordamida yoritib berilgan.

To'plamda talabalarning mustaqil ta'lim mavzularini o'rganishlari uchun ko'pgina matnlarning batafsil yozilishiga e'tibor berilgan.

Mualliflar: **dots. A'zamov T.**
dots. Shamsiyev A.

1-2-MA’RUZALAR

MAVZU: Muloxazalar. Muloxazalar ustida amallar. Formulalar. (4 soat)

REJA:

1. Muloxaza haqida tushunchalar;
2. Muloxazalar ustida amallar;
3. Muloxazalar algebrasining formulalari;
4. Teng kuchli formulalar.

Adabiyotlar.

1. R. N. Nazarov, B. T. Toshpo’latov, A. D. Do’simbetov. Algebra va sonlar nazariyasi. 1-qism. Toshkent. O’qituvchi. 1993 y. (35-39 betlar)

2. Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел. Москва: Высш.шк. 1979 г. (стр 5-14).

Har qanday matematik nazariya u yoki bu matematik jumlaning rost yoki yolg’onligini o’rganadi.

<u>Ta’rif:</u> Rost yoki yolg’onligi bir qiymatli aniqlangan darak gapga jumla (mulohaza) deyiladi.

Ta’rifga ko’ra “0<1”, “2*5=10”, “7 – juft son”, “1 – tub son” gaplar mulohaza bo’lib, ulardan birinchisi va ikkinchisi rost, uchinchisi va to’rtinchisi yolg’on mulohazalardir.

Mulohazalar nazariyasining boshlang’ich ob’yektlari sodda (oddiy) mulohazalardan iborat. Sodda mulohazalar lotin alifbosining katta harflari A, B, C, …. yoki kichik harflari a, b, c,.... orqali belgilanadi. Mulohazalarning rost yoki yolg’onligi ularning mazmuniga qarab aniqlanadi. Rost mulohazalarning qiymati 1, yolg’onligi mulohazalarning qiymati 0 orqali belgilanadi. Mulohaza bir vaqtning o’zida ham rost, ham yolg’on bo’la olmaydi.

Matematikada har bir teorema mulohaza hisoblanadi.

Sodda mulohazalardan bog’lovchi yoki bog’lovchi so’zlar orqali murakkab mulohazalar hosil qilinadi.

“emas”, “va”, “yoki”, “... kelib chiqadi”, “zarur va yetarli” kabi bog’lovchi so’zlarga bittadan mantiqiy amal mos keladi.

Mulohazalar ustida bajariladigan inkor, kon’yuksiya, dizyunksiya, implikatsiya, ekvivalensiya amallari mavjud.

1. Inkor amali.

Ta'rif: p mulohazaning inkori deb p rost bo'lganda yolg'on, p yolg'on bo'lganda rost bo'ladigan mulohazaga aytiladi.

Inkor amaliga "emas" bog'lovchisi mos keladi.

p mulohazaning inkorini $\overline{p}$ yoki $\neg p$ ko'rinishlarda belgilanadi. Masalan, p: "5-juft son" bo'lsa, u holda $\neg p$: "5-juft son emas" bo'ladi. Bu yerda p mulohaza yolg'on bo'lib, $\neg p$ mulohaza rost bo'ladi.

p mulohazaning inkorining inkori yana p mulohazaning o'zi, ya'ni $\neg(\neg p) = \neg\neg p = p$ bo'ladi. Buni ikki karrali inkor deb yuritiladi.

Inkor amaliga quyidagi rostlik jadvali mos keladi:

p	$\neg p$
1	0
0	1

2. Konyuksiya amali.

Ta'rif: p va q mulohazalarning konyuksiyasi deb p va q mulohazalar rost bo'lganda rost, boshqa hollarda yolg'on bo'lgan yangi mulohazaga aytiladi va uni $p \wedge q$ yoki p&q ko'rinishlarda belgilanadi.

Konyuksiya amaliga "va" bog'lovchisi mos keladi.

Masalan, p: "5-tub son",
q: "5-toq son",
$p \wedge q$: "5-tub va toq son".

Konyuksiya amaliga quyidagi rostlik jadvali mos keladi:

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Mulohazalarning konyuksiyasi ikkitadan ortiq mulohazalar uchun ham o'rinli bo'ladi. $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$ mulohazalarning barchasi rost bo'lsa, u holda $\mathop{\wedge}\limits_{i=1}^{n} p_i$ yolg'on bo'ladi.

3. Dizyunksiya amali.

Ta'rif: p va q mulohazalarning dizyunksiyasi deb p va q mulohazalarning kamida bittasi rost bo'lganda rost, boshqa hollarda yolg'on bo'lgan yangi mulohazaga aytiladi va u $p \vee q$ orqali belgilanadi.

Dizyunksiya amaliga "yoki" bog'lovchisi mos keladi.

Masalan, p: "3<4" - rost,

q: "3=4" - yolg'on,

$p \vee q$: "$3 \leq 4$" - rost.

Dizyunktsiya amaliga quyidagi rostlik jadvali mos keladi:

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Mulohazalarning diz'yunktsiyasi ikkitadan ham ortiq mulohazalar uchun ham o'rinli bo'ladi. $p_1,p_2,\ldots,p_n$ mulohazalarning diz'yunktsiyasi $\bigcup_{i=1}^{n} p_i$ orqali belgilaylik. $p_1,p_2,\ldots,p_n$ larning kamida bittasi rost bo'lsa, $\bigcup_{i=1}^{n} p_i$ rost, $p_1,p_2,\ldots,p_n$ larning barchasi yolg'on bo'lsa $\bigcup_{i=1}^{n} p_i$ yolg'on bo'ladi.

4. Implikatsiya amali.

Ta'rif: p va q mulohazalarning implikatsiyasi deb p rost, q yolg'on bo'lganda yolg'on, boshqa hollarda rost bo'lgan yangi mulohazaga aytiladi va uni p=>q ko'rinishda belgilanadi.

Implikatsiya amaliga "agar ..., bo'lsa, u holda, ... bo'ladi" kabi bog'lovchi so'zlar mos keladi.

Masalan, p: "5*5=25" – rost, q: "6*6=36" - rost, p=>q: "Agar 5*5=25 bo'lsa, u holda 6*6=36" bo'ladi – rost.

p=>q implikatsiya quyidagicha o'qiladi: "p dan q kelib chiqadi", "p bo'lishi uchun q ning bo'lishi zarur", "p mulohaza q mulohaza uchun etarli".

Implikatsiya amaliga quyidagi rostlik jadvali mos keladi:

p	q	p=>q
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

5. Ekvivalensiya amali.

Ta'rif: p va q mulohazalarning ekvivalensiyasi deb p va q larning bir xil qiymatlarida rost, turli qiymatlarida yolg'on bo'lgan yangi mulohazaga aytiladi va uni ⇔ ko'rinishda belgilanadi.

Ekvivalensiya amaliga "Agar … bo'lsa, shu holda va faqat shu holda ... bo'ladi", "...bajarilishi uchun ... bajarilishi zarur va etarli" kabi bog'lovchi so'zlar mos keladi.

Masalan, p: "berilgan natural son 3 ga bo'linadi", q: "berilgan sonning raqamlar yig'indisi 3 ga bo'linadi".

p⇔q: "Berilgan sonning 3 ga bo'linishi uchun uning raqamlari yig'indisi 3 ga bo'linishi zarur va yetarli".

Ekvivalensiya amaliga quyidagi rostlik jadvali mos keladi:

p	q	p⇔q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Har bir qaralayotgan mulohazaga rostlik ustunidan bitta ustun mos keladi. Bu ustunni qiymatlar ustuni deb yuritamiz.

Ta'rif: Qiymatlari ustuni teng bo'lgan mulohazalar o'zaro teng kuchli mulohazalar deyiladi.

Masalan: p=>q va ┐q=>┐ p mulohazalarning teng kuchliligini quyidagi rostlik jadvali orqali ko'rsataylik:

p	q	┐p	┐q	P=>q	┐q=>┐p
1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1

$p \Rightarrow q$ va $\neg q \Rightarrow \neg p$ mulohazalarning ustuni bir xil bo'lgani uchun $p \Rightarrow q = \neg q \Rightarrow \neg p$ bo'ladi.

Mulohazalar va ular ustida bajariladigan mantiqiy amallar birgalikda mulohazalar algebrasi deb yuritiladi.

Tarif: 1. p, q, r,... lar mulohazalar algebrasining formulalaridir.

2. Agar p va q lar mulohazalar algebrasining formulalari bo'lsa, u holda $\neg p$, $p \wedge q$, $p \vee q$, $p \Rightarrow q$, $p \Leftrightarrow q$ ham formula bo'ladi.

3. Mulohazalar algebrasidagi formulalar faqat 1-va 2-formulalar yordamida tuziladi. Ko'p hollarda 2. yordamida aniqlangan formulalar murakkab formulalar deb yuritiladi.

Murakkab formulaga argumentlari rost yoki yolg'on qiymatni qabul qiluvchi funktsiya deb qarash mumkin.

Ta'rif: x_i, $(i=\overline{1,n})$ argumentlarning har bir qabul qilishi mumkin bo'lgan barcha 1 va 0 qiymatlar tizimida $A(x_1, x_2, \ldots x_n)$ formulani ifodalovchi mantiqiy funktsiya rost (yolg'on) qiymatga erishsa, u holda bu formula aynan rost (yolg'on) formula deyiladi.

Agar $A(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ formulada n ta elementar muloxaza bo'lsa, u holda bu formulaning rostlik jadvali 2^n ta satr (yo'l) dan iborat bo'ladi.

Ta'rif: Tarkibidagi $x_i(i=\overline{1,n})$ o'zgaruvchilarning mumkin bo'lgan barcha qiymatlar tizimida $A(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ va $B(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ formulalarning qiymatlari ustuni bir xil bo'lsa, u holda bu formulalar o'zaro teng kuchli formulalar deyiladi va uni $A(x_1, x_2, \ldots, x_n) \equiv B(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ko'rinishda belgilanadi.

Muloxazalar algebrasida muhim rol o'ynaydigan teng kuchli formulalardan bir qanchasi [1, 2] da keltirilgan.

Tekshirish savollari.

1. Muloxaza (jumla) deb nimaga aytiladi?
2. Muloxazalar ustida qanday amallarni bilasiz?
3. Inkor, konyunksiya, dizyunksiya, implikatsiya, ekvivalensiya ta'riflarini aytib bering?
4. Muloxazalar ustidagi amallarga misol keltiring.
5. Muloxazalar algebrasining formulalariga misol keltiring.
6. Teng kuchli formulaga misol keltiring.

Tayanch tushunchalar.

1. Darak gap.
2. Bog'lovchi va bog'lovchi so'zlar.
3. Erkli o'zgaruvchilar.

3- MA’RUZA
MAVZU: Prediaktlar. Kvantorlar. (2 soat)

REJA:

1. Predikatlar haqida tushunchalar;
2. Kvantorlar va ularning turlari;
3. Predikatli formulalar;
4. Muloxazalarni mantiqiy belgilar yordamida yozish;

Adabiyotlar.

3. R. N. Nazarov, B. T. Toshpo’latov, A. D. Do’simbetov. Algebra va sonlar nazariyasi. 1-qism. Toshkent. O’qituvchi. 1993 y. (43-50 betlar)
4. Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел. Москва: Высш.шк. 1979 г. (стр 22-38).

Mulohazalar algebrasi yordamida sodda mulohazalardan murakkab mulohazalar hosil qilinishi 1-2 - ma’ruzalarda o’rgandik. Lekin mulohazalar mantiqi kamchiliklarga ega, ya’ni uning yordamida ob’yektlarning xossalari va ular orasidagi munosabatlarni yoritish mumkin emas. Bunday kamchiliklarni bartaraf qilishda peridikat tushunchasi muhimdir.

Ta’rif: Tarkibida erkin o’zgaruvchilar qatnashib, bu o’zgaruvchilarning qabul qilish mumkin bo’lgan qiymatlarida muloxazaga aylanadigan darak gapga **predikat** deyiladi.

x ob’yektning biror P xossaga ega bo’lishi P(x) kabi belgilanib, uni bir o’rinli predikat deyiladi.

Predikat ikki, uch, ...,n o’rinli ham bo’lishi mumkin. n o’rinli predikat $P(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ orqali belgilanib, bu predikat biror A to’plamning $x_1, x_2, \ldots, x_n$ elementlari orasidagi P munosabatni bildiradi. Bir o’rinli predikatni unar, ikki o’rinli predikatni binar, uch o’rinli predikatni ternar predikatlar deyiladi. Nol o’rinli predikat o’zgarmas muloxazani bildiradi.

Masalan, P(x): “x – tub son” – bir o’rinli predikat, P(x; y): “x+y=5” – ikki o’rinli predikat, P(x; y; z): “x+2y+z=0” – uch o’rinli predikat bo’ladi.

Ta’rif: M to’plamning P(x) predikatni rost muloxazaga aylantiruvchi D qism to’plamiga P(x) predikatning rostlik sohasi deyiladi.

Ta'rif: Agar P(x) predikat M to'plamning barcha elementlarida rost (yolg'on) bo'lsa, u holda P(x) predikat M to'plamda aynan rost (yolg'on) deyiladi.

Bundan tashqari bajariluvchi predikat ham mavjud bo'lib, ular [1, 2] da keltirilgan.

n o'rinli predikatlar uchun ham aynan rost, aynan yolg'on predikatlar tushunchasini aniqlash mumkin.

Masalan, "x<0" – predikat N to'plamda aynan yolg'on, "x - musbat" predikat N to'plamda aynan rost predikat, "x-toq son" predikat esa N to'plamda bajariluvchi predikat bo'ladi.

Predikatlardan muloxaza hosil qilishning quyidagi ikkita usuli bilan tanishaylik:

Biror M to'plamning "Barcha (ixtiyoriy) x elementlari uchun" degan jumla qisqa $\forall x \in M$, "Ba'zi bir x elementi uchun" degan jumla esa orqali belgilanib, ular mos ravishda umumiylik (ixtiyoriylik) va mavjudlik kvantorlari deyiladi.

"A to'plamning barcha x elementlari uchun f(x) predikat rost" degan jumla qisqacha $\forall x \in A$ f(x) ko'rinishda yoziladi. $\exists x \in A$ f(x) yozuvda $\exists x \in f(x)$ belgi esa "A to'plamning shunday x elementi mavjudki (topiladiki), bu element uchun f(x) predikat rost" degan ma'noni bildiradi.

f(x) predikat A to'plamning barcha elementlar uchun rost bo'lgandagina $\forall x \in A$ f(x) muloxaza rost qiymatga ega, f(x) predikat aynan yolg'on bo'lganda $\forall x \in A$ f(x) muloxaza yolg'on, ya'ni $\forall x \in f(x)$ yolg'on bo'ladi.

Ikki, uch, ..., n o'rinli predikatlar orqali ham kvantorli muloxazalar hosil qilish mumkin. Bu muloxazalarning har biri aynan rost yoki aynan yolg'on bo'lishi mumkin.

M to'plam qaralayotgan predikatlarning rostlik sohasi bo'lsin.

Ta'rif: 1) M to'plamda aniqlangan har qanday muloxaza va predikat predikatlar logikasining formulasidir;

2) Agar $F_i(i=\overline{1,n})$ formula bo'lsa, u holda $\forall F_i, \exists F_i, \neg F_i$ lar ham formuladir;

3) Agar F va G formula bo'lsa, u holda $(F \vee G), (F \wedge G), (F \Rightarrow G)$ va $(G \Rightarrow F)$ ham predikatlar logikasining formulasi bo'ladi;

4) Predikatlar mantiqidagi formulalar faqat 1), 2), 3) formulalar orqali tuziladi.

Matematik muloxazalarni mantiqiy belgilar yordamida yozish uchun odatda chekli sondagi bazis predmetlar tanlab olinadi. Qolgan xossa va munosabatlar bazis predikatlar hamda erkli o'zgaruvchilar yordamida tuzilgan ta'rif, teoremalar orqali ifodalanadi.

Tekshirish savollari.

1. Predikat deb nimaga aytiladi?
2. n o'rinli predikatga misol keltiring?
3. Umumiylik va mavjudlik kvantorlarini tushuntirib bering?
4. Predikatli formulalarni tushuntirib bering.
5. Ayrim muloxazalarni mantiqiy belgilari orqali yozing?

Tayanch tushunchalar.

1. Muloxaza va ular ustida mantiqiy amallar.
2. To'plam.

4-5-MA'RUZALAR

MAVZU: To'plam. To'plamosti. To'plamlar ustida amallar va ularning xossalari.

REJA:

1. To'plamlar haqida tushunchalar.
2. Qism to'plam.
3. To'plamlar ustida amallar va ularning xossalari.

Adabiyotlar.

1. R. N. Nazarov, B. T. Toshpo'latov, A. D. Do'simbetov. Algebra va sonlar nazariyasi. 1-qism. Toshkent. O'qituvchi. 1993 y. (6-18 betlar)

2. Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел. Москва: Высш.шк. 1979 г. (стр 39-48).

Matematikada eng muhim tushunchalardan biri to'plam tushunchasidir. Bu tushunchaga birinchi marta nemis matematigi Georg Kantor asos soldi.

To'plamga ta'rif berib bo'lmaydi, uni ba'zi bir narsalar, buyumlar, ob'yektlarning majmui deb qaraladi.

To'plamni lotin yoki grek alifbosining bosh xarflari orqali belgilanadi.

Ta'rif: To'plamni tashkil etuvchi ob'yektlar shu to'plamning elementlari deyiladi.

To'plamning elementlari lotin yoki grek alifbosining kichik xarflari orqali belgilanadi.

Elementlari a, b, c, ... bo'lgan A to'plamni A={a, b, c,…} ko'rinishda yoziladi.

Ta'rif: Elementlari soni chekli bo'lgan to'plamni chekli to'plam, elementlarining soni cheksiz ko'p bo'lgan to'plamni cheksiz to'plam deyiladi.

Masalan, A={0}, B={0, 1}, C={1, 2, …, n} - to'plamlar chekli, N={1, 2, …,n,…} to'plam cheksiz to'plam bo'ladi. Ba'zi to'plamlarni o'z elementlari orqali yozish mumkin emas. Bunday vaqtda u to'plamlar o'z elemetlarining xarakteristik xossalari orqali beriladi. Agar A to'plamning barcha elementlari biror P xossaga ega bo'lsa, u holda A to'plamni A={x/P(x)} ko'rinishda yoziladi.

Masalan, $x^2+2x-3=0$ tenglamaning ildizlari to'plami A={x/ $x^2+2x-3=0$}, barcha ratsional sonlar to'plami esa $Q=\left\{ r/r=\frac{p}{q},\quad p\ va\ q\neq 0\quad \text{ixtiyoriy butun son} \right\}$ ko'rinishda yoziladi.

Agar a element A to'plamga tegishli bo'lsa, u holda uni $a\in A$, agar a element A to'plamga tegishli bo'lmasa u holda $a\notin A$ ko'rinishlarda belgilanadi.

Ta'rif: Agar B to'plamning ixtiyoriy elementi A to'plamda mavjud bo'lsa va aksincha, A to'plamning ixtiyoriy elementi B to'plamda mavjud bo'lsa, u holda A va B to'plamlar teng deyiladi va uni A=B ko'rinishda belgilanadi.

Ta'rif: Agar B to'plamning barcha elementi A to'plamda mavjud bo'lsa, u holda B to'plam A to'plamning qism to'plami (to'plamosti) deyiladi va uni $B\subseteq A$ belgilanadi.

$\subseteq$ belgi saqlanish belgisi deyiladi.

Masalan, $N\subseteq Z$- barcha natural sonlar to'plami barcha butun sonlar to'plamining to'plamostisi bo'ladi.

Ta'rif: B to'plamning barcha elementlari A to'plamda mavjud bo'lib, A da yana B ga tegishli bo'lmagan elementlar ham mavjud bo'lsa, u holda B to'plam A to'plamning xos qism to'plami (xosto'plamosti) deyiladi va uni $B\subset A$ orqali belgilanadi.

Ta'rif: Bitta ham elementga ega bo'lmagan to'plam bo'sh to'plam deyiladi va uni Ø yoki {} ko'rinishda belgilanadi.

Masalan, $x^2+4=0$ tenglamaning haqiqiy yechimlari to'plami bo'sh to'plam bo'ladi.

Ta'rif: A to'plamning o'zi va Ø to'plam shu A to'plamning xosmas qism to'plami deyiladi.

Ø to'plam har qanday to'plamning to'plamostisi bo'ladi.

Istalgan n ta elementli to'plamning barcha qism to'plamlari soni 2^n ga teng.

To'plamlar ustida birlashma, kesishma, ayirma amallari mavjud.

Ta'rif: A va B to'plamlarning birlashmasi deb shu to'plamlarning kamida bittasiga tegishli bo'lgan barcha elementlardan tuzilgan to'plamga aytiladi va uni $A \cup B$ ko'rinishda belgilanadi.

Ta'rifga ko'ra $A \cup B = \{x / x \in A \quad yoki \quad x \in B\}$ bo'ladi.

To'plamlarning birlashmasi chekli sondagi A_1, A_2, …, A_n to'plamlar uchun kiritish mumkin, ya'ni $A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_n = \bigcup_{i=1}^{n} A_i$ bo'lib, bu to'plam $A_i (i = \overline{1, n})$ larning kamida bittasiga tegishli elementlardan tuzilgan.

Misol. A={0, 1, 2}, B={1, 2, 3} bo'lsa, u holda $A \cup B = \{0,1,2,3\}$ bo'ladi.

To'plamlarning birlashmasi quydagi xossalarga ega:

1. $A \cup B = B \cup A$ - (kommutativ xossa);

2. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ (assotsiativ xossa);

3. $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$;

4. $A \cup A = A$ (idempotentlik qonuni).

Bu xossalar to'plamlar tengligi ta'rifidan foydalanib isbotlanadi. (Bu xossalardan ayrimlarining isboti [1, 2] da keltirilgan).

Ta'rif: A va B to'plamlarning kesishmasi deb shu to'plamlarning barcha umumiy elementlaridan tuzilgan to'plamga aytiladi va u $A \cap B$ ko'rinishda belgilanadi.

Ta'rifga ko'ra $A \cap B = \{x / x \in A \, va \, x \in B\}$ bo'ladi.

To'plamlarning kesishmasini chekli sondagi A_1, A_2, …, A_n to'plamlar uchun kiritish mumkin, ya'ni $A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_n = \bigcap_{i=1}^{n} A_i$ bo'lib, bu to'plam $A_i (i = \overline{1, n})$ larning barchasiga tegishli bo'lgan elementlardan tuziladi.

Misol. A={0, 1, 2}, B={1, 2, 3} bo'lsa, u holda $A \cap B = \{1,2\}$ bo'ladi.

To'plamlarning kesishmasi quydagi xossalarga ega:

1. $A \cap B = B \cap A$;

2. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$;

3. $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$;

4. $A \cap A = A$.

Bu xossalarning ayrimlarining isboti [1, 2] da keltirilgan.

To'plamlarning birlashmasi va kesishmasidan quyidagi xossalar kelib chiqadi:

1. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ - (birlashmaning kesishmaga nisbatan tarqatish (distributiv) qonuni);

2. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (kesishmaning birlashmaga nisbatan tarqatish (distributiv) qonuni);

1-xossaning isboti [1] da keltirilgan.

1, 2-xossalar istalgan sondagi to'plamlar uchun ham o'rinli bo'ladi, ya'ni

$$A \cup \left(\bigcap_{i=1}^{n} B_i \right) = \bigcap_{i=1}^{n} (A \cup B_i), \qquad A \cap (\bigcup_{i=1}^{n} B_i) = \bigcup_{i=1}^{n} (A \cap B_i)$$

bo'ladi.

Ta'rif: A to'plamdan B to'plamning ayirmasi deb A ga tegishli, lekin B ga tegishli bo'lmagan barcha elementlardan tuzilgan to'plamga aytiladi va uni A\B ko'rinnishda belgilanadi.

Misol. $A = \{0,1,2\}$, $B = \{1,2,3\}$ bolsa u holda A\B={0}, B\A={3} bo'ladi.

Quydagi de-Morgan qonunlari o'rinli: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$, $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Invalyutsiya qonuni: $\overline{\overline{A}} = A$.

Ta'rif: A ning B da va B ning A da bo'lmagan elementlaridan tuzilgan to'plamga A va B to'plamlarning simmetrik ayirmasi deyiladi va uni $A \Delta B$ ko'rinishda belgilanadi.

Misol. $A = \{0,1,2\}$, $B = \{1,2,3\}$ bo'lsa $A \Delta B = \{0,3\}$ bo'ladi.

Ta'rif: B toplam A ning qisim to'plami bo'lganda A\B to'plam B ni A gacha to'ldiruvchi to'plam deyiladi va uni $\overline{B}$ yoki $C_A B$ orqali belgilanadi.

Ta'rifga ko'ra A\B=$\overline{B}$ bo'lib $B \cup \overline{B} = A$ bo'ladi.

Misol. $N \subseteq Z$ bo'lgani uchun Z\N={…, -n,…, -2, -1, 0}=$\overline{N}$ bo'lib $\overline{N} \cup N = Z$ bo'ladi.

Ta'rif: Har qanday to'plamning xos qismi to'plami bo'lmagan to'plamga unversial to'plam deyiladi.

Unversial to'plam U harifi bilan belgilaylik.

Quydagi xossalar o'rinli:

1^0. $A \cup U = U$;

2^0. $A \cap U = A$;

3^0. $\overline{\varnothing} = U, \quad \overline{U} = \varnothing.$

To'plamlar ustida amallarni Eyler-Ven diagrammalari orqali ham bajarish mumkin. (Mustaqil ta'limda o'rganiladi).

Tekshirish savollari.

1. To'plamlar nazariyasi asoschisi kim?
2. To'plam qanday tushuncha?
3. To'plamning elementi deb nimaga aytiladi?
4. Qisim to'plamga ta'rif bering?
5. Bo'sh to'plam deb nimaga aytiladi?
6. To'plamlarning tengligiga ta'rif bering?
7. To'plamlarning birlashmasi, kesishmasi, ayirmasi, simmetrik ayirmasi deb nimaga aytiladi?
8. Unversial to'plam deb nimaga aytiladi?
9. To'plamlar ustida amallarning xossalarining birini isbotlab bering?
10. To'plamning to'diruvchisi deb nimaga aytiladi?

Tayanch tushunchalar.

1. Lotin va Grek alifbolari
2. Son tushunchalari.

6-MA'RUZA

MAVZU: Dekart ko'paytma. Binar munosabatlar. Funksiya. (2 soat)

REJA:

1. To'plamlarning dekart ko'paytmasi.
2. Binar munosabatlar.
3. Funksiya (akslantirish) haqida tushuncha.

Adabiyotlar.

1. R. N. Nazarov, B. T. Toshpo'latov, A. D. Do'simbetov. Algebra va sonlar nazariyasi. 1-qism. Toshkent. O'qituvchi. 1993 y.
2. Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел. Москва: Всш.шк. 1970 г. (стр 45-65).

Ta'rtif: Bo'sh bo'lmagan A va B to'plamlarda A to'plam elementlarini birinchi, B to'plam elementlarini ikkinchi qilib tuzilgan barcha juftliklar to'plamiga A va B to'plamlarning dekart (to'g'ri) ko'paytmasi deyiladi va u AxB ko'rinishda belgilanadi.

Ta'rifga ko'ra AxB={(x;y)/x$\in$A, y$\in$B} bo'ladi. Tartiblangan (x; y) juftlikni uzunligi teng ikkiga bo'lgan kortej ham deyiladi. Uzunligi n ga teng bo'lgan kortej deganda tartiblangan (a_1, a_2,..., a_n) belginin tushinamiz. Agar ikkita kortejning uzunliklari va mos komponentalari o'zaro teng bo'lsa, u holda bu kortejlani teng deyiladi.

Misol. A={1, 2, 3}, B={4, 5} bo'lsa u holda AxB={(1;4), (1;5), (2;4), (2;5), (3;4), (3;5)} bo'ladi.

Agar A to'plamda m ta B to'plamda n ta element bo'lsa, u holda AxB to'g'ri ko'paytmada mn ta element bo'ladi.

<u>Ta'rif:</u> Har qanday A_1, A_2, ... A_n to'plamlar berilgan bo'lsa, u holda $A_1xA_2x\ldots xA_n$ dekart ko'paytmaning ixtiyoriy W qism to'plami shu to'plamlar elementlari orasida aniqlangan n o'rinli moslik, n ga esa shu W moslikning rangi deyiladi.

Xususiy holda $A_1=A_2=\ldots=A_n=A$ bo'lsa, u holda W moslik A to'plamdan aniqlangan munosabat deb yuritiladi.

$\underbrace{A\times A\times\ldots\times A}_{n\ ta}=A^n$ bo'lib $A^n=\{(x_1,\ x_2,\ldots,\ x_n)|x_i\in A\ \ (i=\overline{1,n})\}$ bo'ladi.

Dekart ko'paytma kommutativ emas.

<u>Ta'rif:</u> AxB dekart ko'paytmaning ixtiyoriy ρ qism to'plamiga A va B to'plam elementlari orasida aniqlngan binar (ikki o'rinli) munosabat deyiladi.

Agar a$\in$A, b$\in$B bo'lib, (a; b)$\in$ρ bo'lsa, u holda a element ρ munosabat yordamida b element bilan bog'langan deyiladi yoki ρ munosabat a va b elementlar uchun o'rinli deb yuritiladi va uni aρb shaklda yoziladi. Mosliklarni ρ, R, S, T… harflar orqali belgilanadi.

aρb da ρ o'rnida =, //, ⊥, ≡, >, <, … munosabatlar kelishi mumkin.

Misol. Ikkita a va b natural sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisini topish uch o'rinli (ternar) munosabat bo'ladi.

Quyida binar munosabat turlarini ko'raylik:

1. Refleksiflik munosabati.

<u>Ta'rif:</u> Agar A to'plamning ixtiyoriy a elementi uchun aρa bajarilsa (bajarilmasa), u holda ρ ga A to'plamda aniqlangan refleksiv (antirefleksiv) munosabati deyiladi. Agar A to'plamning ba'zi bir a elementi uchun aρa bajarilib, ba'zi bir b elementi uchun bρb bajarilmasa, u holda ρ ga A to'plamdagi refleksifmas munosabat deyiladi.

Masalan, R haqiqiy sonlar to'plamida aniqlangan "tenglik" munosabati refliksev, lekin "kichik" ("katta") munosabati antirefliklsev munosabat bo'ladi.

2. Simmetrik munosabat.

<u>Ta'rif</u>: Agar A to'plamning ixtiyoriy a va b elemementlari uchun aρb munosabatning o'rinli ekanligidan bρa munosabatning ham o'rinli ekanligi kelib chiqsa,(kelib chiqmasa), u holda ρ ga A to'plamda aniqlangan simmetrik (semmitrikmas) munosabat deyiladi. Agar A to'plamdagi ixtiyoriy a va b elementlar uchun aρb va bρa munosabatlarning bajarilishidan a=b kelib chiqsa, u holda ρ ga A to'plamdagi antyisimmetrik munosabat deyiladi.

Masalan, R haqiqiy sonlar to'plamida "tenglik" munosabati simmetrik, "kichik" ("katta") munosabatga semmitrik munosabat emas, lekin "kichik emas" ("katta emas") munosabati antisemmitrik munosabat bo'ladi.

3. Tranzitivlik munosabat.

<u>Ta'rif</u>: Agar A to'plamning ixtiyoriy a, b va c elementlari uchun aρb va bρc munosabatlarning o'rinli ekanligidan aρc munosabatning o'rinli ekanligi kelib chiqsa (kelib chiqmasa), u holda ρ ga A to'plamdagi tranzitiv (tranzitivmas) munosabati deyiladi.

Masalan, R haqiqiy sonlar to'plamidagi "kichik" ("katta") munosabati tranzitiv munosabat bo'ladi.

Endi akslantirish (funktsiya) tushunchasini o'rganaylik.

<u>Ta'rif</u>: $A\neq\varnothing$ va $B\neq\varnothing$ to'plamlar berilganda, A to'plamning har bir x elementi uchun xfy munosabatni qanoatlantiruvchi yagona $y\in B$ element mavjud bo'lsa, u holda f moslikka akslantirish (funktsiya) deyiladi va u $f:A\rightarrow B$ yoki $y=f(x)$ ko'rinishlarda belgilanib A to'plam f akslantirishning aniqlanish sohasi deyiladi.

Misol. $\{(x;\, y):\, x,\, y\in N,\, y=x^2\}$ funktsiya bo'ladi.

<u>Ta'rif</u>: $y=f(x)$ shartni qanoatlantiruvchi tartiblangan (x; y) juftliklar to'plami funktsiyaning grafigi deyiladi.

<u>Ta'rif</u>. Agar $f:A\rightarrow B$ akaslantirishda A=B, yani $f:A\rightarrow A$ bo'lsa, u holda f akslantyirish to'plamni o'z-o'ziga akslantiruvchi almashtirish deyiladi.

$y=f(x)$ da y element x elementning obrazi (aksi), x element esa y elementning, ya'ni $f(x)$ ning proobrazi (asli) deb yuritiladi.

Ta'rif: Agar B to'plamning har bir elementi asliga ega bo'lsa, u holda $f:A\to B$ aklantirishga syurektiv (ustiga) akslantirish deyiladi.

Misol. $f:x\to x^2$ moslik barcha haqiqiy sonlar to'plamini manfiymas haqiqiy sonlar to'plamiga aklantirish syurektiv akslantirish bo'ladi.

Ta'rif: Agar B to'plamning har bir elementi bittadan ortiq asliga (proobrazga) ega bo'lmasa, u holda bunday akslantirishga in'ektiv (ichiga) akslantirish deyiladi.

Ta'rif: Agar $f:A\to B$ akslantirish bir vaqtda syurektiv va inektiv bo'lsa, u holda f akslantirish biektiv akslantirish deyiladi.

Ta'rif:. A to'plamning har x elementini yana shu x elementga o'tkazuvchi (akslantiruvchi) akslantirishga ayniy (birlik) akslantirish deyiladi va uni $e_a:A\to A$ orqali belgilanadi.

Ta'rif: Agar $f:A\to A$ va $\varphi:A\to B$ akslantirish berilgan bo'lib, $\varphi\otimes f(A\to B)=e_A$ akslantirish o'rinli bo'lsa, u holda φ akslantirish f akslantirishga chap teskari, $f_\varphi:(A\to B)=e_B$ akslantirish o'rinli bo'lganda esa, φ akslantirish f ga o'ng teskari akslantirish deyiladi. Agar $f_\varphi=\varphi\otimes f$, ya'ni $e_B=e_A$ bo'lsa u holda f akslantirish ga teskari akslantirish deyiladi va uni $\varphi\otimes f^1$ orqali belgilanadi. Agar $f_\varphi=e(e: a\to a)$ bo'lsa, u holda f va φ lar o'zaro teskari akslantirishlar deyiladi.

f: $A\to B$ akslantirish teskarilanuvchi bo'lishi uchun f ning o'zaro bir qiymatli (biektiv) bo'lishi zarur va yetarli. Bu mulohazaning isboti [1] da keltirilgan.

Tekshirish savollari.

1. Ikkita to'plamning dekart (to'g'ri) ko'paytmasi deb nimaga aytiladi?
2. n ta to'plamlarning dekart ko'paytmasinni toping ?
3. Binar munosabat deb nimaga aytiladi?
4. Refkeksiv, simmetrik, tranzitiv munosabatlarning ta'rifini aytib bering?
5. Akslantirish (funksiya) deb nimaga aytiladi?
6. Qanday akslantirishlarni bilasiz?

Tayanch tushunchalar.

1. to'plam va ular ustida amallar.
2. to'plamosti.

7-MA'RUZA
MAVZU: Ekvivalentlik munosabati. Tartib munosabati (2-soat)

REJA:

1. Ekvivalentlik munosabati;
2. Faktor to'plami;
3. Tartib munosabati;
4. Tartiblangan to'plam;

Adabiyotlar.

1. R. N. Nazarov, B. T. Toshpo'latov, A. D. Do'simbetov. Algebra va sonlar nazariyasi. 1-qism. Toshkent. O'qituvchi. 1993 y.

2. Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел. Москва: Всш.шк. 1970 г. (стр 65-74).

Oldingi ma'ruzada binar munosabatlarning bir nechta turlarining o'rgandik. Ayrim hollarda bitta to'plamda bir nechta binar munosabatlar aniqlangan bo'lishi mumkin.

Ta'rif: Agar A to'plamda aniqlangan ρ binar munosabat bir vaqtning o'zida refleksiv, simmetrik va tranzitiv bo'lsa, u holda ρ munosabatga ekvivalenlik munosabat deyiladi.

Ekvivalentlik munosabati = kabi belgilanadi.

Masalan, ixtiyoriy A$\neq\varnothing$ to'plam elementlari uchun aniqlangan tenglik munosabati, to'g'ri chiziqlar to'plamidagi parallellik munosabati, uchburchaklar to'plamidagi o'xashashlik munosabati ekvivalentlik munosabati bo'ladi.

$\rho=${(x; y): x, y$\in$Z, $\forall m\in Z(m=0)$ va x-y son m ga bo'linadi} munosabati ekvivalent munosabat bo'ladi. A to'plamda aniqlangan ekvivalentlik munosabati shu A to'plamni o'zaro kesishmaydigan sinflarga ajratish tushunchasi bilan uzviy bo'glangan. Bunday sihflar odatda ekvivalentlik sinflari deb yuritiladi. a element bilan aniqlanuvchi ekvivalentlik sinfi deb a ga ekvivalent bo'lgan elementlardan tuzilgan to'plamga aytiladi

Ta'rif: Agar A to'plam ρ ekvivalentlik munosabati yordamida ekvivalentlik sinflariga ajratilgan bo'lsa, u holda bu ekvivalentlik sinflari to'plamiga **faktor to'plam** deyiladi va uni A/ρ ko'rinishda belgilanadi.

Misol. Z={…,-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, …}to'plamning barcha elementlarini 4 ga bo'lib chiqaylik. Z ning elementlarini 4 ga bo'lishdan hosil bo'lgan qoldiqlar 0, 1, 2, 3 bo'ladi. Bu qoldiqlar bo'yicha Z ni C_0={4k/$\forall k \in Z$}, C_1={4k=1/$\forall k \in Z$}, C_2={4k=2/$\forall k \in Z$}, C_3={4k+3/$\forall k \in Z$} sinflarga ajratish mumkin.

$C_i \cap C_j = \otimes (i \neq j)$ va $C_0 \cup C_1 \cup C_2 \cup C_3 = Z$ bo'ladi.

Matematikada tartib munosabati tushunchasi katta ahamiyatga ega. Shu tushuncha bilan tanishaylik.

<u>Ta'rif</u>: A to'plamda antisimmetrik va tranzitiv bo'lgan binar munosabatga tartib munosabati deyiladi. Tartib munosabati kiritilgan to'plam tartiblangan to'plam deyiladi.

Tartib munosabati $\subset$ orqali belgilanadi.

<u>Ta'rif</u>: Agar A to'plamda aniqlangan ρ tartib munosabati refleksiv (antirefkeksiv) bo'lsa, u holda ρ ga qat'iymas (qat'iy) tartib munosabati deyladi.

<u>Ta'rif</u>: A to'plamda aniqlangan ρ tartib munosabati bog'langan bo'lsa, ya'ni A to'plamning ixtiyoriy a va b elementlari uchun aρb yoki a=b yoki bρa munosabatlardan faqat bittasi bajarilsa, u holda ρ ga chiziqli tartib munoisabati deyladi.

Chiziqli bo'lmagan tartib munosabati odatda qisman tartiblanganlik munosabati deb yuritiladi.

Sonlar to'plamida (kompleks sonlar to'plamidan boshqa) aniqlangan kichik emaslik ($\geq$) munosabati tartib munosabati bo'ladi.

<u>Ta'rif</u>: Qisman tartiblangan A to'plamning berilgan a elementi va ixtiyoriy x elementi uchun a≤x (a≥x) munosabat bajarilsa, u holda a ga A to'plamning eng kichik (eng katta) elementi deyiladi.

Qisman tartiblangan to'plamlar umuman olganda eng katta va eng kichik elementga ega bo'lmasligi mumkin.

Masalan, manfymas haqiqiy sonlar to'plami eng kichik element, ya'ni 0 ga ega, lekin eng katta elementga ega emas.

<u>Ta'rif</u>: Agar qisman tartiblangan A to'plamning a elementidan qat'iy katta (kat'iy kichik) bo'lgan elementlari bo'lmasa u holda a ga A to'plamning maksimal (minimal) elementi deyiladi.

Qisman tartiblangan to'plam bir qancha maksimal yoki bir qancha minimal elementlarga ega bo'lishi mumkin.

a<x bo'lganda x=a bo'lsa, u holda a maksimal element, y<b bo'lganda y=b bo'lsa, u holda b minimal element bo'ladi.

Qisman tartiblangan to'plamning minimal va maksimal elementlarini uning eng kichik va eng katta elementlaridan farqlay bilish kerak ekan.

Ta'rif: Agar chiziqli tartiblangan A to'plamning ixtiyoriy bo'sh bo'lmagan B qism to'plami doimo eng kichik elementga ega bo'lsa, u holda bunday A to'plamga to'la tartiblangan to'plam deyiladi.

Masalan, barcha natural sonlar to'plami to'la tartiblangan to'plam bo'ladi.

Tekshirish savollari.

1. Ekvivalentlik munosabati deb nimaga ayitladi?
2. Faktor to'plamga tushuncha bering va bitta misol keltiring.
3. Tartib munosabati deb nimaga aytiladi?
4. Qanday tartibli to'plamlarni bilasiz?
5. To'plamning eng kichik va eng katta elementlarini tushuntirib bering?
6. To'plamning maksimal va minimal elementlarini tushuntirib bering?

Tayanch tushunchalar.

1. To'plam va ular ustida amallar.
2. To'plam elementlari.
3. Qism to'plam.
4. Refleksiv, antirefleksiv, simmetrik, tranzitiv munosabatlar.

8-MA'RUZA

MAVZU: Binar algebraik amal. Algebraik amallarning turlari. (2 soat)

REJA:

1. Binar algebraik amal haqida tushuncha;
2. Algebraik amal turlari;
3. Binar algebraik amallarning xossalari.

Adabiyotlar.

1. R. N. Nazarov, B. T. Toshpo'latov, A. D. Do'simbetov. Algebra va sonlar nazariyasi. 1-qism. Toshkent. O'qituvchi. 1993 y.
2. Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел. Москва: Выш.шк. 1970 г. (стр 45-65).

Hozirgi vaqtda algebra fani to'plam va uning elementlari uchun aniqlangan algebraik amal va uning xossalarini o'ganadi.

Ta'rif: $A\neq\varnothing$ to'plam berilgan bo'lib AxA dekart ko'paytma A to'plamga mos qo'yuvchi f:AxA$\rightarrow$A akislantirish A to'plamda aniqlangan binar (ikki o'rinli) operatsiya (algebraik amal) deyiladi.

Tarifga ko'ra a, b$\in$A elementlar uchun (a; b) tartiblangan juftlikka shu A to'plamning yogona c elementi mos keladi. (b; a) juftlikka c element mos kelmasligi mumkin. f akislantiris yordamida (a; b) juftlikka c$\in$A mos qo'yilishi f:(a; b)=c, (a; b) f=c yoki afb=c orqali belgilanadi. Binar algebraik amallar odatda maxsus tanlangan
0, $\perp$, *, $\otimes$ belgilar orqali belgilanadi .

aob=c bo'lsa, u holda o o'rniga qo'shish, ayirish, ko'paytirish va h.k. amallar bo'lishi mumkin.

Agar f:A0$\rightarrow$A bo'lsa, u holda nollar operatsiya (nol o'rinli algebraik amal) deyiladi, (bunda to'plamning istalgan elementni alohida olish tushuniladi).

Agar f:A0$\rightarrow$A bo'lsa, u holda nular operatsiya (bir o'rinli algebrayik amal deyiladi) deyiladi.

Agar f:AxAxA=$A^3\rightarrow$A bo'lsa, u holda f ga ternar operatsiyasi (uch o'rinli algebrayik amal) deyiladi (bunda AxAxA=A^3 dekart ko'paytmaning tartiblangan (a, b, c) uchligiga A to'plamning yagona d elementi mos q'yiladi).

AxAx…xA_n dekart ko'paytma berilgan bo'lsa u holda uning elementi uzunligi p ga teng bo'lgan ($a_{1,}$ $a_{2,}$...,a_n) kortej bo'ladi.

Ta'rif: A^n dekart ko'paytmaning tartiblangan har bir $(a_1, a_2, ..., a_n)$ elementiga A to'plamni yagona a_{n+1} elementi mos qo'yilgan bo'lsa, u holda A to'plamda rangi p ga teng bo'lgan (p o'rinli) p-ar operatsiya (algebrik) aniqlangan deyiladi.

p–ar operatsiyani f orqali belgilasak u holda uni $f(a_1, a_2, ..., a_n)=a_{n+1}$ yoki $(a_1, a_2, ..., a_n)f=a_{n+1}$ ko'rinishlarda yoziladi. Ayrim hollarda $a_{n+1} \notin A$ bo'lishi mumkin. Bunday holda qaralayotgan algebraik amal qismi algebraik amal deb ataladi.

Misol. Natural sonlar to'plamida qo'shish va ko'paytirish amallari binar operasiya bo'ladi.

Bitta to'plamning o'zida bir nechta algebraik amallar anniqlangan bo'lishi mumkin. Faraz qilaylik $A \neq O$ to'plamda ikkita har xil o va $\otimes$ binar operasiyalar berilgan bo'lsin.

Ta'rif: Agar o operasiya aniqlangan A to'plamning ixtiyoriy a va b elementlari uchun

aob=boa tenglik o'rinli bo'lsa, u holda o operasiya A to'plamda kommutativ deyiladi.

Masalan, har qanday sonlar to'plamida aniqlangan qo'shish va ko'paytirish amallari kommutativ bo'lib, darajaga ko'tarish amali kommutativ emas, ya'ni $a^n \neq b^a$ bo'ladi .

Ta'rif: Agar o operasiya aniqlangan A to'plamning a, b, c elementlari uchun ao(bOc)=(aOb)oc tenglik o'rinli bo'lsa, u holda o operasiya A to'plamda assosiativ deyiladi.

Masalan, har qanday sonlar to'plamida qo'shish va ko'paytirish amallari asosiativ bo'lib, darajaga ko'tarish amali assosiativ emas, ya'ni $(a^b)^c \neq a^{b^c} (\forall a, b, c \notin R)$.

Ta'rif: o va $\otimes$ operasiya aniqlangan A to'plamning a, b, c elementlari uchun $ao(b \otimes c) = (aob) \otimes (aoc)$ tenglik bajarilsa, u holda o operasiya $\otimes$ operasiyaga nisbatan distributiv deyiladi.

Masalan, sonlar to'plamida aniqlangan ko'paytirish amali qo'shish amaliga nisbatan distributiv, lekin qo'shish amali ko'paytirish amaliga nisbatan distributiv emas.

Ta'rif: o operasiya aniqlangan A to'plamning ixtiyoriy x va y elementlari uchun xoa=yoa (aox=aoy) tenglikdan x=y tenglik kelib chiqsa, u holda A to'plam elementlari uchun o amalga nisbatan o'ngdan qisqartirish qonuni o'rinli deyiladi. Agar A to'plamda bir vaqtning o'zida chpdan va o'ngdan qisqartirish qonuni o'rinli bo'lsa u holda A to'plamda qisqartirish qonuni o'rinli deyiladi.

o operasiyaga nisbatan neytral va simmetrik elementlar tushinchalari mustaqil ta'limda alohida o'rganiladi. Shuning uchun bu tushunchalarga to'xtamaymiz.

Tekshirish savollari.

1. Binar operasiya (algebraik amal) haqida tushincha bering?
2. Algebraik amallarning qanday turini bilasiz?
3. Algebraik amallarning xossalarini aytib bering?

Tayanch tushinchalar.

1. To'plam va ular ustida amallar.
2. To'plamlarning dekart ko'pytmasi.
3. Akslantirish.
4. Kortej.

9–MA'RUZA.
MAVZU: Algebra. Algebralar gomomorfizmi.
(2 soat)

REJA:

1. To'plamlar nazaryasiga ko'ra algebra tushinchasi.
2. Algebraning turi haqida tushincha.
3. Bir xil turli algebralar.
4. Algebralar gomomorfizmi.

Adabiyotlar.

1. R. N. Nazarov, B. T. Toshpo'latov, A. D. Do'simbetov. Algebra va sonlar nazariyasi. 1-qism. Toshkent. O'qituvchi. 1993 y.

2. Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел. Москва: Выш.шк. 1970 г.

Oldingi ma'ruzada bitta $A \neq \emptyset$ to'plamning o'zida bir nechta algebraic amallar mavjud bo'lishini ko'rib o'tdik. Shu amallar f_1, $f_2, \ldots f_s$ bo'lsin.

<u>Ta'rif</u>: Bo'sh bo'lmagan A to'plam va unda qaralayotgan algebraik amallar to'plami Ω dan tuzilgan $\langle A, \Omega \rangle$ tartiblangan juftlik algebra deyiladi va uni A_1 belgilaymiz.

Ta'rifga ko'ra A_1=<A, Ω> bo'ladi. Bunda A to'plamning elementi, A to'plam A_1 algebraning asosiy to'plami, Ω dagi operatsiyalar a_1 algebraning asosiy operatsiyalari deyiladi.

A to'plamda qaralayotgan amallar soni chekli bo'lganda bu algebra A_1=<A, f_1, f_2, …,f_s> ko'rinishda belgilanib, uni uzunligi s+1 ga teng bo'lgan kortej ham deyiladi.

f algebra amalning rangi odatda r(f) orqali belgilanadi.

Ta'rif: Agar $r(f_i)=r_i$, (i=1, 2, ..., s) bo'lsa (r_1, r_2,…,r_s) kortej A_1=<A, f_1, f_2, …,f_s> algebraning turi (tipi) deyiladi.

<u>Ta'rif:</u> A va A′ to'plamda aniqlangan algebraik amallar soni teng bo'lib, A to'plamda f_i (i=1, 2, ..., k) algebraik amallarning rangi bilan A′ to'plamda aniqlangan va f_iєF={f_1, f_2, ..., f_s) amallar mos keluvchi f'_iєF′={f_1', f_2', ..., f_e') algebraik amallarning ranglari o'zaro teng bo'lsa, u holda A_1=<A, F> va A_1^f=<A′, F′> algebralar o'zaro bir turli algebralar deyiladi.

Masalan, $<R,+,0>$ ва $<R^+,\bullet,1>$ algebralar bir xil turli algebralar bo'ladi (bunda R^+ - musbat haqiqiy sonlar to'plami), ya'ni ikkalasi ham (2, 0) turli algebralar bo'ladi.

<u>Ta'rif:</u> Agar A_1 algebraning to'plami A chekli (cheksiz) bo'lsa, u holda A_1 algebra chekli (cheksiz) algebra deyiladi.

Endi turli algebralarning gomomorfligi haqida tushuncha bilan tanishaylik.

<u>Ta'rif:</u> Bir xil turli A_1=<A, F> va A_1'=<A′, F′> algebralar berilgan bo'lib, A to'plamni A′ to'plamga bir qiymatli akslantiruvchi shunday $\varphi(f_i(a_1, a_2, ..., a_n))= f_i'(\varphi(a_1), \varphi(a_2), ..., \varphi(a_n))$ tenglik A to'plamning barcha elementlari uchun bajarilsa, u holda A_1 algebra A_1' algebraga gomomorf akslangan deyiladi va uni $A_1 \approx A_1'$ ko'rinishda belgilanadi.

<u>Ta'rif:</u> Agar A_1 algebraning A_1' algebraga φ gomomorf akslanishi biyektiv (o'zaro bir qiymatli) akslantirish bo'lsa, u holda A_1 algebra A_1' algebraga izomorf deyiladi va uni $A_1 \cong A_1'$ ko'rinishda belgilanadi.

Tekshirish savollari.

1. To'plam tushunchasiga ko'ra algebra deb nimaga aytiladi va unga misol keltiring?

2. Algebraning turi (tipi) nimaga aytiladi va unga misol keltiring?

3. Bir xil turli (tipli) algebralar nimaga aytiladi va unga misol keltiring?

4. Gomomorf algebralar nimaga aytiladi va unga misol keltiring?
5. Izomorf algebralar nimaga aytiladi va unga misol keltiring?

Tayanch tushunchalar.
1. To'plam.
2. Algebraik amallar.
3. Ekvivalentlik munosabati.

10-MA'RUZA
MAVZU: Gruppa va uning asosiy xossalari
(2 soat)

Режа:

1. **Gruppa tushnchasi. Gruppaga ta'rif;**
2. **Yarim gruppa;**
3. **Monoid;**
4. **Gruppaning sodda xossalari.**

Adabiyotlar.

1. R. N. Nazarov, B. T. Toshpo'latov, A. D. Do'simbetov. Algebra va sonlar nazariyasi. 1-qism. Toshkent. O'qituvchi. 1993 y.
2. Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел. Москва: Выш.шк. 1970 г. (стр. 94-100)

Bitta binar 0 va bitta unar * algebraik amallarga ega bo'lgan bo'sh bo'lmagan G to'plam berilgan bo'lsin. Bu operatsiyalardan foydalanib, matematikada algebraning xususiy hollaridan biri bo'lgan gruppa tushunchasini o'rganamiz.

<u>Ta'rif:</u> Agar G to'plamda quyidagi aksiomalar bajarilsa, u holda (2, 1) turli <G, 0, *> algebra gruppa deyiladi:

1. $(\forall a, b, c \in G) \quad a0(b0c) = (a0b)0c;$
2. $(\forall a \in G, \ \exists e \in G) \quad a0e = e0a = a;$
3. $(\forall a \in G, \ \exists a^* \in G) \quad a0a^* = a^*0a = e.$

Binar 0 operatsiya G to'plamda gruppa hosil qiluvchi asosiy operatsiya deb hisoblanadi.

<u>Ta'rif:</u> Agar <G, 0, *> algebra gruppasi bo'lib, 0 operatsiyasi kommutativ, ya'ni $(\forall a, b \in G)$ uchun aob=boa tenglik o'rinli bo'lsa, u holda <G, 0, *> gruppa o operatsiyaga nisbatan kommutativ gruppa yoki **Abel** gruppasi deyiladi.

<u>Ta'rif:</u> Agar gruppadagi asosiy operatsiya qo'shish (ko'paytirish) amali bo'lsa, u holda bunday gruppaga additiv (multiplikativ) gruppa, agar additiv gruppada qo'shish amali kommutativ bo'lsa, u holda bunday gruppaga additiv–abel gruppa deyiladi.

Masalan, <Z, +> additiv-abel gruppa, <Z, •> multiplikativ gruppa bo'lmaydi (chunki ($\forall b \in Z\ (m \neq \pm 1)$ bo'lgabda $m^{-1} \notin Z$) bo'ladi.

<u>Ta'rif:</u> Agar G to'plamda aniqlangan binar o operatsiya assosiativ bo'lsa, u holda G to'plam yarim gruppa deyiladi.

Masalan, <N, •> algebra yarim gruppa bo'ladi.

<u>Ta'rif:</u> Neytiral elementga ega bo'gan yarim gruppa monoid deb ataladi.

Masalan, <N, •> algebra monoid bo'ladi. <N, +> algebra yarim gruppa bo'ladi, lekin monoid bo'lmaydi.

<u>Ta'rif:</u> <G, o, *> gruppaning M qism to'plami o binar operatsiyaga nisbatan gruppa tashkil etsa, u holda M ga <G, o, *> gruppaning qism gruppasi deyialdi.

Qism gruppa tushunchasi mustaqil ta'limda batafsil o'rganiladi.

Gruppaning quyidagi hossalari mavjud:

1^0. Gruppadagi asosiy operatsiga nisbatan neytiral va teskari elementlar mavjud, ular yagona bo'ladi.

2^0. Har qanday G multiplikativ gruppada bo'lish munosabati o'rinli, ya'ni $\forall a, b \in G$ elementlar uchun $\exists x, y \in Z$ bo'lib, ular uchun a x=b va ya=b tenglamalar $a^{-1}b \in G$ va $b^{-1}a \in G$ yagona yechimlarga ega bo'ladi;

3^0. Har qanday gruppada elementlarni chap va o'ng tomondan qisqartirish qonuni o'rinli;

4^0. G gruppaning a^{-1} elementiga teskari element a ning o'zi bo'ladi;

5^0. $< G, \cdot, ^{-1} >$ gruppaning ixtiyoriy n ta elementi shu gruppadan aniqlangan algebrayik amalga nisbatan assosiativ bo'ladi;

6^0. $a_1, a_2, \ldots, a_n \in G$ elementlarning ko'paytmasi bo'lgan $a_1 a_2 \ldots a_n$ elementga teskari element $a_n^{-1} \ldots a_2^{-1} a_1^{-1}$ element bo'ladi.

7^0. $\underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n} = a^n$, $\underbrace{a^{-1} \cdot a^{-1} \cdots a^{-1}}_{n} = (a^{-1})^n = a^{-n}$, $a^0 = e\ (a \neq 0)$ bo'lsa u holda $a^m a^n = a^{m+n}\ (a^m)^n = a^{mn}.(\forall m, n \in Z)$, faqat o'rin almashinuvchi a va b elementlari uchun $(ab)^m = a^m a^m, a^n a^{-n} = e$ bo'ladi.

Bulardan tashqari quyidagi munosabatlar ham o'rinli bo'ladi:

a) nx+mx=(m+n)x;

b) m(nx)==mnx;
c) mx-nx=(m-n)x.
Bu tenglama $\underbrace{x+x+...+x}_{n}=nx$, $\underbrace{(-x)+(-x)+...+(-x)}_{n}=n(-x)=-nx$ dir.

Yuqoridagi 7 ta hossaning isboti [1, 2] da keltirilgan.

Tekshirish savollari

1. Gruppa deb nimaga aytiladi?
2. Yarim gruppa deb nimga aytiladi?
3. Monoid deb nimaga aytiladi?
4. Additiv, multiplikativ gruppalarni tushuntirib bering?
5. Abel gruppasi deb nimaga aytiladi?
6. Additiv-abel gruppasi deb nimaga aytiladi?

Tayanch tushunchalar.

1. To'plam. To'plamosti.
2. To'lam tushunchasiga ko'ra algebra tushunchasi.
3. Neytral, teskari elementlar.
4. Algebraik amal.