Министерство Высшего и Среднего Специального образования
Республики Узбекистан

Ташкентский Государственный Авиационный институт

Факультет Гражданской Авиации

Кафедра : «Управление воздушным движением»

проф. Арипджанов М.К.

СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД В ПРОЕКТИРОВАНИИ ЧЕЛОВЕКО– МАШИННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Учебное пособие

Ташкент 2003

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА АСУ ТО

Современные системы управления сложными техническими объектами (АСУ ТО), несмотря на существенное различие с точки зрения конкретной направленности, обладают рядом общих свойств, что и позволяет их рассматривать с единых позиций. Этими свойствами являются: эргатичность, сложность, иерархичность и неопределённость. Поясним указанные свойства.

Эргатичность системы определяется тем, что в ней наряду с технической частью, к которой относятся и вычислительные машины, присутствует как обязательный элемент и человек – специалист определённого профиля. Наличие или введение человека придаёт совокупности человек – техническая часть черты единого организма, который становится принадлежащим наивысшему уровню систем управления [6]. Функционирование эргатической системы направленно на получение продукта труда, под которым, в общем, понимаются не только материальные, но и информационные объекты, а также изменение состояния материальных и информационных объектов [2]. Такая трактовка эргатической системы охватывает все виды производительной деятельности специалистов. Сюда относится и операторская деятельность человека, особенностью которой является осуществление управления с помощью информационной модели. В том случае образуется неделимая совокупность: устройства отображения или предъявления информации – оператор – органы или устройства управления (рис.1). Устройства отображения создают информационные потоки, воспринимаемые и обрабатываемые оператором, далее преобразуемые им в отклонения органов управления. Под действием сигналов от органов управления изменяется состояние объекта управления.

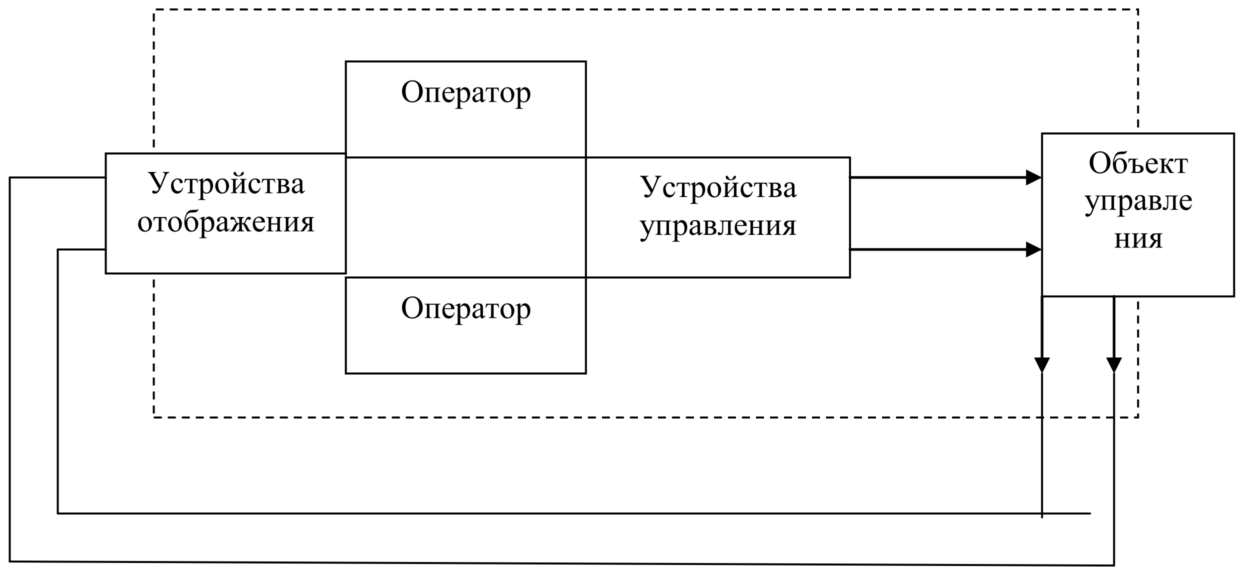


Рис. 1. Структура системы с оператором

Типичным примером операторской деятельности служит работа ручной системы точной ориентации космического аппарата (КА) (рис 2.) .

Рис. 2 . Система ручной ориентации КА

Задача оператора заключается в приведении и удерживании выбранных звездных ориентиров внутри заданных областей - маркерных меток - (указа-ны на рис.2 кружочками) – оптического прибора. Угловое положение КА определяется углами последовательных поворотов (ψ,υ,γ) относительно выбранной инерциальной (звездной) системы координат x_0 y_0 z_0. На экране оптического прибора угловое положение КА отображается набором координат (a,b,ξ), которые связанны определенным отношением преобра-зования с исходными (ψ,υ,γ), зависящим от расположения оптического при-бора на борту. Оператор, наблюдая видимое на экране рассогласование, создает управляющее воздействие, отклоняя орган управления – трех- степенную ручку ориентации – по тем или иным направлениям. Тем самым образуется замкнутый контур управления со структурой рис.1.

Однако общая структура системы на рис. 1 сохраняется и при других видах деятельности человека, хотя конкретное назначение и представление отдельных частей существенно отличается от случая операторской деятель-ности. Так, деятельность проектировщика отличается от деятельности от оператора тем, что носит чисто информационный характер. Роль материаль-ного объекта управления играет его модель, реализуемая в той или иной форме: в виде программы вычислительной машины, комплекта докумен-тации и т.д.

Сложность системы. Одно из кардинальных понятий и свойств, согласно У.Р.Эшби «достоинство кибернетики состоит в том, что она предлагает метод научного исследования систем, сложность которых слиш-ком велика и существенна, чтобы ёе можно было игнорировать». Инту-итивно ясно, что имеется в виду под сложной системой, и здесь также уместно обратиться к У.Р.Эшби, который разъясняет содержание этого тер-мина с точки зрения отношения между системой и каким – либо определен-ным, заданным наблюдателем, собирающимся изучать систему и управлять ею. Поэтому «система» очень большая», если она в чем – либо побивает наблюдателя своим богатством». Система становится сложной не только по причине размеров или числа устанавливаемых различий, но и по количеству связей, многообразию эффектов и, в частности, от того, что относится к классу эргатических. И как следствие, по мере возрастания сложности системы способность делать точное умозаключение о её поведении резко ослабляется, возникает некоторый порог понимания.

Первые попытки учесть и выразить сложность количественно были сделаны в самом начале 50 – х годов при разработке частотного метода син-теза корректирующих устройств. Мера сложности при этом характеризова-лась порядками числителя и знаменателя передаточной функции.

Математическое определение понятия сложности, относящееся к конечным автоматам, состоящим из элементов, реализующих функции алгебры логики, было дано в 1959 г., причем под сложностью понималось число элементарных блоков, из которых состоит система.

В 60 – х годах в работах А.Н. Колмогорова было дано определение понятия информационной сложности конечного объекта (например, слова в некотором алфавите) как длины самого короткого двоичного слова, содержащего всю информацию, необходимую для восстановления рассматриваемого текста.

Однако система как целое не сводится к простой совокупности своих частей. Её отдельные первичные элементы могут быть несущественными, важное значение приобретает их комбинация, порождающая сложные явления и эффекты. Поэтому для управления важно понятие структурной сложности, к которому ближеопределение сложности, предложенное в 1956 г. и связанное с понятием широты класса, с конструированием шкал сложности для тех или иных технических систем [7]. Тем самым об уровне сложности и её сравнительной оценке можно говорить лишь после того, как установлены некоторые исходные предпосылки и выделен класс объектов и систем, для которых необходимо произвести анализ сложности .

Иерархичность возникает как средство разрешения конфликтных отношений между сложностью и степенью понимания системы; между требуемым временем принятия решения и ограниченными возможностями элементов; между отдельными подсистемами, имеющими, в общем, свои собственные цели.

Покажем возникновение иерархической структуры на следующем примере.

Пусть М – множество целей. Введём на этом множестве целей отношение порядка $x<y$ (для достижения цели y необходимо достижение цели x), которое определяется множеством всех пар (x,y), где x не больше y. Отношение порядка обладает свойствами: (1) рефлективности, $x=x$; (2) тран-зитивности, если $x<y$ и $y<z$, то $x<z$; (3) антисимметричности, если $x<y$ и $y<x$, то $x=y$.

Поэтому упорядоченное множество целей М можно изобразить в виде определённой треугольной структуры, приведённой на рис.3. которая общем случае отличается от дерева [8].

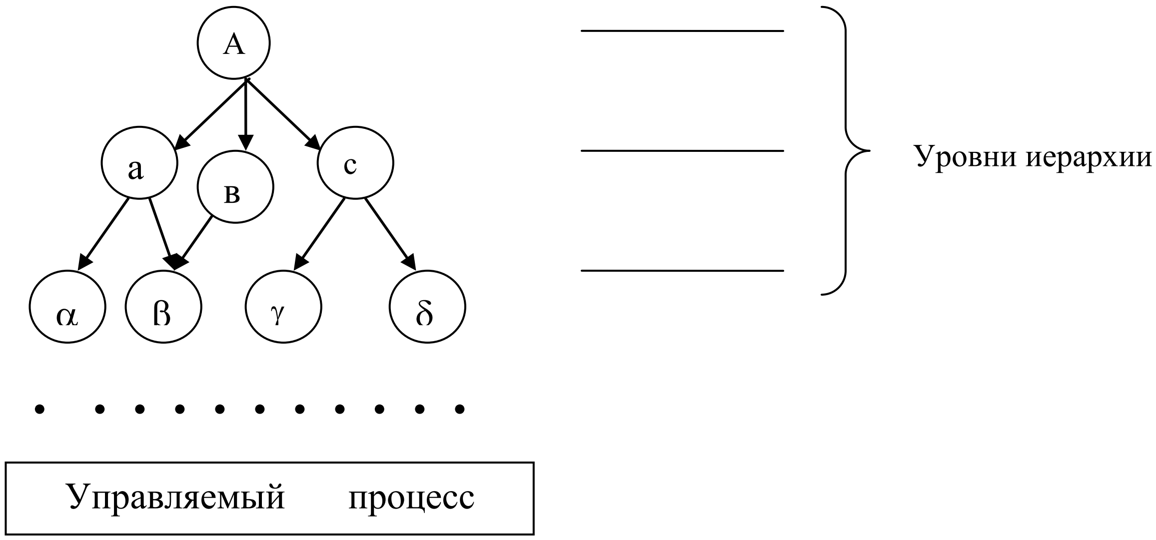


Рис. 3. Иерархическая структура целеориентированной системы

Здесь А – главная, или глобальная цель всей системы, **a,b,c,α,β,γ,δ** - подчиненные цели, которые выступают в качестве средств достижения главной цели. Однако об упорядоченном множестве целей можно говорить только тогда, когда выработана точная программа достижения главной цели, т.е. задано некоторое минимально достаточное множество целей, что и делается на этапе проектирования этой системы.

Типичным примером может служить иерархическая распределённая структура АСУ ТП. Верхний уровень иерархии включает мощный процессор, который используется на уровне руководства предприятием. Здесь вычисляются параметры производства и ведётся общий банк данных. Этот процессор соединяется с некоторым числом других процессоров нижележа-щего уровня, решающих задачи производственного планирования для различных участков предприятия, а также выполняющие не критичные по времени операции оптимизации, управления и контроля, медленно меняю-щихся переменных и взаимодействующие с персоналом, ответственным за протекание технологического процесса. Самый нижний уровень состоит из параллельно работающих локальных пароцессоров непосредственно на управляемом процессе, реализующих фильтрацию сигналов, оценку параметров и т.п. для целей оптимизации (рис.4).

Отметим ещё один момент. Помимо иерархической структуры в виде треугольника, что характерно для АСУ ТО, имеющих общую глобальную цель, существует обширный класс кибернетических систем, в которых все объекты равноправны и иерархия отсутствует в принципе. Сюда относятся, например, экологические системы. Функционирование подобных систем связано с принятием коллективных решений [5].

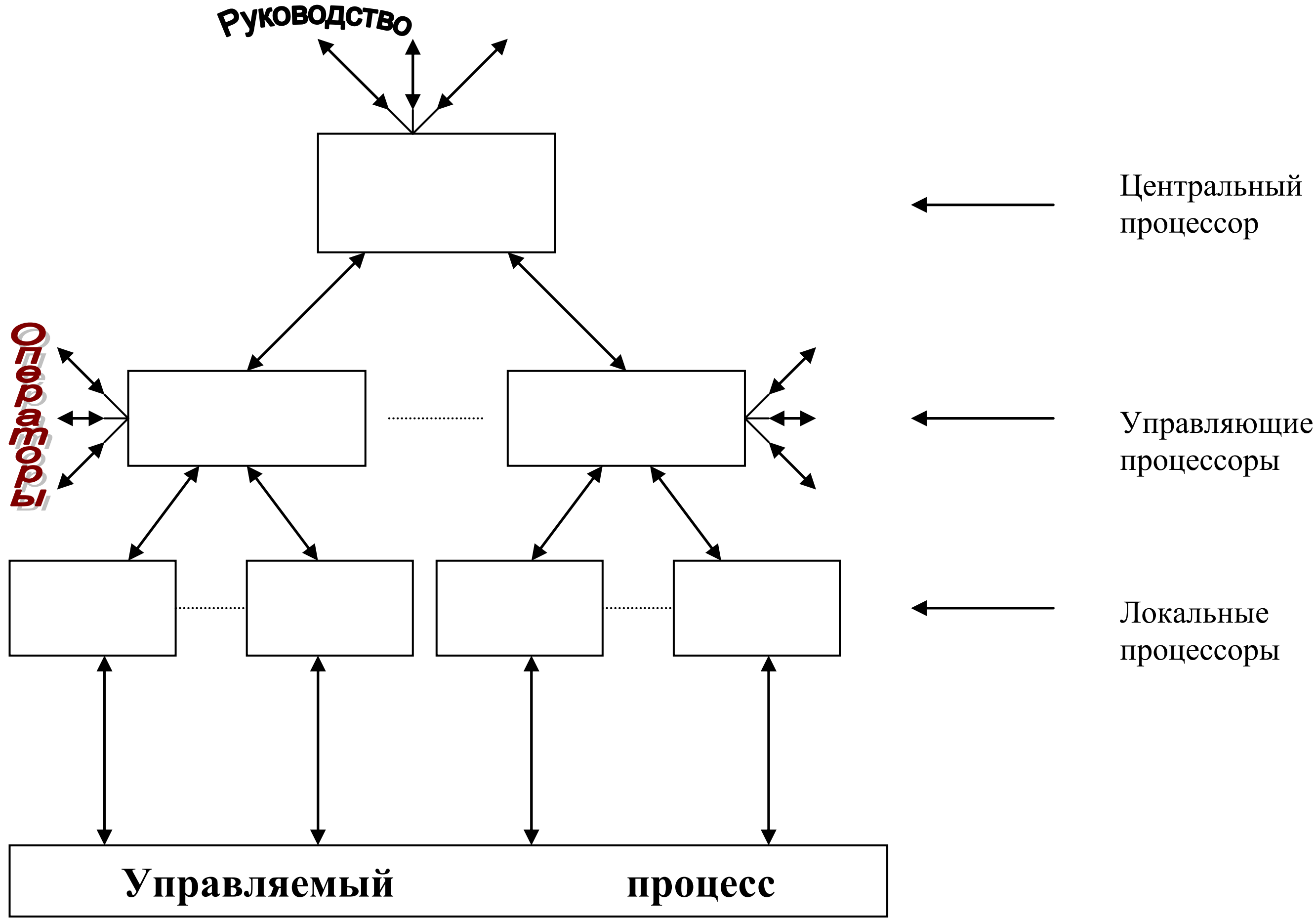


Рис.4. Иерархия в АСУ ТП

Неопределённость системы включает в себя несколько разновид-ностей. В теории исследования операций принято их разделять на следующие: неопределённость среды; неопределённость целей или оценки; неопределённость действий партнёра. Первый тип связан с тем, что функционирование реального объекта происходит в условиях активного действия внешней среды, а отсюда неопределённость или неоднозначность реакции на одни и те же входные воздействия. К этом добавляется и наличие человека, для которого неопределённость ответной реакции является характерным свойством. По этой причине все циркулирующие в системе сигналы наряду с детерминированной составляющей содержат и случайную, уровень которой может быть высоким.

Другой тип связан со множественностью показателей, оценивающих или характеризующих всю систему. Другими словами, неопределённость заключается в отсутствии какого – либо одного показателя, знание которого характеризует всю систему, и, как следствие, необходимо вводить набор показателей.

Так, оценке подлежат различные показатели системы: точность, расход, быстродействие, - показатели надёжности и т.д. Все эти показатели являются разнородными и не сводятся к какому – либо одному.

Последний тип неопределённости связан с наличием в системе частей (партнёров), имеющих собственные цели. Поэтому принятие каких – либо обоснованных решений приводит к необходимости использования предположений о характере действий отдельных частей (партнёров).

<u>Основы системного подхода к проектированию АСУ ТО</u>

Системный подход к проектированию систем возник сравнительно недавно и, по – видимому, его первым практическим применением стали военные разработки, выполнённые во время второй мировой войны. Причиной системного подхода послужила потребность изучения и построе-ния сложных (больших) систем, особенности которых были отмечены выше, когда оказалось необходимым часть воспринимать как целое, а целое – как часть; прослеживать влияние одного явления на множество других; объеди-нять и рассматривать воедино элементы различной физической природы. Поэтому системный подход можно определить как общий приём или прин-цип, объединяющий в себе методологическую часть, и прикладную, непо-средственно предназначенную для исследования и расчета сложных систем.

В рамках системного подхода исходя из целостного представления эргатической системы возможны следующие варианты её рассмотрения: человекосистемный, системотехнический, равноэлементный [2].

Для человека системного варианта характерна главенствующая роль человека перед техникой, когда техника является орудием труда; для равноэлементного – человек и техника являются равнозначными элементами системы; для системотехнического – техника является основным звеном, а человек – вспомогательным.

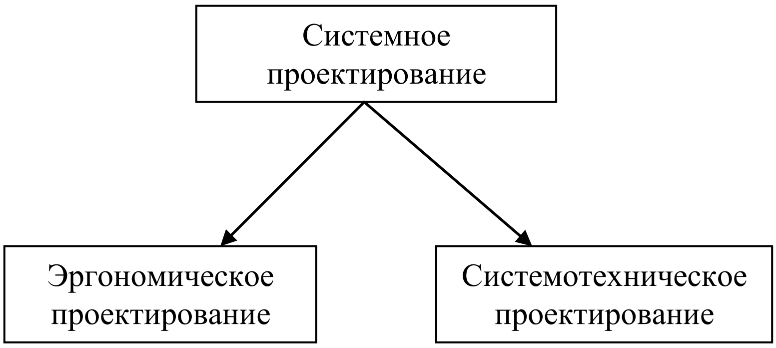
Наиболее распространённым и разработанным способом проектиро-вания является системотехническое. В этом случае, осуществив выбор иерархической структуры и выделив тому или иному звену системы, принимающему решение, некоторый ресурс, одновременно определяется и способ и алгоритм использования этого ресурса. Поэтому системотехничес-кое проектирование хотя и рассматривает человека как один из существен-ных, но внешних факторов, оказывающих значительное влияние, в своей основе все же осталось техническим проектированием .

В настоящее время трудности проектирования АСУ ТП связаны не только с техническим, математическим и программным обеспечением, но и с эргономическим обеспечением, которое таит в себе большие резервы повышения эффективности и надёжности всей системы. Как пример, если несколько лет назад соотношение числа аварий в авиации, связанных с ошибками оператора и с неисправностями технических средств, составило 60% и 40% соответственно, то сейчас более 90% аварий происходит по вине человека .

Отсюда и возникает необходимость одновременного учета всей совокупности факторов: внешней среды, человека, технических средств – при выполнении проектирования эргатических систем, т.е. о действительно системном подходе проектирования, охватывающим все этапы.

Таким образом, системное проектирование можно считать состоящим из двух видов (рис.5): эргономического и системотехнического, - выполняемых совместно.

Рис.5. Состав системного проектирования



В зависимости от уровня эргономического проектирования системное проектирование сводится к человекосистемному, равноэлементному или системотехническому. К системотехническому проектированию относится создание внешних условий и средств, учитывающих наличие и взаимо-действие с ними человека. К эргономическому проектированию относится обоснование и выбор видов деятельности человека и выработка требований к технической части, учитывающих выбранные виды деятельности. Одним из главных моментов в эргономическом проектировании является функцио-нально – информационное согласование всех частей системы, имеющие результатом определённый набор видов деятельности.

Указанное содержание системного проектирования определяет предмет соответствующей теории. Подобным образом как ТАУ явилась и является методологической основой системотехнического проектирования, теория автоматизированного проектирования или теория эргатических систем как более высокий этап развития ТАУ служит методической основой системного проектирования. С помощью этой теории решаются задачи анализа и синтеза структур, видов деятельности, согласования характеристик человеческого звена с техническим, так, чтобы удовлетворить целому ряду требований.

На практическую возможность построения такой теории указывает не только такой важный факт, как единая допустимая точность детализации процессов в эргатической системе, но и конкретные подходы и методы. В частности, функционально – структурный подход для описания процесса функционирования ЭС и оценки на его основе показателей эффективности, качества и надёжности функционирования [2,4] или «организмический» подход, объединяющий основные положения как теории управления, как и теории живых организмов [6], или информационно – динамический подход к исследованию и синтезу ЭС, связывающий функционирование человека, т.е. выбранный вид деятельности в контуре с информационными характеристиками протекающих процессов [1].

Реализация системного подхода связана, прежде всего, с созданием моделей сложных систем. Поэтому так важно иметь соответствующие приё-мы построения, описания модели и средств проведения моделирования.

МОДЕЛИ И МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Определим модель $\mathcal{M}$ как некоторое множество особого рода, как набор отношений, заданных на некотором исходном множестве М т.е.

$$\mathcal{M} = \langle M\{r_1, r_2, \ldots, r_n\}\rangle,$$

где $r_1, r_2, \ldots\ldots r_n$ – отношения (разной местности), заданные на исходном множестве М.

Такое определение модели является предельно общим и наиболее подходящим для представления системы, так как система, общем случае, является отношением [6,8].

Для физических объектов (систем) на исходном множестве $M_ч$ – множестве областей значений переменных, - существуют некоторые числовые функции этих переменных, которые удовлетворяют отношениям, конкретизируемым в виде разнообразных отображений: табличных, матричных, дифференциальных, функциональных, - задающих причинно – следственные связи между переменными.

Исходное описание системы может быть задано и в виде каких – либо текстов. Тогда исходное множество M_c – множество символов, на которым заданы отношения в виде определённых правил построения или вывода правильных предложений. Моделью (текстовой) можно считать и формаль-ную математическую запись каких – либо соотношений на заданном мно-жестве символов (например, запись уравнений на языке «Фортан»).

Выбор способа описания зависит от многих факторов: конкретно решаемой задачи, свойств отдельных элементов и т.д. – и приводит либо к использованию моделей, направлённых на получение количественной информации, или моделей, предназначенных для получения качественной информации. Эти два вида моделей имеют и собственные названия: вычислительные модели и логико – лингвистические модели (ЛЛМ).

Наиболее распространенным способом описания систем является представление их в виде вычислительных моделей, которые дают количественные показатели, характеризующие функционирование системы.

Практическая невозможность получения математического корректного описания из – за отсутствия достоверной информации или катастрофически увеличивающийся размерности – все это привело к возникновению определённой идеологии и реализации моделирования, известного как имитационное [5].

Основу этой идеологии составляют: дискретность системы по её строению; дискретность системы по взаимодействию; единая математическая схема описания и функционирования элементов – агрегат.

Анализ функционирования и построения систем показывает, что система может быть разделена на большое число элементов различной физической природы, каждый из которых характеризуется своим набором параметров и функциональными зависимостями, включает различные типы связей и взаимодействий между элементами.

Расчленение системы в общем случае неоднозначно и часто условно, но продолжается до получения таких элементов, которые при имеющейся информации наиболее полно отображают свойства реальной системы.

Тем самым дискретная структура системы возникает естественным образом и означает, что система представляется многоуровневой конструк-цией из определённым образом взаимодействующих элементов, объединён-ных в подсистемы различных уровней, причем элемент – неделимая далее система. Каждый элемент относится к определённой математической схеме. Для случая физических объектов, обладающих пространственно – временными свойствами, можно дать такую классификацию описаний.

Выделяются системы с непрерывным временем и непрерывной пространственной координатой (НВНК); системы с непрерывным временем и дискретной пространственной координатой (НВДК), в которых отсутствует дискретное событие или существует; системы с дискретным временем и дискретной пространственной координатой (ДКДВ), также с отсутствием или наличием дискретных событий.

Системы типа НВНК учитывают пространственно – временные свойства составных частей системы, а отсюда их описание - уравнениями в частных производных, содержащими производные по многим независимым переменным.

Достаточно широкий класс систем типа НВНК, зависящих от двух переменных, охватывается следующим выражением:

$$a\frac{d^2u}{dx^2}+b\frac{d^2u}{dxdy}+c\frac{d^2u}{dy^2}=e \Rightarrow aU_{xx}+bU_{xy}+cU_{yy}=e$$

где x, y - независимые переменные;

U - зависимая переменная ;

a,b,c,e - функции x,y,u, $\frac{du}{dx},\frac{du}{dy}$.

Так для малых продольных колебаний упругого стержня, который можно считать физической моделью ЛА, имеем уравнение

$$\rho(x)U_{tt}(x,t) = \left[K(x)U_0(x,t)\ \right]_X + f(x,t),$$

где x - переменная длина;

ρ(x) - плотность стержня по длине;

к(x) - коэффициент упругости стержня;

U(x,t) - смещение сечения стержня, имеющего в недеформированном состоянии координату x;

f(x,t) - плотность распределения внешних воздействий по длине.

Системы типа НВДК в отличие от НВНК заменяют пространственные свойства компонент системы сосредоточенными, а отсюда, в частности, их описание обыкновенными дифференциальными уравнениями (ОДУ), содержащими производные только по одной независимой переменной – времени.

Общая форма записи ОДУ

$$F(t, x, \dot{x}) = 0,$$

где $x = [x_1, x_2, \ldots, x_n,]$ – вектор зависимых переменных; $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$;

F – вектор – функция.

Однако условия непрерывности $F(t, x, \dot{x})$ по совокупности аргументов вместе с частным производными $\frac{dF}{d\dot{x}}$ и $\frac{\mathrm{dF}}{\mathrm{dx}}$ часто не выполняется. Нарушение непрерывности происходит в определённые моменты времени t_k (k = 1, 2, …), которые могут быть известны заранее (события, зависящие от времени), но чаще всего заранее не известны и обычно зависят от вычис-ляемого решения (события, зависящие от состояния). Поэтому множество систем НВДК разделятся на два подмножества, в одном из которых отсутствует дискретные события, а в другом – дискретные события существуют.

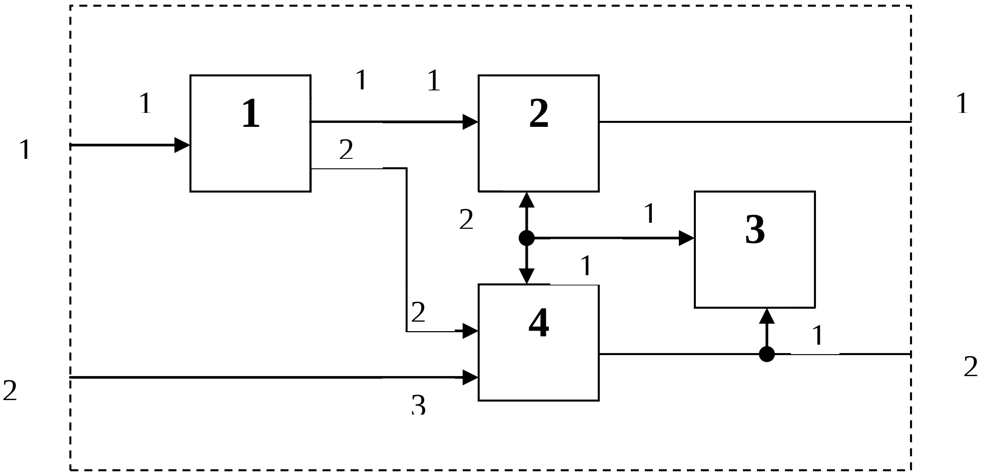
Система типа ДВДК в отличие от НВДК характеризуется тем, что протекающие в ней процессы происходят только в дискретные моменты времени, известные заранее.

Так же как для ДВДК, функциональные зависимости содержат или не содержат дискретные события, что определяет два подмножества систем типа ДВДК. Существует большое разнообразие систем типа ДВДК, например, конечные и вероятностные автоматы. Так, фильтр, функциони-рующий в дискретном времени $t_k = K \cdot {}_{\Delta}t$, ${}_{\Delta}t$ = const и задаваемый разностным уравнением $\upsilon(t_k) = a\upsilon(t_{k-1}) + bU(t_{k-1})$, имеет непрерывную по состоянию переменную $\upsilon(t_k)$.

Таким образом, общее математическое описание всей системы выступает как совокупность описаний отдельных типов (основных).

Дискретность системы по взаимодействию означает, что обмен сигналами между отдельными элементами происходит мгновенно в некоторые упорядочиваемые моменты времени.

Агрегат рассматривается как абстрактная математическая схема, к которой приводятся конкретные математические описание отдельных элементов, представляемых в виде: конечных и вероятностных автоматов; систем массового обслуживания; конечно – разностных уравнений. Тогда вся система представляется как совокупность агрегатов, взаимодействующих друг с другом в дискретные моменты времени по входу – выходу. На рис.6 приведено структурное изображение системы, состоящей из 4 отдельных элементов $\{Э_i\}_i = \overline{1,4}$, на которую воздействует внешняя среда, и которая, в свою очередь, воздействует на внешнюю среду. Оператор сообpажения устанавливает однозначные связи между входами и выходами отдельных элементов. Пронумеровав входы и выходы каждого элемента, считая и внешнюю среду как элемент с индексом i = 0, нетрудно получить таблицу, заполненную единицами, обозначающими существование связей между соответствующими входами (рис.6).



В Х О Д Ы

ВЫХОДЫ	0		1	2		3	4		
	1	2	1	1	2	1	1	2	3
0 1			1						
0 2									1
1 1				1					
1 2								1	
2 1	1								
3 1							1		

4 1	1				

Рис.6. Задание структуры системы, дискретной по строению

Таким образом, имитация процесса функционирования исходной системы включает в себя следующие основные моменты: имитацию функционирования элемента системы, выполняемую единственной програм-мой имитации модуля, настраиваемого на выбранный элемент; имитацию взаимодействия между элементами, т.е. передача сигналов от данного элемента к другим; управление очерёдностью системных событий, т.е. выбор и настройка на функционирование того элемента системы, который наиболее близок к «опорному» моменту времени относительно рассматриваемого момента модельного времени. «Опорный» момент времени характеризуется скачком состояния элемента.

Такое построение процесса моделирования обеспечивает и экономию оперативной памяти, но за счет времени, которое тратится на настройку универсального модуля на выбранный элемент.

Область применения такого подхода определяется теми предложения-ми, о которых речь шла выше, т.е. дискретностью построения и дискрет-ностью взаимодействия. В случае непрерывных систем, которые также могут быть представлены схемой, приведённой на рис. 6, опорные моменты наступают для всех элементов одновременно и поэтому их нельзя упорядочить. Непрерывную систему всю следует считать одним элементом.

Появление ЛЛМ обязано не только тем причинам, которые, как уже было сказано выше, свойственны исследованию больших систем, но и потребностью учета информации о системе в виде текстов, введении пред-метно – ориентированных способов взаимодействия человека с системой.

ЛЛМ дают описание рассматриваемой сложной системы на естествен-ных понятиях и принятой терминологии, выражаемых в виде языковых конструкций. Поэтому главное назначение ЛЛМ и заключается в описании и обработке таких ситуаций, которые требуют подготовки или принятия решения, планирования действий и т.п.

Одной из первых попыток применения ЛЛМ служит ситуационное управление [3]. Используя дискретность системы по её строению, выделяют конструкции двух видов: объекты и отношения, характеризующие пространственно – временные или другие связи между объектами [3].

Состояние (ситуация) сложной системы определяется как множество отношений, заданных на дискретной совокупности объектов, а цель управления – установление определённых конкретных отношений между объектами. Из этого вытекает возможность вести языковые средства и способы описания, а, следовательно, и набор правил преобразования описания в соответствии с целью управления. В основе текстов языка микро- описания ситуаций лежит использование следующих множеств: понятий, имен, отношений, решений и оценок. Из элементов этих множеств создаются предложения, описывающие конкретную ситуацию.

Управление системной по ситуациям осуществляется путём отображения в модели текущего состояния системы и построения по модели системы экстраполяционного дерева выводов, т.е. различных вариантов последовательности управляющих действий, из которого выбирают оптимальный вывод при заданной функции оценки на множестве выводов. Полученный на модели оптимальный закон далее реализуется на реальном объекте.

Экстраполяция ситуаций привязывается к состоянию системы на момент начала процесса выработки решения, и время экстраполяции ситуа-ций не должно превышать отрезка времени, в течение которого состояние системы считается неизменным. В противном случае выполняется коррекция по наблюдаемым ситуациям.

Ясно, что ЛЛМ, снабженные соответствующими процедурами обработки, позволяют смоделировать некоторые наиболее важные виды деятельности человека, связанные с принятием решения. Поэтому в комплексе для моделирования эргатических систем следует иметь два типа моделей: вычислительные и ЛЛМ – непосредственно взаимодействующие друг с другом.

ОЦЕНКА СВОЙСТВ УПРАВЛЯЕМОСТИ И ИНФОРМАЦИОННОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ОТКРЫТЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Использование информационно – динамических систем моделей при описании открытых систем позволяет с единых позиций описать детерминированные и стохастические динамические системы, позволяет соединить результаты, связанные с устойчивостью нелинейных динамических систем, методы теории описывающих функций и теории стохастических систем управления.

Такое объединение прежде всего необходимо при исследовании человеко – машинных систем управления, т.е. систем, включающих в контуре управления человека – оператора. Построение моделей, позволяющих объединить результаты теории устойчивости, управляемости и теории стохастических процессов, важно при автоматизации процессов статистического моделирования сложных динамических систем. Полученные результаты могут использоваться при автоматизации проектирования автоматизированных систем управления технологическими процессами.

Покажем, как интерпретировать в класс И – D моделей свойство управляемости и устойчивости.

При использовании конечномерных приближений для бесконечномерных операторов, описывающих объектов управления, взаимодействующий со средой, остаток от конечномерного приближения можно рассматривать как возмущающее воздействие.

Подобным приемом в теории автоматического управления пользуется довольно давно при описании сложных нелинейных динамических систем. Этот прием получил название метода описывающих функций.

Метод описывающих функций позволяет построить линеаризованную модель для нелинейной системы, используя понятие остаточного сигнала.

Пусть на динамическую систему действует случайный сигнал с коррекционной функцией $R_m(\tau)$. Динамическая система описывается следующими уравнениями, в общем случае нелинейными:

$$\dot{x} = f(x) + Bm(t),$$

где $\varepsilon = D_1 x + D_2 m,$ (1)

ε - скалярная величина.

Рассматривая корреляционную функцию $R_{m\varepsilon}(\tau)$, можно определить линейный оператор, связывающий **ε** и **m** как

$$W_{m\varepsilon}(j\omega) = \frac{S_{m\varepsilon}(j\omega)}{S_m(j\omega)}, \quad (2)$$

где $S_{m\varepsilon}$ – взаимоспектральная плотность между входным сигналом m(t) и ошибкой δ(t);

S_m - спектральная плоскость входного сигнала.

Если теперь рассмотреть разность между выходным сигналом, определяемым моделью, задаваемой передаточной функцией (2) и дифференциальным уравнением (1), то эту разность можно считать остаточным сигналом или шумом, учитывающим влияние нелинейности.

Рассмотрим условия, при которых динамическое преобразование, описываемое линейным оператором, теряет свои линейные свойства. Динамическое преобразование, реализуемое открытой системой, можно описать в следующем виде:

$$y = H(p)q + n(t) \quad (3)$$

где H(p) – линейный оператор;

$$q = \sum_{i=1}^{n} A_i \sin(\omega_i t + \gamma_1), \quad (4)$$

здесь A_i, ω_I, γ_I – случайные числа;

n(t) – остаточный случайный сигнал, определяемый тем, что в (5) присутствует конечное число составляющих.

Динамическая система, описываемая соотношениями (3), (4), может быть представлена в виде уравнений в форме Коши:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Sq, \quad (5)$$
$$y = Cx + n(t),\ u = Fx,$$

где $A - n \cdot n$ матрица;
$B - n \cdot m$ матрица;
$S - n \cdot 1$ матрица;
$C - 1 \cdot n$ матрица;
$F - m \cdot n$ матрица;

$$x \in M \subset R^n, \qquad u \in U \subset R^m.$$

В (5) воздействие q (t) можно представить в виде совокупности линейных асциляторов:

$$\ddot{q}_i + \omega_i q_i = 0, \tag{6}$$

где ω_i - случайные числа $i = 1,2, \ldots ,K$, случайные фазы y_i определяются начальными условиями $q_1(0)$, $q_i(0)$.

Тогда, переписывая (6) в форме Коши и объединяя их с (7), получим:

$$\dot{Z} = \tilde{A}z + \tilde{B}u, \tag{7}$$

$$y = Cz + n(t),$$

$$z = \begin{bmatrix} x \\ q_i \\ q_1 \end{bmatrix}$$

$$u = Fx. \tag{8}$$

Предположим, что система моделей входного воздействия, определяемого соотношением (4), представляется в виде композиционного ряда спектральных плотностей:

$$S_1 \subset S_2 \subset \ldots \subset S_k(u). \tag{9}$$

Композиционный ряд спектральных плотностей конструируется таким образом, что i – я спектральная плотность находится под i + 1 – й т.е. если введён параметр, характеризующий ширину спектральной плотности, то вне зависимости от того, как конкретно определён параметр, характеризующий ширины спектральной плотности, удовлетворяется соотношение:

$$\lambda_{i+1} > \lambda_I \quad . \tag{10}$$

Определим для динамической системы (8) или (5) ошибку отслеживания внешнего воздействия:

$$\varepsilon = D_1 x + D_2 q + n\,(t), \qquad (11)$$

где D_1 – 1 • n матрица;
D_2 – 1 • n матрица.

Критерием качества, характеризующим модели (5), (7), (8) может быть отношение сигнал – шум:

$$\frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_n} = K = const. \qquad (12)$$

Если в системе поддерживается постоянное значение отношения сигнал-шум (12), то минимизация среднеквадратического значения ошибки (11) влечет и минимизацию среднеквадратического значения остаточного сигнала.

Покажем, что для оптимальной линейной системы существует такое входное воздействие из ряда входных воздействий (9), которое определяет предельные свойства системы, в том смысле, что при дальнейшем увеличении спектра начинает увеличиваться среднеквадратическое значение остаточного сигнала. Предельная спектральная плотность входного воздействия соответствует точке экстремума взаимной информации между входным и выходным сигналами системы (5), построенной в функции от ширины спектра входного воздействия.

Пусть задано среднеквадратическое значение остаточного сигнала, тогда оптимальная система управления (7), (8) в смысле

$$\min \sigma_\varepsilon^{\,2}$$

определяет оптимальное значение $\sigma_{\varepsilon\ \text{опт}}$.

При изменении спектра входного воздействия в соответствии с (9) для того, чтобы сохранить условие оптимальности

$$\sigma_{\varepsilon\ \text{опт}} = \text{const}, \qquad (13)$$

необходимо для каждого нового значения λ_i менять закон управления. Таким образом образуется ряд оптимальных моделей системы управления.

Условие (13) можно раскрыть в следующем виде:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \left|\phi_\varepsilon(j\omega)\right|^2 S_i(\omega)\,d\omega + \sigma_n^2 = const, \qquad (14)$$

где $S_i(\omega)$ – спектральная плотность входного воздействия из композиционного ряда (9);

$\varphi_I(j\omega)$ – передаточная функция замкнутой системы (7), (8) по ошибке слежения (11).

Линейность модели (3) означает, что переходные процессы замкнутой системы (7) – (8) принадлежат ограниченному множеству:

$$z \in K \subset M, \tag{15}$$

и спектральный состав преобразования, задаваемого динамической системой (7) – (8), также ограничен заданным диапазоном:

$$\sigma(A + BF) \subset \sigma_0, \tag{16}$$

где σ - спектр преобразования (A + BF);

σ_0 – заданный спектр.

Семейство инвариантных подпространств, определяемых траектории системы (7), (8), удовлетворяющих условиям (15), (16), имеет максимальный элемент:

$$\begin{gathered} V_i \subset V_{i+1} \subset \ldots \subset V, \\ V = \sup V_i \end{gathered} \tag{17}$$

При изменении входного воздействия в соответствии с рядом (9) решения системы (7) – (8) будут образовать вложенный ряд подпространств:

$$\begin{gathered} M_i \subset M_{i+1} \subset \ldots \subset M, \\ Z \in M_i \subset M, \\ M_\infty \in M \subset R^{n+1},\ i = 1,2, \ldots \infty. \end{gathered} \tag{18}$$

Для выполнения условий (14) и (15), (16) необходимо чтобы

$$M_i \subset V_i \quad . \tag{19}$$

Но ряд (17) ограничен, а ряд (18) не ограничен, т.к. определён в бесконечномерном пространстве. Следовательно, начиная с некоторого i > N, условие (19) будет нарушаться. Но это означает, что будет нарушаться условие (14), а следовательно, в соответствии с (12) будет увеличиваться σ_n^2.

Покажем, что воздействие, с которого начинается нарушений условия (19), соответствует точке экстремума взаимной информации между воздействием q и выходным сигналом y, построенной как функция ширины спектра воздействия λ_i

$$I(y,q) = F(\lambda_i).$$

Действительно, взаимная информация I (y,q) определяется следующим образом:

$$I(y,q) = H(y) - H(y/q), \qquad (20)$$

где H(y) – энтропия выходного сигнала;
H(y/q) – условная энтропия выходного сигнала y(t) относительно входного q(t).
В соответствии с (3)

$$H(y/q) = H(n),$$

где H(n) – энтропия остаточная сигнала.
Пока ряд (17) не достигнет своего предельного значения, энтропия H(y) будет расти с ростом λ_i :

$$H(y) = H(V_i). \qquad (21)$$

Но, начиная с $i \geq N$, величина энтропия (21) станет постоянной:

$$H(V) = const.$$

Будем рассматривать нарушение условий (19) в силу ограниченности ряда (17), т.е. в силу ограничений линейности.

Тогда при $i \geq N$ не будет выполнятся условие (14), причем σ_n^2.будет возрастать в силу возрастания (9,10).

Но тогда будет увеличиваться σ_n^2. а следовательно, и H(y/q) = H(n).

Таким образом с $i \geq N$, (20) убивает, но при $i \geq N$ величина взаимной информации (20) возрастает. Отсюда следует, что в точке λ N взаимная информация (20)будет иметь экстремум.

Взаимную информацию можно вычислять по численным реализациям, используя для этого выражение для ε - энтропии. Это даёт возможность по численным реализациям определить, можно ли данную открытую систему описывать линейным оператором (3).

Рассмотрим теперь, как, используя взаимную информацию, определить границы применимости метода описывающих функций и область устойчивости нелинейных систем.

Метод описывающих функций применяется к нелинейным системам, на вход которых подаётся случайное воздействие.

При применении этого метода динамическое описание строится следующим образом:

$$\Phi(j\omega)=\frac{S_{mx}(j\omega)}{S_{m\varepsilon}(j\omega)} \quad , \tag{22}$$

где S_{mx} – взаимоспектральная плотность между входным и выходным сигналами;

$S_{m\varepsilon}$ – взаимоспектральная плотность между входным сигналом и ошибкой, возникающей в системе.

Спектральная плотность выходного сигнала определяется следующим образом:

$$S_x(\omega) = \left|\Phi(j\omega)\right|^2 S_m(\omega)+S_n\,, \tag{23}$$

где S_n – спектральная плоскость остаточного сигнала (шума).

Для системы, задаваемой соотношением (22) и (23), запишем выражения для взаимной информации между входным и выходным сигналом.

Взаимная информация между входным и выходным сигналами может быть выражена в форме ε - энтропии Колмогорова:

$$H_\varepsilon(\omega)=\inf\ I(x,m)=\int_0^\infty \max(0,\ln\frac{S_x(\omega)}{\theta^2})d\omega\,, \tag{24}$$

где - θ^2 – определяется из следующего соотношения:

$$\sigma_n^2=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\min(\theta^2,S_x(\omega)),$$

здесь σ_n^2 – дисперсия остаточного шума, определяющего ε - неразличимость сигналов.

Взаимная информация определяется как

$$I(m,x) = H(x) – H(x/m),$$

где H(x) – энтропия входного сигнала;

H(x/n) - условная энтропия входного сигнала при заданном входном.

Учитывая ε - неразличимость сигналов, определяемую остаточным сигналом, соотношение (24) можно записать в виде:

$$\inf I\ (m,x) = H_\varepsilon(x),$$

где $\sigma\varepsilon^2 = \sigma_n^2$,

σ_n^2 – дисперсия остаточного шума.

Известно, что при расширении ширины спектра воздействия S_m величина уровня шума увеличивается, при этом величина H(x) и H(x/m) в (24) также увеличивается. Если величина H(x/m) начинает увеличиваться быстрее чем

H(x), то функция I(x,m) как функция входного сигнала имеет экстремум. Точка этого экстремума определяет применимость описывающих функций, определяемых соотношениями для линейных динамических систем.

ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННО – ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ЧЕЛОВЕКО – МАШИННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Типовая структура человека – машинной (ручной) системы управления показана на рис.1 и рис.2.

Такая структура соответствует, например, системе управления самолётом или ручной системе стабилизации космического аппарата и т.д.

Математическая модель, соответствующая этой системе, имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2, m(t)), \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, U), \end{aligned} \qquad (25)$$

где x_1 – координаты объекта управления;

x_2 – координаты управляющего устройства, включающего динамическую модель оператора;

m(t) – внешнее воздействие;

u(t) - управление, реализуемое человеком – оператором.

Будем считать, что человек – оператор, включенный в контур управления, выполняет цель управления, если достигаются следующие соотношения:

$$\begin{aligned} &\varepsilon(t) = D_1x_1 + D_2x_2 + n(t), \\ &\varepsilon_{t\to\infty}(t) = D_1x_1 + D_2x_2 \to O, \end{aligned} \qquad (26)$$

n(t) - случайный остаточный сигнал.

Действительно, при выполнении соотношения (26) средний квадрат ошибки воспроизведения координатами модели оператора координат объекта управления будет конечен и равен дисперсии ошибок:

$$\sigma^2_\varepsilon < \infty,\ \sigma^2_\varepsilon = \sigma^2_n,$$
$$M(\varepsilon(t)) = 0.$$

При выполнении соотношений на модель оператора можно смотреть как на устойчивый динамический оцениватель координат объекта управления.

Однако, если ε - энтропия входного процесса или нижняя грань взаимной информации имеет экстремум (максимум), то в точке экстремума заведомо нарушается условие (26). Это следует из структуры формулы для взаимной информации:

$$H_{\varepsilon}(x_1) = \inf_{x_2} I(x_1, x_2,) = H(x_1) - H(x_1 / x_2), \qquad (27)$$

где $H(x_1)$ – энтропия процесса x_1;

$H(x_1/x_2)$ – условная энтропия.

В (27) нижняя грань берётся по всем x_2, удовлетворяющем условию:

$$M(x_1 - x_2)^2 < \sigma^2_{\varepsilon}.$$

Если рассмотреть множество процессов x_{11}, x_{12}, x_{13}, . . . , x_{1i}, для которых справедливо

$$H(x_{1i-1}) > H(x_{1i-2}),$$

то экстремум в зависимости $H_2(x_{1i})$ может существовать только тогда, когда

$$H(x_1/x_2) > H(n(t)), \qquad (28)$$

где $n(t)$ – остаточный случайный сигнал.

Но если выполняется (28), то не может выполнятся соотношение (26).

Значение $H_i(x_1)$ вычисляется по спектральным плотностям:

$$H_{\varepsilon}(x_1) = \frac{1}{4\pi} \int\limits_{S_x(\omega) > \theta^2} \log_2 \frac{S_{x1}(\omega)}{\theta^2} d\omega,$$

где $S_{X1}(\omega)$ – спектральная плотность сигнала x_1 (в данном случае рассматривается скалярный сигнал, хотя принципиально может рассматриваться и векторный сигнал).

Величина θ^2 определяется из следующего соотношения:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \min(\theta^2, S_{x_1}(\omega)) d\omega = \sigma_{\varepsilon}^2$$

Пусть $S_{X1}(\omega)$ определяется:

$$S_{x1}(\omega) = |\Phi(j\omega)|^2 S_m(\omega). \qquad (29)$$

В соотношении (29) динамика системы (25) представлена передаточной функцией $\Phi(j\omega)$.

Эта передаточная функция является точным описанием динамической системы (25) в случае линеаризованного описания динамики системы

$$\dot{x}_1 = \frac{df_1}{dx_1}\Bigg|_{\substack{x_1 = x_{10}\\ x_2 = x_{20}\\ m_1 = m_{10}}} x_1 + \frac{df_1}{dm}\Bigg|_{\substack{x_1 = x_{10}\\ x_2 = x_{20}\\ m_1 = m_{10}}} m + \frac{df_1}{dx_2}\Bigg|_{\substack{x_1 = x_{10}\\ x_2 = x_{20}\\ m_1 = m_{10}}} x_2 \Bigg|_{\substack{x_1 = x_{10}\\ x_2 = x_{20}\\ m_1 = m_{10}}}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{df_1}{dx_1}\Bigg|_{\substack{x_1 = x_{10}\\ x_2 = x_{20}\\ u_1 = u_{10}}} x_1 + \frac{df_2}{dm}\Bigg|_{\substack{x_1 = x_{10}\\ x_2 = x_{20}\\ u_1 = u_{10}}} x_1 + \frac{df_2}{du}\Bigg|_{\substack{x_1 = x_{10}\\ x_2 = x_{20}\\ u_1 = u_{10}}} U \Bigg|_{\substack{x_1 = x_{10}\\ x_2 = x_{20}\\ u_1 = u_{10}}}$$

или квазилинейной описывающей функцией для исходной нелинейной модели.

Зададимся вложенным рядом моделей входных воздействий

$$S_{m1}(\omega) \subset S_{m2}(\omega) \subset S_{m3}(\omega) \subset . . . \subset S_{mi}(\omega). \qquad (30)$$

Тогда величина (27) имеет экстремум на ряду входных воздействий (30). В точке экстремума заведомо не выполняется условие (26). Это означает, что не выполняется цель управления и при этом становится несправедливым квазилинейное описание динамики.

Отметим, что в точке экстремума зависимости

$$H_{\varepsilon}(S_{min}(\omega)) \qquad (31)$$

условие (26) обязательно нарушается, но оно может нарушаться и раньше.

Исходя из вида зависимости (31) можно, задавшись некоторым значением $H_2(S_m(\omega))$, для которого известно, что условие (26) нарушится, искать параметры объекта управления вместе с дополнительными обратными связями, при которых величина (31) достигает этого предельного значения.

Для ветви зависимости

$$H_{\varepsilon}(S_{min}(\omega))$$

Однозначны, поэтому можно найти такие параметры системы управления, которые определяют значения $H_2(K_r)(K_r$ – параметры системы управления) слева от экстремума:

$$H_{\varepsilon}(K_2) = Q, \qquad (32)$$

где Q – заданное значение.

Построим спектральные плотности $S_{xi}(\omega)$. Для этого необходимо использовать модель динамики оператора. Упорядочим спектральные плотности:

$$S_{xi-1}(\omega) \subset S_{x+1}(\omega) \subset S_{x\ 1i+1}(\omega). \qquad (33)$$

Тогда параметры, соответствующие первому члену ряда (33) будут определять предельно возможности системы управления.

Величина $H_r(K_r)$, при которой происходит нарушение условия (32), может быть найдена экспериментально путем моделирования на стенде с подключением человека – оператора.

Таким образом, условие (32) определяет область информационной устойчивости ручной системы управления.

Проанализируем теперь применение полученных результатов для разработки методов оценки сложных динамических систем.

Возможности информационных динамических моделей определены прежде всего тем, что они могут быть построены для наиболее широкого класса динамическим систем, а именно, для систем, задающих динамическое преобразование, сохраняющее меру. Для таких систем в качестве инварианта можно использовать энтропию.

Приведем примеры построения таких информационных моделей для оценки деятельности оператора.

Рассмотрим задачу оценки деятельности оператора при управлении многомерным объектом.

В качестве модели будет рассматриваться отображение

$$M : Dx_i \to Dr_i, \qquad (34)$$

где Dxi – определяет множество комбинаций каналов, по которым оператор фиксирует информационное изменения, на основании последних выделяются управляющие сигналы.

Dr_i – комбинации управляющих сигналов.

В качестве информационных изменений, определяющих входные сигналы, можно рассматривать две ситуации – наличие движение по каналам и отсутствие такого движения. Тогда Dx_i равно 2^n, где n – число каналов.

В качестве элементов Dr можно рассматривать число комбинаций управляющих сигналов, при этом в качестве фиксируемых ситуаций также можно рассматривать две ситуации – наличие управляющего сигнала и отсутствие управляющего сигнала.

Определение таких ситуаций предусматривает введение ε - различимости.

Преобразование (33) определяется как преобразование дискретного множества ситуаций в себя.

Это преобразование может быть определено как Бернулиевский сдвиг. Пусть в результате эксперимента, которым может быть и моделирование динамической системы, получена последовательность чисел $P_1 \;.\;.\;.\; P_2{}^n$, определяющая вероятностное преобразование.

$$P_i\,(y) : Dx_i \rightarrow Dr_i, \qquad (35)$$
$$i,j = 1,2, \ldots 2^n,$$

$y = x_i \wedge r_i$ – пара: движение – управляющий сигнал.

Тогда энтропия преобразования (35) определяется следующим образом:

$$H(M) = \sum_{i=1}^{2^n} P_i \log P.$$

Для преобразования (35) можно определить показатель качества

$$Q=\sum_{i=1}^{2^n} C(y_i)P(y_i),$$

где $C(y_i)$ – функция штрафов, построенная на событиях y_i.

Эта функция может определятся как совокупность штрафных коэффициентов, соответствующая совокупности комбинациям каналов, по которым выполняются управляющие сигналы.

Например, для трех каналов возможны комбинации O, r_1, r_2, r_3, $r_1 \wedge r_2$, $r_2 \wedge r_3$, $r_1 \wedge r_2 \wedge r_3$, что означает отсутствие реакций, выдачи управляющего сигнала, реакция по одному каналу (соответственно первому, второму или третьему), реакция по двум каналом, реакция по трём каналам.

Пусть реакция по каждому каналу оценивается весовыми коэффициентами соответственно λ_1, λ_2, λ_3. Тогда штрафная функция:

$$C(y) = [O,\ \lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\ \lambda_4, + \lambda_2,\ \lambda_3, + \lambda_3,\ \lambda_1, + \lambda_3,\ \lambda_1, + \lambda_2, +\lambda_3,].$$

Найдем оптимальное (эталонное) преобразование (34), решая следующую вариационную задачу:

$$\min \quad Q, \qquad (36)$$
$$H = Q,$$

где Q – заданная константа.

Эта задача имеет аналитическое решение

$$Q = \sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i Z^{\lambda_i}}{1 + Z^{\lambda_i}}, \qquad (37)$$

$$H = \sum_{i=1}^{n} \ln(1+Z^{\lambda_i}) - \ln Z \sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i Z^{\lambda_i}}{1+Z^{\lambda_i}}, \qquad (38)$$

где $Z = e^{-\beta}$, β - неопределенный множитель Лагранжа.

Зависимости (36), (37) задают на плоскости Q, H области, которая ограничена двумя кривыми:

$$\min Q \text{ при } H = Q\ ; \quad \max Q \text{ при } H = Q.$$

Нижняя ветвь считается эталонной и отклонение от неё является признаком неоптимальности преобразования, реализуемого человеком – оператором.

Величина H(M) может рассматриваться как энтропия, определяемая в фазовом пространстве x, которая в свою очередь может вычисляться как нижняя грань взаимной информации между оптимальным и реализуемым преобразованием:

$$H_2(x \wedge \dot{x}) = \inf I\,(T_{опт}, T_{реал}) = \inf\,[H(x_{опт} \wedge \dot{x}_{опт}) - H(x_{опт} \wedge \dot{x}_{опт} / x_{реал} \wedge x_{реал})]$$

при

$$P[(x_{опт} \wedge \dot{x}_{опт} - x_{реал} \wedge \dot{x}_{реал}) < \xi] = 1,$$

$$y = x \wedge \dot{x},$$

где $x_{опт} \wedge \dot{x}_{опт}$ – оптимальное значение пары, определяемое координатой и скоростью,

$x_{реал} \wedge \dot{x}_{реал}$ – реализуемое значение пары, определяемое значениями координаты и скоростью.

Использование информационно – динамической модели позволяет проанализировать причины отклонения реализуемых соотношений от эталонных.

При реализации законов управления человеком – оператором возможны две причины отклонения реализуемых процессов от эталонных.

Первая причина – это необученность человека – оператора, вторая причина – это ограниченность пропускной способности системы человека – автомата, что принципиально не позволяет реализовать оптимальные алгоритмы.

Решать задачу отделения одной причины неоптимальности от другой можно используя невероятностные способы вычисления взаимной информации между реализуемыми и оптимальными преобразованиями.

Пусть реализуемое преобразование определяется множеством порождаемых функций (рассматривается скалярный выход, хотя это не принципиально, может рассматриваться и векторный выход) $T_P = \{f_i(t)\}$. Ооптимальное преобразование определяется также множеством порождаемых этим преобразованием функций $T_{опт} = \{\psi_i(t)\}$.

Вычислим для этих преобразований максимальное значение взаимной информации между оптимальным и реализуемым и реализуемым преобразованиями:

$$\text{Sup } I\,(T_{опт}, T_{реал}) = H\,(T_{опт}).$$

Максимальное значение скорости взаимной информации определяется только при условии

$$H(T_{опт} / T_{реал}) = 0. \qquad (39)$$

Для преобразования

$$T_P = |\,f_i(t)\,| \qquad (40)$$
$$T_{опт} = |\,\psi_i(t)\,|$$

Условие (39) выполняется, если $L_P^{\varepsilon} > L_{опт}^{\varepsilon}$,

где $L^{\varepsilon}{}_{P}$ – липшицева константа для реализуемых функций, заданных с точностью ε, где ε - любая сколь угодно малая величина,

$L^{\varepsilon}{}_{опт}$ – липшицева константа для оптимальных функций (40), заданных с точностью ε.

Если выполняется условие (39), то реализуемые функции с липшицевой L_P могут со сколь угодно высокой точностью аппроксимировать оптимальные функции с липшицевой константой $L_{опт}$. Алгоритм аппроксимации любой функции линейными сплайнами с заданной точностью ε, а также с минимальной липшицевой константой формулируется следующим образом.

В каждый момент времени строится такая линейная функция, которая имеет максимальную проекцию на ось времени и при этом находится в заданной ε - трубке относительно аппроксимируемой функции.

В результате построения таких линейных сплайнов образуется последовательность чисел, определяющих наклоны линейных участков.

Выбирая среди чисел этой последовательности максимальное, получим значение липшицевой константы, позволяющее представить заданную функцию с заданной точностью.

Получив таким образом липшицевые константы для реализуемого и оптимального класса функций, можно произвести оценку предельных возможностей динамических систем.

Если

$$L > L_{опт}$$

то ошибка человека – оператора, определяющие отклонение оценок H(M) и Q от эталонных значений, могут быть устранены путём обучения.

Если

$$L_{опт} > L_{p},$$

то отклонения от эталона определяются принципиальной ограниченностью пропускной способности системы человек – автомат.

Полученные результаты могут быть применены к широкому классу динамических систем и могут характеризовать адаптационные возможности динамических систем.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Арутюнов С.К., Лобусов Е.С. Инженерно – психологическое аспекты деятельности человека – оператора в АСУ – М .: Машиностроение, 1975. – 54с.
2. Губинский А.И. Надежность и качество функционирование эргатических систем. – М .: Наука, 1982. – 270 с.
3. Клыков Ю.И. Ситуационное управление большими системы. – М .: Энергия, 1974. – 136 с.
4. Меньшов А.И., Рыльский Г.И. Человек в системе управления летательными аппаратами. – М .: Машиностроение, 1976. – 192 с.
5. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа . – М .: Наука, 1981. – 488 с.
6. Павлов В.В. Начала теории эргатических систем. – Киев: Наукова думка, 1975. – 240 с.
7. Солодовников В.В., Бирюков В.Ф., Тумаркин В.И. Принцип сложности в теории управления. – М .: Наука, 1977. – 344 с.
8. Шрейдер Ю.А. и др. Системы и модели.-М.:Радио и связь.1982.-152с.

Оглавление