ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

Бердақ номидаги Қорақалпоқ давлат университети

Математика факультети

Амалий математика ва информатика кафедраси

«Амалий математика ва информатика» таълим йўналишининг IV курс талабаси

Жолдасов Байрам Айтбаевичнинг

Битирув малакавий иши

Мавзу: ЧАТС ларни ечишнинг прогонка методлари ва уларнинг қўланишлари

Илмий раҳбари: **доц. Атаджанов Ҳ.Л.**

Кафедра мудири: **доц. Ешмуратов Ш.**

Нукус-2011

Мундарижа

КИРИШ

Математик анализ, дифференциал ва интеграл тенгламаларнинг кўпчилик масалаларини ечиш чизиқли алгебра масаласини ечишга, асосан чизиқли алгебраик тенгламалар системаларини (ЧАТС) ечишга олиб келинади. ЧАТС

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + ... + a_{1n} x_n = b_1$$
$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + ... + a_{2n} x_n = b_2$$
$$...$$
$$a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + ... + a_{nn} x_n = b_n$$

кўринишда ёки

$$Ax=b$$

матрица кўринишда берилади. Бу ерда

$x = (x_1 , ..., x_n)^t$, $b = (b_1 , ..., b_n)^t$, $A = (a_{ij})$ $i,j=1,2,...,n$

Агар $det(A) \neq 0$ бўлса, тенгламалар системаси аниқ бир ечимга эга бўлади. ЧАТС ечиш методлари тўғри ва итерация методлари бўлиб икки типга бўлинади.

Агар метод чекли сондаги амалларни бажарганда ЧАТСнинг аниқ ечмини берса, у тўғри метод деб айтилади. Тўғри методларни компьютерда қўлланганда ҳақиқий сонларни компьютер ядида чекли ўнли каср шаклида тасвирланиши билан боғлиқ бўлган ҳисоблаш хатоликлари юзага келади.

Агар метод ЧАТС нинг аниқ ечимга кетма-кет яқинлашувчи тахминий ечимларини бир хил схема бўйича хисоблаш услубини берса, у итерация методи деб айтилади. Бунда аниқ ечим тахминий ечимлар кетма-кетлигининг лимити сифатида аниқланади.

Кўпчилик техник масалалар матрицаси ноллик элементларга эга, нолдан фарқли элементлари эса маҳсус кўринишда жойлашган, масалан ленталли, квазиучбурчакли матрицали ЧАТСларини ечишга олиб келинади. Битириш малакавий ишда тўғри методлар қаторига кирувчи уч диоганалли матрицага эга ЧАТС учун прогонка методлари ўрганилади.

1-§. Прогонка методлари

Иккинчи тартибли дифференциал тенглама учун чегаралик масалаларни сонли ечиш, уч диоганалли матрицали ЧАТСларини ечишга олиб келинади. Агар матрицанинг асосий диоганали ва унга қўшни бўлган диоганаллардаги элементлардан бошқа барча элементлари нолга тенг бўлса, у ҳолда бу матрица уч диоганалли матрица деб айтилади. Прогонка методлари асосан уч диогоналли матрицали ЧАТСларини ечишга қўлланилади.

Агар $Ax = d$ ЧАТС уч диоганалли матрицага эга бўлса, уни қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\begin{cases} b_1x_1 + c_1x_2 = d_1 \\ a_2x_1 + b_2x_2 + c_2x_3 = d_2 \\ \quad a_3x_2 + b_3x_3 + c_3x_4 = d_3 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \qquad a_nx_{n-1} + b_nx_n = d_n \end{cases} \qquad (1)$$

ёки

$$a_ix_{i-1} + b_ix_i + c_ix_{i+1} = d_i\,, \quad i = \overline{1,n}, \quad a_1 = 0, \quad c_n = 0$$

Система матрицаси қуйидаги кўринишга эга:

$$\begin{pmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_3 & b_3 & c_3 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n & b_n \end{pmatrix}$$

Бу системани ечишга Гаусс методининг бош элементни танлаб олиш схемасини қўлланиб бўлмайди. Сабаби системадаги тенгламаларни ўрнини алмаштирганда матрица тузилиши бузилади. Уч диоганналли матрицали тенгламалар системаларини ечишда Гаусс методининг хусусий ҳоли бўлган прогонка методлари қўлланилади. Прогонка методларида ҳам Гаусс методи бўлгани каби тўғи ва тескари юришларга эга бўлади. Прогонка методлари ўнг, чап, учрашувчи, оқимли, циклли ва матрицали прогонка бўлиб бўлинади

2-§. Ўнг прогонка методи

Бу бўлимда (1) тенгламалар системасини ечишнинг ўнг прогонка методини кўриб чиқамиз. Ўнг прогонка методида x_i номаълум ўзидан ўнг тамонда жойлашган x_{i+1} номаълум орқали

$$x_i = \alpha_i x_{i+1} + \beta_i, \quad i = \overline{1, n-1} \tag{2}$$

кўринишда ифодаланади. Бу ерда $\alpha_i, \beta_i, \quad i = \overline{1, n-1}$ аниқланиши керак бўлган прогонка коэффициентлари. (2) ифода $i = 1$ да $x_1 = \alpha_1 x_2 + \beta_1$ кўринишга келади. Иккинчи тамондан (1) тенгламалар системасининг 1- тенгламасидан

$$b_1 x_1 + c_1 x_2 = d_1 \Rightarrow x_1 = -\frac{c_1}{b_1} x_2 + \frac{d_1}{b_1}$$

тенгликга эга бўламиз. Бу икки тенгликни таққосласак

$$\alpha_1 = -\frac{c_1}{b_1}, \quad \beta_1 = \frac{d_1}{b_1}$$

келиб чиқади.

(1) тенгламалар системасининг 2- тенгламасидаги x_1 ни ўрнига унинг (2) ифодасини қўйсак қуйидагига эга бўламиз:

$$a_2 x_1 + b_2 x_2 + c_2 x_3 = d_2 \Rightarrow a_2(\alpha_1 x_2 + \beta_1) + b_2 x_2 + c_2 x_3 = d_2$$

ёки

$$x_2(a_2 \alpha_1 + b_2) = -c_2 x_3 + d_2 - a_2 \beta_1$$

Бу тенгликни x_2 қарата ечиб, $D_2 = a_2 \alpha_1 + b_2$ белгилашни киргитсак, у ҳолда

$$x_2 = -\frac{c_2}{D_2} x_3 + \frac{d_2 - a_2 \beta_1}{D_2}$$

тенглиги келиб чиқади. Бу тенгликни $x_2 = \alpha_2 x_3 + \beta_2$ ифода билан таққослаб,

$$\alpha_2 = -\frac{c_2}{D_2}; \quad \beta_2 = \frac{d_2 - a_2 \beta}{D_2}; \quad D_2 = a_2 \alpha_1 + b_2$$

бўлишини кўрамиз.

Шунга ўхшаш, (1) тенгламалар системасининг 3- тенгламасидан қуйидагиларга эга бўламиз:

$$a_3x_2 + b_3x_3 + c_3x_4 = d_3 \Rightarrow a_3(\alpha_2x_3 + \beta_2) + b_3x_3 + c_3x_4 = d_3$$

ёки

$$x_3(a_3\alpha_2 + b_3) = -c_3x_4 + d_3 - a_3\beta_2$$

x_3 қарата ечиб, $D_3 = a_3\alpha_2 + b_3$ белгилашни киргитсак, у ҳолда

$$x_3 = -\frac{c_3}{D_3}x_4 + \frac{d_3 - a_3\beta_2}{D_3}$$

Бу тенгликни (2) ифода билан таққослаб

$$\alpha_3 = -\frac{c_3}{D_3}; \quad \beta_3 = \frac{d_3 - a_3\beta_2}{D_3}$$

бўлишини кўрамиз. Бу ердаги қонуниятни ҳисобга олиб умумий ҳолда

$$D_i = a_i\alpha_{i-1} + b_i, \; \alpha_i = -\frac{c_i}{D_i}, \; \beta_i = \frac{d_i - a_i\beta_{i-1}}{D_i}, \; i = \overline{2, n-1}$$

тенгликларни ёзиш мумкин.

Бу тенглик $a_1 = 0$ бўлганликдан, $i = 1$ бўлганда ҳам тўғри бўлади.

(1) тенгламалар системасининг охирги тенгламасидан

$$a_nx_{n-1} + b_nx_n = d_n \Rightarrow x_{n-1} = -\frac{b_n}{a_n}x_n + \frac{d_n}{a_n}$$

Бу номалумни олдинги аниқланган $x_{n-1} = \alpha_{n-1}x_n + \beta_{n-1}$ ифодага қўямиз

$$\alpha_{n-1}x_n + \beta_{n-1} = -\frac{b_n}{a_n}x_n + \frac{d_n}{a_n}$$

Бу тенгликни x_n номаълумни аниқлаймиз

$$x_n = \left(\frac{d_n}{a_n} - \beta_{n-1}\right) \Big/ \left(\alpha_{n-1} + \frac{b_n}{a_n}\right)$$

Энди (2) формула ёрдамида қолган x_i номаълумларни аниқлаш мумкин.

(1) тенгламалар системаси матрицасининг диагональ элементлари модули бўйича бошқа элементларидан анча катта бўлса, яъни диагональ элементлари

$$|b_i| > |a_i| + |c_i|, \quad i = \overline{1,n}$$

шартларини қаноатлантирса, $D_i \neq 0$ бўлади. Ҳақиқатан ҳам $i = 1$ да

$$|b_1| > |a_1| + |c_1| = |c_1|$$

бўлиши келиб чиқади. У ҳолда

$$b_1 = D_1 \neq 0 \text{ ва } |A_1| = \left|\frac{c_1}{b_1}\right| < 1$$

келиб чиқади. $i = 1$ бўлганда $D_i \neq 0$ ва $|A_1| < 1$ бўлиши исботланди. Математик индукция бўйича $i = k-1, \quad 2 \leq i \leq n$ учун, бу муносабатлар бажарилади деб фараз қиламиз ва $i = k$ бу тасдиқни тўғрилигини исботлаймиз. Бу учун тенгсизликларни қуйидаги кетма-кетлигини ёзамиз:

$$|D_k| = |a_k\alpha_{k-1} + b_k| \geq |b_k| - |\alpha_{k-1}||a_k| \geq |b_k| - |a_k| > |c_k|$$

$|D_k| > |c_k|$ бўлганликдан, $D_i \neq 0$ келиб чиқади ва

$$|\alpha_k| = \left|\frac{c_k}{D_k}\right| < 1$$

бўлади. Исботланиши талаб этилгани ҳам шу эди.

Прогонка коэффициентларини аниқлаш методнинг тўғри юриши деб айтилади. Тўғри юриш қуйидаги формулалар ёрдамида амалга оширилади:

$$\begin{cases} \alpha_1 = -\dfrac{c_1}{b_1}, \quad \beta_1 = \dfrac{d_1}{b_1} \\ D_i = a_i\alpha_{i-1} + b_i, \; \alpha_i = -\dfrac{c_i}{D_i}, \; \beta_i = \dfrac{d_i - a_i\beta_{i-1}}{D_i}, \quad i = \overline{1,n-1} \end{cases} \qquad (3)$$

x_i номаълумларни аниқлаш прогонка методининг тескари юриши деб айтилади. Прогонко методининг тескари юриши қуйидаги формулалар ёрдамида амалга оширилади:

$$\begin{cases} x_n = \left(\dfrac{d_n}{a_n} - \beta_{n-1}\right) \Big/ \left(\alpha_{n-1} + \dfrac{b_n}{a_n}\right) \\ x_i = \alpha_i x_{i+1} + \beta_i, \quad i = \overline{1,n-1} \end{cases} \qquad (4)$$

(2) ва (4) формулалар ўнг прогонка методининг алгоритимини беради. Ўнг прогонка методи алгоритмни схематик тарзда қуйидагича тасвирлаш мумкин (1-расм):

$$\boxed{\alpha_1 = -\frac{c_1}{b_1}, \quad \beta_1 = \frac{d_1}{b_1}}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\begin{array}{l} D_i = a_i \alpha_{i-1} + b_i, \\ \alpha_i = -\dfrac{c_i}{D_i}, \ \beta_i = \dfrac{d_i - a_i \beta_{i-1}}{D_i}, \ i = \overline{1, n-1} \end{array}}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{x_n = \left(\frac{d_n}{a_n} - \beta_{n-1} \right) \Bigg/ \left(\alpha_{n-1} + \frac{b_n}{a_n} \right)}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{x_i = \alpha_i x_{i+1} + \beta_i, \ \ i = \overline{1, n-1}}$$

1-расм. Ўнг прогонка методи алгоритми

Мисол. Тенгламалар системасини ўнг прогонка методи билан ечинг:

$$\begin{cases} 2{,}05x_1 + 1{,}07x_2 = 1{,}78 \\ 1{,}83x_1 + 2{,}42x_2 - 1{,}02x_3 = 2{,}45 \\ -3{,}49x_2 + 1{,}51x_3 = 3{,}26 \end{cases}$$

Ечиш:

Прогонка коэффициентларини ҳисоблаймиз:

$$\alpha_1 = -\frac{c_1}{b_1} = -\frac{1{,}07}{2{,}05} = -0{,}522$$

$$\beta_1 = \frac{d_1}{b_1} = \frac{1{,}78}{2{,}05} = 0{,}868$$

$$D_2 = a_2\alpha_1 + b_2 = 1{,}83 \cdot (-0{,}522) + 2{,}42 = 1{,}465$$

$$\alpha_2 = -\frac{c_2}{D_2} = -\frac{-1{,}02}{1{,}465} = 0{,}696$$

$$\beta_2 = \frac{d_2 - a_2\beta_1}{D_2} = \frac{2{,}45 - 1{,}83 \cdot 0{,}868}{1{,}465} = 0{,}588$$

Ноъмалум x_i ларни ҳисоблаймиз

$$x_3 = \left(\frac{d_3}{a_3} - \beta_2\right) \Big/ \left(\alpha_2 + \frac{b_3}{a_3}\right) = \frac{d_3 - a_3\beta_2}{a_3\alpha_2 + b_3} = \frac{3{,}26 - 3{,}49 * 0{,}588}{1{,}51 - 3{,}49 * 0{,}696} = -5{,}77$$

$$x_2 = \alpha_2 x_3 + \beta_2 = 0{,}696 * (-5{,}77) + 0{,}588 = -3{,}431$$

$$x_1 = \alpha_1 x_2 + \beta_1 = -0522 * (-3{,}431) + 0{,}868 = 2{,}659$$

Система ечими:

$$X = \begin{bmatrix} 2{,}659 \\ -3{,}431 \\ -5{,}772 \end{bmatrix}$$

3-§. Чап прогонка

Бу бўлимда (1) тенгламалар системасини ечишнинг чап прогонка методини кўриб чиқамиз. Чап прогонка методида x_{i+1} номаълум ўзидан чап тамонда жойлашган x_i номаълум орқали

$$x_{i+1} = \xi_{i+1}x_i + \eta_{i+1}, \quad i = \overline{1, n-1} \tag{5}$$

кўринишда ифодаланади. Бу ерда $\xi_i, \eta_i, \quad i = \overline{1, n-1}$ аниқланиши керак бўлган прогонка коэффициентлари. (5) ифода $i = n-1$ да $x_n = \xi_n x_{n-1} + \eta_n$ кўринишга келади. Иккинчи тамондан (1) тенгламалар системасининг n- тенгламасидан

$$a_n x_{n-1} + b_n x_n = d_n \Rightarrow x_n = -\frac{a_n}{b_n}x_{n-1} + \frac{d_n}{b_n}$$

тенгликга эга бўламиз. Бу икки тенгликни таққосласак

$$\xi_n = -\frac{a_n}{b_n}, \quad \eta_n = \frac{d_n}{b_n}$$

келиб чиқади.

(1) тенгламалар системасининг *n-1*- тенгламасидаги x_n ни ўрнига унинг (5) ифодасини қўйсак қуйидагига эга бўламиз:

$$a_{n-1}x_{n-2} + b_{n-1}x_{n-1} + c_{n-1}x_n = d_n \Rightarrow a_{n-1}x_{n-2} + b_{n-1}x_{n-1} + c_{n-1}(\xi_n x_{n-1} + \eta_n) = d_n$$

ёки

$$x_{n-1}(c_{n-1}\xi_n + b_{n-1}) = -a_{n-1}x_{n-2} + d_n - c_{n-1}\eta_n$$

Бу тенгликни x_2 қарата ечиб, $D_{n-1} = c_{n-1}\xi_n + b_{n-1}$ белгилашни киритсак, у ҳолда

$$x_{n-1} = -\frac{a_{n-1}}{D_{n-1}}x_{n-2} + \frac{d_n - c_{n-1}\eta_n}{D_{n-1}}$$

Бу тенгликни (5) ифода билан таққослаб

$$\xi_{n-1} = -\frac{a_{n-1}}{D_{n-1}}; \quad \eta_{n-1} = \frac{d_n - c_{n-1}\eta_n}{D_{n-1}}$$

бўлишини кўрамиз. Бу ердаги қонуниятни ҳисобга олиб умумий ҳолда

$$D_i = c_i\xi_{i+1} + b_i, \ \xi_i = -\frac{a_i}{D_i}, \ \eta_i = \frac{d_{i+1} - c_i\eta_{i+1}}{D_i}, \ i = \overline{2,n}$$

тенгликларни ёзиш мумкин. $c_n = 0$ бўлганликдан бу тенгликлар $i = n$ бўлганда ҳам тўғри бўлади.

$i = 1$ да (5) ифодан $x_2 = \xi_2 x_1 + \eta_2$ ни берилган тенгламалар системасининг 1-тенгламага қўямиз:

$$b_1x_1 + c_1x_2 = d_1 \Rightarrow b_1x_1 + c_1(\xi_2 x_1 + \eta) = d_1$$

ёки

$$x_1 = (d_1 - c_1\eta_2)/(b_1 + c_1\xi_2)$$

энди кетма- кет (5) формула бўйича қолган x_i номаълумларни аниқлаш мумкин.

Чап прогонканинг тўғри юриши $i = n, n-1, \ldots, 1$ кетма-кетликда

$$D_i = c_i\xi_{i+1} + b_i, \ \xi_i = -\frac{a_i}{D_i}, \ \eta_i = \frac{d_{i+1} - c_i\eta_{i+1}}{D_i}, \ i = n-1, n-2, \ldots, 1 \qquad (6)$$

формула билан аниқланади. Тескари юриш бўлса

$$\begin{cases} x_1 = (d_1 - c_1\eta_2)/(b_1 + c_1\xi_2) \\ x_{i+1} = \xi_{i+1}x_i + \eta_{i+1}, \quad i = \overline{1, n-1} \end{cases} \qquad (7)$$

формула билан аниқланади. Чап прогонка методи алгоритмни схематик тарзда қуйидагича тасвирлаш мумкин (2-расм):

$$\boxed{\xi_n = -\frac{a_n}{b_n}, \quad \eta_n = \frac{d_n}{b_n}}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\begin{aligned} & D_i = c_i\xi_{i+1} + b_i, \\ & \xi_i = -\frac{a_i}{D_i}, \ \eta_i = \frac{d_{i+1} - c_i\eta_{i+1}}{D_i}, \\ & i = n-1, n-2, ..., 1 \end{aligned}}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{x_1 = (d_1 - c_1\eta_2)/(b_1 + c_1\xi_2)}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{x_{i+1} = \xi_{i+1}x_i + \eta_{i+1}, \quad i = \overline{1, n-1}}$$

2-расм. Чап прогонка методи алгоритми

Мисол. Тенгламалар системасини чап прогонка методи билан ечинг:

$$\begin{cases} 2,05x_1 + 1,07x_2 = 1,78 \\ 1,83x_1 + 2,42x_2 - 1,02x_3 = 2,45 \\ \qquad -3,49x_2 + 1,51x_3 = 3,26 \end{cases}$$

Ечиш: Прогонка коэффициентларини ҳисоблаймиз:

$$\xi_3 = -\frac{a_3}{b_3} = -\frac{-3,49}{1,51} = 2,311, \quad \eta_3 = \frac{d_3}{b_3} = \frac{3,26}{1,51} = 2,159$$

$$D_2 = c_2\xi_3 + b_2 = -1,02 * 2,311 + 2,42 = 0,063$$

$$\xi_2 = -\frac{a_2}{D_2} = -\frac{1,83}{0,063} = -29,272$$

$$\eta_2 = \frac{d_3 - c_2\eta_3}{D_2} = \frac{3{,}26 - (-1{,}02) * 2{,}159}{0{,}063} = 74{,}414$$

Ноъмалум x_i ларни ҳисоблаймиз

$$x_1 = (1{,}78 - 1{,}07 * 74{,}414)/(2{,}05 + 1{,}07 * (-29{,}272)) = 2{,}659$$

$$x_2 = \xi_2 x_1 + \eta_2 = -29{,}272 * 2{,}659 + 74{,}414 = -3{,}431$$

$$x_3 = \xi_3 x_2 + \eta_3 = 2{,}311 * (-3{,}431) + 2{,}159 = -5{,}772$$

Система ечими:

$$X = \begin{bmatrix} 2{,}659 \\ -3{,}431 \\ -5{,}772 \end{bmatrix}$$

4-§. Учрашувчи прогонка

Учрашувчи прогонка методи ўнг ва чап прогонка методларини ўзида бириктиради. $i = 1,2,...,k_0$ лар учун α_i, β_i ларни ўнг погонка билан, $i = k_0, k_0 = 1,...,n$ лар учун чап прогонка ёрдамида $\xi_i,\ \eta_i$ лар аниқланади.

$$\begin{aligned} x_i &= \alpha_i x_{i+1} + \beta_i,\ (i = \overline{1, k_0}) \\ x_{i+1} &= \xi_{i+1} x_i + \eta_{i+1},\ (i = \overline{k_0, n}) \end{aligned} \qquad (8)$$

Бу ерда ўнг ва чап прогонкада прогонка коэффициентларини аниқлаш учин келтириб чиқарган формулаларимиз ўз кучида қолади. k_0 нуқтада ўнг ва чап прогонка учрашади:

$$\begin{cases} x_{k_0} = \alpha_{k_0} x_{k_0+1} + \beta_{k_0} \\ x_{k_0+1} = \xi_{k_0+1} x_{k_0} + \eta_{k_0+1} \end{cases}$$

Бу системанинг иккинчи тенгламасидаги x_{k_0+1} ифодасини биринчи тенгламага қўйиб

$$x_{k_0} = \alpha_{k_0}(\xi_{k_0+1} x_{k_0} + \eta_{k_0+1}) + \beta_{k_0}$$

x_{k_0} ни аниқлаймиз

$$x_{k_0} = \frac{\alpha_{k_0}\eta_{k_0+1} + \beta_{k_0}}{1 - \alpha_{k_0}\xi_{k_0+1}}$$

Бу нисбат маънога эга бўлиши учун касрнинг махражи нолдан фарқли бўлиши керак:

$1-\alpha_{k_0}\xi_{k_0+1} \neq 0$ ёки $\alpha_{k_0}\xi_{k_0+1} \neq 1$

Қолган x_i номаълумларнинг қийматлари кетма-кет турда (8) формула ёрдамида аниқланади.

Учрашувчи прогонка алгоритми келтирамиз:

1. $\alpha_1 = -\frac{c_1}{b_1}, \quad \beta_1 = \frac{d_1}{b_1}$

2. $DO_i = a_i\alpha_{i-1} + b_i,$

$\alpha_i = -\frac{c_i}{DO_i}, \ \beta_i = \frac{d_i - a_i\beta_{i-1}}{DO_i}, \quad i = \overline{1, k_0}$

3. $\xi_n = -\frac{a_n}{b_n}, \quad \eta_n = \frac{d_n}{b_n}$

4. $DC_i = c_i\xi_{i+1} + b_i,$

$\xi_i = -\frac{a_i}{DC_i}, \ \eta_i = \frac{d_{i+1} - c_i\eta_{i+1}}{DC_i}, \quad i = \overline{n, k_0}$

5. $x_{k_0} = \frac{\alpha_{k_0}\eta_{k_0+1} + \beta_{k_0}}{1 - \alpha_{k_0}\xi_{k_0+1}}$

6. $x_i = \alpha_i x_{i+1} + \beta_i, \ i = k_0, k_0 - 1, ..., 1$

7. $x_{i+1} = \xi_{i+1}x_i + \eta_{i+1}, \ i = k_0, k_0 + 1, ..., n$

Учрашувчи прогонкани схематик турда қуйидагича тасвирлаш мумкин (3-расм):

$$\alpha_1 = -\frac{c_1}{b_1}, \quad \beta_1 = \frac{d_1}{b_1}$$

$$\xi_n = -\frac{a_n}{b_n}, \quad \eta_n = \frac{d_n}{b_n}$$

$$DQ_i = a_i\alpha_{i-1} + b_i,$$
$$\alpha_i = -\frac{c_i}{DQ_i}, \ \beta_i = \frac{d_i - a_i\beta_{i-1}}{DQ_i}, \ i = \overline{1,k_0}$$

$$DC_i = c_i\xi_{i+1} + b_i,$$
$$\xi_i = -\frac{a_i}{DC_i}, \ \eta_i = \frac{d_{i+1} - c_i\eta_{i+1}}{DC_i}, \ i = \overline{n,k_0}$$

$$x_{k_0} = \frac{\alpha_{k_0}\eta_{k_0+1} + \beta_{k_0}}{1 - \alpha_{k_0}\xi_{k_0+1}}$$

$$x_i = \alpha_i x_{i+1} + \beta_i, \quad i = k_0, k_0 - 1, \ldots, 0$$

$$x_{i+1} = \xi_{i+1}x_i + \eta_{i+1}, \quad i = k_0, k_0 + 1, \ldots, n$$

3-расм. Учрашувчи прогонка методи алгоритми

Мисол. Тенгламалар системасини учрашувчи прогонка методи билан ечинг:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 \\ x_2 + 3x_3 + x_4 = 3 \\ x_3 + 3x_4 + x_5 = 4 \\ x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$$

Ечиш: $k_0 = [5/2] = 2$ деб олиб прогонка коэффициентларини ҳисоблаймиз:

$$\alpha_1 = -\frac{c_1}{b_1} = -\frac{1}{3} = -0{,}333$$

$$\beta_1 = \frac{d_1}{b_1} = \frac{1}{3} = 0{,}333$$

$$D_2 = a_2\alpha_1 + b_2 = 1 \cdot (-0{,}333) + 3 = 2{,}667$$

$$\alpha_2 = -\frac{c_2}{D_2} = -\frac{1}{2{,}667} = \text{-}0{,}375$$

$$\beta_2 = \frac{d_2 - a_2\beta_1}{D_2} = \frac{2 - 1\cdot 0{,}333}{2{,}667} = 0{,}625$$

$$D_3 = a_3\alpha_2 + b_3 = 1\cdot(-0{,}375) + 3 = 2{,}625$$

$$\alpha_3 = -\frac{c_3}{D_3} = -\frac{1}{2{,}625} = \text{-}0{,}381$$

$$\beta_3 = \frac{d_3 - a_3\beta_2}{D_3} = \frac{2 - 1\cdot 0{,}333}{2{,}625} = 0{,}905$$

$$\xi_5 = -\frac{a_5}{b_5} = -\frac{1}{3} = -0{,}333$$

$$\eta_5 = \frac{d_5}{b_5} = \frac{5}{3} = 1{,}667$$

$$D'_4 = c_4\xi_5 + b_4 = 1 * (-0{,}333) + 3 = 2{,}667$$

$$\xi_4 = -\frac{a_4}{D'_4} = -\frac{1}{2{,}667} = -0{,}375$$

$$\eta_4 = \frac{d_4 - c_4\eta_5}{D'_4} = \frac{4 - 1 * 1{,}667}{2{,}667} = 0{,}875$$

$$D'_3 = c_3\xi_4 + b_3 = 1 * (-0{,}375) + 3 = 2{,}625$$

$$\xi_3 = -\frac{a_3}{D'_3} = -\frac{1}{2{,}625} = \text{-}0{,}381$$

$$\eta_3 = \frac{d_3 - c_3\eta_4}{D'_3} = \frac{3 - 1 * 0{,}875}{2{,}625} = 0{,}81$$

Ноъмалум x_i ларни ҳисоблаймиз

$$x_{k_0} = \frac{\alpha_{k_0}\eta_{k_0+1} + \beta_{k_0}}{1 - \alpha_{k_0}\xi_{k_0+1}}$$ формуладан

$$x_2 = \frac{\alpha_2\eta_3 + \beta_2}{1 - \alpha_2\xi_3} = \frac{-0{,}375 * 0{,}81 + 0{,}905}{1 - (-0{,}375) * (-0{,}381)} = 0{,}375$$

$$x_1 = \alpha_1 x_2 + \beta_1 = -0{,}333 * 0{,}375 + 0{,}333 = 0{,}208$$

$$x_3 = \xi_3 x_2 + \eta_3 = -0{,}381 * 0{,}375 + 0{,}81 = 0{,}666667$$

$$x_4 = \xi_4 x_3 + \eta_4 = -0{,}375 * 0{,}667 + 0{,}875 = 0{,}625$$

$$x_5 = \xi_5 x_4 + \eta_5 = -0{,}333 * 0{,}625 + 1{,}667 = 1{,}458$$

Система ечими:

$$X = \begin{bmatrix} 0,208 \\ 0,375 \\ 0,667 \\ 0,625 \\ 1,458 \end{bmatrix}$$

5-§. Прогонка методининг қўланишга мисоллар

Дифференциал тенгламалар учун чегаралик масалаларни чекли айирмалар методлари ёрдамида ечиш уч диоганалли матрицали ЧАТС ни ечишга олиб келинади.

1- мисол. 1-тип чегаралик шартга эга қуйидаги 2-тартибли дифференциал тенглама берилган:

$$\begin{cases} y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x), \qquad 0 < x < 1 \\ y(0) = 0, \quad y(1) = 1 \end{cases}$$

Дифференциал тенгламани сонли ечимини аниқлаш учун $[0,1]$ кесмани $x_i = ih, i = \overline{0,n}$ нуқталар ёрдамида тенг n кесмага ажратамиз. Бу ерда $h = 1/n$. Шунда чегалик шартлардан $y(x_0) = y(0) = 0$, $y(x_n) = y(1) = 1$ келиб чиқади. $y(x_i) = y_i$, $i = 0,1,2,...,n$ белгилашларни киритиб, дифференциал тенгламадаги ҳосилаларни қуйидаги чекли айирмали нисбатлар билан алмаштирамиз:

$$y'' = \frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} + O(h^2)$$

$$y' = \frac{y_{i+1} - y_i}{h} + O(h) \qquad \text{- ўнг айирма}$$

$$y' = \frac{y_i - y_{i-1}}{h} + O(h) \qquad \text{- чап айирма}$$

$$y' = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} + O(h^2) \qquad \text{-марказий айирма}$$

$p(x_i) = p_i$, $q(x_i) = q_i$, $f(x_i) = f_i$ деб белгиласак, қуйидагига эга бўламиз:

$$\frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} + p_i \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} + q_i y_i = f_i, \quad i = \overline{1, n-1}$$

ёки тенгликнинг иккала тамонини $2h^2$ кўпайтириб, ўхшаш ҳадларни йиғсак

$$(2-p_i h)y_{i-1}+(2h^2 q_i-4)y_i+(2+p_i h)y_{i+1}=2h^2 f_i\,,\quad i=\overline{1,n-1}$$

$$y_0=0\,,\quad y_n=1$$

Уч диоганалли матрицали тенгламалар системасига эга бўламиз. Бу ерда

$$a_0=c_0=d_0=0,\quad b_0=1$$
$$a_i=2-p_i h,\quad b_i=2h^2 q_i-4,\quad c_i=2+p_i h,\quad d_i=2h^2 f_i\,,\quad i=\overline{1,n-1}$$
$$a_n=c_n=0,\quad b_n=1,\quad d_n=1$$

ва уни прогонка методлари ёрдамида ечиш мумкин.

2-мисол. Бир текли торнинг тебраниш тенгламаси қуйидагича ёзилади [13]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+f(x,t),\quad 0<x<1,\quad 0<t\le T\,.\ (1)$$

Торнинг бошланғич оғиши $u_0(x)$ ва даслабки тебраниш тезлиги $\overline{u}_0(x)$ ёрдамида

$$u(x,0)=u_0(x),\quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\overline{u}_0(x)\quad (2)$$

кўринишдаги бошлагғич шартлар билан берилади. Торнинг чегара нуқталарининг тебраниши қуйидаги чегаралик шартлар билан берилган:

$$u(0,t)=\mu_1(t),\quad u(1,t)=\mu_2(t)\quad (3)$$

(1) тор тебраниш тенгламасини (2) бошлағич шартлар ва (3) чегаралик шартлар бажариладигандай этиб $\overline{D}=\{0\le x\le 1,\quad 0\le t\le T\}$ областда сонли ечиш талаб этилади.

Масалани ечиш учун $\overline{D}=\{0\le x\le 1,\quad 0\le t\le T\}$ областда $\overline{\omega}_{h\tau}=\{x_i=ih,\quad t=j\tau,\quad i=\overline{0,N_1},\quad j=\overline{0,N_2}\}$ тўрни киритамиз. Торнинг тенгламасида t ўзгарувчи бўйича иккинчи тартибли ҳосила қатнашганлиги сабабли қатламлар сони учтадан кам бўлмайди. Қуйидаги белгилашларни киритамиз:

$$y = y^j, \quad \hat{y} = y^{j+1}, \quad \breve{y} = y^{j-1}, \quad y_t = \frac{\hat{y} - y}{\tau}, \quad y_{\bar{t}} = \frac{y - \breve{y}}{\tau}, \quad \Lambda y = y_{\bar{x}x}$$

$$y_{\bar{t}t} = \frac{y_t - y_{\bar{t}}}{\tau} = \frac{\hat{y} - 2y + \breve{y}}{\tau^2}, \quad y_{\overset{\circ}{t}} = \frac{y_t + y_{\bar{t}}}{2} = \frac{\hat{y} - \breve{y}}{2\tau}$$

Тор тенгламасидаги ҳосилаларни

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \approx u_{\bar{t}t}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \Lambda u, \quad f \approx \varphi$$

формулалар бўйича чекли айирмали нисбатлар билан алмаштириб, қўйилган масалани ечишнинг айирмали схемасига эга бўламиз:

$$\begin{cases} y_{\bar{t}t} = \Lambda(\sigma\hat{y} + (1 - 2\sigma)y + \sigma\breve{y}) + \varphi, \quad \varphi = f(x, t_j), \\ y_0 = \mu_1(t), \quad y_N = \mu_2(t), \quad y(x,0) = u_0(x), \quad y_t(x,0) = \tilde{u}_0(x) \end{cases} \tag{4}$$

бу ерда $\Lambda y = y_{\bar{x}x}$ ва $\tilde{u}_0(x)$ ни $\tilde{u}_0(x) - \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \tilde{u}_0(x) - \bar{u}_0(x)$ тақминий тенглик аниқлиги $O(\tau^2)$ бўладиган этиб оламиз. Чегаралик ва биринчи бошланғич шарт $u(x,0) = u_0(x)$ аниқ ҳисобланади.

Қуйидаги тенгликга этибор қаратайлик:

$$u_t(x,0) = \dot{u}(x,0) + 0{,}5\tau\ddot{u}(x,0) + O(\tau^2) = \bar{u}_0(x) + 0{,}5\tau\left(u''(x,0) + f(x,0)\right) + O(\tau^2) =$$
$$= \bar{u}_0(x) + 0{,}5\tau\left(u_0''(x) + f(x,0)\right) + O(\tau^2)$$

Агар

$$\tilde{u}_0(x) = \bar{u}_0(x) + 0{,}5\tau\left(u_0''(x) + f(x,0)\right) \tag{5}$$

деб олсак, у ҳолда

$$u_t(x,0) - \tilde{u}_0(x) = O(\tau^2)$$

бўлади.

Шундай қилиб торнинг тебраниш тенгламаси учун (4)-(5) айримали схемага эгамиз. $\hat{y}^{j+1}$ ни аниқлаш учун (4) –дан қуйидаги чегаралик масалага эга бўламиз:

$$\sigma\gamma^2\left(y_{i+1}^{j+1}+y_{i-1}^{j+1}\right)-\left(1+2\sigma\gamma^2\right)y_i^{j+1}=-F_i\,,\quad 0<i<N\,,\quad y_0=\mu_1\,,\quad y_N=\mu_2\,,$$
$$\gamma=\tau/h\,,\quad F_i=(2y_i^j-y_{i-1}^j)+\tau(1-2\sigma)\Lambda y^j+\sigma\tau^2\Lambda y^{j-1}+\tau^2\varphi \qquad (6)$$

Бу i индекс бўйича уч диогоналли алгебраик тенгламалар системаси бўлади ва уни прогонка методи ёрдамида ечишимиз мумкин. Прогонка $\sigma>0$ да маънога эга бўлади.

Айирмали схемада

$$A_i=\sigma\gamma^2\,;\quad B_i=\sigma\gamma^2\,;\quad C_i=1+2\sigma\gamma^2\,;$$
$$F_i=(2y_i^j-y_{i-1}^j)+\tau(1-2\sigma)\Lambda y^j+\sigma\tau^2\Lambda y^{j-1}+\tau^2\varphi;$$
$$y_0^j=\mu_1(t_j)\,,\quad y_N^j=\mu_2(t_j)\,,\gamma=\tau/h$$

$$\Lambda y^j=\frac{y_{i+1}^j-2y_i^j+y_{i-1}^j}{h^2};\varphi=f(x_i,t_j)$$

белгилашларни киритсак у ҳолда уч нуқтали

$$A_i y_{i-1}-C_i y_i+B_i y_{i+1}=-F_i\,,\quad i=1,2,...,N-1 \quad (7)$$

айирмали масалага эга бўламиз. Чегаралик шартимиз

$$y_0=\mu_1,\ y_N=\mu_2 \qquad (8)$$

кўринишда бўлади.

(7) масалани (8) чегаралик шартларга қараганда мураккаброқ бўлган қуйидаги шартларда ечамиз:

$$y_0=\kappa_1 y_1+\nu_1\,,\quad y_N=\kappa_2 y_{N-1}+\nu_2 \qquad (9)$$

Бу ерда $A_i,C_i,B_i,\kappa_1,\nu_1,\kappa_2,\nu_2$ лар берилган санлар.

Прогонка методи бўйича (7) айирмали тенгламанинг ечимини

$$y_i=\alpha_{i+1}y_{i+1}+\beta_{i+1}\,,\quad i=0,1,...,N-1 \quad (10)$$

кўринишда излаймиз. Бу ерда α_{i+1},β_{i+1} лар аниқланиши керак бўлган прогонка коэффициентлари. (10) ифодада i ни ўрнига $i-1$ ни олсак

$$y_{i-1}=\alpha_i y_i+\beta_i=\alpha_i(\alpha_{i+1}y_{i+1}+\beta_{i+1})+\beta_i=\alpha_i\alpha_{i+1}y_{i+1}+\alpha_i\beta_{i+1}+\beta_i$$

га эга бўламиз. (10) ва сўнги аниқланган тенгликларни айирмали тенглама (7) ге қўйсак қуйидаги тенгликни ёзишга бўлади:

$$A_i(\alpha_i\alpha_{i+1}y_{i+1}+\alpha_i\beta_{i+1}+\beta_i)-C_i(\alpha_{i+1}y_{i+1}+\beta_{i+1})+B_iy_{i+1}=-F_i$$

ёки

$$(\alpha_{i+1}(A_i\alpha_i-C_i)+B_i)y_{i+1}+((A_i\alpha_i-C_i)\beta_{i+1}+A_i\beta_i+F_i)=0$$

Сўнги тенглик тўғри бўлиши учун y_{i+1} олдидаги коэффициент ва озод ҳад нолга тенг бўлиши керак:

$$\begin{cases}\alpha_{i+1}(A_i\alpha_i-C_i)+B_i=0\\ (A_i\alpha_i-C_i)\beta_{i+1}+A_i\beta_i+F_i=0\end{cases}$$

Бу системадан α_{i+1},β_{i+1} ларни ҳисоблаш учун қуйидаги реккурент ифодага эга бўламиз:

$$\alpha_{i+1}=-\frac{B_i}{A_i\alpha_i-C_i}=\frac{B_i}{C_i-A_i\alpha_i};\quad \beta_{i+1}=-\frac{A_i\beta_i+F_i}{A_i\alpha_i-C_i}=\frac{A_i\beta_i+F_i}{C_i-A_i\alpha_i};i=1,2,...,N-1$$

α_1,β_1 лар (9) чегаралик шартлардан аниқланади. $i=0$ бўлганда (10) ифодадан ва биринчи чегаралик шартдан

$$y_0=\alpha_1y_1+\beta_1,\quad y_0=\kappa_1y_1+\nu_1\Rightarrow\alpha_1=\kappa_1,\beta_1=\nu_1$$

бўлиши келиб чиқади. Иккинчи чегаралик шартдан

$$y_N=\kappa_2y_{N-1}+\nu_2\Rightarrow y_{N-1}=\frac{y_N-\nu_2}{\kappa_2}$$

$i=N-1$ бўлганда

$$y_{N-1}=\alpha_Ny_N+\beta_N\Rightarrow\frac{y_N-\nu_2}{\kappa_2}=\alpha_Ny_N+\beta_N\Rightarrow(1-\kappa_2\alpha_N)y_N=\nu_2+\kappa_2\beta_N$$

ёки

$$y_N=\frac{\nu_2+\kappa_2\beta_N}{1-\kappa_2\alpha_N}$$

Шундай қилиб (7),(9) чегаралик масалаланинг аниқ ечими қуйидаги алгоритм ёрдамида аниқланади:

$$\begin{cases} \alpha_{i+1} = \dfrac{B_i}{C_i - A_i\alpha_i}; \beta_{i+1} = \dfrac{A_i\beta_i + F_i}{C_i - A_i\alpha_i}; i = 1,2,..., N-1 \\ \alpha_1 = \kappa_1, \beta_1 = \nu_1, \\ y_i = \alpha_{i+1}y_{i+1} + \beta_{i+1}, \quad i = 0,1,..., N-1 \\ y_N = \dfrac{\nu_2 + \kappa_2\beta_N}{1 - \kappa_2\alpha_N} \end{cases} \tag{11}$$

Бу ўнг прогонка, чап прогонка алгоритми шунга ўхшаш аниқланади

$$\begin{cases} \xi_i = \dfrac{A_i}{C_i - A_i\xi_{i+1}}; \eta_{i+1} = \dfrac{B_i\eta_i + F_i}{C_i - A_i\xi_{i+1}}; i = 1,2,..., N-1 \\ \xi_N = \kappa_2, \eta_N = \nu_2, \\ y_{i+1} = \xi_{i+1}y_i + \eta_{i+1}, \quad i = 0,1,..., N-1 \\ y_0 = \dfrac{\nu_1 + \kappa_1\eta_1}{1 - \kappa_1\xi_1} \end{cases} \tag{12}$$

Ноллик қатламдаги қийматлар, яъни $j = 0$ бўлганда $y(i,0) = y_i^0 = u_0(x_i)$ тенглик ёрдамида аниқланади. Биринчи қатламдаги қийматлар, яъни $j = 1$ бўлгандаги ечим қийматлари

$$y_t(x,0) = \tilde{u}_0(x) = \bar{u}_0(x) + 0{,}5\tau\left(u_0''(x) + f(x,0)\right)$$

тенгликдан фойдаланиб, $y_t(x,0) = \dfrac{y_i^1 - y_i^0}{\tau}$ бўлишини ҳисобга олиб қуйидагича аниқланади:

$$y_i^1 = u_0(x_i) + \tau \cdot \bar{u}_0(x_i) + 0{,}5\tau^2\left(\frac{u_0(x_{i+1}) - 2u_0(x_i) + u_0(x_{i-1})}{h^2} + f(x_i,0)\right)$$

Кейинги қатламдаги қийматлар ўнг прогонка (11) ёки чап прогонка (12) лар ёрдамида кетма-кет аниқланади.

Шундай қилиб торнинг тебраниш тенгламаси учун юқоридаги чегаралик масалани ечиш алгоритми қуйидагича бўлади:

$$x_i = ih, \quad i = o,1,2,\ldots,N_1, \quad h = 1/N_1$$
$$t_j = j\tau, \quad j = o,1,2,\ldots,N_2, \quad \tau = T/N_2$$
$$y_0^j = \mu_1(t_j), \quad y_N^j = \mu_2(t_j), y_i^0 = u_0(x_i)$$
$$y_i^1 = u_0(x_i) + \tau \cdot \overline{u}_0(x_i) + 0{,}5\tau^2 \left(\frac{u_0(x_{i+1}) - 2u_0(x_i) + u_0(x_{i-1})}{h^2} + f(x_i, 0) \right)$$

$$A_i = \sigma\gamma^2; \quad B_i = \sigma\gamma^2; \quad C_i = 1 + 2\sigma\gamma^2; \gamma = \tau/h$$
$$F_i^j = (2y_i^j - y_{i-1}^j) + \tau(1-2\sigma)\frac{y_{i+1}^j - 2y_i^j + y_{i-1}^j}{h^2}{}^j +$$
$$+\sigma\tau^2 \frac{y_{i+1}^{j-1} - 2y_i^{j-1} + y_{i-1}^{j-1}}{h^2} + \tau^2 f(x_i, t_j)$$
$$\alpha_{i+1}^{j+1} = \frac{B_i}{C_i - A_i\alpha_i^j}; \beta_{i+1}^{j+1} = \frac{A_i\beta_i^j + F_i^j}{C_i - A_i\alpha_i^j}; i = 1,2,\ldots,N-1$$
$$\alpha_1^j = 0, \beta_1^j = \mu_1(t_j),$$
$$y_i^{j+1} = \alpha_{i+1}y_{i+1}^{j+1} + \beta_{i+1}^{j+1}, \quad i = 0,1,\ldots,N-1$$

6-§. Прогонка методлари учун программа

Прогонка методлари ёрдамида ЧАТСларини ечиш тўғри ва тескари юришларга эга бўлиб, улар рекуррент формулалар ёрдамида амалга оширилишини кўрдик. Бу прогонка методини программалашни осонлаштиради. Бу бўлимда прогонка методларини қўлланиб ЧАТСларини ечишнинг қўлланувчи учун қулай график интерфейсга эга бўлган программасини яратиш масаласи қаралади. Бу масалани объектга йўналтирилган Excel учун VBA программалаш тилида ечамиз.

Ишни форма яратишдан бошлаймиз. ЧАТС параметрлари бўлган матрица элементлари ва озод ҳадларни прогрммага киритиш учун «Progonka» номли форма яратамиз.

Унга тенгламалар системасини ўлчамини киритиш учун *TextBox1* объектини жойлаштирамиз. Тенгламалар системаси ўлчами натурал сонлар бўлганликдан, бу ўлчамни танлаш имкониятини яратиш учун SpinButton1 объектини олиб, у билан *TextBox1* объекти ўртасида

Private Sub SpinButton1_Change()

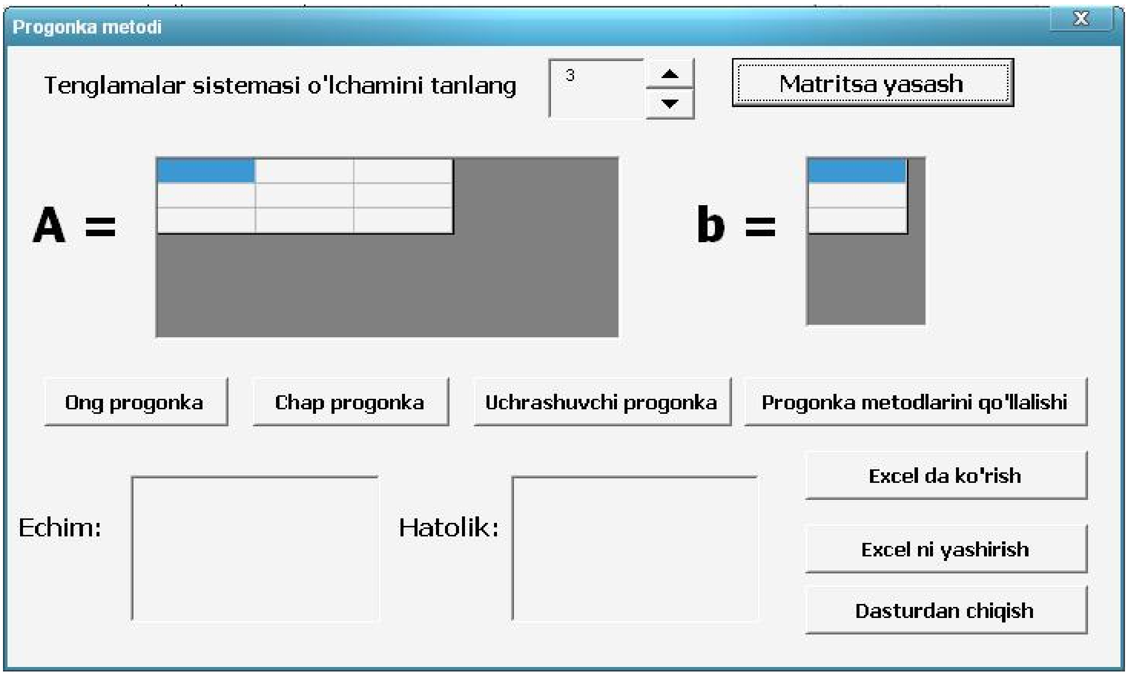
Kvkoren.TextBox1.Text = Kvkoren.SpinButton1.Value

```
End Sub
```

коди ёрдамида боғланиш ўрнатамиз. Шунда *SpinButton1* объекти ёрдамида *TextBox1* майдонида тенгламалар системаси ўлчамини танлаш имконияти яратилади. Тенгламалар системасининг матрица элементлари *vsFlexArray1* объекти ёрдамида, озод ҳадлар *vsFlexArray2* объекти ёрдамида программага киритилади. Бу объектларнинг қатор ва устунлари сони берилган тенгламалар системаси ўлчамларига мос бўлиши учун *CommandButton1* бошқариш тугмачасини фойдаланиб, унинг *Caption* параметрига «*Matritsa yasash*» қийматини берамиз ва бу тугмача босилганда қуйидаги программа коди ишга тушадиган қиламиз:

```
Private Sub CommandButton1_Click()
Dim n As Integer
n = Val(Kvkoren.TextBox1.Text)
Kvkoren.vsFlexArray1.Rows = n
Kvkoren.vsFlexArray1.Cols = n
Kvkoren.vsFlexArray2.Rows = n
Kvkoren.vsFlexArray2.Cols = 1
Kvkoren.vsFlexArray1.Visible = True
Kvkoren.vsFlexArray2.Visible = True
End Sub
```

Бу код бажарилганда тенгламалар системаси матрицаси элементларини ва озод ҳадларни киритиш учун керакли сондаги *(n = Val(Kvkoren.TextBox1.Text))* дарчалар очилади (4-расм) .



4-расм. ЧАТСларини ечишнинг прогонка методи учун форма.

Матрицанинг ноллик элементларини киргизиш шарт эмас. Программа бўш қолган дарчалардаги қийматларни нолга тенг деб олади. Уч диоганалли матрицали тенгламалар системасини ўнг, чап ёки учрашувчи прогонка методлари ёрдамида ечиш мумкин. Шу сабабли прогонка методини танлаш мақсадида *Caption* параметрига метод номи берилган учта *CommandButton* бошқариш тугмачаларини жойлаштирамиз. *CommandButton2* тугмачаси ўнг прогонка методини, *CommandButton3* чап прогонка ва *CommandButton3* учрашувчи прогонка методини ишга туширади. Бу программа кодлари битирув малакавий ишнинг қўшимчаларида келтирилган. Программанинг асосий қисмлари билан танишиб чиқамиз.

```
For i = 0 To n - 1
   For j = 0 To n - 1
   With vsFlexArray1
      .Row = i
      .Col = j
      a(i, j) = vsFlexArray1.Value
   End With
   Next j
   With vsFlexArray2
      .Row = i
      d(i) = vsFlexArray2.Value
   End With
```

```
Next i
```

Бу программа коди формада киритилган матрица элементларини *a(i, j)* массивга, озод ҳадларни эса *d(i)* массивга жойлаштиради. Бу ерда vsFlexArray1 ва vsFlexArray2 ёзувларни қайта-қайта қўлланмаслик учун With…End With конструкцияси қўлланилди. vsFlexArray.Value миқдори vsFlexArray объектнинг актив катакчасида жойлашган қийматни билдиради.

Матрица уч диоганалли. Шу сабабли унинг нолдан фарқли элементларини юқорида прогонка методларини баёнлагандаги белгилашларга мос равишда $A(i), B(i), C(i)$ массивларида сақлаш учун қуйидаги программа коди бажарилади:

```
For i = 0 To n - 1
   B(i) = a1(i, i)
Next i
A(0) = 0
For i = 1 To n - 1
   A(i) = a1(i, i - 1)
Next i
For i = 0 To n - 2
   C(i) = a1(i, i + 1)
Next i
C(n - 1) = 0
```

Кейинги ҳисоблашлар шу массивлар устида амалга оширилади. Масалан ўнг прогонка методининг тўғри юриши қуйидагича ҳисобланади:

```
AlFA(0) = -C(0) / B(0)
Betta(0) = d(0) / B(0)
For i = 1 To n - 2
   dd(i) = A(i) * AlFA(i - 1) + B(i)
   AlFA(i) = -C(i) / dd(i)
   Betta(i) = (d(i) - A(i) * Betta(i - 1)) / dd(i)
Next i
```

Ўнг прогонка методининг тескарию риши қуйидагича программалаштирилади:

```
x(n - 1) = (d(n - 1) - A(n - 1) * Betta(n - 2)) / (A(n - 1) * AlFA(n - 2) + B(n - 1))
For i = n - 2 To 0 Step -1
   x(i) = AlFA(i) * x(i + 1) + Betta(i)
Next i
```

Чап прогонка методи учун тўғри ва тескари юришлар қуйидагича бўлади:

```
'tog'ri yurish
ksi(n - 1) = -A(n - 1) / B(n - 1)
eta(n - 1) = d(n - 1) / B(n - 1)
For i = n - 2 To 0 Step -1
   dd(i) = C(i) * ksi(i + 1) + B(i)
   ksi(i) = -A(i) / dd(i)
   eta(i) = (d(i) - C(i) * eta(i + 1)) / dd(i)
Next i
'teskari yurish
x(0) = (d(0) - C(0) * eta(1)) / (B(0) + C(0) * ksi(1))
For i = 1 To n - 1
   x(i) = ksi(i) * x(i - 1) + eta(i)
Next i
```

Учрашувчи прогонка методи учун тўғри ва тескари юришлар қуйидагича бўлади:

```
'tog'ri yurish
AlFA(0) = -C(0) / B(0)
Betta(0) = d(0) / B(0)
For i = 1 To k
   dd(i) = A(i) * AlFA(i - 1) + B(i)
   AlFA(i) = -C(i) / dd(i)
   Betta(i) = (d(i) - A(i) * Betta(i - 1)) / dd(i)
Next i

ksi(n - 1) = -A(n - 1) / B(n - 1)
eta(n - 1) = d(n - 1) / B(n - 1)
For i = n - 2 To k0 Step -1
   dc(i) = C(i) * ksi(i + 1) + B(i)
   ksi(i) = -A(i) / dc(i)
   eta(i) = (d(i) - C(i) * eta(i + 1)) / dc(i)
Next i

'teskari yurish
x(k) = (AlFA(k) * eta(k + 1) * Betta(k)) / (1 - AlFA(k) * ksi(k + 1))

For i = k - 1 To 0 Step -1
   x(i) = AlFA(i) * x(i + 1) + Betta(i)
Next i

For i = k To n - 1
   x(i + 1) = ksi(i + 1) * x(i) + eta(i + 1)
Next i
```

Прогонка методи ёрдамида аниқланган ечимнинг хатосини баҳолаш учун $e1 = \max\limits_{i=\overline{1,n}} e_i$ ва $e2 = \sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n} e_i^2}$ миқдорлари олнинди. Бу ерда

$$e_i = \left| a_{i1}x_1^* + a_{i2}x_2^* + ... + a_{in}x_n^* - b_i \right|, \quad i = 1,2,...,n$$

бу ерда $x^* = (x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)$ вектори берилган $Ax = b$ тенгламалар системасининг прогонка методи ёрдамида аниқланган ечим.

Бу баҳолар

```
For i = 0 To n - 1
   e(i) = 0
Next i
For i = 0 To n - 1
   For j = 0 To n - 1
      e(i) = e(i) + a1(i, j) * x(j)
   Next j
   e(i) = e(i) - d(i)
Next i
maxe = e(0)
For i = 1 To n - 1
   If maxe < e(i) Then maxe = e(i)
Next i
e1= maxe
l = 0
For i = 0 To n - 1
   l = l + e(i) ^ 2
Next i
e2= Sqr(l)
```

программа коди ёрдамида ҳисобланади.

Олинган натижалар ечим ва унинг хатолиги ListBox объектларида берилади. Бу натижалар киритилмасдан олдин ListBox дарчаси эски маълумотлардан тозаланади:

```
Progonka.ListBox1.Clear
Progonka.ListBox2.Clear
For i = 0 To n - 1
 Progonka.ListBox1.AddItem "X(" + Str(i + 1) + ")=" + Str(x(i))
Next i
For i = 0 To n - 1
 Progonka.ListBox2.AddItem "e(" + Str(i + 1) + ")=" + Str(e(i))
```

```
Next i
Progonka.ListBox2.AddItem "e1=" + Str(e1)
Progonka.ListBox2.AddItem "e2=" + Str(e2)
```

Олинган натижаларни Excel бетида бериш қулай бўлиб, бу учун Excel нинг *"Progonka"* бетини активлаштириб ундаги маълумотларни ўчириб ташлаймиз:

```
Worksheets("Progonka").Activate
 Cells.Select
 Selection.ClearContents
```

ва бу бетнинг катакчаларига олинган натижаларни чиқарамиз. Даслаб тенгламалар системасини ечиш методининг номи , кейин бу система матрицаси ва озод ҳадлари мос катакчаларда берамиз:

```
Cells(1, 1) = "Ax=b"
Cells(1, 2) = "chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini o'ng progonka metodi yordamida echish"
Cells(2, 1) = "Berilgan tenglamalar sistemasining matritsasi va ozod hadi"
    Cells(3, 1) = "A"
    For i = 0 To n - 1
       For j = 0 To n - 1
       Cells(3 + i, 2 + j) = a1(i, j)
       Next j
    Next i
    Cells(3, n + 2) = "d"
    For i = 0 To n - 1
      Cells(3 + i, n + 3) = d(i)
    Next i
```

Сўнг олинган ечим ва унинг хатолиги берилади:

```
    For j = 0 To n - 1
       Cells(6 + 2 * n, 1 + j) = "e(" + Str(j + 1) + ")"
       Cells(7 + 2 * n, 1 + j) = e(j)
    Next j
    For j = 0 To n - 1
    Cells(9 + 2 * n, 1 + j) = "x(" + Str(j + 1) + ")"
    Cells(10 + 2 * n, 1 + j) = x(j)
    Next j
    Cells(12 + 2 * n, 1) = "e1="
    Cells(12 + 2 * n, 2) = e1
    Cells(13 + 2 * n, 1) = "e2="
    Cells(13 + 2 * n, 2) = e2
```

Бу маълумотларни Excelда кўриш учун формада «Excel da ko'rish» тугмачаси жойлаштирилган. Бу тугмача

Application.Visible = True

кодни ишга тушириб, Excel ни кўриш имкониятини яратади. Excel ни яшириш имконияти «Excel ni yashirish» тугмачасига бекитилган. Бу тугмача

Application.Visible = False

кодни ишга тушириб, Excel ни яширади. «Dasturdan chiqish» тугмачаси барча ўзгаришларни сақлаб, дастурни ёпади:

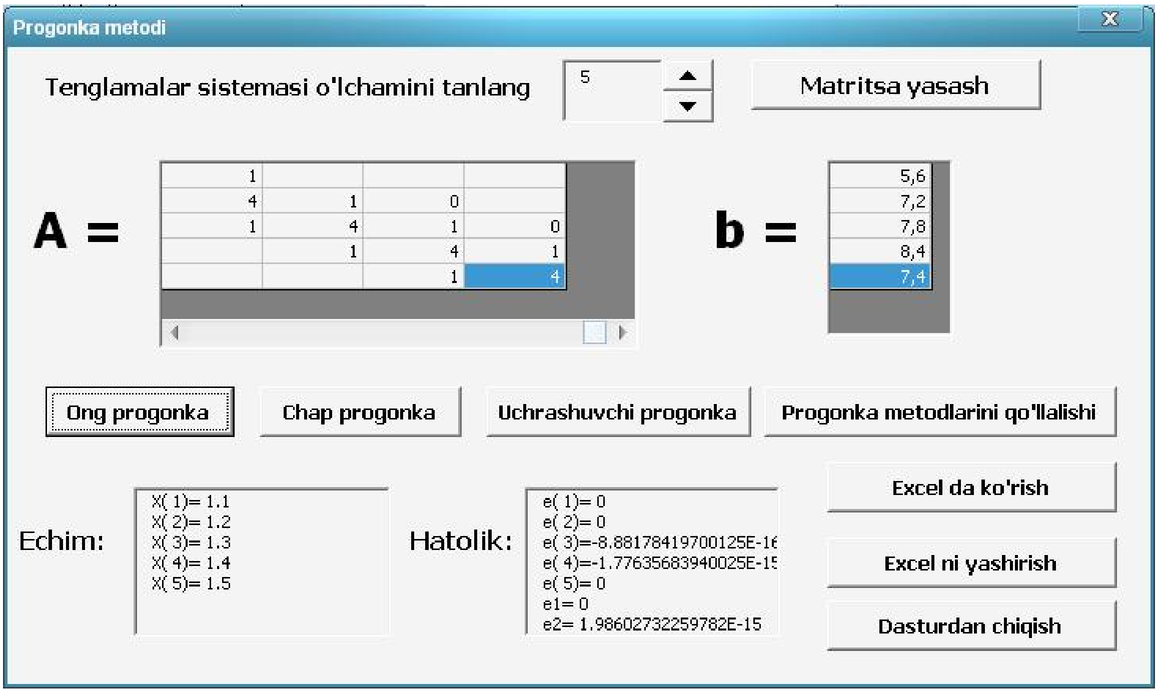
ActiveWorkbook.Save

ActiveWorkbook.Close

Мисол. Куйидаги тенгламалар системасини прогонка методи билан ечинг:

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 = 5{,}6 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = 7{,}2 \\ x_2 + 4x_3 + x_4 = 7{,}8 \\ x_3 + 4x_4 + x_5 = 8{,}4 \\ x_4 + 4x_5 = 7{,}4 \end{cases}$$

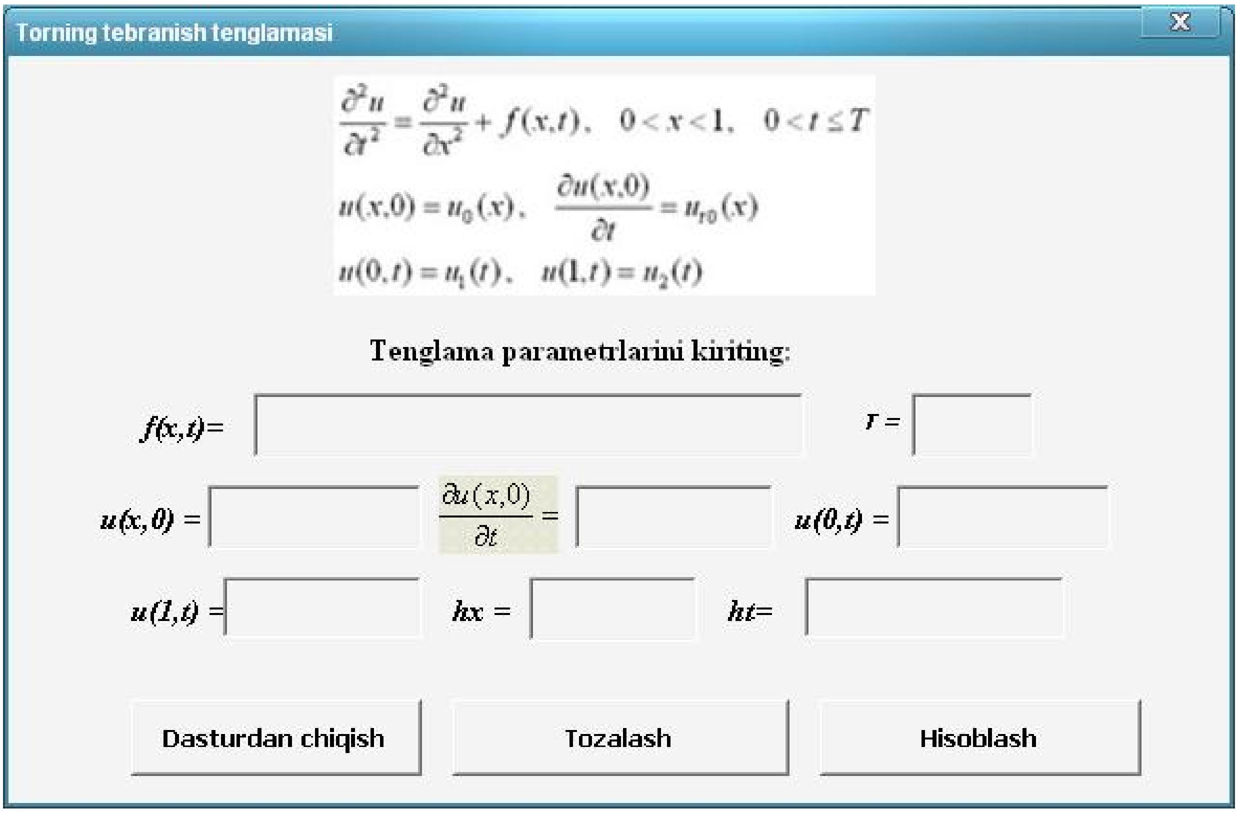
Ечиш. Программани ишга тушириб система параметрларини киргизамиз ва прогонка методларининг бирини танлаймиз:



5-расм. Прогонка методини қўлланишга мисол.

7-§. Чегаралик масалаларни прогонка методи ёрдамида ечиш программаси

Асосий формада яна бир бошқариш тугмачаси яратилган бўлиб, бу тугмача «Progonka metodlarini qo'llalishi» деб номланган. Бу тугмача прогонка методни 4 -бўлимда кўриб чиқилган чегаралик масалаларни ечиш программасини ишга тушириш имкониятини яратади ва ва ёрдамчи «difteng1» формасини очади (6-расм):



6-расм. Торнинг тебраниш тенгламаси учун чегаралик масала параметрларини киритиш формаси

Бу формага торнинг тебраниш тенгламасини кўриниши у учун бошланғич ва чегаралик шартлар кўриниши жойлаштирилган. Бу тенгламанинг қайси параметрини қайси ойнага жойлаштириш кераклигини тушунишга ёрдам беради.

Формадаги «Dasturdan chiqish» тугмачаси формани яшириб асосий меню формасига ўтишни таминлайди. «Tozalash» тугмачаси торнинг тебраниш тенгламаси параметрларини киргизиш дарчаларини тозалайди:

```
Private Sub CommandButton2_Click()
difteng1.TextBox1.Text = ""
difteng1.TextBox2.Text = ""
difteng1.TextBox3.Text = ""
difteng1.TextBox4.Text = ""
difteng1.TextBox5.Text = ""
difteng1.TextBox6.Text = ""
difteng1.TextBox7.Text = ""
difteng1.TextBox8.Text = ""
End Sub
```

Тенглама параметрлар мос ойналарга киритилади. Функция ифодалари VBA тилига мос равишда киритилиши зарур:

- айириш;

+ қўшиш;

* кўпайтириш;

/ бўлиш

sqr(x) –илдиз чиқариш;

^ Даражага кўтариш ва ҳакоза.

Дифференциал тенглама параметрларини киргизиб, «Hisoblash» тугмачаси босилади. Шунда берилган чегаралик масала 4-бўлимда келтирилиб чиқарилган схема бўйича ҳәр бир қатламда прогонка методи ёрдамида тенглама ечимларининг қийматини аниқлайди.

Масалан

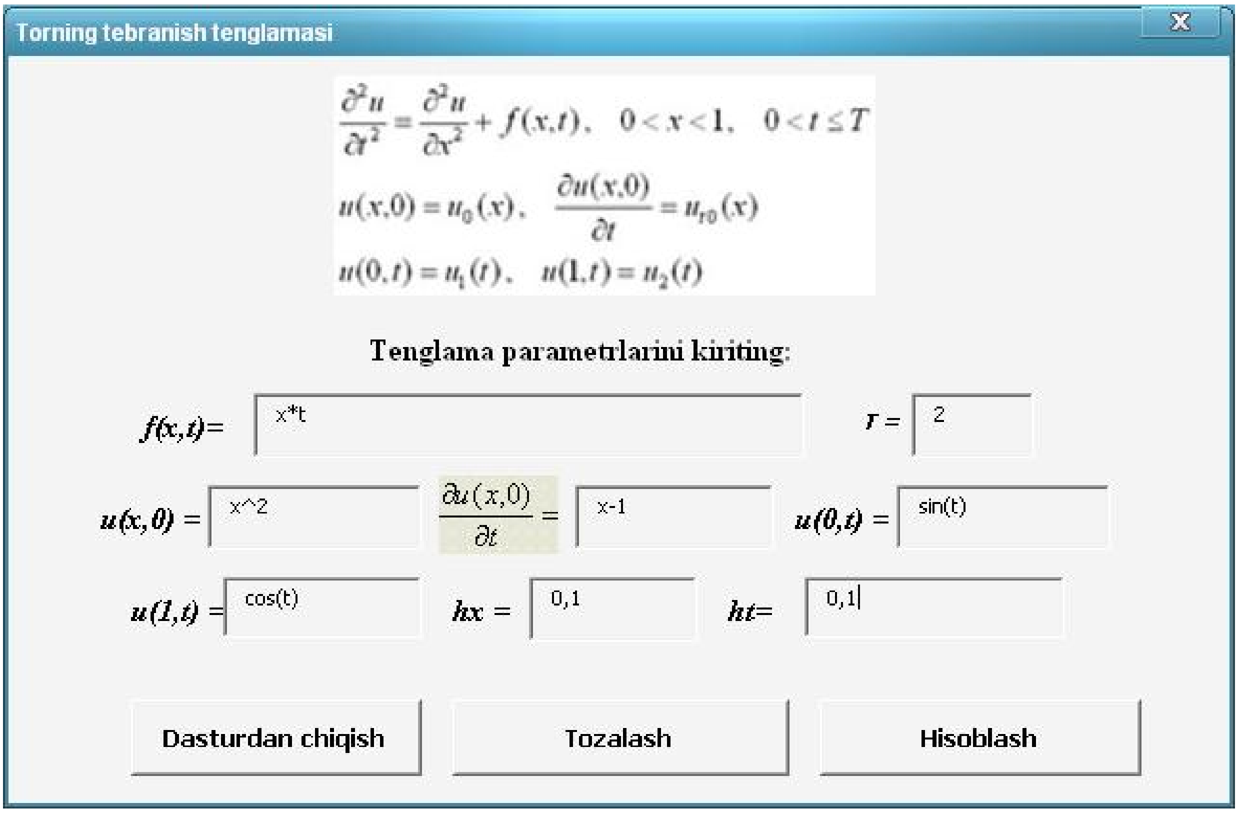
$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + xt, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \le T$$

$$u(x,0) = x^2, \quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = x - 1$$

$$u(0,t) = \sin(t), \quad u(1,t) = \cos(t)$$

чегралик масала берилган бўлсин. Уни ечимини қийматини $\varpi = \{(x_i,\ t_j): x_i = ih,\ t_j = jh, \quad j = 0,1,...,10\}$ тўрда сонли аниқлаш талаб этилади.

Бу масалани ечиш учун тенглама параметрларини формага киритамиз (7-расм):



7-расм. Чегаралик масала параметрларини киритишга мисол.

«Hisoblash» тугмачасини босиб, натижани Excel бетида оламиз:

Torning tebranish tenglamasi uchun chegaralik masala

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+f(x,t),\quad 0<x<1,\quad 0<t\le T$$
$$u(x,0)=u_0(x),\quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=u_{t0}(x)$$
$$u(0,t)=u_1(t),\quad u(1,t)=u_2(t)$$

f(x,t)=x*t
u(x,0)=x^2
u'(x,0)=x-1
u(0,t)=sin(t)
u(1,t)=cos(t)
T=2

u(x,t)funktsiya qiymatlari:

	j	0	1	2	3	4	5	6
	xi \							
i	tj	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0	0	0,099833	0,198669	0,29552	0,389418	0,479426	0,564642
1	0,1	0,01	-0,07	-0,05964	-0,00528	0,083889	0,198093	0,328104
2	0,2	0,04	-0,03	0,022224	0,109047	0,217507	0,340308	0,4741
3	0,3	0,09	0,03	0,10814	0,212484	0,334148	0,470173	0,618232
4	0,4	0,16	0,11	0,209735	0,331576	0,469767	0,62075	0,776774
5	0,5	0,25	0,21	0,33	0,469561	0,622512	0,779964	0,925085
6	0,6	0,36	0,33	0,469265	0,624136	0,783191	0,928	1,032275
7	0,7	0,49	0,47	0,625862	0,787521	0,931899	1,030687	1,057915
8	0,8	0,64	0,63	0,792781	0,938234	1,028066	1,040608	0,978178
9	0,9	0,81	0,81	0,943662	1,022815	1,013711	0,943011	0,856261
10	1	1	0,995004	0,980067	0,955336	0,921061	0,877583	0,825336

ХУЛОСА

Битириш малакавий иши прогонка методларини ўрганиш ва уни уч диоганалли матрицали ЧАТСларни ечишга, дифференциал тенгламалар учун чегаралик масалаларни айирмали схемалар ёрдамида сонли ечишда прогонка методларини қўлланишга боғишланган. Погонка методлари ўзининг тўғри ва тескари юришларига эга бўлиб, улар рекуррент ифодалар билан аниқланади. Бу уларни программалаштиришни асонлаштиради.

Битирув малакавий ишда учта прогонка методлари ўрганилган. Улар ўнг, чап ва учрашувчи прогонка методлари. Бу методларнинг бажарилиш шартлари исботланган. Иккинчи тартибли дифференциал тенгламалар учун чегаралик масалаларни сонли ечишда, ундаги хосилалар айирмали нисбатлар билан алмаштирилади. Натижада дифференциал тенглама учун чегаралик масала уч диогоналли матрицали ЧАТС ни ечишга олиб келинади. Шу сабабли уларни ечишга прогонка методини қўлланиш қулай бўлади. Битириш малакавий ишда шундай чегералик масалаларнинг айримлари, атаб айтганда оддий иккинчи тартибли чизиқли дифференциал тенглама учун, оддий чегаралик масала ва торнинг тебраниш тенгламаси учун умумий холда қўйилган чегаралик масалалар учун Excel учун VBA тилида қўлланувчи программаси яратилган.

Дастур қўшимча ўрнатишларни талаб этмайди. Microsoft Excel дастури ўрнатилган барча компьютерларда ишлайди. Бу учун макрос ҳавфсизлиги парраметрини ўртача ёки паст қилиб олиш етарли. Дастур қўлланувга қулай бўлиши учун бошқариш элементлари билан жиҳозланган бўлиб, қўлланувчидан кўп билимни талаб этмайди. Уни янги ғоялар асосида яхшилаш мумкин. Дастурда қўлланилган яна бир янгилик шундан иборатки TextBox дарчасига киритилган символлар қаторини, агар амаллар тўғри фойдаланилган бўлса, функцияга турлантириш усули. Бу усулда Excel имкониятлири фойдаланилган.

АДАБИЁТЛАР

1. Отаров А.О., Алланазаров Ж.П. Есаплаў усыллыры. II бөлим. Жоқары оқыў орынларының студентлерине арналған сабақлық. –Нөкис: «Билим», 2006,бет 520

2. Боглаев Ю.П. Вычислительная математика и программирование. - М., Высшая школа, 1990, 544с.

3. Калиткин Н.Н. Численные методы. - М., Наука, 1978, 512с.

4. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Наука, 1989, 432с.

5. Барахнин В.Б., Шапеев В.П. Введение в численный анализ. - Новосибирск, 1997, 111с.

6. Бахвалов Н.С. Численные методы. - М., Наука, 1975, 632с.

7. Волков Е.А. Численные методы. - М.: Наука, 1987, 248с.

8. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М., Наука, 1966, 664с.

9.Заварыкин В.М., Житомирский В.Г., Лапчик М.П. Численные методы. - М., Просвещение, 1990, 176с.

10.Копченова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. - М., Наука, 1972, 367с.

11.Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. - М., Наука, 1989, 608с.

12.Ракитин В.И., Первушин В.Е. Практическое руководство по методам вычислений с приложением программ для персональных компьютеров. - М., Высшая школа, 1998, 383с.

13. Самарский А.А. Введение в численные методы. - М.: Наука, 1997, 239с.

ИЛОВАЛАР

1-илова (Ўнг прогонка)

```
Private Sub CommandButton2_Click()
Dim n As Integer
Dim a1(20, 20), d(20), A(20), B(20), C(20) As Double
Dim AlFA(20), Betta(20), dd(20), x(20), e(20) As Double
n = Val(Progonka.TextBox1.Text)
Worksheets("Progonka").Activate
 Cells.Select
 Selection.ClearContents
Cells(1, 1) = "Ax=b"
Cells(1, 2) = "chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini o'ng progonka metodi
yordamida echish"
Cells(2, 1) = "Berilgan tenglamalar sistemasining matritsasi va ozod hadi"
For i = 0 To n - 1
    For j = 0 To n - 1
    With vsFlexArray1
        .Row = i
        .Col = j
        a1(i, j) = vsFlexArray1.Value
    End With
    Next j
    With vsFlexArray2
        .Row = i
        d(i) = vsFlexArray2.Value
    End With
Next i
'Berilganlarni listga yozish
Cells(3, 1) = "A"
For i = 0 To n - 1
    For j = 0 To n - 1
    Cells(3 + i, 2 + j) = a1(i, j)
    Next j
Next i
Cells(3, n + 2) = "d"
For i = 0 To n - 1
  Cells(3 + i, n + 3) = d(i)
Next i
'Progonka metodini qo'llash
For i = 0 To n - 1
    B(i) = a1(i, i)
Next i
A(0) = 0
For i = 1 To n - 1
    A(i) = a1(i, i - 1)
```

```
Next i
For i = 0 To n - 2
   C(i) = a1(i, i + 1)
Next i
C(n - 1) = 0
'tog'ri yurish
AlFA(0) = -C(0) / B(0)
Betta(0) = d(0) / B(0)
For i = 1 To n - 2
   dd(i) = A(i) * AlFA(i - 1) + B(i)
   AlFA(i) = -C(i) / dd(i)
   Betta(i) = (d(i) - A(i) * Betta(i - 1)) / dd(i)
Next i
'teskari yurish
x(n - 1) = (d(n - 1) - A(n - 1) * Betta(n - 2)) / (A(n - 1) * AlFA(n - 2) + B(n - 1))
For i = n - 2 To 0 Step -1
   x(i) = AlFA(i) * x(i + 1) + Betta(i)
Next i


For i = 0 To n - 1
   e(i) = 0
Next i
For i = 0 To n - 1
   For j = 0 To n - 1
      e(i) = e(i) + a1(i, j) * x(j)
   Next j
   e(i) = e(i) - d(i)
Next i
For j = 0 To n - 1
   Cells(6 + 2 * n, 1 + j) = "e(" + Str(j + 1) + ")"
   Cells(7 + 2 * n, 1 + j) = e(j)
Next j
For j = 0 To n - 1
Cells(9 + 2 * n, 1 + j) = "x(" + Str(j + 1) + ")"
Cells(10 + 2 * n, 1 + j) = x(j)
Next j
maxe = e(0)
For i = 1 To n - 1
   If maxe < e(i) Then maxe = e(i)
Next i
e1 = maxe
Cells(12 + 2 * n, 1) = "e1="
Cells(12 + 2 * n, 2) = e1
l = 0
```

```
For i = 0 To n - 1
    l = l + e(i) ^ 2
Next i
e2 = Sqr(l)
Cells(13 + 2 * n, 1) = "e2="
Cells(13 + 2 * n, 2) = e2
Progonka.ListBox1.Clear
Progonka.ListBox2.Clear
For i = 0 To n - 1
 Progonka.ListBox1.AddItem "X(" + Str(i + 1) + ")=" + Str(x(i))
Next i
For i = 0 To n - 1
 Progonka.ListBox2.AddItem "e(" + Str(i + 1) + ")=" + Str(e(i))
Next i
Progonka.ListBox2.AddItem "e1=" + Str(e1)
Progonka.ListBox2.AddItem "e2=" + Str(e2)
End Sub
```

2-илова (Чап прогонка**)**

```
Private Sub CommandButton3_Click()
Dim n As Integer
Dim a1(20, 20), A(20), B(20), C(20), d(20), x(20), e(20) As Double
Dim dd(20), ksi(20), eta(20) As Double
n = Val(Progonka.TextBox1.Text)
Worksheets("Progonka").Activate
 Cells.Select
 Selection.ClearContents
Cells(1, 1) = "Ax=b"
Cells(1, 2) = "chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini o'ng progonka metodi
yordamida echish"
Cells(2, 1) = "Berilgan tenglamalar sistemasining matritsasi va ozod hadi"
For i = 0 To n - 1
    For j = 0 To n - 1
    With vsFlexArray1
        .Row = i
        .Col = j
        a1(i, j) = vsFlexArray1.Value
    End With
    Next j
    With vsFlexArray2
        .Row = i
        d(i) = vsFlexArray2.Value
    End With
Next i
'kengaytirilgan matritsani listda berish
```

```
Cells(3, 1) = "A"
For i = 0 To n - 1
    For j = 0 To n - 1
    Cells(3 + i, 2 + j) = a1(i, j)
    Next j
Next i
Cells(3, n + 2) = "b"
For i = 0 To n - 1
  Cells(3 + i, n + 3) = d(i)
Next i

'Progonka metodini qo'llash
For i = 0 To n - 1
    B(i) = a1(i, i)
Next i
A(0) = 0
For i = 1 To n - 1
    A(i) = a1(i, i - 1)
Next i
For i = 0 To n - 2
    C(i) = a1(i, i + 1)
Next i
C(n - 1) = 0
'tog'ri yurish
ksi(n - 1) = -A(n - 1) / B(n - 1)
eta(n - 1) = d(n - 1) / B(n - 1)
For i = n - 2 To 0 Step -1
    dd(i) = C(i) * ksi(i + 1) + B(i)
    ksi(i) = -A(i) / dd(i)
    eta(i) = (d(i) - C(i) * eta(i + 1)) / dd(i)
Next i
'teskari yurish
x(0) = (d(0) - C(0) * eta(1)) / (B(0) + C(0) * ksi(1))
For i = 1 To n - 1
    x(i) = ksi(i) * x(i - 1) + eta(i)
Next i

For i = 0 To n - 1
    e(i) = 0
Next i
For i = 0 To n - 1
    For j = 0 To n - 1
        e(i) = e(i) + a1(i, j) * x(j)
    Next j
    e(i) = e(i) - d(i)
```

```
Next i
For j = 0 To n - 1
   Cells(6 + 2 * n, 1 + j) = "e(" + Str(j + 1) + ")"
   Cells(7 + 2 * n, 1 + j) = e(j)
Next j
For j = 0 To n - 1
Cells(9 + 2 * n, 1 + j) = "x(" + Str(j + 1) + ")"
Cells(10 + 2 * n, 1 + j) = x(j)
Next j
maxe = e(0)
For i = 1 To n - 1
   If maxe < e(i) Then maxe = e(i)
Next i
e1 = maxe
Cells(12 + 2 * n, 1) = "e1="
Cells(12 + 2 * n, 2) = e1
s = 0
For i = 0 To n - 1
   s = s + e(i) ^ 2
Next i
e2 = Sqr(s)
Cells(13 + 2 * n, 1) = "e2="
Cells(13 + 2 * n, 2) = e2

End Sub
```

3-илова (Учрашувчи прогонка**)**

```
Private Sub CommandButton7_Click()
Dim n, k, i, j As Integer
Dim a1(20, 20), A(20), B(20), C(20), d(20) As Double
Dim dd(20), AlFA(20), Betta(20), x(20), e(20) As Double
Dim dc(20), ksi(20), eta(20) As Double
n = Val(Progonka.TextBox1.Text)
k = Int(n / 2) + 1
Worksheets("Progonka").Activate
 Cells.Select
 Selection.ClearContents
Cells(1, 1) = "Ax=b"
Cells(1, 2) = "chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini uchrasuvchi progonka
metodi yordamida echish"
Cells(2, 1) = "Berilgan tenglamalar sistemasining matritsasi va ozod hadi"
For i = 0 To n - 1
   For j = 0 To n - 1
   With vsFlexArray1
```

```
        .Row = i
        .Col = j
        a1(i, j) = vsFlexArray1.Value
    End With
    Next j
    With vsFlexArray2
        .Row = i
        d(i) = vsFlexArray2.Value
    End With
Next i
'Berilganlarni listga yozish
Cells(3, 1) = "A"
For i = 0 To n - 1
    For j = 0 To n - 1
    Cells(3 + i, 2 + j) = a1(i, j)
    Next j
Next i
Cells(3, n + 2) = "d"
For i = 0 To n - 1
  Cells(3 + i, n + 3) = d(i)
Next i
'Progonka metodini qo'llash
For i = 0 To n - 1
    B(i) = a1(i, i)
Next i
A(0) = 0
For i = 1 To n - 1
    A(i) = a1(i, i - 1)
Next i
For i = 0 To n - 2
    C(i) = a1(i, i + 1)
Next i
C(n - 1) = 0

'tog'ri yurish
AlFA(0) = -C(0) / B(0)
Betta(0) = d(0) / B(0)
For i = 1 To k
    dd(i) = A(i) * AlFA(i - 1) + B(i)
    AlFA(i) = -C(i) / dd(i)
    Betta(i) = (d(i) - A(i) * Betta(i - 1)) / dd(i)
Next i

ksi(n - 1) = -A(n - 1) / B(n - 1)
eta(n - 1) = d(n - 1) / B(n - 1)
```

```
For i = n - 2 To k0 Step -1
    dc(i) = C(i) * ksi(i + 1) + B(i)
    ksi(i) = -A(i) / dc(i)
    eta(i) = (d(i) - C(i) * eta(i + 1)) / dc(i)
Next i

'teskari yurish
x(k) = (AlFA(k) * eta(k + 1) * Betta(k)) / (1 - AlFA(k) * ksi(k + 1))
For i = k - 1 To 0 Step -1
    x(i) = AlFA(i) * x(i + 1) + Betta(i)
Next i

For i = k To n - 1
    x(i + 1) = ksi(i + 1) * x(i) + eta(i + 1)
Next i




For i = 0 To n - 1
    e(i) = 0
Next i
For i = 0 To n - 1
    For j = 0 To n - 1
        e(i) = e(i) + a1(i, j) * x(j)
    Next j
    e(i) = e(i) - d(i)
Next i
For j = 0 To n - 1
    Cells(6 + 2 * n, 1 + j) = "e(" + Str(j + 1) + ")"
    Cells(7 + 2 * n, 1 + j) = e(j)
Next j
For j = 0 To n - 1
Cells(9 + 2 * n, 1 + j) = "x(" + Str(j + 1) + ")"
Cells(10 + 2 * n, 1 + j) = x(j)
Next j
maxe = e(0)
For i = 1 To n - 1
    If maxe < e(i) Then maxe = e(i)
Next i
e1 = maxe
Cells(12 + 2 * n, 1) = "e1="
Cells(12 + 2 * n, 2) = e1
l = 0
```

```
For i = 0 To n - 1
   l = l + e(i) ^ 2
Next i
e2 = Sqr(l)
Cells(13 + 2 * n, 1) = "e2="
Cells(13 + 2 * n, 2) = e2
Progonka.ListBox1.Clear
Progonka.ListBox2.Clear
For i = 0 To n - 1
 Progonka.ListBox1.AddItem "X(" + Str(i + 1) + ")=" + Str(x(i))
Next i
For i = 0 To n - 1
 Progonka.ListBox2.AddItem "e(" + Str(i + 1) + ")=" + Str(e(i))
Next i
Progonka.ListBox2.AddItem "e1=" + Str(e1)
Progonka.ListBox2.AddItem "e2=" + Str(e2)

End Sub
```

4-илова (Чегаралик масала**)**

```
Private Sub CommandButton3_Click()
If difteng1.TextBox1.Text = "" Then
       MsgBox ("Hato:f(x,t) funktsiya kirgizilmadi")
   Else
   If difteng1.TextBox2.Text = "" Then
       MsgBox ("Hato:T ning qiymati kirgizilmadi ")
   Else
   If difteng1.TextBox3.Text = "" Then
       MsgBox ("Hato:1-boshlang'ich shart kirgizilmadi ")
   Else
   If difteng1.TextBox4.Text = "" Then
       MsgBox ("Hato:2-boshlang'ich shart kirgizilmadi")
   Else
   If difteng1.TextBox5.Text = "" Then
        MsgBox ("Hato:1-chegaralik shart kirgizilmadi")
   Else
   If difteng1.TextBox6.Text = "" Then
        MsgBox ("Hato:1-chegaralik shart kirgizilmadi")
   Else
   If difteng1.TextBox7.Text = "" Then
        MsgBox ("Hato:x o'zgaruvchi bo'icha hx qadam kirgizilmadi")
   Else
   If difteng1.TextBox8.Text = "" Then
        MsgBox ("Hato:y o'zgaruvchi bo'icha hy qadam kirgizilmadi")
```

```
   Else
Dim F(100, 100), Y(100, 100) As Double
Dim ux0(100), uxt0(100), ut1(100), ut2(100) As Double
Dim A(100, 100), B(100, 100), C(100, 100), F1(100, 100), AlFA(100, 100),
Betta(100, 100) As Double
sigma = 0.5
Worksheets("difteng1").Activate
Cells.Select
Selection.ClearContents
Range("A1").Select
Range("A1").Value = "Torning tebranish tenglamasi uchun chegaralik masala"
FTB = difteng1.TextBox1.Text
ttb = difteng1.TextBox2.Text
ux0tb = difteng1.TextBox3.Text
uxt0tb = difteng1.TextBox4.Text
ut1tb = difteng1.TextBox5.Text
ut2tb = difteng1.TextBox6.Text
hx = difteng1.TextBox7.Text
ht = difteng1.TextBox8.Text
N1 = Int(1 / hx)
N2 = Int(ttb / ht)
Cells(4, 6).FormulaR1C1 = "f(x,t)=" + FTB
Cells(5, 6).FormulaR1C1 = "u(x,0)=" + ux0tb
Cells(6, 6).FormulaR1C1 = "u'(x,0)=" + uxt0tb
Cells(7, 6).FormulaR1C1 = "u(0,t)=" + ut1tb
Cells(8, 6).FormulaR1C1 = "u(1,t)=" + ut2tb
Cells(9, 6).FormulaR1C1 = "T=" + ttb
Columns("B:B").Select
   ActiveWorkbook.Names.Add Name:="x", RefersToR1C1:="=difteng1!C2"
   Rows("12:12").Select
   ActiveWorkbook.Names.Add Name:="t", RefersToR1C1:="=difteng1!R12"
Range("A10").Select
Range("A10").Value = "u(x,t)funktsiya qiymatlari:"
Cells(11, 2) = "j"
Cells(12, 1) = "i"
Cells(12, 2) = "xi     \  tj"
For j = 0 To N2
   Cells(11, 3 + j) = j
   Cells(12, 3 + j) = j * ht
Next j
For i = 0 To N1
   Cells(13 + i, 1) = i
   Cells(13 + i, 2) = i * hx
Next i
'f(x,t)
```

```
For i = 0 To N1
    For j = 0 To N2
        Cells(13 + i, 3 + j).Select
        ActiveCell.FormulaR1C1 = "=" + FTB
        F(i, j) = Cells(13 + i, 3 + j)
    Next j
Next i
'
For i = 0 To N1
    Cells(13 + i, 3).Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=" + ux0tb
    Cells(13 + i, 4).Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=" + uxt0tb
    ux0(i) = Cells(13 + i, 3)
    Y(i, 0) = Cells(13 + i, 3)
    uxt0(i) = Cells(13 + i, 4)
Next i
'
For j = 1 To N2
    Cells(13, 3 + j).Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=" + ut1tb
    Cells(N1 + 13, 3 + j).Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=" + ut2tb
    ut1(j) = Cells(13, 3 + j)
    Y(0, j) = Cells(13, 3 + j)
    ut2(j) = Cells(13 + N1, 3 + j)
    Y(N1, j) = Cells(13 + N1, 3 + j)
Next j
For i = 1 To N1 - 1
    Y(i, 1) = ux0(i) + ht * uxt0(i) + 0.5 * ht * ht * ((ux0(i + 1) - 2 * ux0(i) + ux0(i -
1)) / (hx * hx) + F(i, 0))
    Cells(13 + i, 4) = Y(i, 1)
Next i
g = ht / hx
For j = 1 To N2 - 1
    AlFA(1, j) = 0
    Betta(1, j) = ut1(j)
Next j
For j = 1 To N2 - 1
    For i = 1 To N1 - 1
    A(i, j + 1) = sigma * g ^ 2
    B(i, j + 1) = sigma * g ^ 2
    C(i, j + 1) = 1 + 2 * sigma * g ^ 2
```

```
    F1(i, j + 1) = 2 * Y(i, j) - Y(i - 1, j) + ht * (1 - 2 * sigma) * (Y(i + 1, j) - 2 * Y(i, j) + Y(i - 1, j)) / (hx * hx) + sigma * (ht * ht) * (Y(i + 1, j - 1) - 2 * Y(i, j - 1) + Y(i - 1, j - 1)) / (hx * hx) + ht * ht * F(i, j)
    AlFA(i + 1, j + 1) = B(i, j + 1) / (C(i, j + 1) - A(i, j + 1) * AlFA(i, j + 1))
    Betta(i + 1, j + 1) = (A(i, j + 1) * Betta(i, j + 1) + F1(i, j + 1)) / (C(i, j + 1) - A(i, j + 1) * AlFA(i, j + 1))
    Next i
    For i = N1 - 1 To 1 Step -1
    Y(i, j + 1) = AlFA(i + 1, j + 1) * Y(i + 1, j + 1) + Betta(i + 1, j + 1)
    Next i
Next j
For i = 1 To N1 - 1
    For j = 1 To N2
        Cells(13 + i, 3 + j) = Y(i, j)
    Next j
Next i
difteng1.Hide
    End If
    End If
    End If
    End If
    End If
    End If
    End If
    End If
    Worksheets("difteng1").Activate
End Sub
```