

**O`ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O`RTA MAXSUS
TA`LIM VAZIRLIGI**

R E F E R A T

Mavzu : Statistik baho

Bajardi: Ungboyev B.

Tekshirdi: Murodov R.

Toshkent 2014

Statistik baho.

Taqsimot parametrlarining statistik baholari.Qo'yiladigan talablar.

Nuqtaviy va intervalli baholar.

Aytaylik, bosh to'plamning son belgisini o'rganish talab qilinayotgan bo'lsin.Faraz qilaylik, shu belgi qaysi taqsimotga esa ekanligini nazariy muloxazalardan aniqlangan bo'lsin.Bu taqsimotni aniqlaydigan parametrlarni baholash masalasi yuzaga kelishi tabiiydir.Masalan, o'rganilayotgan belgi bosh to'plamda normal taqsimlanganligi oldindan ma'lum bo'lsa, u holda matematik kutilishni va o'rtacha kvadratik chetlanishni baholash (taqribiy hisoblash) zarur, chunki bu ikkita parametr normal taqsimotni to'liq aniqlaydi: agar belgi Puasson taqsimotiga ega deyishga asos bulsa ,uxolda bu taksimotni aniklaydigan

parametrini baxolash zarur.

Odatda tadbirkotchi ixtiyorida tanlamadagi ma'lumotlarga,masalan,son belgining n ta kuzatish natijasida olingan $x_1, x_2, \dots, x_n$ qiymatlari buladi(bu yerda va bundan keyin kuzatishlar uzaro bog'likmas deb faraz kilinadi)Baxolanayotgan belgi xuddi shu ma'lumotlar orkali ifodalanadi.

$x_1, x_2, \dots, x_n$ ni erkli $X_1, X_2, \dots, X_n$ tasodifiy miqdorlar deb qarab, nazariy taqsimot noma'lum parametrning statistik bahosini topish, bu demak, kuzatilayotgan tasodifiy miqdorlar orqali shunday funktsiyani topishdirki,u baholanayotgan parametrning taqribiy qiymatini beradi.Masalan, normal taqsimotning matematik kutilishini baholash uchun ushbu

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_N}{n}$$

funktsiya (belgining kuzatiladigan qiymatlarining arifmetik o'rtasi) xizmat qiladi (bu keinyroq ko'rsatiladi).

Shunday qilib, nazariy taqsimot noma'lum parametrining statistik baxosi deb kuzatilgan tasodifiy miqdorlardan tuzilgan funktsiya aytiladi.

Siljimagan, effektiv va asosli baholar

Statistik baholar baholanayotgan parametrlarning «yaxshi» yaqinlashishlari-ni berishi uchun ular ma'lum talablarni qanoatlantirishlari lozim. Quyida shu talablar ko'rsatilgan.

Θ^* nazariy taqsimot noma'lum parametrining statiktik bahosi bo'lsin. n hajmli tanlama bo'yicha Θ^*_1 baho topilgan bo'lsin.Tajribani takrorlaymiz,ya'ni bosh to'plamdan o'sha hajmli ikkinchi tanlamani olamiz va undagi ma'lumotlar bo'yicha Θ^*_2 bahoni topamiz.Tajribani ko'p marta takrorlab

$\Theta^*_1, \Theta^*_2, \dots, \Theta^*_R$ sonlarini hosil qilamiz, ular, umuman aytganda o'zaro xar xil bo'ladi.Shunday qilib, Θ^* bahoni tasodifiy

miqdor $\Theta^*_1, \Theta^*_2, \dots, \Theta^*_R$ sonlarni esa uning mumkin bo'lgan qiymatlari sifatida qarash mumkin.

Θ^* baho Θ ning taqribiy qiymatini ortig'i bilan beradi deb faraz qilaylik: u holda tanlamadagi ma'lumotlar bo'yicha topilgan har bir Θ_i^* ($i=1, 2, \dots, R$) son haqiqiy Θ^* qiymatdan katta bo'ladi. Bu holda Θ^* tasodifiy miqdorning matematik kutilishi (o'rtacha qiymati) ham Θ dan katta bo'ladi, ya'ni $M(\Theta^*) > \Theta$. Agar Θ^* qiymat bahoni kami bilan beradigan bo'lsa, ravshanki, $M(\Theta^*) < \Theta$. Shunday qilib, matematik kutilishi baholanayotgan parametrga teng bo'lmagan statistik bahoni ishlatish (bir xil ishorali) sistematik xatolarga olib kelgan bo'lar edi. Shu sababli, Θ^* bahoning matematik kutilishi baholanayotgan parametrga teng bo'lishini talab qilish tabiiydir. Bu talablarga rioya qilinishi xatolarni bartaraf qilmasada (Θ^* ning ba'zi qiymatlari Θ dan katta ba'zilar kichik,) xar xil ishorali xatolar bir xil chastotada uchraydi. Boshqacha so'z bilan aytganda $M(\Theta^*) = \Theta$ talablarga rioya qilish sistematik xatolar xosil qilishdan asraydi.

Siljimagan baho deb matematik kutilishi istalgan xajmli tanlanma bo'lganda ham baholanayotgan Θ parametrga teng, ya'ni

$$M(\Theta^*) = \Theta$$

bo'lgan Θ^* statistik bahoga aytiladi.

Siljigan baho deb matematik kutilishi baholanayotgan parametrga teng bo'lgan bahoga aytiladi.

Ammo siljimagan baho har doim ham baholanayotgan parametrga yaxshi yaqinlashishini beradi deb hisoblash xato bo'lar edi. Darhaqiqat Θ^* ning mumkin bo'lgan qiymatlari uning o'rtacha qiymati atrofida ancha tarqoq, ya'ni

$D(\Theta^*)$ dispertsiya anchagina katta bo'lishi mumkin. Bunday xolda bitta tanlamadagi ma'lumotlar bo'yicha topilgan baho, masalan, Θ_1^* baho $\bar{\Theta}^*$ o'rtacha qiymatdan va demak, baholanayotgan Θ parametrdan ancha uzoqlashgan bo'ladi; Θ_1^* ni Θ ning taqribiy qiymati uchun qabul qilib, katta xatoga yo'l qo'ygan bo'lur edik. Agar Θ^* ning dispertsiyasi kichik bo'lishini talab qiladigan bo'lsa, u holda katta xatoga yo'l qo'yishning oldini olgan bo'lamiz. Shu sababli statistik bahoga effektivlik talabi qo'yiladi.

Effektiv baho deb (tanlamaning xajmi n berilganda) mumkin bo'lgan eng kichik dispertsiyaga ega bo'lgan statistik bahoga aytiladi.

Katta xajmli (n katta!) tanlamalar qaralganda statistik baholarga asoslilik talabi qo'yiladi.

Asosli baho deb baholanayotgan parametrga $n \rightarrow \infty$ da ehtimol bo'yicha yaqinlashadigan statistik bahoga aytiladi. Masalan, siljimagan bahoning dispertsiyasi $n \rightarrow \infty$ da nolga intilsa, u holda bunday baho asosli ham bo'ladi.

Bosh o'rtacha qiymat

Aytaylik, diskret bosh to'plami X son belgiga nisbatan o'rganilayotgan bo'lsin.

Bosh o'rtacha qiymat $\overline{X}_B$ deb bosh to'plam belgisi qiymatlarining arifmetik o'rtacha qiymatiga aytiladi.

Agar N xajmli bosh to'plam belgisining barcha $x_1, x_2, \dots, x_N$ qiymatlari turlicha bo'lsa, u holda

$$\overline{X}_B = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}.$$

Agar belgining $x_1, x_2, \dots, x_R$ qiymatlari mos ravishda $N_1, N_2, \dots, N_R$ chastotalarga ega, shu bilan birga $N_1 + N_2 + \dots + N_R = N$ bo'lsa, u holda

$$\overline{X}_B = \frac{x_1 N_1 + x_2 N_2 + \dots + x_R N_R}{N}$$

ya'ni bosh o'rtacha qiymat belgining (vaznlari tegishli chastotalarga teng bo'lgan) qiymatlarining vazniy o'rtacha qiymatidir.

Eslatma. N xajmli bosh to'plam X belgining $x_1, x_2, \dots, x_N$ ga teng turli qiymatlariga ega bo'lgan ob'ektlardan iborat bo'lsin. Bu to'plamdan tavakkaliga bitta ob'ekt olinadi deb faraz qilaylik. Belgining masalan x_1 qismatiga ega bo'lgan ob'ekt olinishi ehtimoli $\frac{1}{N}$ ga tengligi ravshan. Xuddi shu ehtimol bilan istalgan boshqa ob'ekt ham olinishi mumkin. Shunday qilib, X belgining kattaligini mumkin bo'lgan $x_1, x_2, \dots, x_N$ qiymatlari bir xil $\frac{1}{N}$ ehtimolga ega bo'lgan tasodifiy miqdor deb qarash mumkin. $M(X)$ matematik kutilishni topamiz:

$$M(X) = x_1 * \frac{1}{N} + x_2 * \frac{1}{N} + \dots + x_N * \frac{1}{N} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \overline{X}_B$$

Shunday qilib, bosh to'plamning tekshirilayotgan X belgisi tasodifiy miqdor deb qaraladigan bo'lsa, u holda belgining matematik kutilish shu belgining bosh o'rtacha qiymatiga teng:

Biz bu xulosaga bosh to'plamning barcha ob'ektlari belgining turli qiymatlariga ega deb hisoblash natijasida keldik. Shunday natija bosh to'plam belgining bir xil qiymatiga ega bo'lgan bir nechtdan ob'ektni o'z ichiga olgan deb faraz qilinganda ham xosil qilinadi.

Hosil qilingan natijani X belgisi uzluksiz taqsimtoga ega bo'lgan bosh to'plamga ham umumlashtirib, bosh o'rtacha qiymatni bu holda ham belgining matematik kutilishi sifatida aniqlaymiz:

$$\overline{X}_B = M(X).$$

O'rtacha tanlama qiymat

Bosh to'plamni X son belgiga nisbatan o'rganish maqsadida n ta xajmli tanlama olingan bo'lsin.

O'rtacha tanlama $\overline{x}_T$ qiymat deb tanlama to'plam belgisining arifmetik o'rtacha qiymatiga aytiladi.

Agar n ta xajmli tanlama belgisining barcha $x_1, x_2, \dots, x_n$ qiymatlari turlicha bo'lsa, u holda

$$\overline{x}_T = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Agar belgining $x_1, x_2, \dots, x_R$ qiymatlari mos ravishda $n_1, n_2, \dots, n_R$ chastotalarga ega, shu bilan birga $n_1 + n_2 + \dots + n_R = n$ bo'lsa u holda

$$\overline{x}_T = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_R x_R}{n}$$

yoki

$$\overline{x}_T = \frac{\sum_{i=1}^R n_i x_i}{n}$$

ya'ni o'rtacha tanlama qiymat belgining vaznlari mos ravishda tegishli chastotalarga teng bo'lgan qiymatlarining vazniy o'rtacha qiymatidir.

Eslatma. Bitta tanlamadagi ma'lumotlar bo'yicha topilgan o'rtacha tanlama qiymat, ravshanki, tayin sondir. Agar o'sha bosh to'plamdan o'sha xajmli boshqa tanlamalar olinadigan bo'lsa, u holda o'rtacha tanlama qiymatni tasodifiy miqdor sifatida qarash mumkin, binobarin, o'rtacha tanlama qiymatning (nazariy va empirik) taqsimoti, bu taqsimotning (uni tanlama taqsimot deyiladi) son xarakteristikalarini, jumladan, tanlama taqsimotining matematik kutilish va dispersiyasi haqida so'z yuritish mumkin.

Shuni qayd qilib o'tamizki, nazariy mulohazalarda X belgining bog'liq bo'lmagan kuzatishlar natijasida hosil qilingan $x_1, x_2, \dots, x_n$ tanlama qiymatlarini

ham X bilan bir xil taqsimotga ega bo'lgan, va demak, o'shanday son xarakteristikalariga ega bo'lgan $x_1, x_2, \dots, x_n$ tasodifiy miqdorlar deb qaraladi.

Bosh o'rtacha qiymatni o'rtacha tanlanma qiymat bo'yicha baholash. O'rtacha tanlama qiymatlarining turg'unligi

Aytaylik, bosh to'plamdan (X son belgi ustida bog'liq bo'lmagan kuzatishlar o'tkazish natijasida belgining qiymatlari $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$ bo'lgan n ta xajmli takroriy tanlama olingan bulsin. Muxazalarning umumiylikini kamaytirmasdan

Belgining qiymatlarini turli deb xisoblaymiz. Aytaylik $\bar{x}_b$ urtacha bosh qiymat no'malum bulib, uni tanlamadagi ma'lumotlar buyicha baxolash talab kilinsin. Urtacha bosh qiymatning baxosi sifatida urtacha tanlanma

$$\bar{x}_T = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

qiymat qabul qilinadi.

$\bar{x}_T$ siljimagan baxo ekanligiga ishonch xosil qilamiz, ya'ni bu baxoning matematik kutilishi $\bar{x}_b$ ga teng ekanligini kursatamiz. $\bar{x}_T$ ni tasodifiy miqdor, $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$ erkli, bir xil taqsimlangan $X_1, X_2, \dots, X_n$ tasodifiy miqdorlar sifatida qaraymiz. Bu miqdorlar bir xil taqsimlanganligi uchun ular bir xil son xarakteristikalariga, jumladan, bir xil matematik kutilishiga ega, uni a orqali belgilaymiz. Bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlarning arifmetik urtacha qiymatining matematik kutilishi bittasining matematik kutilishiga teng bulgani uchun:

$$M(\bar{X}) = M\left[\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}\right] = a \quad (*)$$

$X_1, X_2, \dots, X_n$ miqdorlarning xar biri va bosh tuplam (uni ham tasodifiy miqdor sifatida qaraymiz) bir xil taqsimotga ega ekanligini e'tiborga oladigan bulsak, bu miqdorlarning va bosh tuplamning son xarakteristikalarini bir xil degan xulosaga kelamiz. Jumladan, miqdorlarning xar birini matematik kutilishiga teng, ya'ni

$$M(X) = \bar{x}_o = a$$

(*) formulada a matematik kutilishni $\overline{x_B}$ ga almashtirib , uzil-kesil quyidagini xosil kilamiz:

$$M(\overline{X_m}) = \overline{X_B}$$

Shu bilan urtacha tanlanma qiymat urtacha bosh qiymatning siljimagan baxosi ekanligi xisoblanadi.

Urtacha tanlanma qiymat urtacha bosh qiymat uchun asosli baho ham bulishini osongina kursatish mumkin. Darxakikat , agar $\overline{x_1}, x_2, \dots, x_n$ tasodifiy miqdorlar chegaralangan dispersiyalarga ega deydigan bulsak ,u xolda bu miqdorlarga Chebishev teoremasini (xususiy xolini) qullashga haqlimiz: bu teoremaga kura, karalayotgan miqdorlarning arifmetik urtacha qiymati , ya'ni $\overline{X_T}$ qiymat n ortishi bilan miqdorlarning har birining matematik kutilishi a ga , va demak, urtacha bosh qiymat $\overline{x_B}$ ga (chunki $\overline{x_B} = a$) ehtimol buyicha yaqinlashadi.

Shunday qilib , tanlamaning hajmi n ortishi bilan urtacha tanlama qiymat urtacha bosh qiymatga ehtimol buyicha yaqinlashadi, bu esa urtacha tanlanma qiymat urtacha bosh qiymat uchun asosli baho ekanligini bildiradi.

Yukorida aytilganlardan yana shu narsa ham kelib chiqadiki, agar bitta bosh tuplamning o'zidan ancha katta hajmli bir nechta tanlamalar bo'yicha tanlama qiymatlar topiladigan bo'lsa, ular o'zaro taqriban teng bo'ladi. O'rtacha tanlama qiymatlarining turg'unlik xossasi mana shundan iboratdir.

Agar ikkita to'plamning dispersiyalari bir xil bo'lsa, u holda o'rtacha tanlama qiymatlarining o'rtacha bosh qiymatlarga yaqinligi tanlama xajmning nisbatiga bog'liq bo'lmasligini aytib o'tamiz. Bu yaqinlik tanlama xajmiga bog'liq: tanlama xajmi qanchalik katta bo'lsa, o'rtacha tanlama qiymam o'rtacha bosh qiymatdan shunchalik kam farq qiladi. Masalan, agar bir to'plamdan 1 % ob'ekt, ikkinchisidan esa 4 % ob'ekt tanlab olingan shu bilan birga birinchi tanlama-ning xajmi ikkinchisidan katta bo'lsa, u holda birinchi o'rtacha tanlama qiymat tegishli o'rtacha bosh qiymatdan ikkinchisiga qaraganda karoq farq qiladi.

Gruppaviy va umumiy o'rtacha qiymatlar

To'plamning (bosh to'plami yoki tanlama to'plami, buning farqi yo'q) son belgisi x ning barcha qiymatlari bir nechta gruppalariga ajratilgan bo'lsin. Har bir gruppani mustaqil to'plam sifatida qarab, uning arifmetik o'rtacha qiymatini topish mumkin.

Gruppaviy o'rtacha qiymat deb belgining gruppaga tegishli qiymatlarining arifmetik o'rtacha qiymatiga aytiladi.

Endi butun to'plamning o'rtacha qiymati uchun maxsus termin kiritish maqsadga muvofiq.

Umumiy o'rtacha qiymat $\bar{x}$ deb belgining butun to'plamga tegishli qiymatlarning o'rtacha arifmetik qiymatiga aytiladi.

Gruppaviy o'rtacha qiymatlarni va gruppalarining xajmlarini bilgan holda umumiy o'rtacha qiymatni topish mumkin: umumiy o'rtacha qiymat gruppaviy o'rtacha qiymatlarni gruppalarining vaznlari bo'yicha vazniy o'rtacha arifmetik qiymatiga teng.

Buning isbotini keltirmasdan, uni tushintiradigan misol bilan cheklanamiz.

Misol. Quyidagi ikkita gruppadan tuzilgan to'plamning umumiy o'rtacha qiymatini toping:

Gruppa	birinchisi		ikkinchisi	
Belgining qiymati	1	6	1	5
Chastota	10	15	20	30
Hajm	10+15=25		20+30=50	
30				

Echilishi. Gruppaviy o'rtacha qiymatlarni topamiz:

$$\bar{x}_1 = \frac{10 \cdot 1 + 15 \cdot 6}{25} = 4$$

$$\bar{x}_2 = \frac{20 \cdot 1 + 30 \cdot 5}{50} = 3.4$$

Gruppaviy o'rtacha qiymatlar bo'yicha umumiy o'rtacha qiymatni topamiz.

$$\bar{x} = \frac{25 \cdot 4 + 50 \cdot 3.4}{25 + 50} = 3.6$$

Umumiy o'rtacha qiymatdan chetlanish va uning xossasi

X son belgining qiymatlari (n xajmli) to'plamini (bosh to'plamni yoki tanlama to'plam, buning ahamiyati yo'q) qaraymiz:

belgining qiymati	x	x_2	$\dots$	x_R
chastota	n_1	n_2	$\dots$	n_R

bunda $\sum_{i=1}^R n_i = n$

Bundan so'ng yozishni qulaylashtirish maqsadida yig'indi belgisi $\sum_{i=1}^R n_i$

$\sum$ belgi bilan almashtiramiz.

Umumiy o'rtacha qiymatni topamiz.

$$\sum n_i x_i = 1 n x$$

Bundan

$$\sum n_i x = x \quad \sum n_i = n x$$

x o'zgarmas kattalik bo'lgani uchun

$$\sum n_i x = x \quad \sum n_i = n x$$

Chetlanish deb belgining qiymati bilan umumiy o'rtacha qiymat orasidagi ayirmaga aytiladi.

Teorema. Chetlanishlarning tegishli chastotalarga qo'paytmalari yig'indisi nolga teng:

$$\sum n_i (x_i - x) = 0$$

Isboti. (*) va (**) ni e'tiborga olib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\sum n_i (x_i - x) = \sum n_i x_i - \sum n_i x = n x - n x = 0$$

Misol. X son belgining taqsimoti berilgan:

X_i	1	2	3
N_i	10	4	6

Chetlanishlarning tegishli chastotalarga ko'paytmalari yig'indisi nolga tengligiga ishonch hosil qiling.

Echilishi. Umumiy o'rtacha qiymatni topamiz:

$$x = \frac{10.1 + 4.2 + 6.3}{20} = 1,8$$

Chetlanishlarning tegishli chastotalarga ko'paytmalari yig'indisini topamiz:

$$\sum ni(xi - x) = 10.(1 - 1,8) + 4.(2 - 1,8) + 6.(3 - 1,8) = 8 - 8 = 0$$

NAZORAT SAVOLLARI:

1. Taqsimot parametrlari nima?
2. Statistik baxolar nima?
3. Effektiv va asosli baxolar nima?
4. Bosh o'rtacha qiymat nima?
5. O'rtacha tanlama qiymat nima?

Tayanch so'z va iboralar

Prametrlar, statistik baxolar, effektiv, nuqtaviy va intervalli baxolar, siljimagan baxo, o'rtacha tanlama qiymat, gruppaviy va umumiy o'rtacha qiymatlar.