



O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI
Z.M.BOBUR NOMIDAGI
ANDIJON DAVLAT UNIVERSITETI
FIZIKA KAFEDRASI

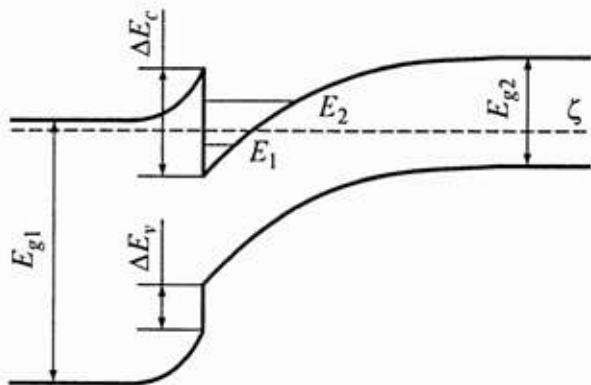
Tuzuvchi: dots.Sh.A.Ermatov

Nanozarrachalar fizikasi va texnologiyalari
fanidan
Ma'ruzalar matni

Andijon 2018

1. MA'RUZA MATNI

1.1-§. O'lchamga bog'liq kvantlashish effektlarini kuzatish shartlari



1.2-rasm. Yakkalangan geteroo'tikning zonaviy strukturasi.

sathlar orasidagi masofa tok tashuvchilar issiqlikli energiyasidan miqdoran katta bo'lishi kerak. Shuni ta'kidlash joizki, aynimagan elektronli gaz uchun tok tashuvchilarning issiqlikli energiyasi miqdoran kT tartibida, aynigan gaz uchun esa ζ Fermi energiyasi bilan tavsiflanadi. Shu sababdan, kvantlashgan hodisasining kuzatilish sharti:

$$E_{n+1} - E_n \gg kT, \zeta \quad (1.1)$$

Ikkinchidan, energiyaviy sathlarning tok tashuvchilar sochilishi hisobiga miqdoran o'zgarishi (kengayishi) sathlar orasidagi masofadan katta bo'lmasligi kerak. Natijada energiyaning noaniqlik munosabatlaridan

$$E_{n+1} - E_n \gg \frac{\hbar}{\tau} = \frac{\hbar e}{m^* \mu} \quad (1.2)$$

bu yerda τ -tok tashuvchilar impulsining relaksatsiya vaqti va u miqdoran tok tashuvchilar erkin yugurish vaqti tartibida bo'ladi, m^* -effektiv massasi, μ -harakatlanuvchanligi. Agar $\Delta E \gg \frac{\hbar^2}{m^* a^2}$ (quyida keltirilgan munosabatlarga q.),

$\tau = \frac{l}{v} \gg l \frac{am^*}{\hbar}$ (bu yerda l -erkin yugurish yo'li, v -tezlik) u holda (1.2) shart quyidagi ko'rinishni oladi

$$a \ll l, \quad (1.2')$$

ya'ni mikrozarralarning harakatlanish soha o'lchamlari erkin yugurish yo'lidan kichik bo'lishi kerak.

Yuqorida qayd qilingan munosabatlar e'tiborga olinsa, u holda $\Delta E = E_{n+1} - E_n$ miqdor katta qiymatli, strukturaning zaruriy a o'lchamlarining kichik miqdorli va temperaturaning yetarlicha past, tok tashuvchilar harakatlanuvchanligining katta miqdorli bo'lishi talab etiladi. Bu shartning bajarilishiga kuchsiz sochilishda va tok tashuvchilarning yetarlicha kichik miqdorli konsentratsiyasida (bu holda past temperaturalar sohasida aynigan gaz Fermi energiyasi miqdoran yetarlicha kichik) bo'lganida erishiladi.

1.2-§. Ikki o'lchamli elektron gazli strukturalar

Tok tashuvchilar harakati biror yo'nalish bo'yicha cheklangan hamda energiyaviy spektri o'sha yo'nalishda diskret bo'lgan yarim o'tkazgichli strukturalar ikki o'lchamli elektron gazi hisoblanadi. Bunday strukturalarda tok tashuvchilar bir o'lchamli potensial o'ralarda bo'ladi: ularda tok tashuvchilar ikki o'lchamli harakati erkin, bu ikki yo'nalishga tik yo'nalishda chegaralangandir. Kelgusida bir o'lchamli potensial o'raga ega bo'lgan past o'lchamli strukturalar kvantlashgan o'ra (KO') deb yuritiladi.

1.3-§. Yarim o'tkazgichli va polumetalli pardafar

Ikki o'lchamli elektron gazli tizimning eng odmi misoli yupqa yarim o'tkazgichli va polumetalli pardalardir. Bunday strukturalarda bir o'lchamli to'g'ri burchakli potensial o'ra parda va vakuum oralig'ida (elektronlar uchun ham, kavaklar uchun ham) potensialning sakrab o'zgarishi bilan bog'liq holda sodir bo'ladi. Kvantlashish sathi energiyasi pardaning qalinligiga bog'liq aniqlanadi, ulardagi tok tashuvchilarning konsentratsiyasi esa yarim o'tkazgichning legirlanish darajasi bilan aniqlandi. Tarixan kvantlashgan effektlar dastlab *Bi* polumetall pardalardagi tok tashuvchilar harakatlanuvchanligini tadqiq qilinishida kuzatilgan [2]. Tok tashuvchilarining harakatlanuvchanligi yuqori va sirti sifatli bo'lganyetarli qalinlikdagi pardalar vakuumda bug'latish metodi bilan olinadi. Biroq kvantlashish effektiga nisbatan bunday pardalarning kamchiliklari ularning sirtida, tok tashuvchilar uchun sochuvchi markaz hisoblanuvchi sirt holatlarining miqdoran ko'pligidadir, Bunday pardalarda tok tashuvchilar erkin yugurish yo'li miqdoran parda qalinligiga teng bo'lishi mumkin va u (1.2') shartni qanoatlantirmaydi.

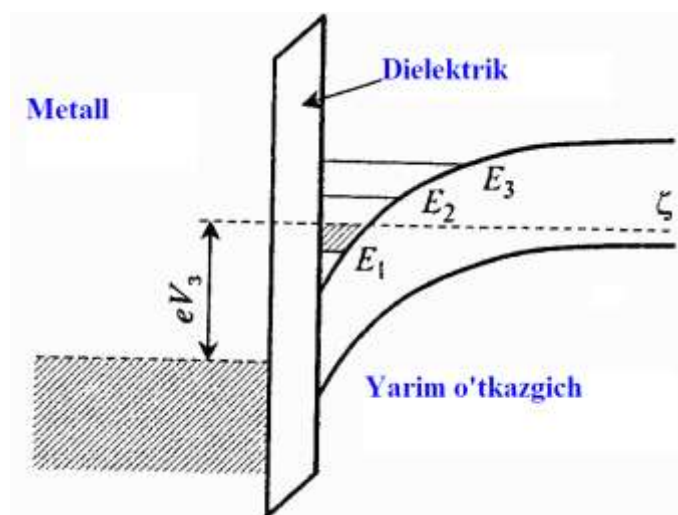
1.2.2-§. Metall-dielektrik-yarim o'tkazgich strukturalar

Metall qatlamidagi musbat potensial p-tip yarim o'tkazgich qatlamiga tushayotgan potensialga nisbatan miqdoran katta bo'lgan MDYaO' (metali-dielektrik-yarim o'tkazgich) uch qatlamli strukturalarning yarim o'tkazgich va dielektrik chegarasidagi inversion qatlamda elektronlar uchun bir o'lchamli potensial o'ra hosil bo'ladi (1.1-rasm). Yupqa pardalarda potensial o'ra parametrlari uchburchakli potensial o'raga o'xshash bo'ladi, shuningdek elektronlarning konsentratsiyasi qatlamda tushayotgan kuchlanishga bog'liq bo'ladi. Demak, kvantlashgan sathlarning energiyaviy spektrini hamda ikki o'lchamli tok tashuvchilarning bunday strukturalardagi holatlar zichligini kuchlanishga bog'liq tarzda o'zgartirish mumkin bo'ladi. MDYaO'-strukturadagi kvantlashgan o'ralarning yupqa pardalardan farq qiluvchi yana o'ziga xos xususiyatlardan biri, ularda faqat yarim o'tkazgichga tegishli elektronlar bo'ladi, kavaklar esa erkin harakatlanishi mumkin va ularning energiyaviy spektri uzluksizligicha qoladi [3].

MDYaO'-strukturalarning asosiy material kremniydir, uning oksidlanishi hisobiga bir jinsli yuqori sifatli SiO_2 dielektrik qatlami hosil bo'ladi va uning qalinligini nazorat qilib borish murakkab emas.

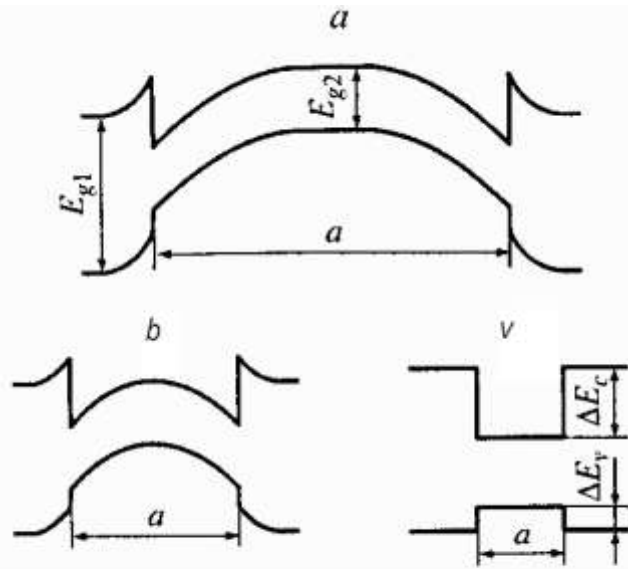
1.4-§. Geterostrukturalar

Kvantlashish effektiari geterostrukturalarda, ya'ni ta'qiqlangan zona kengligi miqdoran har xil bo'lgan yarim o'tkazgichlarning molekulyar-nurli epitaksiya metodiga ko'ra olingan kontakti sohasida yaxshi namoyon bo'ladi [4]. Shunday kontaktda eneriyaviy zonalarining



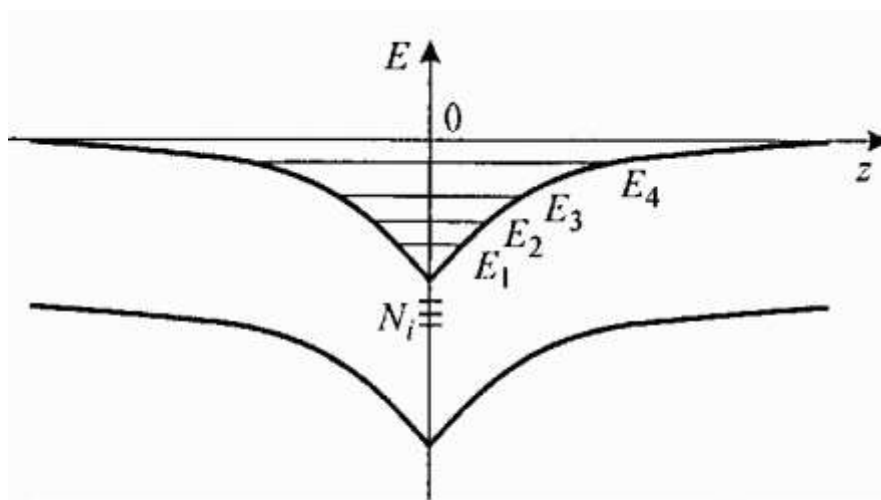
cheltari miqdoran sakrab o'zgaradi va bunday holda potensial to'siq, tok tashuvchilar uchun kvantlashgan o'ra hosil bo'ladi. 1.2-rasmda n va p tip yarim o'tkazgichlar oralik chegarasida hosil bo'ladigan yakkaolangan geteroo'tishning MDYaO'-struktura diagrammasiga o'xshash) zonaviy diagrammasi tasviriangan [1]. Tor zonali yarim o'tkazgichlarning kontakti inversion qatlami ham elektronlar potensial o'ra rolini o'ynaydi va unda kvantlashgan sathlar hosil bo'ladi.

Geteroo'tishlarning gomoo'tishtarga nisbatan o'ziga xos xususiyatlaridan biri geterochegaralarning fizikaviy nuqtai nazardan sifatli bo'lishidir. Getetroo'tishlarda elementar panjaralar doimiyliklari miqdoranbir biriga juda yaqish qiymatli yarim o'tkazgichlar tanlanadi. Bunga tor zonali GaAs va keng zonali $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ qattiq aralashma geterojuftligi misol bo'ladi.

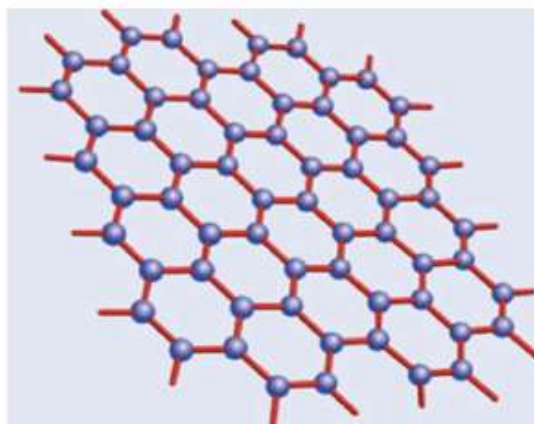


1.3-rasm. Har xil o'lchamli tor zonali qatlamga ega bo'lgan ikkilangan geteroo'tikning zonaviy tuzilishi.

1.2-rasmda tasvirlangan geterostrukturada elektronlar uchun . Potensial o'ra bir tomondan o'tkazuvchanlik zonasining qirqilishi (sakrab o'zgarishi) tufayli hosil



1.4-rasm. Delta qatlamli strukturaning zonaviy ko'rinishi.



1.5-rasm. Grafenning ikki o'lchamli kristall panjarasi.

Bunday yarim o'tkazgichti geterostrukturalarda elektronlarning harakatlanuvchanliklariga nisbatan rekord: $10^7 \text{ sm}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$ dan katta qiymat olingan, eng sifatli Si-MDYaO'-strukturalar uchun $\text{esa} \approx 5 \cdot 10^4 \text{ sm}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$ [1]. Harakatlanuvchanlikning katta qiymatliligidan (1.2) shart geterostrukturalarda yuqori aniqlik bilan bajariladi va past o'lchamli effektlarni kuzatish imkonini beradi.

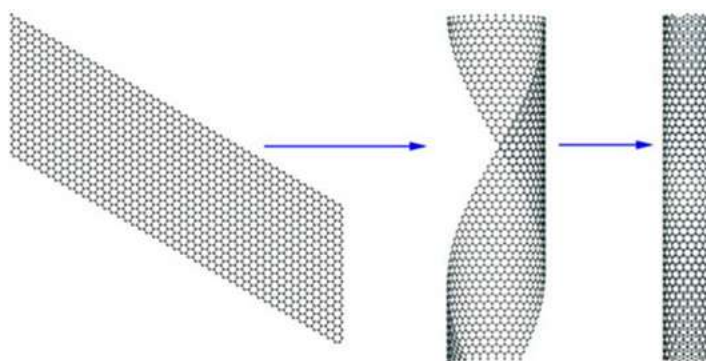
bo'lsa, ikkinchi tomondan otish sohasidagi elektrostatik maydonning mavjudligidagi hosil bo'ladi. Yakkalangan geteroo'tishlar asosida ikkilangan $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ geterostruktura olish mumkin. Bunda tor zonali qatlami

qalinligi a miqdoran elektrostatik potensialning ekranlashish masofasidan anchayin kichik bo'ladi. Bu holda yupqa pardalarga o'xshash geterostruktura hosil bo'ladi (1.3-rasm.).

1.5-§. Delta-qatlamlar

Delta-qatlm qalinligi bir necha panjara doimiysiga teng bo'lgan legirlangan tor qatlamli hajmiy yarim o'tkazgich bo'ladi [5]. Kirishmalarning ionizatsiyasi

qaralayotgan qatlamda hosil bo'lgan tok tashuvchilar uchun kvantlashgan o'rani hosil qiluvchi elektrostatik maydon hosil boladi (1,4-rasm.). Delta-qatlamning o'ziga xos xususiyati tok tashuvchilarning yuqorida qayd qilingan strukturalarga ko'ra) katta miqdorli ikki o'lchamli konsentratsiyasini olish imkoni mavjudligidir. Biroq tok tashuvchilarning qatlam sohasidagi ionlashgan kirishmalarda sochilishining sezilarli bo'lishi hisobiga ularning harakatlanuvchanligi miqdoran kichik bo'ladi.

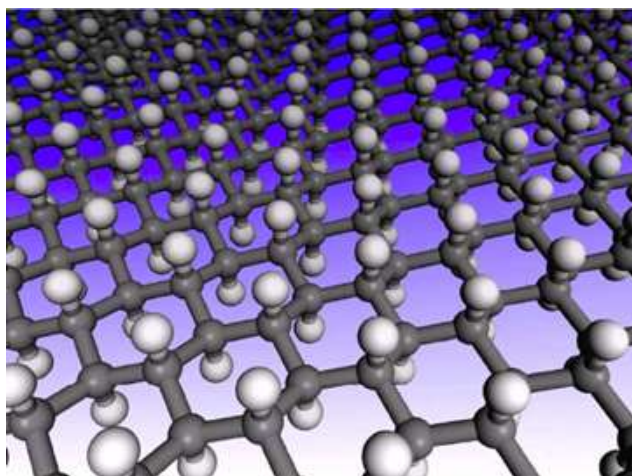


1.6-rasm. Grafenning molekulyar qatlamidan nanotrubka hosil qilishning tasavvuriy modeli [9]

1.6-§. Grafen

Bir atom qalinligida uglerod pardasi grafen deb nomlanadi (1,5--rasm) va uglerod atomlaridan tashkil topgan yassi parda bo'lib, eng yaqin qo'shnilar to'g'ri chiziq bilan tutashtirilsa, u holda muntazam oltiyoqni hosil qiladi (bunday qatlamlarning to'plami grafitni hosil qilgan bo'lar edi) [6]. Grafen o'ta mustahkam strukturadir [7]. Grafenning xarakterlitarafi issiqlik o'tkazuvchanligi va ulardagi tok tashuvchilar harakatlanuvchanligining o'ta katta ekanidadir [8].

Grafenni yaratuvchilar yangi material sifatida kelajagi porloq material sifatida qarashmoqda, xususan ulardan superkompyuterlar yaratish imkoni bor, chunki mantiqiy sxemalarning o'lchamlarini million marta kichiklashtirish imkoni tug'iladi.



1.7-rasm. Grafen.

Trubka shakliga keltirilgan grafen bunday g'ayritabiatli jismning modifikatsiyalardan biri va nanotrubka deb yuritiladi (1.6-rasm.)

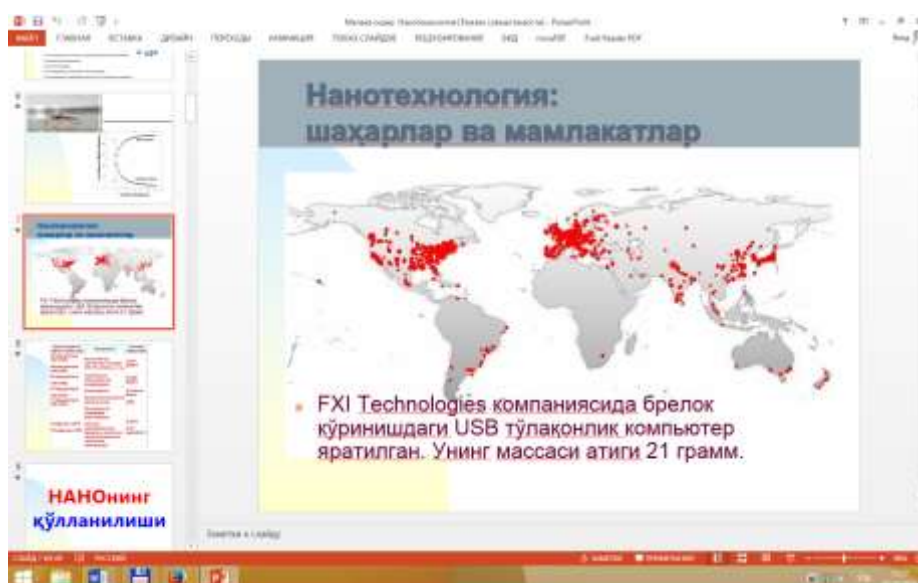
Nanotrubka-diametri bir necha o'nlab nanometr, uzunligi esa bir necha santimetr bo'lgan chizilgan va faqat uglerod atomlaridan tashkil topgan tsilindrik strukturadir, Grafen yupqa qatlamini nanotrubka shakliga keltirish nanotrubka o'qi va grafenning simmetriya o'qi orasidagi (eshilish

burchagi) bilan tavsiflanadi. Albatta, nanotrubka hech kim grafit yupqa qatlamini

eshib hosil qilmaydi. Nanotrubalar o'zlari, texnologiyaviy holatga ko'ra, hosil bo'ladi, masalan, yoyli razryad hosil bo'layotgan ko'mirli etektrodlar orasida hosil bo'ladi. Razryadda uglerod atomlari sirtidan bug'lanadi va bir biriari bilan birikib har xil ko'rinishdagi, masalan, bir va ko'p qatlamii hamda egilish burchaklari har xil bo'lgan nanotrubalarni hosil qiladi. Egilish burchagining miqdoriga qarabnanotrubalar metallar kabi yuqori o'tkazuvchanlikli ayrim xossalari esa yarimo'tkazgichlarning xossalari kabi bolishi mumkin [10].

Agar grafen gazsimon xidrogenga kiritilsa va gaz orqali elektr tok o'tkazilsa, u holda xidrogen molekulalari atomlarga ajraladi va asil namunaning atomlari bilan birikishib yangi jism-grafanni hosil qiladi. Xidrogen atomlari uglerod atomlariga tortilib navbatma navbat: biri "yupqa qatlam" ustidan, keyingisi ostidan joylashib biroz deformatsiyalangan yassi strukturani hosil qiladi (1.7-rasm). Elektr tokini o'tkazuvchi hisoblangan grafendan farqli o'laroq, hosil bo'lgan struktura-grafan dielektrik tabiatli bo'ladi. Tadqiqotchilarning fikrlariga ko'ra yangi materialning bunday xossasidan o'ta miniyaturali tranzistorlarni ishlab chiqarishda foydalanish imkoni yaratiladi, ya'ni grafenli elektronikaning yaratilishiga asos bo'ladi. Xidrogen atomlarining grafenga kiritilishi grafan regionlarini olish imkoniyatini yaratadi Xususan dielektrikning bunga o'xshash regionlari, masalan, asil materialda olingan qatlami o'tkazuvchan tasmlarga ajratish imkonini beradi. Bundan tashqari yangi material xidrogenli energiyaviyada ham qo'llanilishi mumkin . Xususan, tadqiqotchilarningxalqaro guruhi grafanni isitish atomar xidrogenni ajratib olish mumkin ligini ko'rsatdi. Eslatish joizki, xidrogenli energiyaning asosiy muammolardan biri xidrogenni saqlashning samaraviy metodlarini yaratishdir. Yana bir perspektiv yo'nalishlardan biri Issiqlik"ni bog'langan holatda, namunani grafan ko'rinishida saqlovchi materiallar yaratishdir [11].

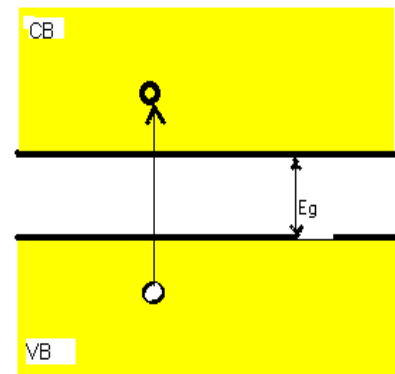
1 – slayd.



Yarim o'tkazgichlarda yorug'likning yutilishi. zonalararo optik o'tishlar

Ushbu bobda qattiq jismlar fizikasidagi elektronlar bilan elektromagnit nurlanishning o'zaro ta'siri, elektronlar bilan elektromagnit maydonning o'zaro ta'siri operatori, yutilishning fundamental polosa(tasma)(tasma)si-valent zonasi va o'tkazuvchanlik zonasi holatlari o'rtasidagi optikaviy o'tishlar, va bu holda bir elektronli yaqinlashishda optikaviy o'tishlarning matritsaviy elementi va holatlar zichligi, shuningdek, ruxsat etilgan va ta'qiqlangan vertikal(tik) optikaviy o'tishlar uchun yorug'lik yutilishidagi fundamental polosa(tasma)sisining chegarasi formasi (hajmiy material,kvantlashgan o'ralar, simlar va nuqtalar), nihoyat bir elektronli yaqinlashish muammolari nazariy tahlil qilingan.

Yarim o'tkazgichlarda yorug'likning yutilishi har xil tabiatli jarayonlar bilan uzviy bog'langandir. Yutilish jarayoni past chastotalardan, masalan,kristalldagi erkin elektronlar hamda atomlarning tebranish(fonon)larida yutilishdan boshlab, infraqizil, insongako'rinish va ultrabinafsha sohalarga tegishli chastotalarda ham boradi. Shuningdek, yarim o'tkazgich ta'qiqlangan zonasida joylashgan chuqur energiyaviy sathlarni o'yg'otishda rentgen nurlanishidan ham foydalaniladi.



Kelgusida, asosan, yorug'lik yutilishining fundamental polosa(tasma)siga mos keluvchi past chastotali yorug'lik ta'sirida kechadigan optikaviy hodisalar bilan shug'ullanamiz. Bu polosa(tasma)dagi yutilish spektri valent va o'tkazuvchanlik zonalari holatlari o'rtasidagikechadigan optikaviy o'tishlar bilan tavsiflanadi. Masalani soddalashtirish maqsadida valent zonasining holatlari tok tashuvchilar bilan to'la va o'tkazuvchanlik zonasining holatlari esa umuman bo'sh deb hisoblaymiz. Bunday holda tok tashuvchilarni optikaviy o'yg'otish uchun fotonning energiyasikamida ta'qiqlangan zona kengligi(E_g)ga teng bo'lishi talab etiladi. Kristallning davriy potensialida elektromagnit to'lqin maydoni ta'sirida harakatlanayotgan elektron

$$\hat{H} = \frac{\left(\hat{\vec{p}} + \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2}{2m} + V(\vec{r}) \quad (1.1)$$

gamiltonian yordamida tavsiflanadi; bu yerda $\hat{p}$, e vam -elektronning impuls operatori, zaryadi va massasi, $\vec{A}$ -elektromagnit to'liqning vektor potentsiali $\left(\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right)$, c -yorug'likning vakuumdagi tezligi, $V(\vec{r})$ -kristall panjaraning davriy potentsiali¹.

Agar yorug'likning intensivligi juda katta bo'lmagan hollarda elektromagnit to'liq vektor potentsiali qatnashgan hadlarnikichik qiymatli parametrlar sifatida qarash mumkin. Haqiqatan ham

$$\left(\hat{p} + \frac{e}{c} \vec{A}\right)^2 = p^2 \left(1 + 2 \frac{e}{c} \frac{\{\vec{p}\vec{A}\}}{p^2} + \left(\frac{e\vec{A}}{cp}\right)^2\right), Z = \frac{eA}{cp} = \frac{eE}{c\omega p} = \frac{e}{\omega p} \left(\frac{8\pi S}{c}\right)^{1/2}, \quad (1.2)$$

ω -elektromagnit to'liq chastotasi, $S = |E^2|c/(8\pi)$ -yorug'lik oqimi zichligi.

Z kattalikni miqdoran baholash uchun qator olimlar yorug'likning intensivligini 1Vt/sm^{-2} birligida olishni taklif etadi. Bu kattalik atmosfera chegarasidagi Qo'yosh nurlanishi oqimidan taqriban o'n marta kattadir. Bunday oqimli nurlanishni, ayni paytda, laboratoriyalarda olish unchalikkatta muammo emas. Masalan, yorug'likning chastotasi 10^{15}s^{-1} tartibida bo'lsa, u 0.6eV energiyali fotonni anglatadi. Bukattaliklarga mos keluvchi tavsifiy impuls

$$P_l \approx \frac{e}{\omega} \left(\frac{8\pi S}{c}\right)^{1/2} \approx 4 \times 10^{-31} \frac{\text{kg m}}{\text{s}} \text{ kabi bo'ladi. Biroq } 1 \text{ eV energiyali elektronning}$$

tavsifiy impulsi taqriban P_l kattalikdan taqriban million marta kattadir.

Umuman olganda, yarim o'tkazgichlarda yorug'lik yutilishining tahlilida elektron bilan elektromagnit to'liq o'rtasidagi o'zaro ta'sir operatorini quyidagicha yozish mumkin

$$H' = \frac{e}{mc} (\vec{A}\hat{p}) = -\frac{ie\hbar}{mc} (\vec{A}\nabla) \quad (1.3)$$

¹ Bu ifodani bir umrga yodda qoldirish fiziklar uchun foydadan xoli emas deb hisoblaymiz.

2-§. Yorug'lik to'lqini vektor-potensial va uning amplitudasi bilan fotonlar zichligi o'rtasidagi bog'lanishi

Aytaylik elektromagnit maydon ideal monoxromatik yassi to'lqin bilan tavsiflansin, ya'ni

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = A_0 \vec{e} \exp\{i[(\vec{\kappa}\vec{r}) - \omega t]\}$$

u holda elektr maydonkuchlanganligi

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \frac{i\omega}{c} \vec{A}$$

bo'lib, u tarqalish yo'nalishiga tikdir, ya'ni $\vec{e} \perp \vec{\kappa}$. Vektor potensialni quyidagiko'rinishdagi summa sifatida tasvirlaymiz

$$A(\vec{r}, t) = A_0 \exp\{i[(\vec{\kappa}\vec{r}) - \omega t]\} + A_0^* \exp\{-i[(\vec{\kappa}\vec{r}) - \omega t]\} = 2|A_0| \cos\{[(\vec{\kappa}\vec{r}) - \omega t]\}$$

Unga mos keladigan elektr maydonkuchlanganligi

$$E = 2 \frac{\omega}{c} |A_0| \sin[(\vec{\kappa}\vec{r}) - \omega t]$$

magnit maydonkuchlanganligi esa

$$H = |\text{rot}(\vec{A})| = 2\kappa |A_0| \sin[(\vec{\kappa}\vec{r}) - \omega t] = 2 \frac{\omega n}{c} |A_0| \sin[(\vec{\kappa}\vec{r}) - \omega t]$$

Bu holda elektromagnit maydon energiya zichligi quyidagi ifoda yordamida aniqlanadi

$$\frac{1}{8\pi} [n^2 \langle E^2 \rangle + \langle H^2 \rangle] = \frac{1}{4\pi} 4 \left(\frac{n\omega}{c} \right)^2 |A_0|^2 \langle \sin^2[(\vec{\kappa}\vec{r}) - \omega t] \rangle = \frac{1}{2\pi} \kappa^2 |A_0|^2$$

Ikkinchi tarafdin energiya zichligi ($\hbar\omega N$) va

$$|A_0| = \frac{\sqrt{2\pi N \hbar \omega}}{\kappa}$$

bu yerda N -hajm birligidagi fotonlar soni. Bu ifoda elektromagnit maydonning klassik(mumtoz) va kvantli tavsifi-fotonlar soni orqali ifodalangan.

2.1 §. Blox elektronining elektromagnit to'lqin bilan o'zaro ta'sir operatorining matritsaviy elementi

Shunday qilib, kelgusidak kvant mexanikasining «oltin qoidasi» dan foydalanishni e'tiborga olsak, u holda elektronlarning valent zonasi holatlaridan o'tkazuvchanlik zonasining butun spektrli holatlariga o'tish ehtimolligini quyidagicha aniqlaymiz

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} |M_v|^2 \delta(\hbar\omega - E_{C,v} + E_{V,i}) d\nu \quad (2.1)$$

Endi quyidakeltirilgan qo'zg'atuvchi operatorning matritsaviy elementini hisoblaylik

$$H' = -\frac{i\hbar e}{mc} A_0 \exp\{-i(\omega t) - (\vec{k}\vec{r})\}(\vec{e}\nabla). \quad (2.2)$$

Shuni e'tiborga olish zarurki, valent zonasi va o'tkazuvchanlik zonasidagi elektronlarning holat funksiyalarining aniq ko'rinishlarini bilmaymiz. Biroq bunday noma'lumlikni ham "aylanib o'tish" mumkin, ya'ni elektronlarning to'lqin funksiyalarini bilmasdan turib ham masalani talab darajasida hal etish mumkin. Buning uchun Blox teoremasidan kelib chiquvchi umumiy ifodadan foydalanamiz. Kristall panjaralarning davriy potensialida harakatlanayotgan elektronning to'lqin funksiyasini

$$\begin{aligned} \psi_{C,\vec{k}}(\vec{r}) &= \frac{1}{\sqrt{N}} u_{C,\vec{k}_C}(\vec{r}) \exp\{i(\vec{k}_C\vec{r})\}, \\ \psi_{V,\vec{k}}(\vec{r}) &= \frac{1}{\sqrt{N}} u_{V,\vec{k}_V}(\vec{r}) \exp\{i(\vec{k}_V\vec{r})\} \end{aligned} \quad (2.3)$$

kabi qayd qilish mumkin. Bu yerda $u_{n,\vec{k}_n}(\vec{r})$ - kristall panjaralarning davriga teng davrli davriy funksiya, n - qaralayotgan zonaning turi (valent yoki o'tkazuvchanlik zonasi yoxud boshqa zonalar), $\vec{k}$ - elektronning to'lqin vektori va uning yordamida impuls $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ munosabat yordamida aniqlanadi, N - kristalldagi elementar panjaralar soni. Bu holda har bir Brillyuen zonasi o'zining aniq $\varepsilon_n(\vec{k})$ dispersiyasiga egadir.

Shunday qilib, valent va o'tkazuvchanlik zonalar holatlari o'rtasidagi elektronning o'tish ehtimolligini aniqlash imkonini beruvchi matritsaviy elementi quyidagicha aniqlanadi

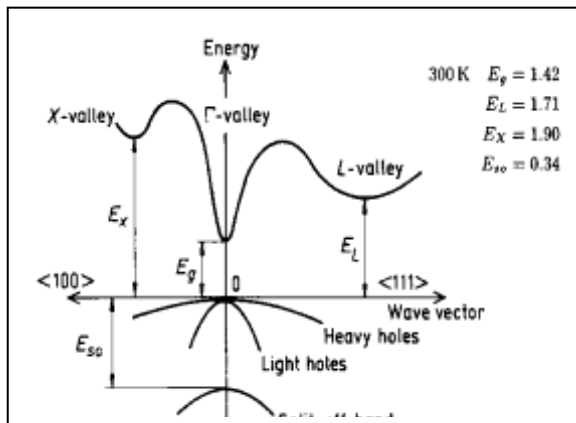
$$\begin{aligned}
\langle C, \vec{k}_C | H | V, \vec{k}_V \rangle &= \int d^3 r \psi_{C, \vec{k}_C}^* \hat{H} \psi_{V, \vec{k}_V} = \\
&= -\frac{i\hbar e}{mcN} A_0 \int d^3 r \left[u_{C, \vec{k}_C}^* \exp\{-i(\vec{k}_C - \vec{k})\vec{r}\} (\vec{e} \nabla u_{V, \vec{k}_V} \exp\{i(\vec{k}_V \vec{r})\}) \right] = \\
&= -\frac{i\hbar e}{mcN} A_0 \int d^3 r \left[\exp\{i(\vec{k}_V + \vec{k} - \vec{k}_C)\vec{r}\} \left(u_{C, \vec{k}_C}^* (\vec{e} \nabla u_{V, \vec{k}_V}) + i(\vec{e} \vec{k}_V) u_{C, \vec{k}_C}^* u_{V, \vec{k}_V} \right) \right] = \\
&= -\frac{i\hbar e}{mcN} A \sum_{\vec{m}} \exp\{i(\vec{k}_V + \vec{k} - \vec{k}_C) \vec{a}_{\vec{m}}\} \times \\
&\times \int_{\Omega} d^3 r \left[\exp\{i(\vec{k}_V + \vec{k} - \vec{k}_C)\vec{r}\} \left(u_{C, \vec{k}_C}^* (\vec{e} \nabla u_{V, \vec{k}_V}) + i(\vec{e} \vec{k}_V) u_{C, \vec{k}_C}^* u_{V, \vec{k}_V} \right) \right].
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Bu yerda Blox amplitudasining davriyligidan foydalandik vakristall hajmi bo'yicha olinadigan integraldan unga moskeladigan (kristallning) uch o'lchamli elementar uyachalar bo'yicha olinadigan summa bilan almashtirildi. Bunda tegishli geometriyaviy progressiya yuzagakeladi va uning yordamida hamda kristall sirtidagi davriy chegaraviy shartlarni e'tiborga olsak, u holda

$$\sum_{\vec{m}} \exp\{i(\vec{k}_V + \vec{k} - \vec{k}_C) \vec{a}_{\vec{m}}\} = N \delta_{\vec{k}_C, \vec{k}_V + \vec{k}} \tag{2.5}$$

munosabatga ega bo'lamiz, ya'ni oralik hisoblashlarda $\vec{k}_C = \vec{k}_V + \vec{k}$ kvaziimpulsning saqlanish qonunidan foydalanildi.

Yutilayotgan yorug'likning to'lqin uzunligi panjara doimiyligidan kichik bo'lganligi bois o'tkazuvchanlik va valent zonalaridagi elektronlar to'lqin vektorining $\vec{k}_C - \vec{k}_V$ farqini birinchi Brillyuen zonasi kengligiga nisbatan kichik qiymatli deb hisoblash mumkin va bitta elementar uyacha bo'yicha olingan integralga e'tibor qaratmasa ham bo'laveradi. U holda elektonlarning boshlang'ich va oxirgi holatlarining Blox amplitudalarini o'zaro ortogonal deb hisoblash mumkin. Bu holda



$$\langle C, \vec{k}_C | H | V, \vec{k}_V \rangle = \frac{e}{mc} A \int_{\Omega} d^3 r u_{C, \vec{k}_C}^* (\vec{e} \hat{p}) u_{V, \vec{k}_V}, \tag{2.6}$$

ya'ni optikaviy o'tishlar matritsaviy elementining valent va o'tkazuvchanlik zonalari holatlarining Blox amplitudasiga nisbatan hisoblangan $\vec{p}_{cv} = -i\hbar \int_{\Omega} d^3r u_{C,\vec{k}_C}^* \nabla u_{V,\vec{k}_V}$ impuls operatorining matritsaviy elementiga to'g'ri mutanosiblik kelib chiqadi. Shuni qayd qilish o'rinliki, *keyn modelidagi bu matritsaviy element elektron va yengil kavakning effektiv(samaraviy) massasini aniqlaydi. Bu esa ushbu massalarni bilgan holda optikaviy o'tish matritsaviy elementini baholash imkonini beradi.*

Endi optikaviy o'tishlar ehtimolligi

$$W_{cv} = \frac{2\pi V}{\hbar(2\pi)^3} \left(\frac{eA}{mc} \right)^2 \sum_{\mu\mu'} \int d^3k \left| \left(\vec{e}\vec{p}_{\mu\mu'}(\vec{k}) \right) \right|^2 \delta(\varepsilon_C(\vec{k}) - \varepsilon_V(\vec{k}) - \hbar\omega) \quad (2.7)$$

xususida fikr yuritamiz, chunki u bilan yorug'likning yutilish koeffitsiyenti hisoblanadi.

(2.1) munosabat yordamida oxirgi ifodanikeltirib chiqarishda holatlarning kvantkattaliklariga nisbatan olingan summa(yig'indi)ni boshlang'ich(yoki oxirgi) holatlar to'lqin vektorlari bo'yicha integrallash bilan almashtirildi. Tabiiyki, bunday holatlar soni kristallning hajmiga to'g'ri mutanosibdir. Bu holda holatlarning spinlari bo'yicha ham summaga e'tibor qaratilishi shart². Ko'pgina optikaviy hodisalarda, masalan, yassi qutblangan elektromagnit to'lqin fotonlari ta'sirida tok tashuvchilar impulslarining tizginlashishi yoki sirkulyar qutblangan elektromagnit to'lqin fotonlari ta'sirida esa tok tashuvchilar momentlarining orientatsiyalanishida tok tashuvchilarning spinlariga e'tibor qaratish shart, aks holda xatolikka yo'l qo'yiladi. Bunday hollarga keyinroq alohida to'xtalamiz.

Endi optikaviy o'tishlar ehtimolligi bilan yorug'likning yutilish koeffitsiyenti o'rtasidagi bog'lanishni aniqlaylik. Bunda W kattalkni vaqt birligi ichidak kristallning hajmida yutilayotgan fotonlarning sonini anglatadi. Yassi yorug'lik to'lqinining fotonlari oqim zichligi $N_{ph}v = N_{ph}c/n$ bo'lib, c va n - yorug'likning vakuumda tarqalish tezligi va yoning muhitdagi sindirish ko'rsatkichi. U holda (1.10) ifodani e'tiborga olsak, u holda yorug'likning yutilish koeffitsiyenti

$$\alpha = \frac{W_{cv}n}{VN_{ph}c} = \frac{1}{\pi} \frac{e^2}{m^2cn\omega} \sum_{\mu,\mu'} \int d^3k \left| \left(\vec{e}\vec{p}_{\mu,\mu'}(\vec{k}) \right) \right|^2 \delta(\varepsilon_C(\vec{k}) - \varepsilon_V(\vec{k}) - \hbar\omega). \quad (2.8)$$

Endi tekshirilayotgan yarim o'tkazgichlarning simmetriyasiga e'tibor qarataylik. Masalan, galliy arsenid yarim o'tkazgichi valent zonasining tubi va o'tkazuvchanlik zonasining shipi Brilliyen zonasining markazida joylashgan bo'lib ³, spin e'tiborga olinsa, valent zonasidagi holatlar to'rtkarrali aynigan(tuslangan), Brilliyen zonasining markazidan tashqarida esa ikkikarrali tuslangan yengil va og'ir kavaklar tarmog'idan iborat bo'ladi. Shuningdek *PbSe* va *PbS* yarim o'tkazgichlari valent zonasining tubi va o'tkazuvchanlik zonasining shipi uchinchi tartibli simmetriya o'qlari bo'ylab yo'nalgan o'qlarda, masalan, $\langle 111 \rangle$ o'qida joylashgandir. Yarim o'tkazgichlar zonasining bunday murakkab tuzilishi, tabiiyki, ayrim nazariy hisoblashlarning murakkablashishiga olibkeladi.

Zona ekstremumi atrofida tok tashuvchilarning energiyaviy dispersiyasini

$$\begin{aligned}\varepsilon_c(\vec{k}) &\approx \varepsilon_c(\vec{k}_0) + \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{(k_1 - k_{01})^2}{m_{c1}} + \frac{(k_2 - k_{02})^2}{m_{c2}} + \frac{(k_3 - k_{03})^2}{m_{c3}} \right), \\ \varepsilon_v(\vec{k}) &\approx \varepsilon_v(\vec{k}_0) - \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{(k_1 - k_{01})^2}{m_{v1}} + \frac{(k_2 - k_{02})^2}{m_{v2}} + \frac{(k_3 - k_{03})^2}{m_{v3}} \right)\end{aligned}\quad (2.9)$$

(1.21)ko'rinishda qayd qilish mumkin⁴.

Shunday qilib, (1.21) e'tiborga olinsa, u holda

$$\alpha = \frac{W_{cv}n}{VN_{ph}c} = \frac{1}{\pi} \frac{e^2}{m^2 cn \omega} \sum_{\mu, \mu'} \int d^3k \left| \left(\vec{e} \vec{p}_{\mu, \mu'}(\vec{k}) \right) \right|^2 \delta \left(\frac{\hbar^2}{2} \sum_i \frac{(k_i - k_{0,i})^2}{\mu_i} - (\hbar \omega - E_g) \right). \quad (2.10)$$

Bu yerda $E_g = \varepsilon_c(\vec{k}_0) - \varepsilon_v(\vec{k}_0)$, $\mu_i^{-1} = m_{c1}^{-1} + m_{v1}^{-1}$ kelgusida zonaning ekstremumi yaqinidagi sohalarda joylashgan tok tashuvchilar bilan qiziqqanligimiz bois, nafaqat energiyaviy dispersiyani, balki impuls operatorining matritsaviy elementini ham $(\vec{k} - \vec{k}_0)$ bo'yicha qatorga yoyamiz:

$$\left(\vec{e} \vec{p}_{\mu, \mu'}(\vec{k}) \right) = \left(\vec{e} \vec{p}_{\mu, \mu'}(\vec{k}_0) \right) + \left[\frac{\partial}{\partial k_\alpha} \left(\vec{e} \vec{p}_{\mu, \mu'}(\vec{k}) \right) \right]_{\vec{k}=\vec{k}_0} (\vec{k} - \vec{k}_0) \quad (2.11)$$

Agar valent va o'tkazuvchanlik zonalari o'rtasidagi $(\vec{e} \vec{p}_{\mu, \mu'}(\vec{k}_0)) \neq 0$ munosabatni qanoatlantiradigan optikaviy o'tishlar ruxsat etilgan optikaviy o'tishlar deyiladi. Bunday o'tishlarda impuls operatorining matritsaviy elementini tok

tashuvchilar to'liqin vektoriga bog'liq emas deb hisoblaymiz. U holda (2.10) integral optikaviy o'tishlarkechayotgan holatlarning zichligini hisoblashning aynan o'zi bo'lib qoladi, ya'ni

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{W_{cv}n}{VN_{ph}c} = \frac{1}{\pi} \frac{e^2}{m^2 cn \omega} \sum_{\mu, \mu', \vec{k}_0} \left| \left(\vec{e} \vec{p}_{\mu, \mu'}(\vec{k}_0) \right) \right|^2 \int d^3 k \delta \left(\frac{\hbar^2}{2} \sum_i \frac{(k_i - k_{0,i})^2}{\mu_i} - (\hbar \omega - E_g) \right) = \\ &= \frac{4\pi}{\pi} \frac{e^2}{m^2 cn \omega} \sqrt{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \sum_{\mu, \mu', \vec{k}_0} \left| \left(\vec{e} \vec{p}_{\mu, \mu'}(\vec{k}_0) \right) \right|^2 \int k'^2 dk' \delta \left(\frac{\hbar^2}{2} (k')^2 - \hbar \omega - E_g \right) = \\ &= \frac{4e^2}{m^2 cn \omega \hbar^3} \sqrt{2\mu_1 \mu_2 \mu_3} \sum_{\mu, \mu', \vec{k}_0} \left| \left(\vec{e} \vec{p}_{\mu, \mu'}(\vec{k}_0) \right) \right|^2 (\hbar \omega - E_g)^{1/2}.\end{aligned}\quad (2.12)$$

Shunday qilib, qaralayotgan modelgako'ra agar foton energiyasi E_g ta'qiqlangan zonakengligidankichik bo'lsa, u holda yorug'likning yutilish koeffitsiyenti nolga teng, aksincha esa uning spektral bog'lanishi $\sqrt{\hbar \omega - E_g}$ kabi aniqlanadi.

Endi $C^{\alpha\beta} = \sum_{\mu, \mu', \vec{k}_0} p_{\mu, \mu'}^{(\alpha)} p_{\mu', m}^{(\beta)}$ tenzorni aniqlashkerak. Agar impuls operatori-ning matritsaviy elementlari aniq bo'lsa va optikaviy o'tishlarda ishtirok etgan energiyaviy vohalar bo'yicha yig'ib chiqilsa, u holda bu tenzorni hisoblash imkoni yaratiladi, biroq uning aniqko'rinishi qaralayotgan namunaning simmetriyasiga bog'liqdir. Masalan, kub simmetriyalik kristallar uchun ikkinchi tartibli tenzor skalyardir: $C^{\alpha\beta} = C \delta_{\alpha, \beta}$.

Endi ta'qiqlangan optikaviy o'tishlar e'tiborga olingan hisoblashlarni amalga oshiraylik. Bu holda optikaviy o'tishlar matritsaviy elementi moduliningkvadrati

$$\left[\left[\frac{\partial}{\partial k} \left(\vec{e} \vec{p}_{\mu, \mu'}(k) \right) \right]_{\vec{k}=\vec{k}_0} \vec{k}' \right]^2 = \sum_{\alpha\beta} e_\alpha e_\beta \sum_{\substack{\mu, \mu' \\ \gamma, \lambda}} \frac{\partial}{\partial k'_\gamma} p_{\mu, \mu'}^\alpha \frac{\partial}{\partial k'_\lambda} p_{\mu', \mu}^\beta k'_\gamma k'_\lambda. \quad (2.13)$$

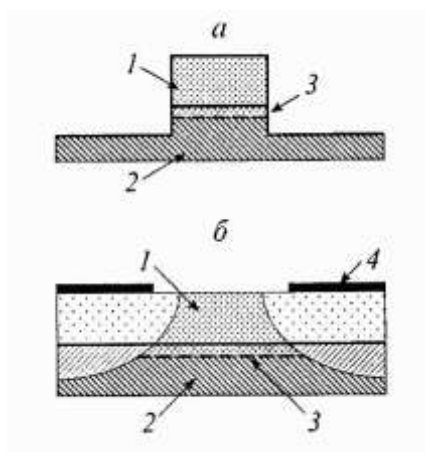
Shunday qilib, (1.24) ifodaning o'rniga quyidagi munosabatni olamiz

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{W_{cv}n}{VN_{ph}c} = \frac{1}{\pi} \frac{e^2}{m^2 cn \omega} \sum_{\substack{\mu, \mu', \gamma, \lambda \\ \vec{k}, \alpha, \beta}} e_\alpha e_\beta \frac{\partial}{\partial k_\gamma} p_{\mu, \mu'}^\alpha \left| \frac{\partial}{\partial k_\lambda} p_{\mu, \mu'}^\beta \right|_{\vec{k}=\vec{k}_0} \sqrt{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \mu_\gamma \mu_\lambda} \\ &\times \int d^3 k' k'_\gamma k'_\lambda \delta \left(\frac{\hbar^2}{2} k'^2 - (\hbar \omega - E_g) \right) = C (\hbar \omega - E_g)^{3/2}.\end{aligned}\quad (2.14)$$

2.2-§. Kvantlashgan iplar

Tok tashuvchilari bittagina yo'nalishda erkin bo'lgan, qolgan ikki yo'nalishdagi harakatlari cheklangan strukturalar kvantlashgan ip (KI) yoki sim hisoblanadi. Shunday qilib, oxirgi tur strukturalarning tok tashuvchilar energiyaviy spektrida bittagina had-ip yo'nalishidagi energiyasi uzluksiz, qolgan qo'shiluvchilari esa mos yo'nalishdagi strukturaning o'lchamiga bog'liq holda diskret qiymatlarni qabul qiladi, chunki ikki yo'nalishda kvantlashish sodir bo'ladi. Bunday strukturalarning tok tashuvchilari biro'lchamli elektronli gaz hisoblanadi. Kvantlashgan iplarni hosil qilishda asosan yakkalanganeterostrukturalardan foydalaniladi. Litografik protseduralar yordamida ikki o'lchamli tok tashuvchilar harakatini qolgan yo'nalishda ham cheklash mumkin. Bu holga ikki o'lchamli gazda tor tasma «qirqib olish» (1.8 a-rasm) yoki strukturaning sirtiga yarim o'tkazgich bilan Shottki kontaktini hosil qiluvchi va tor tirqishga ega bo'lgan metall dan yasalgan qatlam surkab erishish mumkin (1.8 b-rasm). Oxirgi holda kontaktdagi maydon ikki o'lchamli tok tashuvchilarni tirqish sohasiga haydab, u sohada bir o'lchamli gazni hosil qiladi. Metall kontaktga tushirilgan kuchlanishni o'zgartirib, ya'ni maydonni o'zgartirib kvantlashgan ip qalinligi va tok tashuvchilar konsentratsiyasini o'zgartirish mumkin bo'ladi.

2.3-§. Kvantlashgan nuqtalar



2.1-rasm. Submikronlitolografiya yordamida kvantlashgan ipli geterostrukturalar: (a) namunaning o'zidan olingan struktura; (b) Shottki kontaktdan lingan struktura [1]. 1 – AlGaAs; 2 – GaAs; 3 – elektronligaz; 4 – metallizatvor.

Tok tashuvchilarining barcha yo'nalishlarga nisbatan harakati cheklangan, ya'ni tok tashuvchilari uch o'lchamli potensial o'radan iborat bo'lgan strukturalar kvantlashgan nuqta (KT) yoki uch o'lchamli cheklangan o'ra deb nomlanadi. Bunday strukturalardagi tok tashuvchilar gazi nul o'lchamli tizim hisoblanadi.

Kvantlashgan nuqtalarni tayyorlash (kvantlashgan iplarni tayyorlash kabi) usullaridan biri submikronli litografiya metodidir. Buning uchun ikki o'lchamli strukturada texnologiyaviy ishlov berish usulini o'zgartirish talab etiladi. Bunda iplarning alohidaolingan tasmalariga tegilmaydi, ya'ni alohida qolgan doiralar yoki boshqa tur yassi shakllarga ta'sir etiladi. Yoki, aksincha geterostrukturalarga alohida yassi sohalarni tashkil etgan va kvantlashgan nuqtalarni beruvchi metalli qoplama bilan ishlov beriladi (1.9-rasm). Submikronli litografiyaning kamchiligi yetarli darajada qimmatligi va kvantlashgan nuqtalar hosil bo'luvchi chetki sohalar o'lchamlarining geterostruktura o'sish yo'nalishiga nisbatan olingan o'lchamlariga nisbatan tabiiy cheklanishlarining mavjudligidir.

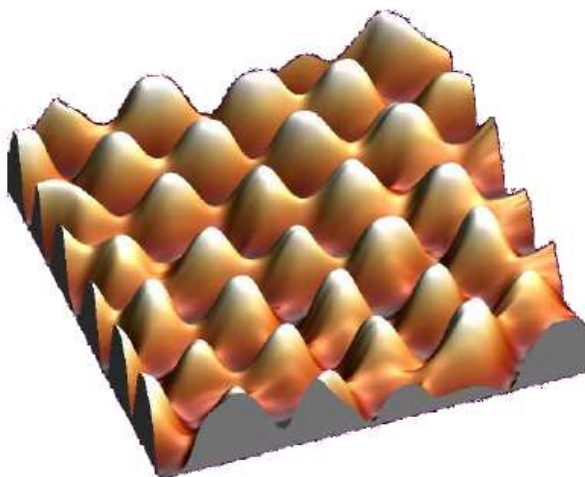
Kvantlashgan nuqtalarning perspektiv yo'nalishlaridan o'z o'zidan tashkillanuvchi(hosil bo'luvchi) effektlar metodi bo'lib, bu holda aniq bir o'lchamli nanostrukturalar o'sishi jarayonida yuzaga keladigan ichki kuchlar hisobiga o'z o'zidan sodir bo'ladi. Bunday tur metodga shishali matritsa ustida kvantlashgan nuqtalarni o'ta to'yingan eritmasidan hosil qilishni misol tariqasida keltirish mumkin. Bunday jarayon kristall strukturasi kristallitlarda yarim o'tkazgich atomlarining o'sish markazi tomon yo'nalgan diffuziyasi bilan tavsiflanadi.

Dastlab kristallitlarning o'sishi vaqtga nisbatan monoton kechadi va ularning o'lchamlari har xil bo'ladi, so'ngra to'yinish kamayib boradi va atomlarning kristallitlar orasida ularning o'lchamlari bir xil bo'lishiga intiltiruvchi qayta taqsimoti ham sodir bo'ladi.

Kristallitlarni o'stirishning ikkinchi usuli kvantlashgan nuqtalar qatlamini hosil qilish imkonini beruvchi yarim o'tkazgichlarning panjara parametrlari orasida nomoslik sezilarli bo'luvchi geteroepitaksiyasidir. Bunday tur strukturalarning o'sishida taglikda o'sayotgan yarim o'tkazgich atomlarning hali alohida qatlam bo'lib ulgurmagan holda taglikda atomlarning orolchalari sodir bo'ladi. Geterochegarada hosil bo'ladigan elastik kuchlanishva sirt kuchlanishi kuchlari hisobiga sirdagi orolchalarning o'lchamlari unchalik bir biridan farq qilmagan bo'ladi va ular bir necha nanometr bo'lib, taglik sirtida o'ziga xos davriy panjarani hosil qiladi. Agar orolcha materiali hisoblangan yarim o'tkazgichlarning ta'qiqlangan zonalar kengliklari taglikning ta'qiqlangan zona kengligidan kichik bo'lsa, orolchalar kvantlashgan nuqtalarni tashkil etadi (2.1-rasm).

2.4-§. O'ta panjaralar

Tok tashuvchilarning oraliq fazolari orqali o'tishi sodir bo'ladigan kvantlashgan ob'ektlar—kvantlashgan o'ralar, iplar, nuqtalar to'plamida tashkil topgan sun'iy struktura o'ta panjaralar (O'P) deb nomlanadi. Kvantlashgan ob'ektlari davriy almashib keladigan o'ta panjaralar nodavriy va kvazidavriy o'ta panjaralar hisoblanadi. Demak, KO', KI va KNIlardan tashkil topgan o'ta panjara



2.2-rasm. GaAs sirtida o‘stirilgan o‘z-o‘zidan tartiblanuvchan InAs kvantlashgan nuqtalar sistemasi [1].

hosil qilish mumkin. Alohida olingan kvantlashgan ob’ektlari orasida tok tashuvchilar oqimi sodir bo’ladigan O’P vertikal o’ta panjara deyiladi va izolirlangan KO’ va Kllardagi tok tashuvchilar oqimidan tabiatan farq qiladi va bunday struktura planar o’ta panjaralar deb yuritiladi. Shunga ko’ra O’P vertikal oqimli past o’lchamli strukturalar deb yuritiladi. Agar qaralayotgan strukturalarda tok tashuvchilar kvantlashgan ob’ektlariaro vertikal oqimiga imkoniyat bo’lmasa, u holda ko’plab izolirlangan KO’, Kl, KNlarning strukturasi deb tushuniladi. Bunday strukturalarning xossalari, odatda, alohida olingan kvantlashgan ob’ektlarning xossalari mos keladi.

Xossalari tabiiy sodir bo’lmaydigan, ya’ni tabiatda uchramaydigan sun’iy davriy strukturalar ideyasi I.V.Keldbish tomonidan 1962 yil berilgan va nazariy asoslangan edi. Bu g’oya xossalari avvaldan tanlangan qat’iy davriy sun’iy strukturalar imkonini beruvchi molekulyar-nurli epitaksiya (MNE) texnologiyasi yaratilgandan so’ng amalga oshirildi. 1970 yil Esaki va Tsu molekulyar-nurli epiaksiya metodi yordamida legirlashning turlarini yoki qattiq eritmaning tarkibini o’zgartirib kristallda o’lchami elektron to’lqin uzunligidan kichik bo’lgan bir o’lchamli davriy potensialni hosil qilish mumkinligini ko’rsatishgan. Bunda tadqiqotchilar e’tiborni kompozitsion o’ta panjara hosil qilishga qaratishgan va bunday strukturlarda o’ziga xos-g’ayritabiiy kinetik xossalarga ega bo’lishini ta’kidlashgan. So’ngra o’tgach Deler «legirlangan» O’Plarning elektronli xossalarini tekshirib, nipi—kristallarga xos tomonlarini ochib tashlagan. O’sha davrdan boshlab ko’plab ilmiy tadqiqot laboratoriyalarida yangi davriy strukturalar olishga e’tibor berishgan. Bunga harakatga asosiy sabab yuqorida qayd qilingan materiallarda noordinar fizik xossalarning sodir bo’lishi va ularning qattiq jismlar va optoelektronika sohasida keng qo’lanilishi mumkinligi, effektivligi katta

bo'lgan funksional yangi qurilmalarning yaratish imkoniyatining mavjudligi sabab bo'lgan. Bugungi kunda eng ko'p tadqiq qilingan davriy o'ta panjaralar kvantlashgan potensial o'ralardir [13]. Ularga yarim o'tkazgichli kompozitsion va legirlangan hamda yarim metall-yarim o'tkazgich strukturasi va MDYaO' strukturaga asoslangan o'ta panjaralar kiradi [14]. Barcha o'ta panjaralar ikki-kontrovariant va kovariant guruhlarga tabaqalashtirilgan. Kontrovariant yoki birinchi tur o'ta panjaralarda, kovariant o'ta partjaralardan farqli o'laroq, elektronlarning va kovaklarning kvantlashgan potensial o'ralari tabiatan bir xil bo'ladi, ya'ni ular impuls fazosida biri ikkinchisidan ajratilmagan. Shu sababli ulardan tok tashuvchilarning vertikal zonalararo o'tishlari mavjud bo'lganligi sababli kvantlashgan potensial o'ralardan tashkil topgan o'ta panjaralar ikki va uch o'lchamli elektronli sistemalarning oraliq sohasida bo'ladi.

2.5-§ Yarim o'tkazgichli kompozitsion o'ta panjaralar

Kompozitsion o'ta panjaralar qatlamlari har xil yarim o'tkazgichlardan, ya'ni geterostruktura asosida o'stirilgan davriy takrorlanuvchi strukturalardir. Ular turkumigakuchlanishli (deformatsiyalangan) qatlamli va politip o'ta panjaralar kiradi (2,2-rasm).

Ikki qo'shni yarim o'tkazgichli qatlamlarining kristall panjaralari doimiyliklari miqdoran bir biriga juda yaqin bo'lgan davriy strukturalar izodavriy kompozitsion o'ta panjara deyiladi. Bunday strukturalarning geterochegarasi nuqsonlarsiz bo'ladi va bu hol kvantlashgan effektlarni yorqin kuzatish imkoniyatini yaratadi. Bugungi kunda eng ko'p tadqiq qilingan o'ta panjaralardan eritma parametri $x < 0.35$ bo'lgan $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ qattiq eritmadan hosil qilingan kontrovariant o'ta panjaralardir. Bunday strukturaning zonaviy diagrammasi 1.11 a-rasmda tasvirlangan. Bitta tor zonali yarim o'tkazgich GaAs qatlamida elektron va kavaklar uchun kvantlashgan potensial o'ralarning mavjudligi o'tkazuvchanlik va valent zonalarining geterochegarada sakrab o'zgarishi miqdoran har xil ishorali bo'lishidadir.

Ikkinchi tur izodavriy o'ta panjaralarga (1.11 b-rasm) $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}/\text{GaSb}_{1-y}\text{As}_y$ ($u=0.082 + 0.918x$) qattiq eritma asosida olingan davriy strukturani misol qilib Kuchlanishli qatlamli izodavriy o'ta panjarada yarim o'tkazgich qatlamlarning kristali panjaralar doimiyliklari farq qiladi. Natijada davriylikka nisbatan moslik bo'lmaganligi bois geterochegarada hosil bo'lgan qo'shimcha nuqsonlar qatlamning qalinligini kichrayтира borib, ichki elastic kuchlanishlar hisobiga kristall panjaralarning moslashish sodir bo'ladi. Bunday tur o'ta panjara $\text{GaAs}/\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}_x\text{GaAs}/\text{GaAs}_x\text{P}_{1-x}$, $\text{GaP}/\text{GaAs}_x\text{P}_{1-x}\text{ZnS}/\text{ZnSe}$, GaSb/AlSb geterostrukturalar asosida hosil qilingan [14]. Politip kompozitsion o'ta panjaralarda bir davrda kamida ikki har xil qatlamdan iborat bo'ladi (1.11-rasm). keltirish mumkin . Bunday strukturalarning ikki imkonli zonaviy diagrammasi 1.12 rasmda

tasvirlangan, bo'lib bunda ta'qiqlangan zonalari o'zaro kesishishi (a) va o'zaro kesishmasligiga (b) e'tibor qaratilgan. Har ikkala holda ham elektronlarning kvantlashgan o'rasi bir qatlamda bo'lsa, kavaklar uchun kvantlashgan o'ra esa boshqa qatlamda bo'lib, o'tkazuvchanlik va valent zonalarining geterochegarada sakrab o'zgarishi miqdoran bir xil ishorali bo'ladi. Eng ko'p tadqiq qilingan bunday o'ta panjara turkumiga bir davr kamida uchta har xil jismdan iborat bo'lgan va asosmateriali -A-AISb (13.136 Å), B-GaSb (13.095 Å), C-InAs (13.058 Å) bo'lgan strukturalardir. A,B, C harflar qatlamlarni ifodalaydi. Qavslarda yarim o'tkazgichlar kristall panjaralari qayd qilingan, 1.13 a rasmda bu yarim o'tkazgichlar zonalarining chetlari vacuum sathga nisbatan tasvirlangan. Qaralgan politip o'ta panjara BAC, ABCA, ACBCSA va hk. elementlarning davriy takrorlanishi bilan hosil qilinadi. 1.13 b rasmda AVS va AVAS davrli politip o'ta panjaralarning energiyaviy diagrammasi tasvirlangan [14]. Rasmdagi G, I, Xharflar Brillyuen zonasi nuqtalariga tegishli.

2.6-§. Yarimmetall-yarim o'tkazgich tip o'ta panjara

Infraqizil nur fotodetektorlari kabi ishlatiladigan va eng ko'p tadbqiq qilingan o'ta panjara $Cd_xHg_{1-x}Te$ ($0 < x < 0.16$) potumetal! va CdTe yarim o'tkazgichlardan hosil qilinadi. 1.14 rasmda bu qatlamlar oralig'idagi geteroo'tishning energiyaviy diagrammasi tasvirlangan. Bu diagrammaga ko'ra zo'nalar chetlarining sakrab o'zgarishi (va uning kengligi CdTe (1.49 eV) yarim o'tkazgich ta'qiqlangan zo'nasi kengligiga teng bo'ladi) faqat o'tkazuvchanlik zo'nasigagina tegishli bo'lganligi bois kvantlashgan o'ra faqat elektronlar uchun mavjud bo'ladi. Ta'kidlash joizki, o'tkazuvchanlik zo'nasi tubining sakrab o'zgarishi to'lg'in funksiyalar simmetriyasining o'zgarishiga olib kelsa, u holda spin e'tiborga olinsa, u holda CdTe yarim o'tkazgichidagi ikki karrali aynigan holatlar $Cd_xHg_{1-x}Te$ yarim o'tkazgichdagi to'rt karrali aynigan holatlarga olib keladi.

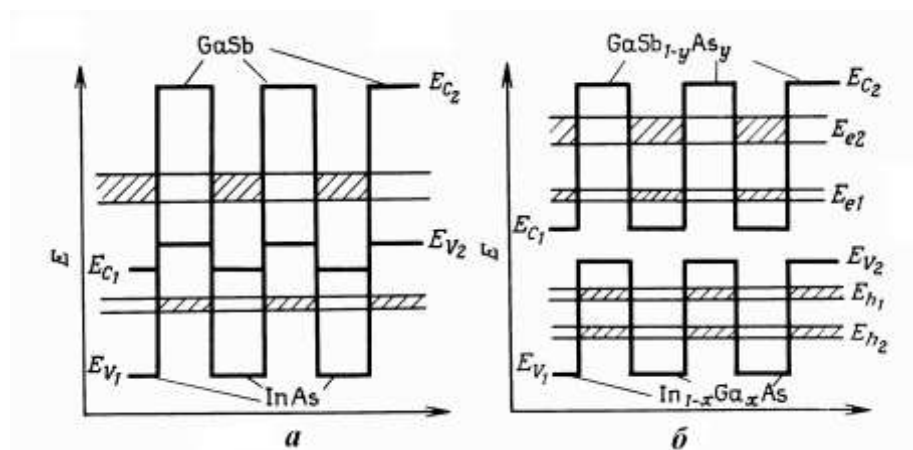
2.7-§.Kremniy asosida o'stirilgan o'ta panjara va MDYAo'-struktura

Agar hozirgi zamon mikroelektronikasining asosiy elementi Si bo'lganligi bois bu yarim o'tkazgich asosida o'ta panjara hosil qilish uchun alohida texnologiyaviy muhit yaratiladi Ayni paytda Si/Si_{1-x}Ge_x va gidroenezirlangan amorfli kremniy (a-Si:H) va gidroenezirlangan amorfli gemianiy (a-Ge:H), yoki kremniy ipridi (a-Si_{1-x}N_x:H), yoki kremniy karbidi (a-Si_{1-x}C_x:H) asosidagi monokristalli o'ta panjaralar ishlab chiqarilgan. Bunday o'ta panjaralargeterochegarasi nuqsonsiz va amalda silliq sirtli bo'lsa-da, izodavriy hisoblanmaydi [14].

Kremniy asosli o'ta panjaralarni MOYAO'-strukturalar (metall-oksid kremniya- kremniy) strukturalar yordamida hosil qilishi mumkin va u MDYAo'-struktur (metall- dielektrik-yarim o'tkazgich) strukturaning xususiy holidir.

MDYaO'-struktura asosidagi o'ta panjara dielektrik sirtiga o'rnatilgan yupqa parallel metall iplarga setkali elektrodlar o'rnatish bilan hosil qilinadi [14]. Elektrodga yarim o'tkazgichning ta'qiqlangan zona kengligi miqdorida V_z kuchlanish berilsa, u holda inversion qatlamlarda elektronlar uchun bir o'lchamli davriy potensial hosil bo'ladi.

Kremniy asosli o'ta panjaralarni MOYAO'-strukturalar (metall-oksid kremniya- kremniy) strukturalar yordamida hosil qilishi mumkin va u MDYaO'-struktur (metall- dielektrik-yarim o'tkazgich) strukturaning xususiy holdir. MDYaO'-struktura asosidagi o'ta panjara dielektrik sirtiga o'rnatilgan yupqa parallel metall iplarga setkali elektrodlar o'rnatish bilan hosil qilinadi [14]. Elektrodga yarim o'tkazgichning ta'qiqlangan zona kengligi miqdorida V_z kuchlanish berilsa, u holda inversion qatlamlarda elektronlar uchun bir o'lchamli davriy potensial hosil bo'ladi.



2,3-rasm. Ta'qiqlangan zonalari o'zaro kesishgan (a) va kesishmagan (b) $In_{1-x}Ga_xAs / GaSb_{1-y}As_y$ asosida olingan ikkinchi tip o'ta panjara zonaviy diagrammsi [14].

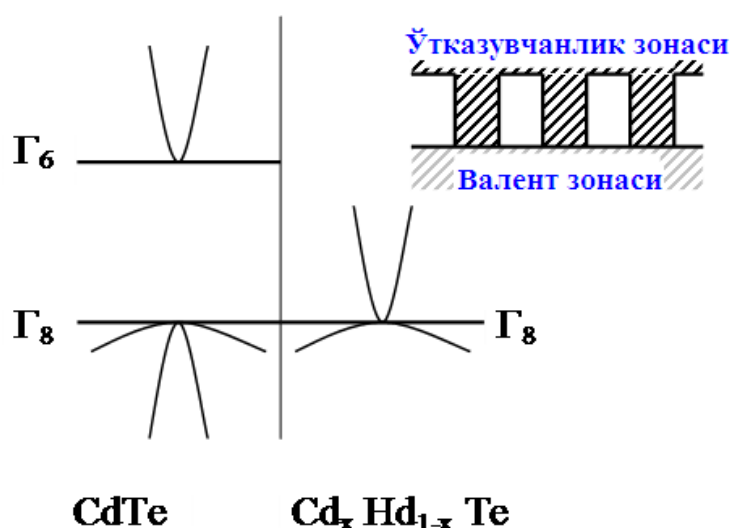
Legirlangan o'ta panjaralar

Qatlamlari donor va akseptorlar bilan legirlangan bir xil yarim o'tkazgichdan hosil qilgan va bunday qatlamlari davriy va navbatma navbat takrorlanuvchi kvantlashgan potensial o'ralardan tashkil topgan davriy legirlangan o'ta panjara deb yuritiladi, Bunday strukturalarda elektronlar n-tip qatlam donoridan keyin p—tip qatlam akseptoriga o'tadi. Yetarlicha yupqa sohada zaryadlarning fazoviy taqsimlanishi davriy takrorlanuvchi parabolik potensial - o'ralar to'plamini hosil qiladi. Bu o'ralar elektronlar uchun n—tip qatlamda, kavaklar uchun esa p—tip qatlamda joylashadi (2.5 rasm). Shunday qilib legirlangan O'P kovariant yoki ikkinchi tip o'ta panjara hisoblanadi (1.11b rasm). Ayrim o'ta panjaralarda n va p—tip qatlamlar xususiy o'tkazuvchanlikli qatlamlar bilan ham ajratiladi. Bunday strukturalar nipi-o'ta panjaralar deb ataladi [4].

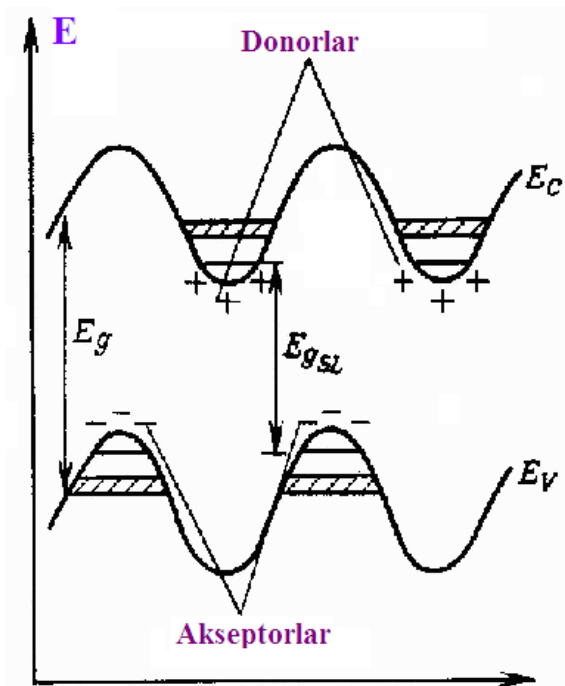
Legirlangan o'ta panjaralarni hosil qilish uchun, amalda, n va p—tip kirishmalar bilan legirlanishi mumkin bo'lgan ixtiyoriy yarim o'tkazgichdan foydalanish mumkin.

Asosan molekulyar nurli epitaksiya usulida olingan GaAs yarim o'tkazgich ishiatiladi. Dastlabki legirlangan o'ta panjara 1981 y. donor uchun Si atomlari va akseptor uchun Be bilan legirlangan GaAs 5 nm dan 300 nm.gachabo'lgan davrli yupqa qatlamlardan hosil qilingan.

2.4-rasm. A—AlSb, V—GaSb, S—InAs (a) yarim o'tkazgichlar zonalari chetlarining energiyasi va ikki tip politipli o'ta panjara (b) energiyaviy diagrammasi. Shtrixlangan soha ta'qiqlangan zonalarga tegishli.



2.5-rasm. $Cd_xHg_{1-x}Te / CdTe$ ($0 < x < 0.16$) geteroo'tishning energetik diagrammasi.



2.6-rasm. Legirlangan o'ta panjaraning energiyaviy diagrammasi.

Legirlangan O'Plarning kompozitsion o'ta panjaralarga nisbatan o'ziga xosligi legirlovchi kirishmalar konsentratsiyasining kam miqdorliligidadir (10^{17} - 10^{18} sm³), chunki bunday holda asil material ichki maydonining sezilarli o'zgarishi sodir bo'lmaydi. Demak, legirlangan O'P kompozitsion O'Plarga xos bo'lgan (tarkibining o'zgarishi yoki geteroo'tikni hosil qiladi namunalar elementar panjara doimiyliklarining miqdoran farq qilishi hisobiga yuzaga keluvchi ichki deformatsiya hisobiga sodir bo'luvchi) geterochegara bo'lmaydi. Bundan tashqari legirlash darajasini tanlash

hisobiga O'Plarda effektiv ta'qiqlangan zona kengligini kerakli miqdorda tanlash, masalan taglik material ta'qiqlangan zona kengligiga qadar o'zgartirish imkoni mavjud [14].

2.8-§. Kompozitsion legirlangan o'ta panjaralar

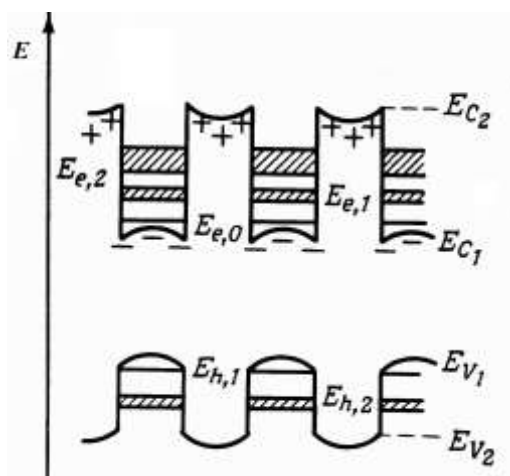
Kompozitsion O'Plardagi yarim o'tkazgichlarning biri yoki ikkalasi (bu holda qatlamlarning o'tkazuvchanlik tiplar har xil bo'lishi kerak) legirlangan bo'lsa, u holda bunday struktura kompozitsion-legirlangan o'ta panjara deb yuritiladi. Keng zonali n—tip qatlami legirlangan GaAs/Al_xGa_{1-x}As tur kompozitsion kontrovariantli O'P bugungi kunda katta amaliy ahamiyat kasb etadi. Al_xGa_{1-x}As qatlamdagi donorli holatlarning energiyasi GaAs o'tkazuvchanlik zonasi tubidan yuqorida joylashganligi bois, elektronlar keng zonali qatlamdan legirlanmagan tor zonali qatlama o'tadi va fazoviy qayta taqsimlanish sodir bo'ladi.

Shunday qilib, yetarlicha harakatchan tok tashuvchilar past temperaturalar sohasida GaAs qatlamda lokallashgan bo'ladi. Bu holda ularning geterochegara yo'nalishi bo'ylab planar ko'chishi, ya'ni tok tashuvchilarning ionli kirishmalarda sochilmasdan ko'chishi sodir bo'ladi. Bu holat juda yuqori harakatlanuvchanlikka olib keladi. legirlangan O'Plarda kabi, zaryadlarning fazoviy taqsimlanishi (ajralishi) davriy elektrostatik potensialning sodir bo'lishiga-zona

chetlarining egilishiga sabab bo'ladi. Natijada to'g'ri burchakli KO'larning parabolik tip KO'larga aylanishiga olib keladi (2.7-rasm).

2.9-§. Kvazidavriy va nodavriy o'ta panjaralar

Kvazidavriy o'ta panjara har biri potensial to'siq va o'rani hosil qiluvchi hamda davriy takrorlanuvchi ikki strukturaviy A va V elementlardan tashkil topgan strukturadir. Bu elementlar bir biridan kvantlashgan potensial o'ra kengligi bilan yoki potensial to'siq kengligi (balandligi) bilan farq qiladi [1]. O'zlarining xossalriga ko'ra kvazidavriy o'ta panjara davriy va umuman tartiblashmagan o'ta panjaralar oraligida yotadi.



2.7-rasm. $i\text{-GaAs} / n\text{-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ tip kompozitsion-legirlangan O'Plarning energetik diaqrammasi.

Nodavriy o'ta panjaralar ichida takrorlanuvchi qatlamlarining parametrlari aniq bir qonun bilan o'zgaruvchilarini alohida ajratish mumkin. Fibonachchi o'ta panjarasi [15] o'ta panjarada qatlamlarning o'sishi Fibonachchi qonuniga bo'ysunadi. Unga ko'ra qatorning har bir keyingi hadi -panjaraning bir bo'lagi (S_n) o'zidan keyingi ikki bo'lakning birlashishidan hosil bo'ladi: $S_n = S_{n-2} + S_{n-1}$. Masalan, $S_1 = AB$, $S_2 = BA$, $S_3 = ABBA$, $S_4 = BAABBA$ va hk. Qatlamlar hosil bo'lishi va qalinliklari o'zgarishining boshqa qonuniyatlari ham bor. Ular asosidagi o'ta panjarada tok tashuvchilar energiyaviy spektrida fraktal struktura hosil bo'ladi, shunga mos holatlar zichligida o'ziga xoslik, bu esa, o'z navbatida, g'ayritabiiy hossalarning yuzaga kelishiga sabab bo'ladi [1].

3-§. Izolirlangan kvantlashgan o'ralar, iplar, nuqtalar

Qattiq jismlarning zonaviy nazariyasiga ko'ra tashqi maydondagi tok tashuvchilar energiyaviy spektri va to'lqin funksiyasi statsionar Shredenger tenglamasi yordamida aniqlanadi. U effektiv massa yaqinlashishida

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(r) \right\} \psi(r) = E\psi(r), \quad (3.1)$$

bu yerda $V(r)$ -tashqi maydondagi tok tashuvchilar energiyasi, E -tok tashuvchilarning zona chetidan hisoblangan energiyasi, m^* - tok tashuvchilar zona chetlari yaqini sohasidagi effektiv massasi, $\psi(r)$ – effektivmassa yaqinlashishidagi to'lqin funksiyasi- egiluvchi to'lqin funksiyasi.

3.1-§. Kvantlashgan o'ralar

Qatlamlarga tik yo'nalgan z o'qi yo'nalishida bir o'lchamli izolirlangan kvantlashgan o'ra uchun (4.1) tenglama quyidagi ko'rinishni oladi

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(z) \right\} \psi(r) = E\psi(r) \quad (3.2)$$

Bu tenglama o'zgaruvchilarni almashtirish usulida yechiladi, ya'ni

$$\psi_{k_{\perp m}}(r) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(ik_{\perp} r_{\perp}) \varphi_m(z) \quad (3.3)$$

bu yerda S -kvantlashgan o'raning z o'qiga perpendikulyar bo'lgan tomon sirti yuzasi, $k_{\perp} = k_x i + k_y j$ -ikki o'lchamli to'lqin vektor bo'lib, u zaryadning o'ra sirti bo'ylab erkin

harakatini tavsiflaydi. $\varphi(-\infty) = \varphi(+\infty) = 0$ chegaraviy shartni qanoatlantiruvchi $\varphi_m(z)$ egiluvchi funksiyaquyidagi bir o'lchamli Shredenger tenglama yechimi bo'ladi

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + V(z) \right\} \varphi_m(z) = E_m \varphi_m(z) \quad (3.4)$$

$$V(z) = \begin{cases} 0, & -\frac{a}{2} < z < \frac{a}{2} \\ \infty, & \frac{a}{2} \leq |z| \end{cases}$$

To'g'ri burchakli, a , kenglikli cheksiz chuqur kvantlashgan potensial o'ra uchun (3.4) tenglamaning $\varphi\left(-\frac{a}{2}\right)=\varphi\left(+\frac{a}{2}\right)=0$ chegaraviy shartni qanoatlantiradigan yechimi quyidagi turg'un to'lqindir:

$$\varphi_m(z)=\begin{cases} \sqrt{\frac{a}{2}} \cos\left(m\frac{\pi}{a}z\right), & m=2n+1 \\ \sqrt{\frac{a}{2}} \sin\left(m\frac{\pi}{a}z\right), & m=2n \end{cases} \quad (3.5)$$

Ma'lumki, turg'un to'lqin uchun

$$a = m \frac{\lambda_m}{2} \quad (3.6)$$

Bu shartdan to'lqin vektorining z o'q yo'nalishidagi tashkil etuvchisi faqat quyidagi diskret qiymatlarni qabul qilishi mumkin

$$k_z = \frac{\sqrt{2m^*E}}{\hbar} = k_m = \frac{\pi}{a}m. \quad (3.7)$$

(3.7) formula e'tiborga olinsa, u holds kvantlashgan o'ra bo'ylab erkin harakatlanayotgan va (3.3) egiluvchi funksiyaga mos keluvchi elektroning to'la energiyasi

$$E_m(k_{\perp}) = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left(k_{\perp}^2 + \frac{\pi^2}{a^2} m^2 \right) = \frac{\hbar^2}{2m^*} k_{\perp}^2 + E_m \quad (4.8)$$

(4.8) ifodadan kvantlashgan o'ra bo'ylab harakatlanayotgan elektron energiyasining ruxsat etilgan qiymatlari

$$E_m = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* a^2} m^2, \quad m=1,2,\dots,\infty \quad (3.9)$$

(3.9) formula tog'ri burchakli cheksiz chuqur potensial o'radagi elektron uchun kvantlashgan diskret spektrini ifodalaydi va m kattalikning tanlangan qiymatlari va $k_{\perp}$ barcha qiymatlar sohasida zonachalar(zona tarmoqlari)ni hosil qiladi. Natijada kvantlashish zonalarining bir biridan energiyaviy ajralgan tarmoqlarining hosil bo'lishiga olib keladi. m kvantlashgan son zonacha(tarmoq)ning tartib raqamini anglatadi.

Chekli balandlikli to'g'ri burchakli potensial o'ra uchun kvantlashgan o'ra sohasida yotuvchi va potensial to'siqning V_b balandligidan miqdoran kichik E_m energiyali sathlar quyidagi transsendent tenglamaning yechimi bo'ladi

$$\cos(k_z a) + \frac{1}{2} \left(\gamma - \frac{1}{\gamma} \right) \sin(k_z a) = 0, \quad (3.10)$$

bu yerda

$$k_z = \frac{\sqrt{2m_a^* E}}{\hbar}, \gamma = \sqrt{\frac{m_a^*}{m_b^*} \left(\frac{V_b}{E} - 1 \right)} \quad (3.11)$$

m_a^*, m_b^* - potensial o'ra va potensial to'siqdagi tok tashuvchilar effektiv massalari. Bu sathlarning soni quyidagi tengsizlikni qanoatlantiradi

$$1 \leq m \leq 1 + \frac{\pi}{a} \frac{\sqrt{2m_a^* V_b}}{\hbar} \quad (3.12)$$

$\varphi_m(z)$ egiluvchi to'liqin funksiyada eksponensial “dum” hosil bo'ladi va uning potensial o'raga xarakterli kirib borish chuqurligi quyida keltirilgan yutilish koeffitsiyentining teskari qiymati tartibida bo'lishi talab etiladi

$$\sqrt{\frac{2m_b(V_b - E_m)}{\hbar^2}}$$

MDYaO'-strukturalar hamda yakkalangan geteroo'tishlar, ya'ni tok tashuvchilar harakati simmetriya o'qi bo'ylab chegaralangan strukturalar uchun xarakterli bo'lgan uch burchakli KOlardagi potensial quyidagi ko'rinishda bo'ladi

$$V(z) = \begin{cases} eFz, & z > 0 \\ \infty, & z = 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

bu yerda F-inversion qatlamdagi bir jinsli elektrostatik maydon kuchlanganligi, e - elementar zaryad. Bunday potensial o'rada ruxsat etilgan energiyaviy spektri quyidagicha

ifodalanadi

$$E_m \approx \left(\frac{\hbar^2}{2m^*} \right)^{1/3} \left[\frac{3\pi eF}{2} \left(m - \frac{1}{4} \right) \right]^{2/3}, \quad m = 1, 2, \dots, \infty \quad (3.14)$$

Parabolik KO' legirlangan simmetriyaviy davriy strukturalarda tok tashuvchilar potensial energiyalarini quyidagicha ifodalaymiz

$$V(z) = \frac{1}{2} m^* \omega_p^2 z^2 \quad (3.15)$$

bu yerda

$$\omega_p^2 = \frac{e^2 N}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty m^*} \quad (3.16)$$

erkin tok tashuvchilar plazmaviy chastotasi kvadrati, $N = N_D = N_A - n$ va p-tip qatlamlardagi aralashmalarning konsentratsiyasi, ε_0 -past va ε_∞ -yuqori chastotali dielektrik kirtuvchanliklar. Bunday potensial o'radagi tok tashuvchilarning kvantlashgan ruxsat etilgan energiyaviy spektr kvantlashgan garmonik ostsillyatorning spektri bilan ayniy bo'ladi, ya'ni

$$E_m = \hbar \omega_p \left(m + \frac{1}{2} \right) \quad m = 1, 2, \dots, \infty \quad (3.17)$$

3.2-§. Kvantlashgan iplar

Tok tashuvchilariz o'qi bo'ylab harakatlanayotgan kvantlashgan iplar uchun potensial energiya x va ukoordinatalarning funksiyasi deb hisoblaylik. U holda (4.1) tehglamaning yechimi quyidagi egiluvchi funksiya

$$\psi_{k_z m}(r) = \frac{1}{\sqrt{L}} \exp(ik_z z) \varphi_m(x, y) \quad (3.18)$$

bo'ldi, bu yerda —erkin harakatlanayotgan tok tashuvchilar to'lqin vektori tashkil etuvchisi, L - kvantlashgan ip uzunligi, $\varphi_m(x, y)$ - ip o'qiga tik yo'nalishda harakatlanayotgan tok tashuvchilarining egiluvchi funksiyasi va u

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} \right) + V(x, y) \right\} \varphi_m(x, y) = E_m \varphi_m(x, y) \quad (3.19)$$

tenglama yechimidir va u $\varphi_m = 0$ chegaraviy shartni qanoatlantiradi. Kvantlashgan ipdagi (3.18) egiluvchi funksiya bilan tavsiflanuvchi tok tashuvchilarning energiyaviy spektri, xuddi kvantlashgan potensial o'rada kabi, ikki tashkil etuvchi-tok tashuvchilar erkin harakatining k_z ning uzluksiz funksiyasi hisoblangan energiyasi va diskret sathlarni tavsiflovchi kvantlashishning E_m energiyasi tashkil etuvchilardan iborat, ya'ni

$$E_m(k_z) = \frac{\hbar^2}{2m^*} k_z^2 + E_m \quad (3.20)$$

Tok tashuvchilar to'la energiyasining m kvantlashgan sonning tanlangan miqdoriga mos keladigan qiymatlari kvantlashgan sathlarni xarakterlaydi va ular, xuddi kvantlashgan potensial o'radagi kabi, zonachalarni tashkil etadi.

Oddiy holda, ya'ni potensial energiyani x o'qi yo'nalishida a kenglikli, yo' qi yo'nalishida b kenglikli cheksiz chuqurlikli to'g'ri burchakli potensial o'ra kabi tavsiflash mumkin bo'lgan holda

$$V(x,y)=V_a(x)+V_b(y) \quad (3.21)$$

(4.19) tenglamaning yechimi (4.5) ko'rinishdagi funksiyalarning ko'paytmasidan iborat bo'lgan egiluvchi funksiya bo'la oladi

$$\varphi_m(x,y)=\varphi_{m_x m_y}(x,y)=\varphi_{m_x}(x)\varphi_{m_y}(y) \quad (3.22)$$

Bu funksiyalarga mos keluvchi kvantlashgan energiyaviy sathlar quyidagi munosabatlar yordamida aniqlanadi

$$E_m = E_{m_x m_y} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^*} \left[\left(\frac{m_x}{a} \right)^2 + \left(\frac{m_y}{b} \right)^2 \right] \quad m_x, m_y = 1, 2, \dots, \infty \quad (3.23)$$

3.3-§. Kvantlashgan nuqtalar

Kvantlashgan nuqtada tok tashuvchilar harakati barcha koordinatalar bo'yicha cheklangan bo'ladi, Tok tashuvchilarning egiluvchi funksiyasi (3.1) tenglama yechimi bo'ladi va u lokallashgan harakatini tavsiflaydi hamda uchta kvant sonlari bilan aniqlanadi. Bunday harakat energiyaviy spektri atomlardagi kabi diskret bo'ladi. Agar kvantlashgan nuqtadagi tok tashuvchilar potensial energiyasini uchta to'g'ri burchakli cheksiz chuqurlikli potensial to'siqlar to'plami

$$v(\mathbf{r})=V_a(x)+V_b(y)+V_c(z), \quad (3.24)$$

kabi qaralsa, u holda egiluvchi funksiya (4.5) ko'rinishdagi uchta egiluvchi funksiyalar ko'paytmasi kabi qoraladi

$$\varphi_m(\mathbf{r})=\varphi_{m_x m_y m_z}(x,y,z)=\varphi_{m_x}(x)\varphi_{m_y}(y)\varphi_{m_z}(z) \quad (3.25)$$

Bu holda kvantlashgan sathlarning energiyaviy spektri quyidagicha ifodalanadi

$$E_m = E_{m_x m_y m_z} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^*} \left[\left(\frac{m_x}{a} \right)^2 + \left(\frac{m_y}{b} \right)^2 + \left(\frac{m_z}{c} \right)^2 \right] \quad m_x, m_y, m_z = 1, 2, \dots, \infty \quad (3.26)$$

Bir o'lchamli o'ta panjaralar

Kvantlashgan o'ralardan fashkil topgan o'ta panjaralarda energiyasi potensial to'siq balandligidan kichik bo'lgan tok tashuvchilar to'siq orqali bir potensial o'radan ikkinchisiga tunnelli o'tishi ham mumkin. Davriy o'ta panjaralarda effektiv massa yaqinlashishida to'lqin funksiya yuqoridagi tenglamaning yechimi kabi izlanadi va upotensial energiyaning strukturaning o'sish (simmetriya) yo'nalishidagi davriga teng davrli davriy funksiya bo'ladi. Agar z o'q simmetriya o'qi sifatida tanlansa, u holda Blox teoremasiga ko'ra egiluvchi funksiya quyidagi ko'rinishda bo'ladi

$$\psi_{mk}(r) = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp(ikr) \varphi_{mk_z}(z) \quad (3.27)$$

$\varphi_{mk_z}(z)$ -Blox funksiyasining davriy tashkil etuvchisi bo'lib, tok tashuvchilarning z o'qi yo'nalishdagi harakatini tavsiflaydi

$$\varphi_{mk_z}(z + d \cdot n) = \varphi_{mk_z}(z), \quad (3.28)$$

bu yerda $d = a + b$ - a kenglikli potensial o'ra va b qalinlikli potensial to'siqlardan tashkil topgan o'ta panjara davri, n —butun sonlar, Energiyaning (5.1) funksiyaga mos keladigan xususiy qiymati

$$E_m(k) = \frac{\hbar^2}{2m^*} k_{\perp}^2 + E_m(k_z) \quad (3.29)$$

bu yerda $E_m(k_z) \sim \varphi_{mk_z}(z)$ davriy holat funksiyasiga tegishli

$$E_m\left(k_z + \frac{2\pi}{d}n\right) = E_m(k_z) \quad \left(-\frac{N}{2} \leq n \leq \frac{N}{2}\right) \quad (3.30)$$

N - o'ta panjaradagi davrlar soni. Blox teoremasiga ko'rato'lqin vektorning k komponentasiga tegishli noekvivalent qiymatlari o'ta panjaraning birinchi Briliyuen zonasi sohada o'zgaradi, ya ni

$$-\frac{\pi}{d} \leq k_z \leq \frac{\pi}{d} \quad (3.31)$$

m ning tanlangan qiymatida barcha energiyaviy sathlar minizonani tashkil etadi. Bu holda energiya k to'lqin vektorning kvaziuzluksiz funksiyasi bo'ladi. Natijada m kvant soni minizonaning tartib raqamiga mos keladi.

To'g'ri burchakli kvantlashgan potensial o'ra va potensial to'siqlar to'plamidan iborat bo'lgan strukturada tok tashuvchilar energiyaviy spektri

Kronig-Penni yaqinlashishida olib boriladi va $E_m(k_z)$ energiya miqdoran quyidagi transsendent tenglama yechimi sifatida izlanadi

$$\cos(ka)ch(sb) + \frac{1}{2}\left(\gamma - \frac{1}{\gamma}\right)\sin(ka)sh(sb) = \cos(k_z d) \quad (3.32)$$

bu yerda (3.32) tenglamada (2.10) tenglamadagi belgilashlardan foydalanilgan. $sb \rightarrow \infty$ hol $V_b > E$ va $b \rightarrow \infty$ shartlarda sodir bo'ladi va (3.32) tenglama izolirlangan to'g'ri burchakli chekli chuqurlikli kvantlashgan potensial o'ra uchun qayd qilingan (4.10) tenglamaga o'tadi. Tok tashuvchilarning tunnelli o'tishlar ehtimolligi kichik qiymatli, ya'ni $sh \gg l$ bo'lgan holda o'ta panjara o'zaro kuchsiz bog'langan kvantlashgan o'ralardan tashkil topgan o'ta panjara deb yuritiladi. Bunday strukturalarda energiyaviy spektr va to'lqin funksiyalar hisoblanadigan metodni kuchli bog'lanishli yaqinlashish deb ataladi. Bunday yaqinlashishda kvantlashgan potensial o'ra bilan kuchli bog'langan tok tashuvchilar deyarli unda yashaydi, tunnellanish onda-sonda sodir bo'lishi mumkin. Bunday yaqinlashishda tok tashuvchilar energiyaviy spektri (5.6) tenglamani yechish bilan aniqlanadi va u quyidagi natijani beradi

$$k = \frac{\sqrt{2m_a^* E}}{\hbar}; \quad s = \frac{\sqrt{2m_b^* (V_b - E)}}{\hbar}; \quad \gamma = \frac{sm_a^*}{km_b^*} \quad (3.33)$$

bu yerda E_m -(2.10) tenglama yechimi, Δ_m - minizonaning kengligi. 2.1 rasmda birinchi (asosiy) va Ikkinchi (birinchi o'yg'otilgan, qo'zg'otilgan) minizonalarning (3.33) ifoda bilan aniqlanuvchi energiyaviy spektri tasvirlangan. Asosiy minizona uchun po bog'liq energiya dispersiyasi

$$E_1(k_z) = E_z - \frac{\Delta}{2} \cos(k_z d) \quad (3.34)$$

k_z ning kichik qiymatlar sohasida u kosinus funksiyasi kabi qatorga yoyilsa, u holda tok tashuvchilar uchun zo'qi bo'yicha effektiv massa kattaligini kiritish mumkin .

$$E_1(k_z) = E_z - \frac{\Delta}{2} + \frac{2\hbar^2}{2m_z^*} k_z^2 \quad (3.35)$$

bu yerda

$$m_z^* = \frac{2\hbar^2}{\Delta d^2} \quad (3.36)$$

Demak, tok tashuvchilarning erkin harakati energiyasi e'tiborga olingan holdagi minizona tubi atrofida energiyaviy spektri anizotrop effektiv massa tenzori yordamida ifodalanadi. m_z^* minizonaning kengligiga qarab (bunda o'ta panjaraning konstruktiv parametrlari o'zgartirilsa ham) miqdoran keng oralikda o'zgarishi mumkin. - Xususan tor minizona uchun $m_z^* \propto m^*$

3.4-§. Lokallashgan holatlar

Qattiq jismlarning zonaviy nazariyasidan ma'lumki, tok tashuvchilar lokallashgan holatlari yarim o'tkazgichlarda kirishmali atomlar, kristall panjaraning har xil tabiatli defektlari mavjud bo'lganida yoki o'ta past temperaturalar sohasida sodir bo'ladi. Oxirgi holda elektron va kavaklardan tashkii topgan eksitonlar erkin kvazizarralar «kabi qaralgan hoi haqida gap bormoqda. Bunday lokallashgan holatlar, tok tashuvchilar to'liq funksiyalarning tabiatiga bog'liq bo'lganligi bois, kvantlashgan past o'lchamli strukturalar ularga sezilarli ta'sirini ko'rsatadi.

3.5-§. Mayda xidrogensimon kirishmalar

Skalyar effektiv massa yaqinlashishida kvantlashgan o'rada xidrogensimon kirishmalarda tok tashuvchilar energiyaviy spektri

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + v(z) \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_0)^2}} \right\} \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}) \quad (3.37)$$

Statsionar Shredinger tenglamasi yordarnida yechiladi va cheksizlikda $\psi=0$ chegaraviy shartni qanoatlantiradi, bu yerda $V(z)$ - KO'da tok tashuvchilar potensial energiyasi, z_0 - KO'da kirishma ionning koordinatasi. Bu tenglamaning yechimi kvantlashgan o'raning a qalinligiga bog'liqdir va uning bog'liq darajasi KO' o'stirilgan hajmiy yarim o'tkazgichdagi kirishmalar asosiy holatiga tegishli r_B bor radiusi orqali aniqlanadi.

Cheksiz chuqur KO' $a \ll r_B = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon\hbar^2}{e^2} \frac{l}{m^*}$ - shartni qanoatlantiradi, chunki $x, y \sim r_B$, a $|z - z_0| \sim a$, natijada (5.38) Shredinger tenglamasi soddalashadi hamda o'zgaruvchilarni almashtirish metodi yordarnida yechish imkoni bo'ladi, ya'ni

$$\psi_{nm}(\mathbf{r}) = f_n(r_\perp) \varphi_m(z) \quad (3.38)$$

bu yerda $\varphi_m(z)$ kvantlashgan KO'dagi sathlarga tegishli egiluvchi to'liq funksiya va u (3.30) formulalar yordarnida aniqlanadi, $f_n(r_\perp)$ - ikki o'lchamli xidrogensimon kirishmalarga tegishli va quyidagi tenglamaning yechimi hisoblangan egiluvchi funksiya

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon\sqrt{x^2+y^2}} \right\} f_n(\mathbf{r}_\perp) = E_n f_n(\mathbf{r}_\perp) \quad (3.39)$$

Cheksizlikda $f=0$ chegaraviy shartni qanoatlantiradi. (5.39) funksiyalarga tegishli energiya miqdoran quyidagicha ifodalandi

$$E_{nm} = E_n + E_m = E_m - R^* \left(n - \frac{1}{2} \right)^{-2}, \quad n=1,2,\dots \quad (3.40)$$

bu yerda $R^* = \frac{\hbar^2}{2m^*r_B^2}$, -effektiv ridberg, E_m -kvantlashgan potensial o'radagi (3.41)

formula bilan aniqlanuvchi kvantlashgan energiyaviy stahlar.

(3.41)ifodadan har bir m tartib raqamli kvantlashgan sathga qator kirishma holatlariga tegishli sathning n kvant soni farq qiluvchi qator spektrning mos kelishi kelib chiqadi. $m>1$ holda barcha bunday sathlar kvantlashgan o'ra zonasi tarmoqlarining uzluksiz energetiyaviy spektriga mos keladigan sohada yotadi. Zonadagi holatlar zich bo'lganligi bois tok tashuvchilar bunday diskret sathlarda uzoq yashay olmaydi, chekli vaqt ichida zonaga o'tib oladi. Shu sabab bu kirishma holatlari rezonansli deb nomlanadi va ulardagi tok tashuvchilar yashash vaqti chekli qiymatli bo'ladi [1]. Asosiy kirishma holati ($m=n=f$) birinchi kvantlashgan zonatarmog'iga nisbatan $4R^*$ miqdorga pastda bo'ladi, bu kattalik miqdoran kirishmadagi bog'lanish energiyasi yoki yarim o'tkazgich hajmidagi xidrogensimon kirishmalar asosiy holatining ionizatsiya energiyasidan to'rt marta katta bo'ladi. Shunday qilib kvantlashishning mavjudligi rezonansli kirishmali holatlarning sodir bo'lishiga va bog'lanish energiyasining yetarli miqdorda ortishiga olib keladi

Agar cheksiz chuqur kvantlashgan potensial o'raning a kengligi o'ta panjaraga tegishli b bilan miqdoran yaqin bo'lsa. u holda (3.38) tenglamaga ko'ra barcha kirishma holatlari(rezonansli holatlar)ning energiyasi kirishmalarning kvantlashgan potensial o'ra devorlariga nisbatan joylashishlariga, ya'ni z_0 koordinataga bog'liq bo'ladi. Bunday bog'lanishning mavjudilgi namuna ta'qiqlangan zonasi ichida kvantlashgan potensial o'raga tegishli zonaning sodir bo'lishiga olib keladi. Bu zona potensial o'rada tasodifan joylashib qolgan kirishmalarga tegishli asosiy holatlardan tashkil topadi. Hisoblashlar ko'rsatadiki, to'g'ri burchakli potensial o'ra markazida joylashgan kirishma uchun zonaning z_0 dispersiyasi ionizatsiya , energiyasining maksimal qiymati bilan tavsiflanadi va kirishma holati devorga yaqinlashgan sari bu kattalik miqdoran kamayib boradi. Agar potensial o'ra kengligi kalta bo'lsa, ya'ni $a \gg r_B$ shart bajarilsa, u holda devorning undan r_B kattalikdan miqdoran katta masofada joylashgan kirishma atomlariga ta'sirini e tiborga olmasa bo'ladi. Demak bunday atomlar asosiy holatlarining ionizatsiya energiyasi deyarli o'zgarmaydi.

2.2 rasmda to'g'ri burchakli cheksiz chuqur potensial o'ra markazida joylashgan xidrogensimon kirishmalar asosiy holatlarining ionizatsiya energiyasi o'ra qalinligiga

bog'liqligining sifatli ko'rinish tasvirlangan, bu yerda R_a^* va R_b^* kvantlashgan o'ra va to'siqlarning effektiv ridberglari.

Kvantlashgan ip o'qiga tik bo'lgan sirtga nisbatan x_0 va y_0 koordinatali xidrogensimon kirishma uchun (5.38) tenglama quyidagi ko'rinishda ifodalanadi

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(x, y) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z^2}} \right\} \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}) \quad (3.42)$$

Chegaraviy holda $a, b \ll r_B$ shartda ikkita to'g'ri burchakli cheksiz chuqurpotensial o'ralardan tashkil topgan ikki o'lchamli kvantlashgan potensial uchun qayd qilingan (3.42) tenglama soddalashadi va olingan tenglamani o'zgaruvchilarni almashtirish metodi yordamida yechish mumkin

$$\psi_{nm}(\mathbf{r}) = f_n(z) \varphi_m(\mathbf{r}_\perp) \quad (3.43)$$

bu yerda $\varphi_m(\mathbf{r}_\perp) \sim$ Kvantlashgan ipdagi kvantlashgan sathining egiluvchi funksiyasi, $f_n(z)$ - bir o'lchamli xidrogensimon kirishmalardagi holatlarni tavsiflovchi egiluvchi to'lqin funksiya va u quyidagi tenglamaning yechimi bo'la oladi

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{1}{z} \right\} f_n(z) = E_n f_n(z) \quad (3.44)$$

va $f(-\infty) = f(+\infty) = 0$ chegaraviy shartni qanoatlantiradi, bu yerda

$$E_n = \frac{R^*}{(n-1)^2}, \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (3.45)$$

$n = 1$ holda asosiy holatlar energiyasi $E_1 = -\infty$. Bu chegaraviy hollarda nol kesimli kvantlashgan ipda xidrogensimon kirishmalarda bog'langan holatlar bo'lmasligini anglatadi. Biroq bu kesimning chekli qiymatlarida bog'lanish energiyasi miqdoran ixtiyoriy bo'lishi mumkin. Qisqa davriy O'Pdagi mayda xidrogensimon kirishmarning bog'lanish energiyasini aniqlash uchun Shredinger tenglamasi izotrop effektiv massa yaqinlashishida yechiladi:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \frac{\hbar^2}{2m_z^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{1}{r} \right\} \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}) \quad (3.46)$$

bu yerda m_z^* -birinchi minizona tubidagi tok tashuvchi effektiv massasi. (3.38) tenglamadan ko'rinayaptiki. bog'lanish energiyasi m^* va m_z^* effektiv massalarga bog'liqdir. Sonlihisoblashlarga ko'ra tenglamaning $m_z^* > m^*$ effektiv massa uchun hisoblangan bog'lanish energiyasi R^* dan ($m_z^* = m^*$ holda) $4R^*$ ga ($m_z^* \gg m^*$ holda) qadar o'zgaradi, Yuqorida mulohazalardan ko'rinayaptiki, strukturalar o'lchamiga nisbatan uch o'lchamli hajmiy yarim o'tkazgichdan kvazi uch o'lchamli O'Pga, ikki o'lchamli kvantlashgan potensial o'raga va bir kvantlashgan ipga o'tilsa, u holda mayda xidrogensimon kirishmalar bog'lanish energiyalari miqdoran ortib boradi. (3.38), (3.42) va (3.46) tenglamalarni analitik yechish uchun tok tashuvchilar effektiv massalarining hamda qatlamlar dielektrik kirituvchanliklari farqiga e'tibor qaratish kerak.

3.6-§. Mott eksitonlari

Kvantlashgan potensial o'radagi Mott eksitoni uchun Shredinger tenglamasi mayda xidrogensimon kirishmalar uchun qayd qilingan (3.38) tenglamaga o'xshashdir, ya'ni

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_e^*} \nabla_e^2 - \frac{\hbar^2}{2m_h^*} \nabla_h^2 + V_e(z_e) + V_h(z_h) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon|r_e - r_h|} \right\} \psi(r_e, r_h) = E\psi(r_e, r_h) \quad (3.47)$$

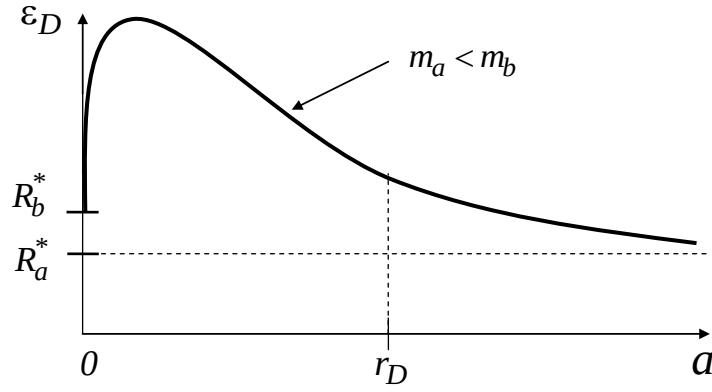
bu yerda e va h indekslar elektron va kavaklar uchun qayd qilingan. To'g'ri burchakli cheksiz chuqur potensial o'ra yupqa bo'lsa, ya'ni uning kengligi eksitonning hajmiy namunadagibor radiusidan miqdoran juda kichik bo'lsa

$$\left(r_{ex} = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon\hbar^2}{e^2} \frac{I}{\mu}, \mu = \frac{m_e^* m_h^*}{m_e^* + m_h^*} \right),$$

u holda bu tenglama. o'zgaruvchilarga ajratish metodi yordamida hal etilishi mumkin

$$\psi_{K_{\perp} n m_e m_h}(r_e, r_h) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(iK_{\perp} R_{\perp}) \cdot f_n(r_{\perp}) \varphi_{em_e}(z_e) \varphi_{hm_h}(z_h) \quad (3.48)$$

bu yerda $R_{\perp} = \frac{m_e^* r_{e\perp} + m_h^* r_{h\perp}}{m_e^* + m_h^*}$, $r_{\perp} = (r_e - r_h)_{\perp}$ -mos holda elektron va kavaklarning eksiton erkin harakati tekisligiga nisbatan olingan og'irlik markazi va nisbiy harakati radius vektorlari, $K_{\perp}$ - eksitonning erkin harakati to'lqin vektori, $\varphi_{em_e}(z_e), \varphi_{hm_h}(z_h)$ - kvantlashgan o'radagi kvantlashgan sathlardagi elektron va kavaklarning egiluvchi funksiyalari. Bog'langan eksiton ichidagi elektron va kavaklar nisbiy



5.2 rasm. To'g'ri burchakli cheksiz chuqurlikli o'lchamli kvantlashgan potensial o'ra markazida joylashgan xidrogensimon kirishma asosiy holatining ionlanish energiyasining o'ra qalinligiga bog'liqligi.

harakatini tavsiflovchi egiluvchi funksiya $f_n(r_\perp)$ (3.40) nul chegaraviy shartdagi, ya'ni m^* effektiv massani tok tashuvchilarning keltirilgan yoki optik effektiv massasi μ bilan almashtirilgan holdagi tenglamaning yechimi bo'ladi. Ikki o'lchamli eksitonning bog'lanish energiyasi, xuddi ikki o'lchamli xidrogensimon kirishmalarning lokallashgan holatlar energiyasi kabi (3.41) ifodayordamida aniqlanadi, bu holda $R_{ex}^* = \frac{\hbar^2}{2\mu r_{ex}^2}$ effektiv ridberg hisoblanadi

Bu munosabatga ko'ra chegaraviy holda ikki o'lchamli eksitonning bog'lanish energiyasi, xuddi ikki o'lchamli xidrogensimon kirishmalarning lokallashgan holatlar energiyasiga o'xshash, uch o'lchamli holdagi bog'lanish energiyasidan to'rt martakatta bo'ladi. Bu holuch past o'lchamli strukturalarda eksitonli effektlarni olchamli yarim o'tkazgichlarda katta temperaturalar sohasida kuzatish mumkin ligini anglatadi.

Ikki o'lchamli eksitonning (3.48) egiluvchi to'lqin funksiya bilan tavsiflanuvchi to'la energiysi elektron va kavaklarning kvantlashgan potensial o'ra zonalarida tarmoqlaridagi energiyalarini, eksiton bir butun zarra kabi qaralganidagierkin harakat energiyasi va elektron va kavaklarning bog'lanish energiyasini o'z ichiga oladi, ya'ni

$$E_{m_e m_h n}(K_\perp) = E_{m_e}^e + E_{m_h}^h + E(K_\perp) + E_n = E_g + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2a^2} \left(\frac{m_e^2}{m_e^*} + \frac{m_h^2}{m_h^*} \right) + \frac{\hbar^2 K_\perp^2}{2(m_e^* + m_h^*)} - R_{ex}^* \left(n - \frac{1}{2} \right)^{-2} \quad (3.48)$$

(3.48) munosabatdan zonaning biri elektronli, ikkinchisi kavakli bo'lgan har bir juft tarmoqlarining n kvant soni va $K_\perp$ to'lqin vektori bilan farq qiluvchi eksitonli holatlar spektriga mos kelishi kelib chiqadi. Agar foton yutilishda to'g'ri eksiton

yuzaga kelsa, u holda kvaziimpuls o'zgarishini e'tiborga olmasa ham bo'ladi. Chunki impulsning saqlanish qonuniga ko'ra energiyasi ta'qiqlangan zona kengligiga teng foton yutilsa, u holda uning impulsi elektron va kavaklarning issiqlikii impulsiga nisbatan e'tiborga olmaydigan darajada kichikdir.

Kvantlashgan iplarda eksitonli effektlar mazmunan va hisoblashlarga nisbatan kvantlashgan o'ralarga nisbatan murakkabdir. Biroq eksitonning kvantlashgan ipdagi bog'lanish energiyasini yetarli darajadagi aniqlik bilan hisoblash mumkin. Bunday holda xidrogensimon kirishmalarda qayd qilingan bog'lanish energiyasida m^* massa μ ga almashtirilishi zarur [1]. Natijada bog'lanish energiyasi miqdoran yetarlicha katta bo'lishi mumkin.

Ko'p tadqiq etilgan yarim o'tkazgichlar(Ge, Si, A^3B^5 birikmalar)da valent zonolari tabiatan murakkab va ikki; yengil va og'ir kavaklar tarmoqlaridan iborat. Bu holga e'tibor qaratish, eksitonli masalalarni yechishda o'ziga murakkablikka olib keiadi [1],

4-§.Kvantlashishga tashqi maydon ta'siri

O'z o'ziga moslashgan kristall maydonidagi tok tashuvchilarning energiyasi bilan miqdoran solishtiradigan darajadagi o'zaro ta'sir energiyasini hosil qiluvchi tashqi maydon o'ta panjaraga ta'sir etsa, u holda uning energiyaviy spektri hamda holat funksiyalarning o'zgarishi sodir bo'ladi. Bunday tur maydonlar, energiyaviy spektrni o'zgartirmovchi, biroq tok tashuvchilarning holatlar bo'yicha taqsimotlga o'z ta'sirini ko'rsata oladigan mumtoz maydonlardan farqli o'laroq, kvantlashgan deb yurltiladi.

4.1-§. Ikki olchamli sistema magnit maydonida

Tashqi magnit maydonining kvantlashgan o'radagi tok tashuvchilarning energiyaviy spektr va to'lqin funksiyalariga ta'siri Shredinger tenglamasi yordamida hal etiladi. Bu tenglama (3.26) tenglamada impuls operatorini magnit maydonidagi umumlashgan impuls operatori bilan almashtiriladi. ya'ni

$$\left\{ \frac{1}{2m^*} (-i\hbar\nabla - eA)^2 + V(z) \right\} \psi(r) = E\psi(r) \quad (4.1)$$

bu yerda A- magnit maydonning vektor potentsiali ($B=\text{rot}(A)$). Bu tenglamaning yechimi Vinduksiya vektorining ikki o'lchamli qatlam sirtiga nisbatan olingan yo'nalishiga juda bog'liq bo'ladi. Shu mazmunda ikki holga e'tibor qaratamiz. Birinchi holda bu vektor ikki o'lchamli qatlam sirti bo'ylab, ya'ni x o'qi bo'ylab, ikkinchi holda bu qatlamga tik yo'nalgan deb hisobiaymiz. Birinchi holda bir jinsli magnit maydonning vektor potentsialini $A=(0,-Bz,0)$ kabi tanlash mumkin Bu

holda (4.1) tenglama to'g'ri burchakli cheksiz chuqur potensial o'ra uchun o'z ko'rinishini o'zgartiradi va uning yechimi

$$\psi_{k_{\perp}m}(r) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(ik_{\perp}r_{\perp}) \varphi(z - z_0) \quad (4.2)$$

ko'rinishda izlanadi. Bu funksiya elektronning x o'qi bo'ylab erkin va yz tekislikdagi lokallashgan harakat holatlarini tavsiflaydi. Lokallashgan harakatiga $\varphi_m(z - z_0)$ funksiya mos tushadi va u quyidagi tenglamaning yechimidir

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + V(z) + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 (z - z_0)^2 \right\} \varphi_m(z - z_0) = E_m \varphi_m(z - z_0)$$

Va u $\varphi(-\infty) = \varphi(+\infty) = 0$ chegaraviy shartni qanoatlantiradi, bu yerda $z_0 = -\frac{\hbar k_v}{eB}$, $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$ -tsiklotronli chastota, Bu tenglama z_0 muvozanat holatiga nisbatan tebranayotgan kvantlashgan garmonik ostsillyator tenglamasining analogidir, biroq qarayotgan holda kvantlashishning, ostsillyator harakatining potensial o'ra tomonidan ham chegaralanganligini e'tiborga olinishi talab etiladi. Bu tenglamaga mos kelgan E_m energiya diskret sathlardan iborat bo'ladi.

Tabiiyki, magnit maydonining energiyaviy spektriga ta'siri bo'ladi va u miqdoran potensial o'ra kengligining ortishi bilan orta boradi.

$$a \propto \lambda = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}} \quad (4.3)$$

shartda (bu yerda λ -magnitli uzunlik va u miqdoran magnit maydoni tok tashuvchilar xarakterli orbitasining radiusiga teng) energiyaning xususiy qiymati kvantlashgan garmonik ostsillyator energiyasiga miqdoran teng bo'ladi

$$E_m = \hbar \omega_c \left(m + \frac{1}{2} \right) \quad m = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (4.4)$$

Magnit maydonidagi yarim o'tkazgichlarda bu energiyalar Landau sathlari deb yuritiladi.

$a \propto \lambda$ shartda zarralar harakatning magnit maydoni bilan bog'liq bo'lgan chegaralanishi miqdoran kichik bo'ladi va To'g'ri burchakli cheksiz chuqur potensial o'ra uchun (4.4) formula (2.9) formulaga o'tadi. (2.9) va (2.52) munosabatlardan kelib chiqadi kvantlashgan sathlar orasidagi energiyaviy oralik magnit maydoni ortishi bilan orta boradi. Shunday qilib, bo'ylama magnit maydoni kvantlashgan o'rada energiyaviy spektrga ta'sir etadi.

(2.50) energiyaning egiluvchi to'liq funksiyalarga mos keluvchi xususiy qiymati k_y kvant soniga nisbatan aynigan (tuslangan) bo'ladi va (2.20) ko'rinishni oladi, bu yerda k_z o'rniga k_x olinishi kerak. Bundan KO'ning bo'ylama magnit maydonida kvantlashgan ip analogi ekani kelib chiqadi.

Ikkinchi holda, ya'ni magnit maydoni zo'q bo'ylab, biroq ikki o'lchamli qatlamga tik yo'nalganida vektor potensialni $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \mathbf{Bx}, \mathbf{r})$ ko'rinishda tanlash mumkin. Bu holdatenglamaning yechimi sifatida (6.50) funksiya o'rniga

$$\psi_{k_y, nm}(r) = f_n(x - x_0) \varphi_m(z) \quad (4.5)$$

funksiya olinadi, bu yerda $\varphi_m(z)$ - KO' kvantlashgan sathlarni tavsiflovchi egiluvchi to'liq funksiya va u (3.5) formula bilan aniqlanadi, $f_n(x - x_0)$ - Shredinger tenglamasining kvantlashgan garmonik ostsillyator uchun nol chegaraviy shart uchun qayd qilingan yechimi, ya'ni

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 (x - x_0)^2 \right\} f_n(x - x_0) = E_n f_n(x - x_0),$$

Bu yerda $x_0 = \frac{\hbar k_y}{eB}$. Energiyaning (4.5) funksiyaga mos keladigan xususiy qiymatidiskretli sathlarni anglatadi va k_y kvant songa nisbatan tuslangan bo'ladi. Agar (3.9) va. (4.4) ifodalar e'tiborga olinsa, u holda

$$E_{nm} = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* a^2} m^2 \quad (4.6)$$

Bu ifodaga ko'ra KO'ga nisbatan ko'ndalang magnit maydoni kvantlashgan nuqtalarning analogini beradi, chunki bunday holda tok tashuvchilarning harakati uchchala yo'nalishda ham cheklangandir.

Agar x_0 koordinata garmonik ostsillyatorning muvozanat nuqtasi yoki tok tashuvchilarning magnit maydoni atrofidagi aylanish markazi bo'lsa, u KO' qalinligi- X o'qi yo'nalishida miqdoran $(-L_x/2 \leq x_0 < L_x/2)$ oralig'ida qiymatlar qabul qiladi. To'liq vektorining yo'qi yo'nalishidagi komponentasi esa $(-eBL_x/2\hbar \leq k_y < eBL_x/2\hbar)$ oraliqda o'zgaradi. To'liq vektorlarning Y o'qi yo'nalishidagi zichligi $2\pi/L_y$ ekani e'tiborga olinsa, u holda (L_y -KO'ning Y o'qi yo'nalishidagi qalinligi) (4.6) bilan aniqlanuvchi energiyaviy sathlarning tuslanish darajasi $eBL_x L_y / 2\pi\hbar$ kabi aniqlanadi.

Agar tok tashuvchilar spini e'tiborga olinsa, u holda magnit maydoni qo'shimcha energiya sodir bo'ladi va spinning magnit maydoni induksiya vektoriga nisbatan qaralgan proeksiyasiga bog'liq bo'ldi. Natijada (4.6) energiyali

har bir sath ikkiga ajralib taraladi. Tahlillar ko'rsatadiki, bunday taralishni ikki qo'shni landau sathlari orasidagi energiyaga nisbatan, ko'pgina hollarda, e'tiborga olmasa ham bo'ladi. U holda spinga bog'liq holda

(4.6) bilan aniqlanuvchi energiyaviy sathlarning ikki o'lchamli qatlam sirti yuzasi birligidagi tuslanish darajasi, quyidagicha aniqlanadi

$$\eta = \frac{eB}{\pi\hbar} \quad (4.7)$$

Magnit-maydonning tok tashuvchilar energiyaviy spsktri va to'lqin funksiyalarining o'zgarishi bilan bog'liq bo'lgan fizik xossalariga ta'siri tok tashuvchilarning magnit maydoni kuch chiziqlari atrofida aylanish chastotalari miqdoran sochilish chastotalariga nisbatan katta bo'lgan maydonlarda sezilarli bo'ladi, qo'shni landau sathlari orasidagi energiyaviy oralik tok tashuvchilar o'rta energiyasidan katta bo'lishi talab etiladi:

$$\omega_c \ll \frac{2\pi}{\tau}, \frac{kT}{\hbar}, \frac{\xi}{\hbar}$$

bu yerda ξ -tuslangan tok tashuvchilar uchun keltirilgan Fermi sathi, Bunday tabiatli maydon kvantlashgan hisoblanadi.

4.2-§. Kvantlashgan o'ralar va ota panjaralar elektr maydonida

Kvantlashgan potensial o'rali izolirlangan KO' va O'Plarda tok tashuvchilar energiyaviy spektriga bir jinsli elektr maydonning ta'siri, xuddi magnit maydoni ta'siri kabi, F elektr maydon kuchlanganligi vektorining qaralayotgan qatlam sirtiga nisbatan olingan yo'nalishiga bog'liqdir. Agar F o'ta panjara sirtiga tik yo'nalgan bo'lsa, u holda uning ta'siri sezilarli bo'ladi. Bu holda z o'qi bo'ylab yo'nalgan davriy potensial va bir jinsli elektr maydondagi tok tashuvchilar potensial energiyasi e'tiborga olingan (6.1) Shredinger tenglamasi quyidagicha qayd qilinadi

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(z) + eFz \right\} \psi(r) = E\psi(r) \quad (4.8)$$

bu yerda $\psi(z+d \cdot n) = \psi(z)$, d -o'ta panjaraning davri. Bu tenglamaning o'zgaruvchilarni almashtirish metodi yordamidagi yechimi $\varphi_n(z)$ funksiyali (2,3) munosabatdan aniqlanadi. U esa o'ta panjaraning simmetriya o'qi bo'ylab bir o'lchamli harakatlanayotgan elektronlar uchun quyida qayd qilingan Shredenger tenglamasining yechimi hisoblanadi

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V(z) + eFz \right\} \varphi_n(z) = E_n \varphi_n(z) \quad (4.9)$$

va u $\varphi(-\infty) = \varphi(+\infty) = 0$ chegaraviy shartni qanoatlantiradi. Izolirlangan KO' uchun olingan bu tenglamaga miqdoran elektr maydon kuchlanganligiga bog'liq bo'lgan diskret spektrli ruxsat etilgan energiyaviy sathlar mos keladi: bir jinsli elektr maydondagi izolirlangan KO' energiyaviy spektri o'zgarmaydi. $V(z)$ davriy potentsialli o'ta panjara uchun egiluvchi funksiya yaqinlashishida nol chegaraviy shartni qanoatlantiradigan tenglama quyidagicha ifodalanadi [10]

$$\left\{ E_m \left(-i \frac{\partial}{\partial z} \right) + eFz \right\} \varphi_{mn}(z) = E_{mn} \varphi_{mn}(z)$$

bu yerda $E_m(-i\nabla_z)$ (3.31) formula bilan aniqlanuvchi energiyaning m tartib raqamli o'ta panjara minizonasi. Bu yerda to'lqin vektorning k_z komponentasi unga mos differensial operator bilan almashtirilgan. Bu holda (4.9) tenglamaning simmetriyasi e'tiborga olinsa, u holda egiluvchi to'lqin funksiyasi va unga mos keladigan energiya xususiy qiymatlar uchun quyidagi munosabatlarni qayd qilish mumkin

$$\varphi_{mn}(z) = \varphi_{m0}(z - d \cdot n), E_{mn} = E_{m0} + \hbar \omega_s \cdot n, \left(-\frac{N}{2} \leq n < \frac{N}{2} \right) \quad (4.10)$$

bu yerda $\omega_s = \frac{eFd}{\hbar}$ -Vane-Shtark chastotasi, N -o'ta panjaraning davdar soni. $\varphi_{m0}(z)$ funksiya (4.8) tenglamaning $E = E_{m0}$ holdagi yechimidir. Shunday qilib, (4.9) tenglamaning qandaydir minizona uchun qayd qilingan bitta yechimini bilgan holda qolganlarini ham aniqlash mumkin. (4.10) ifodadan o'ta panjara qatlamiga tik yo'nalganelektr maydonda har bir minizona N diskret ekvidistant sathlardan tashkil topgan shtark kengayish (taralish)iga uchrashi kelib chiqadi. Bunda $\varphi_{mn}(z)$, funksiyalar n tartib raqamli KO' atrofida lokallashgandir. Δz_{mn} lokallashish sohasi minizonaning ΔE_m kengligiga bog'liq bo'lib, kvantlashgan o'ra tartib raqamiga bog'liq bo'lmaydi, ya'ni

$$\Delta z_{mn} = z_{\min}^{\max} - z_{\min}^{\min} = \frac{\Delta E_m}{eF} \quad (4.11)$$

$eFd \geq \Delta E_n$ shartni qanoatlantiradigan kuchli elektr maydonida $\varphi_{mn}(z)$ funksiya n tartib raqamli KO' ichida lokallashgan bo'ladi. Bu shartning bajarilishi o'ta panjarada energiyaviy sathlarning shtark lokallashishini anglatadi.

Yuqorida qayd qilingan mulohazalar e'tiborga olinsa, u holda (4.12) tenglama yechimi

$$\psi_{k_{\perp mn}}(r) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(ik_{\perp} r_{\perp}) \varphi_{mn}(z), \varphi_{mn}(-\infty) = \varphi_{mn}(+\infty) = 0 \quad (4.13)$$

va unga mos kelgan energiyaning xususiy qiymati

$$E_{mn}(k_{\perp}) = E_{m0} + \frac{\hbar^2}{2m^*} k_{\perp}^2 + \hbar\omega_s \cdot n \quad (4.14)$$

(4.14) ifodaga ko'ra sathlarning shtark lokalizatsiyasida o'ta panjaraning har bir kvantlashgan potensial o'rasida energiyaning ruxsat etilgan spektri, izolirlangan kvantlashgan o'radagi spektr kabi, sodir bo'ladi. Aniq bir tartib raqamli minizonaga tegishli ruxsat etilgan energiyaviy sathlarning to'plami «shtark narvoni» deb yuritiladi. Demak, kvantlashgan elektr maydonda o'ta panjaradagi minizonaning kvaziuzluksiz spektri ekvidistantli diskret sathlardan tashkil topgan «shtark narvoni» spektriga aylanadi, Agar F vektor geterostruktura qatlami sirti bo'lab yo'nalgan bo'lsa u holda izolirlangan KO' uchun (4.8) tenglama

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(z) + eFx \right\} \psi(r) = E\psi(r) \quad (4.15)$$

ko'rinishni oladi va bu tenglama o'zgaruvchilarni aimashtirish mefodi yordamida

$$\text{yechiladi } \psi_{k_y, x_0 m}(r) = \frac{1}{\sqrt{L_y}} \exp(ik_y y) f(x - x_0) \varphi_m(z) \quad (4.16)$$

bu yerda $\varphi_m(z)$ tashqi maydon ta'sir etmayotgan izolirlangan KO'dagi kvantlashgan sathlar uchun olingan yechimi, $f(x)$ -tok tashuvchilarning maydon yo'nalishidagi harakatini tavsiflovchi

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + eFx \right\} f(x) = 0 \quad (4.17)$$

bir o'lchamli Shredinger tenglamasining yechimi $f(-\infty) = f(+\infty) = 0$ shartniqanoatlantiradi. (4.16) funksiyaga mos keluvchi to'la energiya

$$E_m(k_y, x_0) = E_m + \frac{\hbar^2}{2m^*} k_y^2 + eFx_0 \quad (4.18)$$

Kvantlashgan potensial o'ralardan tashkil topgan O'P uchun $\varphi_m(z)$ funksiya uchun qayd qilingan (4.15) tenglama (4.3) tenglamaga, E_m (4.18) munosabatdagi na (4.5) funksiya ifodaga almashtirilishi kerak.

Yuqorida qayd qilingan mulohazalarga ko'ra bo'ylama elektr maydonga joylashtirilgan KO' va KO'lardan tashkil topgan o'ta panjaralarda tok tashuvchilar energiyaviy spektri uch o'lchamli strukturalardagi kabi o'zgaradi.

Mavzu: Holatlar zichligi va tok tashuvchilar konsentratsiyasi

Reja:

1. To'liq funktsiyaning statistikal qini.
2. Maks Bornning ishlariva ularning tahlili.
3. Geyzenberg noaniqlik munosabatlarining ifodalari.
4. Geyzenberg noaniqlik munosabatlarining ma'nosi.

Darsning maqsadi: Talabalarga to'liq funktsiyaning statistikal qini tushuntirish, unito'liq funktsiyaga qo'yiladigan standart shartlar bilan bog'lash hamda Geyzenberg noaniqlik munosabatlarini ma'kanligi va ularning ma'nosini tushuntirishdan iborat..

O'quv faoliyatining natijalari:

Talaba:

To'liq funktsiyaga M. Born bergan statistikal qini bilib oladi.

To'liq funktsiyaning statistikal qini unga qo'yiladigan standart shartlar bilan bog'lashni o'rganib oladi.

Geyzenberg noaniqlik munosabatlarining ko'rinishini bilib oladi.

Geyzenberg noaniqlik munosabatlarining ma'nosini tushunib oladi.

1-ilova

1. Statsionar Shryodinger tenglamasining ma'nosini qanday tushunasiz?
2. Nostatsionar Shryodinger tenglamasini manii ifodalaydi?
3. To'liq funktsiyaning statistikal qini qanday tushunasiz?
4. Nanofizika dagi uzluksizlik tenglamasining ma'nosini qanday?

2 – ilova

Ma'lumki, yarim o'tkazgichlarning ko'pgina elektr va optik xossalari erkin tok tashuvchilarning n konsentratsiyasiga bog'liq bo'ladi. O'z navbatida berilgan temperaturada muvozanatdagi konsentratsiya va legirlanish darajasi energiyaviy spektrga, aniqrog'i, boshqa qator fizik kattaliklar kabi, holatlarning $\rho(E)$ zichligiga bog'liq, ya'ni

$$n = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} f_0(E) \rho(E) dE \quad (4.19)$$

bu yerda $f_0(E) = 1 / \left[\exp\left(\frac{E-F}{k_0 T}\right) + 1 \right]$ -muvozanatdagi Fermi-Dirak funksiyasi, F- Fermi

sathi. Holatlar zichligi funksiyasi-energiyasi Edan $E+dE$ gacha oraliqda o'zgaruvchi va energiya birligida o'lchangan ruxsat etilgan holatlar sonidir. Agar energiyasi E_{min} dan E oralig'ida o'zgaruvchi $N(E)$ holatlar soni ma'lum bo'lsa, u holda holatlar zichligi quyidagicha hisoblanadi

$$\rho(E) = \frac{dN(E)}{dE} \quad (4.20)$$

Aniqlanishga ko'ra

$$N(E) = \sum_m \theta(E - E_m) \quad (4.21)$$

$\theta(x)$ - $x < 0$ holda nolga va $x > 0$ holda birga teng Xevisayd funksiyasi, m - berilgan energiyali holatlarga mos kelgan kvant sonlarning to'la to'plami (bunga spin ham kiradi).

4.3-§. Izolirlangan kvantlashgan o'ralar va iplar

(2.8) e'tiborga olinsa, u holda izolirlangan KO' uchun $N(E)$

$$N(E) = \sum_m N_m(E) \quad (4.22)$$

ifodadan aniqlanadi, bu yerda $N_m(E)$ - energiyasi E_m^{min} dan E gacha o'zgaruvchi m tartib raqamli zonada ruxsat etilgan holatlar soni

$$N_m(E) = 2 \sum_{k_{\perp}} \theta(E - E_m(k_{\perp})) = \frac{Sm^*}{\pi \hbar^2} (E - E_m) \theta(E - E_m) \quad (4.23)$$

Bu formula $k_{\perp}$ bo'yicha olinadigan summa integrallash bilan almashtirilgan. Summa oldidagi 2 faktor elektronda spinning e'tiborga olinishi hisobiga hosil bo'ladi. (4.20) e'tiborga olinsa, u holda KO' qatlami sirt yuzasi birligida hisoblangan holatlar zichligi

$$\rho_s(E) = \sum_m \rho_{sm}(E) = \rho_s \sum_m \theta(E - E_m) \quad (4.24)$$

bu yerda

$$\rho_s = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \quad (4.25)$$

ikki o'ichamli KO' zona tarmoqlaridagi sirt (ikki o'lchamli) holatlar zichligi, u energiya va zonatartib raqamiga bog'liq emas.

3.1-rasmda (4.24 ifodadan aniqlanuvchi ikki o'lchamli holatlar zichlligining energiyaga nisbatan zinapoyali bog'lanishi tasvirlangan. Bu bog'lanishning o'ziga xoslig zina balandliklarining bir xilligida va u m^* kattalikning zona tartib raqamiga bog'liq bo'lmagan yaqinlashishida olingan natija bilan ayniydir.

(4.18) va (4.24) formulalar e'tiborga olinsa, u holda tok tashuvchilar sirt konsentratsiyasi quyidagi

$$n_s = \sum_m n_{sm} \quad (4.26)$$

munosabat yordamida hisoblanadi, bu yerda

$$n_{sm} = \rho_s \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} f_0(E) \theta(E - E_m) dE = \rho_s \int_0^{\infty} f_0(E + E_m) dE = N_s \ln \left[1 + \exp \left(\frac{F - E_m}{k_0 T} \right) \right] \quad (4.27)$$

$-m$ tartib raqamli zonada sirt konsentratsiyasi, $N_s = \rho_s k_0 T$ -zona tarmoqlaridagi holatlarning effektiv zichligi. Tok tashuvchilar, asosan, zonaning pastki tarmoqlarida joylashuvini anglatadigan bir zonali yaqinlashishda, ya'ni

$K_0 T \ll E_2 - E_1 \sim \pi^2 \hbar^2 / 2m^* a^2$ shartda

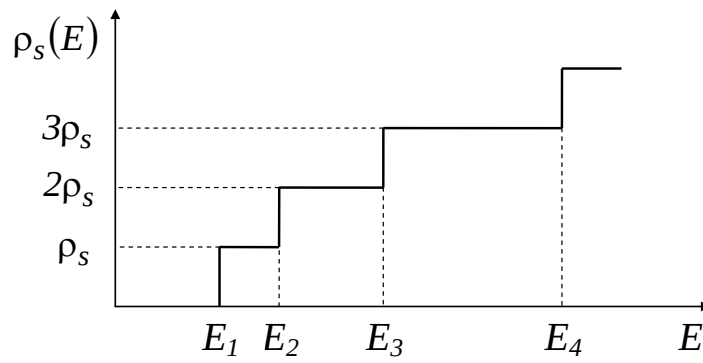
$$n_s = \rho_s \int_0^{\infty} f_0(E) dE = N_s \ln \left[1 + \exp \left(\frac{\xi}{k_0 T} \right) \right] \quad (4.28)$$

bu yerda $\xi = F - E_1$ -keltirilgan Fermi sathi. Tok tashuvchilarning tuslangan va tuslanmagan gazi uchun (4.28) formulaga ko'ra sirt konsentratsiyasi bir zonali yaqinlashishda quyidagicha bo'ladi

$$n_s = \begin{cases} N_s \exp \left(\frac{\xi}{k_0 T} \right), & \xi < k_0 T \\ N_s \frac{\xi}{k_0 T}, & 4k_0 T < \xi < E_2 - E_1 \end{cases} \quad (4.29)$$

(4.29) ifoda uch o'lchamli strukturalardagi tuslanmagan elektronlar konsentratsiyasi. ifodasi bilan aynandir. Tabiiyki, bunda uch o'lchamli hajmiy holatlar zichligi ikki o'lchamli sirt holatlar zichligiga almashtirilishi kerak.

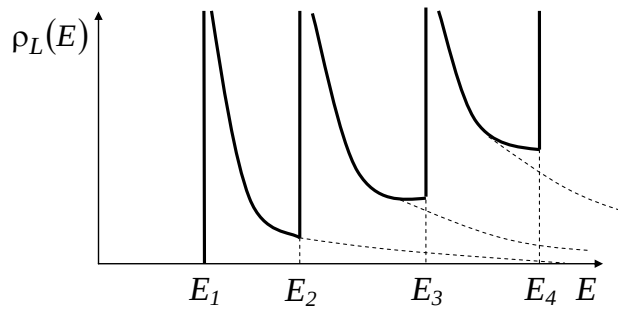
Kvantlashgan iplar uchun (4.22) formulada (3.20) e'tiborga olinsa, u holda



4.1-rasm. Izolirlangan KO'dagi sirt holatlari zichligining o'tkazuvchanlik zonasining bo'sag'asi (valent zonasining tubi) atrofida tanlangan energiyaga nisbatan bog'lanishi.

$$N_m(E) = 2 \sum_{k_z} \theta(E - E_m(k_z)) = 2 \frac{L_z \sqrt{2m^*(E - E_m)}}{\pi \hbar} \theta(E - E_m), \quad (4.30)$$

bu yerda L_z -kvantlashgan ip uzunligi. Kvantlashgan ip uzunligi birligida holatlar zichligi— bir o'lchamli holatlar zichligi (4.19) ifodada (4.20) va (4.30) e'tiborga



4.2-rasm. Izolirlangan KNda bir o'lchamli holatlar zichligining o'tkazuvchanlik zonasining bo'sag'asi (valent zonasining tubi) atrofida tanlangan energiyaga nisbatan bog'lanishi.

olingan holda aniqlanadi, ya'ni

$$\rho_L(E) = \sum_m \rho_{Lm}(E) = \frac{\sqrt{2m^*}}{\pi \hbar} \sum_m \frac{\theta(E - E_m)}{\sqrt{E - E_m}} \quad (4.31)$$

4.2 rasmda $\rho_L(E)$ bog'lanishning izolirlangan kvantlashgan ip uchun sifatli bog'lanishi tasvirlangan, Rasmdan ko'rinayaptiki, bu holatlar zichligi bir jinsli magnit maydondagi uch o'lchamli strukturalardagi holatlar zichligining analogidir. Uch o'lchamli holdan farqi shundaki ikki o'lchamli holda bog'lanishning cho'qqilari davriy takrorlanadi. Hajmiy yarim o'tkazgichlarda bunday hol landau sathlarning ekvidistantligi bilan tushuntiriladi.

Tok tashuvchilar bir o'lchamli konsentratsiyasini (4.18) va (4.31) e'tiborga olingan holda topish mumkin va u

$$n_L = \frac{2\sqrt{2m^*}}{\pi\hbar} \sum_m \int_0^\infty \sqrt{E + E_m} \left[-\frac{\partial f_0(E + E_m)}{\partial E} \right] dE \quad (4.32)$$

Bir zonali yaqiniashishda tushlangan hol uchun (4.32) formuladan

$$n_L = \begin{cases} N_L \exp\left(\frac{\xi}{k_0 T}\right), & \xi < -k_0 T \\ \frac{2}{\sqrt{\pi}} N_L \left(\frac{\xi}{k_0 T}\right)^{1/2}, & 4k_0 T < \xi < E_2 - E_1 \end{cases} \quad (4.35)$$

bu yerda $N_L = \sqrt{\frac{2m^* k_0 T}{\pi\hbar^2}}$ -kvantlashgan ip zonasi tarmoqlaridagi bir o'lchamliholatlarning effektiv zichligi.

Mavzu: Yarim o'tkazgichli nanostrukturalarning ayrim optik xossalari

Reja:

1. Yarim o'tkazgichli nanostrukturalarning optik xossalari.
2. Yarim o'tkazgichli nanostrukturalada optik o'tish qoidasi.
3. Yarim o'tkazgichli nanostrukturalarning yirug'likning yutilishi

Darsningmaqsadi: Talabalarga Yarim o'tkazgichli nanostrukturalarning ayrim optik xossalari bilan tanishtirishdan iborat

O'quv faoliyatining natijalari:

Talaba:

- Potentsial o'ra nima ekanligini va uning ta'rifini hamda bunday zarra uchun Shryodinger tenglamasi qanday yozilishini bilib oladi.
- Bu tenglamani integrallashni va undan energiya hamda to'lqin funktsiya uchun kelib chiqadigan natijani bilib boladi.
- Energiyaga to'lqin funktsiyalarni tahlil qilishni hamda ehtimollik zichligining taqsimotini bilib oladi.
- Erkin zarra uchun Shryodinger tenglamasi qanday yozilishini bilib va tushunib oladi.

1. Yarim o'tkazgichli nanostrukturalarning optik xossalarini qayd qilib bering.
2. Yarim o'tkazgichli nanostrukturalarda optik o'tish qoidasi nima?
3. Yarim o'tkazgichli nanostrukturalarning yirug'likning yutilish necha xil?

5-§. O'ta panjaralar

Kvantlashgan o'ralardan tashkil topgan o'ta panjaralarda energiyaviy spektr uchun (2.29), ruxsat etilgan holatlar uchun (2.27) e'tiborga olinsa, u holda energiyasi E dan miqdoran kichik bo'lgan minizonada ruxsat etilgan holatlar uchun quyidagi natijani olish mumkin

$$N_m(E) = 2 \sum_k \theta(E - E_m(k)) = \frac{Vm^*}{2\pi^2 \hbar^2} \int_{-\pi/d}^{\pi/d} \theta(E - E_m(k_z)) dk_z \quad (5.1)$$

bu yerda $V = SL_z = SNd - N$ davrdan iborat bo'lgan d davrli qatlam yuzasi S bo'lgan o'ta panjara hajmi. Bu formulaga ko'ra olib borilgan hisoblashlarda potentsiali davriy funksiya bo'lgan (2.2) tenglamani yechish bilan aniqlanadigan minizonadagi energiyaviy dispersiya avvaldan ma'lum deb hisoblangan. Minizona kengligi nolga miqdoran yaqin $\Delta_m \approx 0$ deb hisoblanuvchi kuchsiz o'zaro ta'sirlashuvchi kvantlashgan o'ra uchun ((2.34) ifodaga q.) (5.1) formula o'ta panjara soni ko'paytirilgan (4.22) formulaga almashadi

$$N_m(E) = \frac{Vm^*}{\pi \hbar^2 d} (E - E_m) \theta(E - E_m) \quad (5.2)$$

Hajmiy holatlar zichligi uchun (4.23) formulaga o'xshash quyidagi ifodani olish mumkin

$$\rho_v(E) = \sum_m \rho_{vm}(E) = \rho_v \sum_m \theta(E - E_m) \quad (5.3)$$

bu yerda

$$\rho_v = \frac{m^*}{\pi \hbar^2 d} \quad (5.4)$$

-KO' minizonasidagi energiya va minizonaning tartib raqamiga bog'liq bo'lmagan hajmiy (uch o'lcham) holatlar zichligi.

3.3 rasmda o'ta panjaradagi holatlar zichligining o'tkazuvchanlik zonasi tubi (valent zonasining shipi) atrofidagi energiyaviy bog'lanishi tasvirlangan. Bu holda $\Delta_m \neq 0$ e'tiborga olingan. Rasmdan ko'rinayaptiki, kvantlashgan o'ra

zinapoyalari o'rtasidagi bog'lanish e'tiborga olinsa, u holda holatlar zichligi shaklan o'zgaradi. Xususan yuqori minizionalarda energiyaviy spektrdagi sakrab o'zgarish uzluksiz o'zgarish bilan almashariadi. Natijada holatlar zichligi shaklan uzluksiz ravishda hajmiy yarim o'tkazgichdagi holatlar zichligiga o'tadigan hollarni tanlash mumkin,

Kuchsiz bog'langan kvantlashgan o'rali o'ta panjaradagi tok tashuvchilarning hajmiy konsentratsiyasi bir minizonali yaqiniashishda. Bunda n_s kattalik n_v bilan, N_s kattalik $N_v = p_v k_0 T$ bilan almashtirilishi kerak, ya'ni

$$n_v = N_v \ln \left[1 + \exp \left(\frac{\xi}{k_0 T} \right) \right] = \frac{m^* k_0 T}{\pi \hbar^2 d} \ln \left[1 + \exp \left(\frac{\xi}{k_0 T} \right) \right] \quad (5.5)$$

(5.4) ifodadan tushlangan hol uchun (5.5) munosabatga o'xshash natijalar olish mumkin.

2 – ilova

Yarim o'tkazgichlarning va strukturalarining asosiy tavsiflovchi optik xossalari yorug'lik chastotasi yoki to'liq uzunligining funksiyasi sifatida olingan kompleks N sindirish ko'rsatkichi bilan aniqlanadi [16]. Izotrop holda yorug'likning x o'qi bo'ylab tarqalishi muhitning kompleks sindirish ko'rsatkichi bilan quyidagicha bog'langan

$$F(x, t) = F_0 \exp \left[i \omega \left(\frac{N(\omega) x}{c} - t \right) \right] \quad (5.6)$$

bu yerda F -yorug'lik vektori, $N(\omega) = n(\omega) + ik(\omega)$, $n(\omega)$ - muhitning haqiqiy sindirish ko'rsatkichi, $k(\omega)$ - namunada yorug'likning yutilish koeffitsiyenti. Yorug'lik energiya zichligining yorug'lik vektori modulining kvadratiga proporsional bo'lganligi bois agar (8.1) e'tiborga olinsa, u holda yorug'lik yutuvchi muhit koordinatasiga bog'liq o'zgarishi quyidagicha aniqlanadi

$$\omega(x) = \varepsilon_0 \varepsilon(\omega) |F|^2 \propto \exp(-\alpha x) \quad (5.7)$$

bu yerda

$$\alpha(\omega) = \frac{2\omega k(\omega)}{c} \quad (5.8)$$

-yutilish koeffitsiyenti. Umumiy holda yutilish koeffitsiyenti additiv funksiya bo'lib, uning har bir tashkil etuvchisi yorug'likning tabiatan har xil bo'lgan va qaralayotgan muhitga tegishli zarralar yoki kvazizarralarda yutilishini anglatadi.

Yarim o'tkazgichlarda yorug'likning asosiy yutilishi uning elektronlarda yutilishidir. Yutilish koeffitsiyentining dispersiyasi elektronlar va kavaklarning energiyaviy spektri va to'lqin funksiyalariga bog'liq aniqlanadi. Kvant mexanikasiga ko'ra [17] yorug'likning elektronlarda yutilishi g'alayonlar nazariyasining birinchi yaqinlashishida elektronlarning past energiyali holatdan katta energiyali holatga optik o'tishlari bilan aniqlanadi. Shunday o'tishlar ikki ko'rinishda kechadi: ularning birida kvaziimpulslarning saqlanish qonuni bajariladigni to'g'ri optik o'tishlar bo'lsa, ikkinchisi noto'g'ri(novertikal) o'tishdir. Novertikal optik o'tish va u bilan bog'langan yorug'likning yutilishi, miqdoran birinchi tur optik o'tishga nisbatan kam bo'ladi. Buning sababito'g'ri o'tishlarda elektron va foton o'zaro ta'siri kechadi, noto'g'ri optik o'tishda esa ulardan tashqari uchinchi kvazizarra ham ishtirok etadi.

5.1-§. Asosiy munosabatlar

Kvant mexanikasiga asosan yarim o'tkazgichda elektronlarning vertikal zonalararo optik o'tishiga asoslangan yorug'likning yutilish quyidagi ko'rinishda tanlanishi mumkin [16]

$$\alpha(\omega) = \frac{2\hbar\omega}{nc\varepsilon_0 F_0^2 V} \sum_{i>j} \sum_k \omega_{ji}(k) [f_0(E_{jk}) - f_0(E_{ik})] \quad (5.9)$$

bu yerda

$$\omega_{ji}(k) = \frac{2\pi}{\hbar} \left(\frac{eF_0}{2m_0\omega} \right)^2 |P_{ij}(k)|^2 \delta(E_{ik} - E_{jk} - \hbar\omega) \quad (5.10)$$

-elektronning ψ_{jk} to'lqin funksiyali holatdan ψ_{ik} to'lqin funksiyali holatga optik o'tish ehtimolligi; i, j -boshlang'ich va oxirgi holatlarini tavsiflovchi diskret kvant sonlar (zonaning tartib raqami), k -o'lchami elektronlar harakatining erkinlik darajasi bilan aniqlanadigan kvazidiskret to'lqin vektori. Hajmiy yarim o'tkazgichlarda bu vector uch o'lchamli, kvantlashgan o'rada—ikki o'lchamli, kvantlashgan ipda —bir o'lchamli, kvantlashgan nuqtada-nol o'lchamli, $E_{jk}=E_j(k)$, $E_{ik}=E_i(k)$ - elektronning boshlang'ich va oxirgi holatlari energiyasi,

$$P_{ij}(k) = \int_V \psi_{jk}^* c p \psi_{jk} dV \quad (5.11)$$

— $p = -i\hbar\nabla$ impuls operatorining matritsaviy elementi, s —yorug'lik vektoriga parallel bo'lgan birlik vektor, $\mathbf{n}=\mathbf{n}(\omega)$ —namunaning yorug'likni sindirish koeffitsiyenti, c - yorug'likning vakuumdagi tarqalish tezligi, F_0 -yorug'lik vektorining amplitudasi, m_n -erkin electron massasi, $f_0(E)$ -muvozzatdagi tok tashuvchilarning Fermi-Dirak taqsimot funksiyasi, V -elektronli gaz egallagan hajm.

$k=0$ nuqta atrofidagi ruxsat etilgan optic o'tishlardagi xususiy yutilish qirradi (chekkasi) [16] yutilish koeffitsiyentining chastotaga bog'liqligi, (5.9) e'tiborga olinsa, u holda

$$\alpha(\omega) \cong \frac{C}{\omega} \sum_{j < i} |P_{civj}|^2 \rho_{civj}(\omega) \quad (5.12)$$

bu yerda indeks o'tkazuvchanlik, v – valent zonasiga tegishli, C -muhitning sindirish ko'rsatkichi hisobiga chastotaga deyarli bog'liq bo'lmagan proportsionallik konstantasi, impulsning matritsaviy elementi $P_{civj} = P_{civj}(0)$,

$$\rho_{civj}(\omega) = \sum_k \delta(E_{ci}(k) - E_{ci}(k) - \hbar\omega) \quad (5.13)$$

optik holatlar zichligi (funktsiyasi). Fizikaviy tabiatiga ko'ra bu funksiya energiya va impulsning saqlanish qonuni tomonidan ruxsat etilgan va-elektronlarning $\mathbf{vj}$ va $\mathbf{ci}$ zonalar o'rrasida sodir bo'ladigan optik o'tishlar soni. Bu holda optik o'tish energiyasi $\hbar\omega$ dan $\hbar\omega + \Delta\hbar\omega$ gacha o'zgaruvchi fotonlarning yutilishi hisobiga kechadi. Elektron C to'lqin vektorining tabiatan kvaziuzluksiz bo'lishi e'tiborga olinsa, u holda optic zichlik funksiyasini energiyasi $\hbar\omega$ gacha o'zgaradigan elektronlarning $\mathbf{vj}$ zonadan sizonaga vertikal o'tish sonidan o'tish energiyasi bo'yicha olingan hosila sifatida qarash mumkin, ya'ni

$$\rho_{civj}(\omega) = \frac{d}{d\hbar\omega} \sum_k \theta(\hbar\omega - E_{ci}(k) + E_{vj}(k)) \quad (5.14)$$

(5.14) formul optik zichlik funksiyasi holatlar zichlik funksiyasining analogi kelib chiqadi ((3.2)-(3.3) munosabatlarga q.),

5.2-§. Kvantlashgan o'ralarda va o'ta panjaralarda yorug'likning bir zonalararo yutilishi

Elektronlarning valent zonasidan o'tkazuvchanlik zonasiga optik o'tishlari hisobiga sodir bo'ladigan o'tish zonalararo yoki xususiy optik o'tish deyiladi. Bunday tur yutilish yarim o'tkazgichlarda boshqa tur optik o'tishlarga nisbatan sezilarli kechadi va u optoelektronika qurilmalarida alohida ahamiyat kasb etadi.

Izolirlangan kvantlashgan o'rada elektronlarning boshlang'ich va oxirgi holatlar to'lqin furiksiyalari zonalararo yutilishda (2.3) e'tiborga olinsa, u holda quyidagi ko'rinishga keladi

$$\psi_{vk_{\perp}j}(r) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(ik_{\perp}r_{\perp}) \varphi_{vj}(z) u_v(r) \quad (5.15)$$

$$\psi_{ck_{\perp}i}(r) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(ik_{\perp}r_{\perp}) \varphi_{ci}(z) u_c(r) \quad (5.15)$$

bu yerda $u_v(r)$ va $u_c(r)$ - Blox to'liq funksiyasining davriy tashkil etuvchisidir va u kvantlashgan o'ra o'stirilgan hajmiy yarim o'tkazgichda valent zonasining shipiga va o'tkazuvchanlik zonasining tubiga mos keladi. Bu funksiyalarga tegishli va valent zonasining shipiga va o'tkazuvchanlik zonasining tubiga nisbatan olingan energiyalarning xususiy qiymatlari (2.8) e'tiborga olinsa, u holda

$$E_{vj}(k_{\perp}) = E_v - E_{vj} - \frac{\hbar^2}{2m_p} k_{\perp}^2 \quad (5.16)$$

$$E_{ci}(k_{\perp}) = E_c + E_{ci} + \frac{\hbar^2}{2m_n} k_{\perp}^2 \quad (5.16)$$

Impulsning (5.5) matritsaviy elementi ifodasida (5.9), (5.12) funksiyalar e'tiborga olinsa, u holda

$$P_{civj}(k_{\perp}) = \int_V \psi_{ck_{\perp}l}^*(r) sp \psi_{vk_{\perp}j}(r) dV = P_{cv} \cdot S_{cmvm} \quad (5.15)$$

bu yerda

$$P_{cv} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} u_c(r) c p u_v(r) dV \quad (5.15)$$

impuls operatorining yorug'lik vektoriga bo'lgan proeksiyasi matritsaviy elementi va u kvantlashgan o'ra o'stirilgan to'g'ri zonali hajmiy yarim o'tkazgichda yorug'likning xususiy yutilish qirrasi sohasidagi zonalararo optik o'tish ehtimolligini aniqlaydi, Ω -bu yarim o'tkazgich elementar uyachasining hajmi,

$$S_{civj} = \int_L \varphi_{ci}^*(z) \varphi_{vj}(z) dz \quad (5.16)$$

egiluvchi funksiyalarning bir birini qoplash integrali va u bir o'lchamli kvantlashgan o'ra zonasi tarmoqlari orasidagi zonalararo optik o'tish ehtimolligi uchun qo'shimcha o'tish qoidalarini beradi, l -kvantlashgan o'raning effektiv qalinligi. Bu holda tok tashuvchilarning potensial to'siq orqali tunnellanishi e'tiborga olingan. Chekchiz chuqur potensial o'ra yaqinlashishida egiluvchi funksiyalar uchun (2.5) e'tiborga olinsa, u holda qoplash integral ikki qiymatga erishadi, ya'ni

$$S_{civj} = \delta_{ij} \quad (5.17)$$

(5.17) munosabatdan qaralayotgan holatdagi zonalararo optik yutilish bir xil tartib raqamli zonalar yoki zona tarmoqlari o'rtasida borishi kelib chiqadi. Chekli balandlikli kvantlashgan strukturada elektronlarning potensial to'siq orqali tunnellanishi hisobiga yutilish har xil tartib raqamli, biroq bir xil juftiikka ega

bo'lgan zonalar yoki zona tarmoqlari orasida optik o'tish sodir bo'lishi mumkin . Biroq bunday tur yutilish intensivligi bir xil tartib raqamli zonalar yoki zona tarmoqlari o'rtasida yutilishga nisbatan anchayin kuchsiz kechadi,

Yuqorida qayd qilingan (5.7)-(5.17) ifodalarga ko'ra kvantlashgan o'rada yorug'lik yutilish koeffitsiyenti xususiy yutilish qirrasida quyidagicha aniqlanadi

$$\alpha_{cv}(\omega) = \frac{2\pi e^2 |P_{cv}|^2}{nc\epsilon_0 m_0^2 \omega V} \sum_{ij} |S_{civj}|^2 \rho_{civj}(\omega) \quad (5.18)$$

bu yerda, $\rho_{civj}(\omega)$ -(8.8) optik zichlik funksiyasi va u

$$\rho_{civj}(\omega) = \sum_{k_{\perp}} \delta(E_{ci}(k_{\perp}) - E_{vj}(k_{\perp}) - \hbar\omega) = \frac{m_{op} S}{2\pi \hbar^2} \theta(\hbar\omega - E_g - E_{civj}) \quad (5.19)$$

bu yerda $J^* = E_{ci} - E_{vj}$; -hajmiy yarim o'tkazgich ia'qiqlangan zona kengligi, E_{civj} - $E_{ci} - E_{vj}$; m_{op} optik effektiv massa yoki optik holatlar zichiigi effektiv massasi

$$1/m_{op} = 1/m_n + 1/m_p \quad (5.20)$$

Yuqorida qayd qilinganidek, optik zichlik funksiyasining energiyaviy bog'anishi alohida olingan zona tarmoqlaridagi holatlar.zichligining energiyaviy bog'lanishiga mos keladi ((3.6) ifodaga q.).

(5.19) e'tiborga olinsa, u holda (8.18) formula

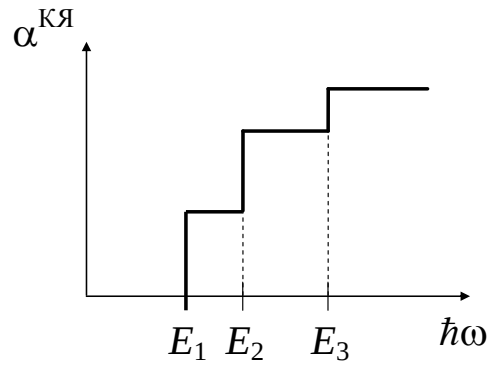
$$\alpha_{cv}^{\hat{E}_i}(\omega) = A_{cv}^{\hat{E}_i} \sum_{\beta} |S_{cv\beta}^{\hat{E}_i}|^2 \theta(\hbar\omega - E_{cv\beta}) \quad (5.21)$$

bu yerda $E_{cv\beta} = E_g + E_{civj} = E_g + E_{ci} + E_{vj}$; $\beta = (i, j)$ j-tartib raqamli valent zonasi va i tartib raqamli o'tkazuvchanlik zonasi tarmoqlariga mos keluvchi kvant sonlar to'plami

$$A_{cv}^{\hat{E}_i} \approx \frac{m_{op} e^2 |P_{cv}|^2}{nc\epsilon_0 m_0^2 \hbar E_g a} \quad (5.22)$$

-miqdoran kvantlashgan o'ra o'stirilgan hajmiyyarim o'tkazgich kattaliklari bilan aniqlanadigan va kvantlashgan o'ra $a \approx v/S$ ning qalinligi konstanta, r $S_{civj}^{\hat{E}_i}$ -(5.16) yoki (5.17) ifoda orqalianiqlangan to'lqin funksilarning bir birini qoplash integrali.

(5.21) ifotiaga ko'ra yorug'likning kvantlashgan o'rada xususiy yutilish



5.1 -rasm. O'lchamli kvantlashgan o'rada yorug'likning xususiy yutilish koeffitsientningi spektri: $E_1 = E_g^{KY}$; $E_n = E_{cv\beta}$.

qirradi quyidagi xossalr bilan tavsiflanadi (5.1 -rasm)

- $E_g^{\hat{E}_i} = E_{cv1} = E_g + E_{c1v1}$ ta'qiqlangan zona kengligi bilan aniqlanuvchi xususiy yutilish tasmasi qirradi hajmiy yarim o'tkazgichlardagiga nisbatan, katta chastotalar sohasiga siljigandir;
- yutilish koeffitsiyenti dispersiyasi qirra sohasida, umuman olganda, zinalitabaitga ega bo'ladi; har bir zina zonalararo yutilishga valent - zonasining bir tarmog'idan va o'tkazuvchanlik zonasining boshqa tarmog'igao'tishlarga bog'liq bo'lgan ulushni beradi. Shu bois yorug'likning kvantlashgan o'rada xususiy yutilish koeffitsiyenti bo'sag'a chastotalarda, hajmiy yarim o'tkazgichdan farqli o'laroq nolga teng;
- yorug'likning yutilish koeffitsiyentining spektri yorug'likning qutblanish darajasi(holati) bog'liq emas va temperaturaga kuchsiz bog'liqdir;
- markaziga nisbatan simmetrik kvantlashgan o'ralarda zonaning yorug'likning tarmoqlararo yutilishi qo'shimcha, holatlarni fazoviy simmetriyasi(juft yoki toqligi)ga bog'liq bo'lgan tanlash qoidalari yordamida aniqlanadi, kvantlashgan o'ralardan davriy tashkil topgan o'ta panjarada zonalararo yutilishda elektronlarning boshlang'ich va oxirgi holatlar to'lqin funksiyalari (2.27) e'tiborga olinsa, u holda

$$\psi_{vjk}(r) = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp(ikr) \varphi_{vjk_z}(z) u_v(r) \quad (5.23)$$

$$\psi_{cik}(r) = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp(ikr) \varphi_{cik_z}(z) u_c(r) \quad (5.24)$$

Bunday funksiyalarga tegishli energiyaning valent zonasining shipiga va o'tkazuvchanlik zonasining tubiga nisbatan olingan xususiy qiymatlari (2.29) e'tiborga olinsa, u holda

$$E_{vj}(k) = E_v - E_{vj}(k_z) - \frac{\hbar^2}{2m_p} k_{\perp}^2 \quad (5.25)$$

$$E_{ci}(k) = E_c - E_{ci}(k_z) - \frac{\hbar^2}{2m_n} k_{\perp}^2 \quad (5.26)$$

kvaziikki o'lchamli elektronli gaz yaqinlashishida kuchsiz bog'langan kvantlashgano'ralardan tashkil topgan kontravariant o'ta panjara uchun (5.24)-(5.26) e'tiborga olinsa, u holda yutilish koeffitsiyenti (5.21) ko'rinishda bo'ladi va izolirlangan kvantlashgan o'ra uchun

$$\alpha_{cv}^{o^{\circ}p}(\hbar\omega) = A_{cv}^{o^{\circ}p} \cdot \sum_{\beta} |S_{sv\beta}^{c\beta}|^2 \theta(\hbar\omega - E_{cv\beta}) \quad (5.27)$$

bu yerda

$$A_{cv}^{o^{\circ}p} = \frac{a}{d} A_{cv}^{po^{\circ}}; \quad S_{cv\beta}^{o^{\circ}p} = S_{cvj}^{o^{\circ}p} \approx \frac{1}{d} \int_{d/2}^{d/2} \varphi_{cj0}^*(z) \varphi_{cj0}(z) dz \quad (5.28)$$

Qaralayotgan o'ta panjaralar uchun yutilishning qirra sohasida xususiy yutilish xossalari, kutilganidek, alohida olingan kvantlashgan o'rada yutilishning xossalari bilan mos tushadi (5.2-rasm). Bo'sag'a chastotasida noldan farqli yutilish koeffitsiyenti kvantlashgan generatorlarda hajmiy yarim o'tkazgichlarning o'rnida o'ta panjaradan foydalanish irnkonini beradi. Minizona energiyasining dispersiyasining to'lqin vektorning k_z (2.34) bilan aniqlanuvchi komponentasiga ta'siri yorug'likning zonalararo yutilishi spektridagi zinali sohalarining "dazmollanish!"ga olib keladi (5.2- rasm).

Past temperaturalar sohasida eksitonli effektlarning ta'siri e'tiborga olinsa, u holda izolirlangan kvantlashgan o'ra va kuchsiz bog'langan kvantlashgan o'ralarda tashkil topsa, -u holda o'ta panjarada xususiy yutilishning qirrasi tabiatan o'zgaradi. 4.3- rasmda- xususiy yutilish qirrasi sohasiga tegishli yutilish koeffitsiyentining bog'langaneksitonlar va elektronlar va kavaklarning kulon ta'siri hisobiga sodir bo'ladigan yutilish cho'qqilari e'tiborga olingan holdagi spektri tasvirlangan [1].

5.3-§. Kvantlashgan iplarda yorug'likning zonalararo yutiish

Zonalararo yutilishda ishtirok etayotgan kvantlashgan iplardagi elektronlar boshlaflg'ich va oxirgi holatlar to'lqin funksiyalari (9.18) e'tiborga olinsa, u

holda Bunday to'liq funksiyalarga tegishli energiyalarning valent zonasining shipiga va o'tkazuvchanlik zonasining tubiga nisbatan olingan xususiy qiymatlari (2.20) e'tiborga olinsa, u holda

$$E_{vj}(k_z) = E_v - E_{vj} - \frac{\hbar^2}{2m_p} k_z^2 \quad (5.3.1)$$

$$E_{ci}(k_z) = E_c + E_{ci} + \frac{\hbar^2}{2m_n} k_z^2 \quad (5.3.2)$$

Kvantlashgan o'radan farqli o'laroq kvantlashgan ipdagi elektronli gaz bir o'lchamlidir. Bu esa kvantlashgan ipdagi zonalararo o'tishlar uchun optik holatlar zichligining va demak xususiy yutilish spektrining kvantlashgan o'raga nisbatan sezilarli o'zgarishiga olib keladi. (5.29)-(5.2) e'tiborga olinsa, u holda to'liq funksiyalar va ruxsat etilgan energiya uchun yutilish ko'effitsiyentining elektronlarning valent zona va o'tkazuvchanlik zonalar tarmoqlari o'rtasida ruxsat etilgan optik o'tishlarga nisbatan olingan (8.7) ifodasi quyidagi ko'rnishni oladi

$$\alpha_{cv}^{KE}(\omega) = A_{cv}^{\hat{e}\hat{e}} \cdot \sum_{\beta} |S_{cv\beta}^{\hat{e}\hat{e}}|^2 \frac{\theta(\hbar\omega - E_{cv\beta})}{(\hbar\omega - E_{cv\beta})^{1/2}} \quad (5.3.3)$$

bu yerda

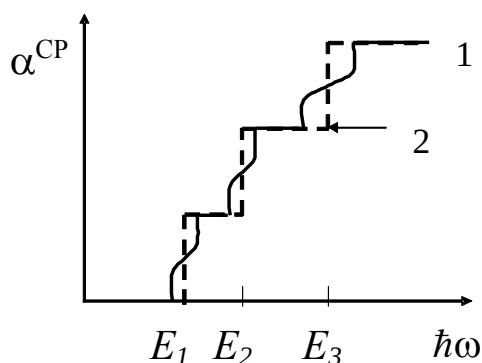
$$A_{cv}^{\hat{e}\hat{e}} \approx \frac{(2m_{op})^{1/2} e^2 |P_{cv}|^2}{nc\varepsilon, m^2, E_g S}; \quad S_{cv\beta}^{\hat{e}\hat{e}} = S_{civj}^{\hat{e}\hat{e}} = \int_S \varphi_{ci}^*(x, y) \varphi_{vj}(x, y) dS \quad (5.3.4)$$

S-elektronlarning potensial o'ra orqali tunnellanish e'tiborga olingandagi kvantlashgan ip ko'ndalang kesimining effektiv yuzasi. (5.3.3) ifodaga ko'ra bunday yutilish spektri (5.4- rasm) magnit maydonga kiritilgan hajmiy yarim o'tkazgichdayorug'likning ostsillyatsiya-lanuvchi yutiiish spektriga aynandir [16]. Bu yutilish spektrlar orasidagi farqi shundaki, hajmiy yarim o'tkazgichda yutilish ko'effitsiyentining ostsillyatsiyasi magnit maydoni induksiyasi orqali, kvantlashgan ipda esa ikki o'lchamli kvantlashgan o'ra parametrlari bilan aniqlanadi.

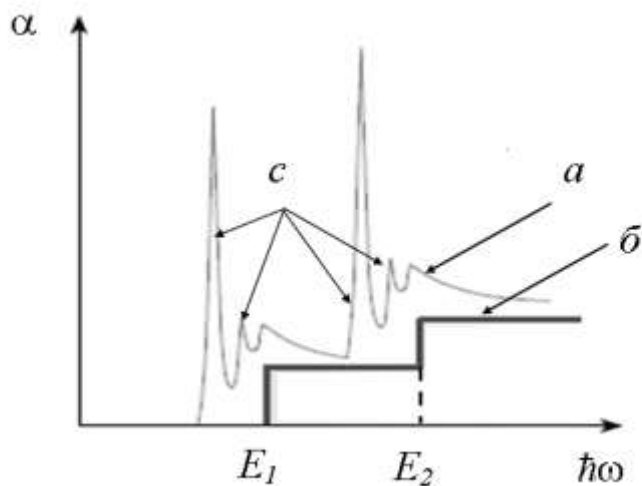
5.4-rasmda uzluksiz chiziq bilan yutilish spektri tasvirlangan. Bunda elektronlarning panjara tebranishi bilan o'zaro ta'siri e'tiborga olingan (eksitonli effektlarga e'tibor qaratilmagan). Bu o'zaro ta'sir hisobiga ostsillyatsiyalanuvchi cho'qqilarning balandliklari chekli, kengligi esa ortadi.

5.4-§. Kvantlashgan o'ralarda va o'ta panjaralarda yorug'likning bir zona tarmoqlariaro yutilishi

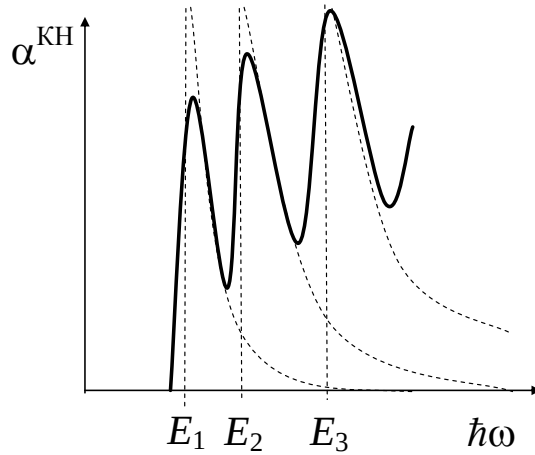
Past o'lchamli strukturalar zonasi tarmoqlarida va minizonalarda ruxsat etilgan energiyaviy sohaning mavjudligi bunday strukturalarda yorug'likning bitta zonaga tegishli tarmoqlararo to'g'ri optik o'tishlar bilan bog'liq yutilishi sodir bo'ladi. Bu zonaviy tarmoqlararo



5.2-rasm. Bo'sag'a chastotalar sohasidagi xususiy yorug'likning O'ta panjarada yutilish koeffitsienti spektri: minizona dispersiyasi 1-e'tiborga olingan, 2- e'tiborga olinmagan.



5.3-rasm. O'lchamli kvantlashgan o'ra va o'ta panjarada yorug'likning xususiy yutilish qirrasidagi spektri. Eksitonli effektlar: a) e'tiborga olingan; b) e'tiborga olinmagan; s) bog'langan eksitonlarga mos cho'qqilar.



5.4-rasm. Kvantlashgan ipda bo'sag'a chastotalar sohasida yutilish spektri.

$$\psi_{vj k_2}(r) = \frac{1}{\sqrt{L}} \exp(ik_z z) \varphi_{vj}(x, y) u_v(r)$$

$$\psi_{ci k_z}(r) = \frac{1}{\sqrt{L}} \exp(ik_z z) \varphi_{ci}(x, y) u_c(r)$$

yutilish deb nomlanadi. Bunday tur yutilishning xossalarini bir o'lchamli kvantlashgan o'ra, ya'ni ikki o'lchamli elektronli n-tip gaz misolida ko'rarmiz. Bunday yutilishda kechadigan optik o'tishni tavsiflovchi impuls operatorining (8.6), matritsaviy elementi (5.11) e'tiborga olinsa, u holda

$$P_{cij}(k_{\perp}) = \int_V \psi_{cik}^*(r) s p \psi_{cjk}(r) dV = P_{cij} \cos(v) \quad (5.4.1)$$

bu yerda

$$P_{zij} = \int_L \varphi_{ci}^*(z) p_x \varphi_{cj}(z) dz \quad (5.4.2)$$

v-elektrmaydon kuchlanganligi vektori bilan yorug'lik to'lqin vektori (kvantlashgan o'ra tekisligiga tik yo'nalgan z o'qi) orasidagi burchak, I - kvantlashgan o'raning effektiv qalinligi

(5.4.1), (5.4.2) munosabatlarga ko'ra kvantlashgan o'rada zona tarmoqlariaro yutilishi, zonalararo yutilishdan farqlilo'laroq, yorug'likning qutblanish tabiatiga bog'liqdir, ya'ni elektr maydon kuchlanganligi vektorining z-o'qi bo'ylab yo'nalgan tashkil etuvchisi bo'lganidagina yorug'lik yutiladi. Chekli chuqurlikli kvantlashgan o'ralar uchun (5.4.2) impuls operatorining $i > j$ holdagi matritsaviy elementi boshlang'ich holat to'lqin funksiyalar har xil juftlikka ega bo'lganida noldan farqli bo'ladi. Cheksiz chuqur kvantlashgan o'ra yaqinlashishida to'lqin funksiya uchun (2.5) ko'rinish e'tiborga olinsa, u holda impuls

operatorining zonaning tarmoqlariaro ixtiyoriy juftlikli holatlar o'rtasidagi o'tishlari uchun matritsaviy elementi nolga teng. Bundan qaralayotgan yutilish faqat chekli chuqurlikli kvantlashgan o'ralar uchun o'rinli ekanligi kelib chiqadi.

Agar elektrorilaming ruxsat etilgan energiyasi uchun (5.13) va impuls operatorining matritsaviy elementi uchun (4.35) va (5.4), (5.5) e'tiborga olinsa, u holda yorug'likning tarmoqlariaro yutilish koeffitsiyenti uchun quyidagi munosabatni olamiz

$$\alpha_c(\omega) \approx A \frac{n}{\omega} \sum_{i>l} |P_{zil}|^2 \cos(v)^2 \delta(\hbar\omega - E_{cil}) \quad (5.4.3)$$

bu yerda $A = \frac{\pi e^2}{2nc\varepsilon_0 m_0^2 a}$; $E_{cil} = E_{ci} - E_{cl}$; $n = n_s$ -elektronlarning o'tkazuvchanlik

zonasidagi (3.10) bilan aniqlanuvchi konsentratsiyaasi, a- kvantlashgan o'raning effektiv qalinligi. (5.4.3) ifoda elektronlar faqat asosiy holatdagina mujassamlangan deb hisoblab olingan. Bu shart $E_{ci} - E_{cl} > kT$ holda, ya'ni yetariicha yupqa kvantlashgan o'ralar uchun past temperaturalar sohasida bajariladi. Bu formulaga ko'ra kvantlashgan o'rada yorug'likning zona tarmoqlariaro yutilishi quyidagi xossalarga ega:

- ✓ bu yutilishning-spektri selektivlidir, ya'ni yutilish fotonning aniq bir qiymatlaridagina, ya'ni $\hbar\omega_i = E_{cil}$ shartda sodir bo'ladi;
- ✓ bu yutilish spektrining chastotasi infraqizil sohada yotadi, chunki

$$\hbar\omega_i \sim \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_n a^2} \ll E_g;$$

- ✓ spektr elektronlarning konsentratsiyasiga, ya'ni kvantlashgan o'raning legirlanish darajasiga va temperaturaga sezilarli bog'liqdir;
- ✓ yutilish koeffitsiyenli miqdoran yorug'likning qutblanishiga va qutbianish vektorining kvantlashgan o'ra devoriga nisbatan olingan orientatsiyasiga bog'liq;
- ✓ chekli chuqurlikli simmetriyaviy kvantlashgan o'ralarda optik o'tishlar har juftlikli holatlar o'rtasida kechadi.

Bir o'lchamli n-tip kvantlashgan o'ralardan tashkil topgan o'ta panjarada minizonalararo optik o'tishlarga bog'liq yutilish koeffitsiyenti dispersiyasimg ifodasi, kuchii bog'lanish yaqinlashishida, izolirlangan kvantlashgan o'radagi kabi ko'rinishga ega bo'ladi. Bu holda (8.16) formulada n o'ta panjara minizonasining pastki holatidagi elektronlarning hajmiy muvozanatdagi konsentratsiyasi deb tushuniladi, ya'ni

$$n = n_{s1}/d \quad (5.4.4)$$

$$P_{zci1} \approx \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \varphi_{ci0}^*(z) p_z \varphi_{ci10}(z) dz \quad (5.4.5)$$

-impuls operatori z -komponentasining $k_z=0$ nuqtada pastki minizona va o'yg'otilgan i tartib raqamli minizonalararo optik o'tish bilan bog'liq hamda (2.27) egiluvchi funksiyalarga nisbatan hisoblangan matritsaviy elementi.

Shunday qilib, qarayotgan o'ta panjarada yorug'likning minizonalararo yutilishining xossalari bir o'lchamli kvantlashgan o'ra, ya'ni ikki o'lchamli elektronli gazdagi zona tarmoqlariaro yutilishiga aynan o'xshashdir.

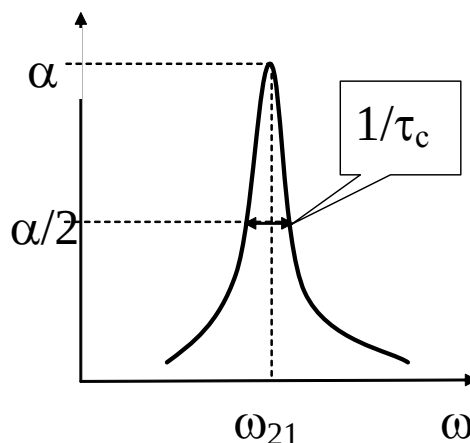
KO' va OP p-tip kvantlashgan o'ra va o'ta panjarada zona tarmoqlariaro va minizonalararo yutilishti tabiatan n-tip strukturalardagi kabi bo'ladi. Bunda ham yutilish (5.4.3)-(5.4.5) formulalar orqali ifodalanadi, faqat o'tkazuvchanlik zonasi va elektronli gazga tegishli zonaviy va minizonaviy parametralari mos holda valent zonasi va kavaklarning parametrlari bilan almashtiriladi.

Elektronlarning sochilishi e'tiborga olinsa, u holda (9.7) ifodadagi delta-funksiya quyidagicha lorens funksiyasiga almashtiriladi

$$\delta(\hbar\omega - E_{ci1}) \approx \frac{\Delta\omega}{\pi\hbar \left[(\omega - \omega_{ci1})^2 + \Delta\omega_{ci1}^2 \right]} \quad (5.40)$$

bu yerda $\hbar\omega_{ci1} = E_{ci} - E_{c1}$, $\Delta\omega_{ci1} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_{ci}} + \frac{1}{\tau_{c1}} \right) \approx \frac{1}{\tau_c}$, τ_c - o'tkazuvchanlik zonasidagi elektronlarning relaksatsiya vaqti. Bu hol e'tiborga olinsa, u holda zona tarmoqlararo yutilishi spektrida chuqurlar balandligi va kengligi chekli qiymatli bo'ladi (5.5-rasm)

Agar minizonaning kengligi sochilishga bog'liq optik o'tishga tegishli



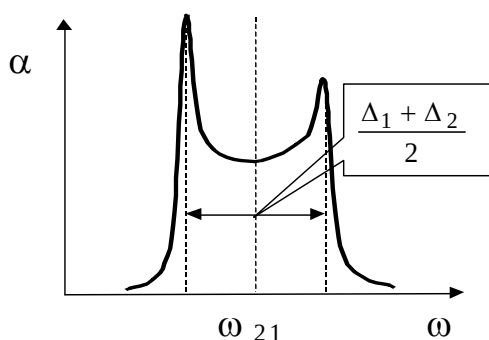
9.5-rasm. O'lchamli kvantlashgan o'rada zona tarmoqlariaro infraqizil yutilishning yuqori temperaturalar sohasida spektri.

energiyaning- noaniqligiga nisbatan miqdoran kichik bo'lsa,

ya'ni $\frac{1}{2}(\Delta_{ci} + \Delta_{cl}) \ll \tau_c$ shart bajarilsa u holda o'ta panjarada bunday yutilish cho'qqisi shaklan o'zgarmaydi. Aksincha cho'qqi shaklan murakkab bo'ladi [18] (5.6-rasm).

5.5. IQ-nurlanish fotodetektorlari

IQ-nurlanish fotodetektorlarida faol elementlari sifatida odatda izolirlangan bir o'lchamli kvantlashgan o'ralardan yoki bir kvantlashgan o'ralardan iborat o'ta panjaradan tashkil topgan n-GaAs/Al_xGa_{1-x}As tip fotosezgir geterostrukturalardan foydalaniladi. Agar yorug'lik elektr maydon kuchlanganligi vektori geterostrukturalar qatlamlariga tik yo'nalgan bo'lsa, u holda bunday

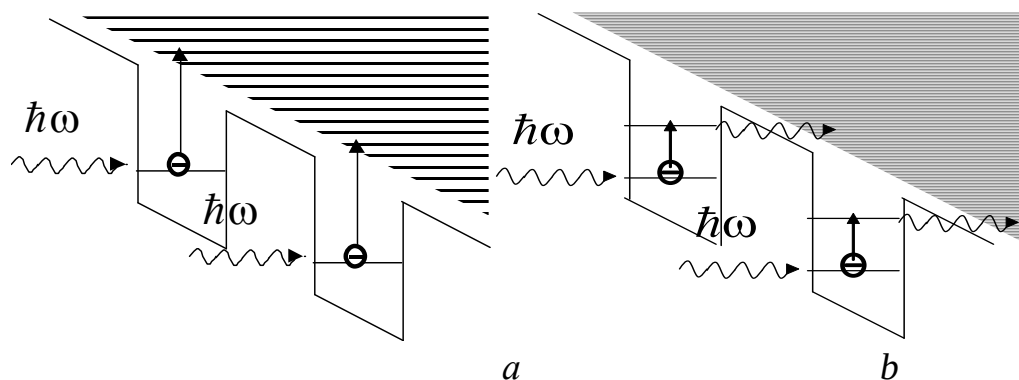


9.6-rasm. O'ta panjarada kuchsiz sochilish jarayonida va past temperaturalar sohasida zona tarmoqlariaro IQ-yutilish spektri.

strukturalarning fotoo'tkazuvchanligi IQ-yutilish hisobiga sodir bo'ladi va u ikki usulda amalga oshadi. Birinchi holda yutilish spektri elektronlarning kvantlashgan o'ra ichida va potensial to'siq ustida joylashgan kvaziuzluksiz energiyaviy spektllar sohasida yotuvchi zonadagi pastki tarmoqlarda kechadigan optik o'tishlar hisobiga hosil bo'ladi. Bu yerda tok tashuvchilar harakatlanuvchanligi juda yuqori bo'ladi. Bunday holda kvantlashgan o'radagi fotoionizatsiya [4] hisobiga yutilishning keng tasmasi kuzatiladi. Uning qirrasida zona tarmoqlar pastki sathlaridan va kontinuum chetki sohalariga bo'ladigan vertikal (to'g'ri) optik o'tishlarga mos keladi (8.7 a-rasm). Ikkinchi holda selektiv yutilish spektri kvantlashgan o'ra zonasining pastki vn o'yg'oti'gan tarmoqlari erasidagi optik o'tish hisobiga sodir bo'ladi. Bu holda tok tashuvchilarning potentsiai to'siq orqai kontinuum sohasiga tunnellanishi e'tibor olingan (8.7 b-rasm) Alohida olingan kvanliashgan o'ra va o'ta panjaralarning parametrlaridan iborat selektiv yoki keng tasmali ixtiyoriy to'lqin uzunlikli IQ-spektriga tegishli fotodetektor olish mumkin.

Qaralayotgan IQ—yutilish nurlanishning qutblanish tabiatiga va kvantlashgan qatlam sirtiga nisbatan olingan orientatsiyasiga bog'liq bo'lganligi bois fotoqabul qilgich tushayotgan yorug'likni talab darajasida qutblovchi maxsus qurilmalar bilan ta'mintanishi zarur [1]. Buning uchun ikki usuldan foydalaniladi. Yorug'lik fotosezgir struktura tagligiga ma'lum bir burchak ostida tushiriladi (5.8 a-rasm). Boshqa variantda yorug'lik taglikdan normal holda o'tkaziladi, zaruriy qutblanish yorug'likning difraksion panjaradan qaytishida hosil qilinadi, churiki strukturaning sirtiga maxsus lam o'tqazilgan bo'ladi (8.8 b-rasm).

Yorug'likning qutblanishidan unumli foydalanish imkonini beruvchi fotosezgir strukturalarni olish uchun o'tkazuvchanlik zonasidagi elektronlarning energiyaviy spektri anizotrop bo'lgan yarim o'tkazgichlardan yoki p-tip $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$



5.7-rasm. Ko'ndalan elektr maydonidagi o'lchamli kvantlashgan o'rada infraqizil yutilish.

geterostrukturalar tavsiya etilgan, albatta. Biroq birinchi holda qatlamga normal tushayotgan elektro-magnit to'lqini t'asirida elektronlar elektr maydon kuchlanganligi vektoriga tik bo'lgan qo'shimcha impuls oladi va elektronlar harakatini nazorat qilish murakkablashadi. Ikkinchi holda esa tok tashuvchilarning energiyaviy spektri valent zonasining strukturasiga ko'ra murakkabdir: yengil va og'ir kavaklar tarmoqlaridan iboratdir. Bu hol ham qurilmaning olmossimon yarim o'tkazgichlardan foydalanishni murakkablashtiradi [18].

5.6-§. Past o'lchamli strukturalarda nomuvozanatli taqsimot funksiyasi

Ma'lumki, yarim o'tkazgichlarda klassik elektr maydonda tok tashuvchilar elektro'tkazuvchanliginomuvozanatdagi taqsimot funksiyasi bilan tahlil qilinadi. Past o'lchamli yarim o'tkazgichli strukturalardava elastik sochilish hollarida bir jinsli $\vec{F}$ elektr maydonida bu funksiya $f_n(\vec{k})$ quyidagi Bolsman kinetik tenglamasining yechimi bo'ladi, ya'ni

$$\frac{q}{\hbar} \vec{F} \cdot \nabla_{\vec{k}} f_n(\vec{k}) = \sum_{n' \vec{k}'} w_{nn'}(\vec{k} \vec{k}') (f_{n'}(\vec{k}') - f_n(\vec{k})), \quad (5.6.1)$$

bu yerda q -elektron yoki kavaklar zaryadi. $w_{nn'}(\vec{k} \vec{k}') - |n \vec{k}\rangle$ holatdan sochilish hisobiga $|n' \vec{k}'\rangle$ holatga vaqt birligida o'tish ehtimolligi, n va p' -zona yoki minizona tartib raqami. Zona tarmoqlariaro yoki minizonalararo sochilishning mavjudiigi (5.6.1) tenglamani yechishni ancha murakkablashtiradi. Masalani soddalashtirish maqsadida keyinchalik bir minizonaii yaqinlashishidan foydalanamiz, Bunda barcha tok tashuvchilar zonaning pastki (asosiy) tarmog'larida yoki pastki minizonada sochilish amalga oshadi deb hisoblaymiz.

$\varphi(\vec{k})$ taqsimot funksiyasi miqdoran $f_0(E)$ muvozanatdagi taqsimot funksiyasiga nisbatan kichik bo'ladigan holni yuzaga keltiruvchi kuchsiz elektr maydon ta'sirida (5.6.1) tenglama bir minizonali yaqinlashishda quyidagi ko'rinishga keladi

$$q \vec{F} \vec{v}(\vec{k}) \frac{\partial}{\partial E} f_0(E) = \sum_{\vec{k}'} w(\vec{k}, \vec{k}') (\varphi(\vec{k}') - \varphi(\vec{k})) \quad (5.6.2)$$

bu yerda $\varphi(\vec{k}) = f_1(\vec{k}) - f_0(E)$; $E = E_1(\vec{k})$ -zonaning asosiy tarmog'i yoki asosiy minizonadagi tok tashuvchilar eneigiyasi. $\vec{v}(\vec{k}) = \nabla_{\vec{k}} E / \hbar$ -tok tashuvchilar tezligi.

Past o'lchamli yarim o'tkazgichli strukturaning anizotrop tabiatligiga e'tibor

qaratsak, u holda (5.6.2) tenglamaning yechimini tok tashuvchilar impulsi relaksatsiya vaqti tenzori yaqinlashishida izlaymiz. Bu yaqinlashishda (5.6.2) tenglamaning yechimi

$$\varphi(\vec{k}) = q \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \sum_i \tau_i(E) F_i v_i(\vec{k}), \quad (5.6.3)$$

bu yerda

$$\frac{1}{\tau_i} = \sum_{\vec{k}'} w(\vec{k} \vec{k}') \left(1 - \frac{v_i(\vec{k}')}{v_i(\vec{k})} \right) \quad (5.6.4)$$

-tok tashuvchilar impulsi relaksatsiya vaqti tenzorining teskari effektiv massa bosh o'qlariga nisbatan olingan komponentasi. Natijada elektr tok zichligi uchun (5.6.3) e'tiborga olinsa, u holda

$$j_i = \frac{2}{V} q \sum_{\vec{k}} \varphi(\vec{k}) v_i(\vec{k}) = \sum_j \sigma_{ij} F_j, \quad (5.6.5)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{2}{V} e^2 \sum_{\vec{k}} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \tau_j v_i v_j \quad (5.6.6)$$

-solishtirma o'tkazuvchanlik tenzori.

5.7-§. Kvantlashgan o'ralarda planar tashish hodisasi

Bir o'lchamli kvantlashgan o'radagi ikki o'lchamli tok tashuvchilar gazi uchun (5.6.3) taqsimot funksiyasining eng oddiy simmetriya uchun nomuvozanatli ulushi

$$\varphi(\vec{k}) = q \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \tau_{\perp}(E) F_i v_i(\vec{k}) \quad (5.7.1)$$

bu yerda - $\tau_{\perp} = \tau_x = \tau_y$, Bunda skalyar solishtirma o'tkazuvchanlik quyidagi ko'rinishni oladi

$$\sigma_{\perp} = \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = q n_s \mu_{\perp} = \frac{e^2 n_s \langle \tau_{\perp} \rangle}{m^*} \quad (5.7.2)$$

bu yerda n_s -sirt konsentratsiyasi (3.10), kvantlashgan o'radagi ikki o'lchamli tok tashuvchilarning: $\mu_{\perp}$, harakatlanuvchanligi, m^* -effektiv massasi, $\langle \tau_{\perp} \rangle$ -tok tashuvchilar energiyasiga nisbatan o'rtachalashtirilgan relaksatsiya vaqti va (2.8) va (3.7) e'tiborga olinsa, u holda uning ko'rinishi

$$\langle \tau_{\perp} \rangle = \frac{\rho_s}{n_s} \int_0^{\infty} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \tau_{\perp}(E) E dE. \quad (5.7.3)$$

Ma'lumki, hajmiy yarim o'tkazgichlarda sochilish elastik deb hisoblansa, u holda τ_3 relaksatsiya vaqtining energiya va temperaturaga bog'liqligi (asosiy sochilish mexanizmlari uchun) darajali funksiya kabi aniqlanadi [16], ya'ni

$$\tau_3(E) = \gamma_3 (k_0 T)^{\beta} E^{\alpha} \quad (5.7.4)$$

Ikki o'lchamli tok tashuvchilar energiyaviy spektr va holatlar zichligining kvantlashish hisobiga o'zgarishi quyidagi munosabatga olib keladi [13]

$$\frac{\tau_{\perp}}{\tau_3} = \gamma a k_{\perp} = \gamma a \sqrt{\frac{2m^* E}{\hbar^2}} \sim E^{1/2} \quad (5.7.5)$$

bu yerda γ -mqdori birga yaqin bo'lgan sonli kattalik, a - kvantlashgan o'ra qalinligi. Agar (5.7.4) va (5.7.5) e'tiborga olinsa, u holda ikki o'lchamli relaksatsiya vaqtining energiya va temperaturaga bog'liqligi

$$\tau_{\perp} = \gamma_{\perp} (k_0 T)^{\beta} E^{\alpha + \frac{1}{2}} \quad (5.7.6)$$

Tuslanmagan ikki o'lchamli gaz uchun berilgan temperaturada ikki o'lchamli to'lqin vektorining o'rta qiymati $\langle k_{\perp} \rangle = \sqrt{2m^*k_0T/\hbar^2}$, bu yerda k_0T -tok tashuvchilar issiqlikli energiyasining o'rta qiymati. Bir zonali yaqinlashishda energiyaning o'rta qiymati zonatarmoqlari orasidagi energiyaviy oraliqdan kichik bo'ladi, ya'ni $k_0T \ll \pi^2\hbar^2/2m^*a^2$. Yuqorida qayd qilingan hol e'tiborga olinsa, u holda (5.7.5) formuladan $\tau_{\perp} < \tau_3$ kelib chiqadi, ya'ni kvantlashishning mavjudiigi relaksatsiya vaqtining miqdoran kamayishiga olib keladi. Tuslangan tok tashuvchilar gazi uchun ham ushbu mulohazalar o'rinli ekanini eslatish kifoya.

Yuqorida qayd qilingan formulalar e'tiborga olingan holda kvantlashgan o'radagi ikki o'lchamli tok tashuvchilar harakatlanuvchanligining temperaturaviy bog'lanishini tahlil qilamiz. (5.7.6) ifodaga ko'ra bunday harakatlanuvchanlikning temperaturaviy bog'lanishi relaksatsiya vaqti o'rta qiymatining temperaturaviy bog'lanishi bilan tavsiflanadi. Tuslanmagan hol uchun ikki o'lchamli tok tashuvchilar impulsi relaksatsiya vaqtining (5.7.4) formula bilan (3.7), (3.10) va (5.7.6) e'tiborga olingan holda hisoblangan o'rta qiymati quyidagicha aniqlanadi

$$\langle \tau_{\perp} \rangle = \frac{\gamma_{\perp} (k_0T)^{\beta} \int_0^{\infty} f_0(E) E^{\alpha+\frac{3}{2}} dE}{k_0T \int_0^{\infty} f_0(E)} = \gamma_{\perp} (k_0T)^{\alpha+\beta+\frac{1}{2}} \tilde{A} \left(\alpha + \frac{5}{2} \right) \quad (5.7.7)$$

bu yerda $G(n)$ -Gamma-funksiya. Hajmiy yarim o'tkazgichlardagi tuslanmagan uch o'lchamli tok tashuvchilar relaksatsiya vaqti o'rta qiymatining temperaturaviy bog'lanishi quyidagi ifoda bilan aniqlanadi [10]

$$\langle \tau_{\perp} \rangle = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \gamma_3 (k_0T)^{\alpha+\beta} \tilde{A} \left(\alpha + \frac{5}{2} \right) \quad (5.7.8)$$

1-jadvalda sochilishning asosiy mexanizmlari uchun α , β [16] va $\delta = \alpha + \beta + 1/2$ koeffitsiyentlarning qiymatlari qayd qilingan.

Jadvalda qayd qilingan miqdorlarga ko'ra kvantlashishning strukturada mavjudiigi alohida olingan sochilish mexanizmlariga nisbatan hisoblangan impuls relaksatsiya vaqti va harakatlanuvchanlikning temperaturaviy bog'lanishini keskin o'zgartirib yuboradi.

Ta'kidlash jozki yuqori temperaturalar sohasida A^3B^5 yarim o'tkazgichlarda sochilish asosan qutbiy optik fononlarda kechadi. Natijada ikki o'lchamli tok tashuvchilar impulsi relaksatsiya vaqtining o'rta qiymati temperaturaga bog'liq bo'lmaydi. ikki o'lchamli tok tashuvchilar gazida hajmiy yarim o'tkazgichlarga nisbatan ionli kirishmalarda sochilishda bu kattalikning temperaturaviy bog'lanishi temperaturaning ortishi bilan sezilarli ortadi, akustik fononlarda sochilishda esa sezilarsiz kamayishi kuzatiladi.

1-jadval. Uch va ikki o'lchamli gazli yarim o'tkazgichlarda tok tashuvchilar sochilish mexanizmlarining asosiy parametrlari

Sochilish mexanizmi	α	β	$\alpha+\beta$	δ
Akustik fononlarda (AKE)	-1/2	-1	-3/2	-1
Optik fononlarda (OOF)	+1/2	-1	-1/2	0
Ionli kirishmalarda (tON)	+3/2	0	+3/2	2
Neutral kirishmalarda (NK)	0	0	0	+1/2

Tuslangan tok tashuvchilar gazi uchun (10.9) ifodada muvozanatdagi taqsimot funksiyasidan olingan hosila delta-funksiya bilan almashtiriladi. Shunday qilib, agar (3.15) e'tiborga olinsa, u holda ikki o'lchamli tok tashuvchilar impuls relaksatsiya vaqtining o'rta qiymati uchun

$$\langle \tau_{\perp} \rangle = \frac{\rho_s}{n_s} \int_0^{\infty} \delta(E - \xi) \tau_{\perp}(E) E dE = \tau_{\perp}(\xi) \sim (k_0 T)^{\beta} n_s^{\alpha+1/2} \quad (10.15)$$

Hajmiy yarim o'tkazgichlarda tuslangan tok tashuvchilar uchun [16]

$$\langle \tau_3 \rangle = \tau_3(\xi) \sim (k_0 T)^{\beta} n_s^{2\alpha/3} \quad (10.16)$$

Yuqorida qayd qilingan ifodalardan, agar akustik fononlarda sochilish e'tiborga olinsa, u holda uch o'lchamli tuslangan gazdan farqli o'laroq, ikki o'lchamli aynigan tok tashuvchilar harakatlanuvchanligi tok tashuvchilar konsentratsiyasi, ya'ni legirlanish darajasiga bog'liq bo'lmasligi kelib chiqadi.

Omik o'tkazuvchanlik sohasida bir o'lchamli kvantlashgan o'radagi tok tashuvchilar harakatlanuvchanligi xususida quyidagi xulosalarga kelish mumkin. kvantlashishning mavjudligi:

- ✓ impuls relaksatsiya vaqti o'rtacha qiymatining, ya'ni harakatlanuvchanlikning kamayishiga olib keladi;
- ✓ tok tashuvchilarning tuslanmagan gazida harakatlanuvchanlik o'rta qiymatining hajmiy temperaturaviy bog'lanishi ayrim sochilish mexanizmlari uchun o'zgaradi;
- ✓ tok tashuvchilarning tuslangan gazida harakatlanuvchanlik o'rta qiymatining hajmiy tok tashuvchilar konsentratsiyasiga bog'lanishi ayrim sochilish mexanizmlari uchun o'zgaradi.

6-§. O'ta panjaraiartia vertikal o'tkazuvchanlik

Yuqorida qayd qilinganidek o'ta panjarada tok tashuvchilar nafaqat kvantlashgan o'ra yo'nalishda (lateral tashish), balki elektronlar va kavaklarning potensial to'siq orqali tunnellanishi hisobiga qatlam sirtiga tik holda (verlikal tashish) tashilishi mumkin, lateral tashishda izolirlangan kvantlashgan o'radagi tashish kabi boradi. Bir minizonali va ikki o'lchamli elektronli gaz ($\Delta \ll k_0 T$) yaqinlashishida kvantlashgan o'rada tok tashuvchilarning tashishga tegishli bo'lgan barcha formulalar o'ta panjaradagi lateral tashish uchun ham o'rinlidir. Bu holda tok tashuvchilarning n_s sirt konsentratsiyasi hajmiy n_v konsentratsiya hamda ikki o'lchamli holatlar zichligi ρ_s hajmiy ρ_v holatlar zichligi bilan almashtirilishi kerak.

6.1-§. Omik o'tkazuvchanlik sohasi

Kuchsiz bog'langan kvantlashgan o'ralardan tashkil topgan o'ta panjaradagi vertikal tashish uchun (5.7.1) formula nomuvozanatdagi taqsimot funksiyasi ulushi e'tiborga olinganida quyidagicha o'zgaradi

$$\varphi(\vec{k}) = q \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \tau_{\square}(E) F \left(\frac{d\Delta}{2\hbar} \right) \sin(k_z d) \quad (6.1)$$

bu yerda v_z kattalik o'rniga (2.35) e'tiborga olingan holda tok tashuvchilarning o'ta panjara simmetriya o'qi yo'nalishidagi tezlik uchun olingan tezlik ifodasi joy olgan, ya'ni

$$v_z(\vec{k}) = \frac{\Delta d}{2\hbar} \sin(k_z d).0 \quad (6.2)$$

Vertikal tashishda asosiy vaqtini kvantlashgan o'rada sarflaydigan tok tashuvchilar impulsi relaksatsiya vaqtining energiya va temperaturaga bog'liqligi planar tashishdagi kabi ko'rinishda bo'ladi

$$\tau_{\square} = \gamma_{\square} (k_0 T)^{\beta} E^{\alpha+1/2} \quad (6.3)$$

Kuchsiz klassik maydonda vertikalniy tashishni tavsiflovchi va (6) ifoda yordamida hisoblangan (6.1) solishtirma o'tkazuvchanlik uchun quyidagi natijani olamiz

$$\sigma_{\square} = \sigma_{zz} = q n_v \mu_{\square} = \frac{e^2 n_v \langle \tau_{\square} \rangle}{\langle m_{\square} \rangle} \quad (6.4)$$

bu yerda

$$\langle \tau_{\square} \rangle = \frac{\int_0^{\infty} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \tau_{\square}(E) dE}{1 - \exp\left(-\frac{n_v}{N_v}\right)} \quad (6.5)$$

-vertikal tashishda qatnashayotgan tok tashuvchilar impulsi reaksiya vaqtining energiya bo'yicha hisoblangan o'rta qiymati,

$$\frac{1}{\langle m_{\square} \rangle} = \frac{\rho_v \Delta}{4m_{\square} n_v} \left(1 - \exp\left(-\frac{n_v}{N_v}\right) \right) \quad (6.6)$$

o'ta panjara o'qi yo'nalishida harakatlanayotgan tok tashuvchilar teskari effektiv massasining energiya bo'yicha hisoblangan o'rta qiymati, $m_{\square}$ minizona tubidagielektronlarning (2.37) formula bilan aniqlanuvchi effektiv massasi, $N_v = k_0 T \rho_v$ -pastki minizonaning effektiv holatlar zichligi

Tuslanmagan tok tashuvchilar gazi ($n_v \ll N_v$) uchun (6.5) formula bilan hisoblangan impulsning o'rtachalashtirilgan relaksatsiya vaqti va o'rtachalashtirilgan teskari effektiv massasi

$$\langle \tau_{\square} \rangle = \gamma_{\square} (k_0 T)^{\beta+\alpha+1/2} \tilde{A}(\alpha+3/2) \quad (6.7)$$

$$\frac{1}{\langle m_{\square} \rangle} = \frac{\Delta}{4k_0 T} \cdot \frac{1}{m_{\square}} \quad (6.8)$$

Bir minizonali yaqinlashish ($\Delta \ll k_0 T$) e'tiborga olinsa, u holda (11.24)munosabatdan $\langle m_{\square} \rangle \ll m_{\square}$, ya'ni vertikal tashishda ishtirok etayotgan tok tashuvchilareffektiv massasi minizona tubidagi tok tashuvchilar effektiv massasining sezilarli darajada kichik miqdorli va temperaturaga to'g'ri proporsional bo'ladi. Bundan tok tashuvchilarning o'ta panjarada vertikal tashishdagi harakatlanuvchanligi planar tashishdagiga nisbatan miqdoran ortiq bo'ladi, chunki bu holda effektiv massa ortadi.

Agar (6.7) va (6.8) ifodalar e'tiborga olinsa, u holda tuslanmagan gaz uchun vertikal tashishda harakatlanuvchanlikning temperaturaviy bog'lanishi

$$\mu_{\square} = \frac{q \Delta \langle \tau_{\square} \rangle}{4k_0 T m_{\square}} = \frac{q \Delta^2 d^2 \langle \tau_{\square} \rangle}{8k_0 T \hbar^2} \sim (k_0 T)^{\beta+\alpha-1/2} \quad (6.9)$$

Tok tashuvchilarning tuslangan gazi ($n_v \ll N_v$) uchun (6.5) va (6.6) ifodalardan

$$\langle \tau_{\square} \rangle = \tau_{\square}(\xi) = \gamma_{\square} (k_0 T)^{\beta} \xi^{\alpha+1/2} \sim (k_0 T)^{\beta} n_V^{\alpha+1/2} \quad (6.10)$$

$$\frac{1}{\langle m_{\square} \rangle} = \frac{\Delta}{4\xi} \cdot \frac{1}{m_{\square}} \sim n_V^{-1} \quad (6.11)$$

Vertikal harakatlanuvchanlik va o'tkazuvcharttik esa

$$\mu_{\square} = \frac{q\Delta\tau_{\square}(\xi)}{4\xi m_{\square}} = \frac{q\Delta^2 d^2 \tau_{\square}(\xi)}{8\xi \hbar^2} \sim (k_0 T)^{\beta} n_V^{\alpha-1/2} \quad (6.12)$$

$$\sigma_{\square} = \frac{e^2 \rho_V \Delta \tau_{\square}(\xi)}{4m_{\square}} = \frac{e^2 \Delta^2 m^* \tau_{\square}(\xi) d}{8\pi \hbar^4} \sim (k_0 T)^{\beta} n_V^{\alpha+1/2} \quad (6.12)$$

Oraliq tuslanishining mavjudligida tok tashuvchilar vertikal o'tkazuvchanligining konsentratsiyaga bog'liqli (6.4)-(6.6) munosabatlarga ko'ra eksponensial bog'lanishli bo'ladi

$$\sigma_{\square} = \frac{e^2 \rho_V \Delta \langle \tau_{\square} \rangle}{4m_{\square}} \left(1 - \exp\left(-\frac{n_V}{N_V}\right) \right) \quad (6.13)$$

Konsentratsiyaning ortishi bilan eksponensial tarzda ortuvchi vertikal o'tkazuvchanlik to'la tuslanish sohasi to'yinish sohasi bilan almashadi. Bu holda o'tkazuvchanlikning konsentratsiyaga temperaturaga bog'liqligi (6.12) formula yordamida aniqlanadi.

6.2-§ Mumtoz maydonlarda manfiy differensial o'tkazuvchanlik

Kuchli klassik maydonlar sohasida vertikal tok tashish o'ta panjaraning volt-ampere xarakteristikasida manfiy differensial o'tkazuvchanlik (MDO') sohasi kuzatiladi. Bu effektning mavjudligi minizona energiyasining elektron kvaziimpulsiga nisbatan davriyligi bilan bog'langan, bu davriylik esa elektr maydon ta'sirida kuchsiz sochilishlarda ham struktura xossalarini o'zgartirib yuboradi. Bu hossalarning sifatli tahlillarini olib borish uchun kvaziklassik tenglamalardan foydalanamiz. o'qi simmetriya o'qi hisoblangan o'ta panjarada tok zichligini hisoblaymiz. Bunda klassik harakattenglamasida elektr maydon ta'sirida kvaziimpulsning o'zgarishi va ishqalanish kuchiga e'tibor qaratamiz, ya'ni

$$\hbar \frac{\partial k_z}{\partial t} = qF - \hbar \frac{\delta k_z}{\tau_{\square}} \quad (6.14)$$

bu yerda δk_z - to'lqin vektorining muvozanat qiymatidan chetlashishi, $\tau_{\square}$ - impulsning bo'ylama relaksatsiya vaqtining o'rta qiymati. Bu tenglama yechimi

$$\delta k_z = \frac{qF\tau_{\square}}{\hbar} \quad (6.15)$$

statsionar tokni tavsiflaydi. Tok zichligini quyidagi ifoda yordamida aniqlaymiz

$$j = 2q \sum_k f_0(E) v_z(\vec{k}) = env_d \quad (6.16)$$

bu yerda $E = E_{\perp} + E_{\square}$ - tok tashuvchilarning minizona tubidan hisoblangan tola

energiyasi, $E_{\square}$ va $E_{\perp} = \hbar^2 k_{\perp}^2 / 2m^*$ -mos holda kvantlashgan o'ra devor sirtiga parallelva tik yo'nalishdagi erkin harakat energiyalarli va ularda (2.35) e'tiborga olinsa, u holda

$$E_{\square} = \frac{\Delta}{2} [1 - \cos(k_z d)]; \quad (6.17)$$

$$v_z(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_{\square}}{\partial k_z} = \frac{\Delta d}{2\hbar} \sin[(k_z + \delta k_z) d] \quad (6.18)$$

-elektronning k_z ning berilgan qiymatiga mos keladigan elektr maydondagi bo'ylama harakat tezligi, v_d -uning dreyf tezligi. ikki o'lchamli gazdagi minizonadagi tuslanmagan tok tashuvchilar Fermi-Dirak taqsimotidan muvozanatdagi taqsimot funksiyasi

$$f_0(E) = \exp\left(\frac{\xi - E_{\perp} - E_{\square}}{k_0 T}\right) \approx f_0(E_{\perp}) \left(1 - \frac{E_{\square}(k_z)}{k_0 T}\right) \quad (6.19)$$

(6.16), (6.18) va (6.19) e'tiborga olinsa, u holda bo'ylama dreyf tezlik uchun

$$v_d = \frac{\Delta d}{n\hbar} \sum_k f_0(E_{\perp}) \left(1 - \frac{E_{\square}(k_z)}{k_0 T}\right) \sin[(k_z + \delta k_z) d] = 2v_p \sin\left(\frac{F}{F_p}\right) \quad (6.20)$$

bu yerda
$$v_p = \frac{\Delta^2 d}{16\hbar k_0 T}; \quad F_p = \frac{\hbar}{e\tau_{\square} d} \quad (6.21)$$

(6.20) formulani keltirib chiqarishda elektronlarning konsentratsiyasi ikki o'lchamli gaz yaqinlashishida

$$n = \frac{2}{d} \sum_{k_{\perp}} f_0(E_{\perp}) \quad (6.22)$$

(6.20) formuladan bo'ylama dreyf tezlikning elektr maydon kuchlanganligiga garmonik tarzda bog'lanishi kelib chiqadi, Demak $F > F_p \cdot \pi/2$

holda elektr maydonkuchlanganligining miqdoran ortishi bilan dreyf tezlik va u bilan bog'langan bo'ylama tok zichligi kamayadi, ya'ni differensial o'tkazuvchanlik manfiy bo'ladi.

Kuchli klassik elektr maydonlarda vertikal tok zichligi- Bolsmaning (5.7.1) tenglamasini impulsning relaksatsiya vaqti yaqinlashishida yechish bilan aniqlanishi mumkin, ya'ni

$$\frac{q}{\hbar} F \frac{\partial}{\partial k_z} f(\vec{k}) = - \frac{f(\vec{k}) - f_0(E)}{\tau_{\square}} \quad (6.23)$$

Bu holda o'ta panjaraning teskari davriga nisbatan

$$f(\vec{k}) = f(\vec{k}_z, k_z) = f\left(\vec{k}_z, k_z + \frac{2\pi}{d} l\right) \quad (6.24)$$

davriylik chegaraviy sharti bajarilishi kerak, l -butun son. Bu tenglamaning yechimidan [19]

$$v_d = 2v_p \frac{F / F_p}{1 + (F / F_p)^2} \quad (6.25)$$

Bu formuladan ko'rinayaptiki, $F > F_p$ shartni qanoatlantiruvchi kuchli klassik elektrmaydonlarda differensial o'tkazuvchanlik manfiy bo'lib qoladi. Bu holda dreyf tezlik, elementar nazariyadan ((11.37) ifodaga q.) farqli o'laroq, doimo musbatligicha qoladi. Kuchsiz klassik maydonlarda $F \ll F_p$ (6.20) va (6.25) formulalardan Om qonunigako'ra dreyf tezlikning maydonga nisbatan chiziqli bog'lanishini olamiz ((6.8) ifodaga q.), ya'ni

$$v_d = \mu_{\square} F = 2 \frac{v_p}{F_p} F = \frac{e\tau_{\square}\Delta^2 d^2}{8k_0 T \hbar^2} F \quad (6.26)$$

Tuslangan elektronli gaz uchun (11.28) formulaga ko'ra maksimal dreyf tezlik uchun

$$v_p = \frac{1}{2} \mu_{\square} F_p = \frac{\Delta^2 d}{16 \hbar \xi} \quad (6.27)$$

(6.21) va (6.27) formulalarni solishtirishdan ko'rinadiki, elektronli gaz aynishdarajasining ortishi bilan maksimai bo'ylama dreyf tezlik miqdoran kamayadi.

5.1-rasmda bo'ylama dreyf tezlikning elektr maydon kuchlanganligiga nisbatan (6.25) formula bilan ifodalanuvchi bog'lanishi tasvirlangan. (6.25) formula tahlilidan o'ta panjarada vertikal tashish uchun kuchsiz elektr maydon kriteriysi

$$0 < eFd < \hbar / \tau_{II} \quad (6.28)$$

va kuchsiz elektr maydon kriteriysi

$$\hbar / \tau_{II} < eFd \leq \Delta \quad (6.29)$$

kelib chiqadi. Kuchsiz elektr maydon kriteriysiga ko'ra tok tashuvchining o'ta panjaraningbitta davrida erishishi mumkin bo'lgan energiyasi bu maydonda energiyanirig noarliqlik miqdoridan kichik bo'lishi kerak.

6.3-§. Shtark lokallashishi sohasida rezonansli tunnellanish

Agar (11.46) shart kuchli elektr maydon uchun bajarilmasa, masalan bunday hol minizona tor yoki intensiv sochilishda bo'lganida kuzatilishi mumkin, u holda tok tashuvchilarning o'ta panjarada vertical tashilishi kvantlashgan tabiatli bo'lib qoladi. Buni tavsiflash uchun energiyaviy spektr va to'lqin funksiyalarning elektr maydon ta'sirida o'zgarishi e'tiborga olinishi zarur, shuningdek o'tish klassik statistik tasavvurdan kvantlashgan tasavvurga (asosini ehtimollik zichligi matritsasi tushunchasi tashkil etadi) o'tish talab etiladi [17]. Matematik hisoblashlarning yuqorida qayd qilingan o'ziga xos murakkabligi tufayli vertical kvantlashgan o'tkazuvchanlikning kvaziklassik tasavvurlarga asoslangan sifatli tahlillari bilan chegaralanamiz.

Kvantlashgan elektr maydondagi bo'ylama tok tok tashuvchilarning o'ta panjaradagi potensial to'siqlar orqali tunnellanishi hisobiga kechadi. Bu holda



5.1 rasm. Tok tashuvchilarning vertikal tashilishidagi dreyf tezligining elektr maydon kuchlanganligiga bog'lanishi.

ortiqcha energiya fononlarning nurlanishi kabi uzatiladi, ya'ni namuna panjaralari tebranishining o'zgarishiga sarflanadi yoki fotonlarning nurlanishiga olib kelishi mumkin. Bunday holda tunnellanish protsessi hisobiga yoki «shtark narvoni» - minizonaning tartib raqami o'zgaradi ((2.62) ifodaga q.), yoyinki sochilish hisobiga tok tashuvchilar ko'ndalang kvaziimpulsi o'zgaradi. Minizona sathlarining Shtark lokalizatsiyasida ($\Delta < eFd$) o'ta panjaraning bitta davrida elektronlarning tunnellanishi yaqin qo'shni kvantlashgan o'ralar orasida kechadi.

Endi elektronning birinchi minizona va kvantlashgan o'radagi nolinch sathdan birinchi sathga (elektr maydon kuchlanganligi yo'nalishi z o'qining musbat yo'nalishida) tunnellanishini qaraylik. Potensial to'siq orqali tunnellanish jarayoni uchun (2.63) e'tiborga olinsa, u holda elastic sochilishdagi energiyaning saqlanish qonuniga ko'ra ko'ndalang to'lqin vektor uchun munosabat

$$E_{10} + \frac{\hbar^2}{2m^*} k_{\perp}'^2 = E_{i0} - \hbar\omega_s + \frac{\hbar^2}{2m^*} k_{\perp}'^2 \quad (6.30)$$

Buyerda, $\vec{k}_{\perp}, \vec{k}_{\perp}'$ -elektronning boshlang'ich va oxirgi holatlari to'lqin vektori. Tok tashuvchilar ko'ndalang harakati kinetik energiyasi o'zgarishi (1.47) ifodaga ko'ra

$$\frac{\hbar^2}{2m^*} (k_{\perp}'^2 - k_{\perp}^2) = \hbar\omega_s - (E_{i0} - E_{10}) = eFd - \Delta_{i1} = \hbar\epsilon_i \quad (6.31)$$

Agar $\epsilon_i \neq 0$ shart bajarilsa, u holda qaralayotgan tunnellanish norezonansli (va aksincha) deb yuritiladi. (6.31) ifodadan ko'rinayaptiki, norezonansli tunnellanish, rezonansli dan farqli o'laroq ko'ndalang to'lqin vektorini o'zgartirishga olib keluvchi sochilishning mavjudligi bilan tavsiflanadi. Demak, norezonansli tunnellanishning ehtimolligi va u bilan bog'langan tok zichligi rezonansli holdagiga nisbatan miqdoran juda kichik bo'tadi. e,ning ortishi bilan norezonansli tunnellanish ehtimolligi va unga mos keluvchi tok zichligi absolyut qiymatiga ko'ra kamayishi kerak, chunki bu holda to'lqin vektorining o'zgarishi miqdoran ortib boradi.

Yuqorida qayd qilinganidek, bir minizonali yaqinlashishda ($k_0 T \ll E_{20} - E_{10} = \Delta_{21}$) vertikal, elektr tok zichligi

$$j(F) = \sum_i j_i(\epsilon_i) \quad (6.32)$$

bu yerda $j_i(\epsilon_i)$ - elektr tokining elektronlarning birinchi minizonaning shtark narvon zinalaridan i -minizona sathlarining shtark narvonchalariga va qo'shni kvantlashgan o'ralarga tunnellanish bilan bog'liq bo'lgan partsial zichligi. Elektronli gazning elektr maydonda qizib borishiga e'tibor qaratilmasa, u holda

elastik sochilish yaqinlashishida va bir jinsli elektr maydonda partsial tok zichligining $\epsilon_i = 0$ atrofida sohalari uchun ehtimollik zichligi matritsasi metodiga ko'ra hisoblangan ifodasi [13]

$$j_i(\epsilon_i) = \text{end} |\Omega_i|^2 \left\langle \frac{\tau_{\perp i}}{1 + \epsilon_i^2 \tau_{\perp i}^2} \right\rangle \cdot \begin{cases} e^{\frac{\hbar \epsilon_i}{k_0 T}} - e^{-\frac{\Delta_{i1}}{k_0 T}}, & \epsilon_i < 0 \\ 1 - e^{-\frac{(\Delta_{i1} + \hbar \epsilon_i)}{k_0 T}}, & \epsilon_i > 0 \end{cases} \quad (6.33)$$

bu yerda n -elektronlar konsentratsiyasi, $\tau_{\perp i}(k_{\perp})$ -ko'ndalang fazaviy relaksatsiya vaqti (u miqdoran ko'ndalang impulsning relaksatsiya vaqtiga teng va tunnellanishda ko'ndalang impuls relaksatsiyasini tavsiflaydi),

$$\hbar \Omega_i = e F z_i = e F \int_{-L/2}^{L/2} \psi_{i1}^*(z) z \psi_{10}(z) dz \quad (6.34)$$

-qo'shni kvantlashgan o'ra crasidagi tunnelli o'tish ehtimolligini aniqlovchi matritsaviy element,

$$\langle \rangle = \frac{2}{n} \sum_{k_{\perp}} f_0(E_{\perp}) \quad (6.35)$$

-Fermi-Dirak muvozanatdagi taqsimot funksiyasi asosida ko'ndalang to'lqin vektori bo'yicha o'rtachalashtirish. (6.32) ifodaga ko'ra partsial tok zichligining $\hbar \epsilon_i = e F d - \Delta_{i1}$ (sozlash parametri)ga bog'liqligi rezonans tabiatli bo'ladi. Rezonansli tunnellanishda tokning partsial zichligi maksimumga ega bo'ladi. (6.31) e'tiborga olinsa, u holda bu miqdoran $F_i = \Delta_{i1} / ed$ elektr maydon kuchlanganligiga mos keladigan, bunda (6.32) to'ta tokning zichligi partsial tok asosiy rezonansli ulushi bilan aniqlanadi, ya'ni

$$j(F_i) \approx j_i(0) = \text{end} |\Omega_i|^2 \langle \tau_{\perp i} \rangle \quad (6.36)$$

$\Delta \leq \hbar \epsilon_1 = e F d = \hbar \omega_s \square E_{20} - E_{10}$ shart bajarilganida, ya'ni kuchsiz kvantlashgan maydonlar sohasida (11.50) ifodaga ko'ra vertikal tok zichligi uchun

$$j(F) \approx j_1(\epsilon_1) = \frac{e^3 n d z_1^2 F}{\hbar^2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{e F d}{k_0 T}} \right) \cdot \left\langle \frac{\tau_{\perp 1}}{1 + \left(\frac{e F d \tau_{\perp 1}}{\hbar} \right)^2} \right\rangle \quad (6.37)$$

Ikki o'lchamli gaz ($\Delta_1 \leq \hbar \omega_s \ll k_0 T$) yaqinlashishida va kuchsiz sochilishda ($\omega_s \tau_{\perp} > 1$) (bu hol energiyaviy spektrning shtarkli kengayib taralishini anglatadi) vertikal tok zichligi uchun (6.37) formula oddiy ko'rinishga keladi

$$j(F) = \frac{e^2 n z_1^2}{k_0 T} \left\langle \frac{1}{\tau_{\perp}} \right\rangle \cdot F \quad (6.38)$$

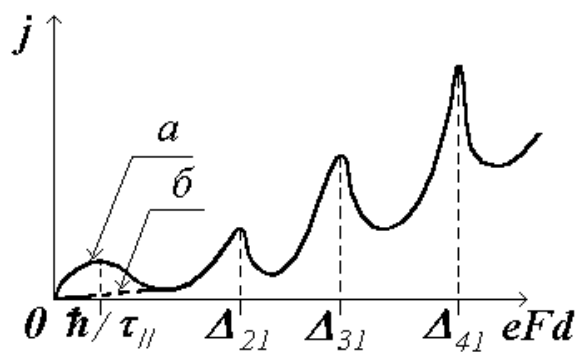
$\Delta \ll \hbar / \tau$ shatni qanoatlantiradigan va shtark kengayishli taralish e'tiborga olmaslik darajada kichik bo'lgan holga mos keluvchi kuchli sochilish ($\Omega_s \tau_{\perp} < 1$) jarayonida vertikal tashish kvantlashgan va quyidagi munosabat o'rinni bo'ladi.

$$j(F) = \frac{e^4 n z_1^2 d^2}{k_0 T \hbar^2} \left\langle \frac{1}{\tau_{\perp}} \right\rangle \cdot F^3 \quad (6.39)$$

Shunday qilib, shtark lokalizatsiyasi shartida kuchsiz sochilishda tok zichligi F

kattalikka, kuchsiz sochilishda esa F^3 proporsional bo'ladi. Tabliyki, kvantlashgano'ralarning $\Delta_1 \ll \hbar / \tau$ shartni qanoatlantiruvchi juda kuchsiz o'zaro ta'sirda past maydonlarda VAX (6.39) bilan ifodalanadi va omik o'tkazuvchanlik sohasi deyarli kuzatilmaydi [13]. Legirlanmagan o'ta panjara uchun kuchli sochilishdagi klassik maydonlar sohasida a) MDO'li kuchsiz sochilishda va b) MDO' yo'q holidagi VAXning umumiy ko'rinishi 5.2 rasmda tasvirlangan.

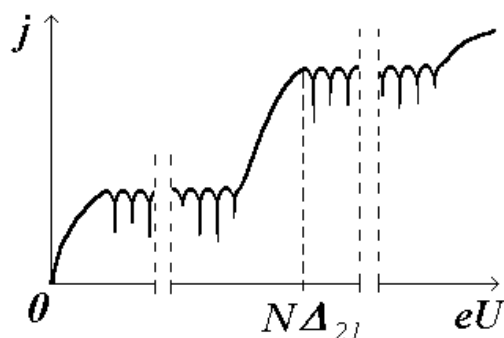
Eksperimental natijalardan 5.2 rasmda tasvirlangan volt-amper xarakteristika xususiy yoki kuchsiz legirlangan o'ta panjaralarda kuzatiladi. Agar kvantlashgan o'raning yuqori darajada legirlanishi tok tashuvchilar konsentratsiyasining ortishiga olib keladi va u VAXning fizikaviy tabiatini sezilarli o'zgartiradi. Bu holda VAX tok zichligining monoton ortuvchi va ko'p qiymatli ostsillyatsiyalanuvchi sohalari paydo bo'ladi. Oxirgi hol tabiati anod sohasida zichlik elektronli gazning o'ta panjara simmetriya o'qi yo'nalishida noturg'unligi tufayli yuzaga keladi (kuchli maydon) domenining hosil bo'lishi bilan tushuntiriladi.



5.2-rasm. Legirlanmagan o'ta panjaraning vol-ampere xarakteristikasi: a)

$$\hbar/\tau < \Delta_1, \quad b) \hbar/\tau \geq \Delta_1.$$

MDO' (5.3-rasm) o'ta panjaraga qo'yilgan U kuchlanishning ortishi bilan bu domenning o'lchami orta boradi. Tahlillar shuni ko'rsatadiki [20], alohida olingan



5.3-rasm. Legirlangan o'ta panjara volt-ampere xarakteristikasi.

sohada ostsillyatsiyalar soni o'ta, panjara davrlar soniga teng bo'ladi. Bundan VAXdagi har bir ostsillyatsiyaga kuchli maydon domeni o'lchamining o'ta panjara davriga teng miqdorga ortishi kelib chiqadi. VAXning ostsillyatsiyalar sohasiga mos keluvchi kuchlanishlarda o'ta panjaraning katod atrofida kuchsiz, anod atrofida kuchli elektr maydon hosil bo'ladi. Bu elektr maydonlar amalda bir jinsli bo'lib, ular orasidagi o'tish sohasining o'lchami o'ta panjaraning bitta davri tartibida bo'ladi.

Uzluksizlik shartiga ko'ra kuchli va kuchsiz maydonlar domenlar orasidan o'tuvchi elektr tok zichligi miqdoran bir xil bo'lishi kerak, kuchsiz maydon sohasidagi σ_w kuchli maydon sohasidagi σ_h o'tkazuvchanlikdan miqdoran katta bo'ladi. Demak, σ_w o'tkazuvchanlik rezonanslitashish bilan, σ_h esa norezonansli tunnellanish bilan aniqlanadi. Kuchli maydon domeni o'ta panjarani butunlay qamrab olsa, u holda domen siljishining ortishi bir jinsli elektr maydon ta'siridagi

norezonansli tunnellanishning o'ta panjaraning barcha davrlaridarezonansli almashinuviga bog'liq bo'lgan tok zichligining monoton ortishiga olib keladi.

Anod atrofida siljishning keyingi ortishi bilan yana kuchli maydon domeni hosil bo'ladi. Bu holda elektronlarning birinchi minizona «shtark» sathlaridan minizonaning yuqorida joylashgan «shtark» sathlariga norezonansli tunnellanishi sodir bo'ladi (5.3 rasm). Bunda kuchsiz maydonlar sohasida tashish rezonansli tabiatli bo'ladi. Agar o'ta panjaradagi yuqorida joylashgan minizonalar bo'lmasa u holda tunnellanish "deyarli" uzluksiz spektrli va potensial to'siq ustida joylashgan energiyaviy sohaga kechadi. Shunday qilib, VAXda har bir ostsillyatsiyaviy soha kuchsiz maydon domenlari sohasidagi rezonansli tashishiga va kuchli maydon domenlar sohasidagi norezonansli tashishga mos keladi. Keyingi tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki [21], kuchli maydon domenlari nafaqat anod atrofida hosil bo'ladi, balki maydon bo'ylab Gann effekti kabi tokning tebranishini hosil qiluvchi dreyfi sodir bo'ladi.

6.4-§. Butun sonli kvantlashgan Xoll effektining mumtoz nazariyasi

Kvantlashgan o'raning XY tekisligiga parallel F kuchlanganlikli elektr maydonida va Z o'qqa parallel $\vec{B}$ induksiyali magnit maydondagi tok tashuvchilarning statsionar harakatini tavsiflovchi tenglama

$$m^* \frac{d\vec{v}}{dt} = q \left(\vec{F} + [\vec{v}\vec{B}] \right) - \frac{m^* \vec{v}}{\tau} = 0 \quad (6.40)$$

miqdoran ishqalanish kuchi va lorens kuchi teng bo'lgan hol uchun qayd qilingan, bu yerda τ - impulsning relaksatsiya vaqti. Bu tenglamaning yechimi dreyf tezlik vvektorining komponentalari bo'ladi va ular yordamida tok zichligi ham aniqlanadi, ya'ni

$$j_x = qn_s v_x = \sigma_{xx} F_x + \sigma_{xy} F_y; \quad j_y = qn_s v_y = -\sigma_{xy} F_x + \sigma_{xx} F_y; \quad (6.41)$$

bu yerda

$$\sigma_{xx} = \frac{q^2 n_s \tau}{m^* (1 + \omega_c^2 \tau^2)}; \quad \sigma_{xy} = \frac{q^2 n_s \omega_s \tau^2}{m^* (1 + \omega_c^2 \tau^2)}; \quad (6.42)$$

-kvantlashgan o'ra kengligi birligida hisoblangan chiziqli xoll o'tkazuvchanligi diagonal (dissipativ) va riodiagonal tenzorining komponentalari.

Kuchli magnit maydonida ($\omega_c^2 \tau^2 \gg 1$) tok tashuvchilar harakatining qat'iy hisoblari tahlillari shuni ko'rsatadiki, o'tkazuvchanlikning nodiagonal

komponentasi tok tashuvchilar aylanish markazining $\vec{F}$ va $\vec{B}$ vektorlar yotgan tekislikka tik bo'lgan yo'nalishdagi dreyfi bilan bog'langan, diagonal tashkil etuvchilari esa sochilish hisobiga elektr maydon kuchlanganligi yo'nalishida impulsning o'zgarishi bilan bog'langan, Bunda

$$\sigma_{xx} = \frac{m^* n_s}{\tau} \cdot \frac{1}{B^2}; \quad \sigma_{xy} = q n_s \cdot \frac{1}{B}; \quad \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}} = \omega_c \tau > 1 \quad (6.43)$$

bu yerda τ -V magnit maydon induksiya vektorining funksiyasi bo'lib, u impulsni o'zgartirish faktori bo'lib hisoblanadi. Agar hajmiy yarim o'tkazgichlarda impulsning relaksatsiya vaqtining magnit maydoniga bog'liqligini sochilishning odatdagi mexanizmlariga nisbatan e'tiborga olmasa ham bo'ladi, kvantlashgan o'radagi ikki plchamli gazda kvantlovchi magnit maydonda ((2.56) ifodaga q.) bunday bog'lanish sezilarli bo'ladi, Bu bog'lanishningo'ziga xos tarafi impuls relaksatsiya vaqtining deltasimon shaklga intilishidadir. Bunda V kattalik uchun quyidagi qiymatlari qabul qiladi deb hisoblangan

$$\frac{1}{B} = \frac{e}{2\pi\hbar n_s} \nu, \quad (\nu = 1, 2, \dots) \quad (6.44)$$

(6.44) formula kvantlashgan o'radagi n_s sirt zichlikli barcha tok tashuvchilar ν landau sathlarini to'lasicha band qiladi deb hisoblangan. Bu sathlarga mos kelgan sirt holatlar (2.55) energiyali sathlardan ikki marta oz. landau sathlarda o'ra devori sirtida harakatini tavsiflovchi ikki o'lchamli gazning erkin holatlar bo'imaganligi va energiyaviy spektrning sirtga tik harakatiga bog'liq bo'lgan diskret tabiatliligi bois tok tashuvchilarning sochilishi sodir bo'lmaydi. Bu esa impuls relaksatsiya vaqtining cheksiz bo'lishidan dalolat beradi.

(6.44) shartni qanoatlantiradigan magnit maydoni uchun tenzora xoll harakatlanuvchanligining diagonalnaya komponentasi nolga teng bo'ladi. Nodiagonal komponentasi esa diskret qiymatlarni qabul qiladi, ya'ni

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \nu = \sigma_0 \nu \quad (6.45)$$

Bu formulaga ko'ra kvantlashgan o'raning xoll o'tkazuvchanligi namuna, magnit maydoni parametliariga va temperaturaga bog'liq bo'lmaydi, kvantlashgan ipda (5.58) ballistik o'tkazuvchanlik e va $\hbar$ fundamental konstantalar orqali ifodalanadi xolos. 5.6a-rasmda kvantlashgan o'radagi tok tashuvchilarning xoll harakatlanuvchanligi tenzorinirig (6.43) formulalar bilan ifodalanuvchi diagonal va nodiagonal komponentalarining magnit maydoni induksiyasiga nazariy bog'lanishi tasvirlangan.

6.5-§. Lokallashish effektlarining kvantlashgan Xoll effektiga ta'siri

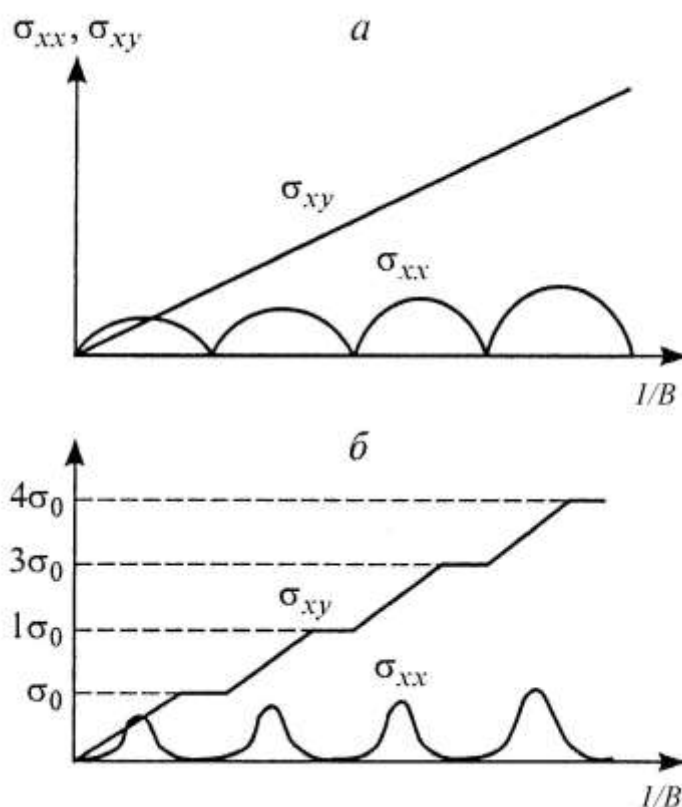
(6.43) nazariy bog'lanishlarning 1980 y.da o'tkazilgan dastlabki eksperimental tadqiqot natijalari nazariy natijalardan farq qiladi Bunday bog'lanishlarning o'ziga xos xususiyatlari (6.6 **b** rasm) o'tkazuvchanlik diagonal komponentasining nolga aylanishi va (6.44) formula bilan aniqlanuvchi nodiagonal komponentalarning (6.45) qiymatlarni alohida tanlangan nuqlalarda emas, balki magnit maydonning katta qiymatlar oraligida qabul qiladi [3, 22]. Bunday o'ziga xoslik butun sonli kvantlashgan Xoll effekti (KXE) deyiladi va uni kashf etgan K. fon Klittsing 1985 y. Nobel mukofotiga sazovor bo'lgan σ_{xx} va σ_{xy} komponentalarning $1/V$ kattalikka nisbatan olingan boglanishdagi platolarning paydo bo'lishi hozirgi zamon fizikaviy tasavvurlarga ko'ra tok tashuvchilar bir qismining namunada tasodifan hosil boigan, xususan, kirishmali ionlar tufayli sodir bo'ladigan potensial ta'siriari tufayli yuzaga keiadigan lokalizatsiyasi bilan tushuntiriladi. Tok tashuvchilar Iokalizatsiyasining kvantlashgan Xoll effektiga ta'sirini bilish uchun σ_{xx} va σ_{xy} kattaliklarning $\frac{e}{2\pi\hbar n_s}$ kattalikka (qaralayotgan V

magnit maydoni induksiyasida) (6.44) munosabatga ko'ra 5.6 rasmda tasvirlangan ko'rinishni berishiga e'tibor qaratish kifoya. Bu yerda agar n_s ning o'zgarishi lokallashgan holatlarning to'lishi yoki bo'shashiga bog'liq bo'lsa delokallashgan holatlardagi tok tashuvchilar bilan aniqlanadigano'tkazuvchanlikning o'zgarmasligi kelib chiqadi. Shunday qilib lokalizatsiya bilan bog'liq o'tkazuvchanlikda tok tashuvchilarning alohida olingan landau sathlaridagi qismi ishtiroketadi. Bunday tasavvurdan (6.44) formula o'rinli emasliqi ohunki unda n , o'rniga delokallashgan tok tashuvchilar konsentratsiyasini olish kerakligi kelib chiqadi. Biroq hisoblashlar ko'rsatadiki [1], delokallashgan tok tashuvchilar dreyf tezligi ularning tasodifan hosil bo'lgan potenslal bilan o'zaro ta'siri tufayli shunday ortadiki, (6.44) formulao'z mazmunini yo'qotmaydi, ya'ni, umuman olganda,o'rinliligicha qoladi. Shunday qilib,(6.44) formula, (6.39) kabi universalligicha qoladi

Yuqori harakatlanuvchanlikka ($>10^6 \text{ sm}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$) ega bo'lgan ikki o'lchamli tok tashuvvhili namunalarda o'ta past temperaturalarda ($<1\text{K}$) elektron-elektronli o'zaro ta'sir hisobiga magnit maydonida o'zaro ta'sirlashmovchi va miqdoran kasrli effektiv zaryadga ega bo'lgan kvazizarralar hosil bo'ladi. Bunday kvazizarralarning o'zaro kesishgan elektr va magnit maydonlardagi harakatida o'tkazuvchanlik tenzori komponentalarining maydonlarga

bog'liqligi. xuddi kasrli $\nu=k/n$ (n -toq son, k -ixtiyoriy son) parametr bilan tavsiflanuvchi butun sonli kvantlashgan Xoll effekti Kabi, kuzatiladi. Oxirgi effektdan farqli o'laroq dastlabki hodisa kasrli kvantlashgan Xoll effekti deb nomlanadi.

Kvantlashgan iplarda ballistik o'tkazuvchanlik, xuddi kvantlashgan Xoll effekti kabi, e va $\hbar$ fundamental dunyo konstantalarini o'ta aniqlik bilan (pretsizion)



5.6 rasm. Kuchli magnit maydoniida σ_{xx} va σ_{xy} komponentalarning maydonga bog'liqligi: a) ideal ikki o'lchamli gaz uchun, b) eksperimental tadqiqotlar natijalari [1].

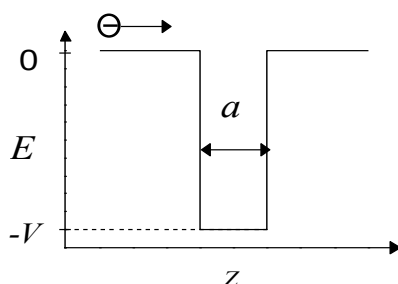
o'lchashlarda qo'llaniladi. Yuqorida qayd qilingan platosi aniq ifodalangan strukturalardagi kvantlashgan Xoll effektidan qarshilikning etaloni sifatida foydalaniladi.

7-§. Mavzu: Dinamik kattaliklarni vaqt bo'yich ao'zgarishi. Puasson qavslari va Erenfest teoremlari.

Hozirgi zamon epitaksial metodlar 1-10 nm. qalinlikli monokristalli yarim o'tkazgichli qatlamlar va ko'p qatlamli geterostrukturalarni hosil qilish imkoniyatini yaratadi. Bu o'lcham miqdoran tok tashuvchilarning $\lambda = h/p$ (h - Plank doimiylik, $p = m^*v$, m^* , v - elektronlarning kvaziimpulsi, effektivmassa va tezligi) de-Broyl to'lqin uzunligidan kichik bo'ladi. Bu hol elektronning to'lqinli tabiatini kuzatish va undan prinsipial foydalanish imkonini beradi. Unga, xususan, elektronli to'lqinlarning interferensiyasi va unga ko'ra sodir bo'ladigan kvantlashgan effektlarning kuzatilishi kiradi. Bularning ichidan yupqa (kvantlashgan) qatlamlarda elektronlar energiyasi va kvaziimpulsining kvantlashishi va elektronlarning bunday qatlamlar orqali rezonansli o'tishini ajratish alohida mazmunga ega. Odatda bu effektlar o'zining joylashuvi va ta'qiqlangan zona kengligi bilan farq qiluvchi qatlamli geterostrukturalarda yorqin kuzatiladi. Bunday strukturalarda elektronlarning potensial reliefi shaklan kvantlashgan o'ra va to'siqlarini beradi. Elektronlarning qatlamlar devorlariga tik yo'nalishdagi tartibli harakati bo'ylama tokning rezonansli ostsillyatsiyalanishiga va struktura volt-ampere xarakteristikasi (VAX)ida manfiy differensial o'tkazuvchanlik (MDO') sohasining sodir bo'lishiga olib keladi. Kvantlashgan o'ralarda elektronlarning geterochegara bo'ylab harakatida erkin bo'ladi va kvantlashmaydi. Bunday elektronlar ikki o'lchamli yoki kvaziikki o'lchamlikvaziklassik gazni hosil qiladi. Bu gazning o'ziga xos xususiyatlari elektronlarning kvantlashgan o'ra asosida o'stirilgan MDYaO' tranzistorlarida va geterostrukturalar asosida olingan selektiv legirlangan maydon tranzistorlarida (SLG MT)gi ko'ndalang transportiga o'z tasirini o'tkazadi.

Yakkalangan potensial o'rali va potensial to'siqli strukturalarda elektronlarning o'tishlari

Kvantlashgan geterostrukturalar qatlamlari devori sirtiga ko'ndalang yo'nalishda o'quvchi bo'ylama tokning ostsillyatsiyaviy tabiati aniq bir tezlik yoki energiyali elektronlarning ulardan o'tish ehtimolligi bilan aniqlanadi. Bu ehtimollik



7.1 rasm. Elektronning o'lchamli kvantlashgan o'ra ustidan o'tishi.

o'tish yoki o'tkazish ko'effitsiyent T deb nomlanadi. Bu ko'effitsiyentni elektronning E energiyasi funksiyasi sifatida aniqlanishi statsionar Shredinger tenglamasini yechish bilan tahlil qilinadi. $T(E)$ funksiyaning eng sodda ko'rinishi bir kvantlashgan o'rali geterostrukturada kuzatiladi

7.1-§. Kvantlashgan o'ra tepasidan o'tayotgan elektronlarning rezonansli tunnellanishi. O'tkazish ko'effitsiyenti

O'tkazuvchanlik zonasidagi elektronning to'g'ri burchakli potensial ustida harakati to'g'risida bir o'lchamli masalasini qaraylik. Buning uchun geterostrukturaning z simmetriya o'qi bo'ylab harakatlanayotgan berilgan $E > 0$ energiyali elektronning ψ to'lqin funksiyasini aniqlash kerak (7.1 rasm). Effektiv massa yaqinlashishida bu hol uchun Shredinger tenglamasi

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + V(z) \right) \psi = E\psi \quad (7.1)$$

bu yerda $V(z) = \begin{cases} -V, & 0 \leq z \leq a \\ 0, & z < 0, z > a \end{cases}$ -elektronning potensial energiyasi, V , a -

kvantlashgan o'raning chuqurligi va qalinligi, $V(z)$ bog'lanishga qarab butun geterostrukturani uch sohaga bo'lamiz. Bu sohalarning har birida potensial energiya har xil qiymatli, biroq o'zgarmas bo'ladi. Bunday hol uchun to'lqin funksiyani potensial to'siqqa kelayotgan va undan qaytayotgan yassi to'lqinlarning superpozitsiyasi ko'rinishida izlaymiz, ya'ni

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m^*} \cdot \frac{d^2}{dz^2} \psi_1 &= E\psi_1, \quad \psi_1 = A_1^+ e^{ikz} + A_1^- e^{-ikz} \quad (z < 0) \\ \left(-\frac{\hbar^2}{2m^*} \cdot \frac{d^2}{dz^2} - V \right) \psi_2 &= E\psi_2, \quad \psi_2 = A_2^+ e^{iqz} + A_2^- e^{-iqz} \quad (0 \leq z \leq a), \\ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \cdot \frac{d^2}{dz^2} \psi_3 &= E\psi_3, \quad \psi_3 = A_3^+ e^{ikz} \quad (z > a). \end{aligned} \quad (7.2)$$

bu yerda $k = \sqrt{2m^*E} / \hbar$, $q = \sqrt{2m^*(E+V)} / \hbar$, A_n^+ chegaraviy shartlardan aniqlanuvchi konstantalar. Kvant mexaniksiga ko'ra [17], har bir elektron o'zining harakati davomida quyidagi ifoda bilan aniqlanadigan oqim zichligini hosil qiladi

$$j = \frac{ie\hbar}{2m^*} \left(\psi^* \frac{d}{dz} \psi - \psi \frac{d}{dz} \psi^* \right), \quad (7.3)$$

bu yerda i -mavhum birlik son. Bu formulada (7.2) e'tiborga olinsa, u holda geterostrukturaning har bir sohasida elektron tomonidan hosil qilingan oqim zichligi

$$\begin{aligned}
j_1 &= j_1^+ - j_1^-, \quad j_2 = j_2^+ - j_2^-, \quad j_3 = -ev_k |A_3^+|^2 = j_3^+, \\
j_1^+ &= -ev_k |A_1^+|^2, \quad j_1^- = -ev_k |A_1^-|^2, \quad j_2^+ = -ev_q |A_2^+|^2 \\
j_2^- &= -ev_q |A_2^-|^2, \quad v_k = \frac{\hbar k}{m^*}, \quad v_q = \frac{\hbar q}{m^*}
\end{aligned} \tag{7.4}$$

bu yerda j harfining ustidagi (+) belgi z o'qining musbat yo'nalishida, (-)-belgi esa teskari yo'nalishdagi oqayotgan elektronli to'lqin hosil qilgan oqim zichligiga mos keladi, v_q, v_k -mos holda kvantlashgan o'ra ustidan va uning ichida oqayotgan E energiyali electron tezliklari. (7.4) ifodaga ko'ra geterostrukturaga tushayotgan elektronli to'lqin oqimining bir qismidan o'tadi, qolgani undan qaytadi. O'tgan to'lqinlar tok zichligining geterostrukturagatushayotgan to'lqinlar tok zichligiga nisbati o'tkazish yoki o'tish koeffitsiyenti T bo'ladi. Bu aniqlanishga ko'ra o'tkazish koeffitsiyenti tushayotgan va o'tayotgan to'lqinlarning amplitudalari orqali ifodalanadi, ya'ni

$$T = \frac{j_3^+}{j_1^+} = \frac{|A_3^+|^2}{|A_1^+|^2} \tag{7.5}$$

Qaytish koeffitsiyenti R o'tkazish koeffitsiyenti kabi aniqlanadi, ya'ni

$$R = \frac{j_1^-}{j_1^+} = \frac{|A_1^-|^2}{|A_1^+|^2} \tag{7.6}$$

Oqimlarning uzluksizligi: $j_1 = j_3$ ga ko'ra yuqorida qayd qilingan koeffitsiyentlar o'zaro bog'lanadi

$$T = 1 - R \tag{7.7}$$

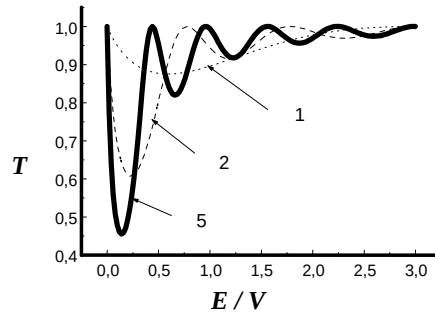
R va T koeffitsiyentlarni hisoblash uchun elektronli to'lqinlar zichliklari $|\psi(z)|^2$ ning uzluksizlik tenglamasidan kelib chiquvchi to'lqin funksiyalar va hosilalarining "dazmollanishi"-silliqlik tikilish

$$\begin{cases} \psi_1(0) = \psi_2(0), \psi_2(a) = \psi_3(a) \\ \psi_1'|_{z=0} = \psi_2'|_{z=0}, \psi_2'|_{z=a} = \psi_3'|_{z=a} \end{cases} \tag{7}$$

shartlaridan foydalanish kerak [17]. Bu shartlardan noma'lum amplitudalar uchun to'rtta tenglamalar sistemasi hosil qilinadi va uning yechimi tushayotgan to'lqin $A_1^\pm$ amplitudasi bilan ifodalanadi. Bu yechimlar (7.5) formulada e'tiborga olinsa, u holda o'tkazish koeffitsiyenti

$$T \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left(\frac{k}{q} - \frac{q}{k} \right)^2 \sin^2(aq) \right\}^{-1} = \left\{ 1 + \frac{\sin^2(aq)}{4(E/V)(E/V+1)} \right\}^{-1} \quad (7.9)$$

Bu formulaga ko'ra maksimal qiymati birga teng bo'lishi mumkin bo'lgan T koefitsiyent elektron E energiyasining ostsillyatsiyalanuvchi funksiyasi bo'ladi. T koefitsiyentining bunday bog'lanishi E_n energiyaning $aq_n = n\pi$ shartni qanoatlantiradigan (n butun musbat son) qandaydir rezonansli qiymatlari sohasida



7.2 rasm. Rezonansli kvantlashgan o'radan o'tishning tiniqlik koefitsientinng zarra energiyasiga bog'liqligi.

kuzatiladi. Bunday g'ayrioddiy natijaning asosiy sababi geterochegaradan qaytgan to'lqinlarning mavjudligidadir, chunki energiyaning rezonansli qiymatlarida elektronli to'lqinlar o'rtasida interferensiya sodir bo'ladi va u hisobiga bir birini (aniq bir chegarada) susaytirishi yoki kuchaytirishi mumkin.

$E_n > 0$ holda energiyaning rezonansli qiymatlari uchun qayd qilingan shartda (7.2) e'tiborga olinsa, u holda

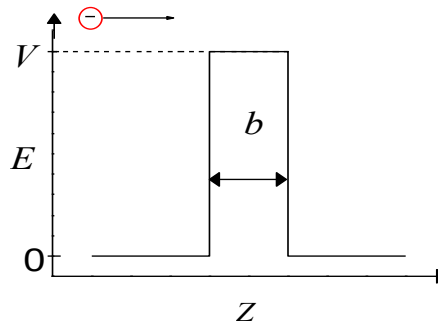
$$E_n = V_a \left(n^2 - V/V_a \right) \quad (7.10)$$

bu yerda $n \geq \sqrt{V/V_a}$, $V_a = \pi^2 \hbar^2 / 2m^* a^2$, Agar $V = n_1^2 V_a$ - bu yerda n_1 butun son, u holda n kvant soni $n > n_1$ shartni qanoatlantiradigan qiymatlarni qabul qilishi mumkin, birinchi rezonansli sath energiyasi $E_{n_1} = E_1 = 0$ Shunday kvantlashgan o'ra rezonansli KO' deb ataladi [23].

E energiyaning q to'lqin vektoriga bog'liqligi ((7.2) ifodaga q.) e'tiborga olinsa, u holda (7.9) formulani quyidagicha qayd qilish mumkin

$$T = \left\{ 1 + \frac{\sin^2 \left(\pi \sqrt{(V - V_a)(E/V + 1)} \right)}{4(E/V)(E/V + 1)} \right\}^{-1} \quad (7.11)$$

Bu formulaga ko'ra rezonansli KO' uchun $E \rightarrow 0$ holda o'tish ko'effitsiyenti $T \rightarrow 1$, u holda norezonansli KO' uchun $E=0$ shartda o'tish ko'effitsiyenti $T=0.62$ rasmda rezonansli kvantlashgan o'ra uchun $T(E)$ bog'lanish tasvirlangan tartib raqamli egrilikka kvantlashgan o'raning $V = m^2 V_a$ keladi. Rasmdan ko'rinayaptiki, o'tish ko'effitsiyentining nisbiy minimumlarning qiymatlari elektron energiyasining ortishi bilan birga tezroq yaqinlashadi. Ya'ni qo'shni maksimum va minimumlar oraliq parametri, $\Delta T = 1 - T_{min}$ energiyaning ortishi bilan nolga intiladi, demak, o'tish ko'effitsiyentining rezonansli xossalari yo'qota boradi.



7.3 rasm. Elektronning potensial to'siq ustidan o'tishi.

7.2-§. Elektronlarning potensial to'siq orqali olishlarida rezonansli tunnellanishi o'tkazish ko'effitsiyenti

Elektronning to'g'ri burchakli potensial to'siq ustidan harakati masalasi elektronning harakati to'g'ri burchakli potensial o'radagi harakati kabi yechiladi. Faqat bu holda V ning ishorasi teskarisiga o'zgartiriladi (7.3 rasimga q.). Bunda elektronning energiyasi potensial to'siq balandligidan kam bo'lmasligi kerak, ya'ni $E \geq V$. Bu hol e'tiborga olinsa, u holda (7.9) va (7.11) formulalarda V kattalik $-V$ ga, kvantlashgan o'ra qalinligi a potensial to'siq qalinligi b ga almashtirilsa, u holda o'tkazish ko'effitsiyenti uchun

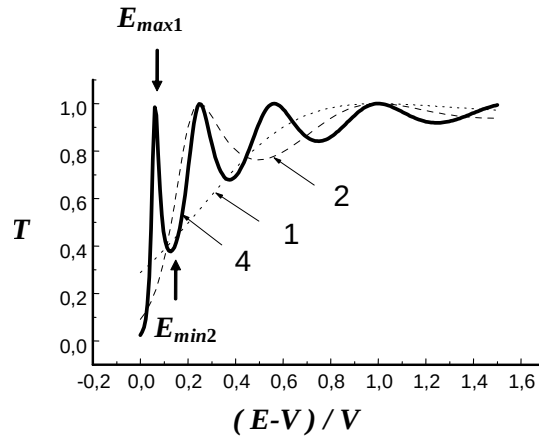
$$T = \left\{ 1 + \frac{\sin^2(bq)}{4(E/V)(E/V - 1)} \right\}^{-1} = \left\{ 1 + \frac{\sin^2\left(\pi\sqrt{(V - V_b)(E/V - 1)}\right)}{4(E/V)(E/V - 1)} \right\}^{-1} \quad (7.12)$$

bu yerda $q = \sqrt{2m^*(E - V)}/\hbar$ -potential to'siq ustidan o'tayotgan elektronning to'lqin vektori. O'tish ko'effitsiyenti $T=1$ bo'ladigan rezonansli qiymatlari uchun $bq = n\pi$ shartda energiya quyidagicha qayd qilinadi

$$E_n = V_b \left(n^2 + V/V_b \right) \quad (7.13)$$

bu yerda $n = 1, 2, \dots, V_b = \pi^2 \hbar^2 / 2m^* b^2$

7.4 rasmda (12) formulaga ko'ra hisoblangan $T(E)$ bog'lanish tasvirlangan. Grafikdagi m tartib raqamli egrilikapotensial to'siq balandligi $V = m^2V_b$ bo'lgan



7.4 rasm. Tinalik koefitsientinna zarra eneraivasiaa boalialiai.

strukturaga tegishlidir. $T(E)$ o'tkazish koefitsiyentining kvantlashgan o'ra va potensial to'sig'i ustidan o'tayotgan elektronlar energiyasiga bog'lanish grafiklari 7.2 va 7.4 rasmlarda tasvirlangan va ular bir biridan juda sezilarli farq qilmaydi. Bu elektronning energiyasi potensial to'siqbalandligiga miqdoran yaqin qiymatlarida o'tish koefitsiyentining birga miqdoran yaqin bo'lishi bilan bog'langan: 2jadvalda elektronning GaAs/AlGaAs geterostrukturaning potensial to'siq ustidan o'tish koefitsiyentining xarakteristikalarini keltirilgan [2].

2 jadval. Elektronning GaAs/AlGaAs geterostruktura potensial to'sig'i ustidan o'tish koefitsiyentining xarakteristikalarini. Jadvaldan ko'rinayaptiki, birinchi maksimum va ikkinchi minimum oraliq energiyasi T o'tkazish koefitsiyentida potensial to'siq qalinligi va balandligining ortishi bilan o'rtacha boradi. $E_{min,2}$ va $E_{max,1}$ orasidagi elektron energiyasi potensial to'siq balandligining ortishi bilan

$$\lim_{E \rightarrow V} T = \left(1 + \frac{\pi^2 V}{4V_b} \right)^{-1} \quad (7.14)$$

$b, \text{ nm}$	$V, \text{ eV}$		$E_{max,1} - V, \text{ meV}$	$E_{min,2} - V, \text{ meV}$	$T_{max,1} - T_{min,2}$
5	0.40		180	405	0.2
5	0.25		180	405	0.075
10	0.40.		45	99	0.5
10	0.25		45	99	0.31

kamayadi, V balandlikka esa bog'liq bo'lmaydi. Elektron energiyasi (tezligi) $E_{max,1} < E < E_{min,2}$ oralig'ida energiyaning ortishi bilan o'tkazish koefitsiyentining

kamayishi uchun tok va kuchlanish bog'lanishida manfiy differensial o'tkazuvchanlik (MDO') sohasining mavjud bo'lishi kerak, bu holda $\Delta T = T_{\max,1} - T_{\min,2} = 1 - T_{\min,2}$ va $\Delta E = E_{\min,2} - E_{\max,1}$ imkon darajasida katta qiymatlarni qabul qilishi kerak. ΔE uchun bu shart yarim o'tkazgichlarda yuqorida qayd qilinga nikki holatdagi elektronlar energiyalari bir biridan k_0T tartibida farq bo'lishini talab etadi. Demak $\Delta E \geq k_0T$ shart bajarilishi shart. Yuqorida qayd qilinganlar potensial to'sig'i yupqa va baland bo'lgan geterostrukturalardan tok o'tganida kuzatilishi kerak. Biroq bunday potensial to'siqni o'tish uchun elektron energiyasi to'siq balandligidan miqdoran katta bo'lishi kerak ($E > V$). Bu hol bunday strukturaning VAXsida MDO' sohasining bo'lishini murakkablashtiradi. O'ra ustidan o'tish uchun bunday muammotug'ilmaydi, chunki rezonansli KO' uchun $V = n_1^2 V_a$ shartda T koefitsiyentning birinchi maksimumi $E_{\max,1} = 0$ shartda sodir bo'ladi. Ya'ni rezonansli o'ra ustidan energiyasi potensial to'siq balandligidan ozgina katta bo'lgan elektronlar ham deyarli sochilmasdan o'tadi (7.2 rasm). Shunday qilib rezonansli KO' ustidan o'tish uchun elektronlarning energiyasi nolga yaqin bo'lganida $\Delta E = E_{\min,1}$ bo'ladi. (7.10) ifodadan bu holda $\Delta E \sim V_a$ bo'lishi kelib chiqadi. Natijada elektronlarning o'ra ustidan o'tishlariga bog'liq bo'lgan MDO' sohasini kuzatishning quyidagi sharti kelib chiqadi

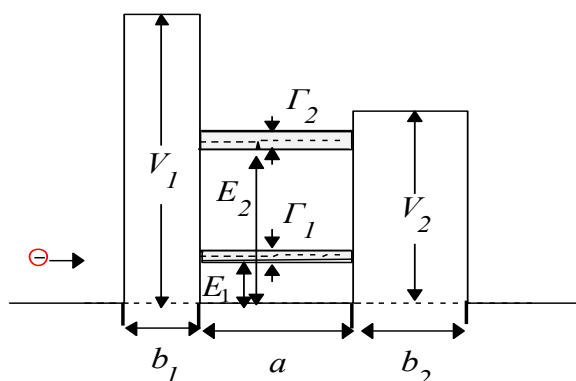
$$V_a \geq k_0T \quad \text{yoki} \quad a^2 \geq \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* k_0T} \quad (7.15)$$

Bu shartga ko'ra qurilmaning ishchi temperaturasi qancha katta bo'lsa, kvantlashgan o'ra shunchalik yupqa bo'lishi kelib chiqadi. Shunga o'xshash shart b qalinlikli to'siqdan elektronlarning to'siq ustidan o'tishiga bog'liq hol uchun ham olinishi mumkin, chunki (7.13) formulaga ko'ra $\Delta E \sim V_b, m^* = 0,1 m_0$, $T = -17K$ holda bu formuladan KO' kengligi va potensial to'siq qalinligi uchun $a, b \ll 20$ nm. shart kelib chiqadi.

Yuqorida qayd qilingan mulohazalardan bittadan potensial o'ra va potensial to'siqdan tashkil topgan geterostrukturalar, aslida, qurilmadagi MDYaO'li elementlar sifatida foydalanish mumkin ligi kelib chiqadi. Epitaksial texnologiya (molekulyar-nurli epitaksiya) ning bugungi holatida GaAs, AlAs yarim o'tkazgichlar asosida olingan $Al_xGa_{1-x}As$ qattiq eritmalaridan qalinligi $1.5 \div 2$ nm, (uch va to'rt atomli) qatlamlar, balandligi (chuqurligi) 1.35 eV (GaAs/AlAs strukturalar uchun) bo'lgan potensial to'siq va o'rali geterostrukturalar olish mumkin. Biroq bunday strukturalar VAXida anomaliyalar amaliyotda qo'llaniladigan darajada sezilarli katta emas. Shu sababli bugungi kunda potensial to'siq bilan ajratilgan kvantlashgan o'ralardan iborat geterostrukturalardan foydalanish perspektivdir. Bunday strukturalarning eng soddasi ikki potensial to'sikli kvantlashgan strukturadir.

7.3 § Ikki potensial to'siqli kvantlashgan struktura oraali elektronlarning tunnellanishi

Ikki potensial to'siqli kvantlashgan struktura deyilganida o'tkazuvchanlik zonasining qatlamlarga tik yo'nalishdagi profili 6.5 rasmda ko'rsatilgan besh qatlamli geterostruktura tushuniladi. Bunday strukturadan elektronlarning T o'tish ko'effitsiyenti, umuman olganda, ostsillyatsiyalanuvchi funksiya sifatida qayd



7.5 rasm. Ikki rezonansli o'lchamli kvantlashgan o'raga ega nosimmetrik strukturaning potensial reliefi.

qilinadi va u, o'z navbatida, MDYaO'ning sodir bo'lishiga olib keladi. Tabiiyki, o'tkazish ko'effitsiyentini hisoblash uchun struktura orqali o'tayotgari erkin elektronlar uchun qayd qilingan statsionar Shredenger tenglamasi yechilishi talab etiladi. Bu hol yuqorida potensial to'siq va o'ra ustidan o'ta- yotgan elektronlar uchun hal etilgan edi va u, o'sha raasalaga o'xshash hal etiladi. Biroq bu holni elektronli to'lqinning potensial to'siqli kvantlashgan strukturadan o'tishini elektromagnit to'lqinning Fabri-Pero rezonatori orqali o'tishiga o'xshash hal qilish mumkin.

Rezonator yarim yaltiroq qirralariga ega bo'lgan yaltiroq plastinali qurilmadir va xuddi o'zidan aniq bir chastotali elektromagnit to'lqinni o'tkazadigan optik filtr kabi ishlashi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Shik A.Ya., Bakuyeva I.G., Musxin S.F., Rikov S.A. Fizika nizkorazmernix sistem/ Pod- red A.Ya. Shika-SPb.; Nauka, 2001.160 s.
2. Tavger B.A., Demixovskiy V.Ya., kvantovie razmernie effekti v poluproduktivix I polumetallicheskih plenkax// UFN.1968. T. 96, vipusk 1, 61 str
3. Ando T., Fauler A., Stem F. Elektronnie svoystva dvumernix system. M.: Mir, 1985. 416 str
4. Molekulyarno – lucheovaya epilaksiya I geterostrukturi/ Red. I Cheng, K, Plog, M.; Mir 1989, 584 str
5. Shik A.Ya. Poluprovodnikovie strukturi s delta sloyami// FTP, 1992.T.20.S.1161
6. Novosti nanotexnologiy, jurnal NMST. 2005 №2
7. Fiziki viyavili samiy tverdiy material na Zemle// <http://www.inauka.ru/news/afticle84724.html>
8. Fiziki ob'yasnili izvestnuyu anomaluyu grafena,/<http://www.inauka.ru/news/articfe77803.html>
9. Bogdanov K.Yu., Zakon Oma dlya uglerodnix nanotrubok.//<http://www.inauka.ru/blogs/articfe78620.html>
- 10.Voronov V.K., Podopletev A.V. Sovremennaya Fizika Uchebnoe posobie.- M KomKniga, 2005. 512 str
- 11.Uchenim udalos iz grafena i vodoroda poluchit noviy material.//<http://www.inauka.ru/news/articfe89223.html>
12. Demixovskiy V.Ya. Kvantovie yami, niti, tochki. Chto eto takoe? / SOJ. 1997.№5 S 80-86
- 13.Shik. A.Ya. Sverx reshetki-periodicheskie poluprovodnikovie strukturi// FTP. 1974 T.8 S1841-1864
- 14.Xerman M. Poluprovodnikovie sverxreshetki.M.; Mir, 1989. 240 s.
- 15.Musixin S.F. Bakueva L.G., Ilin V.I. i dr. Opticheskie i elektricheskie svoystva sverxreshetok Fibonachchi PbS-C, poluchennix metodom impulsnogo lazernogo napileniya. // FTP. 1995. T. 29. S. 474.
- 16.Anselm A.I.Vedenie v teoriya poluprovodnikov. M.: Nauka; 1978. 615 s
17. Davidov A.S. kvantovaya mexanika M.: Fizmatgiz, 1963, 748 s
- 18.Vorobev I.E., Ivchenko E.I., Firsov D.A. Shaligin V.A. Opticheskie svoystva nanostruktur Ucheb. posobie / Pod red. E. I. Ivchenko i I.E. Vorobeva. SPb.:Nauka 2001-188 s. ;
- 19.P.A. Lebwohi and R. Tsu. Electrical Transport Properties in a Superlattice.// J. Appl. Phys 1970-V.41. N.6-P 2664.

20. Prongel F. et al. Simple model for multistability and domain formation in semiconductor superlattices // Phys. Rev. B.-1994.-V.50. N.3-P. 1705-1712
21. Kwon S.H., Grahn H. T., Ramsteiner M and Ploog K., Prengel F., Wacker A., and Schoil E, Murugkar S, and Merlin R. Nonresonant carrier transport through high-field domains in semiconductor superlattices. // Phys. Rev. B.-1995.-V.51. P. 9943-9951.
22. E.L.Ivchenko, R.Ya.Rasulov. Nanofizikaga kirish. FarDU Nusxa ko'paytirish bo'limi. 2008. -48 b.
23. Fiziki viyavili samiy tverdiy material na Zemle// <http://www.inauka.ru/news/afticle84724.html>
24. Fiziki ob'yasnili izvestnuyu anomaluyu grafena, // <http://www.inauka.ru/news/articfe77803.html>
25. Bogdanov K.Yu., Zakon Oma dlya uglerodnix nanotrubok. // <http://www.inauka.ru/blogs/articfe78620.html>
26. Voronov V.K., Podopletev A.V. Sovremennaya Fizika Uchebnoe posobie.- M KomKniga, 2005. 512 str
27. Uchenim udalos iz grafena i vodoroda poluchit noviy material. // <http://www.inauka.ru/news/articfe89223.html>
28. Demixovskiy V.Ya. Kvantovie yami, niti, tochki. Chto eto takoe? / SOJ. 1997. №5 S 80-86
29. Shik. A.Ya. Sverx reshetki-periodicheskie poluprovodnikovie strukturi// FTP. 1974 T.8 S1841-1864
30. Xerman M. Poluprovodnikovie sverxreshetki.M.; Mir, 1989. 240 s.
31. Musixin S.F. Bakueva L.G., Ilin V.I. i dr. Opticheskie i elektricheskie svoystva sverxreshetok Fibonachchi PbS-C, poluchennix metodom impulsnogo lazernogo napileniya. // FTP. 1995. T. 29. S. 474.
32. Anselm A.I. Vedenie v teoriya poluprovodnikov. M.: Nauka; 1978. 615 s
33. Davidov A.S. kvantovaya mexanika M.: Fizmatgiz, 1963, 748 s
34. Vorobev I.E., Ivchenko E.I., Firsov D.A. Shaligin V.A. Opticheskie svoystva nanostruktur Ucheb. posobie / Pod red. E. I. Ivchenko i I.E. Vorobeva. SPb.: Nauka 2001-188 s. ;
35. P.A. Lebwohi and R. Tsu. Electrical Transport Properties in a Superlattice.// J. Appl. Phys 1970-V.41. N.6-P 2664.
- 36.** Prongel F. et al. Simple model for multistability and domain formation in semiconductor superlattices // Phys. Rev. B.-1994.-V.50. N.3-P. 1705-1712