НЕЛОКАЛЬНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СМЕШАННОГО ЭЛЛИПТИКО-ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ДВУМЯ ВНУТРЕННИМИ ЛИНИЯМИ ВЫРОЖДЕНИЯ

С.Х.Акбарова(АГУ), М.Х.Акбарова(ТУИТ)

Ушбу мақолада соҳанинг ичида иккита бузилиш чизиғига эга бўлган аралаш эллиптик-параболик тенглама учун нолокал чегаравий масала ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги исботланган.

Калит сўзлар: аралаш типдаги тенглама, бузилиш чизиғи, ички бузилиш чизиғи, чегаравий масала, нолокал чегаравий масала, регуляр ечим.

В данной статье доказано существование и единственность решения нелокальной краевой задачи для смешанного эллиптико-параболического уравнения с двумя внутренними линиями порядками вырождения.

Ключевые слова: уравнения смешанного типа, линия вырождения, внутренная линия вырождения, краевая задача, нелокальная краевая задача, регулярное решение.

In this paper the solution uniqueness and existence of the nonlocal boundary value problems for mixed elliptik-parabolik equation with two inner with two inner degeneration lines are proved.

Key words: equation of mixed type, degeneration lines, inner degeneration lines, boundary value problem, nonlocal boundary value problem, regulyar solution.

Данная статья посвящена постановке и исследованию одной нелокальной краевой задачи для эллиптико-параболического уравнения вида

$$0=\begin{cases} y^{m_1}u_{xx}-|x|^{n_1}u_y,\, x>0, \\ (-y)^{m_2}u_{xx}+|x|^{n_2}u_{yy},\, x<0, \end{cases} \tag{1}$$

где $m_k, n_k = const(k=1,2)$, причем $n_1=n_2,\, m_1>0,\, m_2>0,\, m_2>n_2>\max\left(m_1, \dfrac{n_2+2}{m_2+2}\right)-1.$

Пусть область $\Omega,$ ограниченная отрезками $A_0A_1,\ A_1B_1,\ B_1B_0$ прямых $x = h_1,\ y = Y,\ x = -h_1$ соответственно при $y > 0$ и гладкими кривыми

$$\sigma_i : \frac{1}{q_2^2}|x|^{2q_2} + \frac{1}{p_2^2}(-y)^{2p_2} = \frac{h_1^{2q_2}}{q_2^2}\ (i = 1,2).$$

при $y < 0,\quad h_1 = (2q_1)^{1/q_1},\ 2q_i = n_i + 2 (i = 1,2),\quad 2p_2 = m_2 + 2,\ Y = const > 0,$ и при $i = 1\ x > 0$, при $i = 2\ x < 0.$

Здесь нужно отметить, что локальные и нелокальные краевые задачи для уравнений смешанного эллиптико-гиперболического и эллиптико-параболического типов с двумя линиями и различными порядками вырождения исследованы в работах [1-6].

Обозначим через Ω_1^+ и Ω_2^+ параболические части, Ω_1^- и Ω_2^- эллиптические части смешанной области Ω;

$I_1^+ = \{(x,y): 0 < x < h_1, y = 0\},\ I_1^- = \{(x,y): -h_1 < x < 0, y = 0\},$

$I_2^+ = \{(x,y): x = 0, 0 < y < Y\},\ I_2^- = \{(x,y): x = 0, -h_2 < y < 0\},\ h_2 = \left(p_2/q_2\, h_1^{2q_2}\right)^{1/p_2},$

$\Delta_1 = \Omega_1^- \cup \Omega_1^+ \cup I_1^+, \Delta_2 = \Omega_2^- \cup \Omega_2^+ \cup I_1^-, \Delta^+ = \Omega_1^+ \cup \Omega_2^+ \cup I_2^+, \Delta^- = \Omega_1^- \cup \Omega_2^- \cup I_2^-,$

$2\alpha_2 = n_2/(n_2+2),\ 2\beta_2 = m_2/(m_2+2).$

Задача ТС. Требуется найти функцию $u(x,y),$ удовлетворяющую следуюшими условиями:

1) $u(x,y) \in C(\overline{\Omega} \setminus I_2^+) \cap C^1(\Omega_i^+ \cup \Omega_i^- \cup \sigma_i);\quad u_y(x,-0) \in C(I_1^- \cup I_1^+),$ $u_x \in C(I_1^- \cup I_1^+ \cup I_2^-),$ причем $u_y(x,-0)$ и u_x могут обращаться в бесконечность порядка меньше $(1-2\beta_2)/(1-2\alpha_2)$ и единицы в точках $A_0(h_1,0),\quad B_0(-h_1,0),\ O(0,0),\ C(0,-h_2)$ соответственно;

2)удовлетворяет разрывным условиям склеивания вида

$$u(+0,y) = u(-0,y) + \alpha(y), y \in \overline{I_2^+}, \tag{2}$$

$$u_x(+0,y) = \beta(y)u_x(-0,y) + \gamma(y), y \in I_2^+; \tag{3}$$

3) $u(x,y)$ - является регулярным в области Ω / I_2^+ решением уравнения (1);

4) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$u(x,y)\big|_{x=h_1} = \varphi_1(y),\ 0 \le y \le Y, \tag{4_1}$$

$$u(x,y)\big|_{x=-h_1} = \varphi_2(y),\ 0 \le y \le Y, \tag{4_2}$$

$$\left(\rho_1(s)A_s^+[u] + \delta_1(s)u\right)\Big|_{\sigma_1} = \psi_1(s),\ 0 < s < l, \tag{5_1}$$

$$\left(\rho_2(s)A_s^-[u]+\delta_2(s)u\right)\Big|_{\sigma_2}=\psi_2(s),\ 0<s<l, \tag{5_2}$$

4) выполняются условия склеивания

$$\lim_{y\to+0} y^{-m_1}u_y(x,y)=\lim_{y\to-0} u_y(x,y) \quad \text{на} \quad I_1^+\cup I_1^-, \tag{6}$$

$$\lim_{x\to+0} u_x(x,y)=\lim_{x\to-0} u_x(x,y) \quad \text{на} \quad I_2^-, \tag{7}$$

где s - длина дуги кривой $\sigma_1(\sigma_2)$, отсчитываемая от точки $A_0(h_1,0)\left(B_0(-h_1,0)\right)$, l-длина кривой σ_i, а $A_s^{\pm}[]=(-y)^{m_2}\dfrac{dy}{ds}\dfrac{\partial}{\partial x}-(\pm x)^{n_2}\dfrac{dx}{ds}\dfrac{\partial}{\partial y}$ (при $i=1$ берется верхний знак, а при $i=2$ - нижний знак), $\alpha(y)$, $\beta(y)$, $\gamma(y)$, $\varphi_i(y)$, $\psi_i(s)$, $\rho_i(s)$, $\delta_i(s)$, $(i=1,2)$ - заданные функции, причем

$$\alpha(y)\in C(\overline{I_2^+})\cap C^1(I_2^+),\ \beta(y),\gamma(y)\in C(\overline{I_2^+}),\ \beta(y)>0 \tag{8}$$

$$\varphi_i(y)\in C[0,Y]\cap C^1(0,Y) \tag{9_i}$$

$$\rho_i^2(s)+\delta_i^2(s)\neq 0,\ \rho_i(s),\ \delta_i(s),\ \psi_i(s)\in C[0,l]. \tag{10_i}$$

Имеет место следующая теорема.

Теорема 1. Если выполняются условия (8), (9_i), (10_i) и

$$\rho_i(s)\cdot\delta_i(s)\geq 0,\ 0\leq s\leq l(i=1,2), \tag{11_i}$$

то решение задачи ТС существует и единственно.

Докажем единственность решения поставленной задачи. Пусть $u(x,y)$ является решением однородной задачи ТС. Из области $\Omega_1^-\cup\Omega_2^-$ получим тождество

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[(-y)^{m_2}uu_x\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[|x|^{n_2}uu_y\right]-\left[(-y)^{m_2}u_x^2+|x|^{n_2}u_y^2\right]=0,$$

и интегрируя это равенство по области $\Omega_{1\varepsilon}^-$, $\Omega_{2\varepsilon}^-$ с границами

$$\partial\Omega_{1\varepsilon}^-=\overline{\sigma_{1\varepsilon}}\cup\overline{I_{1\varepsilon}^+}\cup\overline{I_{2\varepsilon}^-},\ \partial\Omega_{2\varepsilon}^-=\overline{\sigma_{2\varepsilon}}\cup\overline{I_{1\varepsilon}^-}\cup\overline{I_{2\varepsilon}^-},$$

имеем

$$\iint_{\Omega_{i\varepsilon}^-}\left[(-y)^{m_2}u_x^2+|x|^{n_2}u_y^2\right]dxdy=\iint_{\Omega_{i\varepsilon}^-}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left[(-y)^{m_2}uu_x\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[|x|^{n_2}uu_y\right]\right]dxdy, \tag{12_i}$$

где $\varepsilon-$достаточно малое число и

$$\sigma_{i\varepsilon}:\frac{1}{q_2^2}|x|^{2q_2}+\frac{1}{p_2^2}(-y)^{2p_2}=\frac{(h_1-\varepsilon)^{2q_2}}{q_2^2},\ I_{1\varepsilon}^+=\left\{(x,y):\varepsilon<x<h_1-\varepsilon, y=-\varepsilon\right\},$$

$$I_{1\varepsilon}^{-}=\{(x,y): \varepsilon-h_1<x<-\varepsilon, y=-\varepsilon\},\ I_{2\varepsilon}^{-}=\{(x,y): x=\varepsilon, \varepsilon-h_2<y<-\varepsilon\},$$

$$h_{2\varepsilon}=\left(\frac{p_2}{q_2}(h_1-\varepsilon)^{q_2}\right)^{1/p_2}.$$

В силу формулу Грина из (12_1), (12_2) при $\varepsilon\to 0$ получим

$$\iint_{\Omega_1^-}\left[(-y)^{m_2}u_x^2+x^{n_2}u_y^2\right]dxdy+\iint_{\Omega_2^-}\left[(-y)^{m_2}u_x^2+x^{n_2}u_y^2\right]dxdy-\int_{\sigma_1}uA_s^+[u]ds-\int_{\sigma_2}uA_s^-[u]ds=$$

$$=\int_0^{h_1}x^{n_2}\tau_1(x)\nu_1^-(x)dx+\int_{-h_1}^{0}(-x)^{n_2}\tau_2(x)\nu_2^-(x)dx.$$

где

$$\tau_i(x)=u(x,0),\ x\in\overline{I_1^{\pm}}, \qquad (13_i) \qquad\qquad \nu_i^-(x)=u_y(x,-0),\ x\in I_1^{\pm}. \qquad (14_i)$$

Отсюда учитывая условия (5_1), (5_2) находим

$$\iint_{\Omega_1^-}\left[(-y)^{m_2}u_x^2+x^{n_2}u_y^2\right]dxdy+\iint_{\Omega_2^-}\left[(-y)^{m_2}u_x^2+x^{n_2}u_y^2\right]dxdy+\int_{\sigma_1}\frac{\delta_1(s)}{\rho_1(s)}u^2ds+\int_{\sigma_2}\frac{\delta_1(s)}{\rho_1(s)}u^2ds=$$

$$=\int_0^{h_1}x^{n_2}\tau_1(x)\nu_1^-(x)dx+\int_{-h_1}^{0}(-x)^{n_2}\tau_2(x)\nu_2^-(x)dx. \qquad (15)$$

Так как $n_1=n_2$, то из параболической части области мы получим следующую равенству

$$\nu_i^+(x)=|x|^{-n_2}\tau_i''(x),$$

$$\tau_i(0)=0,\ \tau_i(\pm h_1)=0,$$

здесь $\nu_i^+(x)=\lim\limits_{y\to+0}y^{-m_1}u_y(x,y)$. Подставляя эти равенства в (15) с учетом (6) имеем

$$\iint_{\Omega_{1\varepsilon}^-}\left[(-y)^{m_2}u_x^2+x^{n_2}u_y^2\right]dxdy+\iint_{\Omega_{2\varepsilon}^-}\left[(-y)^{m_2}u_x^2+x^{n_2}u_y^2\right]dxdy+\int_{\sigma_1}\frac{\delta_1(s)}{\rho_1(s)}u^2ds+\int_{\sigma_2}\frac{\delta_1(s)}{\rho_1(s)}u^2ds=$$

$$=-\int_0^{h_1}\tau_1'^2(x)dx-\int_{-h_1}^{0}\tau_2'^2(x)dx.$$

Отсюда, учитывая условия (11_i) мы получим, что $u(x,y)=0$ в области $\overline{\Omega}$.

Для доказательства существования решения задачи ТС рассмотрим следующие вспомогательные задачи:

Задача T_i $(i=1,2)$. Найти функцию $u(x,y),$ обладающую

следуюшими свойствами:

1) $u(x,y)\in C\left(\overline{\Delta_i}\right)\cap C^1(\Omega_i^+\cup\Omega_i^-\cup\sigma_i);$ $u_y(x,-0)\in C(I_1^{\pm}),$ $u_x\in C(I_1^{\pm}\cup I_2^-),$ причем $u_y(x,-0)$ и u_x могут обращаться в бесконечность порядка меньше $(1-2\beta_2)/(1-2\alpha_2)$ и единицы в точках $A_0(h_1,0),$ $B_0(-h_1,0),$ $O(0,0),$ $C(0,-h_2)$ соответственно;

2) $u(x,y)$ - является регулярным в областях Ω_i^+,Ω_i^- решением уравнения (1);
3) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям (4_i), (5_i), (6) и

$$u(0,y)=\tau_3(y),\quad y\in\overline{I_2^-},\quad (16)\qquad\qquad u(\pm 0,y)=\tau_4^{\pm}(y),\quad y\in\overline{I_2^+},\quad (17)$$

где $\tau_3(y)\in C\left(\overline{I_2^-}\right)\cap C^1\left(I_2^-\right),\tau_4^{\pm}(y)\in C\left(\overline{I_2^+}\right)\cap C^1\left(I_2^+\right)$-заданные функции.

Задача T_3. Найти функцию $u(x,y),$ удовлетворяющую

условиями:

1) $u(x,y)\in C\left(\overline{\Delta^-}\right)\cap C^1\left(\Delta^-\cup I_1^+\cup I_1^-\cup\sigma_1\cup\sigma_2\right),$

причем u_x и u_y могут обращаться в бесконечность порядка меньше $(1-2\beta_2)/(1-2\alpha_2)$ в точках $A_0(h_1,0),$ $B_0(-h_1,0),$ $O(0,0),$ $C(0,-h_2)$ соответственно;

2) $u(x,y)-$регулярное решение уравнения (1) в областях Ω_1^-, Ω_2^-;

3) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям (5_1), (5_2), (14_1), (14_2) и (7),

где $\nu_1^-(x),$ $\nu_2^-(x)-$заданные функции, причем

$$\nu_i^-(x)\in C^1\left(I_1^{\pm}\right)\qquad (18_i)$$

и они могут иметь особенность порядка меньше $(1-2\beta_2)/(1-2\alpha_2)$ на концах интервала $I_1^{\pm}$.

Задача T_4. Определить функцию $u(x,y),$ удовлетворяющую

условиями:

1) $u(x,y)\in C\left(\overline{\Delta^{+}}\setminus\overline{I_2^{+}}\right)\cap C^{1}\left(\Delta^{+}\setminus I_2^{+}\right)\cap C^{2,1}\left(\Omega_1^{+}\cup\Omega_2^{+}\right)$

2) $u(x,y)-$удовлетворяет уравнению (1) в областях $\Omega_1^{+},\Omega_2^{+}$;

3) удовлетворяет условиям (2),(3) и краевым условиям

(4_i), (13_i) $(i=1,2)$, где $\tau_i(x)-$заданные функции, причем

$$\tau_1(x)\in C\left(\overline{I_1^{+}}\right)\cap C^{2}\left(I_1^{+}\right),\ \tau_2(x)\in C\left(\overline{I_1^{-}}\right)\cap C^{2}\left(I_1^{-}\right), \tag{19}$$

$$\tau_1(0)=\tau_2(0).$$

Теорема 2. Пусть выполнены условия (9_i), (10_i), (11_i). Тогда задача T_i $(i=1,2)$ однозначно разрешима.

Применяя метода интегралов энергии нетрудно показать, что задача T_i имеет единственное решение.

Исследуя задачи T_i, существование решения этой задачи эквивалентным образом сведется к сингулярному интегральному уравнению нормального типа[4]:

$$\rho_i(z)+\frac{ctg\pi\beta_2}{\pi}\int_0^1\frac{\rho_i(\eta)}{\eta-z}d\eta+\int_0^1\frac{K_0(z,\eta)-K_0(z,z)}{\eta-z}\rho_i(\eta)d\eta+\int_0^1 K_1(z,\eta)\rho_i(\eta)d\eta+$$

$$+\int_0^1 K_2(z,\eta)\rho_i(\eta)d\eta=f_i(z,\tau_3)\ (i=1,2),\ 0<z<1, \tag{20_i}$$

где

$$\rho_i(z)=x^{\frac{1-2\beta_2}{2}}\left(1+x^2\right)\nu_i^{-}\left[\pm\left(q_2^2x\right)^{1/2q_2}\right],\ z=\frac{2x}{h\left(1+x^2\right)},\ \eta=\frac{2t}{h\left(1+t^2\right)},\ h=\frac{2\,h_1^{2q_2}/q_2^2}{1+\left(h_1^{2q_2}/q_2^2\right)^2},$$

$$\overline{\tau_3}(y)=\tau_3\left[-\left(p_2^2y\right)^{1/2p_2}\right],\ \tau_4(y)=u(+0,y),$$

$K_0(z,\eta)=\dfrac{1}{1+t^2}\left\{\lambda_1\left(1-xt-t^{\alpha_2+\beta_2}+xt^{\alpha_2+\beta_2-1}\right)-\lambda_2\left(1-xt-t^{\beta_2-\alpha_2+1}+xt^{\beta_2-\alpha_2}\right)\right\}$, λ_1,λ_2-заданные постоянные, ядра $K_1(z,\eta)$ может иметь слабую особенность, $K_2(z,\eta)$-непрерывно при $z\neq\eta$, может обращаться в бесконечность порядка меньше единицы при $z\to\eta.$ В силу условий наложенных на заданные функции задачи, убедимся, что функция $f_i(z,\tau_3)\in C^1(0,1)$ и ограничена при $z\to 0$, имеет слабую особенность при $z\to 1$[4]. Решение $\rho_i(z)\in C^1(0,1)$ ищем в классе функций $h(0)$, где индекс равен нулю[5]. С помощью метода Карлемана-Векуа[7-9], регуляризируя уравнение (20_i), сведем к интегральному уравнению Фредгольма второго рода. Это уравнение, в силу единственности решения поставленной задачи, будет однозначно разрешимо.

Теорема 3. Если выполнены условия (10_i), (11_i), (18_i), то решение задачи T_3 существует и единственно.

Как и в задаче T_i, с помощью метода интегралов энергии доказывается, что задача T_3 имеет единственное решение.

Решая задачу с условиями $(5_1),(5_2)$, $(14_1),(14_2)$ и $\nu_3(y)=\lim\limits_{x\to 0} u_x(x,y)$, $y\in\overline{I_2^-}$, находим

$$\overline{\tau_3}(y)=\int_0^1 K_3(t,y)\left(\overline{\nu_1^-}(t)+\overline{\nu_2^-}(t)\right)dt+f_3(y), \tag{21}$$

где $\overline{\tau_3}(y)=\tau_3\left(-\left(p_2^2 y\right)^{1/2p_2}\right)$.

Нетрудно убедиться, что на основе условий (10_i), (18_i) $(i=1,2)$, имеем

$$\tau_3(y)\in C[0,h_2]\cap C^1(0,h_2).$$

Теорема 4. Если выполняются условия $(8),(9_i),(11_i)$, то существует единственное решение задачи T_4.

Из области Ω_1^+ и Ω_2^+ получим соотношение

$$\nu_4^+(y)=y^{-m_1}\frac{\partial}{\partial y}\int_0^y z(y-t)\tau_4^+(t)t^{m_1}dt+F_1(y,\tau_1,\varphi_1), \tag{22}$$

$$\nu_4^-(y)=y^{-m_1}\frac{\partial}{\partial y}\int_0^y z(y-t)\tau_4^-(t)t^{m_1}dt+F_2(y,\tau_2,\varphi_2), \tag{23}$$

где $\tau_4^+(y)=u(+0,y)$, $\tau_4^-(y)=u(-0,y)$, $\nu_4^+(y)=u_x(+0y)$, $\nu_4^-(y)=u_x(0y)$.

В силу условия (2), (3) имеем

$$\tau_4^+(y)=\tau_4^-(y)+\alpha(y),\ y\in\overline{I_2^+}, \ (24) \qquad \nu_4^+(y)=\beta(y)\nu_4^-(y)+\gamma(y),\ y\in\overline{I_2^+}; \quad (25)$$

Подставляя (24), (25) в (22), получим соотношение

$$\beta(y)\nu_4^-(y)=y^{-m_1}\frac{\partial}{\partial y}\int_0^y z(y-t)\tau_4^-(t)t^{m_1}dt+$$

$$+y^{-m_1}\frac{\partial}{\partial y}\int_0^y z(y-t)\alpha(t)t^{m_1}dt-\gamma(y)+F_1(y,\tau_1,\varphi_1). \tag{26}$$

Теперь исключая $\nu_4^-(y)$ из соотношений (23), (26), получим интегральное уравнение Вольтерра второго рода

$$\tau_4^-(y) = \int_0^y K_4(y,t)\tau_4^-(t)dt + f_4(y,\tau_1,\tau_2), \qquad (27)$$

где $f_4(y,\tau_1,\tau_2)$ - известная функция.

Принимая во внимание условий (8), (9_i),(19) убедимся, что $f_4(y,\tau_1,\tau_2) \in C[0,Y] \cap C^1(0,Y)$, а ядро $K_4(y,t)$-непрерывно в $[0,Y]X[0,Y]$ при $y \neq t,$ при $y = t$ может иметь особенность порядка меньше $(n_1+1)/(n_1+2)$.

Согласно теории интегральных уравнений Вольтерра [8-9], заключаем, что интегральное уравнение (24) однозначно разрешимо.

Пусть $u(x,y)$-решение задачи ТС . Из (21) и (27) находим $\tau_3(y)$ и $\tau_4^-(y)$,

тогда в силу теоремы 2-4 задача ТС эквивалентна системе сингулярных интегральных уравнений $(20_1),(20_2)$. После определения $\nu_i^-(x)$ $(i=1,2)$, решение задачи ТС в областях Δ_i найдется как решение задач T_i.

Теорема 1 доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Салахитдинов М.С., Хасанов А. Задача Трикоми для уравнения смешанного типа с негладкой линией вырождения. // Дифференциальные уравнения. 1983. Т.XIX. № 1. С.110-119.

2. Салахитдинов М.С., Исломов Б. Краевые задачи для уравнения смешанного типа с двумя внутренними линиями вырождения. // Доклады АН СССР. 1991. Т.316. № 5. С.1051-1054.

3. Исломов Б. О локальных и нелокальных краевых задачах для уравнения смешанного типа с двумя внутренними линиями вырождения. // Узб. матем. Журнал. 1993, № 2, С. 36-42.

4. Исломов Б., Акбарова С.Х. Краевые задачи для уравнения смешанного эллиптико-параболического типа с двумя линиями и различными порядками вырождения. // Узб. матем. Журнал. 2001, № 5-6. С. 33-41.

5. Исломов Б. Краевые задачи типа задачи Трикоми для уравнения смешанного типа с негладкой линией вырождения. //Известия АН УзССР. 1985, № 6, С. 12-17.

6. Салахитдинов М.С., Исломов Б.И. Уравнения смешанного типа с

двумя линиями вырождения.Ташк. гос. Пед. Ун-т.- Т.: MUMTOZ SO”Z, 2009. 264 с.

7.Мусхелишвили Н.И. // Сингулярные интегральные уравнения. М.: Наука, 1968. 512 с.

8. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1971.

9. Salohiddinov M.S. Integral tenglamalar. T.: Yangiyul poligraph service, 2007. 256 b.

Андижанский государственный
университет имени З.М,Бобура
Ташкентский университет
информационных технологий

S.Kh. Akbarova, M.Kh. Akbarova

NONLOKAL BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR OF MIXED ELLIPTIC-PARABOLIC EQUATION WITH TWO INNER DEGENERATION LINES