УРГАНЧ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ, ҚОРАҚАЛПОҚ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖА БЕРУВЧИ PhD.28.12.2017.FM.55.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ҚАРШИ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

ЯНГИБОЕВ ЗОЙИР ШОБЕРДИЕВИЧ

НОМАЪЛУМ МАНБАЛИ ҒОВАК МУҲИТЛАРДА SH ТЎЛҚИНЛИ ТЕНГЛАМА УЧУН БИР ЎЛЧАМЛИ ТЕСКАРИ ДИНАМИК МАСАЛАЛАР

01.01.02- Дифференциал тенгламалар ва математик физика

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Урганч – 2018

УДК: 517.957

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences

Янгибоев Зойир Шобердиевич
Номаълум манбали ғовак муҳитларда SH тўлқинли тенглама учун бир ўлчамли тескари динамик масалалар **3**

Янгибоев Зойир Шобердиевич
Одномерные обратные динамические задачи для уравнения SH волн в пористых средах с неизвестным источником **23**

Yangiboev Zoyir Shoberdievich
One dimensional inverse dynamic problems for the SH-wave equation in porous media with an unknown source …………................................ **43**

Эълон қилинган ишлари
Список опубликованных работ
List of published works ……………………………………………… **47**

УРГАНЧ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ, ҚОРАҚАЛПОҚ ДАВЛАТ
УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖА
БЕРУВЧИ PhD.28.12.2017.FM.55.01 РАҚАМЛИ
ИЛМИЙ КЕНГАШ

ҚАРШИ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

ЯНГИБОЕВ ЗОЙИР ШОБЕРДИЕВИЧ

НОМАЪЛУМ МАНБАЛИ ҒОВАК МУҲИТЛАРДА SH ТЎЛҚИНЛИ ТЕНГЛАМА УЧУН БИР ЎЛЧАМЛИ ТЕСКАРИ ДИНАМИК МАСАЛАЛАР

01.01.02- Дифференциал тенгламалар ва математик физика

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD)
ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

Урганч – 2018

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2017.4.PhD/FM153 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Қарши Давлат университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (www.ik-mat.urdu.uz) ва «Ziyonet» Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:	**Имомназаров Холматжон Худайназарович,** физика-математика фанлари доктори, (Россия Федерацияси, Ҳисоблаш математикаси ва математик геофизика илмий текшириш институти)
Расмий оппонентлар:	**Яхшимуратов Алишер Бекчанович,** физика-математика фанлари доктори,
	Бегматов Акрам Хасанович, физика-математика фанлари доктори, доцент.
Етакчи ташкилот:	**Ўзбекистон Миллий университети**

Диссертация ҳимояси Урганч Давлат университети, Қорақалпоқ Давлат университети ҳузуридаги PhD.28.12.2017.FM.55.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2019 йил «18» январь соат 14^{00} даги мажлисида бўлиб ўтади (Манзил: 220100, Урганч ш., Ҳ.Олимжон кўчаси, 14-уй. Тел.: (99862) 224-66-11; факс: (99862) 224-67-00; e-mail: ik-mat.urdu@umail.uz).

Диссертация билан Урганч Давлат университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (Д-228-рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 220100, Урганч ш., Ҳ. Олимжон кўчаси, 14-уй. Тел.: (99862) 224-66-11; факс: (99862) 224-67-00).

Диссертация автореферати 2018 йил «____» ________________куни тарқатилди.
(2018 йил «____» ________________ даги _______ рақамли реестр баённомаси).

Б.И. Абдуллаев,
Илмий даража берувчи илмий
кенгаш раиси, ф.-м.ф.д.

А.А. Атамуратов,
Илмий даража берувчи илмий
кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.н.

А.Б. Яхшимуратов,
Илмий даража берувчи илмий
кенгаш қошидаги илмий семинар раиси,
ф.-м.ф.д.

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар аксарият ҳолларда, соф математик масалаларнинг ечимига олиб келинади. Шунинг учун физик жараёнларнинг математик моделини тузиш замонавий фаннинг муҳим йўналишидир. Суюқлик ва газ механикаси масалаларида чегаравий масалалар кенг қўлланилади. Бундай масалаларда берилган характеристикалар бўйича объектнинг формаси (масалан, тўғоннинг ер ости контури, сув-нефть боғланиши, самолёт қанотлари профили ва бошқалар) топилади ёки объектнинг берилган формаси бўйича унинг характеристикалари ҳисобланади. Бу икки масала фанга тўғри ва тескари чегаравий масала номи билан кирган. Хусусан, бундай масалалар геофизик қидирув ишларида, нефть қатламларини топишда ҳамда қазиш ишларини жадаллаштиришда, нефть ва газ конларига тўлқин ёрдамида таъсир этишнинг параметрларини танлашда пайдо бўлади. Шу боисдан номаълум манбали ғовак муҳитларда SH тўлқинли тенглама учун бир ўлчамли тескари динамик масалаларни ўрганишга оид тадқиқотлар геофизик масалаларни ечишда муҳим бўлган ғовак муҳитларда фильтирлаш моделларини ривожлантиришда муҳим вазифалардан бири бўлиб қолмоқда.

Ҳозирги кунда жаҳонда турли муҳитларда ва системаларда тўлқинли жараёнларни текшириш, жумладан ғовак муҳит учун тескари динамик масалаларда сейсмик тўлқин тарқалишини тавсифловчи математик моделлар геофизика масалаларида кенг қўллանила бошланди. Ҳақиқий физик системалар коррект бўлмаган чегаравий масалалар билан тавсифланади. Тўлқин жараёнларни математик моделларини қуриш, нафақат муҳитнинг зичлиги ва унда сейсмик тўлкинлар тарқалиши тезлигини аниқлаш масаласи, балки муҳитнинг ғоваклиги, ўтказувчанлиги каби бошқа кинетик параметрларини аниқлайдиган ғовак муҳит учун тескари динамик масалаларда татбиқ қилиш устувор йўналиш ҳисобланади. Номаълум манбали ғовак муҳитларда SH тўлқинли тенглама учун бир ўлчамли тескари динамик масалалар классик ечимларининг локал мавжудлигини тадқиқ қилиш, кўндаланг тўлқинлар тенгламасининг регуляризацияланган ечимларини қуриш ҳамда уларнинг сонли ҳисоблаш методлари ва алгоритмларини ишлаб чиқиш мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мамлакатимизда фундаментал фанларнинг амалий татбиққа эга бўлган долзарб йўналишларига эътибор кучайтирилди. Жумладан, математик физика тенгламалари ва дифференциал тенгламалар назариясининг коррект бўлмаган масалалар назариясидаги тадқиқотларни таҳлил қилишга алоҳида эътибор қаратилди. Бунинг натижасида математик физика тенгламаларини коррект бўлмаган масалалари бўйича салмоқли натижаларга эришилди. Математика, физика, математик физиканинг замонавий усуллари фанларининг устувор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари этиб белгиланади.[1]

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 20 апрелдаги ПҚ-2909-сон «Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги, 2017 йил 17 февралдаги ПҚ-2789-сон «Фанлар академияси фаолияти, илмий-тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги қарори ва 2017 йил 7 февралдаги ПФ-4947-сон «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида»ги фармони ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишга ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланиши устувор йўналишларига мослиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Гиперболик тенгламалар учун тескари динамик масалаларда қўшимча маълумот сифатида бирор мос масаланинг ечимини изи вақтга ўхшаш сиртлар қаторида берилган бўлади. Гиперболик тенглама ва системалар учун тескари динамик масалалар биринчи бўлиб М. М. Лаврентьев, В.Г. Романов, А.С. Благовещенский, А.С. Алексеевлар томонидан қўйилган ва татбиқ қилинган. Гиперболик тенглама ва системалар учун тескари динамик масалаларни татбиқ этишнинг турли хил йўллари ва усуллари М. М. Лаврентьев, В.Г. Романов, А.С. Благовещенский, А.И. Прилепко, Ю.Е. Аниконов, А.Л. Бухгейм, Х.Х. Имомназаров, А. Хайдаров, Д.К. Дурдиев, А.Э. Холмурадов ва бошқаларнинг ишларида келтирилган ва ривожлантирилган. Юқоридаги ишлардан В.Г. Романов, А.С. Благовещенский ишлари диссертация ишига алоқадор ҳисобланади. Бунда вертикал – бир жинсли бўлмаган эластик-изотроп муҳит учун эркин сиртда тўлқин майдони ҳақидаги бирор қўшимча маълумотга кўра тўлқин тезлигининг тарқалишини аниқлаш ҳақидаги тўлқин тенгламаси учун бир ўлчовли тескари масала кўриб чиқилган. Ушбу масаланинг ечилиши ва ечимнинг берилганларга узлуксиз боғлиқлиги ҳақидаги теоремалар исботланган.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги.

Диссертация тадқиқоти Қарши Давлат университетининг илмий тадқиқот ишлари режаси мувофиқ бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади ғовак-эластик муҳитда тўғри ва тескари динамик масалаларини ечиш ва ечимнинг ягоналиги, турғунлик баҳоларини аниқлашдан иборат.

---

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2017 йил 18 майдаги “Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида”ги 292-сон қарори.

Тадқиқотнинг вазифалари:

ғовак-эластик муҳитда бир ўлчамли тескари динамик масаланинг регуляризацияловчи алгоритмини ишлаб чиқиш;

тескари динамик масаланинг ечими берилганларга узлуксиз боғлиқлиги ҳақидаги теоремани исботлаш. Қаралаётган бир ўлчамли ғовак-эластик тескари динамик масала учун турғунлик баҳоларни аниқлаш;

диссипатив ҳолатда ғовак-эластик динамик тенглама учун биринчи Дарбу масаласини ечиш;

ярим фазонинг чегарасида шакли номаълум импульс нуқтали манбали кўндаланг тўлқин учун ғовак-эластик муҳитда бир ўлчамли тескари динамик масалани ечиш;

ғовак-эластик муҳитда биргаликдаги бир ўлчамли тескари динамик масала учун ягоналик ва мавжудлик теоремасини исботлаш;

ғовак-эластик муҳитда икки ўлчамли тескари динамик масала ечимининг турғунлик баҳоларини аниқлаш ва ягоналик теоремаларини исботлаш.

Тадқиқотнинг объекти мураккаб реологияли суюқлик билан тўйинтирилган ғовак муҳитларда тўлқин тарқалишини ифодаловчи хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалардан иборат.

Тадқиқотнинг предмети сейсмик SH тўлқин тарқалишининг бир ўлчамли тўғри ва тескари динамик масаланинг математик моделидан иборат.

Тадқиқотнинг усуллари. Диссертация ишида гиперболик системалар учун характеристикалар усули, дифференциал ва интеграл тенгламаларни ечиш усули, функционал анализ усули ва регуляризация усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгиликлари қуйидагилардан иборат:

ғовак-эластик муҳитда бир ўлчамли тескари динамик масала учун регуляризацияловчи алгоритми ишлаб чиқилган ва турғунлик баҳолари олинган;

тескари динамик масаланинг ечими берилганларга узлуксиз боғлиқлиги ҳақидаги теорема исботланган;

диссипатив ҳалотда ғовак-эластик динамик тенглама учун биринчи Дарбу масаласининг корректлиги исботланган ва масаланинг ечилиши ҳақидаги теоремалар исботланган;

ярим фазонинг чегарасида шакли номаълум импульс нуқтали манбали кўндаланг тўлқин учун ғовак-эластик муҳитда бир ўлчамли тескари динамик масала ечилган;

шакли номаълум импульс нуқтали манбали кўндаланг тўлқин учун ғовак-эластик муҳитда икки ўлчамли тўғри динамик масала ечимининг ягоналик баҳолари олинган;

ғовак-эластик муҳитда икки ўлчамли тескари динамик масала ечимининг турғунлик баҳолари олинган ва ягоналик теоремалари исботланган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари қуйидагилардан иборат:

ғовак-эластик муҳитда тескари динамик масала учун регуляризацияланган ечимни топиш алгоритми ишлаб чиқилган;

ғовак-эластик муҳитда биргаликдаги бир ўлчамли тескари динамик масалаларнинг ечимининг ягоналиги ва турғунлик баҳолари олинган.

Тадқиқот натижаларинг ишончлилиги математик моделнинг корректлиги, унинг термодинамика қонуниятлари билан мутаносиблиги, тўлқин жараёнларини тавсифловчи гиперболик тенгламаларнинг ҳосил бўлганлиги, текширишнинг математик қатъий олиб борилганлиги, ечимни топишда математик асосланган методлардан фойдаланилганлиги, олинган ечимларнинг бир фазали муҳит учун мос аниқ ечим билан мутаносиблиги, сонли моделлаштириш натижаларини қабул қилинган мезонлар асосида экспериментал маълумотлар билан қиёсий таҳлилига асосланганлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти.

Тадқиқот ишида олинган натижаларнинг илмий аҳамияти уларнинг хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар назариясида ҳамда геофизиканинг нефтгаз конлари масалаларини ечишда фойдаланиш мумкинлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот ишининг амалий аҳамияти тадқиқот объектининг экспереметал маълумотларга асосланиб танланишида ва олинган натижалар турли табиий ва технологик жараёнларнинг кенг синфини ўрганишда татбиқ қилиш билан белгиланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Номаълум манбали ғовак муҳитларда SH тўлқинли тенглама учун бир ўлчамли тескари динамик масалаларга оид олинган илмий натижалар асосида:

ғовак-эластикликнинг математик модели ва регуляризацияланган ечиш алгоритми Россия Фанлар академияси Сибирь бўлими Ҳисоблаш математикаси ва математик геофизика институтининг 1.3.1.3-рақамли «Методы создания, исследования и идентификации математических моделей о Земли» (2014-2016 гг.) лойиҳасида геофизиканинг нефтгаз конлари масалаларини ечишда фойдаланилган (Россия Фанлари академиясининг Сибирь бўлими ҳисоблаш математикаси ва математик геофизика институтининг 2018 йил 12 апрелдаги 15301/12-01-62-сонли маълумотномаси). Илмий натижанинг қўлланилиши ғовак-эластик муҳитларда тўлқин тарқалиш тенгламаси учун тўғри ва тескари масалаларнинг ечилишини исботлаш имконини берган. Шунингдек, ечимлар учун регуляризацияловчи алгоритмлар қурилган;

ғовак-эластик муҳитда биргаликдаги бир ўлчамли тескари динамик масалаларга доир олинган натижалар А-13-38-рақамли «Икки фазали муҳит ночизиқли тўлқин динамикаси учун тўғри ва тескари масалаларни назарий ва сонли тадқиқ қилиш» (2015-2017 йй.) лойиҳасида тўғри ва тескари динамик масалаларни ечишга татбиқ этилган (Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2018 йил 07 ноябрдаги № 89-03-3799-сонли маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши натижасида тўғри ва тескари динамик масалаларни тақрибий ечилган ва ечимнинг турғунлик баҳолари аниқланган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқот натижалари 11 та илмий анжуманларда, жумладан, 5 та халқаро ва 6 та республика миқёсидаги илмий-амалий анжуманларда муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация тадқиқоти мавзуси бўйича жами 19 та илмий иш чоп этилган, шулардан 5 та мақола Ўзбекистон Республикаси Олий аттестация комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда эълон қилинган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш, учта боб, хулоса, фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан иборат. Диссертациянинг ҳажми 113 бетни ташкил этади.

ДИССЕРТАЦИЯ ИШИНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар берилган.

Диссертациянинг **“Ғовак-эластикликнинг термодинамик мутоносиб математик модели”** деб номланувчи биринчи боби ёрдамчи ҳисобланиб, тўйинтирилган суюқликли ғовак муҳитда ночизиқли тўлқиннинг тарқалиши учун хусусий ҳосилали ночизиқли тенгламани тузиш келтирилган. Бу боб мавзуга кириш бўлиб, уни баён қилишда қулайлик учун келтирилган. Деформация метрик тензорининг эволюцияси учун олинган тенгламалар, эластик муҳитда ночизиқли тўлқинларни ўрганишда фойдаланилади. Ҳам диссипативсиз, ҳам диссипативли яқинлашишларда суюқлик билан тўйинтирилган ғовок муҳитларда ночизиқли тўлқин тарқалишини ифодалайдиган дифференциал тенгламалар системаси қурилган.

Иккинчи боб “**Ғовак муҳитда SH тўлқинли тенглама учун тескари динамик масалада регуляризация**” деб номланган биринчи бобда олинган ғовак муҳитда SH тўлқин тенгламасининг математик модели учун бир ўлчамли тўғри ва тескари динамик масалани ўрганишга бағишланган.

Бобнинг 2.1-параграфида регуляризацияловчи операторнинг таърифи келтирилган.

Айтайлик, $Au = f$ операторли тенглама берилган бўлсин, бу ерда $A-$ нормаланган X фазони нормаланган F фазога ўтказувчи чизиқли оператор. 1963 йил А.Н.Тихонов нокоррект қўйилган масалалар назарияси учун муҳим бўлган регуляризацияловчи алгоритмнинг машҳур таърифини берган.

1-таъриф. Қуйидаги икки хоссага эга бўлган $R(\delta, f_\delta) \equiv R_\delta(f_\delta)$ оператор:

1) $R_\delta(f_\delta)$ ихтиёрий $\delta > 0$, $f_\delta \in F$ учун аниқланган ва $(0,+\infty)\times F$ тўпламни X тўпламга акслантиради;

2) ихтиёрий $u \in X$ ва ихтиёрий $f_\delta \in F$ учун $Au = f$, $\|f - f_\delta\| \le \delta$, $\delta > 0$, $u_\delta = R_\delta(f_\delta) \xrightarrow[\delta\to 0]{} u$ регуляризацияловчи алгоритм (регуляризацияловчи оператор) деб аталади.

Операторли тенгламани ечиш масаласи регулярицазияланувчи дейилади, агар ҳеч бўлмаганда битта регуляризацияловчи алгоритм топилса. Таърифдан бевосита келиб чиқадики, агар ҳеч бўлмаганда битта РА мавжуд бўлса, унда улар чексиз кўп мавжуд бўлади.

Ҳозирги вақтда барча математик масалаларни қуйидаги синфларга ажратиш мумкин:

1. Коррект қўйилган масалалар.
2. Нокоррект қўйилган регуляризациланувчи масалалар.
3. Нокоррект қўйилган регуляризацияланмайдиган масалалар.

Бобнинг 2.2-параграфида суюқлик билан тўйинтирилган ғовак муҳитда чизиқли SH тўлқин тарқалишини ифодаловчи чизиқли тенгламалар системаси олинган.

Биринчи бобда олинган динамик тенгламалар система

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}\mathbf{j} = 0, \quad \mathbf{j} = \rho_s\mathbf{u} + \rho_l\mathbf{v}, \\
\frac{\partial u_i}{\partial t} + (\mathbf{u},\nabla)u_i = -\frac{1}{\rho}\partial_i p - \frac{\rho_l}{2\rho}\partial_i\mathbf{w}^2 + \frac{\rho_l}{2\rho\rho_s}h_{\alpha\beta}\partial_i g^{\alpha\beta} + \\
+\bar{\lambda}\frac{\rho_l}{\rho_s}\partial_i T + \bar{k}\frac{\rho_l}{\rho_s}(j_i - \rho u_i) - \frac{1}{\rho_s}\partial_k\left(h_{\alpha\beta}e_i^\alpha e_k^\beta\right), \\
\frac{\partial v_i}{\partial t} + (\mathbf{v},\nabla)v_i = -\frac{1}{\rho}\partial_i p + \frac{\rho_s}{2\rho}\partial_i\mathbf{w}^2 - \frac{h_{\alpha\beta}}{2\rho}\partial_i g^{\alpha\beta} - \\
-\bar{\lambda}\partial_i T - \bar{k}(j_i - \rho u_i) + \frac{1}{\rho_l}\partial_k\left(\eta\left(\partial_k v_i + \partial_i v_k - \frac{2}{3}\delta_{ik}\operatorname{div}\mathbf{v}\right)\right) + \qquad (1) \\
+\frac{1}{\rho_l}\partial_i\left(\zeta_1\operatorname{div}(\mathbf{j} - \rho\mathbf{u}) + \zeta_2\operatorname{div}\mathbf{v}\right), \\
\frac{\partial \mathbf{e}^\alpha}{\partial t} + \nabla\left(\mathbf{e}^\alpha,\mathbf{u}\right) = 0, \quad \left(\mathbf{e}^\alpha,\mathbf{e}^\beta\right) = g^{\alpha\beta},\ \rho_s = \frac{const}{\sqrt{\det\left(g_{\alpha\beta}\right)}}, \quad \rho = \rho_s + \rho_l, \\
\frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\frac{\mathbf{j}}{\rho}S - \frac{k}{T}\nabla T - \bar{\lambda}(\mathbf{j} - \rho\mathbf{u})\right) = \frac{R}{T},\ E_0 = E_0\left(\rho, S, \mathbf{j}_0, g^{\alpha\beta}\right)
\end{gathered}
$$

суюқлик билан тўйинтирилган эластик диформацияланувчи остовда энергия диссипацияси ҳақидаги ночизиқли тўлқин тарқалишини баён этади. Қуйида биз фақат фазалараро ишқаланиш коэффициенти $\chi = \bar{k}$ билан боғлиқли энергия диссипацияси ҳолини қараймиз. Шу билан бирга, чизиқли кўндаланг тўлқин тарқалиш ҳолни ҳам қараймиз. Ана шундай ҳолда (1) тенгламалар системаси қуйидаги

$$\rho_s \mathbf{u}_{tt} = \mu \Delta \mathbf{u} - \rho_l^2 \chi (\mathbf{u}_t - \mathbf{v}_t), \tag{2}$$

$$\rho_l \mathbf{v}_t = \rho_l^2 (\mathbf{u} - \mathbf{v}) \tag{3}$$

кўринишга келади. Бу ерда $\mu -$ эластик ғовак жисмнинг силжиш модели.

Таъкидлаш жоизки, ғоваклик бўлмаганда ($\rho_l \to 0$) (2), (3) система эластиклик назариясидаги кўндаланг тўлқин тенгламасига келади.

Бобнинг 2.3-2.5-параграфларида бир жинсли бўлмаган ғовак-эластик муҳит учун бир ўлчовли тўғри ва тескари динамик масалаларининг қўйилиши келтирилган.

Айтайлик, $z > 0$ ярим фазо бир жинсли бўлмаган ғовак муҳит билан тўлдирилган бўлсин. Ундаги компоненталараро ишқаланиш коэффициенти $b(z) = \rho_l(z)\chi(z)$ билан шартланган энергиянинг ютилишини инобатга олинган ҳолдаги сейсмик SH тўлқин тарқалиш тенгламаси

$$\rho_s(z)u_{tt} = \left(\mu(z)u_z\right)_z - \rho_l(z)b(z)\left(u_t - v_t\right), \tag{4}$$

$$\rho_l(z)v_{tt} = \rho_l(z)b(z)\left(u_t - v_t\right), \tag{5}$$

кўринишда бўлади. Бу ердаги u ва v мос равишда $\rho_s(z)$ ва $\rho_l(z)$ парциал зичликли эластик ғовак жисм ва суюқлик зарраларининг аралашиш тезлиги векторининг компаненталари.

Фараз қилайлик, ғовак муҳит $t < 0$ да тинч ҳолатда бўлсин.

$$u\big|_{t=0} = u_t\big|_{t=0} = 0, \tag{6}$$

$$v\big|_{t=0} = v_t\big|_{t=0} = 0. \tag{7}$$

Ғовак ярим фазонинг чегараси $z = 0$ да

$$\mu u_z\big|_{z=0} = \delta(t), \tag{8}$$

куч таъсир этсин. Бунда $\delta(t)$-Дирак функцияси.

Айтайлик, (8) маълумотга ва берилган бир марта узлуксиз дифференциалланувчи мусбат $\rho_s(z)$, $\mu(z)$, узлуксиз мусбат $\rho_l(z)$, $b(z)$ функцияларга кўра (4)-(8) масаладан икки марта узлуксиз дифференциалланувчи $u(t,z), v(t,z)$ функцияни топиш талаб қилинсин. Бундай масалани ғовак муҳитда SH тўлқинли тенглама учун тўғри динамик масала деб атаймиз.

Татбиқларда энг муҳими дифференциал тенгламанинг ўзгарувчи коэффициентларини аниқлаш ҳақида масала ҳисобланади. Бу дифференциал тенгламалар физик жараёнларни баён қилиши, тенгламанинг коэффициентлари эса бу жараёнлар кечаётган муҳитнинг физик характеристикалари билан боғланганлигини изоҳлайди. Тўғридан-тўғри бу коэффициентларни бевосита ўзгартириш мумкин эмас. Жисмнинг хоссаларини аниқлаш ҳақидаги масала тескари масала бўлади.

(4), (5) системадан $u(t,z), v(t,z)$ функциялардан бошқа қолган $\rho_s(z), \rho_l(z), b(z)$ коэффициентларни маълум деб ғовак жисмнинг силжиш модули (ёки $c_t(z) = \sqrt{\mu(z)/\rho_s(z)}$ кўндаланг тўлқиннинг тарқалиш тезлиги) номаълум бўлсин. Бунинг учун

$$u\big|_{z=0} = \phi(t) \tag{9}$$

қўшимча маълумотга эгамиз.

Қўйилган бу тескари масалани 1-**масала** деб атаймиз.

2-масала. (9) маълумотга кўра (4)-(8) масаладан $\chi(z)$ функцияни тиклаш (бунда $\rho_s(z), \rho_l(z), \mu(z)$ функцияларни маълум деб ҳисобланган) талаб қилинсин.

3-масала. (9) маълумотга кўра (4)-(8) масаладан $\rho_s(z)$ функцияни тиклаш (бунда $\rho_l(z), b(z), \mu(z)$ функцияларни маълум деб ҳисобланган) талаб қилинсин.

4-масала. (9) маълумотга кўра (4)-(8) масаладан $\rho_l(z)$ функцияни тиклаш (бунда $\rho_s(z), b(z), \mu(z)$ функцияларни маълум деб ҳисобланган) талаб қилинсин.

1-масалани текширамиз, 2-,3 ва 4-масалалар 1-масалага ўхшаш текширилади.

Бобнинг 2.6-параграфида ғовак-эластик муҳитда бир ўлчамли тескари динамик масаланинг регуляризацияловчи алгоритми қурилган. Тескари динамик масалани ечими берилганларга узлуксиз боғлиқлиги ҳақидаги теорема исботланган. Қаралаётган ғовак-эластик муҳитда бир ўлчамли тескари масала учун турғунлик баҳоси олинган.

Айтайлик, $\phi = A \ln \sigma$ функция ўрнига $\tilde{\phi} \in C^1[0,T]$, $\|\phi - \tilde{\phi}\| \le \delta$ тақрибий қиймати берилган бўлсин. Агар $\phi \in \Phi$ бўлса, у ҳолда A^{-1} операторнинг Ф тўпламда узлуксизлигидан σ нинг тақрибий қиймати сифатида $\tilde{\sigma} = \exp\left[A^{-1}\tilde{\phi}\right]$ деб олиш мумкин. Фараз қилайлик $\tilde{\phi} \in C^1[0,T], \tilde{\phi}(0) < 0$ бўлсин, лекин умуман олганда Ф тўпламга тегишли эмас. Бу ҳолда тақрибий қийматни топишнинг анъанавий усулларига кўра Ф тўпламдаги A^{-1} тескари операторнинг аппроксимацияловчи ва бутун Ф тўпламда аниқланган $R : \tilde{\Phi} \to C^1[0,T/2]$, $\tilde{\Phi} = \left\{\phi \in C^1[0,T] : \phi(0) < 0\right\}$ акслантиришни тузамиз.

Энди $A \ln \sigma = \phi, \phi \in \Phi$ тенгламани Вольтерра тенгламасига эквивалент эканлигини кўрсатамиз. Бунинг учун $\Delta(T)$ тўпламда узлуксиз $z(x,t) = \left(z_1(x,t), z_2(x,t), z_3(x), z_4(x)\right)$ вектор-функцияли Z банах фазони киритамиз. Бу фазода $C\left(\Delta(T)\right)$ фазодан олинган скаляр функцияга кўпайтириш ва $\|z\| = \max\left\{\|z_1\|, \|z_2\|, \|z_3\|, \|z_4\|\right\}$ норма аниқланган.

Z фазода

$$z_0(x,t) = \left(P\phi\right)\left(x,t\right) \equiv \left\{\frac{1}{2}\phi'(t+x) - \frac{1}{2}\phi'(t-x), \frac{1}{2}\phi'(t+x) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2}\phi'(t-x),\ \phi'(2x), 1/\phi(0)\right\},\ \phi \in \tilde{\Phi}$$

вектор-функциялардан тузилган $\tilde{Z}_0$ қисм тўпламни ажратамиз.

Равшанки, $\tilde{Z}_0$ ва $\tilde{\Phi}$ тўпламлар ўртасида ўзаро бир қийматли мослик мавжуд. Агар $\phi \in \tilde{\Phi}$ бўлса, $z_0 \in \tilde{Z}_0$ деб ёзамиз. $M : Z \times \overline{\mathbb{R}}_+ \to Z$, $\overline{\mathbb{R}}_+ = \{t : t \geq 0\}$ оператор бўлсин.

1-лемма. $z = z_0 + M(z,0)$, $z_0 \in \tilde{Z}_0$ тенглама Z да ечилиши учун $z_0 \in Z_0$ бўлиши зарур ва етарли.

Қуйидаги регуляризацияланган $z = z_0 + M(z,\alpha)$, $\alpha > 0$ тенгламани текширишга ўтамиз. Айтайлик B_r-Z фазодаги радиуси r га тенг бўлган $B_r = \{z \in Z : \|z\| \leq r\}$ шар ва унда

$$\|z\|(x) = \max\left\{\sup_{x \leq t \leq T-x} |z_1(x,t)|, |z_2(x,t)|, |z_3(x)|, |z_4(x)|\right\}, \ z \in Z$$

норма аниқланган.

2-лемма. 1. $M \in C^1\left(Z \times \overline{\mathbb{R}}_+; Z\right)$, M оператор $Z \times \overline{\mathbb{R}}_+$ да узлуксиз ва Z фазода узлуксиз $M_z(z,\alpha), M_\alpha(z,\alpha)$ хусусий ҳосилаларга эга.

2. Ҳар қандай $z \in Z$, $\alpha > 0$ учун

$$\left\|M(z,\alpha)\right\|(x) \leq \frac{c_1}{2\alpha}\int_0^x \|z\|(\xi)d\xi, \ x \in [0, T/2], \tag{10}$$

бунда $c_1(\alpha,T) = \left(1 + 2b_{00}\dfrac{\rho_{00,l}}{\rho_{0,s}}\right)(1 + 2Tb_{00})$, ўринли.

3. Ҳар қандай $r > 0$, $\alpha > 0$, $z \in B_r$, $y \in B_r$ учун

$$\|M(z,\alpha) - M(y,\alpha)\|(x) \leq c_2(r,\alpha,T)\int_0^x \|z - y\|(\xi)d\xi, \ x \in [0, T/2], \tag{11}$$

бунда $c_2(r,\alpha,T) = \left(1 + 4r\sqrt{\alpha} + b_{00}\dfrac{\rho_{00,l}}{\rho_{0,s}}\alpha\right)(1 + 2Tb_{00})/(2\alpha)$, ўринли.

Энди регуляризацияланган

$$z = z_0 + M(z,\alpha) \tag{12}$$

тенгламани қараймиз.

1-**теорема.** Айтайлик, $z_0 \in Z$ бўлсин. У ҳолда барча $\alpha > 0$ сон учун Z фазода (12) тенгламанинг $z(\alpha)$ ягона ечими мавжуд бўлиб, бу ечим кўпроқ α параметрнинг функцияси сифатида $\mathbb{R}_+$ да узлуксиз дифференциалланувчи ва

$$\|z(\alpha)\|(x) \leq \|z_0\| + \frac{c_1}{2\alpha}\int_0^x \|z(\alpha)\|(\xi)d\xi, \ x \in [0.T/2], \tag{13}$$

тенгсизлик ўринли.

1-**натижа.** Агар $z_0 \in Z_0$ бўлса, у ҳолда барча $\alpha \geq 0$ учун Z фазода (12) тенгламанинг ечими мавжуд ва ягона ҳамда бу ечим $C^1\left(\overline{\mathbb{R}}_+, Z\right)$ синфга тегишли.

Бошланғич масалага қайтамиз. Бизга $\phi(0)=\tilde{\phi}(0), \left\|\phi-\tilde{\phi}\right\|\le\delta, \phi\in\Phi$ шартларни қаноатлантирувчи $\tilde{\phi}\in\tilde{\Phi}$ функция маълум ҳамда $z_0=P\phi\in Z_0$ ва $\tilde{z}_0=P\tilde{\phi}\in\tilde{Z}_0, \left\|z_0-\tilde{z}_0\right\|\le\delta$ ўринли.

Қуйидаги $z=\tilde{z}_0+M(z,\alpha)$ тенгламани қараймиз. 1-теоремага кўра $\alpha>0$ бўлганда бу тенглама Z фазода ягона ечимга эга. Бу ечимни $\tilde{z}(\alpha)$ орқали белгилаймиз. $z=z_0+M(z,\alpha), \alpha>0$ тенгламанинг ечимини $z(\alpha)$ орқали белгилаймиз. Тескари масаланинг аниқ ечими $z(0)$. $\tilde{z}(\alpha)$ функция $R:\tilde{Z}_0\times\mathbb{R}_+\to Z, \tilde{R}(\tilde{z}_0,\alpha)=\tilde{z}(\alpha)$ операторни ҳосил қилади.

Кейинги теореманинг моҳиятига кўра, бу R оператор

$$z=z_0+M(z,0)$$

тенглама учун регуляризацияловчи оператор ҳисобланади.

2-теорема. Айтайлик, $\delta\le\delta_0$ бўлсин. У ҳолда шундай $\alpha(\delta)\in C(0,\delta_0]$, $\alpha>0$, $\lim\limits_{\delta\to0}\alpha(\delta)=0$ функция мавжудки, $\lim\limits_{\delta\to0}\left\|\tilde{z}(\alpha)-z(0)\right\|=0$ ўринли.

Ушбу теоремадан кўринадики, R оператор Z_0 тўпламнинг $Z_{0l}=\{z_0\in Z_0 : l(z_0)<l\}$ кўринишдаги ҳар қандай Z_{0l} қисм тўпламида текис регуляризацияланган оператор бўлади. Z_{0l} тўплам қаралаётган тескари масаланинг корректлик тўплами деб юритилади.

Бобнинг 2.7 ва 2.8- параграфида бир ўлчовли ғовак-эластик тенгламаси учун Дарбунинг биринчи масаласи ўрганилган. Қаралаётган тўғри масаланинг ечилиши кўрсатилган.

Боғлиқ бўлмаган x ва t ўзгарувчилар текислигида хотирали чизиқли гиперболик

$$Lu:=u_{tt}-u_{xx}+(\ln\sigma)'(x)u_x-b(x,t)\frac{\rho_l(x)}{\rho_s(x)}u-$$

$$-b^2(x,t)\frac{\rho_l(x)}{\rho_s(x)}\int\limits_0^t e^{-\int_s^t b(x,y)dy}b(x,s)u(x,s)ds=f(x,t) \qquad (14)$$

тенгламани қарайлик.

Бунда u функция $\rho_s(x)$ порциал зичликли ғовак-эластик жисм заррачалар булагининг аралашиш тезлик векторининг қидирилаётган компонентаси, $\sigma(x)=\sqrt{\mu(x)\rho_s(x)}$, $\mu(x)$, $b(x,t)$-мусбат функциялар, $f(x,t)$-берилган функция. $\rho_l(x)$ порциал зичликли суюқлик тезлигининг υ компанентаси u функция билан

$$\upsilon(x,t)=\int\limits_0^t e^{-\int_s^t b(x,y)dy}b(x,s)u(x,s)ds$$

муносабат орқали боғланган.

(14) тенглама ғовак-эластиклик назариясида пайдо бўлади.

$\Gamma_{1,T}: x=t, 0\le t\le T$ характеристик кесма билан, шунингдек $\Gamma_{2,T}: x=0, 0\le t\le T$ ва $\Gamma_{3,T}: x=T, 0\le t\le T$ кесмалар билан чегараланган учбурчакли соҳани

$$D_T := \{(x,t): 0<x<t, 0<t<T\},\ T\le\infty$$

деб белгилаймиз.

(14) тенглама учун D_T соҳада бу интегро-дифференциал тенгламани

$$u\big|_{\Gamma_{i,T}} = 0,\ i=1,2 \tag{15}$$

чегаравий шарт бўйича $u(x,t)$ ечимини аниқлаш ҳақидаги Дарбунинг биринчи масаласини қараймиз.

Иккинчи тартибли хотирали гиперболик тенглама учун Дарбунинг биринчи масаласи текширилган. Қуйилган масаланинг ечилиши ҳақидаги савол муҳакома қилинган.

2-**таъриф.** Айтайлик, $[0,T]$ сегментда $\rho_s(x)$, $\mu(x)$ функциялар бир марта узлуксиз дифференциалланувчи функция, $\rho_l(z)$ узлуксиз функция, $b(x,t)\in C(\bar{D}_T)$, $f(x,t)\in C(\bar{D}_T)$ бўлсин. Агар $u\in C(\bar{D}_T)$ ва шундай $u_n\in \tilde{C}^2(\bar{D}_T, S_T)$ функциялар кетма-кетлиги топиладики, $n\to\infty$ да $C(\bar{D}_T)$ фазода $u_n\to u$ ва $Lu_n\to f$ бўлса, бунда

$$\tilde{C}^2(\bar{D}_T, S_T) := \{u\in C^2(D_T): u\big|_{S_T}=0\},\ S_T := \Gamma_{1,T}\cup\Gamma_{2,T}$$

$u(x,t)$ функция (14), (15) масаланинг D_T соҳада C синфдаги кучли умумлашган ечими дейилади,

Айтайлик, $P := P(x,t)$ нуқта D_T соҳадаги ихтиёрий нуқта бўлсин. $D_{x,t}$ орқали учлари $O := O(0,0)$, P нуқтада, шунингдек мос равишда берилган $\Gamma_{2,T}$ ва $\Gamma_{1,T}$ тўғри чизиқларнинг ташувчисида ётувчи P_1 ва P_3 нуқталарда бўлган туртбурчакни белгилаймиз, бунда

$$P_1 := P_1(0, t-x),\quad P_3 := P_3((x+t)/2, (x+t)/2).$$

Маълумки, $D_{x,t}$ соҳа $D_{1x,t} := PP_1P_2P_3$ характеристик тўғри тўртбурчак ва $D_{2x,t} := OP_1P_2$ учбурчакдан тузилган, бунда $P_2 := P_2((t-x)/2, (t-x)/2)$.

Фараз қилайлик, $[0,T]$ сегментда $\rho_s(z)$, $\mu(x)$ функциялар уч марта узлуксиз дифференциалланувчи, $\rho_l(x)$ функция бир марта узлуксиз дифференциалланувчи ва $b(x,t)\in C^1(\bar{D}_T)$ бўлсин.

(14), (15) масаланинг $C^2(\bar{D}_T)$ синфдаги $u(x,t)$ классик ечими учун интеграл

$$u(x,t) - \int\limits_{D_{x,t}} G(x',t';x,t)b^2(x',t')\frac{\rho_l(x')}{\rho_s(x')}\int\limits_0^{t'} e^{-\int_s^{t'} b(x',y)dy} b(x',s)u(x',s)dsdx'dt' =$$

$$= \int\limits_{D_{x,t}} G(x',t';x,t)f(x',t')dx'dt',\quad (x,t)\in\bar{D}_T \tag{16}$$

тенглик ўринли.

Айтайлик, $u \in C(\bar{D}_T)$ функция (16) иккинчи тур Вольтерра интеграл тенгламанинг ечими бўлсин. f функция $\bar{D}_T$ тўпламда узлуксиз бўлганлигидан, $C^2(\bar{D}_T)$ фазо $C(\bar{D}_T)$ фазода зичлигидан, шундай $f_n \in C^2(\bar{D}_T)$ функциялар кетма-кетлиги мавжудки, $C(\bar{D}_T)$ фазода $n \to \infty$ да $f_n \to f$ бўлади. Худди шунга ўхшаш, $u \in C(\bar{D}_T)$ учун $\tilde{u}_n \in C^2(\bar{D}_T)$ функциялар кетма-кетлиги мавжудки, $C(\bar{D}_T)$ фазода $n \to \infty$ да $\tilde{u}_n \to u$ бўлади.

u_n функцияни қуйидаги

$$u_n := M_1\tilde{u}_n + M_2 f_n, \quad n = 1,2,... \tag{17}$$

кўринишда ёзиб оламиз.

Бу ерда M_1 ва M_2-ушбу

$$M_1 u := \int\limits_{D_{x,t}} G(x',t';x,t)b^2(x',t')\frac{\rho_l(x')}{\rho_s(x')}\int\limits_0^{t'} e^{-\int_s^{t'} b(x',y)dy} b(x',s)u(x',s)dsdx'dt',$$

$$M_2 u := \int\limits_{D_{x,t}} G(x',t';x,t)b^2(x',t')u(x',t')dx'dt', \qquad (x,t) \in D_T$$

формулалар билан аниқланадиган чизиқли оператор.

3-лемма. $u \in C(\bar{D}_T)$ функция (14), (15) масаланинг D_T соҳадаги C синфдаги кучли умумлашган ечими бўлиши учун у (16) ночизиқли интеграл тенгламанинг узлуксиз ечими бўлиши зарур ва етарли.

(16) нинг чизиқли ва вольтеррали эканлигига кўра қуйидаги леммани исботлаш мумкин.

4-лемма. (14), (15) масаланинг D_T соҳада C синфдаги кучли умумлашган ечими учун

$$\|u\|_{C(\bar{D}_T)} \le c\|f\|_{C(\bar{D}_T)} \tag{18}$$

априор баҳо ўринли, бу ерда $c(T,\rho_l,\rho_s,\mu,b)$ коэффициент u ва f функцияларга боғлиқ бўлмаган мусбат ўзгармас.

3-таъриф. Айтайлик, $[0,T]$ сегментда $\rho_s(x)$, $\mu(x)$ коэффициентлар бир марта узлуксиз дифференциалланувчи, $\rho_l(x)$ узлуксиз функция ва $b(x,t) \in C^1(\bar{D}_T)$ бўлсин. Агар ихтиёрий чекли $T > 0$ учун (14), (15) масала D_T соҳада узлуксиз функциялар синфи C да кучли умумлашган ечимга эга бўлса, (14), (15) масала узлуксиз функциялар синфи C да глабал ечилади дейилади.

(17) тенгламани ушбу $u = Au := M(u + f)$ оператор кўринишида ёзиб оламиз. Бунда $A : C(\bar{D}_T) \to C(\bar{D}_T)$ оператор узлуксиз ва компакт, чунки $Mu := M_1 u + M_2 f$ формула билан аниқланадиган $M : C(\bar{D}_T) \to C(\bar{D}_T)$ чизиқли оператор чегараланган ва узлуксиз, $M : C(\bar{D}_T) \to C(\bar{D}_T)$ чизиқли оператор компакт ҳисобланади. Шу билан бирга, 3 ва 4-леммага кўра, ихтиёрий $s \in [0,1]$ параметр ва $u = sAu$ операторли тенгламанинг ихтиёрий $u \in C(\bar{D}_T)$ ечими учун

$$\|u\|_{C(\bar{D}_T)} \leq c\|f\|_{C(\bar{D}_T)}$$

априор баҳо ўринли, бунда c-u, f ва s ларга боғлиқ бўлмаган мусбат ўзгармас сон. Шунинг учун Лере-Шаудер теоремасига кўра (18) тенглама 4-лемманинг шартига кўра ҳеч бўлмаганда битта $u \in C(\bar{D}_T)$ ечимга эга. Шундай қилиб 3-леммадан қуйидаги теорема исботланган.

3-теорема. (14), (15) масала 3-таъриф маъносида узлуксиз функциялар синфи C да глабал ечилади, яъни агар $f \in C(\bar{D}_T)$ бўлса, у ҳолда ихтиёрий $T > 0$ учун (14), (15) масала D_T соҳада узлуксиз функциялар синфи C да кучли умумлашган ечимга эга бўлса.

Қаралаётган III боб **“Ғовак-эластик муҳитда биргаликдаги бир ўлчамли тескари динамик масалалар”** ғовак-эластик муҳитда биргаликдаги бир ўлчамли тескари динамик масалалар қаралган: ғовак $\mathbb{R}_+^2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, y > 0\}$ ярим фазода SH тўлқинни тарқалиш жараёнини ифодалайдиган икки ўлчамли ғовак-эластик тенглама учун фақат y чуқурлигига ва ярим фазонинг чегарасида таъсир этувчи импульс нуқтали манбанинг номаълум шаклига боғлиқ бўлмаган муҳит структурасининг тўртта параметридан биттасини аниқлаш ҳақидаги масала қаралган. Исботланганки, манба ва муҳит структурасининг тузилиши ҳақидаги маълум бир фаразларда иккала бир ўлчовли номаълум функцияларнинг иккаласи ҳам чегара нуқталарининг силжиши берилиши билан бир қийматли аниқланади. Масала ечимининг турғунлик баҳолари келтирилган.

Бобнинг 3.1-параграфида номаълум қўзғатувчи манбали ғовак-эластик муҳитда тескари масалаларнинг қўйилиши муҳокама қилинган.

$G = \mathbb{R}_+^2 \times \mathbb{R}, \mathbb{R}_+^2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y > 0\}$ ярим фазода $u(x, y, t)$, $v(x, y, t)$ функцияларга нисбатан

$$\rho_s u_{tt} = (\mu u_x)_x + (\mu u_y)_y - b\rho_l(u_t - v_t), (x, y, t) \in G, \tag{19}$$

$$\rho_l v_t = b\rho_l(u - v), \ (x, y, t) \in G \tag{20}$$

дифференциал тенгламалар системасини қарайлик. $\mu = \mu(y)$, $\rho_s = \rho_s(y)$ коэффициентлар $C^2(\mathbb{R}_+)$ синфда мусбат функция, $b = \chi\rho_l$, $\chi = \chi(y)$, $\rho_l = \rho_l(y)$ эса $C^1(\mathbb{R}_+)$ синфда мусбат функциялар.

Айтайлик, $u(x, y, t)$, $v(x, y, t)$ функциялар (19), (20) тенгламадан ташқари қуйидаги бошланғич ва чегаравий шартларни қаноатлантирсин;

$$u|_{t<0} \equiv 0, \ \mu u_y\Big|_{y=0} = f(t)\delta(x), \ (f(t) \equiv 0, t < 0, \tag{21}$$

$$v|_{t<0} \equiv 0. \tag{22}$$

Берилган $b(y), \mu(y), \rho_s(y), f(y)$ функцияларга кўра (19)-(22) масала коррект бўлиб, ихтиёрий чекли t ларда компакт ташувчига эга бўлган $u(x, y, t)$, $v(x, y, t)$ функцияларни аниқлайди.

Масалан, геофизикада соҳанинг чегарасида муҳит нуқталарини силжиш ўзгариши бўйича

$$u\big|_{y=0}=F(x,t),\ \ (x,t)\in\mathbb{R}_+^2 \tag{23}$$

муҳитнинг структурасини (бу ҳолда $b(y),\mu(y),\rho_s(y)$ функциялар) аниқлаш масаласи муҳим ҳисобланади.

Бу масала, суюқлик билан тўйинтирилган ғовак муҳитда SH тўлқинли тенглама учун тескари динамик масала бўлади. Аксарият ҳоллар $f(t)$ функция сифатида, Диракнинг $\delta(t)$ дельта-функцияси ёки $t=0$ да чекли узилишга эга регуляр функция танланади.

Қуйидаги тескари масалалар ўрганилган:

1-масала. (23) маълумотга кўра (19)-(22) масаладан $\mu(y)$ ва $f(t)$ функцияларни тиклаш (бунда қолган $\rho_s(y),b(y)$ функциялар маълум деб ҳисобланади).

2-масала. (23) маълумотга кўра (19)-(22) масаладан $\chi(y)$ ва $f(t)$ функцияларни тиклаш (бунда қолган $\rho_s(y),\rho_l(y),\ \mu(y)$ функциялар маълум деб ҳисобланади).

3-масала. (23) маълумотга кўра (19)-(22) масаладан $\rho_s(y)$ ва $f(t)$ функцияларни тиклаш (бунда қолган $b(y),\ \mu(y)$ функциялар маълум деб ҳисобланади).

4-масала. (23) маълумотга кўра (19)-(22) масаладан $\rho_l(y)$ ва $f(t)$ функцияларни тиклаш (бунда қолган $\rho_s(y),\mu(y),\chi(y)$ функциялар маълум деб ҳисобланади).

Қаралаётган тескари масалаларда маълумларнинг кўплиги (икки бир ўзгарувчили функция номаълум бўлган бир пайтда берилган маълумотлар икки ўзгарувчили функциядан иборат) бу масалаларни ечиш мумкинлигини билдиради. Албатта, бу ерда ҳам $f(t)$ функциянинг структураси ҳақида олдиндан маълум бўлган баъзи бир априор фаразларсиз масалани ечиб бўлмайди. Ҳақиқатан ҳам, агар $f(t)\equiv 0$ бўлса, у ҳолда $F(x,t)\equiv 0$ бўлади ва ғовак-эластик динамик тенгламага қатнашган коэффициентларни топиш мумкин эмас.

$f(t)$ функция қуйидагича

$$f(t)=a\delta(t)+\hat{f}(t)\theta(t),\ a\neq 0, \tag{24}$$

кўринишга эга бўлсин, бунда $\theta(t)-$Хевисайда функция, $t\geq 0$ да $\theta(t)=1$, $t<0$ да $\theta(t)=0$ $\hat{f}(t)\in C^1[0,T],\ T>0$, шунингдек $b(y),\ \mu(y),\rho_s(y)$ функциялар $\mathbb{R}_+^2$ ярим фазо чегарасининг яқинида етарлича кичик юпқа қатлам $y\in[0,y_0],y_0>0$ да маълум деб фараз қиламиз.

Юқоридаги фаразларга кўра $(x,t)\in\mathbb{R}\times[0,T],T>0$ нуқталар тўпламида $F(x,t)$ функциянинг берилишига кўра 1-4 тескари масалаларнинг бирор чекли $[y_0,y_1]$ интервалда ечимини топиш имконини беради. Шунингдек, бу масалаларнинг ечими турғунлиги баҳоланган.

(19)-(22) масалани y координата ўрнига z координатага ушбу

$$z=\int_0^y \frac{d\xi}{c_s(\xi)}$$

бунда $c_s(y)=\sqrt{\mu(y)/\rho_s(y)}$ –ғовак муҳитда кўндаланг сейсмик тўлқиннинг тарқалиш тезлиги, муносабат орқали унинг кўринишини ўзгартирамиз.

Ана шундай z координатага ўтилгандан сўнг ғовак муҳитда сейсмик тўлқин тарқалиш тезлиги айнан бирга тенг бўлиб қолади. Ҳосил қилинган системага x ўзгарувчи бўйича Фурье алмаштиришини қўллаб, (19)-(22) масала

$$\tilde{u}_{tt}=\tilde{u}_{zz}+\frac{\sigma'}{\sigma}\tilde{u}_z-\frac{b(z)\rho_l(z)}{\rho_s(z)}\tilde{u}_t+\left[\frac{b^2(z)\rho_l(z)}{\rho_s(z)}-\xi^2c_s^2(z)\right]\tilde{u}+\breve{f}(\xi,z,t), \quad (25)$$

$$\tilde{u}\,|_{t<0}\equiv 0,\ \tilde{u}_z\big|_{z=0}=f(t), \quad (26)$$

$$\tilde{u}\big|_{z=0}=\tilde{F}(\xi,t),\ (\xi,t)\in\mathbb{R}_+^2, \quad (27)$$

бу ерда $\sigma=\sqrt{\mu\rho_s}$, $f(t)\overset{def}{=}f(t)/\sigma(0)$,

$$\breve{f}(\xi,z,t)=-\frac{b^3(z)\rho_l(z)}{\rho_s(z)}\int_0^t\tilde{u}(\xi,z,\tau)e^{-b(z)(t-\tau)}d\tau$$

кўринишга алмашади.

(25)-(26) бошланғич-чегаравий масалани ечгандан сўнг $\tilde{v}(x,y,t)$ функция соҳанинг бўлагида

$$\tilde{v}(\xi,z,t)=b(z)\int_0^t\tilde{u}(\xi,z,\tau)e^{-b(z)(t-\tau)}d\tau.$$

формула орқали топилади.

Бобнинг 3.2-параграфида ғовак-эластик муҳитда икки ўлчамли тўғри динамик масаланинг ечимини турғунлик баҳоси олинган.

5-лемма. Айтайлик, $f(t)$ функция (24) кўринишда бўлиб ва бирор $T>0$ да $\hat{f}(t)\in C^1[0,T]$ ва $\sigma(z)\in C^1[0,T/2]$ бўлсин. У ҳолда ξ параметрнинг ҳар бир тайинланган қийматида $t<z$ да (25), (26) масаланинг ечими айнан нолга тенг, $(x,t)\in D(T),\ D(T)=\{(z,t)\,|\,0\le z\le t\le T-z\}$ нуқталар учун $C^2(D(T))$ функционал синфга тегишли ва ечим учун

$$\|\tilde{u}\|_{C^2(D(T))}\le C\left(|a|+\left\|\hat{f}\right\|_{C^1[0,T]}\right), \quad (28)$$

баҳо ўринли, бу ерда C ўзгармас фақат $T,\xi,\|\sigma\|_{C^2[0,T/2]},\|\rho_s\|_{C^2[0,T/2]},\|\rho_l\|_{C^1[0,T/2]}$ ва $\|\chi\|_{C^1[0,T/2]}$ га боғлиқ. Шу билан бирга,

$$w(\xi_1,\xi_2,z,t)=\frac{\partial^2}{\partial t^2}\big(\tilde{u}(\xi_1,z,t)-\tilde{u}(\xi_2,z,t)\big)$$

функция ихтиёрий тайинланган ξ_1,ξ_2 да $C^2(D(T))$ синф функцияси бўлади.

2-натижа. Леммалар шарти бажарилганда (23) тенгликка кирувчи $\tilde F(\xi,t)$ функция ҳар бир тайинланган ξ да $C^2[0,T]$ синфга тегишли, $\tilde F(t) \equiv \tilde F(\xi_1,t) - \tilde F(\xi_2,t)$ функция эса $C^3[0,T]$ синфга тегишли бўлади. Шунингдек

$$\tilde F(\xi,0) \equiv F_0 = -a, \qquad \tilde F_t(\xi,t) \equiv F_1 = -\hat f(0),$$

$$\tilde F_{tt}(\xi,0) \equiv F_2(\xi) = -\hat f(0) - \frac{a}{4} c_s^2(0)\xi^2, \tag{29}$$

тенгликлар ўринли бўлиб, ундаги F_0 ва F_1 қийматлар ξ га боғлиқ эмас.

Қаралаётган синфда тескари масаланинг ечилиши учун $\tilde F(\xi,t)$ функция маълум силлиқлик шартларини ва (29) қўшимча шартни қаноатлантириши зарур. Шу билан бирга, $\tilde F(\xi,t)$ функция фақат иккита $\xi_1^2 \ne \xi_2^2$, ξ_1,ξ_2 нуқтадаги қиймати маълум деб масалани берилганларини бироз қисқартирамиз. Берилганларни шундай қисқартириш масала 1-4 да $b(y), \mu(y), \rho_s(y)$ ва $f(t)$ функцияларни бир қийматли аниқлаш имконини берар экан.

Бобнинг 3.3-параграфида биринчи параграфда қаралган масаланинг ечими ягоналиги ҳақидаги теорема исботланган.

Бирор $T>0$ да қуйида келтирилган шартларни қаноатлантирувчи $\{\mu(z), \chi(z), \rho_l(z), \rho_s(z)\}$ функциялар тўпламини $\Lambda(a_0, f_0, \mu_0, \chi_0, \rho_{0l}, \rho_{0s})$ орқали белгилаймиз:

1) $f(t)$ функция (24) кўринишда ифодаланади ва унинг учун

$$|a| \ge a_0 > 0, \|\hat f\|_{C^1[0,T]} \le f_0 \tag{30}$$

тенгсизлик ўринли.

2) $(\mu(z), \rho_s(z)) \in C^2[0,T/2], (\chi(z), \rho_l(z)) \in C^1[0,T/2]$ ва улар учун

$$0 < \mu_0 \le \mu(z), \quad \|\mu(z)\|_{C^2[0,T/2]} \le \mu_{00} < \infty \tag{31}$$

$$0 < \rho_{0s} \le \rho_s(z), \ \|\rho_s(z)\|_{C^2[0,T/2]} \le \rho_{00s} < \infty, \tag{32}$$

$$0 < \chi_0 \le \chi(z), \quad \|\chi(z)\|_{C^2[0,T/2]} \le \chi_{00} < \infty, \tag{33}$$

$$0 < \rho_{0l} \le \rho_l(z), \ \|\rho_l(z)\|_{C^2[0,T/2]} \le \rho_{00l} < \infty. \tag{34}$$

тенгсизлик ўринли.

Қуйидаги ягоналик теоремаси ўринли.

4-теорема. Айтайлик, бирор $T > 2z_0$ учун $f^{(k)}(t), \sigma^{(k)}(z), k=1,2$ функциялар $\Lambda(a_0, f_0, \mu_0, \chi_0, \rho_{0l}, \rho_{0s})$ тўпламга тегишли ва $\tilde F^{(k)}(\xi_j,t), j=1,2$ функциялар $z=0$ да $f(t) = f^{(k)}(t)$ ва $\sigma(z) = \sigma^{(k)}(z), k=1,2$ шартдаги (25), (26) масаланинг ечимини изи бўлсин. У ҳолда, агар $t \le T$, $j=1,2$ учун $\tilde F^{(1)}(\xi_j,t) = \tilde F^{(2)}(\xi_j,t)$ ва $z \in [0,z_0]$ учун $\sigma^{(1)}(z) = \sigma^{(2)}(z)$ бўлса, $t \le T$ учун $f^{(1)}(t) = f^{(2)}(t)$ ва $z \in [z_0, T/2]$ учун $\sigma^{(1)}(z) = \sigma^{(2)}(z)$ бўлади.

Бу теорема тескари масаланинг турғунлигини характерловчи қуйидаги 5-теореманинг натижаси ҳисобланади.

Бобнинг 3.4-параграфида қаралаётган номаълум қўзғатувчи манбали ғовак-эластик муҳитда тескари динамик масаланинг турғунлик баҳолари олинган.

Ғовак-эластик муҳитда биргаликдаги бир ўлчамли тескари динамик масаланинг турғунлик баҳоларига эга бўлдик.

5-теорема. $T > 2z_0 > 0$ учун $f^{(k)}(t),\ \ \sigma^{(k)}(z),\ \ \tilde{F}^{(k)}(\xi_j,t),\ \ \ j=1,2, k=1,2$ функциялар 4-теореманинг шартларини қаноатлантирсин ва $a^{(k)}$ сонлар $f^{(k)}(t)$ функциянинг (24) кўринишдаги ифодасидаги дельта-функциянинг мос коэффициенти ва

$$\hat{F}^{(k)}(t) \equiv \tilde{F}^{(k)}(\xi_1,t) - \tilde{F}^{(k)}(\xi_2,t)$$

бўлсин. У ҳолда $a_0, f_0, \mu_0, \chi_0, \rho_{0l}, \rho_{0s}, z_0, T, \xi_1, \xi_2$ сонларга боғлиқ шундай мусбат C ўзгармас топиладики,

$$\left\|\sigma^{(1)} - \sigma^{(2)}\right\|_{C^2[z_0,T/2]} + \left|a^{(1)} - a^{(2)}\right| + \left\|\hat{f}^{(1)} - \hat{f}^{(2)}\right\|_{C^1[0,T]} \le C\varepsilon, \tag{35}$$

тенгсизлик ўринли, бунда

$$\varepsilon = \left\|\sigma^{(1)} - \sigma^{(2)}\right\|_{C^1[0,z_0]} + \sum_{j=1}^{2}\left\|\tilde{F}^{)(1)}(\xi_j,t) - \tilde{F}^{(2)}(\xi_j,t)\right\|_{C^2[0,T]} + \left\|\tilde{F}^{(1)} - \tilde{F}^{(2)}\right\|_{C^3[0,T]}.$$

Эслатма. Мос теоремалар 2, 3, ва 4-масалалар учун ҳам ўринли.

ХУЛОСА

Тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат:

1. Суюқлик билан тўйинтирилган ғовак муҳитда диссипативсиз ва диссипатив яқинлашишни ифодалайдиган чизиқли бўлмаган дифференциал тенгламалар системаси олинган.

2. Суюқлик билан тўйинтирилган ғовак муҳитда чизиқли SH тўлқин тарқалишини ифодалайдиган чизиқли динамик тенгламалар системаси олинган.

3. Ғовак-эластик муҳитда бир ўлчамли тескари динамик масала учун регуляризацияловчи алгоритм қурилган ва турғунлик баҳолари олинган.

4. Тескари динамик масаланинг ечими берилганларга узлуксиз боғлиқлиги ҳақидаги теоремалар исботланган.

5. Диссипатив ҳолда ғовак-эластик динамик тенглама учун биринчи Дарбу масаласини корректлиги текширилган. Тўғри динамик масаланинг ечилиши мумкинлиги исботланган.

6. Ғовак-эластик муҳитда икки ўлчамли тўғри динамик масаланинг ечими турғунлик баҳолари олинган.

7. Шакли номаълум импульс нуқтали манбали кўндаланг тўлқин учун икки ўлчамли ғовак-эластик тескари динамик масаланинг ечими ягоналиги ва турғунлик баҳолари ҳақидаги теоремалар исботланган.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ PhD.28.12.2017.FM.55.01
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ПРИ УРГЕНЧСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ, КАРАКАЛПАКСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ**

КАРШИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ЯНГИБОЕВ ЗОЙИР ШОБЕРДИЕВИЧ

ОДНОМЕРНЫЕ ОБРАТНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ SH ВОЛН В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ С НЕИЗВЕСТНЫМ ИСТОЧНИКОМ

01.01.02- Дифференциальные уравнения и математическая физика

**АВТОРЕФЕРАТ
ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК**

Ургенч – 2018

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2017.4.PhD/FM153

Диссертация выполнена в Каршинском государственном университете.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (www.ik-mat.urdu.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz)

Научный руководитель:	**Имомназаров Холматжон Худайназарович,** доктор физико-математических наук, (Российская Федерация, Инситутут вычислительной математики и математической геофизики)
Официальные оппоненты:	**Яхшимуратов Алишер Бекчанович,** доктор физико-математических наук **Бегматов Акрам Хасанович,** доктор физико-математических наук, доцент
Ведущая организация:	**Национальный университет Узбекистана**

Защита диссертации состоится 18 января 2019 года в 14^{00} часов на заседании Научного совета PhD.28.12.2017.FM.55.01 при Ургенчском государственном университете, Каракалпакском государственном университете. (Адрес: 220100, г. Ургенч, ул. Х. Алимджана, дом 14. Тел.: (99862)224-66-11, факс: (99862) 224-67-00, e-mail: ik-mat.urdu@umail.uz)

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Ургенчского государственного университета (зарегистрирована за № Д-228). (Адрес: 220100, г. Ургенч, ул. Х.Алимджана, дом 14. Тел.: (99862) 224-66-11, факс: (99862) 224-67-00).

Автореферат диссертации разослан «____» _______________2018 года.
(протокол рассылки №_______ от «____» _______________2018 года).

Б.И.Абдуллаев,
Председатель Научного совета по
присуждению ученой степени, д.ф.-м.н.

А.А.Атамуратов,
Ученый секретарь Научного совета по
присуждению ученой степени, к.ф.-м.н.

А.Б.Яхшимуратов,
Председатель научного семинара
при Научном совете по присуждению
ученой степени, д.ф.-м.н.

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертация доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. Многие научно-прикладные исследования, проводимые на мировом уровне, во многих случаях приводятся к решению чисто математических проблем. Поэтому создание математических моделей физических процессов-важнейшее направление современной науки. Широкое распространение в задачах механики жидкости и газа получили краевые задачи, то есть задачи, в которых либо форма объекта (подземного контура плотины, водонефтяного контакта, контура профиля крыла самолета и т.п.) находятся по заданным характеристикам, либо характеристики рассчитываются при заданной его форме. Первые задачи получили название прямых краевых задач, а вторые-обратных. В частности, эти задачи возникают в разведочной геофизике при поиске нефтяных слоев и при выборе параметров волнового воздействия на месторождения нефти и газа с целью интенсификации добычи. Таким образом, решения одномерных обратных динамические задач для уравнения SH волн в пористых средах с неизвестным источником остаётся важной в исследованиях моделей фильтрации в геофизических задач.

В настоящее время в мире исследование волновых процессов и явлений в самых разнообразных средах и системах, а также для пористых средах характеризирующих математических модулях сейсмических волн в обратных динамических задачах широко используются в геофизических задачах. Реальные физические системы характеризируется с некорректными граничными задачами. Построение математический модулей вольновым процессов и их приложения является приоритетным направлением в обратных динамических задачах для пористой среды, где изучаются задача определения не только скорости распространения сейсмических волн и плотность среды, но и задачи определения других кинетических параметров среды, как пористость, проницаемость. Одной из целей исследования является исследование локального существования классических решений одномерных обратных динамических задачи для уравнений SH волны в неизвестной источнике, построение регуляризируемых решений уравнений поперечной волны и разработка их численных методов и алгоритмов.

В нашей стране особое внимание уделяется фундаментальным наукам, которые имеют практическое применение. Особое внимание было уделено анализу исследований в теории некорректной задачи уравнений математической физики и теории дифференциальных уравнений. В результате были достигнуты значительные результаты по некорректным задачам математической физики. Основными задачами и направлениями деятельности являются научные исследования на уровне международных стандартов в области математики, физики и современных методов математической физики.[2]

---

[2] Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан №292 “О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений академии наук Республики Узбекистан” от 18 мая 2017 года.

Данная диссертация, в определенной степени, служит осуществлению задач, обозначенных в Постановлениях Президента Республики Узбекистан №-ПП-2909 «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования» от 20 апреля 2017 года, №-ПП-2789 «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности» от 17 февраля 2017 года и №-УП-4947 «О стратегии действия по дальнейшему развитию Республики Узбекистан» от 7 февраля 2017 года, а также в других нормативно-правовых актах по данной деятельности.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. В динамических обратных задачах для гиперболических уравнений в качестве дополнительной информации задается след решения соответствующей задачи на некоторой, как правило, времени-подобной поверхности. Первые постановки динамических обратных задач для гиперболических уравнений и систем были сформулированы и исследованы М.М. Лаврентьевым и В.Г. Романовым, А.С. Благовещенским, А.С. Алексеевым. Различные подходы и методы исследования обратных динамических задач для гиперболических уравнений и систем, предложены и развиты в работах М.М. Лаврентьева, В.Г. Романова, А.С. Благовещенского, А.И. Прилепко, Ю.Е. Аниконова, А.Л. Бухгейма, Ю.Л. Гапоненко, Б.С. Парийского, Д.Г. Орловского, А.Л. Иванкова, А.В. Баева, Б.А. Бубнова, Х.Х. Имомназарова, А. Хайдарова, Д.К. Дурдиева, А. Э. Холмуродова и др. Из перечисленных выше работ отметим работы В.Г. Романова, А.С. Благовещенского, которые в своей постановке наиболее близки к диссертационной работе. Там рассматривается одномерная обратная задача для волнового уравнения об определении распределения скорости для вертикально-неоднородной изотропно-упругой модели среды по некоторой дополнительной информации о волновом поле на свободной поверхности. Для решения этой задачи доказана теорема о разрешимости и непрерывной зависимости от входных данных.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами учреждением высшего образования, где выполнялось диссертация. Диссертационная работа выполнена в соответствии с плановой темой научно-исследовательских работ Каршинского государственного университета.

Целью исследования: решать прямые и обратные динамические задачи пороупругости и определить единственность решений, установить оценка устойчивость решений.

Задача исследования:

построить регуляризирующих алгоритмов одномерных обратных динамических задач пороупругости;

доказать теоремы о непрерывной зависимости решений обратных динамических задач от входных данных. Получить оценки устойчивости, рассмотренных одномерных обратных задач пороупругости;

решать первую задачу Дарбу для динамических уравнений пороупругости в диссипативном случае;

решать одномерные обратные динамические задачи пороупругости для поперечных волн с неизвестной формой импульсного точечного источника, действующего на границе полупространства;

доказать теоремы единственности и существования совмещенной одномерной обратной динамической задачи пороупругости;

получить оценку устойчивости решения двумерной обратной динамической задачи пороупругости и доказать теорему единственности.

Объектом исследования является дифференциальные уравнения, с частными производными описывающие распространения волн в пористых средах насыщенных жидкостью со сложной реологией.

Предметом исследования является математическая модель одномерных прямых и обратных динамических задач распространения сейсмических SH волн.

Методика исследования: в диссертации использованы методы характеристик для гиперболических систем, методы решения дифференциальных и интегральных уравнений, методы функционального анализа и методы регуляризации.

Научная новизна исследования заключается в следующем**:**

построены регуляризирующие алгоритмы для одномерных обратных динамических задач пороупругости и получены оценки устойчивости;

доказаны теоремы о непрерывной зависимости решений обратных динамических задач от входных данных;

доказано корректность первая задача Дарбу для динамических уравнений пороупругости в диссипативном случае и доказано теоремы об разрешимости задаче;

решена одномерные обратные динамические задачи пороупругости для поперечных волн с неизвестной формой импульсного точечного источника, действующего на границе полупространства;

получена оценка устойчивости решения двумерной прямой динамической задачи пороупругости для поперечных волн с неизвестной формой импульсного точечного источника;

получена оценка устойчивости решения двумерной обратной динамической задачи пороупругости и доказана теорема единственности.

Практические результаты исследования.

Регуляризируемое решение обратной динамической задачи в пороупругости было использовано для создания и решения корректных математических моделей нефтегазовых месторождений геофизики.

Единственности и оценка устойчивости решений одномерной обратной динамической задачи в пороупругости использовалось в приближенном решении прямой и обратной задач для двухфазной среды нелинейной динамики волн.

Достоверность результатов исследований обосновывается корректностью математической модели, её согласованностью с законами термодинамики, гиперболичностью уравнений, описывающих волновые процессы, строгостью математических выкладок, использованием математически обоснованных методов решения, совпадением полученных решений с точными решениями в аналогичных постановках для однофазных сред.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научная значимость результатов исследования заключается в том, что научные результаты, могут быть использованы в теории дифференциальных уравнений частного производного и использовании геофизики в решении задачах нефтяных и газовых месторождений.

Практическая значимость диссертации состоит в том, что полученные научные результаты могут быть использованы при исследовании широкого класса различных природных и технологических процессов.

Внедрение результатов исследований. На основе научных данных одномерных обратных динамических задач для уравнения SH волны в пористой среде в неизвестном источнике:

математическая модель пороупругости и алгоритм регуляризованного решения были использованы в проекте Института вычислителной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук №1.3.1.3-«Методы создания, исследования и идентификации математических моделей о Земли» (2014-2016 гг.) при решение задачи геофизики нефтегазовых месторождений (справка от 12 апреля 2018 года № 15301/12-01-62 Института вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской Академии наук). В результате применения предложенную математическую модель, были доказаны разрешимость прямых и обратных динамических задач пороупругости, а также были построены регуляризующие алгоритмы;

полученные результаты диссертационной работы, относительно совмещенные одномерные динамические обратные задачи пороупругости были использованы в работах, выполненных в рамках научно-исследовательского проекта А-13-38-«Теоретическое и численное исследования прямых и обратных задач для нелинейной волновой динамики двухфазных сред” 2015-2017 гг. (справка № 89-03-3799 Министерство высшего и среднего специального образования Республики Узбекистан от 07 ноября 2018 года). Применения результатов диссертации дал возможность нахождения приближенные решения прямой и обратной динамической задачи пороупругости и оценки устойчивости решения.

Апробация результатов исследования. Основное содержание диссертации обсуждалось на 11 научно-практических конференциях, в том числе на 5 международных и 6 республиканских научно-практических конференциях.

Публикации результатов исследования. Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 19 научных трудах, из них 5 статей в журналах, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов диссертационных работ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка использованной литературы. Текст диссертации изложен на 113 страницах.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность и восстребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведен обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

Первая глава **«Термодинамически согласованная математическая модель пороупругости»** является вспомогательной, в которой обсуждаются построения нелинейных уравнений с частными производными для описания распространения нелинейных волн в насыщенных жидкостью пористых средах. В ней получены уравнения для эволюции метрического тензора деформации, которые используются для исследования нелинейных волн в упругой среде. Получена система дифференциальных уравнений, описывающая распространения нелинейных волн в насыщенных жидкостью пористых средах как в бездиссипативном, так и в диссипативном приближении.

Вторая глава «**Регуляризация в обратной динамической задаче для уравнения SH волн в пористой среде**» посвящена исследованию одномерных прямых и обратных динамических задач пороупругости на основе, полученной в первой главе математической модели, описываемая уравнениями SH волн в пористой среде.

В параграфе 2.1. даётся определения регулязирующего алгоритма.

Пусть дано операторное уравнение: $Au = f$, где A - линейный оператор, действующий из нормированного пространства X в нормированное пространство F. В 1963 г. А.Н. Тихонов дал знаменитое определение регуляризирующего алгоритма (РА), которое лежит в основе современной теории некорректно поставленных задач.

Определение 1. Регуляризирующим алгоритмом (регуляризирующим оператором) $R(\delta, f_\delta) \equiv R_\delta(f_\delta)$ называется оператор, обладающий двумя следующими свойствами**:**

1) $R_\delta(f_\delta)$ определен для любых $\delta > 0$, $f_\delta \in F$, и отображает $(0,+\infty)\times F$ в X;

2) для любого $u \in X$ и для любого $f_\delta \in F$ такого, что, $Au = f$, $\|f - f_\delta\| \le \delta$, $\delta > 0$, $u_\delta = R_\delta(f_\delta)\xrightarrow[\delta\to 0]{} u$.

Задача решения операторного уравнения называется регуляризируемой, если существует хотя бы один регуляризирующий алгоритм. Непосредственно из определения следует, что если существует хотя бы один РА, то их существует бесконечно много.

В настоящее время все математические задачи можно разделить на следующие классы:

1) корректно поставленные задачи;

2) некорректно поставленные регуляризируемые задачи;

3) некорректно поставленные нерегуляризируемые задачи.

В параграфе 2.2. получена система линейных динамических уравнений, описывающая распространения линейных SH волн насыщенной жидкостью в пористой среде.

Приведенная в первой главе система динамических уравнений пороупругости

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}\mathbf{j} = 0, \quad \mathbf{j} = \rho_s\mathbf{u} + \rho_l\mathbf{v},$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + (\mathbf{u},\nabla)u_i = -\frac{1}{\rho}\partial_i p - \frac{\rho_l}{2\rho}\partial_i \mathbf{w}^2 + \frac{\rho_l}{2\rho\rho_s}h_{\alpha\beta}\partial_i g^{\alpha\beta} +$$

$$+\bar{\lambda}\frac{\rho_l}{\rho_s}\partial_i T + \bar{k}\frac{\rho_l}{\rho_s}(j_i - \rho u_i) - \frac{1}{\rho_s}\partial_k\left(h_{\alpha\beta}e_i^\alpha e_k^\beta\right),$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + (\mathbf{v},\nabla)v_i = -\frac{1}{\rho}\partial_i p + \frac{\rho_s}{2\rho}\partial_i \mathbf{w}^2 - \frac{h_{\alpha\beta}}{2\rho}\partial_i g^{\alpha\beta} -$$

$$-\bar{\lambda}\partial_i T - \bar{k}(j_i - \rho u_i) + \frac{1}{\rho_l}\partial_k\left(\eta\left(\partial_k v_i + \partial_i v_k - \frac{2}{3}\delta_{ik}\operatorname{div}\mathbf{v}\right)\right) + \qquad (1)$$

$$+\frac{1}{\rho_l}\partial_i\left(\zeta_1 div(\mathbf{j} - \rho\mathbf{u}) + \zeta_2\operatorname{div}\mathbf{v}\right),$$

$$\frac{\partial \mathbf{e}^\alpha}{\partial t} + \nabla\left(\mathbf{e}^\alpha,\mathbf{u}\right) = 0, \quad \left(\mathbf{e}^\alpha,\mathbf{e}^\beta\right) = g^{\alpha\beta},\ \rho_s = \frac{const}{\sqrt{\det\left(g_{\alpha\beta}\right)}}, \quad \rho = \rho_s + \rho_l,$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\frac{\mathbf{j}}{\rho}S - \frac{k}{T}\nabla T - \bar{\lambda}(\mathbf{j} - \rho\mathbf{u})\right) = \frac{R}{T},\ E_0 = E_0\left(\rho, S, \mathbf{j}_0, g^{\alpha\beta}\right)$$

описывают распространения нелинейных волн в насыщенной жидкости сквозь упругодеформируемый пористый остов в случае диссипации энергии. Далее, рассмотрим случай диссипации энергии обусловленной только коэффициентом межфазного трения $\chi = \bar{k}$. Также нас будет интересовать случай распространение линейных поперечных волн (SH волн). В этом случае система уравнений (1) имеет вид:

$$\rho_s \mathbf{u}_{tt} = \mu \Delta \mathbf{u} - \rho_l^2 \chi (\mathbf{u}_t - \mathbf{v}_t), \tag{2}$$

$$\rho_l \mathbf{v}_t = \rho_l^2 (\mathbf{u} - \mathbf{v}), \tag{3}$$

где μ – модуль сдвига упругого пористого тела.

Отметим, что при исчезновении пористости ($\rho_l \to 0$) данная система переходит к уравнению поперечной волны в теории упругости.

В параграфе 2.3.-2.5. приводятся постановки одномерных прямых и обратных динамических задач пороупругости для неоднородной среды.

Пусть полупространство $z > 0$ заполнено неоднородной пористой средой. Уравнения распространения сейсмических SH волн с учетом поглощения энергии, обусловленной коэффициентом межкомпонентного трения $b(z) = \rho_l(z)\chi(z)$, имеют вид

$$\rho_s(z) u_{tt} = \left(\mu(z) u_z\right)_z - \rho_l(z) b(z) \left(u_t - v_t\right), \tag{4}$$

$$\rho_l(z) v_{tt} = \rho_l(z) b(z) \left(u_t - v_t\right), \tag{5}$$

где u и v-компоненты векторов скоростей смещений частиц упругого пористого тела и жидкости с парциальными плотностями $\rho_s(z)$ и $\rho_l(z)$, соответственно. Предположим, что пористая среда покоится при $t < 0$:

$$u\big|_{t=0} = u_t\big|_{t=0} = 0, \tag{6}$$

$$v\big|_{t=0} = v_t\big|_{t=0} = 0. \tag{7}$$

Пусть на границе пористого полупространства $z = 0$ приложена сила:

$$\mu u_z\big|_{z=0} = \delta(t), \tag{8}$$

здесь $\delta(t)$ – функция Дирака.

Требуется по информации (8) и по заданными непрерывно дифференцируемыми положительными функциями $\rho_s(z), \mu(z)$ на класса C непрерывными положительными функциями $\rho_l(z)$, $b(z)$ определить дважды непрерывно дифференцируемые функции $u(t,z)$, $v(t,z)$ из (4) – (7). Такую задачу будем называть прямой динамической задачей для уравнений SH волн в пористой среде.

В приложениях наибольший интерес представляют задачи об определении переменных коэффициентов дифференциального уравнения. Это связано с тем, что дифференциальные уравнения, как правило, описывают физические процессы, а коэффициенты уравнения связаны с физическими характеристиками среды, в которой протекают эти процессы. Так как непосредственно эти коэффициенты измерить невозможно, то задача об определение свойств вещества является, по существу обратной.

Пусть помимо функций $u(t,z)$, $v(t,z)$, входящих в систему (4), (5) неизвестен модуль сдвига пористого тела (или скорость распространения поперечной волны $c_t(z) = \sqrt{\mu(z)/\rho_s(z)}$) при известных остальных коэффициентов $\rho_s(z), \rho_l(z), b(z)$. При этом имеется дополнительная информация

$$u|_{z=0} = \phi(t) \qquad (9)$$

Далее эту обратную задачу будем называть **задачей 1**.

Задача 2. Требуется по информации (9) восстановить $\chi(z)$ из (4)-(8) (при этом считаются известными остальные функции $\rho_s(z), \rho_l(z), \mu(z)$).

Задача 3. Требуется по информации (9) восстановить $\rho_s(z)$ из (4)-(8) (при этом считаются известными остальные функции $\rho_l(z), b(z), \mu(z)$).

Задача 4. Требуется по информации (9) восстановить $\rho_l(z)$ из (4)-(8) (при этом считаются известными остальные функции $\rho_s(z), b(z), \mu(z)$).

В дальнейшем исследуем задачу 1, задачи 2, 3, 4 исследуется аналогично.

В параграфе 2.6. построены регуляризующие алгоритмы для одномерных обратных динамических задач пороупругости. Доказаны теоремы непрерывной зависимости решений обратных динамических задач от входных данных. Получены оценки устойчивости, рассмотренных одномерных обратных задач пороупругости.

Пусть вместо функции $\phi = A\ln\sigma$ известно ее приближенное значение $\tilde{\phi} \in C^1[0,T]$, $\|\phi - \tilde{\phi}\| \le \delta$. Если $\phi \in \Phi$, то в силу непрерывности A^{-1} на Φ в качестве приближенного значения σ можно взять $\tilde{\sigma} = \exp\left[A^{-1}\tilde{\phi}\right]$. Будем предполагать, что $\tilde{\phi} \in C^1[0,T], \tilde{\phi}(0) < 0$, но, вообще говоря, не принадлежит множеству Φ. Естественный метод нахождения приближения в этом случае состоит в построении отображения

$$R : \tilde{\Phi} \to C^1[0, T/2],\ \tilde{\Phi} = \left\{\phi \in C^1[0,T] : \phi(0) < 0\right\},$$

аппроксимирующего обратный оператор A^{-1} на Φ и определенного на всем множестве $\tilde{\Phi}$.

Покажем теперь, что уравнение $A\ln\sigma = \phi, \phi \in \Phi$, эквивалентно уравнению Вольтерра. Для этого введем в рассмотрение банахово пространство Z вектор – функций $z(x,t) = \left(z_1(x,t), z_2(x,t), z_3(x), z_4(x)\right)$, непрерывных на $\Delta(T)$, с естественно определенной операцией умножения на скалярные функции из $C\left(\Delta(T)\right)$ и нормой $\|z\| = \max\left\{\|z_1\|, \|z_2\|, \|z_3\|, \|z_4\|\right\}$.

В Z выделим подмножество $\tilde{Z}_0$, состоящее из вектор – функций вида

$$z_0(x,t) = \left(P\phi\right)(x,t) \equiv \left\{\frac{1}{2}\phi'(t+x) - \frac{1}{2}\phi'(t-x), \frac{1}{2}\phi'(t+x) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2}\phi'(t-x),\ \phi'(2x), 1/\phi(0)\right\}, \phi \in \tilde{\Phi}$$

Очевидно, между $\tilde{Z}_0$ и $\tilde{\Phi}$ имеется взаимно-однозначное соответствие. Если $\phi \in \tilde{\Phi}$, то будем писать $z_0 \in \tilde{Z}_0$. Пусть $M : Z \times \overline{\mathbb{R}}_+ \to Z,\ \overline{\mathbb{R}}_+ = \{t : t \ge 0\}$.

Лемма 1. Уравнение $z = z_0 + M(z,0), z_0 \in \tilde{Z}_0$, разрешимо в Z тогда и только тогда, когда $z_0 \in Z_0$.

Перейдем к исследованию регуляризованного уравнения $z = z_0 + M(z,\alpha),\ \alpha > 0$. Пусть B_r - шар в Z радиуса r, $B_r = \left\{ z \in Z : \|z\| \le r \right\}$, и

$$\|z\|(x) = \max\left\{ \sup_{x \le t \le T-x} |z_1(x,t)|, |z_2(x,t)|, |z_3(x)|, |z_4(x)| \right\},\ z \in Z.$$

Лемма 2. 1. $M \in C^1\left(Z \times \overline{\mathbb{R}}_+; Z\right)$, т.е. оператор M непрерывен из $Z \times \overline{\mathbb{R}}_+$ в Z и имеет непрерывные частные производные $M_z(z,\alpha), M_\alpha(z,\alpha)$.

2. Для любых $z \in Z,\ \alpha > 0$

$$\|M(z,\alpha)\|(x) \le \frac{c_1}{2\alpha} \int_0^x \|z\|(\xi) d\xi,\ x \in [0, T/2], \tag{10}$$

где $c_1(\alpha,T) = \left(1 + 2b_{00} \dfrac{\rho_{00,l}}{\rho_{0,s}} \right)\left(1 + 2Tb_{00}\right)$.

3. Для любых $r > 0,\ \alpha > 0,\ z \in B_r,\ y \in B_r$

$$\|M(z,\alpha) - M(y,\alpha)\|(x) \le c_2(r,\alpha,T) \int_0^x \|z - y\|(\xi) d\xi,\ x \in [0, T/2] \tag{11}$$

где $c_2(r,\alpha,T) = \left(1 + 4r\sqrt{\alpha} + b_{00} \dfrac{\rho_{00,l}}{\rho_{0,s}} \alpha \right)\left(1 + 2Tb_{00}\right) / (2\alpha)$.

Рассмотрим теперь регуляризованное уравнение

$$z = z_0 + M(z,\alpha). \tag{12}$$

Теорема 1. Пусть $z_0 \in Z$. Тогда для любого $\alpha > 0$ в Z существует единственное решение $z(\alpha)$ уравнения (12), более того как функция параметра α оно непрерывно дифференцируемо в R_+ и

$$\|z(\alpha)\| \le \|z_0\| \exp\left(c_1 T / 4\alpha\right). \tag{13}$$

Следствие 1. Если $z_0 \in Z_0$, то решение уравнения (12) существует и единственно в Z для всех $\alpha \ge 0$ и принадлежит классу $C^1\left(\overline{\mathbb{R}}_+, Z\right)$.

Вернемся теперь к исходной задаче. Итак, нам известна функция $\tilde{\phi} \in \tilde{\Phi}$ такая, что $\phi(0) = \tilde{\phi}(0),\ \left\|\phi - \tilde{\phi}\right\| \le \delta,\ \phi \in \Phi$.

Следовательно, $z_0 = P\phi \in Z_0$ и $\tilde{z}_0 = P\tilde{\phi} \in \tilde{Z}_0,\ \|z_0 - \tilde{z}_0\| \le \delta$.

Рассмотрим уравнение $z = \tilde{z}_0 + M(z,\alpha)$. По теореме 1 при $\alpha > 0$ оно имеет единственное решение в Z. Обозначим его через $\tilde{z}(\alpha)$. Решение уравнения $z = z_0 + M(z,\alpha),\ \alpha > 0$ обозначим через $z(\alpha)$. Напомним, что $z(0)$ соответствует точному решению обратной задачи. Функция $\tilde{z}(\alpha)$ порождает оператор $R : \tilde{Z}_0 \times \mathbb{R}_+ \to Z,\ \tilde{R}(\tilde{z}_0,\alpha) = \tilde{z}(\alpha)$.

Следующая теорема по сути утверждает, что оператор R является регуляризирующим для уравнения

$$z = z_0 + M(z,0).$$

Теорема 2. Пусть $\delta \le \delta_0$. Тогда существует функция $\alpha(\delta) \in C(0,\delta_0]$, $\alpha > 0$, $\lim\limits_{\delta \to 0} \alpha(\delta) = 0$, такая, что $\lim\limits_{\delta \to 0} \left\| \tilde{z}(\alpha) - z(0) \right\| = 0$.

Из доказательства теоремы видно, что оператор R будет равномерно регуляризирующим оператором на любом подмножестве Z_{0l} множества Z_0 вида $Z_{0l} = \{ z_0 \in Z_0 : l(z_0) < l \}$. Множество Z_{0l} принято называть множеством корректности рассматриваемой обратной задачи

В параграфе 2.7. и 2.8. изучается первая задача Дарбу для одномерных уравнений пороупругости. Показана разрешимость рассмотренной прямой задачи пороупругости.

В плоскости независимых переменных x и t рассмотрим линейное гиперболическое уравнение с памятью вида

$$Lu := u_{tt} - u_{xx} + (\ln \sigma)'(x) u_x - b(x,t) \frac{\rho_l(x)}{\rho_s(x)} u -$$

$$-b^2(x,t) \frac{\rho_l(x)}{\rho_s(x)} \int\limits_0^t e^{-\int_s^t b(x,y)dy} b(x,s) u(x,s) ds = f(x,t). \qquad (14)$$

Здесь u искомая компонента вектора скорости смешений частиц упругого пористого тела с парциальной плотностью $\rho_s(x)$, $\sigma(x) = \sqrt{\mu(x)\rho_s(x)}$, $\mu(x)$, $b(x,t)$ - положительные функции, $f(x,t)$-заданная функция. Компонента скорости жидкости υ с парциальной плотностью $\rho_l(x)$ связана с функцией u соотношением

$$\upsilon(x,t) = \int\limits_0^t e^{-\int_s^t b(x,y)dy} b(x,s) u(x,s) ds.$$

Заметим, что, уравнение вида (14) возникает в теории пороупругости.

Введем обозначения: что $D_T := \{(x,t) : 0 < x < t, 0 < t < T\}$, $T \le \infty$, обозначим треугольную область, ограниченную характеристическим отрезком $\Gamma_{1,T} : x = t, 0 \le t \le T$, а также отрезками $\Gamma_{2,T} : x = 0, 0 \le t \le T$ и $\Gamma_{3,T} : x = T, 0 \le t \le T$.

Для уравнения (14) рассмотрим первую задачу Дарбу об определении в области D_T решения $u(x,t)$ этого интегро-дифференциального уравнения по краевым условиям:

$$u\Big|_{\Gamma_{i,T}} = 0, \; i = 1,2 \qquad (15)$$

Исследуется первая задача Дарбу для гиперболических уравнений второго порядка с памятью. Обсуждается вопрос о разрешимости поставленной задачи.

Определение 2. Пусть $\rho_s(x)$, $\mu(x)$ один раз непрерывно дифференцируемые функции, $\rho_l(x)$ – непрерывная функция на $[0,T]$, $b(x,t) \in C(\bar{D}_T)$, $f(x,t) \in C(\bar{D}_T)$. Функцию u будем называть *сильным обобщенным решением* задачи (14), (15) класса C в области D_T, если

$u \in C(\bar{D}_T)$, и существует последовательность функций $u_n \in \tilde{C}^2(\bar{D}_T, S_T)$ такая, что $u_n \to u$ и $Lu_n \to f$ при $n \to \infty$ в пространстве $C(\bar{D}_T)$, где

$$\tilde{C}^2(\bar{D}_T, S_T) := \{u \in C^2(D_T) : u\big|_{S_T} = 0\}, \ \ S_T := \Gamma_{1,T} \cup \Gamma_{2,T}.$$

Пусть $P := P(x,t)$-произвольная точка области D_T. Обозначим через $D_{x,t}$ четырехугольник с вершинами в точках $O := O(0,0)$, P, а также в точках P_1 и P_3, лежащих соответственно на носителях данных $\Gamma_{2,T}$ и $\Gamma_{1,T}$, т.е.

$$P_1 := P(0, t-x), \quad P_3 := P_3((x+t)/2, (x+t)/2).$$

Очевидно, что область $D_{x,t}$ состоит из характеристического прямоугольника $D_{1x,t} := PP_1P_2P_3$ и треугольника $D_{2x,t} := OP_1P_2$, где $P_2 := P_2((t-x)/2, (t-x)/2)$.

Далее предположим, что коэффициенты $\rho_s(x)$, $\mu(x)$ три раза непрерывно дифференцируемые функции, $\rho_l(x)$-один раз непрерывно дифференцируемая функция на $[0,T]$, $b(x,t) \in C^1(\bar{D}_T)$.

Для классического решения задачи (14), (15) функции u из класса $C^2(\bar{D}_T)$ справедливо следующее интегральное равенство:

$$u(x,t) - \int\limits_{D_{x,t}} G(x',t';x,t) b^2(x',t') \frac{\rho_l(x')}{\rho_s(x')} \int\limits_0^{t'} e^{-\int_s^{t'} b(x',y)dy} b(x',s) u(x',s) ds dx' dt' =$$

$$= \int\limits_{D_{x,t}} G(x',t';x,t) f(x',t') dx'dt', \quad (x,t) \in \bar{D}_T. \qquad (16)$$

Пусть $u \in C(\bar{D}_T)$, является решением интегрального уравнения Вольтерра второго рода (16). Так как функция f непрерывна на $\bar{D}_T$, а пространство $C^2(\bar{D}_T)$ плотно в $C(\bar{D}_T)$, то существует последовательность функций $f_n \in C^2(\bar{D}_T)$ такая, что $f_n \to f$ при $n \to \infty$ в пространстве $C(\bar{D}_T)$. Аналогично, поскольку $u \in C(\bar{D}_T)$, то существует последовательность функций $\tilde{u}_n \in C^2(\bar{D}_T)$ такая, что $\tilde{u}_n \to u$ в пространстве $C(\bar{D}_T)$ при $n \to \infty$.

Положим

$$u_n := M_1 \tilde{u}_n + M_2 f_n, \ \ n = 1,2,... \qquad (17)$$

Здесь M_1 и M_2 - линейные операторы, действующие по формулам

$$M_1 u := \int\limits_{D_{x,t}} G(x',t';x,t) b^2(x',t') \frac{\rho_l(x')}{\rho_s(x')} \int\limits_0^{t'} e^{-\int_s^{t'} b(x',y)dy} b(x',s) u(x',s) ds dx' dt',$$

$$M_2 u := \int\limits_{D_{x,t}} G(x',t';x,t) b^2(x',t') u(x',t') dx'dt', \qquad (x,t) \in D_T.$$

Лемма 3. Функция $u_n \in C(\bar{D}_T)$ является сильным обобщенным решением задачи (14), (15) класса C в области D_T тогда и только тогда, когда она является непрерывным решением нелинейного интегрального уравнения (16).

В силу линейности и вольтерровости уравнения (16) можно доказать следующую лемму.

Лемма 4. Для сильного обобщенного решения задачи (14), (15) класса C в области D_T справедлива априорная оценка

$$\|u\|_{C(\bar{D}_T)} \leq c\|f\|_{C(\bar{D}_T)} \tag{18}$$

с положительными постоянными $c(T,\rho_l,\rho_s,\mu,b)$, не зависящим от u и f.

Определение 3. Пусть коэффициенты $\rho_s(x)$, $\mu(x)$ один раз непрерывно дифференцируемые функции, $\rho_l(x)$-непрерывная функция на $[0,T]$, $b(x,t)\in C^1(\bar{D}_T)$. Мы будем говорить, что задача (14), (15) глобально разрешима в классе непрерывных функций C, если для любого конечного $T>0$ эта задача имеет сильное обобщенное решение в классе непрерывных функций C в области D_T.

Уравнение (17) перепишем в операторном виде

$$u = Au := M(u+f).$$

Здесь оператор $A: C(\bar{D}_T)\to C(\bar{D}_T)$ является непрерывным и компактным, так как линейный оператор $M: C(\bar{D}_T)\to C(\bar{D}_T)$, действующий по формуле $Mu := M_1u + M_2 f$, является ограниченным и непрерывным, а линейный оператор $M: C(\bar{D}_T)\to C(\bar{D}_T)$ является компактным. В то же время, согласно леммы 3 и леммы 4, для любого параметра $s\in[0,1]$ и для любого решения $u\in C(\bar{D}_T)$, операторного уравнения $u = sAu$ справедлива априорная оценка $\|u\|_{C(\bar{D}_T)} \leq c\|f\|_{C(\bar{D}_T)}$ с положительной постоянной c, не зависящей от u,f и s. Поэтому согласно теореме Лере-Шаудера уравнение (18) при условиях леммы 4 имеет хотя бы одно решение $u\in C(\bar{D}_T)$. Тем самым, в леммы 3 нами доказана следующая

Теорема 3. Задача (14), (15) глобально разрешима в классе непрерывных функций C в смысле определения 3, т.е. если $f\in C(\bar{D}_T)$, то для любого $T>0$ задача (14), (15) имеет сильное обобщенное решение непрерывных функций C в области D_T.

Рассматриваемая III глава «**Совмещенные одномерные динамические обратные задачи пороупругости**» посвящена совмещенным одномерным динамическим обратным задачам пороупругости: для двумерного уравнения пороупругости, описывающего процесс распространения SH волн в пористом полупространстве $\mathbb{R}^2_+ = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,|\, y>0\}$, рассматривается задача об определении одного из четырех параметров структуры среды, зависящего только от глубины y, и неизвестной формы импульсного точечного источника, действующего на границе полупространства. Показано, что при определенных предположениях о форме источника и строении структуры среды обе неизвестные одномерные функции однозначно определяются заданием смещения точек границы. Установлены оценки устойчивости решений задач.

В параграфе 3.1. обсуждаются возможные постановки обратных задач пороупругости с неизвестным источником возбуждения.

Рассмотрим относительно функций $u(x,y,t), v(x,y,t)$ в полупространстве $G=\mathbb{R}_{+}^{2}\times\mathbb{R}, \mathbb{R}_{+}^{2}=\left\{\left(x,y\right)\in\mathbb{R}^{2}\,|\,y>0\right\}$ систему дифференциальных уравнений

$$\rho_s u_{tt}=\left(\mu u_x\right)_x+\left(\mu u_y\right)_y-b\rho_l\left(u_t-v_t\right),\,(x,y,t)\in G, \tag{19}$$

$$\rho_l v_t=b\rho_l\left(u-v\right),\ (x,y,t)\in G, \tag{20}$$

в которой коэффициенты $\mu=\mu(y), \rho_s=\rho_s(y)$ являются положительными функциями класса $C^2\left(\mathbb{R}_+\right)$, а коэффициенты $b=\chi\rho_l, \chi=\chi(y), \rho_l=\rho_l(y)$ являются положительными функциями класса $C^1\left(\mathbb{R}_+\right)$.

Пусть функции $u(x,y,t), v(x,y,t)$, кроме (19), (20), удовлетворяют следующим начальным и граничным условиям:

$$u\,|_{t<0}\equiv 0,\ \ \mu u_y\Big|_{y=0}=f(t)\delta(x),\ \left(f(t)\equiv 0, t<0\right), \tag{21}$$

$$v\,|_{t<0}\equiv 0. \tag{22}$$

При заданных функциях $b(y),\mu(y),\rho_s(y),f(t)$ задача (19)-(22) корректна и определяет функции $u(x,y,t), v(x,y,t)$, обладающие компактными носителями при любом конечном t.

В приложениях, например, в геофизике, представляет интерес задача об определении структуры среды (в данном случае функций $b(y),\mu(y),\rho_s(y)$) по измеренным на границе области смещениями точек среды:

$$u\Big|_{y=0}=F(x,t),\ \ (x,t)\in\mathbb{R}_{+}^{2}. \tag{23}$$

Эта задача, называется обратной динамической задачей для уравнений SH волн в насыщенных жидкостью пористых средах.

Исследуем следующие обратные задачи:

Задача 1. Требуется по информации (23) восстановить $\mu(y)$ и $f(t)$ из (19)-(22) (при этом считаются известными остальные функции $\rho_s(y),b(y)$).

Задача 2. Требуется по информации (23) восстановить $\chi(y)$ и $f(t)$ из (19)-(22) (при этом считаются известными остальные функции $\rho_s(y),\rho_l(y),\ \mu(y)$).

Задача 3. Требуется по информации (23) восстановить $\rho_s(y)$ и $f(t)$ из (19)-(22) (при этом считаются известными остальные функции $b(y),\mu(y)$).

Задача 4. Требуется по информации (23) восстановить $\rho_l(y)$ и $f(t)$ из (19)-(22) (при этом считаются известными остальные функции $\rho_s(y),\mu(y),\chi(y)$).

Имеющей в рассматриваемых обратных задачах переопределенность (неизвестны две функции одной переменной, в то время как заданная информация представляет собой функцию двух переменных) позволяет надеяться на положительное решение этих задач. Конечно, заранее ясно, что без некоторых достаточно естественных априорных предположений о структуре функции $f(t)$ и здесь не обойтись. Действительно, если $f(t) \equiv 0$, то $F(x,t) \equiv 0$, и найти коэффициенты, входящие в динамические уравнения пороупругости невозможно. Обычно в качестве $f(t)$ выбирается дельта-функция Дирака $\delta(t)$, либо регулярная функция, имеющая конечный разрыв при $t = 0$.

Пусть функция $f(t)$ имеет следующую структуру:

$$f(t) = a\delta(t) + \hat{f}(t)\theta(t),\ a \neq 0, \tag{24}$$

где $\theta(t)$ – функция Хевисайда: $\theta\big(t\big) = 1$ при $t \geq 0$ и $\theta(t) = 0$ при $t < 0$; $\hat{f}(t) \in C^1[0,T],\ T > 0$. Предположим также, что функции $b(y), \mu(y), \rho_s(y)$ известны в достаточно тонком слое $y \in [0, y_0], y_0 > 0,$ прилегающем к границе полупространства R_+^2.

При сделанных выше предположениях доказывается, что задание функции $F(x,t)$ на множестве $\big(x,t\big) \in \mathbb{R} \times [0,T],\ T > 0$ позволяет однозначно найти решения обратных задач **1–4** на некотором конечном интервале $\big[y_0, y_1\big]$. Строятся также оценки устойчивости решений этих задач.

Преобразуем задачу (19)-(22), для чего введем вместо y координату z соотношением:

$$z = \int_0^y \frac{d\xi}{c_s(\xi)}$$

где $c_s(y) = \sqrt{\mu(y)/\rho_s(y)}$ – скорость распространения поперечных сейсмических волн в пористой среде.

После перехода к координате z, скорость распространения сейсмических волн в пористой среде становится равной единице. Применим к полученной системе преобразование Фурье по переменной x, тогда задача (19)-(22) преобразуется к виду

$$\tilde{u}_{tt} = \tilde{u}_{zz} + \frac{\sigma'}{\sigma}\tilde{u}_z - \frac{b(z)\rho_l(z)}{\rho_s(z)}\tilde{u}_t + \left[\frac{b^2(z)\rho_l(z)}{\rho_s(z)} - \xi^2 c_s^2(z)\right]\tilde{u} + \breve{f}(\xi,z,t). \tag{25}$$

$$\tilde{u}\,\big|_{t<0} \equiv 0,\ \tilde{u}_z\big|_{z=0} = f(t), \tag{26}$$

$$\tilde{u}\big|_{z=0} = \tilde{F}(\xi,t),\ (\xi,t) \in \mathbb{R}_+^2, \tag{27}$$

где $\sigma = \sqrt{\mu\rho_s}$, $f(t) \overset{def}{=} f(t)/\sigma(0)$,

$$\breve{f}(\xi,z,t) = -\frac{b^3(z)\rho_l(z)}{\rho_s(z)}\int_0^t \tilde{u}(\xi,z,\tau)e^{-b(z)(t-\tau)}d\tau.$$

После решения начально-краевой задачи (25)-(27) функция $\tilde{v}(x,y,t)$ в частотной области находиться по формуле

$$\tilde{v}(\xi,z,t) = b(z)\int_0^t \tilde{u}(\xi,z,\tau)e^{-b(z)(t-\tau)}d\tau.$$

В параграфе 3.2. получена оценка устойчивости решения двумерной прямой динамической задачи пороупругости.

Лемма 5. Пусть функция $f(t)$ имеет структуру (24) и $\hat{f}(t)\in C^1\left[0,T\right]$ при некотором $T>0,\sigma(z)\in C^1\left[0,T/2\right]$. Тогда при каждом фиксированном значении параметра ξ решение задачи (25)-(26) тождественно равно нулю при $t<z,$ а для $(x,t)\in D(T),\, D(T)=\left\{(z,t)\,|\,0\le z\le t\le T-z\right\}$ принадлежит функциональному классу $C^2\left(D(T)\right)$ и для решения справедлива оценка

$$\left\|\tilde{u}\right\|_{C^2(D(T))}\le C\left(\left|a\right|+\left\|\hat{f}\right\|_{C^1[0,T]}\right),\tag{28}$$

в которой постоянная C зависит только от $T,\xi,\left\|\sigma\right\|_{C^2[0,T/2]},\left\|\rho_s\right\|_{C^2[0,T/2]},\left\|\rho_l\right\|_{C^1[0,T/2]}$ и $\left\|\chi\right\|_{C^1[0,T/2]}$. Кроме того,

$$w(\xi_1,\xi_2,z,t)=\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\tilde{u}(\xi_1,z,t)-\tilde{u}(\xi_2,z,t)\right)$$

при любых фиксированных ξ_1,ξ_2 является функцией класса $C^2\left(D(T)\right)$.

Следствие 2. При выполнении условий леммы функция $\tilde{F}(\xi,t)$, входящая в равенство (23) при каждом фиксированном ξ принадлежит классу $C^2\left[0,T\right]$, а функция $\tilde{F}(t)\equiv\tilde{F}(\xi_1,t)-\tilde{F}(\xi_2,t)$ принадлежит классу $C^3\left[0,T\right]$. Кроме того, имеют место равенства

$$\tilde{F}(\xi,0)\equiv F_0=-a,\quad \tilde{F}_t(\xi,t)\equiv F_1=-\hat{f}(0),$$

$$\tilde{F}_{tt}(\xi,0)\equiv F_2(\xi)=-\hat{f}(0)-\frac{a}{4}c_s^2(0)\xi^2,\tag{29}$$

в которых F_0 и F_1 не зависят от ξ.

Для разрешимости обратных задач в рассматриваемом классе, функция $\tilde{F}(\xi,t)$ должна удовлетворять определенным условиям гладкости и дополнительным условиям (29). Кроме того, несколько сузим данные задачи, полагая, что функция $\tilde{F}(\xi,t)$ известна только для двух значений ξ_1,ξ_2 таких, что $\xi_1^2\ne\xi_2^2$. Оказывается, уже это сужение данных позволяет однозначно определить функции $b(z),\,\mu(z),\rho_s(z)$ и $f(t)$ в задачах **1-4**.

В параграфе 3.3. доказана теорема единственности.

Обозначим через $\Lambda(a_0,f_0,\mu_0,\chi_0,\rho_{0l},\rho_{0s})$ множество функций $\left\{\mu(z),\chi(z),\rho_l(z),\rho_s(z)\right\}$, удовлетворяющих при некотором $T>0$ следующие условия:

1) функция $f(t)$ представима в виде (24) и для нее выполнены неравенства

$$\left|a\right|\ge a_0>0,\ \left\|\hat{f}\right\|_{C^1[0,T]}\le f_0,\tag{30}$$

2) функции $(\mu(z),\rho_s(z))\in C^2[0,T/2],(\chi(z),\rho_l(z))\in C^1[0,T/2]$ и для них выполнены неравенства

$$0<\mu_0\le\mu(z),\quad \|\mu(z)\|_{C^2[0,T/2]}\le\mu_{00}<\infty, \tag{31}$$

$$0<\rho_{0s}\le\rho_s(z),\quad \|\rho_s(z)\|_{C^2[0,T/2]}\le\rho_{00s}<\infty, \tag{32}$$

$$0<\chi_0\le\chi(z),\quad \|\chi(z)\|_{C^2[0,T/2]}\le\chi_{00}<\infty, \tag{33}$$

$$0<\rho_{0l}\le\rho_l(z),\quad \|\rho_l(z)\|_{C^2[0,T/2]}\le\rho_{00l}<\infty. \tag{34}$$

Справедлива следующая теорема единственности.

Теорема 4. Пусть для некоторого $T>2z_0$ функции $f^{(k)}(t),\sigma^{(k)}(z),\ k=1,2$ принадлежат множеству $\Lambda(a_0,f_0,\mu_0,\chi_0,\rho_{0l},\rho_{0s})$ и функции $\tilde{F}^{(k)}(\xi_j,t),\ j=1,2$ при $z=0$ являются следами решений задач (25), (26) при $f(t)=f^{(k)}(t)$ и $\sigma(z)=\sigma^{(k)}(z),k=1,2$. Тогда, если $\tilde{F}^{(1)}(\xi_j,t)=\tilde{F}^{(2)}(\xi_j,t)$ для $t\le T,\ j=1,2$ и $\sigma^{(1)}(z)=\sigma^{(2)}(z)$ для $z\in[0,z_0]$, то $f^{(1)}(t)=f^{(2)}(t)$ для $t\le T$ и $\sigma^{(1)}(z)=\sigma^{(2)}(z)$ для $z\in[z_0,T/2]$.

Эта теорема является следствием следующей теоремы 5., характеризующей устойчивость обратной задачи.

В параграфе 3.4. получены оценки устойчивости, рассмотренных обратных динамических задач пороупругости с неизвестным источником возбуждения.

Имеет место оценка устойчивости, совмещенной одномерной обратной динамической задачи пороупругости.

Теорема 5. Пусть для $T>2z_0>0$ функции $f^{(k)}(t)$, $\sigma^{(k)}(z)$, $\tilde{F}^{(k)}(\xi_j,t)$, $j=1,2,k=1,2$ удовлетворяют условиям теоремы 4. Пусть число $a^{(k)}$ соответствует коэффициенту при дельта-функции в представлении $f^{(k)}(t)$ в виде (24), $\hat{F}^{(k)}(t)\equiv\tilde{F}^{(k)}(\xi_1,t)-\tilde{F}^{(k)}(\xi_2,t)$.

Тогда найдется положительная постоянная C, зависящая от $a_0,f_0,\mu_0,\chi_0,\rho_{0l},\rho_{0s},z_0,T,\xi_1,\xi_2$, такая, что имеет место неравенство

$$\left\|\sigma^{(1)}-\sigma^{(2)}\right\|_{C^2[z_0,T/2]}+\left|a^{(1)}-a^{(2)}\right|+\left\|\hat{f}^{(1)}-\hat{f}^{(2)}\right\|_{C^1[0,T]}\le C\varepsilon, \tag{35}$$

в котором

$$\varepsilon=\left\|\sigma^{(1)}-\sigma^{(2)}\right\|_{C^1[0,z_0]}+\sum_{j=1}^{2}\left\|\tilde{F}^{(1)}(\xi_j,t)-\tilde{F}^{(2)}(\xi_j,t)\right\|_{C^2[0,T]}+\left\|\tilde{F}^{(1)}-\tilde{F}^{(2)}\right\|_{C^3[0,T]}.$$

Замечание. Соответствующие теоремы имеют место для обратных задач **2, 3, 4.**

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Научная новизна исследования заключается в следующем:

1. Получена система дифференциальных уравнений, описывающая распространения нелинейных волн в насыщенных жидкостью пористых средах как в бездиссипативном, так и в диссипативном приближении.

2. Получена система линейных динамических уравнений, описывающая распространения линейных SH волн насыщенной жидкостью в пористой среде.

3. Построены регуляризирующие алгоритмы одномерных обратных динамических задач пороупругости и получены оценки устойчивости.

4. Доказаны теоремы непрерывной зависимости решений обратных динамических задач от входных данных.

5. Исследована корректность первой задачи Дарбу для динамических уравнений пороупругости в диссипативном случае. Показана разрешимость рассмотренной прямой задачи пороупругости.

6. Получена оценка устойчивости решения двумерной прямой динамической задачи пороупругости.

7. Доказаны теоремы о единственности и оценки устойчивости одномерных обратных динамических задач пороупругости для поперечных волн с неизвестной формой импульсного точечного источника.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREE PhD.28.12.2017.FM.55.01 URGENCH STATE UNIVERSITY AND KARAKALPAK STATE UNIVERSITY

KARSHI STATE UNIVERSITY

YANGIBOEV ZOYIR SHOBERIDIEVICH

ONE-DIMENSIONAL INVERSE DYNAMIC PROBLEMS FOR THE SH-WAVE EQUATION IN POROUS MEDIA WITH AN UNKNOWN SOURCE

01.01.02- Differential equations and mathematical physics

ABSTRACT DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD)
ON PHYSICS AND MATHEMATICAL SCIENCES

Urganch – 2018

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number № B2017.4.PhD/FM153

Dissertation has been prepared at Karshi State University.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (www.ik-mat.urdu.uz) and the «Ziyonet» information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:	**Imomnazarov Kholmattzon Khudaynazarovich ,** Doctor of physical and mathematical sciences, (Russian Federation, Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics).
Official opponents:	**Yaxshimuratov Alisher Bekchanovich,** Doctor of physical and mathematical sciences, **Begmatov Akram Xasanovich,** Doctor of physical and mathematical sciences, dotsent.
Leading organization:	**National University of Uzbekistan**

Defense will take place “18”January 2018 at 14 ^{00} at the meeting of Scientific Council number PhD.28.12.2017.FM.55.01 at Urgench State University. (Address: 14 Kh. Olimjan str., Urgench city, 220100, Uzbekistan, Ph.: (99862)224-66-11, fax: (99862)224-67-00, e-mail: ik-mat.urdu@umail.uz

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at Urgench state University (is registered № Д-228) (Address: 14 Kh. Olimjan str., Urgench city, 220100, Uzbekistan, Ph.: (99862)224-66-11, fax: (99862)224-67-00), e-mail: ursubox@gmail.com).

Abstract of dissertation sent out on «____» _______________2018 year
(Mailing report № ___________on «____» _______________2018 year)

B.I.Abdullayev,
Chairman of scientific council on award of
scientific degree, D.F.M.S.

A.A.Atamuratov,
Scientific secretary of scientific council on
award of scientific degree, C.F.M.S.

A.B.Yakhshimuratov,
Chairman of scientific Seminar under
Scientific Council on award of scientific
degree, D.F.M.S.

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the research work the purpose of this dissertation is to study one-dimensional direct and inverse dynamic processes of propagation of seismic SH waves, within the framework of which theorems are proved for the existence of corresponding direct and inverse dynamic problems of poroelasticity, stability estimates for them, and also regularization algorithms for the one-dimensional inverse dynamical problems under consideration poroelasticity.

The object of the research work the object of the study is a porous medium saturated with liquid with a complex rheology.

Scientific novelty of the research work consists on the following:

regularization algorithms for one-dimensional inverse dynamic problems of poroelasticity are constructed and stability estimates are obtained;

theorems on the continuous dependence of solutions of inverse dynamic problems on input data are proved;

the correctness of the first Darboux problem for the dynamic equations of poroelasticity in the dissipative case was proved and the theorem on solvability of the problem was proved;

solved one-dimensional inverse dynamic problems of poroelasticity for transverse waves with an unknown form of a pulsed point source acting on the border of a half-space;

an estimate of the stability of the solution of the two-dimensional direct dynamic poroelasticity problem for transverse waves with an unknown form of a pulsed point source is obtained;

an estimate of the stability of the solution of a two-dimensional inverse dynamic poroelasticity problem is obtained and a uniqueness theorem is proved.

Implementation of the research results. The results obtained during the dissertation research are practiced in the following areas:

The results of the dissertation work on the regularized solution of inverse dynamic problems of poroelasticity were used in the project 1.3.1.3. –« Methods of creation, research and identification of mathematical models of the Earth" (2014-2016) to solve the problem of geophysics of oil and gas fields (certificate dated April 12 2018, № 15301 / 12-01-62 of the Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences). In particular, using the proposed mathematical model, the solvability of direct and inverse dynamic problems of poroelasticity was investigated, and regularizing algorithms were constructed.

The obtained results of the thesis work on the combined one-dimensional dynamic inverse problems of poroelasticity were used in the work carried out in the framework of the research project A-13-38-“Theoretical and numerical research of direct and inverse problems for nonlinear wave dynamics of two-phase media” 2015-2017. (Reference number 89-03-3799 of the Ministry of Higher and Secondary Special Education of the Republic of Uzbekistan dated November 07, 2018). Applying the results of the thesis made it possible to find approximate solutions of the direct and inverse dynamic poroelasticity problem and estimate the stability of the solution.

The structure and volume of the thesis. The dissertation work consists of: introduction, three chapters, conclusion and bibliography. The volume of the dissertation is 113 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (I часть; I part)

1. Имомназаров Х.Х., Янгибоев З.Ш. О задачах определения структуры слоистой пористой среды и формы импульсного источника. // Узбекский Математический Журнал. 2012. №3 сс. 136-151. (01.00.00, №6)
2. Янгибоев З.Ш. Об устойчивости одной обратной динамической задачи для уравнения SH волн в пористом полупространстве. //УзМУ хабарлари» 2012 г. №4. сс. 65-72. (01.00.00, №8)
3. Kh. Imomnazarov, Sh. Imomnazarov, T. Rakhmonov, Z. Yangiboev. Regularization an inverse dynamic problem for the equation of SH - waves in a porous medium // Bulletin of the Novosibirsk computing center. Series: Mathematical modeling in geophysics. Issue: 16 (2013). 19-34 pp. (01.00.00, №1)
4. Yangiboev Z. SH. The first Darboux problem for second order hyperbolic equations with memory. // Bulletin of the Novosibirsk computing center. Series: Mathematical modeling in geophysics. Issue: 18 (2015). 49-53 pp. (01.00.00, №1)
5. Янгибоев З.Ш., Аликулов Э. О. О первой задаче Дарбу для нелинейного гиперболического уравнения второго порядка с памятью. // Узбекский Математический Журнал. 2016. №3 сс. 159-170. (01.00.00, №6)

II бўлим (II часть; II part)

6. Имомназаров Х. Х., Имомназаров Ш. Х., Рахмонов Т. Т., Янгибоев З. Ш. Регуляризация в обратных динамических задачах для уравнения SH волн в пористой среде // Владикавказский математический журнал, 2013, т.15. №2. с. 46-58.
7. Имомназаров Х. Х., Янгибоев З. Прямые и обратные динамические задачи теории пористоупругости // КарМИИ. «Халк хужалик тармокларида жараёнларни моделлаштириш ва бошкариш муаммолари» республика илмий-амалий конференцияси. Карши 2011й, 152-154 б.
8. Имомназаров Х.Х., Янгибоев З.Ш. Об одном способе регуляризации одномерной обратной динамической задачи теории пористоупругости. // КаршиДУ «Математиканинг долзарб муаммолари» республика илмий конференцияси. Карши. 2011 й, 145-151 б.
9. Имомназаров Х.Х., Янгибоев З.Ш. Регуляризация в обратной динамической задачи для уравнения SH волн в пористой среде // «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач» III международная молодежная научная школа-конференция. 10-15 октября, Новосибирск, Академгородок, 2011, с. 23-24.
10. Имомназаров Х.Х., Янгибоев З.Ш. Об одном способе регуляризации одномерных обратных динамических задачах для уравнений пористых сред // «Обратные и некорректные задачи математической физики»,

Международная конференция, посвященная 80-летию со дня рождения академика М.М.Лаврентьева. Новосибирск, Россия, 5-12 августа 2012 г, с 270-271.

11. Имомназаров Х.Х., Янгибоев З.Ш. Об одном способе регуляризирующего алгоритма для одномерных обратных динамических задач пороупругости // «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач», IV международная молодежная научная школа-конференция. Новосибирск, Россия, 5-15 августа 2012 г, с 62-63.
12. Имомназаров Х.Х., Янгибоев З.Ш. Об одном способе регуляризации в обратной динамической задачи для уравнений SH волн в пористой среде // Нальчик 2012 г. 28 май-01 июнь. Второй Между. Российско-Узбекский симпозиум «Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики» и X Школу молодых ученых «Нелокальные краевые задачи и проблемы современного анализа и информатики» с.124-125.
13. Имомназаров Х.Х., Янгибоев З.Ш. О задачах определения структуры слоистой пористой среды и формы импульсного источника // Труды респуб. конферен. Современные проблемы комплексного и функционального анализа, Нукус, 11-12 мая, 2012, 92-94.
14. Янгибоев З.Ш. Об единственности и устойчивости одной обратной задачи для уравнения SH волн в пространстве // Ёш математикларнинг янги теоремалари-2013. Республика илмий амалий конференцияси. 2013 йил 14-15 апрел. Наманган шахри. 151-154 б.
15. Янгибоев З.Ш. Об устойчивости одной обратной динамической задачи для уравнения SH волн в пористом полупространстве // КарДУ хабарлари. 1 сон 2013 й. 11-16 бет.
16. Янгибоев З.Ш. О первой задаче Дарбу для гиперболического уравнения второго порядка с памятью. // Международная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий – Аль-Харезми 2014. Самарканд. 15-17 сентябрь, 2014 й. 252-255 б.
17. Янгибоев З.Ш., Рустамова М. О первой задаче Дарбу для нелинейного гиперболического уравнения второго порядка с памятью. // КаршиДУ «Анализнинг долзарб муаммолари» республика илмий конференцияси. Карши. 2016 йил 22-23 апрель. 201-202 б.
18. Имомназаров Х.Х., Янгибоев З.Ш. Задача Дирихле для одномерного гиперболического типа // Труды Международной конференции "Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий – Аль-Хоразми-2016", 9–10 нояб. 2016 г. Т. 2. С. 353–355.
19. Янгибоев З.Ш. О первой задаче Дарбу для гиперболического уравнения второго порядка с памятью. // КарДУ хабарлари журнали. 2017. №3. 12-17 бетлар.

Авторефератнинг ўзбек, рус ва инглиз тилларидаги нусхалари
«ЎзМУ хабарлари журнали» таҳририятида таҳрирдан ўтказилди.
(6.12.2018 йил).

Босишга рухсат этилди: 25.12.2018.
Офсет қоғози. Қоғоз бичими 60х84 $^{1}/_{16}$.
«Times New Roman» гарнитурада рақамли
босма усулида босилди. Адади 100. Буюртма № 95.
Шартли босма табағи 2.
УрДУ босмахонасида чоп қилинди.
Манзил: 220110. Урганч шаҳри,
Ҳ. Олимжон кўчаси, 14-уй.
Телефон: (0-362)-224-66-01.

50,3,4,49,48,5,6,47,46,7,8,45,44,9,10,43,42,11,12,41,40,13,14,39,38,15,16,37,36,17,18,35,34,19,20,33,32,21,22,31,30,23,24,29,28,25,26,27