

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ**  
**ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**

**МИРЗО УЛУҒБЕК НОМИДАГИ**  
**ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ**

*Қўл ёзма ҳуқуқида*

*УДК 531.01:629.78*

**Хусаинов Сапарбой Бахрамбой ўғли**  
**“Марказий гравитацион майдонларда максимал тортиш қисмини**  
**қўллаш”**

**5A140301- Назарий механика**

**Магистрлик**

**академик даражасини олиш учун ёзилган**

**ДИССЕРТАЦИЯ**

**Илмий раҳбар:**  
**ф.-м.ф.д., проф. Коршунова Н.А.**

**Тошкент-2018**

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ**  
**ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**  
**МИРЗО УЛУҒБЕК НОМИДАГИ ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ**  
**УНИВЕРСИТЕТИ**

**Факультет:** Математика

**Магистратура талабаси:** Хусаинов  
С.Б

**Кафедра:** Механиканинг назарий  
асослари

**Илмий раҳбар:** проф. Коршунова  
Н.А.

**Ўқув йили:** 2016-2018

**Мутахассислиги:** 5A140301-  
Назарий механика

**“Марказий гравитацион майдонларда максимал тортиш қисмини  
қўллаш” мавзусидаги магистрлик диссертацияси аннотацияси**

Гравитацион майдонларда массаси ўзгарувчи нуқтанинг (КА масса маркази) ҳаракатини оптималлаштириш муаммоси мавжуд. Ушбу масаланинг нисбатан қийин ва нисбатан муҳим қисми бу (МТ) максимал тортиш қисмлар учун аналитик ечимларни аниқлаш ҳисобланади.

Ушбу ишда МТ қисмлари учун хусусий ечимлар аниқланган.

Бу ечимларга текисликда ётувчи, тортиш кучи йўналишига боғлиқ ҳолда маҳаллий айланма тезликдан катта ёки кичик тезликда тортишиш марказидан ўтувчи айлана ёйи бўйлаб ҳаракат мос тушади.

Тортиш кучи йўналишини ўзгариши конуни топилган. Бошланғич вақтда ҳаракат йўналишига уринма бўйлаб йўналган тортиш вектори, тезликнинг камайиши ёки ортишига қараб траекториянинг ички ёки ташқи томонига бурилади.

Натижалар марказий Ньютон майдони ҳолида қатор масалаларни ечишда фойдаланилади: компланар орбиталар орасида ўтиш масаласида, айланма орбитадан оптимал кетиш масаласида, айланма орбитада икки нуқтанинг юмшоқ туташуви масаласида, айланма орбитада кутиш эллипсидан фойдаланилганда икки нуқтанинг юмшоқ туташуви масаласида, айланма компланар орбиталарда ҳаракатланувчи икки нуқтанинг юмшоқ туташуви масаласи.

Бошланғич бурчак билан актив қисмнинг вақт узоқлиги, актив қисмнинг бурчак узоқлиги, оралиқ эллиптик орбитанинг параметри, тўлиқ манёвр вақти каби катталикларни аналитик ва график муносабатлари олинган.

Илмий раҳбар:

Коршунова Н.А.

Магистратура талабаси:

Хусаинов С.Б.

**REPUBLIC OF UZBEKISTAN**  
**MINISTRY OF HIGHER AND SECONDARY SPECIAL EDUCATION**  
**NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN**  
**NAMED AFTER MIRZO ULUGBEK**

|                                                         |                                                    |
|---------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| <b>Faculty:</b> Mechanics – mathematics                 | <b>Master:</b> Khusainov S.B                       |
| <b>Department:</b> Theoretical foundations of mechanics | <b>Supervisor:</b> Korshunova N.A                  |
| <b>Academic year:</b> 2016-2018                         | <b>Speciality:</b> 5A140301- Theoretical Mechanics |

**“The application of maximum thrust arcs in cases of central gravitational fields”**

**Annotation of the magistrian dissertation**

There is the problem of optimizing the motion of a point of variable mass (the center of mass of a spacecraft) in gravitational fields. The most important, but also the most difficult part of the problem is the definition of analytical solutions for maximum traction (MT) sections. For differential equations of the variational problem, describing the MT regions and having the fourteenth order, only five general integrals are known in the case of central fields. Therefore, it is of interest to determine the particular integrals and particular analytic solutions for active regions.

The law of the change in the thrust direction is found. The thrust vector, being tangent in the direction of motion at the initial moment of time, rotates inward or outward of the trajectory, depending on the decrease or increase in speed, respectively.

The results are used to solve a number of problems in the case of a central Newtonian field: the problem of the transition between circular coplanar orbits; the problem of optimal care from a circular orbit; the problem of a soft meeting with a minimum of mass consumption of two points moving one by one and along different circular coplanar orbits. Various variants of solving the problem of meeting are considered.

Analytical and graphical dependences are obtained on the initial angle of mismatch of such quantities as the duration of the active sections, their angular extent, the parameters of the intermediate elliptical orbit, and the time of the entire maneuver.

Supervisor:

Korshunova N.A

Graduate student:

Khusainov S.B

## МУНДАРИЖА

|                                                                                                                       |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>КИРИШ.....</b>                                                                                                     | <b>5</b>  |
| <b>I БОБ. МАРКАЗИЙ НЬЮТОН МАЙДОНИДА МАКСИМАЛ<br/>ТОРТИШ ҚИСМЛАРИ УЧУН АНАЛИТИК ЕЧИМЛАР .....</b>                      | <b>15</b> |
| 1.1. Гравитацион майдонда нуқта ҳаракатини оптималлаштириш<br>масаласи.....                                           | 15        |
| 1.2. Қўшимча чекловлар мавжуд бўлганда вариацион масалани<br>қўйилиши.....                                            | 19        |
| 1.3. Хусусий ечимларни аниқлаш.....                                                                                   | 26        |
| I боб бўйича хулоса.....                                                                                              | 31        |
| <b>II БОБ. МАРКАЗИЙ НЬЮТОН МАЙДОНИДА УЧИБ ЎТИШ<br/>МАСАЛАСИНИ ЕЧИШДА МАКСИМАЛ ТОРТИШ ҚИСМИНИ<br/>ҚЎЛЛАШ.....</b>      | <b>32</b> |
| 2.1. Айланма компланар орбиталар орасида ўтиш масаласи.....                                                           | 32        |
| 2.2. Айланма орбитадан оптимал кетиш масаласи.....                                                                    | 37        |
| II боб бўйича хулоса.....                                                                                             | 43        |
| <b>III БОБ. МАРКАЗИЙ НЬЮТОН МАЙДОНИДА ЮМШОҚ ТУТАШУВ<br/>МАСАЛАСИНИ ЕЧИШДА МАКСИМАЛ ТОРТИШ ҚИСМИНИ<br/>ҚЎЛЛАШ.....</b> | <b>44</b> |
| 3.1. Айланма орбитада икки нуқтанинг юмшоқ туташуви масаласи.....                                                     | 44        |
| 3.2. Айланма орбитада кутиш эллипсидан фойдаланилганда икки<br>нуқтанинг юмшоқ туташуви масаласи.....                 | 51        |
| 3.3. Айланма компланар орбиталарда ҳаракатланувчи икки нуқтанинг<br>юмшоқ туташуви масаласи.....                      | 58        |
| III боб бўйича хулоса.....                                                                                            | 63        |
| <b>ХУЛОСА.....</b>                                                                                                    | <b>64</b> |
| <b>ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР.....</b>                                                                                  | <b>66</b> |

## КИРИШ

"Кадрлар тайёрлаш миллий дастури"да шахс миллий моделимизнинг асосий ташкил этувчиси сифатида белгиланган бўлиб, унга нисбатан қўйиладиган талабларнинг амалга оширилиши таълим ислохотларининг пировард натижасини белгилаб беради.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг "Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисидаги қарори олий таълим тизимини тубдан такомиллаштириш, мамлакатимизни ижтимоий-иқтисодий ривожлантириш борасидаги устувор вазифаларга мос ҳолда, кадрлар тайёрлашнинг маъно-мазмунини тубдан қайта қўриб чиқиш, халқаро стандартлар даражасида олий малакали мутахассислар тайёрлаш учун зарур шароитлар яратиш мақсадида қабул қилинган.

Қабул қилинган қарорга кўра, қуйидагилар олий таълим тизимини келгусида комплекс ривожлантиришнинг энг муҳим вазифалари этиб белгиланди:

ҳар бир олий таълим муассасаси томонидан хориждаги етакчи турдош илмий-таълим муассасалари билан истиқболли ҳамкорлик алоқаларини яқиндан йўлга қўйиш, ўқув жараёнига халқаро таълим стандартларига асосланган энг замонавий педагогик технологиялар, таълим дастурлари ва ўқув-методик материалларни кенг жорий этиш, илмий-педагогик фаолиятга юқори малакали чет эл ўқитувчилари ва олимларини жалб этиш;

олий маълумотли кадрларни тайёрлашнинг мақсадли мезонларини шакллантириш, олий таълим муассасаларидаги ихтисослик йўналишлари ва мутахассисликларни ҳудудлар ва соҳалар бўйича жорий этилаётган дастурларнинг талаб ва эҳтиёжлари, иқтисодиёт тармоқлари ва ҳудудларни комплекс тараққий эттириш истиқболларини инобатга олган ҳолда оптималлаштириш;

янги авлод ўқув қўлланмаларини яратиш ва олий таълим тизимига кенг

татбиқ этиш, олий таълим муассасаларини замонавий ўқув-методик ва илмий адабиётлар билан таъминлаш, жумладан, энг янги хорижий адабиётларни сотиб олиш ва таржима қилиш негизида ахборот-ресурс марказлари фондларини мунтазам янгилаб бориш;

педагог кадрларнинг касб малакаси ва маҳоратини сифат жиҳатдан мунтазам ошириб бориш, педагог ва илмий ходимларнинг стажировкадан ўтишини йўлга қўйиш, олий таълим муассасалари битирувчиларини PhD дастури ва хорижий магистратура дастурлари асосида ўқитиш; олий таълим муассасаларининг илмий салоҳиятини мустаҳкамлаш, олий таълим тизимида илмий тадқиқотларни янада ривожлантириш, уларнинг академик илм-фан билан интегратсиясини кучайтириш, профессор-ўқитувчилар таркибининг илмий фаолияти самарадорлигини ошириш, иқтидорли талаба-ёшларни илмий фаолият билан шуғулланишга жалб этиш;

олий таълимнинг маънавий-ахлоқий мазмунини кучайтириш, талаба-ёшларнинг қалби ва онгига миллий истиқлол ғоясини, халқимизнинг юксак маънавияти ва инсонпарварлик анъаналарига садоқат туйғусини чуқур сингдириш, биз учун мутлақо ёт ва бегона бўлган ғояларга нисбатан уларда мустаҳкам иммунитет ва танқидий муносабатни шакллантириш; олий таълим муассасалари моддий-техника базасини уларнинг ўқув ва илмий-лаборатория биноларини, спорт иншоотлари ва ижтимоий-муҳандислик инфратузилмаларини қуриш, капитал таъмирлаш ва реконструкция қилиш орқали янада мустаҳкамлаш, замонавий илм-фан соҳаларининг устувор йўналишлари бўйича ўқув-илмий лабораториялар базасини замонавий асбоб-ускуналар билан таъминлаш;

олий таълим муассасаларини замонавий ахборот-коммуникатсия технологиялари воситалари билан таъминлаш, талабалар, ўқитувчи ва ёш тадқиқотчиларнинг жаҳондаги илғор таълим ресурслари, илмий адабиётлар ва маълумотлар базаси бўйича электрон каталогларга кириш имкониятини кенгайтириш.

Қарорда белгиланган вазифаларнинг самарали ечимини тўлиқ таъминлаш мақсадида олий таълим даражасини сифат жиҳатидан ошириш ва тубдан такомиллаштириш, олий таълим муассасалари моддий-техника базасини мустаҳкамлаш ва модернизатсия қилиш, уларни замонавий ўқув-илмий лабораториялари, ахборот-коммуникатсия технологиялари билан жиҳозлаш мақсадида Олий таълим тизимини 2017-2021-йилларга мўлжалланган комплекс ривожлантириш дастури тасдиқланди.

Қарорга мувофиқ, иқтидорли ёш педагог ва илмий ходимларнинг малакасини ошириш бўйича Ўзбекистон Республикаси Президентининг “Истеъдод” жамғармаси фаолиятини тубдан қайта кўриб чиқиш, хорижий таълим муассасалари ва илмий марказларида илмий-педагог ходимларнинг малака ошириши ва қайта тайёргарликдан ўтишини, олий таълим муассасалари битирувчиларининг PhD дастури ва уларнинг магистратурада ўқишини ташкил этиш бўйича чора-тадбирлар кўзда тутилган.

Таъкидлаш жоизки, олий таълим муассасаларининг илмий салоҳиятини мустаҳкамлаш мақсадида корхоналарнинг буюртмасига асосан амалий ва инноватсион илмий-тадқиқот ва тажриба-конструкторлик фаолиятини амалга оширадиган таълим ва илмий-тадқиқот муассасалари юридик шахслардан олинадиган даромад солиғидан, ягона солиқ тўловидан, мақсадли давлат жамғармаларига мажбурий тўлов ва қўшимча қиймат солиғидан озод қилинди.

Таълим-тарбия жараёнларининг сифати устидан самарали давлат назоратини ўрнатиш мақсадида Вазирлар Маҳкамаси ҳузурида Таълим сифатини назорат қилиш бўйича давлат инспексияси ташкил этилди. Унинг асосий вазифаси – таълим-тарбия жараёни, профессор-ўқитувчилар таркиби, таълим тизимида кадрлар тайёрлаш ва уларнинг малакасини ошириш сифати ҳамда мулкчилик шакли ва идоравий бўйсунитидан қатъи назар, таълим муассасаларини аттестатсия ва давлат аккредитатсиясидан

ўтказиш, таълим-тарбия сифатини назорат қилиш бўйича давлат сиёсатини амалга оширишдан иборат.

Олий таълим тизимини 2017-2021-йилларга мўлжалланган комплекс ривожлантириш дастурини амалга ошириш учун йўналтириладиган молиявий маблағлар 1,7 триллион сўмдан зиёд бўлиб, улардан 1,2 триллион сўми ўқув-лаборатория бинолари, спорт заллари ва талабалар турар-жойларини реконструкция қилиш ва капитал таъмирлашга, 500 миллиард сўмдан ортиқ маблағ эса ўқув-лаборатория ускуналари, мебел ва инвентар билан таъминлаш, умумий тартибда фойдаланишга мўлжалланган, барча таълим муассасаларига хизмат кўрсатадиган лаборатория комплексларини ташкил этиш ҳамда ахборот-коммуникация технологияларини ривожлантиришга сарфланади.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг “Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги қарори узлуксиз таълим тизимини ривожлантириш, мамлакатимизнинг изчил ривожланиб бораётган иқтисодиётини юқори малакали кадрлар билан таъминлаш, барча ҳудудлар ва тармоқларни стратегик жиҳатдан комплекс ривожлантириш масалаларини ҳал қилиш борасида олий таълим тизими иштирокини кенгайтириш йўлидаги яна бир муҳим амалий қадамдир.[1,2].

**Магистрлик диссертацияси мавзусининг асосланиши ва унинг долзарблиги.** Гравитацион майдонда нуқта (космик кема –КА массалар маркази) ҳаракатини оптималлаштириш масаласи мавжуд. Вариацион масала ихтиёрий гравитацион майдонда ҳаракатланаётган нуқта оптимал траекториясини ва бошқарувини (реактив куч қиймати ва йўналишини ) аниқлашни ўз ичига олади.

Бошқарув тизими ишлаши учун аналитик ифодаланган бошланғич таянч траектория зарур. Аналитик ечимнинг яқинлашиш билан боғлиқ эмаслиги, Лагранж кўпайтувчилари бошланғич қийматларини олдиндан аниқлашга имкон бериши, КА ва траектория параметрлари орасида муҳим функционал боғлиқликни ва куч режими ўзгаришида траектория

параметрларининг узлуксизлигини таъминлаш сабабли аналитик ечим сонли ечимга нисбатан устун туради. Умуман, аналитик ечимнинг бу сифатлари КА параметрлари бошқарувини таҳлил қилишга имкон бериб, бошқарув қонунларини тузади. Шунингдек, бошқарув алгоритми аниқлигини сифатли баҳолайди.

Долзарблиги ва кўп сонли изланишарга карамай марказий ва марказий бўлмаган майдонлар таъсиридаги нуқтанинг актив қисмларига тегишли натижалар ҳозирда ҳам аниқланмаган.

Лоуден методи [3] базис-векторни ва режим функциясини киритишга асосланган бўлиб, актив қисмда аналитик ечимни топиш масаласини нол тортиш кучи қисми, оралиқ тортиш кучи қисми ва максимал тортиш кучи қисмларида баъзи ёпиқ ўн тўртинчи тартибли Гамильтон системаларини интеграллаш масаласига олиб келади [4,5].

Ушбу ишда марказий Ньютон майдонида максимал тортиш қисмида нуқтанинг ҳаракатига тегишли вариацион масаланинг дифференциал тенгламасини аналитик ечимини аниқлашда усул таклиф қилинган. Олинган ечимлар парвознинг турли масалаларида қулланилади.

**Тадқиқот объекти ва предмети.** Тадқиқот объекти сифатида марказий Ньютон майдонида МТ ва НТ қисмларида ҳаракатланувчи ўзгарувчи массали нуқта (КА масса маркази) танланган.

Тадқиқот предмети- вариацион масалаларни ечувчи аналитик ечимларни аниқлаш ва реактив кучнинг йўналишини аниқлашдан иборат.

**Тадқиқот мақсади ва вазифалари.** Тадқиқот мақсади марказий Ньютон майдони ҳолида максимал тортиш (МТ) қисмлари учун аналитик ечимларни аниқлаш ва олинган натижаларни осмон баллистикасининг турли масалаларини ечишда қўллаш ҳисобланади.

Мақсадга эришиш учун ишда қуйидаги тадқиқот вазифалари қўйилган:

- Тортиш кучи ва тезликнинг йўналишига қўшимча чекловлар мавжуд бўлгандаги вариацион масалани кўриш.
- МТ қисми айлана ёйи бўлиши мумкинлигини кўрсатиш.

- Реактив кучнинг йўналиши ўзгариши қонунини аниқлаш.
- Топилган аналитик ечимларни қатор масалаларга қўллаш:
  - Айланма компланар орбиталар орасида ўтиш масаласи
  - Айланма орбитадан оптимал кетиш масаласи
  - Айланма орбитада икки нуктанинг юмшок туташуви масаласи
  - Айланма орбитада кутиш эллипсидан фойдаланилганда икки нуктанинг юмшок туташуви масаласи
  - Айланма компланар орбиталарда ҳаракатланувчи икки нуктанинг юмшок туташуви масаласи.
  - Асосий катталикларни сонли ва график боғлиқликларини аниқлаш.

**Тадқиқод услубияти ва услублари.** Тадқиқот осмон механикаси, бошқарилувчи ҳаракат механикаси, вариацион ҳисоб методи ва Лоуден методларига асосланади.

**Диссертация тадқиқотининг илмий янгилиги.** Гравитацион майдонларда массаси ўзгарувчи нуктанинг (КА масса маркази) ҳаракатини оптималлаштириш муаммоси мавжуд. Ушбу масаланинг нисбатан қийин ва нисбатан муҳим қисми бу МТ қисмлар учун аналитик ечимларни аниқлаш ҳисобланади.

МТ қисмини ифодаловчи ва 14-тартибга эга вариацион масаланинг дифференциал тенгламасини, марказий майдон ҳолида фақат бешта умумий интегрални маълум. Шунинг учун хусусий интегрални аниқлаш ва хусусий аналитик ечимни актив қисмлар учун аниқлаш қизиқиш уйғотади.

Ушбу ишда характеристик тезликни минимизациялаш ҳақидаги масаланинг МТ қисмлари учун хусусий ечимлар одатийсидан фарқли метод билан аниқланган.

Бу ечимларга текисликда ётувчи, тортиш кучи йўналишига боғлиқ ҳолда маҳаллий айланма тезликдан катта ёки кичик тезликда тортишиш марказидан ўтувчи айлана ёйи бўйлаб ҳаракат мос тушади.

Шу кўрсатилганки, тезликка ва тортиш йўналишига қўйилган қўшимча чекловлар стационарлик шартига таъсир қилмайди, бироқ тезликни маҳаллий айланма тезликдан оғишини характерловчи ва маълум бир бошланғич шартларда ўринли инвариант муносабатни топиш имконини беради.

Тортиш кучи йўналишини ўзгариши қонуни топилган. Бошланғич вақтда ҳаракат йўналишига уринма бўйлаб йўналган тортиш вектори, тезликнинг камайиши ёки ортишига қараб траекториянинг ички ёки ташқи томонига бурилади.

Нуқта тезлиги катталиги, радиус вектор билан тортиш вектори ташкил қилган бурчак билан боғлиқлиги аниқланган.

Тезликни миқдори, массанинг оний сарфини, нуқтанинг бошланғич массаси нисбатига боғлиқлиги аниқланган.

Натижалар марказий Ньютон майдони ҳолида қатор масалаларни ечишда фойдаланилди:

Айланма компланар орбиталар орасида ўтиш масаласи ечилди. Кейинги ва бошланғич орбиталар радиусларининг нисбатига чекловлар топилди, бунда таклиф қилинган ечимнинг қўлланилиши мумкин.

Айланма орбитадан оптимал кетиш масаласи ечилган. Тортиш вектори, бошланғич пайтда траекторияга уринма бўйлаб йўналган бўлади, кейин қонуният бўйича траекториядан ичкарига йўналади. Нуқтанинг тезлиги маҳаллий айланма тезликдан гипербола перицентридаги тезликкача ўтади. МТ қисмнинг бурчагини узоқлигини аналитик ва график боғлиқлиги ва МТ нинг узунлигини кетиш гиперболаси эксцентриситети билан боғлиқликлари топилган.

Айланма орбитада икки нуқтанинг юмшоқ туташуви масаласи ечилган. Бошланғич бурчак билан актив қисм узунлиги, актив қисм бурчак узоқлиги, тўлиқ манёвр вақти каби катталикларнинг аналитик ва график нисбатлари олинган.

Айланма орбитада кутиш эллипсидан фойдаланилганда икки нуқтанинг юмшоқ туташуви масаласи ечилган. Бошланғич бурчак билан актив қисм узунлиги, актив қисм бурчак узоклиги, тўлиқ манёвр вақти каби катталикларнинг аналитик ва график нисбатлари олинган.

Айланма компланар орбиталарда ҳаракатланувчи икки нуқтанинг юмшоқ туташуви масаласи кўрилган.

Туташув масаласининг турли хил вариантлари кўрилган. Хусусан, туташуш манёври траекторияси, иккита МТ қисмини ўз ичига олади, базис-векторнинг трансверсал ташкил этувчиси бўйлаб тортиш реверси билан бўлинган, НТ қисми оралик эллиптик орбитани ўз ичига олувчи ҳоллари кўрилган.

Бошланғич бурчак билан актив қисмнинг вақт узоклиги, актив қисмнинг бурчак узоклиги, оралик эллиптик орбитанинг параметри, тўлиқ манёвр вақти каби катталикларни аналитик ва график муносабатлари олинган.

**Тадқиқот мавзуси бўйича адабиётлар шарҳи.** Ушбу магистрлик диссертациясини бажариш давомида Лоуден Д.Ф. “Оптимальные траектории для космической навигации”[3]; Azizov A.G., Korshunova N.A. “On an analytical solution of optimum trajectory problem in a gravitational field”[4]; Lurie A.I. “Thrust Programming in a Central Gravitational Field”[8]; Pines S. “Constants of the Motion for Optimum Thrust Trajectories in a Central Force Field”[9]; Melbourne W.G. “Three Dimensional Optimum Thrust Trajectories for Power-Limited Propulsion Systems”[10]; Edelbaum T.N., Pines S. “Fifth and Sixth Integrals for Optimum Rocket Trajectories in a Central Field”[11]; Зиядинова О.Д., Коршунова Н.А. “Аналитические решения для участков максимальной тяги в центральном ньютоновском поле”[16] номли адабиётлар таҳлил қилинди.

## **Тадқиқот натижаларининг назарий ва амалий аҳамияти.**

Олинган натижалар амалий масалаларни ечишда осмон механикаси методларини қўллашни сезиларли даражада оширади.

Ушбу натижаларни амалиётда, осмон баллистикаси аниқ ҳаракатининг тузилишидаги таянч траекторияларни топиш усули сифатида ва бошқарув системасининг оптимал жараёнини ўрганишда ишлатса бўлади.

Бундан ташқари натижалардан осмон механикаси махсус курсларида, бошқарилувчи ҳаракатлар механикасида, шунингдек курс иши, битирув иши ва диссертация ишларида фойдаланса бўлади.

**Иш тузилмасининг тавсифи.** Мазкур магистрлик диссертация иши кириш, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан иборат. Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги, ишнинг мақсади ва вазифалари, тадқиқот объекти ва предмети, тадқиқод услубияти ва услублари, диссертация тадқиқотининг илмий янгилиги, тадқиқод натижаларининг амалий аҳамияти ва татбиқи келтирилган.

1-бобда марказий Ньютон майдонида максимал тортиш қисми учун аналитик ечимлар кўрилган. Гравитацион майдонда нуқта ҳаракатини оптималлаштириш масаласи кўрилган, вариацион масаланинг қўйилиши, оптимал траекториянинг қисмлари келтирилган. Вариацион масаланинг сферик координаталардаги дифференциал тенгламаларини ва гамильтонианини келтириб чиқарилган. МТ қисми учун интеграллар келтирилган. Марказий Ньютон майдонида тортиш кучининг йўналишига ва миқдорига қўшимча чекловлар мавжуд бўлган ҳолидаги вариацион масала кўрилган. Максимал тортиш қисми учун ушбу масалани аналитик ечимини топиш имконини берувчи метод келтирилган. Топилган ечимга айлана ёйида йотувчи, тортиш маркази текислигида маҳаллий айланма тезликдан катта ёки кичик тезликка эга бўлган ҳаракат мос тушади. Реактив куч йўналишини ўзгариши қонуни топилган. Хусусий ечимлар аниқланган.

2-бобда марказий Ньютон майдонида учиб ўтиш масаласини ечишда максимал тортиш қисмини қўллаш кўрилган:

- Айланма компланар орбиталар орасида ўтиш масаласи ечилган. Кейинги ва бошланғич орбиталар радиусларининг нисбатига чекловлар топилган, бунда таклиф қилинган ечимнинг қўлланилиши мумкин.
- Айланма орбитадан оптимал кетиш масаласи ечилган. Тортиш вектори, бошланғич пайтда траекторияга уринма бўйлаб йўналган бўлади, кейин қонуният бўйича траекториядан ичкарига йўналади. Нуқтанинг тезлиги маҳаллий айланма тезликдан гипербола перицентридаги тезликкача ўзгаради. МТ қисмининг бурчагини узоқлигини аналитик ва график боғлиқлиги ва МТ нинг узунлигини кетиш гиперболаси эксцентриситети билан боғлиқликлари топилган.

3-бобда марказий Ньютон майдонида юмшоқ туташув масаласини ечишда максимал тортиш қисмини қўллаш кўрилган:

- Айланма орбитада икки нуқтанинг юмшоқ туташуви масаласи. Бошланғич бурчак билан актив қисм узунлиги, актив қисм бурчак узоқлиги, тўлиқ манёвр вақти каби катталикларнинг аналитик ва график нисбатлари олинган.
- Айланма орбитада кутиш эллипсидан фойдаланилганда икки нуқтанинг юмшоқ туташуви масаласи. Бошланғич бурчак билан актив қисм узунлиги, актив қисм бурчак узоқлиги, тўлиқ манёвр вақти каби катталикларнинг аналитик ва график нисбатлари олинган.
- Айланма компланар орбиталарда ҳаракатланувчи икки нуқтанинг юмшоқ туташуви масаласи ечилган.

Диссертация мавзуси бўйича иккита илмий иш чоп этилган.

## **I БОБ. МАРКАЗИЙ НЬЮТОН МАЙДОНИДА МАКСИМАЛ ТОРТИШ ҚИСМИ УЧУН АНАЛИТИК ЕЧИМЛАР**

Ушбу бобда вариацион масаланинг қўйилиши, оптимал траекториянинг қисмлари келтирилган. Гравитацион майдонда нуқта ҳаракатини оптималлаштириш масаласи қўрилган. Вариацион масаланинг сферик координаталардаги дифференциал тенгламалари ва гамильтониани келтириб чиқарилган. МТ қисми учун интеграллар келтирилган. Марказий Ньютон майдонида тортиш кучининг йўналишига ва миқдорига қўшимча чекловлар мавжуд бўлган ҳолидаги вариацион масала қўрилган. Максимал тортиш қисми учун ушбу масалани аналитик ечимини топиш имконини берувчи метод келтирилган. Топилган ечимга айлана ёйида йотувчи, тортиш маркази текислигида маҳаллий айланма тезликдан катта ёки кичик тезликка эга бўлган ҳаракат мос тушади. Реактив куч йўналишини ўзгариши қонуни топилган. Хусусий ечимлар аниқланган.

### **1.1. Гравитацион майдонда нуқта ҳаракатини оптималлаштириш масаласи**

Гравитацион майдонда массаси ўзгарувчи нуқтанинг (космик кема масса маркази) ҳаракатини оптималлаштириш муаммоси мавжуд. У бошқарилувчи объектнинг траекториясини башорат қилишни, оптималлаштиришни ва ҳисоблашни ўз ичига олади[3].

Лоуденинг вариацион масаласи бошқарувларни аниқлаш (реактив кучнинг миқдори ва йўналиши) ва  $m$  ( $0 \leq m(t) \leq \tilde{m}$ ) чегараланган оний масса йўқотиш билан ҳаракатланаётган нуқтанинг оптимал траекториясидан иборат.  $C$  - ёқилғи сарфининг нисбий тезлигини доимий деб ҳисоблаймиз.

Актив қисмнинг марказий ва номарказий гравитацион майдонда вариацион масаласининг аналитик ечимини топиш муаммоси кўплаб изланишларга ва бу муаммонинг долзарблигига қарамасдан у ҳозирги кунгача ечилмаган ҳисобланади.

МТ қисмида ечимни олишнинг, бартараф қилиб бўлмас даражадаги қийинлиги импульслар назарияси тузилишига олиб келди, яқинлаштирилган ечимни излашга, сонли интеграллашга олиб келди. Импульслар назариясида ракета двигателининг тортиш резерви чексиз деб қаралади, актив қисмлар нуқта деб қаралади.

Амалиётда бундай аппроксимация кўпинча ҳақиқий манёврни акслантирмайди (кўрсатмайди).

ЭХМда сонли интеграллаш осмон баллистикаси ривожланишини 1-босқичида жуда катта рўл ўйнади, унда тезлик аниқликдан муҳимроқ эди.

Яқинлаштирилган методдан импульсли масалани ечишда таянч траектория сифатида фойдаланилади.

Аналитик топилган натижалар сонли тузилган ечимларга нисбатан бир қатор афзалликларга эга. Улар мосликка боғлиқ эмас, параметрлар орасидаги муҳим функционал нисбатларга эга, сонли моделлаштирганда бошланғич шартни олдиндан аниқлаш имконини беради, сонли методлардан фойдаланилганда таянч ечимлар сифатида хизмат қилади.

Базис вектор ва уланиш функцияси киритишга асосланган Лоуден методи [3], аналитик ечим қидириш муаммосини, 14-тартибли ёпиқ Гамильтон системасини ( $m=0$ ) тортиш ноль, ( $0 < m < \tilde{m}$ ) оралик ва максимал (МТ;  $m=\tilde{m}$ ) (МТ) қисмлари бўйича интеграллаш муаммосига ўзгартирди.[4,5]:

$$\begin{aligned}\dot{\vec{v}} &= \frac{cm}{M} \frac{\vec{\lambda}}{\lambda} + \vec{g}(\vec{r}), \quad \dot{\vec{r}} = \vec{v}, \quad \dot{M} = -m, \\ \dot{\vec{\lambda}} &= -\vec{\lambda}_r, \quad \dot{\vec{\lambda}}_r = -\frac{\partial \vec{g}}{\partial \vec{r}} \vec{\lambda}, \quad \dot{\lambda}_M = \frac{cm}{M^2} \lambda\end{aligned}\quad (1.1.1)$$

гамильтониан  $H = \vec{\lambda} \left( \frac{cm}{M} \frac{\vec{\lambda}}{\lambda} + \vec{g} \right) + \vec{\lambda}_r \vec{v} - \lambda_7 m$ , бунда  $\vec{r}, \vec{v}, M(t)$  -радиус-вектор, тезлик ва нуқтанинг массаси;  $\vec{\lambda}, \vec{\lambda}_r, \lambda_7$ —мос равишда (множители, сопряженные)  $\vec{r}, \vec{v}$  ва  $M$ :  $\vec{g}(\vec{r})$ - гравитацион тезланиш;  $\vec{\lambda}$  -базис вектор.

Марказий Ньютон майдони учун  $\vec{g}(\vec{r}) = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r}$ , бунда  $\mu$ -тортиш маркази гравитацион параметри.

Шундай қилиб, вариацион масалани ечишда гамилтон системалари учун такомиллашган, аналитик механика аппаратида фойдаланиш имкони мавжуд бўлар экан.

Биринчи марта дунё амалиётида бундай услуб актив қисмлар учун ҳам марказий Ньютон майдони учун, ҳам марказий бўлмаган (номарказий) майдонлар учун ҳам вариацион масаланинг дифференциал тенгламаларини айрим аналитик ечимларини топиш имконини берди.[6,7,16,17,21,22]

Ҳозирги кунда (1.1.1) дифференциал тенгламалар системасининг, оптимал траекториянинг барча қисмларига тўғри келадиган тўртта умумий интеграл топилган. Улардан бирини биринчи марта Лоуден [3] аниқлаган. Бу интеграл ихтиёрий стационар гравитацион майдонлар учун ўринли.

Сферик симметрик марказий майдонлар учун вектор интегралининг учта ташкил этувчиси ўринли. Бу вектор интеграл Lurie A.I. [8], Pines S. [9], Melbourne W.G. [10] ларнинг ишларида топилган (келтирилган, кўрсатилган). Фақат даврий тортиш майдони учун ўринли бўлган яна икки интеграл Edelbaum T.N. ва Pines S. [11] лар томонидан топилган. Улардан бири характеристик тезликка эга бўлган фақат марказий майдонлар учун ўринли, бошқаси эса, массага эга бўлгани, майдоннинг турига боғлиқ эмас. Бундан ташқари оралиқ тортиш қисми учун, базис-вектор катталигини доимийлигини ифодаловчи ва гравитацион майдон турига боғлиқ бўлмаган инвариант муносабат ўринли. Шундай қилиб, оралиқ тортишиш қисми учун марказий Ньютон майдонининг фазовий ҳолида ҳозирги кунда фақат еттита умумий интеграл мавжуд. Осесимметрик майдонлар ҳолида вектор интегралини фақат битта ташкил этувчиси қолади ва шунинг учун бундай майдонлар учун 14-тартибли гамилтон системаси фақат тўртта умумий интегралга эга бўлади.

Кўрсатилган масалани ечишнинг нисбатан қийин қисми максимал тортиш қисмида вариацион масала тенгламасини интеграллаш ҳисобланади марказий майдон ҳолида максимал тортиш қисми учун фақат бешта умумий интеграл маълум, осесимметрик майдонлар ҳолида эса уч умумий интеграл маълум [4,5].

МТ қисми учун уч жисмнинг чекли массаси ҳолида фақат битта интеграл  $M = M_0 - \tilde{m}t$ , массанинг ўзгариш қонунини ифодаловчи интеграл маълум. Шундан (шунга кўра) ҳозирги кунда бу тенгламаларни МТ қисмларида интеграллаш имкони йўқ, бу қисмларни нукта деб аппроксимация қилишга тўғри келади  $m = \infty$  деб ҳисоблаймиз. Бироқ амалиётда бундай аппроксимация кўпинча ҳақиқий манёврни англабмайди (акслантирмайди, ифодаламайди) бундан ташқари импульслар назариясида массанинг сарфи (характеристик тезлик) бутунлигича тезлик импульси ўзгаришига сарфланади деб ҳисобланади. Бу эса ҳақиқатга тўғри келмайди. Ҳозирги кунгача маълум бўлган интеграллар, вариацион масаланинг умумий ечимини топишга етарли эмас. Шунинг учун хусусий интегралларни ва хусусий ечимларни аниқлаш қизиқиш уйғотади.

Н.А.Коршунова ва А.Г.Азизов ишларида МТ қисмлари учун бир қатор хусусий ечимлар топилган [4,5,19,].

Шулардан бирига марказий чизикли майдонда айлана ёйи бўйлаб МТ билан нуктанинг маҳаллий айланма тезликдан катта ёки кичик тезликда ҳаракатланиши тўғри келади. ( $\vec{g} = k\vec{r}$ ,  $k = -\frac{\mu}{r_0^3} = const$ )[19]

Бу ечимлар марказий Ньютон майдонидаги шундай масалаларда фойдаланилиши мумкинки, унда ҳар бир актив қисм ўзининг етарлича нозик (юпқа) сферик (айланма) қатламидан чиқмайди, тортишнинг радиал ташкил этувчиси у қисмларда кам бўлиши керак бўлади. Қатламлар аро ўтиш, марказий Ньютон майдонининг тортиш ноль (нулевой тяги) қисмларида амалга оширилади.

## 1.2. Қўшимча чекловлар мавжуд бўлганда вариацион масалани қўйилиши

Қуйидагича савол қўрамыз: тортишиш марказидан ўтувчи айлана ёйлари, марказий Ньютон майдонидаги максимал тортиш қисми бўлиши мумкинми [16].

Сферик координата системасини киритамиз  $r, \varphi, \theta$  [5,18]. Унда нуқтанинг ҳаракат тенгламаси ((1.1.1) биринчи гуруҳ тенгламалар) қуйидаги кўринишни олади:

$$\begin{aligned}\dot{v}_1 &= \frac{cm}{M} e_1 - \frac{\mu}{r^2} + \frac{v_2^2}{r} + \frac{v_3^2}{r}; \\ \dot{v}_2 &= \frac{cm}{M} e_2 - \frac{v_1 v_2}{r} + \frac{v_2 v_3}{r} \operatorname{tg} \theta; \\ \dot{v}_3 &= \frac{cm}{M} e_3 - \frac{v_1 v_3}{r} - \frac{v_2^2}{r} \operatorname{tg} \theta; \\ \dot{r} &= v_1; \quad \dot{\varphi} = \frac{v_2}{r \cos \theta}; \quad \dot{\theta} = \frac{v_3}{r}; \quad \dot{M} = -\tilde{m}.\end{aligned}\tag{1.2.1}$$

Бу ерда  $\bar{v}(v_1, v_2, v_3)$  – нуқта тезлиги;  $\bar{g}\left(-\frac{\mu}{r^2}, 0, 0\right)$  – гравитацион тезланиш

$\mu$  – гравитацион параметр;  $\bar{e}(e_1, e_2, e_3)$  – тортиш кучи йўналишининг бирлик вектори;  $m = \tilde{m}$  – массанинг оний сарфи  $M(t)$ ;  $c$  – ёқилғи сарфининг нисбий тезлиги, кимёвий ёқилғили ракета­лар учун  $c$  доимий бўлади.

Нуқтани айланада ушлаб турувчи

$$v_1 = 0, v_2 = 0, v_3 = 0\tag{1.2.2}$$

қўшимча шартлар мавжуд бўлган, ўзгартирилган вариацион масалани қараймиз. Бу ҳолда Гамильтониан қуйидаги кўринишни олади [5]

$$\begin{aligned}H &= \lambda_1 \left( \frac{cm}{M} e_1 - \frac{\mu}{r^2} + \frac{v_2^2}{r} + \frac{v_3^2}{r} \right) + \lambda_2 \left( \frac{cm}{M} e_2 - \frac{v_1 v_2}{r} + \frac{v_2 v_3}{r} \operatorname{tg} \theta \right) + \\ &+ \lambda_3 \left( \frac{cm}{M} e_3 - \frac{v_1 v_3}{r} - \frac{v_2^2}{r} \operatorname{tg} \theta \right) + \lambda_4 v_1 + \lambda_5 \frac{v_2}{r \cos \theta} + \lambda_6 \frac{v_3}{r} - \lambda_7 m - \\ &- \mu_1 (e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 - 1) - \mu_2 v_1 - \mu_3 v_3 - \mu_4 e_3 - \mu_5 (m(\tilde{m} - m) - \alpha^2)\end{aligned}\tag{1.2.3}$$

Бу ерда  $e_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ),  $\alpha - u_s$  нинг бошқарувчи функцияси;  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5$  – боғланишларни ҳисоблаш учун Лагранж кўпайтувчилари.

Эйлер-Лагранж тенгламасини ёзамиз [3]:  $\frac{\partial H}{\partial u_s} = 0$ . Бундан МТ

қисмда  $m = \tilde{m}$ ,  $\alpha = 0$ , унда тенглама  $\frac{\partial H}{\partial \alpha} = 0$ , яъни

$$\mu_5 \alpha = 0, \quad (1.2.4)$$

$\mu_5$  ихтирий эканлигини кўрсатади.

$\frac{\partial H}{\partial e_i} = 0$  ( $i = 1, 2$ ) тенгламадан қуйидагини ҳосил қиламиз

$$\lambda_i \frac{cm}{M} = 2\mu_1 e_i \quad (i = 1, 2) \quad (1.2.5)$$

Шундай қилиб  $\vec{e}(e_1, e_2)$  тортиш кучи  $\vec{\lambda}(\lambda_1, \lambda_2)$  базис векторга параллел

ва  $r, \varphi$  ( $e_3 = 0$ ) текисликда ётади.  $\frac{\partial H}{\partial e_3} = 0$  тенглама қуйидаги кўринишни

олади:

$$\lambda_3 \frac{cm}{M} - 2\mu_1 e_3 - \mu_4 = 0 \quad \text{ёки} \quad \mu_4 = \lambda_3 \frac{cm}{M}, \quad (1.2.6)$$

яъни умумий ҳолда  $\lambda_3$  нолдан фарқли бўлиши мумкин ва тортиш кучи билан боғлиқ эмас.

Кирилган шартларни ҳисобга олиб (1.2.1) тенгламани қайта ёзамиз

$$0 = \frac{cm}{M} \frac{\lambda_1}{\lambda} - \frac{\mu}{r^2} + \frac{v_2^2}{r}; \quad (1.2.7)$$

$$\dot{v}_2 = \frac{cm}{M} \frac{\lambda_2}{\lambda}; \quad (1.2.8)$$

$$0 = -\frac{v_2^2}{r} \operatorname{tg} \theta; \quad (1.2.9)$$

$$\dot{r} = 0, \quad (1.2.10)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{v_2}{r}, \quad (1.2.11)$$

$$\dot{\theta} = 0, \quad (1.2.12)$$

$$\dot{M} = -\tilde{m}. \quad (1.2.13)$$

(1.2.9) ва (1.2.13) тенгламадан кўринадики

$$\theta = 0, \quad (1.2.14)$$

-ҳаракат текис, масса ўзгариши қонуни чизиқли

$$M = M_0 - \tilde{m}t. \quad (1.2.15)$$

$$\dot{\lambda}_i = -\frac{\partial H}{\partial x_i} - \text{кўпайтувчилар} \quad \text{учун} \quad \text{тенглама,} \quad \text{бунда}$$

$x_i : v_1, v_2, v_3, r, \varphi, \theta, M$ , қуйидаги кўринишни олади:

$$\dot{\lambda}_1 = \lambda_2 \frac{v_2}{r} - \lambda_4 + \mu_2; \quad (1.2.16)$$

$$\dot{\lambda}_2 = -2\lambda_1 \cdot \frac{v_2}{r} - \lambda_5 \frac{1}{r}; \quad (1.2.17)$$

$$\dot{\lambda}_3 = -\frac{\lambda_6}{r} + \mu_3; \quad (1.2.18)$$

$$\dot{\lambda}_4 = \lambda_1 \frac{v_2^2}{r^2} - 2\lambda_1 \frac{\mu}{r^3} + \lambda_5 \frac{v_2}{r^2}; \quad (1.2.19)$$

$$\dot{\lambda}_5 = 0; \quad (1.2.20)$$

$$\dot{\lambda}_6 = \lambda_3 v_2^2 \frac{1}{r}; \quad (1.2.21)$$

$$\dot{\lambda}_7 = \frac{cm}{M^2} \lambda. \quad (1.2.22)$$

бунда  $\lambda = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}$ .

Кирилган чекловлар (1.2.16) ва (1.2.18) кўпайтувчилар учун тенгламаларга  $\mu_2, \mu_3$  қўшимча қўшилувчилар қўшди. Қолган тенгламалар ўзгаришсиз қолади. (1.2.2) қўшимча шартлар мавжуд бўлган ҳолда базис-

вектор учун дифференциал тенглама тузамиз ва қандай қилиб (1.2.2) боғланишлар стационарлик шартига таъсир қилишини аниқлаймиз

$$\dot{\vec{\lambda}} = -\vec{\lambda}_r + \mu_2 \vec{k}_r + \mu_3 \vec{k}_\theta,$$

$$\ddot{\vec{\lambda}} = -\dot{\vec{\lambda}}_r + \dot{\mu}_2 \vec{k}_r + \mu_2 \dot{\vec{k}}_r + \dot{\mu}_3 \vec{k}_\theta + \mu_3 \dot{\vec{k}}_\theta,$$

га эгамиз, бунда  $\vec{k}_r, \vec{k}_\varphi, \vec{k}_\theta$  – сферик координата системаси ўқларининг бирлик векторлари.

(1.2.12), (1.2.14) дан системанинг  $\vec{\omega}(0, 0, \dot{\varphi})$  бурчак тезлиги.

Шунинг учун

$$\dot{\vec{k}}_r = \vec{\omega} \times \vec{k}_r = \begin{vmatrix} \vec{k}_r & \vec{k}_\varphi & \vec{k}_\theta \\ 0 & 0 & \dot{\varphi} \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \dot{\varphi} \vec{k}_\varphi,$$

$$\dot{\vec{k}}_\theta = \vec{\omega} \times \vec{k}_\theta = \begin{vmatrix} \vec{k}_r & \vec{k}_\varphi & \vec{k}_\theta \\ 0 & 0 & \dot{\varphi} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Шундай қилиб

$$\ddot{\vec{\lambda}} = \frac{\partial \vec{g}}{\partial \vec{r}} \vec{\lambda} + \dot{\mu}_2 \vec{k}_r + \mu_2 \dot{\varphi} \vec{k}_\varphi + \dot{\mu}_3 \vec{k}_\theta, \quad (1.2.23)$$

бунда

$$\frac{\partial \vec{g}}{\partial \vec{r}} \vec{\lambda} = \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \left( -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} \right) \vec{\lambda} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{\lambda} + 3\mu \frac{(\vec{r} \vec{\lambda})}{r^5} \vec{r}.$$

Шундай қилиб, базис-вектор учун тенглама

$$\ddot{\vec{\lambda}} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{\lambda} + 3\mu \frac{(\vec{r} \vec{\lambda})}{r^5} \vec{r} + \dot{\mu}_2 \vec{k}_r + \mu_2 \dot{\varphi} \vec{k}_\varphi + \dot{\mu}_3 \vec{k}_\theta \quad (1.2.24)$$

$\mu_2, \dot{\mu}_2, \dot{\mu}_3$  кўпайтувчиларга боғлиқ бўлган қўшимча қўшилувчиларга эга. Ушбу кўпайтувчиларни топамиз. Маълумки, (1.2.2) шартларсиз вариацион масала учун марказий майдонларнинг оптимал траекториянинг барча қисмларида вектор интеграл мавжуд [3,5]:

$$\vec{v} \times \vec{\lambda} + \vec{r} \times \vec{\lambda}_r = \vec{a} \quad (1.2.25)$$

(1.2.29) муносабатга киритилан (1.2.2) боғланишлар таъсир қилишини аниқлаштирамиз.

$$\dot{\vec{v}} = \frac{cm}{M} \vec{e} - \frac{\mu}{r^3} \vec{r}$$

тенгламани ўнгдан  $\vec{\lambda}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$  га вектор кўпайтирамиз, (1.2.24)

тенгламани эса ўнгдан  $\vec{r}$  га вектор кўпайтирамиз.

Натижаларни қўшамиз

$$\begin{aligned} (\ddot{\vec{r}} \times \vec{\lambda}) + (\ddot{\vec{\lambda}} \times \vec{r}) &= \frac{cm}{M} (\vec{e} \times \vec{\lambda}) - \frac{\mu}{r^3} (\vec{r} \times \vec{\lambda}) - \frac{\mu}{r^3} (\vec{\lambda} \times \vec{r}) + \\ &+ 3\mu \frac{(\vec{r} \vec{\lambda})}{r^5} (\vec{r} \times \vec{r}) + \dot{\mu}_2 (\vec{k}_r \times \vec{r}) + \mu_2 \dot{\phi} (\vec{k}_\phi \times \vec{r}) + \dot{\mu}_3 (\vec{k}_\theta \times \vec{r}) \\ \vec{k}_\phi \times \vec{r} &= \begin{vmatrix} \vec{k}_r & \vec{k}_\phi & \vec{k}_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ r & 0 & 0 \end{vmatrix} = -r \vec{k}_\theta, & \vec{k}_\theta \times \vec{r} &= \begin{vmatrix} \vec{k}_r & \vec{k}_\phi & \vec{k}_\theta \\ 0 & 0 & 1 \\ r & 0 & 0 \end{vmatrix} = r \vec{k}_\phi, \end{aligned}$$

$$\dot{\vec{r}} \times \vec{\lambda} + \dot{\vec{\lambda}} \times \vec{r} = \vec{a}, \quad (1.2.26)$$

ни эътиборга олиб

$$\frac{d\vec{a}}{dt} = (\ddot{\vec{r}} \times \vec{\lambda}) + (\ddot{\vec{\lambda}} \times \vec{r}), \quad \frac{d\vec{a}}{dt} = -\mu_2 r \dot{\phi} \vec{k}_\theta + \dot{\mu}_3 r \vec{k}_\phi \quad (1.2.27)$$

ни оламир.

(1.2.27) ни иккинчи тенглигини сферик координата системасига проекция қиламир.

$$\frac{d\vec{a}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{a} = -\mu_2 r \dot{\phi} \vec{k}_\theta + \dot{\mu}_3 r \vec{k}_\phi, \quad \vec{\omega} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{k}_r & \vec{k}_\phi & \vec{k}_\theta \\ 0 & 0 & \dot{\phi} \\ a_r & a_\phi & a_\theta \end{vmatrix}$$

Эътиборга олиб

$$\frac{da_r}{dt} - \dot{\phi} a_\phi = 0, \quad (1.2.28)$$

$$\frac{da_\varphi}{dt} + \dot{\phi} a_r = \dot{\mu}_3 r, \quad (1.2.29)$$

$$\frac{da_\theta}{dt} = -\mu_2 r \dot{\phi} \quad (1.2.30)$$

ни оламиниз.

(1.2.26) даги сферик система ўқларига  $\vec{a}(a_r, a_\varphi, a_\theta)$  векторни проекциясини оламиниз.

Бунинг учун (1.2.26) даги

$$\dot{\vec{r}} \times \vec{\lambda} = \begin{vmatrix} \vec{k}_r & \vec{k}_\varphi & \vec{k}_\theta \\ 0 & v_2 & 0 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 \end{vmatrix} = v_2 \lambda_3 \vec{k}_r - \lambda_1 v_2 \vec{k}_\theta$$

ифодани ҳисоблаймиз

$$\dot{\vec{\lambda}} = \ddot{\vec{\lambda}} + \vec{\omega} \times \vec{\lambda} = \ddot{\vec{\lambda}} + \begin{vmatrix} \vec{k}_r & \vec{k}_\varphi & \vec{k}_\theta \\ 0 & 0 & \dot{\phi} \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 \end{vmatrix} = \ddot{\vec{\lambda}}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) - \lambda_2 \dot{\phi} \vec{k}_r + \lambda_1 \dot{\phi} \vec{k}_\theta \quad (1.2.31)$$

(1.2.16)-(1.2.18) ва (1.2.11) дан фойдаланиб (1.2.31) ни сферик система ўқларига проекция қиламиз

$$(\dot{\vec{\lambda}})_r = \dot{\lambda} - \lambda_2 \dot{\phi} = \lambda_2 \frac{v_2}{r} - \lambda_4 + \mu_2 - \lambda_2 \frac{v_2}{r} = -\lambda_4 + \mu_2$$

$$(\dot{\vec{\lambda}})_\varphi = \dot{\lambda}_2 + \lambda_1 \dot{\phi} = -2\lambda_1 \frac{v_2}{r} - \lambda_5 \frac{1}{r} + \lambda_1 \frac{v_2}{r} = -\lambda_1 \frac{v_2}{r} - \frac{\lambda_5}{r};$$

$$(\dot{\vec{\lambda}})_\theta = \dot{\lambda}_3 = -\frac{\lambda_6}{r} + \mu_3.$$

$$\dot{\vec{\lambda}} \times \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{k}_r & \vec{k}_\varphi & \vec{k}_\theta \\ (-\lambda_4 + \mu_2) & (-\lambda_1 \frac{v_2}{r} - \frac{\lambda_5}{r}) & (-\frac{\lambda_6}{r} + \mu_3) \\ r & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Шундай қилиб

$$a_r = v_2 \lambda_3; \quad a_\varphi = -\lambda_6 + r \mu_3; \quad a_\theta = \lambda_5 \quad (1.2.32)$$

эга бўламиз  $\dot{r} = 0$  лигини ҳисобга олиб (1.2.32)ни (1.2.28)-(1.2.30)га кўямиз.

$$\dot{\nu}_2 \lambda_3 + \nu_2 \dot{\lambda}_3 + \frac{\nu_2}{r} \lambda_6 - \nu_2 \mu_3 = 0 \quad (1.2.33)$$

$$-\dot{\lambda}_6 + r \dot{\mu}_3 + \frac{\nu_2^2}{r} \lambda_3 = \dot{\mu}_3 r \quad (1.2.34)$$

$$\dot{\lambda}_5 = -\nu_2 \mu_2 \quad (1.2.35)$$

Кўриниб турибдики (1.2.34) (1.2.21) билан мос тушди. (1.2.20) ни эътиборга олиб (1.2.35) дан

$$\mu_2 = 0$$

(1.2.8) ва (1.2.18) ни эътиборга олиб (1.2.33) дан

$$\lambda_3 = 0$$

ни ҳосил қиламиз.

(1.2.6) дан

$$\mu_4 = 0$$

(1.2.21) дан эса

$$\dot{\lambda}_6 = 0, \lambda_6 = \text{const}$$

ни оламиз.

У ҳолда (1.2.18) дан  $\mu_3 = \frac{\lambda_6}{r} = \text{const}$ , яъни  $\dot{\mu}_3 = 0$ . га эга бўламиз.

Шундай қилиб  $\frac{d\vec{a}}{dt} = 0$  ва

$$\vec{\nu} \times \vec{\lambda} + \dot{\vec{\lambda}} \times \vec{r} = \vec{a}$$

вектор интеграл ўринли.

$\mu_2 = 0, \dot{\mu}_3 = 0, \dot{\mu}_2 = 0$ , лигидан (1.2.23) базис-вектор тенгламаси ёки (1.2.24) ўзгаришсиз қолади, яъни (1.2.2) чеклов маълум интегралларни ўзгаришсиз қолдиради ва стационарлик шартига таъсир қилмайди.

### 1.3. Хусусий ечимларни аниқлаш

Ушбу саволга қайтамиз, тортишиш марказидан ўтувчи айлана ёйлари марказий Ньютон майдонидаги МТ қисми бўлиши мумкинми. (1.2.7)-(1.2.13); (1.2.16)-(1.2.22) вариацион масаланинг дифференциал тенгламаларини кўрамиз. (1.2.7) дан қуйидаги инвариант миқдорни оламиз

$$\frac{cm}{M} \frac{\lambda_1}{\lambda} = \frac{\mu}{r^2} - \frac{v_2^2}{r}$$

У тезликнинг маҳаллий айланма тезликдан оғишини характерлайди

$$\frac{cm}{M} \frac{\lambda_1}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} = \frac{1}{r} (v_{kp}^2 - v_2^2). \quad (1.3.1)$$

$$A(r, v_2) = \frac{1}{r} (v_{kp}^2 - v_2^2) = \frac{\mu}{r^2} - \frac{v_2^2}{r} \quad (1.3.2)$$

$$B(t) = \frac{c\tilde{m}}{M} > 0. \quad (1.3.3)$$

ифодаларни киритамиз.

$M(t)$  масса камайиши, МТ қисмида  $c\tilde{m} = const$  бўлишидан  $B(t)$  ўсади. (1.3.1) дан

$$B \frac{\lambda_1}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} = A \quad (1.3.4)$$

га эга бўламиз. Бунда

$\lambda_1 > 0$  да  $A > 0$ , яъни  $v_2 < v_{kp}$ ;  $\lambda_1 < 0$  да  $A < 0$ , яъни  $v_2 > v_{kp}$ . Шундай

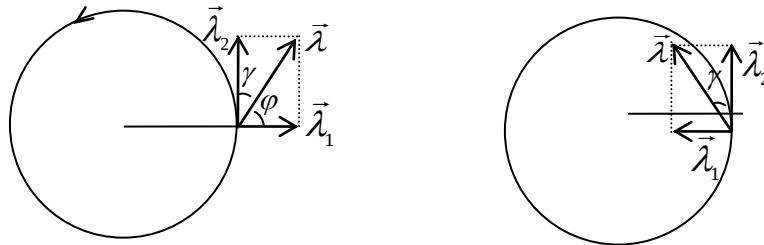
қилиб,  $\lambda_1$  ва  $A$  ларнинг ишоралари мос келади. Бундан шуни аниқладикки, агар тортиш кучининг радиал ташкил этувчиси мусбат бўлса нуктанинг тезлиги маҳаллий айланма тезликдан кам бўлар экан. Агар тортиш кучининг радиал ташкил этувчиси манфий бўлса, нуктанинг тезлиги маҳаллий айланма тезликдан кўп бўлади.

(1.3.4) дан:  $\lambda_1^2 (B^2 - A^2) = A^2 \lambda_2^2$ , га эга бўламиз, бундан

$$B^2 > A^2,$$

$$\lambda_1 = \pm \lambda_2 \frac{A}{B^2 - A^2}. \quad (1.3.5)$$

$\lambda_1$  ва  $A$  ларнинг ишоралари мослигидан, агар унда  $\lambda_2 > 0$  бўлса (1.3.5) да мусбат ишора олинади, агар  $\lambda_2 < 0$  бўлса унда манфий ишора олинади.



1-расм.

Бошқарувчи функция сифатида  $\varphi$  бурчакни киритамиз, у тортиш вектори билан базис векторнинг радиал ташкил этувчиси орасидаги бурчак (1-расм.). Тезликни радиал ташкил этувчиси ноль бўлгани учун, эндиликда тезликни индексини ёзмаймиз, яъни  $v = v_2$ . (1.2.8) дан

$$\dot{v} = B \frac{\lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} \quad (1.3.6)$$

ни оламиз. Агар нуқтанинг тезлиги ошса, унда  $\lambda_2 > 0$ , агар камайса, у ҳолда  $\lambda_2 < 0$  бўлади. (1.3.6) ва (1.3.4) ни солиштириб

$$\dot{v} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} A \quad (1.3.7)$$

ёки

$$\begin{aligned} \dot{v} &= A \operatorname{tg} \varphi, \\ \frac{dv}{A(r_0, v)} &= \operatorname{tg} \varphi(t) dt. \end{aligned}$$

ни оламиз.

(1.3.7) ва (1.3.5) дан

$$\dot{v} = \pm \sqrt{B^2 - A^2}$$

ёки

$$\dot{v}^2 + A^2(r_0, v) = B^2(t) \quad (1.3.8)$$

га эга бўламиз.

(1.3.8)-нуқта тезлигини вақт функцияси сифатида аниқлаш учун дифференциал тенглама.

Шундай қилиб

$$A \operatorname{tg} \varphi = \pm \sqrt{B^2 - A^2}, \quad A^2(1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) = B^2,$$

бу ерда

$$\pm \frac{A(r_0, v)}{\cos \varphi(t)} = B(t) > 0. \quad (1.3.9)$$

(1.3.9) даги ишора масала шартига қараб ҳар хил бўлиши мумкин. Қуйидаги (1.3.2), (1.3.3), (1.2.15) ларни эътиборга олиб (1.3.9) дан тортиш кучи йўналиши ўзгариши қонуни билан нуқта тезлиги орасидаги боғлиқлигини оламиз.

$$\pm \cos \varphi = \frac{M_0 - \tilde{m}t}{c\tilde{m}r_0} \left( \frac{\mu}{r_0} - v^2 \right) \quad (1.3.10)$$

(2.1.11) ни соддалаштирамиз

$$\dot{v}^2 = \left( \frac{c\tilde{m}}{M} \right)^2 - \frac{1}{r^2} (v_{kp}^2 - v^2)^2. \quad (1.3.11)$$

$\beta = \frac{\tilde{m}}{M_0} > 0$  ифодани киритамиз.  $\beta$  – катталик двигателъ системаси

имкониятига боғлиқ. (1.2.15) ни эътиборга олган ҳолда (1.3.11) дан нуқтанинг тезлигини вақт функцияси сифатида топиш имконини берувчи дифференциал тенгламани оламиз

$$\left( \frac{dv}{dt} \right)^2 = \left( \frac{c\beta}{1 - \beta t} \right)^2 - \frac{1}{r^2} \left( \frac{\mu}{r} - v^2 \right)^2. \quad (1.3.12)$$

$t = 0: v = \sqrt{\frac{\mu}{r}} (v_0 = v_{kp}), \dot{v} = \pm c\beta$ , бу ерда ишоралар тезликнинг ошиши ёки камайишини ифодалайди.

Берилган масалада нуктанинг тезлиги монотон ўзгаради, актив қисмнинг узоқлиги нисбатан кичик, унда (1.3.12) тенгламанинг интеграллашда ечимни қаторга ёйишнинг яқинлаштирилган методини қўллаш мумкин.

(1.3.12) тенгламани ечимини номаълум коэффициентли,  $t$  даражалари бўйича қаторга ёйиш билан қидирамиз

$$v = v_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + \dots \quad (1.3.13)$$

$a_1, a_2, \dots$  номаълум коэффициентларни (1.3.12) қаноатлантирувчи шартни

(1.3.13) қаторга қўйганда топамиз.  $v_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r}}$  ни эътиборга олган ҳолда

(1.3.13) ни (1.3.12) га қўямиз

$$\begin{aligned} & a_1^2 + 4a_1 a_2 t + (4a_2^2 + 6a_1 a_3) t^2 + (12a_2 a_3 + 8a_1 a_4) t^3 + (9a_3^2 + 16a_2 a_4 + 10a_1 a_5) t^4 + \dots = \\ & = c^2 \beta^2 (1 + 2\beta t + 3\beta^2 t^2 + 4\beta^3 t^3 + 5\beta^4 t^4 + \dots) - \\ & - \frac{1}{r^2} (2a_1 v_0 t + a_1^2 t^2 + 2v_0 a_2 t^2 + 2a_1 a_2 t^3 + 2v_0 a_3 t^3 + \dots)^2 \end{aligned}$$

га эга бўламиз.

Бир хил даражали  $t$  ларнинг коэффициентларини тенглаймиз.

$$a_1 = \pm c\beta,$$

$$a_2 = \pm \frac{1}{2} c\beta^2,$$

$$a_3 = \pm \frac{1}{6} (2c\beta^3 - 4c\beta \frac{\mu}{r^3}),$$

$$a_4 = \pm \frac{1}{24} c\beta^2 (6\beta^2 - 12(\pm \frac{c}{r^2} \sqrt{\frac{\mu}{r}})).$$

(1.3.12) тенгламанинг ечимини узул-кесил қуйидаги кўринишда оламиз:

$$v = \sqrt{\frac{\mu}{r}} \pm (c\beta t + \frac{c\beta^2}{2!}t^2 + \frac{2}{3!}c\beta(\beta^2 - \frac{2\mu}{r^3})t^3 + \frac{6}{4!}c\beta^2(\beta^2 \mp \frac{2c}{r^2}\sqrt{\frac{\mu}{r}})t^4 + \dots) \quad (1.3.14)$$

Бу ерда биринчи қўшилувчидан кейинги мусбат ишора тезликнинг ошишига тўғри келади. Қаторнинг ўхшашлик радиуси бирдан кичик:  $t$  нинг даражалари олдидаги коэффицентлар етарлича тез камаювчи. Масалан, агар  $c$  ва  $\beta$  учун қуйидаги қийматни берсак:  $c = 2400 \text{ m/s}$ ;  $\beta = 0,0017 \text{ c}^{-1}$ , унда

$a_1 = 36$ ;  $a_2 = 0,27$ ;  $a_3 = 0,000267$ ;  $a_4 = 0,00000039$ . Шунинг учун биринчи беш қўшилувчида тўхташ етарли бўлади.

Нуқта тезлигини тортиш кучи йўналиши ўзгариши қонуни билан боғлиқлигини (1.3.10) дан топамиз. Унда тортиш кучи йўналиши ўзгариши қонуни қуйидаги кўринишда бўлади

$$\sin \gamma = \pm \frac{1 - \beta t}{c\beta r_0} (v_{kp}^2 - v^2) \quad (1.3.15)$$

бунда  $\gamma$  – тортиш кучи йўналиши билан траекторияга уринма орасидаги бурчак. «плюс» ишора тезликни маҳаллий айланма тезликка нисбатан ошишига мос келади.

## Биринчи боб бўйича хулоса

Марказий Ньютон майдонида максимал тортиш қисмлари учун аналитик ечимлар мавзусидаги боб бўйича қуйидаги хулосаларга келдик:

- Гравитацион майдонда нуқта ҳаракатини оптималлаштириш масаласи кўрилди. Вариацион масаланинг сферик координаталардаги дифференциал тенгламаларини ва гамильтонианини келтириб чиқарилди. МТ қисми учун интеграллар келтирилди.
- Марказий Ньютон майдонида тортиш кучнинг йўналишига ва миқдорида қўшимча чекловлар мавжуд бўлган холидаги вариацион масала кўрилди. Максимал тортиш қисми учун ушбу масалани аналитик ечимини топиш имконини берувчи метод келтирилди. Хусусий ечимлар аниқланди.
- Топилган ечимга тортишиш марказидан ўтувчи, текисликда ўтувчи, маҳаллий айланма тезликдан катта ёки кичик тезлик билан айлана ёйи бўйлаб ҳаракат мос тушади. Реактив кучнинг йўналишини ўзгариши қонуни топилган.

## **II БОБ. МАРКАЗИЙ НЬЮТОН МАЙДОНИДА УЧИБ ЎТИШ МАСАЛАСИНИ ЕЧИШДА МАКСИМАЛ ТОРТИШ ҚИСМИНИ ҚЎЛЛАШ**

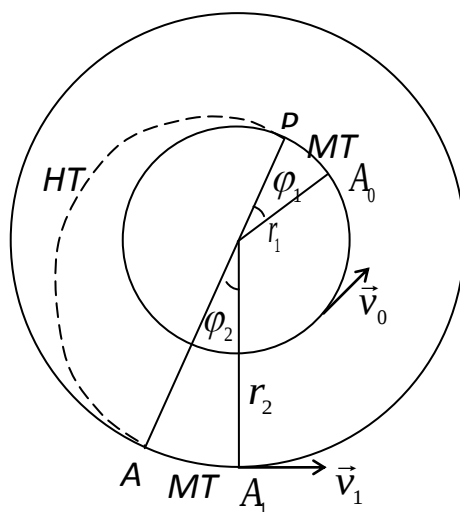
Ушбу бобда қуйидаги масалалар ечилган:

- Айланма компланар орбиталар орасида ўтиш масаласи ечилган. Кейинги ва бошланғич орбиталар радиусларининг нисбатига чекловлар топилган.
- Айланма орбитадан оптимал кетиш масаласи ечилган. Тортиш вектори, бошланғич пайтда траекторияга уринма бўйлаб йўналган бўлади, кейин қонуният бўйича траекториядан ичкарига йўналиши аниқланган. Нуқтанинг тезлиги маҳаллий айланма тезликдан гипербола перицентридаги тезликкача ортади. МТ қисмининг бурчагини узоқлигини аналитик ва график боғлиқлиги ва МТ нинг узунлигини кетиш гиперболаси эксцентриситети билан боғлиқликлари топилган.

### **2.1. Айланма компланар орбиталар орасида ўтиш масаласи**

Олинган МТ қисмларнинг қўлланилишини кўриш учун нуқтанинг бир айланма орбитадан унга компланар бўлган иккинчи айланма орбитага ўтиши масаласини кўрамиз, радиуси  $r_1$  бўлган кичик айланма орбитадан радиуси  $r_2$  бўлган катта айланма орбитага ўтамиз катта орбитада кичигига ўтиш [16] да кўрилган. Шундай қилиб

$$\frac{r_2}{r_1} = n > 1$$



2-расм.

Марказий Ньютон майдонида  $A$  нуқта  $r_1$  радиусли айланма орбита бўйлаб

$v_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}}$  маҳаллий айланма тезлик билан ҳаракатланади.  $A$  нуқта

массанинг (ёқилғининг) минимум сарфи билан  $r_2$  радиусли айланма орбитага ўтиши керак. ( $t = 0$ ) Бошланғич вақтда  $A_0$  нуқтага максимал тортиш кучини қўямиз, унинг катталиги ва йўналишини (1.2.15) ва (1.3.15) формулалар орқали топамиз.  $A$  нуқтанинг тезлиги  $v_0$  маҳаллий айланма тезликдан  $v_p$   $t = t_1$  моментдаги ўтиш эллипсининг  $P$  перицентридаги тезликка тенг бўлади [15]

$$v_p = \sqrt{\mu \left( \frac{2}{r_1} - \frac{1}{a} \right)}, \text{ бу ерда } a = \frac{r_1 + r_2}{2} = \frac{(n+1)r_1}{2}$$

Шундай қилиб

$$v_p = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} \sqrt{\frac{2n}{n+1}} \quad (2.1.1)$$

$t = t_1$  вақтда тортиш ўчирилади (тортиш кучи олиб ташланади) ва  $A$  нуқта  $P$  нуқтада эллиптик орбитага ўтади. Эллиптик траекториянинг ярмини

босиб ўтиб (траектория бўйлаб ярим оборот ҳаракатланиб)  $t = t_A$  вақтда  $A$  нукта эллипсининг  $A$  апоцентрига

$$v_A = \sqrt{\mu \left( \frac{2}{r_2} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} \sqrt{\frac{2}{n+1}} \quad (2.1.2)$$

тезлик билан келади.

Ҳудди шу  $t = t_A$  вақтда эллипсининг апоцентрида тортиш кучи қўйилади (двигатель ёқилади).  $A_1$  нуктагача давом этувчи МТ қисми бошланади,

унда  $A$  нуктанинг тезлиги  $v_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}}$  маҳаллий айланма тезликкача

кўтарилади  $A_1$  нуктада ( $t = t_{A1}$ ) тортиш кучи олинади (двигатель ўчирилади) ва  $A$  нукта шу моментда маҳаллий айланма тезликка тенг бўлган тезликка эга бўлиб айланма орбитага ўтади.

Ўтиш эллипсининг параметрларини топамиз

$$e = \frac{a - r_1}{a} = \frac{n-1}{n+1}; \quad p = a(1 - e^2) = \frac{2r_1 n}{n+1} = \frac{2r_2}{n+1} \quad (2.1.3)$$

Бу ерда  $a, e, p$ -катта ярим ўқ, эксцентриситет ва ўтиш эллипсининг параметри.

Актив қисмнинг узоклиги ва бутун манёвр вақтини, (1.3.14), (2.1.1), (2.1.2) формулалардан фойдаланиб топамиз.

Биринчи МТ қисми учун (1.3.14) дан

$$v = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} + \left( c\beta t + \frac{c\beta^2}{2!} t^2 + \frac{2}{3!} c\beta(\beta^2 - \frac{2\mu}{r_1^3}) t^3 + \dots \right) \quad (2.1.4)$$

га эга бўламиз.

Бу қисмнинг охирида  $t = t_1$  да нуктанинг тезлиги  $v = v_p$

$$v_p = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} \sqrt{\frac{2n}{n+1}} = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} + \left( c\beta t_1 + \frac{c\beta^2}{2} t_1^2 + \frac{1}{3} c\beta(\beta^2 - \frac{2\mu}{r_1^3}) t_1^3 + \dots \right) \quad (2.1.5)$$

Иккинчи МТ қисми учун

$$v = v_A + (c\beta t + \frac{c\beta^2}{2}t^2 + \frac{1}{3}c\beta(\beta^2 - \frac{2\mu}{r^3})t^3 + \dots) \quad (2.1.6)$$

Иккинчи МТ қисмининг охирида

$$v_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} = v_A + (c\beta t_2 + \frac{c\beta^2}{2}t_2^2 + \frac{1}{3}c\beta(\beta^2 - \frac{2\mu}{r_2^3})t_2^3 + \dots) \quad (2.1.7)$$

бунда  $t_2$  -иккинчи МТ қисмининг вақти (давомийлиги) ( $t_2 = t_{A1} - t_A$ ). (2.1.7)

ни (2.1.2) этиборга олган ҳолда ёзамиз

$$\sqrt{\frac{\mu}{r_2}} = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} \sqrt{\frac{2}{n+1}} + (c\beta t_2 + \frac{c\beta^2}{2}t_2^2 + \frac{1}{3}c\beta(\beta^2 - \frac{2\mu}{r_2^3})t_2^3 + \dots) \quad (2.1.8)$$

(2.1.5) ва (2.1.8) формулалардан  $t_1$  ва  $t_2$  ҳар иккала актив қисмларнинг вақтларини топиш мумкин.

Эллипсда ҳаракатланиш вақти (ярим давр)

$$T_{эл} = \pi \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} = \frac{\pi}{\sqrt{\mu}} \left( \frac{(n+1)r_1}{2} \right)^{3/2} \quad (2.1.9)$$

Тўлиқ манёвр вақти

$$t = t_1 + T_{эл} + t_2 \quad (2.1.10)$$

бунда  $\mu, n, r_1, r_2, \beta, c$  конкрет қийматлар учун  $t_1$  ва  $t_2$  вақтлар (2.1.5) ва (2.1.8) дан топилади.

Актив қисмларнинг бурчак узоқлигини

$$\dot{\phi} = \frac{v(t)}{r}$$

тенгламадан оламиз, бунда  $v(t)$ , (2.1.4) ва (2.1.6) муносабатлардан аниқланади.

Биринчи МТ қисми учун

$$\dot{\phi}_1 = \frac{1}{r_1} \left( \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} + c\beta \left( t + \frac{\beta}{2}t^2 + \frac{1}{3}(\beta^2 - \frac{2\mu}{r_1^3})t^3 + \dots \right) \right)$$

ёки

$$\phi_1 = \frac{1}{r_1} \left( \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} t_1 + c\beta \left( \frac{t_1^2}{2} + \frac{\beta}{6}t_1^3 + \frac{1}{12}(\beta^2 - \frac{2\mu}{r_1^3})t_1^4 + \dots \right) \right) \quad (2.1.11)$$

га эга бўламиз.

Иккинчи МТ қисми учун

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{1}{r_2} (\nu_A + c\beta(t + \frac{\beta}{2}t^2 + \frac{1}{3}(\beta^2 - \frac{2\mu}{r_1^3})t^3 + \dots))$$

ёки

$$\varphi_2 = \frac{1}{r_2} (\sqrt{\frac{\mu}{r_2}} \sqrt{\frac{2}{n+1}} t_2 + c\beta(\frac{t_2^2}{2} + \frac{\beta}{6}t_2^3 + \frac{1}{12}(\beta^2 - \frac{2\mu}{r_1^3})t_2^4 + \dots)) \quad (2.1.12)$$

га эга бўламиз. Тўлиқ манёврнинг бурчак давомийлиги

$$\varphi_1 + \pi + \varphi_2.$$

Массанинг ўзгариш қонуни (1.2.15) дан аниқланади, тортиш кучининг йўналиши (1.3.15) дан аниқланади. Биринчи МТ қисми учун, бошланғич вақтда:  $t = 0$ ;  $\nu = \nu_{кр}$ ;  $\sin \gamma = 0$ .

Нуқтанинг тезлиги маҳаллий айланма тезликдан ошиши кераклигидан. (1.3.6) дан  $\lambda_2 > 0$  келиб чиқади. Шундай қилиб, бошланғич вақтда траекторияга уринма бўйлаб йўналган тортиш вектори траекториядан ичкари томонга қандайдир  $\gamma_1$  максимал бурчакка бурилади

$$\sin \gamma_1 = \frac{1 - \beta t_1}{c\beta r_1} (\nu_p^2 - \frac{\mu}{r_1}) . \quad (2.1.13)$$

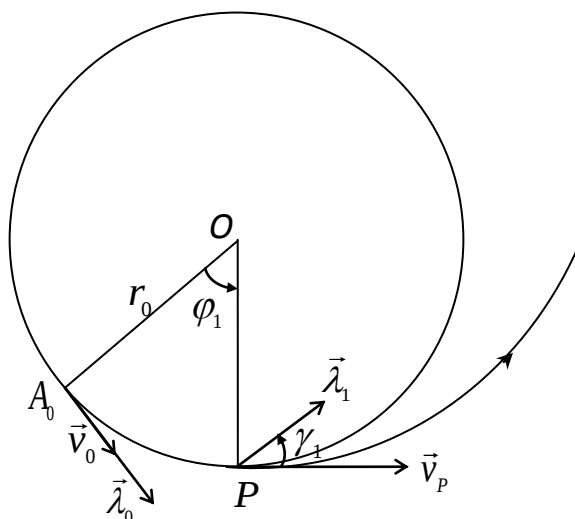
Иккинчи МТ қисми учун жараён биринчисига тескари бўлади. Бошланғич вақтда:  $t = 0$ ;  $\nu = \nu_A < \nu_{кр}$ ;  $\gamma = \gamma_2$ . Тортиш вектори бошланғич вақтда ҳаракат йўналиши бўйлаб траекторияга уринма бўйлаб  $\gamma_2$  бурчак остида йўналган бўлади ( $\lambda_2 > 0$ )

$$\sin \gamma_2 = \frac{1 - \beta t_2}{c\beta r_2} (\frac{\mu}{r_2} - \nu_A^2) \quad (2.1.14)$$

Кейин тортиш вектори  $\gamma = 0$  бурчакгача бурилади ва иккинчи МТ соҳанинг

охирида  $\nu_1 = \nu_{кр} = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}}$  бўлади.

## 2.2. Айланма орбитадан оптимал кетиш масаласи



3-расм.

А актив нукта, марказий Ньютон майдонида  $r_0$  радиусли айланма орбитада  $v_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r_0}}$  маҳаллий айланма тезлик билан ҳаракат қилади, бунда  $\mu$ -тортишиш марказининг гравитацион параметри. А нуктани минимум ёқилғи сарфи билан гиперболик орбитага ўтказиш талаб қилинади, бунда эксцентриситет олдиндан берилган.

Бунинг учун А нукта ўзининг тезлигини маҳаллий тезликдан гиперболани  $P$  перицентридаги гиперболикгача ошириши керак

$$v_p = \sqrt{\frac{\mu}{r_0}} \sqrt{1+e} \quad (2.2.1)$$

Бошланғич ( $t=0$ ) вақтда  $A_0$  нуктага максимал тортиш қўямиз, унинг катталиги ва йўналиши (1.2.15) ва (1.3.15) формулалар бўйича топилади. А нуктанинг тезлиги  $v_0$  маҳаллий айланма тезликдан  $v_p$  (2.2.1)  $t=t_1$  вақтда, гипербола  $P$  перицентридаги тезликгача кўтарилади.

$t=t_1$  вақтда тортиш кучи олиб ташланади ва А нукта  $P$  гипербола перицентрда гиперболик орбитага ўтади.

Айланма орбитада  $P$  перицентрнинг жойлашуви талаб қилинаётган кетиш гиперболаси ориентациясига боғлиқ.

(1.3.14) формуладан фойдаланган ҳолда  $t = t_1$  актив қисм вақтини  $e$  эксцентриситет функцияси сифатида топамиз.

$$v_p = \sqrt{\frac{\mu}{r_0}} \sqrt{1+e} = \sqrt{\frac{\mu}{r_0}} + (c\beta t_1 + \frac{c\beta^2}{2} t_1^2 + \frac{1}{3} c\beta(\beta^2 - \frac{2\mu}{r_1^3}) t_1^3 + \dots). \quad (2.2.2)$$

Актив қисмнинг бурчак узоклигини

$$\dot{\phi} = \frac{v(t)}{r}$$

дан топамиз, бунда  $v(t)$  (1.3.14) муносабат билан топилади.

$$v(t) = \sqrt{\frac{\mu}{r_0}} + (c\beta t + \frac{c\beta^2}{2!} t^2 + \frac{2}{3!} c\beta(\beta^2 - \frac{2\mu}{r^3}) t^3 + \dots)$$

Шундай қилиб,

$$\phi_1 = \frac{1}{r_0} (\sqrt{\frac{\mu}{r_0}} t_1 + c\beta (\frac{t_1^2}{2} + \frac{\beta}{6} t_1^3 + \frac{1}{12} (\beta^2 - \frac{2\mu}{r_0^3}) t_1^4 + \dots)) \quad (2.2.3)$$

массани ўзгариш қонуни (1.2.15) дан топилади, тортиш кучи йўналиши (3.1.2) дан топилади.

Бошланғич вақтда:  $t = 0$ ;  $v = v_{\kappa p}$ ;  $\sin \gamma = 0$ .

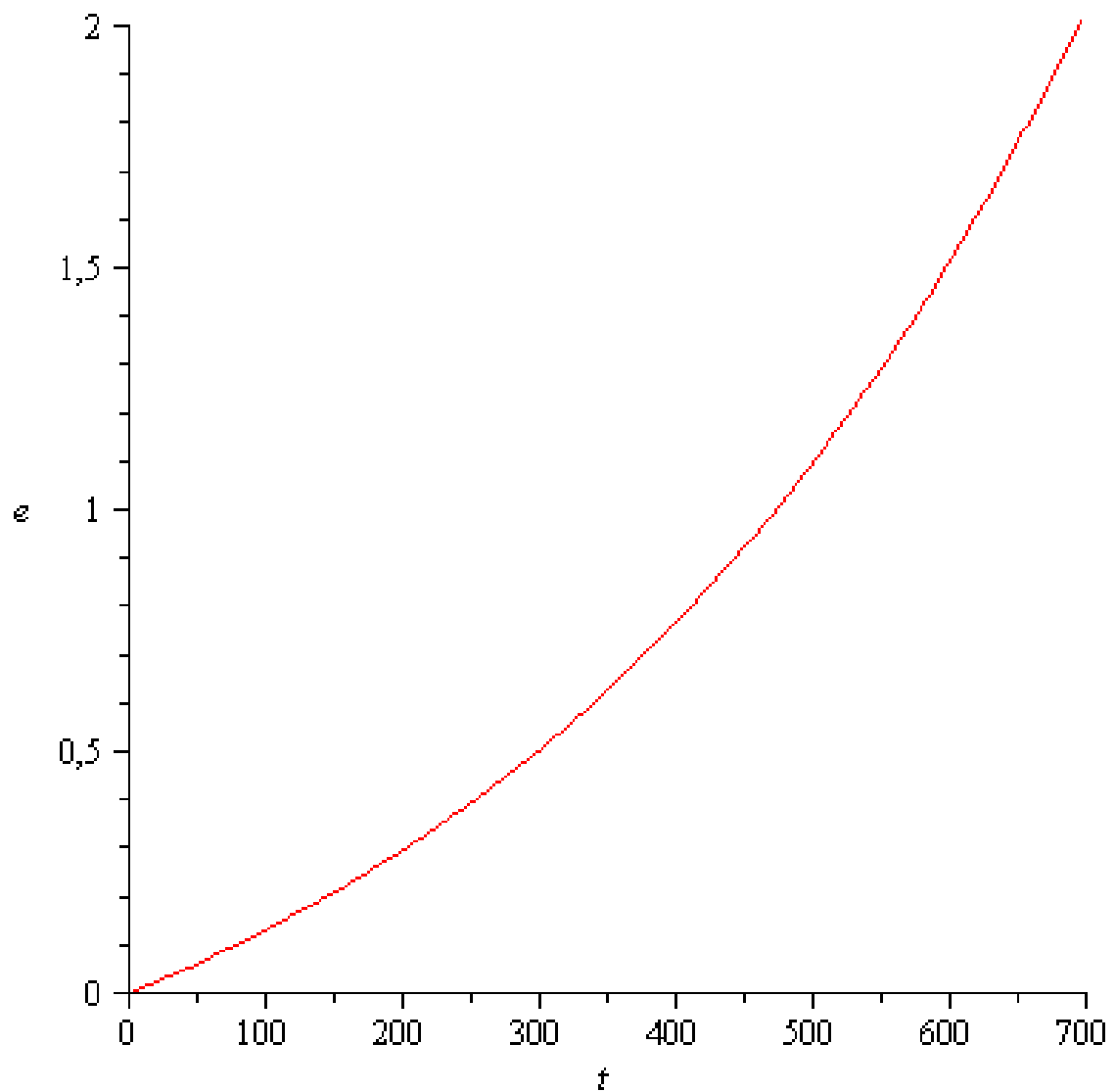
Нуқтанинг тезлиги маҳаллий айланма тезликдан ортиши кераклигидан, (1.3.6) дан  $\lambda_2 > 0$  келиб чиқади. Шундай қилиб бошланғич пайтда ҳаракат йўналиши бўйлаб, траекторияга уринма бўйлаб йўналган тортиш вектори траекториянинг ички томонига қандайдир  $\gamma_1$  максимал бурчакка бурилади

$$\sin \gamma_1 = \frac{1 - \beta t_1}{c\beta r_0} (v_p^2 - \frac{\mu}{r_0}) \quad (2.2.4)$$

Сонли мисол кўрамиз:  $r_0 = 8100 \text{ км}$ ,  $\mu = 398,6 \cdot 10^3 \text{ км}^3/\text{с}^2$  (ер учун),  $c = 2,4 \text{ км/с}$ ,  $\beta = 0,0017 \text{ с}^{-1}$  бўлсин. 4-расмда актив қисмнинг вақт узоклигини кетиш гиперболаси эксцентриситети билан боғлиқлиги берилган. Абцисса ўқи (секундга) вақтга тўғри келади. Ордината ўқи бўйлаб эксцентриситет жойлаштирилган. 0 дан бошлаб ўзгарувчи (бошланғич айлана). 5-расмда

МТ қисмининг бурчак узоқлиги  $\varphi_1$  ни актив қисмининг вақт узоқлигига нисбатини графиги келтирилган.  $\varphi_1$  бурчак радианда ўлчанади (ордината ўқи) 6-расмда тортиш векторининг айланага уринма дан ичкари томонга бурилишини максимал бурчаги  $\gamma_1$  ни нисбати келтирилган. Бу графикдан кўриниб турибдики масалани ечиш учун фойдаланилаётган хусусий ечим чекловларга эга. Берилган сон қийматлар у эксцентриситет  $e \approx 1,46$ , МТ қисми вақт узоқлиги  $t_1 \approx 588,2$  сек  $\approx 9,8$  мин; бурчак узоқлиги  $\varphi_1 \approx 0,63 \approx 36,1^\circ$  ни қўллаш мумкин. Нуқтанинг тезлиги  $v_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r_0}} = 7,01$  км/с маҳаллий айланма тезликдан, кетиш гиперболаси перицентридаги тезликкача ортади.  $e = 1,5$  эксцентриситет учун  $v_p = \sqrt{2,5} v_0 = 11,09$  км/с бўлади.  $e, \varphi_1, \gamma_1$  нинг бошқача сон қийматлари учун бошқача бўлади

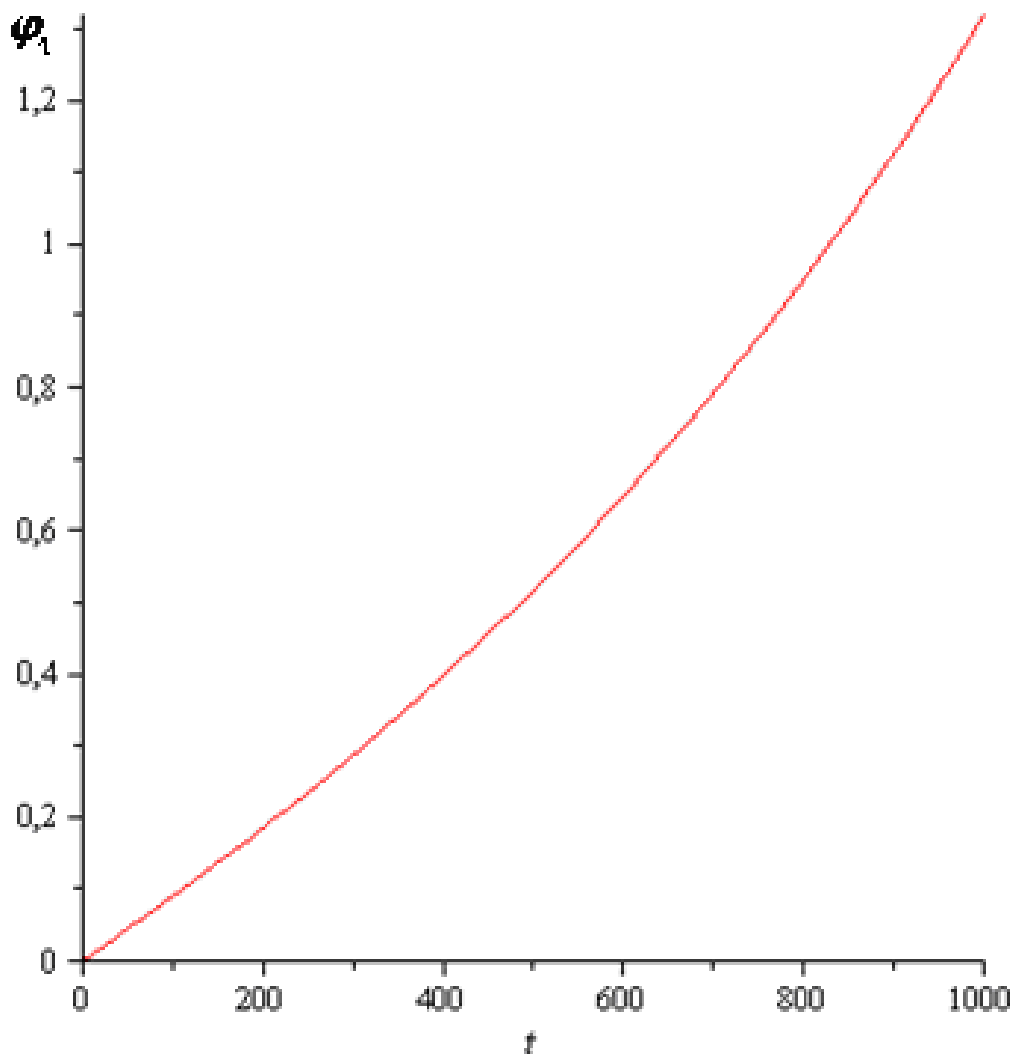
$$e := \frac{\left( \sqrt{\frac{\mu}{r_0}} + c \beta t + \frac{1}{2} c \beta^2 t^2 + \frac{1}{3} c \beta \left( \beta^2 - \frac{2\mu}{r_0^3} \right) t^3 \right)^2 r_0}{\mu} - 1$$



4-расм

4-расмда актив қисмнинг вақт узоклигини кетиш гиперболаси эксцентриситети билан боғлиқлиги берилган.

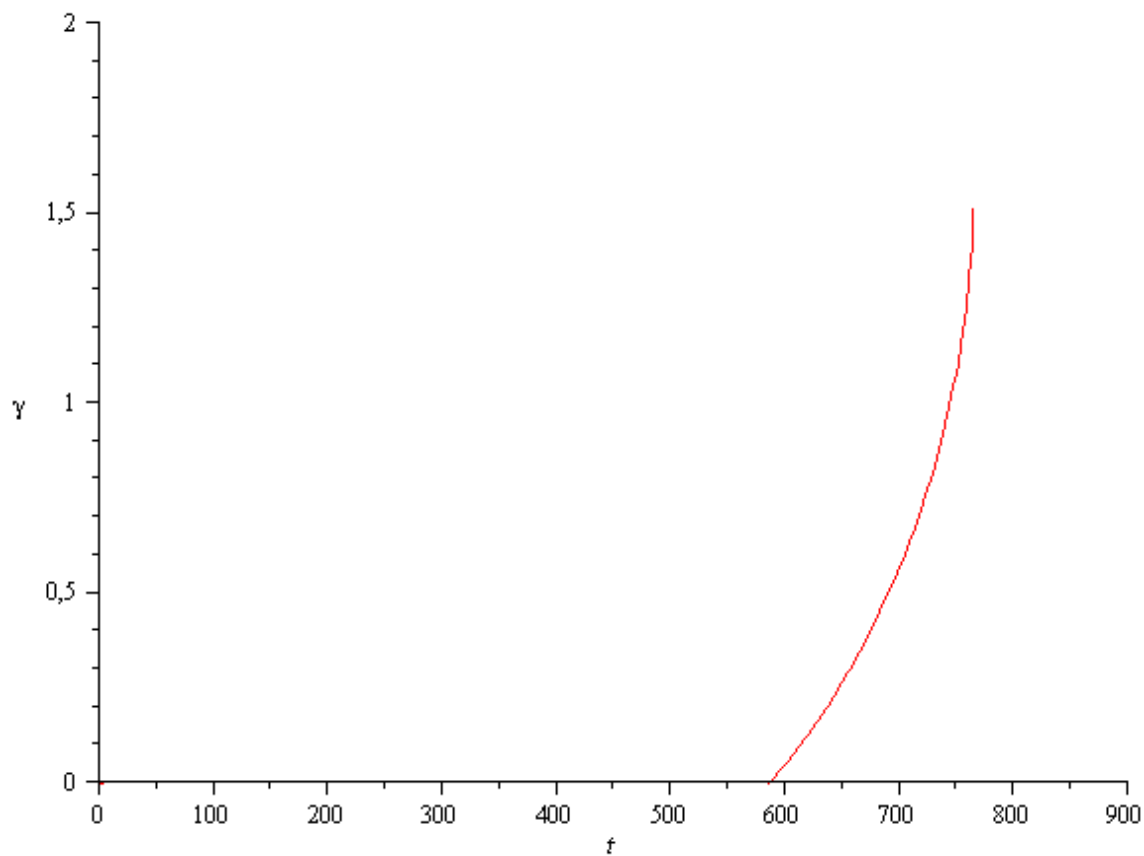
$$\varphi_1 = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{r\theta}} t + c \beta \left( \frac{1}{2} t^2 + \frac{1}{6} \beta t^3 + \frac{1}{12} \left( \beta^2 - \frac{2\mu}{r\theta^3} \right) t^4 \right)}{r\theta}$$



5-расм

5-расмда МТ қисмининг бурчак узоқлиги  $\varphi_1$  ни актив қисмининг вақт узоқлигига нисбатини графиги келтирилган.

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\gamma_1 =$ | $\arcsin\left(\frac{1}{c \beta r_0} \left( (\beta t - 1) \left( \left( \sqrt{\frac{\mu}{r_0}} + c \beta t + \frac{1}{2} c \beta^2 t^2 + \frac{1}{6} c \beta \left( \beta^2 - \frac{2\mu}{r_0^3} \right) t^3 \right)^2 - \frac{\mu}{r_0} \right) \right) \right)$ |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|



6-расм

6-расмда тортиш векторининг айланага уринма дан ичкари томонга бурилишини максимал бурчаги  $\gamma_1$  ни нисбати келтирилган.

## **Иккинчи боб бўйича хулоса**

Марказий Ньютон майдонида учиб ўтиш масаласини ечишда максимал тортиш қисмини қўллаш мавзусидаги боб бўйича қуйидаги хулосаларга келдик:

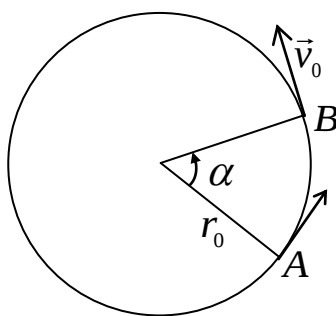
- Айланма компланар орбиталар орасида ўтиш масаласи ечилди. Кейинги ва бошланғич орбиталар радиусларининг нисбатига чекловлар топилди.
- Айланма орбитадан оптимал кетиш масаласи ечилди. Тортиш вектори, бошланғич пайтда траекторияга уринма бўйлаб йўналган бўлади, кейин қонуният бўйича траекториядан ичкарига йўналиши аниқланган. Нуқтанинг тезлиги маҳаллий айланма тезликдан гипербола перицентридаги тезликкача ортади. МТ қисмининг бурчагини узоқлигини аналитик ва график боғлиқлиги ва МТ нинг узунлигини кетиш гиперболаси эксцентриситети билан боғлиқликлари топилди.

### III БОБ. МАРКАЗИЙ НЬЮТОН МАЙДОНИДА ЮМШОҚ ТУТАШУВ МАСАЛАСИНИ ЕЧИШДА МАКСИМАЛ ТОРТИШ ҚИСМИНИ ҚЎЛЛАШ

Ушбу бобда қуйидаги масалалар ечилган:

- Айланма орбитада икки нуқтанинг юмшоқ туташуви масаласи. Бошланғич бурчак билан актив қисм узунлиги, актив қисм бурчак узоқлиги, тўлиқ манёвр вақти каби катталикларнинг аналитик ва график нисбатлари олинган.
- Айланма орбитада кутиш эллипсидан фойдаланилганда икки нуқтанинг юмшоқ туташуви масаласи. Бошланғич бурчак билан актив қисм узунлиги, актив қисм бурчак узоқлиги, тўлиқ манёвр вақти каби катталикларнинг аналитик ва график нисбатлари олинган.
- Айланма компланар орбиталарда ҳаракатланувчи икки нуқтанинг юмшоқ туташуви масаласи ечилган.

#### 3.1. Айланма орбитада икки нуқтанинг юмшоқ туташуви масаласи



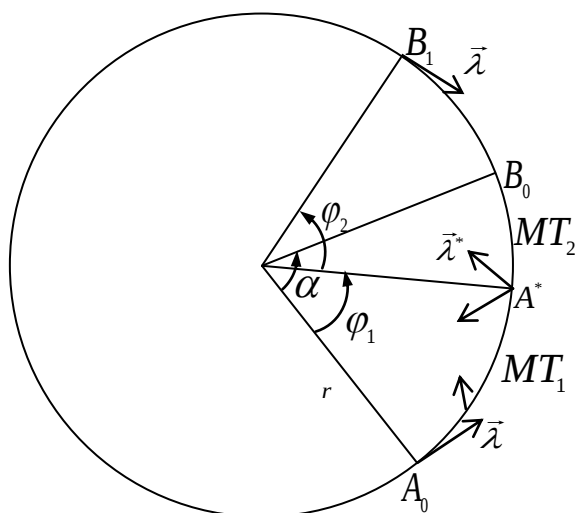
7- расм.

Марказий Ньютон майдонида  $A$  ва  $B$  нуқталар бир хил йўналишда  $r$  радиусли айлана бўйлаб ҳаракатланишади  $B$  нуқта  $v_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r}}$  маҳаллий айланма тезлик билан пассив ҳаракат қилади, бунда  $\mu$  -тортишиш маркази гравитацион параметри.  $A$  нуқта актив нуқта. У массасини минимум сарфлаб, тезлигини ўзгартириб,  $B$  нуқта билан юмшоқ туташуви керак.

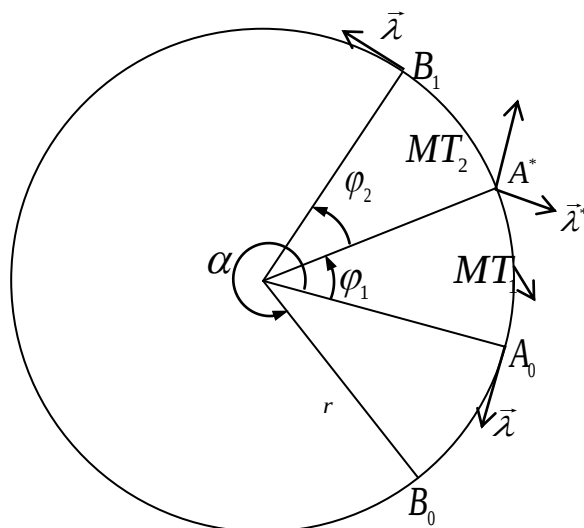
Иккита нуктанинг қандайдир моментда юмшоқ туташуви - уларнинг координатлари ва уларнинг тезликлари компонентлари шу моментда мос тушиши [20]. Учрашиш нуктаси жойлашиши берилмаган. Юмшоқ туташув ҳақидаги ечимларнинг баён қилинганидан фарқлиси ва марказий чизикли майдонлар учун фойдаланилувчиси [19], [21,22] ишларда берилган. Масалани ечишнинг бир нечта усуллари келтирамиз.

$t = 0$  бошланғич вақтда  $\alpha$  бурчак берилган.  $\alpha$ -бу ҳаракат йўналишида  $A$  актив нуктадан ҳисобланувчи бурчак.

Вариант 1.  $0 < \alpha < \pi$  бўлсин.  $A$  нукта ўзининг тезлигини ошириб  $B$  нуктани қувиб етиши керак (8-расм.). Агар  $\pi \leq \alpha \leq 2\pi$  бўлса,  $A$  нукта тезлигини камайтириб  $B$  нуктани кутиши керак (9- расм)



8- расм.



9- расм.

Шундай қилиб, у ҳолда ҳам бу ҳолда ҳам  $A$  нуктанинг тезлигини  $t = 0$  даги маҳаллий айланма тезликдан қандайдир  $t = t^*$  моментдаги  $v^*$  ўзгартириш керак ва яна  $A$  нукта тезлигини  $v^*$  дан  $t = t_1$  моментда  $B_1$  нуктада маҳаллий айланма тезликка ўзгартириш керак,  $B_1$  нуктада ( $t = 2t^*$ ) бўлганда учрашув юз беради. Малумки, қуйидаги муносабатлар бажарилиши керак

$$2\varphi = \frac{v_B}{r} t_1 + \alpha = \alpha + \sqrt{\frac{\mu}{r^3}} t_1 ,$$

$$2\varphi = \frac{v_B}{r} t_1 - (2\pi - \alpha) = \alpha + \sqrt{\frac{\mu}{r^3}} t_1 - 2\pi. \quad (3.1.1)$$

Бу ерда  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ -битта МТ қисмининг бурчак узоқлиги.  $A^*$  нуктада тортиш реверси юз беради ва иккинчи МТ қисми биринчисига тескари бўлади.

Биринчи холни кўрамиз (8- расм.) ( $t = 0$ ) бошланғич вақтда  $A_0$  нуктага максимал тортиш кучи кўямиз (ҳаракат йўналишига уринма йўналишда) (1.2.15) ва (1.3.15) формулаларга кўра. Тортиш вектори траекториянинг ички томонига бурилади.  $A$  нуктанинг тезлиги  $v_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r}}$

маҳаллий айланма тезликлан,  $t = t^*$  вақтда  $v^*$  тезликгача кўтарилади. Хар иккала МТ қисмининг вақт узоқлиги  $B$  нуктанинг  $B_0$  дан  $B_1$  учрашиш нуктасига ўтишга кетказган вақтига тенг.

$$T = \frac{r(2\varphi - \alpha)}{v_B} = \frac{(2\varphi - \alpha)r\sqrt{r}}{\sqrt{\mu}} \quad (3.1.2)$$

Бошқа томондан,  $T = 2t^*$ , бунда  $t^*$  -хар бир МТ қисмининг вақт узоқлиги.

$v^*$  тезлик ва ҳар бир МТ қисмининг вақт узоқлиги  $t^*$  (1.3.14) муносабат билан боғланган

$$v^* = \sqrt{\frac{\mu}{r}} + (c\beta t^* + \frac{c\beta^2}{2!} t^{*2} + \frac{2}{3!} c\beta(\beta^2 - \frac{2\mu}{r^3}) t^{*3} + \dots) \quad (3.1.3)$$

Хар бир МТ қисмининг бурчак узоқлиги (2.1.11) формулада келтирилган

$$\varphi = \frac{1}{r} \left( \sqrt{\frac{\mu}{r}} t^* + c\beta \left( \frac{t^{*2}}{2} + \frac{\beta}{6} t^{*3} + \frac{1}{12} \left( \beta^2 - \frac{2\mu}{r^3} \right) t^{*4} + \dots \right) \right) \quad (3.1.4)$$

$t = 0$  вақтда ҳаракат йўналишида уринма бўйлаб йўналган тортиш вектори  $A^*$  нуктада траекториянинг ички томонига қандайдир максимал бурчакка бурилади

$$\sin \gamma = \frac{1 - \beta t^*}{c\beta r} \left( v^{*2} - \frac{\mu}{r} \right) \quad (3.1.5)$$

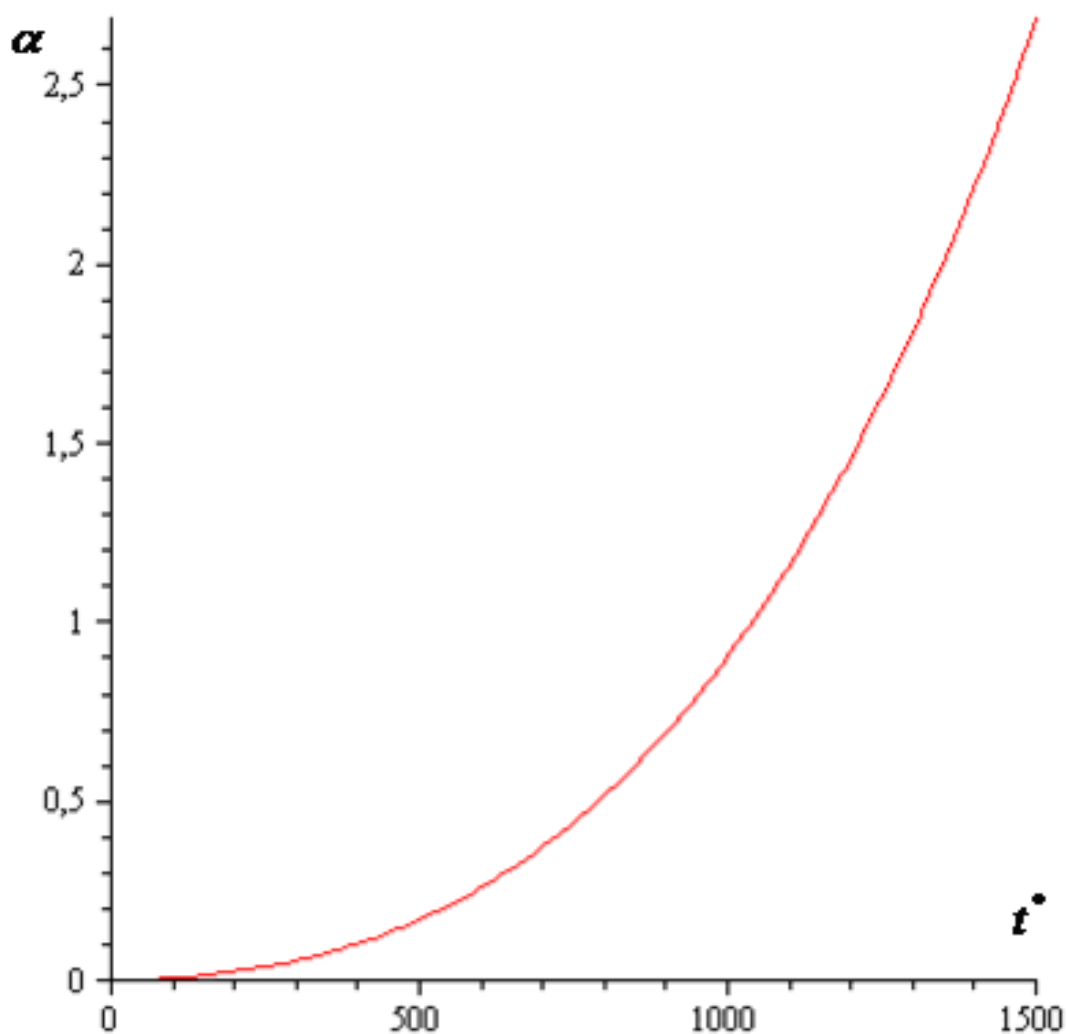
$A^*$  нуктада базис векторнинг трансверсал ташкил этувчиси бўйича тортиш реверси содир бўлади.

(3.1.2) дан

$$2t^* = \frac{(2\varphi - \alpha)r\sqrt{r}}{\sqrt{\mu}}$$

га эга бўламиз, бу ердан эса бурчак узоклигини бошланғич бурчакга нисбатини топамиз

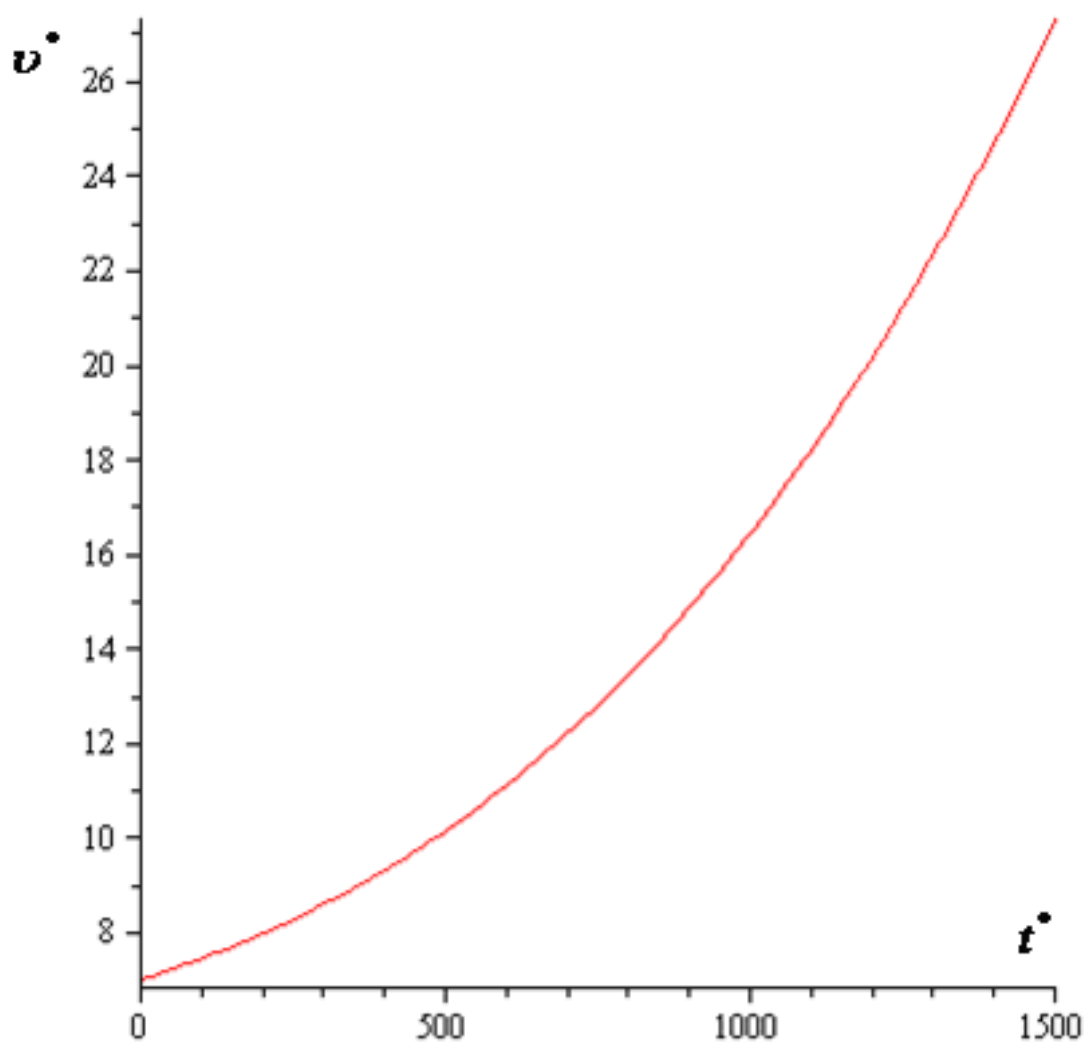
$$\varphi = \sqrt{\frac{\mu}{r^3}}t^* + \frac{\alpha}{2} \quad (3.1.6)$$



10- расм

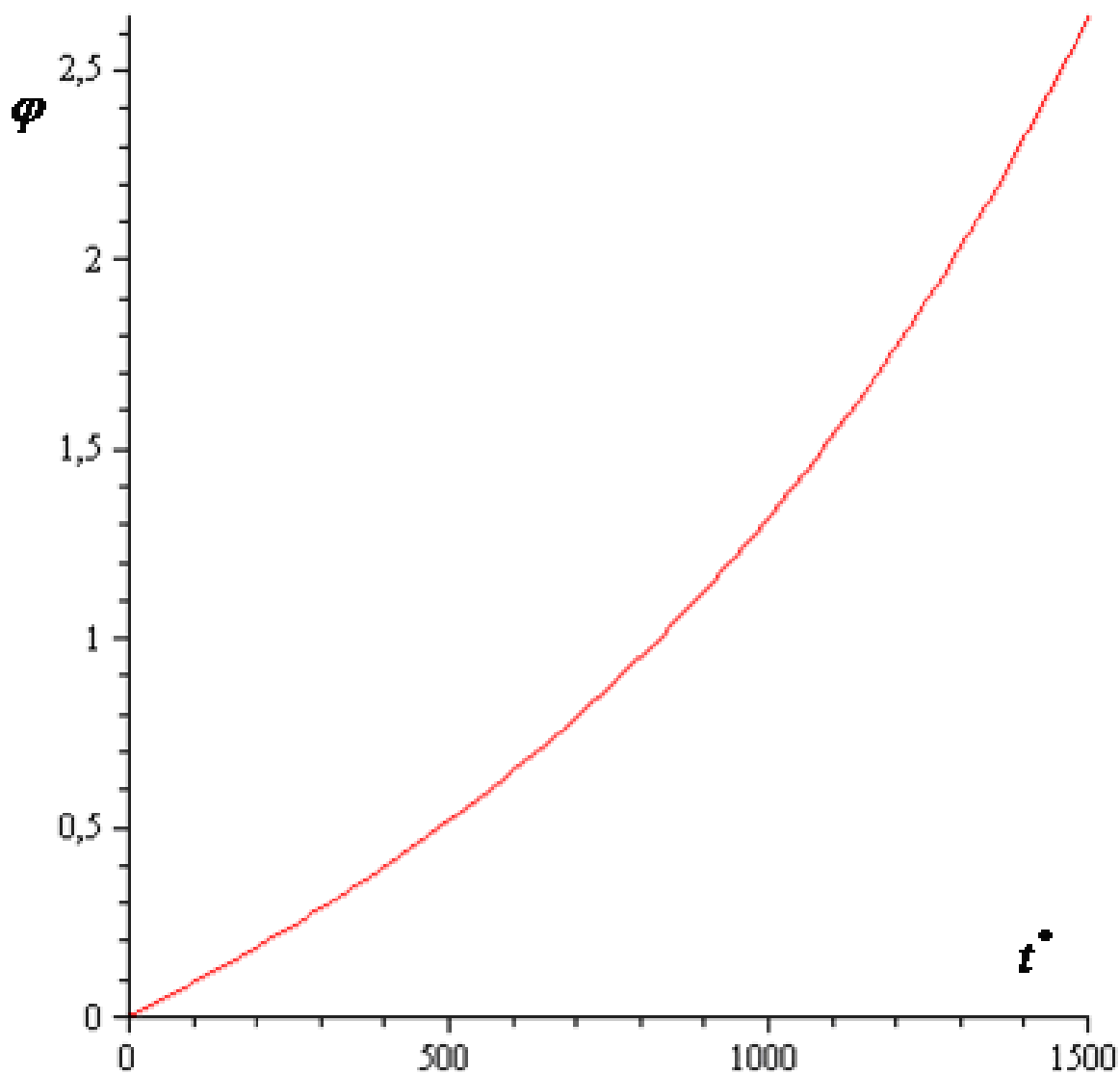
10- расмда битта МТ қисмини вақт узоклигини бошланғич бурчак  $t^*(\alpha)$  билан боғлиқлиги келтирилган.

Сонли мисол кўрамиз.  $r_0 = 8100 \text{ км}$ ,  $\mu = 398,6 \cdot 10^3 \text{ км}^3/\text{с}^2$  (ер учун),  $c = 2,4 \text{ км/с}$ ,  $\beta = 0,0017 \text{ с}^{-1}$  бўлсин. 10-расмда битта МТ қисмини вақт узоклигини бошланғич бурчак  $t^*(\alpha)$  билан боғлиқлиги келтирилган. Абцисса ўқи вақтга (секундда) тўғри келади, ордината ўқи эса бошланғич бурчакга (радианда) тўғри келади.



11-расм.

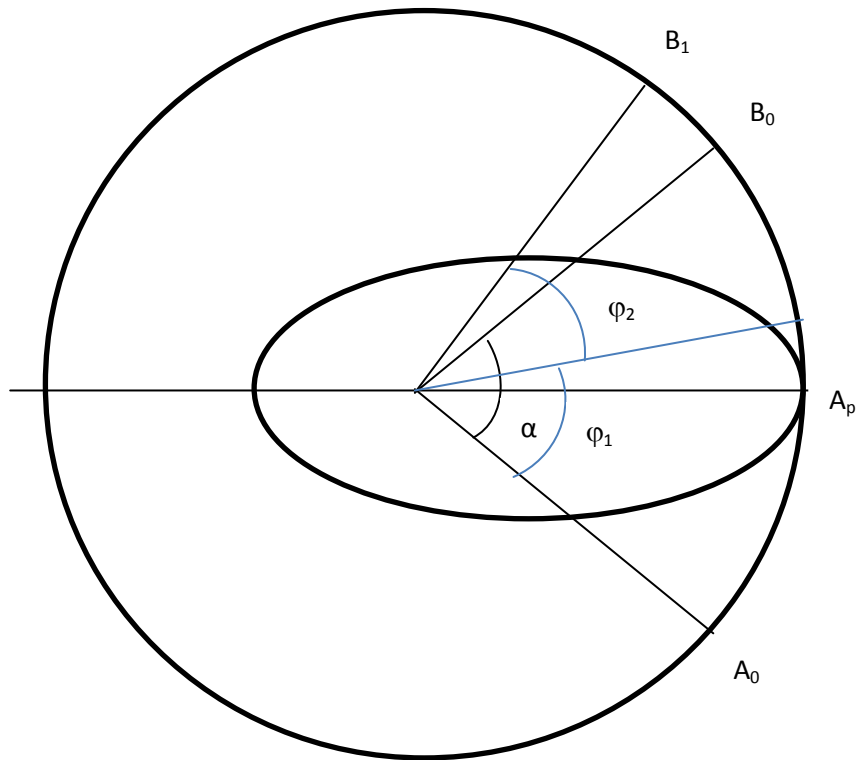
11-расмда максимал тезлик қийматини битта МТ қисми вақт узоқлиги билан боғлиқлиги берилган



12-расм.

12-расмда битта МТ қисмнинг бурчак узоқлигини вақт узоқлиги билан боғлиқлиги келтирилган.

### 3.2. Айланма орбитада кутиш эллипсидан фойдаланилганда икки нуқтанинг юмшоқ туташуви масаласи.



13-расм.

Вариант 2.  $\alpha < \frac{\pi}{2}$  бўлсин. ( $t = 0$ ) бошланғич вақтда  $A_0$  нуқтага ҳаракат йўналишига қарама-қарши йўналишда МТ қўямиз. А нуқтанинг тезлиги  $v_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r}}$  маҳаллий айланма тезликдан камайиб  $t = t_p$  вақтда кутиш эллипсининг  $P$  периценридаги тезликка  $v_p$  тенг бўлади, худди шу  $t = t_p$  вақтда тортиш кучи олиб ташланади ва  $A$  нуқта эллиптик орбитага ўтади.

$A$  актив нуқта эллиптик орбитада тўлиқ айланиб,  $t = t_p$  вақтда  $P$  нуқтага келади ва МТ қўйилади. МТ нинг иккинчи қисми бошланади, у биринчисига тескари бўлади ва  $A_1$  нуқтага қадар давом этади, унда

А нуқтанинг тезлиги  $v_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r}}$  маҳаллий айланма тезликкача камаяди,

$A_1$  нуктада иккала нуктанинг юмшоқ туташуви содир бўлади. Эллиптик орбита шундайки, унда ҳаракатланиш вақтига иккала МТ қисмининг вақтини қўшганимиз  $B$  нукта  $B_0$  дан  $B_1$  туташуш нуктасига ўтиш учун кетказадиган вақтга тенг.

$T$  манёвр вақти  $B$  нукта  $B_0$  дан  $B_1$  туташуш нуктасига ўтиш учун кетказадиган вақтга тенг.

$$T = \frac{r^{\frac{3}{2}} (2\pi - \alpha + 2\varphi)}{\sqrt{\mu}} \quad (3.2.1)$$

бунда  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$  - ҳар бир МТ қисмининг бурчак узоклиги. Бошқа томондан қараганда, манёврнинг вақти

$$T = T_{эл} + 2t_p \quad (3.2.2)$$

бунда  $T_{эл}$  - эллиптик орбитада ҳаракатланиш вақти,  $t_p$  - ҳар бир МТ қисмининг вақт узоклиги.

Кутиш эллипсида ҳаракатланиш вақти:

$$T_{эл} = 2\pi \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu}} \quad (3.2.3)$$

бунда  $a$  - катта ярим ўқ.

Биринчи МТ қисмида  $A$  нуктанинг тезлиги маҳаллий айланма  $v_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r}}$

тезликдан эллипснинг  $P$  перицентридаги  $v_p$  тезликкача камаяди

$$v_p = \sqrt{\mu \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}$$

Иккинчи МТ қисмида нуктанинг тезлиги  $v_p$  дан маҳаллий айланма тезликкача ортади. Ҳар иккала МТ қисмларнинг вақт узоклиги ва бурчак узоклиги мос тушади.

$t_p$  - актив қисмнинг вақт узоқлиги қуйидагидан топилады

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{\mu}{r}} \pm (c\beta t_p + \frac{c\beta^2}{2!} t_p^2 + \dots) \\ v_p &= \sqrt{\mu \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{\frac{\mu}{r}} - (c\beta t_p + \frac{c\beta^2}{2!} t_p^2 + \dots) \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

Ҳар бир МТ қисмнинг бурчак узоқлиги (2.1.11) формула орқали топилады

$$\varphi = \frac{1}{r} \left( \sqrt{\frac{\mu}{r}} t_p - c\beta \left( \frac{t_p^2}{2} + \frac{\beta}{6} t_p^3 + \dots \right) \right) \quad (3.2.5)$$

$t = 0$  вақтда ҳаракат йўналишида уринма бўйлаб йўналган тортиш вектори  $A$  нуқтада траекториянинг ички томонига қандайдир максимал  $\gamma$  бурчакка бурилади

$$\sin \gamma = \frac{1 - \beta t_p}{c\beta r} \left( v_p^2 - \frac{\mu}{r} \right) \quad (3.2.6)$$

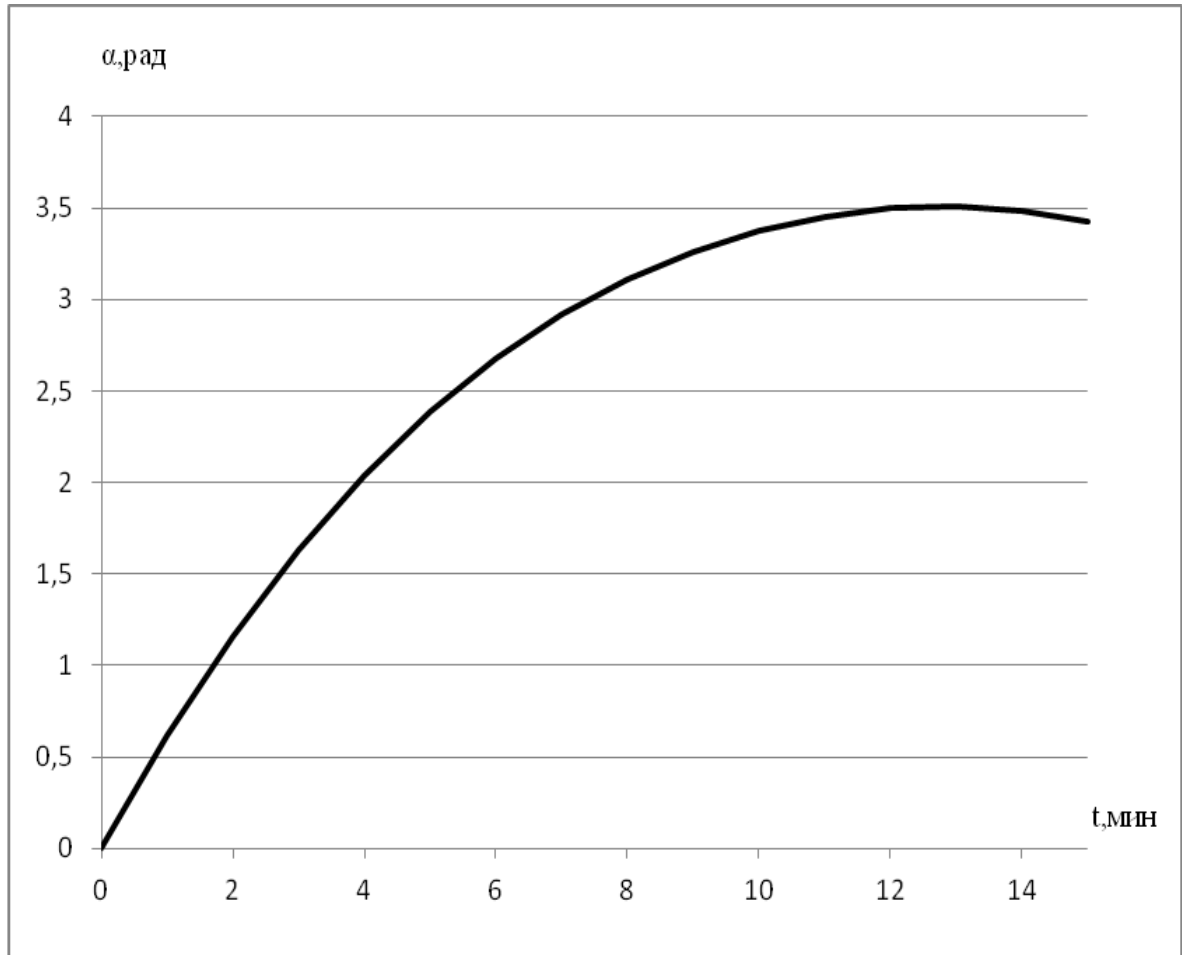
(3.2.2) ва (3.2.1) дан

$$\frac{(2\pi + 2\varphi - \alpha) r^{3/2}}{\sqrt{\mu}} = T_{эл} + 2t_p. \quad (3.2.7)$$

$$a = \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{\mu} \left( \sqrt{\frac{\mu}{r}} + (c\beta t_p + \frac{c\beta^2}{2} t_p^2 + \frac{1}{3} c\beta (\beta^2 - \frac{2\mu}{r^3}) t_p^3 + \dots \right)^2 \right)^{-1} \quad (3.2.8)$$

эга бўламиз.

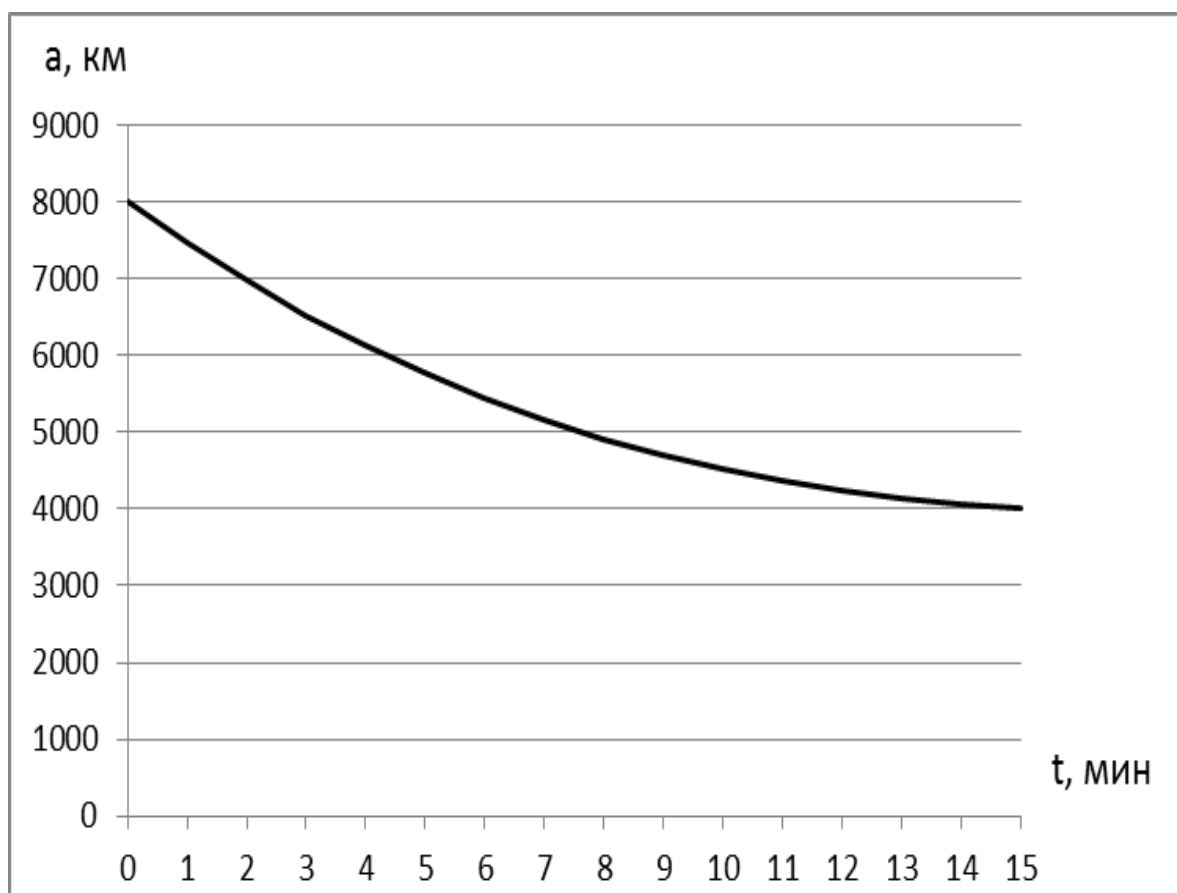
$$\alpha = 2\varphi + 2\pi - \frac{(T_{эл} + 2t_p)\sqrt{\mu}}{r^{3/2}}$$



14-расм

14-расмда бошланғич бурчакнинг вақтга боғлиқлиги кўрсатилган.

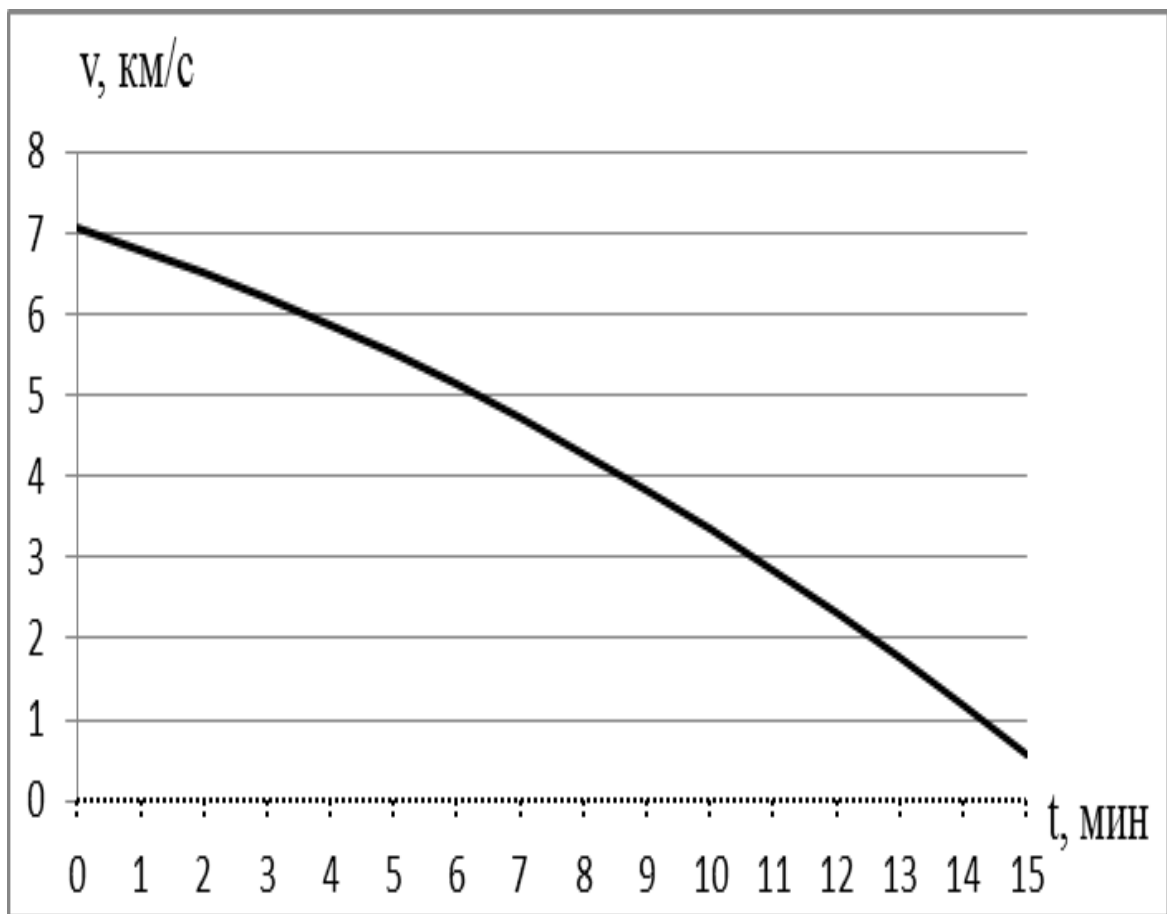
$$a = \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{\mu} \left( \sqrt{\frac{\mu}{r}} + (c\beta t_p + \frac{c\beta^2}{2} t_p^2 + \frac{1}{3} c\beta(\beta^2 - \frac{2\mu}{r^3}) t_p^3 + \dots) \right)^2 \right)^{-1}$$



15-рasm

15-рasmда ўтиш эллипсининг катта ярим ўқини вақтга боғлиқлиги кўрсатилган.

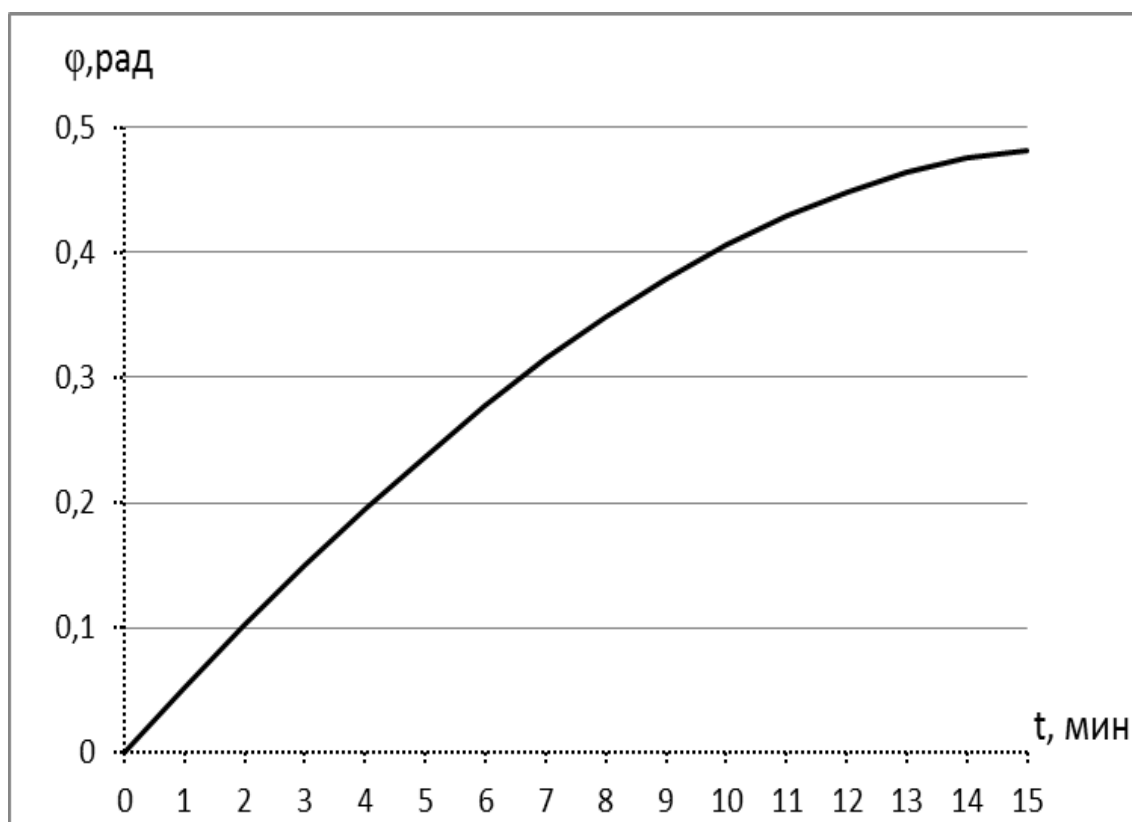
$$v = \sqrt{\frac{\mu}{r}} - (c\beta t_p + \frac{c\beta^2}{2!}t_p^2 + \dots)$$



16-рasm.

16-рasmда тезликни вақтга боғлиқлиги кўрсатилган.

$$\varphi = \frac{1}{r} \left( \sqrt{\frac{\mu}{r}} t_p - c\beta \left( \frac{t_p^2}{2} + \frac{\beta}{6} t_p^3 + \dots \right) \right)$$

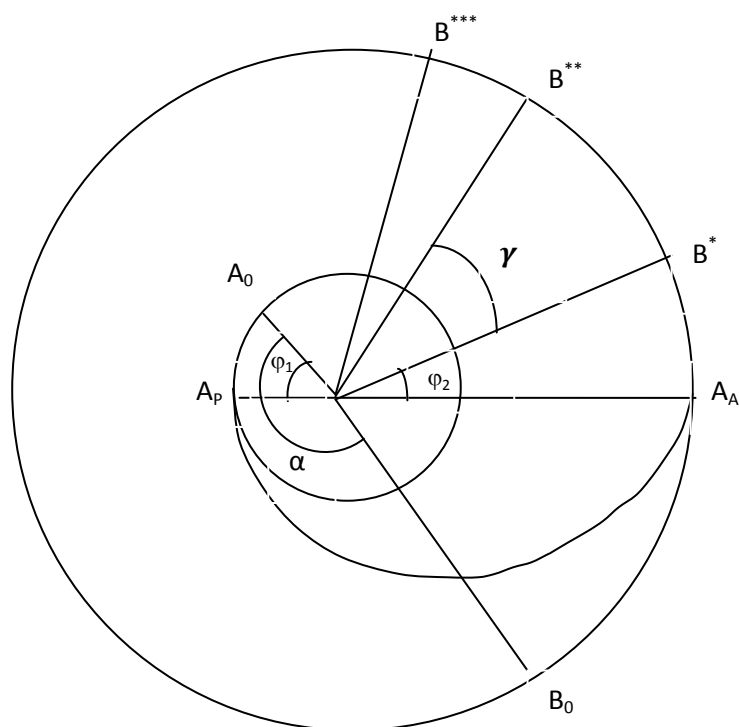


17-рasm.

17-рasmда актив қисм бурчак узoқлигини вақтга бoғлиқлиги кўрсатилган.

### 3.3. Айланма компланар орбиталарда ҳаракатланувчи икки нуктанинг юмшоқ туташуви масаласи

Марказий Ньютон майдонида ҳаракатланувчи, турли компланар, айланма орбитада ҳаракатланувчи икки нуктанинг минимум масса сарфи билан юмшоқ туташуви масаласини кўрамиз. Икки нуктанинг қандайдир онда юмшоқ туташуви – бу шу онда уларнинг координаталари ва тезликлари мос тушишидир.



18-расм.

А ва В нукталар бир хил йўналишда мос равишда  $r_1$  ва  $r_2$  радиусли айлана бўйлаб ҳаракатланишмоқда ( $r_1 < r_2$ ). В нукта бутун манёвр вақтида  $v_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}}$  маҳаллий айланма тезлик билан пассив ҳаракат қилади, бунда  $\mu$  – тортишиш маркази гравитацион параметри. А нукта актив нукта бўлиб, массанинг минимум сарфи билан  $r_2$  радиусли айланма орбитага ўтиб

В нукта билан юмшоқ туташishi керак. Учрашиш нуктасининг вазияти берилмаган.  $t = 0$  бошланғич вақтда  $\alpha$  бошланғич бурчак берилган, у ҳаракат йўналиши бўйлаб  $A$  актив нуктадан бошлаб хисобланади (18-расм). Қўйилган масалани уч қисмга бўлиш мумкин: биринчи қисм  $A$  нуктани сўнги орбитага ўтишини, иккинчи қисм ( $A$  нуктанинг адаптацияси)  $A$  нуктанинг тезлигини маҳаллий айланма тезликгача ошишини ва учинчи қисм – икки нукта юмшоқ туташуви манёври, бунда  $A$  нукта тезлигини ошириб  $B$  нуктани қувиб етиши манёврини бошланишини ўз ичига олади.

1.  $t = 0$ , бошланғич вақтда  $A_0$  нуктага максимал тортиш қўямиз [3], унинг катталиги ва йўналишини, [16] ишда топилган формулалардан аниқлаймиз. Тортиш вектори траекториянинг ички томонига бурилади.  $A$  нукта МТ қисми бўйлаб ҳаракатланишни бошлайди ва у  $A_1$  гача давом этади, бунда унинг тезлиги ортиб,  $A_p$  ўтиш эллипсининг перицентридаги тезлигига тенг бўлади

$$v_p = \sqrt{\mu \left( \frac{2}{r_1} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} \sqrt{\frac{2r_2}{r_1 + r_2}},$$

$a$  – ўтиш эллипсининг катта ярим ўқи,  $a = \frac{r_1 + r_2}{2}$ .  $t = t_1$  вақтда тортиш ўчирилади ва  $A$  шу моментда маҳаллий айланма тезликдан катта тезликка эга бўлиб,  $A_p$  перицентрида эллиптик орбитага ўтади.

МТ қисми бўйича ҳаракатланганда нуктанинг тезлигини вақт бўйича боғликлиги [16] формула оркали топилади

$$v = \sqrt{\frac{\mu}{r}} \pm \left( c\beta t_i + \frac{c\beta^2}{2!} t_i^2 + \dots \right)$$

бунда,  $c$  – ёкилғи сарфининг нисбий тезлиги,  $\beta = \frac{\tilde{m}}{M}$ ,  $\tilde{m}$  – массанинг оний сарфи,  $M$  – нуқтанинг массаси. Шундай қилиб, перицентрдаги тезлик учун қуйидагига эга бўламиз

$$\sqrt{\frac{\mu}{r_1}} \sqrt{\frac{2r_2}{r_1 + r_2}} = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} + (c\beta t_1 + \frac{c\beta^2}{2!} t_1^2 + \dots),$$

бундан

$$c\frac{\beta^2}{2} t_1^2 + c\beta t_1 + \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} \left(1 - \sqrt{\frac{2r_2}{r_1 + r_2}}\right) = 0. \quad (3.3.1)$$

(3.3.1) тенгламани ечиб,  $t_1$  –  $MT_1$  қисмнинг вақт узоклигини топамиз.

$$t_1 = \frac{1}{\beta} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{c} \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} \left( \sqrt{\frac{2r_2}{r_1 + r_2}} - 1 \right)} \right).$$

$A$  нуқта эллиптик траекторияни ярмини ўтиб,

эллипснинг  $A_A$  апоцентрага  $\nu_A$  тезлик билан тушади

$$\nu_A = \sqrt{\mu \left( \frac{2}{r_2} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} \sqrt{\frac{2r_1}{r_1 + r_2}}$$

II Сўнгги орбитага келган вақтда эллипснинг апоцентрада  $A$  нуқтага тортиш қўйилади.  $MT$  қисмнинг иккинчи қисми бошланади ва у  $B^*$  нуқтагача давом этади, бунда  $A$  нуқтанинг тезлиги маҳаллий айланма

тезликгача ортади  $\nu_{кр2} = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}}.$

$$\sqrt{\frac{\mu}{r_2}} \sqrt{\frac{2r_1}{r_1 + r_2}} = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} - \left( c\beta t_2 + \frac{c\beta^2}{2} t_2^2 + \dots \right).$$

Бу ерда  $t_2$  –  $MT_2$  қисмнинг вақт узоклиги  $t_2$  вақтда тортиш ўчирилади ва  $A$  нуқта шу вақтда маҳаллий айланма тезликга тенг тезликга эга бўлиб сўнгги орбитага ўтади.

$$c\frac{\beta^2}{2} t_2^2 + c\beta t_2 + \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} \left( \sqrt{\frac{2r_1}{r_1 + r_2}} - 1 \right) = 0 \quad (3.3.2)$$

(3.3.2) тенгламани ечиб,  $t_2 - MT_2$  қисмнинг вақт узоклигини топамиз.

$$t_2 = \frac{1}{\beta} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{c} \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} \left( 1 - \sqrt{\frac{2r_1}{r_1 + r_2}} \right)} \right)$$

Манёврнинг дастлабки икки қисми, МТ қисмларнинг вақт узокликлари ва нуқтанинг ўтиш эллипсида ҳаракатланиш вақтидан ташкил топган.

$$\frac{T_{эл}}{2} = \pi \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu}} \quad T_{общА} = \frac{T_{эл}}{2} + t_1 + t_2. \quad (3.3.3)$$

Биринчи ва иккинчи МТ қисмларининг  $\varphi_1$  ва  $\varphi_2$  бурчак узокликларини топамиз [3]

$$\varphi_i = \frac{1}{r_i} \left( \sqrt{\frac{\mu}{r_i}} t_i + c\beta \left( \frac{t_i^2}{2} + \frac{\beta}{6} t_i^3 + \dots \right) \right) \quad (i=1,2).$$

А нуқта  $A_0$  дан  $B^*$  га ўтиши учун керак бўладиган вақт (3.3.3), В нуқта  $B^{**}$  га ўтишга кетказадиган вақтга тенг (19-расм).

$$T_{BO}^{**} = \frac{r_2^{\frac{3}{2}} ((\pi + \varphi_1 + \varphi_2) - \alpha + \gamma)}{\sqrt{\mu}}$$

бунда  $\gamma$  – янги бошланғич бурчак (новый угол рассогласования)

1) Агар  $T_B = \frac{r_2^{\frac{3}{2}} ((\pi + \varphi_1 + \varphi_2) - \alpha)}{\sqrt{\mu}}$ , яъни  $\gamma = 0, \alpha_1 = \alpha$  бўлади, у ҳолда  $\alpha_1$

бошланғич бурчакни топамиз, бунда В нуқта  $B^*$  да бўлади, яъни  $MT_2$  қисмнинг охирида. У ҳолда нуқталар (3.3.3) вақтда учрашишади.

2) Агар  $\gamma \neq 0, \alpha_1 \neq \alpha$  бўлса, В нуқта  $B^{**}$  да бўлади.  $\gamma$  бурчак (угол рассогласования). У ҳолда манёврнинг учинчи қисми бошланади

III .



Бу ерда  $\psi_1 = \psi_2 = \psi$  - битта МТ қисмнинг бурчак узоқлиги.  $A^*$  нуктада базис-векторнинг трансверсал ташкил этувчиси бўйича тортиш реверси содир бўлади ва иккинчи МТ қисм биринчисига тескари бўлади.

$$2t_{\psi}^* = \frac{r_2^{3/2}(2\psi - \gamma)}{\sqrt{\mu}} \Rightarrow \gamma = \frac{2\left(r_2^{3/2}\psi - t_{\psi}^* \sqrt{\mu}\right)}{r_2^{3/2}}$$

бунда  $t^*$  - манёврнинг учинчи қисмида, ҳар бир МТ қисмнинг вақт узоқлиги.

### Учинчи боб бўйича хулоса

Марказий Ньютон майдонида юмшоқ туташув масаласини ечишда максимал тортиш қисмини қўллаш мавзусидаги боб бўйича қуйидаги хулосаларга келдик:

- Айланма орбитада икки нуктанинг юмшоқ туташуви масаласи ечилди. Бошланғич бурчак билан актив қисм узунлиги, актив қисм бурчак узоқлиги, тўлиқ манёвр вақти каби катталикларнинг аналитик ва график нисбатлари олинди.
- Айланма орбитада кутиш эллипсидан фойдаланилганда икки нуктанинг юмшоқ туташуви масаласи ечилди. Бошланғич бурчак билан актив қисм узунлиги, актив қисм бурчак узоқлиги, тўлиқ манёвр вақти каби катталикларнинг аналитик ва график нисбатлари олинди.
- Айланма компланар орбиталарда ҳаракатланувчи икки нуктанинг юмшоқ туташуви масаласи ечилди. Бошланғич бурчакка нибатан тўлиқ манёвр вақти топилган. Актив қисмларнинг бурчак узоқликлари топилган.

## ХУЛОСА

Ушбу ишда характеристик тезликни минимизациялаш ҳақидаги масаланинг МТ қисмлари учун хусусий ечимлар одатийсидан фарқли метод билан аниқланган.

Бу ечимларга текисликда ётувчи, тортиш кучи йўналишига боғлиқ ҳолда маҳаллий айланма тезликдан катта ёки кичик тезликда тортишиш марказидан ўтувчи айлана ёйи бўйлаб ҳаракат мос тушади.

Шу кўрсатилганки, тезликка ва тортиш йўналишига қўйилган қўшимча чекловлар стационарлик шартига таъсир қилмайди, бироқ тезликни маҳаллий айланма тезликдан оғишини характерловчи ва маълум бир бошланғич шартларда ўринли инвариант муносабатни топиш имконини беради.

Тортиш кучи йўналишини ўзгариши қонуни топилган. Бошланғич вақтда ҳаракат йўналишига уринма бўйлаб йўналган тортиш вектори, тезлиكنинг камайиши ёки ортишига қараб траекториянинг ички ёки ташқи томонига бурилади.

Нуқта тезлиги катталиги, радиус вектор билан тортиш вектори ташкил қилган бурчак билан боғлиқлиги аниқланган.

Тезликни миқдори, массанинг оний сарфини, нуқтанинг бошланғич массаси нисбатига боғлиқлиги аниқланган.

Натижалар марказий Ньютон майдони ҳолида қатор масалаларни ечишда фойдаланилди:

Айланма компланар орбиталар орасида ўтиш масаласи ечилди. Кейинги ва бошланғич орбиталар радиусларининг нисбатига чекловлар топилди, бунда таклиф қилинган ечимнинг қўлланилиши мумкин;

Айланма орбитадан оптимал кетиш масаласи ечилган. Тортиш вектори, бошланғич пайтда траекторияга уринма бўйлаб йўналган бўлади, кейин қонуният бўйича траекториядан ичкарига йўналади. Нуқтанинг тезлиги маҳаллий айланма тезликдан гипербола перицентридаги

тезликкача ўзгаради. МТ қисмнинг бурчагини узоқлигини аналитик ва график боғлиқлиги ва МТ нинг узунлигини кетиш гиперболаси эксцентриситети билан боғлиқликлари топилган.

Айланма орбитада икки нуқтанинг юмшоқ туташуви масаласи ечилган. Бошланғич бурчак билан актив қисм узунлиги, актив қисм бурчак узоқлиги, тўлиқ манёвр вақти каби катталикларнинг аналитик ва график нисбатлари олинган.

Айланма орбитада кутиш эллипсидан фойдаланилганда икки нуқтанинг юмшоқ туташуви масаласи ечилган. Бошланғич бурчак билан актив қисм узунлиги, актив қисм бурчак узоқлиги, тўлиқ манёвр вақти каби катталикларнинг аналитик ва график нисбатлари олинган.

Айланма компланар орбиталарда ҳаракатланувчи икки нуқтанинг юмшоқ туташуви масаласи.

Туташув масаласининг турли хил вариантлари кўрилган. Хусусан, туташуш манёври траекторияси, иккита МТ қисмини ўз ичига олади, базис-векторнинг трансверсал ташкил этувчиси бўйлаб тортиш реверси билан бўлинган, НТ қисми оралиқ эллиптик орбитани ўз ичига олувчи ҳоллари кўрилган.

Бошланғич бурчак билан актив қисмнинг вақт узоқлиги, актив қисмнинг бурчак узоқлиги, оралиқ эллиптик орбитанинг параметри, тўлиқ манёвр вақти каби катталикларни аналитик ва график муносабатлари олинган.

Олинган ечимлар осмон баллистикасида конкрет учиб ўтишни тузишда таянч траектория вазифасини бажаради.

## ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining "Oliy ta'lim tizimini yanada rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi qarori. Toshkent shahri, 2017-yil 20-aprel.
2. 2017-2021 yillarda O'zbekiston Respublikasini rivojlantirishning beshta ustuvor yo'nalishi bo'yicha HARA KATLAR STRATEGIYASI dasturi. Toshkent shahri, 2017-yil.
3. Лоуден Д.Ф. Оптимальные траектории для космической навигации.- М.: Мир. 1966.
4. Azizov A.G., Korshunova N.A. On an analytical solution of optimum trajectory problem in a gravitational field // Celestial Mech.-1986.-V.38. № 4. - С. 297-306.
5. Азизов А.Г., Коршунова Н.А. Вариационные задачи механики космического полета. - Учебное пособие. – Т.: ТашГУ, 1991.- 84 с.
6. Коршунова Н.А. Оптимизация траекторий точки в гравитационных полях // Узбекский журнал «Проблемы механики».- 2008, № 1.- С.51-53.
7. Azimov D.M. Extremal Analytical Solutions for Maximum-Thrust Arcs in the Newtonian Field // Journal of Guidance, Control and Dynamics, AIAA. USA, 2010. V.33, N.5, pp. 1550-1565.
8. Lurie A.I. Thrust Programming in a Central Gravitational Field // Topics in Optimization, Academic Press, New York, 1967, pp. 103-146.
9. Pines S. Constants of the Motion for Optimum Thrust Trajectories in a Central Force Field // AIAA Journal, V.2, N.11, Nov, 1964, pp. 2010-2014.
10. Melbourne W.G. Three Dimensional Optimum Thrust Trajectories for Power-Limited Propulsion Systems // ARS Journal, V.31, 1961, pp. 1723-1728.

11. Edelbaum T.N., Pines S. Fifth and Sixth Integrals for Optimum Rocket Trajectories in a Central Field // AIAA Journal, V.8, N.7, Nov, 1970, pp. 1201-1204.
12. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Аналитические и качественные методы.- М.: Наука. 1964.
13. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Методы теории движения искусственных небесных тел.- М.: Наука. 1983.
14. Maple 6. Решение задач высшей математики и механики (Матросов А.В., 2001)
15. Охоцимский Д.Е. Сихарулидзе Ю.Г. Основы механики космического полета.- М.: Наука. 1990.
16. Зиядинова О.Д., Коршунова Н.А. Аналитические решения для участков максимальной тяги в центральном ньютоновском поле// Вестник НУУЗ.- 2009 г.- № 1.- С. 85 -88
17. Natalya.A.Korshunova and Dilmurat.M.Azimov. Analytical Solutions for Thrust Arcs in a Field of Two Fixed Centers // «Journal of Guidance, Control, and Dynamics» (AIAA), USA, 2014. V.37, №5, pp. 1716-1719.
18. Азизов А.Г., Коршунова Н.А. К вопросу определения оптимальных траекторий в ньютоновском поле // Проблемы мех. управл. движения. Нелинейн. динамич. системы / Межвуз. сб. научн. трудов.- Пермский ун-т, 1984.
19. Азизов А.Г., Коршунова Н.А. Об оптимальных траекториях в гравитационных полях, допускающих аппроксимацию центральным линейным // Космич. исследования.- 1991.- Т.29. Вып.4.
20. Ивашкин В.В., Райкунов Г.Г. Оптимизация двухимпульсного маневра встречи двух аппаратов на круговой орбите. Препр.Ин-т прикл.матем. АН СССР. 1989. № 119. С. 1-28.
21. Коршунова Н.А. Оптимизация маневра встречи на круговой орбите // Узбекский журнал «Проблемы механики».- 1992, № 2.- С.3-7.

- 22.Зиядинова О.Д. Задача о мягкой встрече двух точек, движущихся по компланарным круговым орбитам // Узбекский журнал «Проблемы механики».- 2008, № 1.- С.11-14.
- 23.Ильин В.А., Кузмак Г.Е. Оптимальные перелеты космических аппаратов .-М.:Наука. 1976.
- 24.Новоселев В.С. Аналитическая теория оптимизации в гравитационных полях.-Л.:Изд-во ЛГУ,1972.

**Диссертация мавзуси бўйича чоп этилган мақола ва тезислар  
рўйхати**

1. Коршунова Н.А, Хусаинов С.Б Применение участков максимальной тяги в центральных гравитационных полях // Международная научно-практическая конференция «Инновация-2017». Сборник научных статей. – Ташкент, 2017.- С.226-227.
2. Хусаинов С.Б Задача о мягкой встрече двух точек, движущихся по компланарным круговыми орбитами // “Математика, механика ва информатика фанларининг ривожиди истеъдодли ёшларнинг ўрни” илмий-амалий семинар тезислар тўплами. Т.: О’зМУ, 2018.-В. 125-128.