

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЯХ

Сакиева О.Б, Садатов О.Х

Термезский Государственный Университет

sakiyeva@mail.ru

Аннотация

В данной статье рассматривается производственная функция Кобба-Дугласа. Используя производственную функцию Кобба-Дугласа можно определить зависимость объема выпуска продукции от двух факторов производства – капитала и труда. Значит с помощью производственной функции определяет минимальное количество затрат, необходимых для производства данного объема продукта.

Производственная функция – это зависимость между набором факторов производства и максимально возможным объемом продукта, производимым с помощью данного набора факторов.

Производственные функции, независимо от того, какой вид производства ими выражается, обладают следующими общими свойствами:

1) Увеличение объема производства за счет роста затрат только по одному ресурсу имеет предел (нельзя нанимать много рабочих в одно помещение – не у всех будут места).

2) Факторы производства могут быть взаимодополняемы (рабочие и инструменты) и взаимозаменяемы (автоматизация производства).

В наиболее общем виде производственная функция выглядит следующим образом:

$$Q = f(K, L, M, T, N)$$

где Q - объем выпуска;

K- капитал (оборудование);

M- сырье, материалы;

T – технология;

N – предпринимательские способности.

Наиболее простой является двухфакторная модель производственной функции Кобба – Дугласа, с помощью которой раскрывается взаимосвязь труда (L) и капитала (K).

Эта функция имеет следующий вид:

$$Q = AK^{\alpha} L^{\beta},$$

где A – производственный коэффициент, показывающий пропорциональность всех функций и изменяется при изменении базовой технологии (через 30-40 лет);

K, L- капитал и труд;

α, β -коэффициенты эластичности объема производства по затратам капитала и труда.

Если $\alpha = 0,25$, то рост затрат капитала на 1% увеличивает объем производства на 0,25%.

На основе анализа коэффициентов эластичности в производственной функции Кобба - Дугласа можно выделить:

1) пропорционально возрастающую производственную функцию, когда

$$\alpha + \beta = 1, (Q = K^{0.5} \cdot L^{0.2})$$

2) непропорционально – возрастающую

$$\alpha + \beta > 1 (Q = K^{0.9} + L^{0.8})$$

3) убывающую

$$\alpha + \beta < 1 (Q = K^{0.4} \cdot L^{0.2})$$

Рассмотрим короткий период деятельности фирмы, в котором из двух факторов переменным является труд. В такой ситуации фирма может увеличить производство за счет использования большего количества трудовых ресурсов. График производственной функции Кобба – Дугласа с одной переменной изображен на рис. 1 (кривая TP_L).

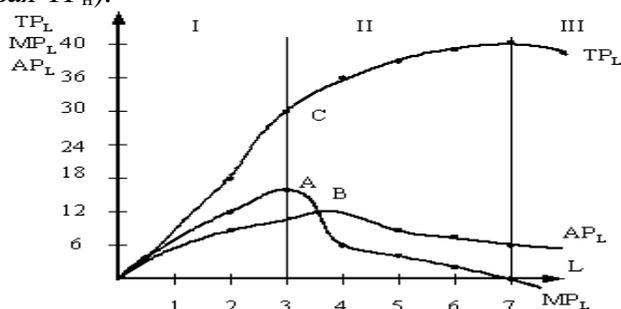


Рис. 1. Динамика и взаимосвязь общего среднего и предельного продуктов

В краткосрочном периоде действует закон убывающей предельной производительности. Закон убывающей предельной производительности действует в краткосрочном временном интервале, когда один производственный фактор остается неизменным. Действие закона предполагает неизменное состояние техники и технологии производства, если в производственном процессе будут применены новейшие изобретения и другие технические усовершенствования, то рост объема выпуска может быть достигнут при использовании тех же самых производственных факторов. То есть технический прогресс может изменить границы действия закона.

Если капитал является фиксированным фактором, а труд – переменным, то фирма может увеличить производство за счет использования большего количества трудовых ресурсов. Если же найм рабочих будет продолжаться, то в конечном итоге, они будут мешать друг другу (предельная производительность станет отрицательной) и объем выпуска сократится.

Предельная производительность труда (предельный продукт труда – MP_L) – это прирост объема производства от каждой последующей единицы труда

$$MP_L = \frac{\Delta Q_L}{\Delta L}$$

т.е. прирост производительности к совокупному продукту (TP_L)

$$MP_L = \frac{\Delta TP_L}{\Delta L}$$

Аналогично определяется предельный продукт капитала MP_K .

Основываясь на законе убывающей производительности, проанализируем взаимосвязь общего (TP_L), среднего (AP_L) и предельного продуктов (MP_L) (рис. 1).

В движении кривой общего продукта (TP) можно выделить три этапа. На этапе 1 она поднимается вверх ускоряющимися темпами, так как предельность продукта (MP) возрастает (каждый новый рабочий приносит больше продукции, чем предыдущий) и достигает максимума в точке А, то есть скорость роста функции максимальна. После точки А (этап 2) в силу действия закона убывающей отдачи, кривая MP падает, то есть каждый нанятый рабочий дает меньшее приращение общего продукта по сравнению с предшествующим, поэтому темп роста TP после TC замедляется. Но пока MP будет положительным, TP будет все равно увеличиваться и достигнет максимума при $MP=0$.

На 3 этапе, когда количество рабочих становится избыточным по отношению к фиксированному капиталу (станки), MP приобретает отрицательное значение, поэтому TP начинает снижаться. Конфигурация кривой среднего продукта AP также обусловлена динамикой кривой MP . На 1 этапе обе кривые растут, пока приращение объема выпуска от вновь нанятых рабочих будет большим, чем средняя

производительность (AP_L) ранее нанятых рабочих. Но после точки А ($\max MP$), когда четвертый рабочий добавляет к совокупному продукту (TP) меньше чем третий, MP уменьшается, поэтому средняя выработка четырех рабочих также сокращается.

1. Проявляется в изменении долговременных средних издержек производства.

2. Кривая является огибающей минимальных краткосрочных средних затрат фирмы на единицу продукции (рис. 2).

3. Долгосрочный период в деятельности фирмы характеризуется изменением количества всех используемых производственных факторов.

Реакция на изменение параметров (масштаба) фирмы может быть различной (рис. 2).

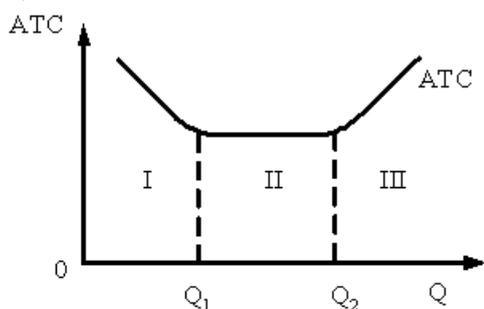


Рис. 2 Динамика долговременных средних издержек

I этап: положительный эффект от масштаба:

- Увеличение объема выпуска сопровождается снижением кривой, что объясняется эффектом экономии (например, за счет углубления специализации труда, применения новых технологий, эффективное использование отходов).

II этап: постоянная отдача от масштаба:

- При изменении объема издержки остаются неизменными, то есть рост количества применяемых ресурсов на 10% вызвал рост объемов производства также на 10%.

III этап: отрицательный эффект масштаба:

- Рост объема производства (например, на 7%) вызывает рост кривая (на 10%). Причиной ущерба от масштаба могут быть технические факторы (неоправданные гигантские размеры предприятия), организационные причины (рост и негибкость административно-управляющего аппарата).

Основные современные модели экономического роста, как и любые модели представляют собой абстрактное, упрощенное выражение реального экономического процесса в форме уравнений или графиков.

Производственной макроэкономической функции можно дать два основных определения:

1. это функция равновесного состояния выпуска продукции и определяющих его факторов производства (капитала, труда, земли, НТП);
2. это соотношение между национальным продуктом и взаимосвязанными факторами богатства общества, используемыми в экономике для его получения.

Используя производственную функцию Кобба-Дугласа можно определить зависимость объема выпуска продукции от двух факторов производства – капитала и труда.

Значит с помощью производственной функции определяет минимальное количество затрат, необходимых для производства данного объема продукта.

Ключевые слова: производственная функция Кобба-Дугласа, объем выпуска, капитал, труд, производственный коэффициент, коэффициент эластичности, общий производительность, средний производительность, предельная производительность, предельный продукт труда.

Список литературы:

1. Красильников О.Ю. Отражение структурных сдвигов в теориях экономического роста. Экономика: проблемы теории. Саратов: Изд-во Научная книга, 2001.
2. Райхлин Э. Основа экономической теории. Экономический рост и развитие. М.: Юрист, 2001.
3. Ясин Е. Экономический рост как цель и как средство. Вопросы экономики. № 9, 2001.