

**ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ, МАТЕМАТИКА
ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ
DSc.27.06.2017.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ**

МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ

МАМАДАЛИЕВ НОДИРБЕК КАМОЛДИНОВИЧ

**ЯРИМ АДДИТИВ ФУНКЦИОНАЛЛАР ФАЗОСИНИНГ
КАРДИНАЛ ВА ТОПОЛОГИК ХОССАЛАРИ**

01.01.04 – Геометрия ва топология

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PHD)
ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

ТОШКЕНТ–2019

**Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD)
диссертацияси автореферати мундарижаси**

**Оглавление автореферата диссертации
доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам**

**Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on
physical-mathematical sciences**

Мамадалиев Нодирбек Камолдинович

Ярим аддитив функционаллар фазосининг кардинал ва топологик
хоссалари. 3

Мамадалиев Нодирбек Камолдинович

Кардинальные и топологические свойства пространства полуаддитивных
функционалов. 17

Mamadaliyev Nodirbek Kamoldinovich

Cardinal and topological properties of the space of semiadditive functionals.... 31

Эълон қилинган ишлар рўйхати

Список опубликованных работ
List of published works 34

**ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ, МАТЕМАТИКА
ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ
DSc.27.06.2017.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ**

МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ

МАМАДАЛИЕВ НОДИРБЕК КАМОЛДИНОВИЧ

**ЯРИМ АДДИТИВ ФУНКЦИОНАЛЛАР ФАЗОСИНИНГ
КАРДИНАЛ ВА ТОПОЛОГИК ХОССАЛАРИ**

01.01.04 – Геометрия ва топология

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD)
ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

ТОШКЕНТ–2019

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (Doctor of Philosophy) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2017.2.PhD\FM95 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация ЎзРФА В.И.Романовский номидаги Математика институтида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (www.ik-fizmat.nuu.uz) ва «Ziyonet» Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:

Бешимов Рўзиназар Бебутович
физика-математика фанлари доктори, доцент

Расмий оппонентлар:

Владимир Иванович Чилин
физика-математика фанлари доктори, профессор

Жураев Турсунбай Файзиевич
физика-математика фанлари номзоди, доцент

Етакчи ташкилот:

Тошкент архитектура қурилиш институти

Диссертация ҳимояси Ўзбекистон Миллий университети, Математика институти ҳузуридаги DSc.27.06.2017.FM.01.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2019 йил «___» _____ соат _____ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99871) 227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

Диссертация билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (___ рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99871) 246-02-24).

Диссертация автореферати 2019 йил «___» _____ кунни тарқатилди.
(2019 йил «___» _____ даги _____ рақамли реестр баённомаси).

А. Садуллаев

Илмий даражалар берувчи Илмий
кенгаш раиси, ф.-м.ф.д., профессор,
академик

Ғ.И. Ботиров

Илмий даражалар берувчи Илмий
кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.н.

А.Я. Нарманов

Илмий даражалар берувчи Илмий
кенгаш қошидаги илмий
семинар раиси, ф.-м.ф.д., профессор

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар аксарият ҳолларда ярим аддитив функционаллар ва ковариант функторлар назарияси масалаларини тадқиқ қилишга келтирилади. Ярим аддитив функционаллар фазосининг кардинал инвариантларини таққослаш функционал анализ, геометрия, топология каби соҳалардаги тадқиқотларнинг объектидир. Ярим аддитив функционаллар фазоларининг кардинал инвариантларини таққослаш топологик фазолар кардинал сонларининг тенг бўлиш шартларини топишда асос сифатида хизмат қилади. Шунинг учун ярим аддитив функционаллар фазосининг кардинал инвариантларини таққослаш фазоларнинг кардинал инвариантларини тадқиқ қилиш, кучсиз функционаллар фазоси, алгебраик топология ва кардинал инвариантлар назариясининг муҳим вазифаларидан бири бўлиб келмоқда. Шунингдек, эҳтимоллар назарияси ва математик статистика масалаларининг турли моделларини яратишда ўз талқинига эга бўлганлиги сабабли, ярим аддитив функционалларнинг кардинал инвариантлари назарияси бўйича олинган натижалар ҳам назарий, ҳам тадбиқий жиҳатдан аҳамиятли ва замонавий математиканинг долзарб йўналишларидан ҳисобланади.

Ҳозирги кунда жаҳонда ярим аддитив функционаллар фазоларининг кардинал инвариантларини таққослаш, кардинал инвариантлар ва ковариант функторлар назарияси масалаларини ечиш замонавий топологиянинг долзарб масалаларидан бири ҳисобланади. Компакт элтувчили ярим аддитив функционаллар фазосининг зичлиги, салмоғи, Шанин сони, локал сушт зичлиги каби кардиналларини тадқиқ қилиш муҳим аҳамият касб этмоқда. Бу борада: берилган фазо ва унинг компакт элтувчили ярим аддитив функционаллар фазоси кардиналларини таққослаш; кардинал инвариантларнинг тенг бўлиш шартларини топиш; ярим аддитив функционаллар функторини компакт фазолар категориясидан Тихонов фазолари категорисигача давом эттириш масалалари мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мамлакатимизда фундаментал фанларнинг илмий ва амалий тадқиқига эга бўлган геометрия ва топологиянинг долзарб йўналишларига эътибор кучайтирилди. Жумладан, топологик фазоларнинг кардинал инвариантлари ва функторлар назарияси масалаларини ўрганишга алоҳида эътибор қаратилди. Ярим аддитив функционаллар ҳамда эҳтимол ўлчовлари фазосининг топологик, геометрик ва кардинал хоссалари сақланишига оид салмоқли натижаларга эришилди. “Функционал анализ, геометрия ва топология фанларининг устувор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари” этиб белгиланди¹. Қарор ижросини таъминлашда алгебра ва функционал анализ масалаларини ҳал этишнинг топологик назариясини ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга.

¹ Ўзбекистон Республикаси Вазирлар маҳкамасининг 2017 йил 18 майдаги “Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида”ги 292-сонли қарори.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги № ПФ-4947 “Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича ҳаракатлар стратегияси тўғрисидаги” Фармони, 2017 йил 17 февралдаги № ПҚ-2789-сон «Фанлар академияси фаолияти, илмий-тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги, 2017 йил 20 апрелдаги ПҚ-2909-сон «Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ва 2018 йил 27 апрелдаги № ПҚ-3682 “Инновацион ғоялар, технологиялар ва лойиҳаларни амалиётга жорий қилиш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисидаги” қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланиши устувор йўналишларига боғлиқлиги. Диссертация республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Топологик фазолар ва уларнинг акслантиришлари категориясида таъсир қилувчи ковариант функторларни тадқиқ қилиш топология математиканинг алоҳида соҳаси сифатида ажралиб чиққан пайтлардаёқ бошланган. Компактлар категориясида ҳаракатланувчи ковариант функторларнинг классик намунаси сифатида пайдо бўлиши Хаусдорф ва Виеторислар номлари билан боғлиқ бўлган экспоненциал операция функтори хизмат қилади.

Е.В.Шепин илмий ишларида ковариант функторларнинг залворли ва кенг қамровли назарияси яратилган. У функторларнинг қатор табиий ва кенгроқ аҳамият касб этувчи хоссаларини ажратиб кўрсатган ҳамда нормал функтор тушунчасини киритган. Т.Радул эса компакт фазолар ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясида таъсир қилувчи суст аддитив тартибни сақловчи нормаланган функционаллар функторини тадқиқ қилишни бошлаб берди. Т. Радул томонидан аниқланган функторнинг нормал функтор эмаслиги кўрсатилган, бу эса бу функторни тадқиқ қилиш нормал функторларни ўрганишга қараганда бирмунча мураккаброқ эканлигини англатади. Ушбу функторнинг пайдо бўлиши сўнги пайтларда ночизикли функционаллар назариясининг ривожланаётганлиги билан боғлиқ.

А.А.Зайтов O функторни $O \circ \beta$ функторгача давом эттириб, унинг категорик хоссаларини ўрганган. Р.Бешимов эса O функтор Тихонов фазолар категориясида таъсир қилувчи функторгача давом эттирган. Д.Э.Давлетов X компактнинг барча узлуксиз функциялари фазосида аниқланган суст аддитив, тартибни сақловчи, нормаланган, мусбат бир жинсли ва ярим аддитив функционалларни тадқиқ қилиб, ярим аддитив функционаллар фазосининг алгебраик ўлчамларини ўрганган. Шунингдек, Д.Э.Давлетов томонидан компактда аниқланган функционалнинг ярим аддитив бўлиши учун зарур ва етарли шарт ишлаб чиқилган.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Низомий номидаги Тошкент давлат педагогика университетининг Ф4-ФА-Ф-27 «Топологик фазолар категориясида ҳаракатланаётган баъзи ковариант функторларнинг топологик ва кардинал хоссаларини тадқиқ қилиш» (2012-2016 йиллар) мавзусидаги илмий тадқиқот лойиҳаси доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади ярим аддитив функционаллар фазосининг кардинал ва топологик хоссаларини ҳамда бу фазога турли типдаги узлуксиз акслантиришларнинг таъсирини тадқиқ қилишдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

топологик фазоларнинг локал суств зичлик хоссасини тадқиқ қилиш; локал суств зичликнинг кўпайтмада сақланишини исбот қилиш ҳамда бу хоссани сақловчи турли акслантиришларни топиш;

чекли элтувчили эҳтимоллар фазосининг зичлигини баҳолаш ҳамда ярим аддитив функционаллар фазосининг кардинал ва топологик хоссаларини таққослаш;

компакт фазолар категориясида аниқланган ярим аддитив функционаллар функторининг Тихонов фазолар категориясидаги давомини аниқлаш;

ярим аддитив τ -силлиқ функционаллар фазосининг топологик ва категорик хоссаларини тавсифлаш.

Тадқиқотнинг объекти ярим аддитив функционаллар фазоси, чекли элтувчили эҳтимол ўлчовлари фазоси, стратифик фазолар ва ярим аддитив τ -силлиқ функционаллар функторидан иборат.

Тадқиқотнинг предмети ярим аддитив функционаллар фазосининг топологик хоссалари, стратифик фазолар кардинал хоссалари, ярим аддитив τ -силлиқ функционаллар функторининг хоссаларини тадқиқ қилишдан иборат.

Тадқиқотнинг усуллари. Тадқиқот ишида функционал анализ, ковариант функторлар, тўпламлар назарияси, ночизикли функционаллар назарияси ҳамда умумий топология масалаларини ечиш усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

стратифик фазолар учун Лиделёф сони, зичлик, суств зичлик, Суслин сони, тўр салмоғи ва π -тўр салмоғи ўзаро тенг эканлиги исботланган;

ҳар қандай келтирилмас мукамал акслантириш чексиз топологик фазоларнинг локал суств зичлигини сақлаши исбот қилинган;

чекли элтувчили эҳтимол ўлчовлари функторининг зичликни сақлаши исботланган;

Тихонов фазолари категорияси $Tych$ да таъсир этувчи ҳамда OS ярим аддитив функционаллар функторини давом эттирувчи ярим аддитив τ -силлиқ функционаллар функтори OS_τ аниқланган;

OS_r функтор O_r функтордан фарқли равишда прообразлар ҳамда Тихонов фазоларининг ёпиқ тўпламлари кесишмасини сақлаши, яъни нормал функтор эканлиги исботланган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари ярим аддитив функционаллар фазосининг кардинал ва топологик хоссаларини тадқиқ қилиш натижалари эҳтимоллар назарияси ва математик статистика масалаларининг турли моделлари учун Тихонов фазолар ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясида ҳаракатланувчи нормал функторнинг аниқланишида қўлланилган.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги. Умумий топология, тўпламлар назарияси, функторлар назарияси ва кардинал инвариантлар назарияси усулларидаан фойдаланилганлиги ҳамда математик мулоҳазаларнинг қатъийлиги билан асосланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти эҳтимол ўлчовлари фазоси, сустр аддитив функционаллар фазоси ҳамда топологик группаларда зичлик, салмоқ, характер, Шанин сони, Суслин сони, сустр зичлик ва калибр каби кардинал инвариантлар сақланишини исботлашда қўлланилганлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти ярим аддитив функционаллар фазоларининг топологик ва кардинал хоссаларини тадқиқ қилиш эҳтимоллар назарияси ва математик статистик масалаларининг турли моделлари учун Тихонов фазолар ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясида ҳаракатланувчи нормал функторнинг аниқланишида амалий асос бўлиб хизмат.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Ярим аддитив функционаллар фазосининг кардинал ва топологик хоссаларига оид олинган натижалар асосида:

OS_r функторининг нормал функтор эканлигини кўрсатиш «Текис ўлчовли топология ва текис узлуксиз акслантиришлар ҳамда уларнинг топологик алгебра ва функционал анализга тадбиқлари» номли грант лойиҳасида текис фазоларнинг топологик ва кардинал хоссаларига оид муҳим масалаларни ечишда фойдаланилган (Қирғизстон Миллий университетининг 2018 йил 21 майдаги 01/1197 рақамли маълумотномаси). Олинган натижаларнинг қўлланилиши Тихонов фазоларида ҳаракатланаётган текис ўлчовли фазоларнинг гиперфазосида салмоқ, характер, зичлик, сустр зичлик, Суслин сони ва Шанин сони каби кардинал инвариантларни баҳолаш имконини берган;

стратифик фазолар учун Лиделёф сони, зичлик, сустр зичлик, Суслин сони, тўр салмоғи ва π -тўр салмоғи ўзаро тенглигидан «Компьютер моделлаштириш, асимптотик, топологик ва аналитик методларнинг динамик системаларнинг турғунлик назарияси, тескари турдаги масалаларнинг ечилиши, иқтисодий ва геофизик жараёнларга тадбиқлари ва ривожланиши» грант лойиҳасида Тихонов фазоларида ҳаракатланаётган ковариант функторларининг кардинал инвариантларини таққослаш масалаларини

ечишда фойдаланилган (Қирғизстон Республикаси Фанлар Академияси Математика институтининг 2018 йил 14 ноябрдаги 0007125 рақамли маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши Тихонов фазоларидаги ковариант функторларнинг кардинал инвариантлари ва умумий топология масалаларини ечиш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқот натижалари 8 та Халқаро ва 8 та республика илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Тадқиқот мавзуси бўйича жами 24 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация комиссиясининг фалсафа доктори диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 8 та мақола, жумладан, 6 таси хорижий ва 2 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш қисми, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 76 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устивор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиқ берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг «**Топологик фазоларнинг ковариант функторлари ва ярим аддитив функционаллар фазоси**» деб номланувчи биринчи боби иккита параграфдан иборат. Диссертациянинг ушбу бобида келгусида қўлланилувчи зарурий тушунча ва маълумотлар келтириб ўтилган. Қуйидаги кардиналларнинг таърифлари берилган: тўр салмоғи, π -тўр салмоғи, салмоқ, π -салмоқ, зичлик, суст зичлик, характер, π -характер, Суслин сони, калибр, олдкалибр, Шанин сони ва олд Шанин сони. Шунингдек, биринчи бобда гиперфазолар, суст аддитив функционаллар фазолари, эҳтимол ўлчовлари фазолари, категориялар ҳамда Шепин маъносидаги нормал функторлар таърифлари келтирилган.

Бизга $C = \{Q, M\}$ ва $C' = \{Q', M'\}$ категориялар берилган бўлсин. Объектни объектга, морфизмни морфизмга ўтказувчи ва қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи $F: C \rightarrow C'$ акслантириш C категорияни C' категорияга ўтказувчи ковариант функтор дейилади:

F1) C категориядан олинган ҳар қандай $f : X \rightarrow Y$ морфизм учун $F(f)$ морфизм $F(X)$ дан $F(Y)$ га ҳаракатланса;

F2) ҳар қандай $X \in Q$ объект учун $F(\text{id}_X) = \text{id}_{F(X)}$ тенглик ўринли бўлса;

F3) $f \circ g$ композиция аниқланган ҳар қандай f ва g морфизмлар учун $F(f \circ g) = F(f) \circ F(g)$ тенглик ўринли бўлса.

Айтайлик $F : \text{Comp} \rightarrow \text{Comp}$ – ихтиёрий ковариант функтор бўлсин.

Ҳар қандай $S = \{X_\alpha, \pi_\alpha^\beta, A\}$ тескари спектр учун ушбу $F(S) = \{F(X_\alpha), F(\pi_\alpha^\beta), A\}$ тескари спектр аниқланган бўлиб, $F(\pi_\alpha) : F(\lim S) \rightarrow F(X_\alpha)$ акслантиришлар лимити $\pi : F(\lim S) \rightarrow \lim F(S)$ гомеоморфизм бўлса, F ковариант функтор узлуксиз дейилади.

Ҳар қандай X чексиз компакт учун $w(F(X)) = w(X)$ тенглик ўринли бўлса, у ҳолда F функтор салмоқни сақловчи функтор дейилади.

Ҳар қандай X компактни Y компактга ўтказувчи i жойлаштириш учун $F(i) : F(X) \rightarrow F(Y)$ акслантириш ҳам жойлаштириш бўлса, у ҳолда F функтор мономорф дейилади. F функторнинг мономорф эканлиги $A \subset X$ қисм фазо учун $F(A)$ фазони $F(X)$ нинг қисм фазоси сифатида қараш имконини беради.

Устига акслантиришларни сақловчи функтор эпиморф функтор деб аталади.

Ҳар қандай $\{B_\alpha : \alpha \in A\}$ компакт фазонинг ёпиқ тўпламалар оиласи учун

$$F\left(\bigcap_{\alpha \in A} B_\alpha\right) = \bigcap_{\alpha \in A} F(B_\alpha)$$

шартни қаноатлантирувчи F функтор кесишмани сақловчи функтор деб аталади.

Узлуксиз, салмоқни, кесишмани ҳамда прообразларни сақловчи, мономорф, эпиморф, бўш тўпламни бўш тўпламга, бир нуқтали тўпламни бир нуқтали тўпламга ўтказувчи $F : \text{Comp} \rightarrow \text{Comp}$ функтор нормал функтор деб аталади.

Нормалликнинг прообразларни сақлашдан бошқа барча шартларини қаноатлантирувчи функтор сушт нормал функтор дейилади.

Диссертациянинг **“Топологик фазоларнинг локал сушт зичлиги ҳамда чекли элтувчили ярим аддитив функционаллар фазосининг зичлиги”** деб номланувчи иккинчи боби тўрт параграфдан ташкил топган. Диссертациянинг бу бобида стратифик фазолар ҳамда занжирланган системалар фазоларининг кардинал хоссалари тадқиқ қилинган, ҳар хил турдаги акслантиришлар таъсирида локал сушт зичлик сақланиши текширилган. Шунингдек, чекли элтувчили ярим аддитив функционаллар фазосининг зичлиги ўрганилган.

Иккинчи бобнинг биринчи параграфида стратифик фазолар ҳамда занжирланган системалар фазоларининг кардинал хоссалари тадқиқ

қилинган. Стратифик фазолар учун Лиделёф сони, зичлик, сустр зичлик, Суслин сони, тўр салмоғи ва π -тўр салмоғи ўзаро тенг эканлиги исботланган. Бундан ташқари, компакт максимал занжирланган система (КМЗС) тушунчаси киритилган ва КМЗСлар фазосининг қатор кардинал хоссалари исботланган.

Бирор X топологик фазонинг ёпиқ қисм тўпламларидан иборат $\xi = \{F_\alpha : \alpha \in A\}$ оиланинг ҳар қандай икки элементи ўзаро кесишса, бу ξ система занжирланган система деб аталади. Ҳар қандай занжирланган системани максимал занжирланган системага (МЗС) тўлдириш мумкин, аммо бундай тўлдириш ягона равишда аниқланиши шарт эмас. X фазонинг барча МЗСлари тўплами λX орқали белгиланади.

Қуйидаги кўринишдаги барча тўпламлар оиласи λX тўпламда тология базасини аниқлайди:

$$O(U_1, U_2, \dots, U_n) = \{\xi \in \lambda X : \forall i = 1, \dots, n, \exists F_i \in \xi, F_i \subset U_i\}$$

бу ерда $U_1, U_2, \dots, U_n$ – X фазонинг очик тўпламларидан иборат кетма-кетлик.

Қуйидаги таърифлар Т.Махмудга тегишлидир:

Таъриф 1.1.1. Топологик фазонинг камида битта чекли элементга эга бўлган максимал занжирланган системаси юпқа максимал занжирланган система (ЮМЗС) деб аталади.

Таъриф 1.1.2. Топологик фазо X нинг юпқа суперядроти (ёки юпқа суперкенгайтмаси) деб қуйидаги фазога айтилади:

$$\lambda^* X = \{\xi \in \lambda X : \xi - \text{ЮМЗС}\}.$$

Таъриф 2.1.1. Топологик фазонинг ҳеч бўлмаганда битта компакт элементга эга бўлган максимал занжирланган системаси компакт максимал занжирланган система (КМЗС) деб аталади.

X топологик фазонинг компакт суперядроти (ёки компакт суперкенгайтмаси) деганда қуйидаги фазо тушунилади:

$$\lambda_c X = \{\xi \in \lambda X : \xi - \text{КМЗС}\}.$$

Теорема 2.1.2. Айтайлик τ ихтиёрий чексиз кардинал сон бўлсин. Ҳар қандай X стратифик фазо учун қуйидаги шартлар ўзаро тенг кучлидир:

- 1) X фазо қуввати τ дан ошмайдиган зич тўпламга эга;
- 2) X фазонинг сустр зичлиги τ дан ошмайди;
- 3) X фазонинг ҳар қандай очик қопламаси қуввати τ дан ошмайдиган қисм қопламага эга;
- 4) X фазонинг ҳар қандай дизъюнкт очик қисм тўпламининг қуввати τ дан ошмайди;
- 5) X фазо қуввати τ дан ошмайдиган тўрга эга;
- 6) X фазо қуввати τ дан ошмайдиган π -тўрга эга.

Натижа 2.1.1. Ҳар қандай X стратифик фазо учун қуйидаги шартлар ўзаро тенг кучлидир:

- 1) X – сепарабел фазо;
- 2) X – сушт сепарабел фазо;
- 3) X – финал компакт фазо;
- 4) X фазо Суслин шартини қаноатлантиради;
- 5) X фазо санокли тўрга эга;
- 6) X фазо санокли π -тўрга эга.

Теорема 2.1.3. Ҳар қандай X T_1 -фазо учун қуйидагилар ўринли:

$$1) \pi w(\lambda_c X) = \pi w(X);$$

$$2) \pi \chi(X) \leq \pi \chi(\lambda_c X).$$

Теорема 2.1.4. Ҳар қандай X чексиз Тихонов фазоси учун қуйидаги тенгликлар ўринли:

$$wd(X) = wd(\lambda^* X) = wd(\lambda_c X) = wd(\lambda X).$$

Ҳар қандай максимал занжирланган системаси сепарабел элементга эга бўлган топологик фазо d_ω -суперядроли фазо деб аталади. Т.Махмуд томонидан қуйидаги муаммо ўртага ташланган: Ҳар қандай чексиз T_1 -фазо d_ω -суперядроли бўладими?

Диссертацияда Т.Махмуд томонидан қўйилган бу масалага инкор жавоби берилган (мисол 2.1.1).

Иккинчи бобнинг иккинчи параграфида топологик фазоларнинг локал сушт зичлиги тадқиқ этилган. Локал сушт зичлик хоссасини образ ва прообраз томонига сақловчи акслантиришлар синфлари ўрганилган. Келтирилмас ва мукамал акслантиришлар чексиз топологик фазоларнинг локал сушт зичлигини сақлаши исбот қилинган. Қолаверса, гиперфазолар функтори $\exp$ компакт фазоларнинг локал сушт зичлигини сақлаши исботланган.

Айтайлик X – топологик T_1 -фазо бўлсин. Бу фазонинг барча бўш бўлмаган ёпиқ қисм тўпламларидан иборат оила $\exp X$ орқали белгиланади. Қуйидаги кўринишдаги барча тўпламалар оиласи $\exp X$ тўпламда топология базасини ташкил этади:

$$O\langle U_1, \dots, U_n \rangle = \left\{ F : F \in \exp X, F \subset \bigcup_{i=1}^n U_i, F \cap U_i \neq \emptyset, i = 1, 2, \dots, n \right\},$$

бу ерда $U_1, \dots, U_n$ лар – X фазонинг очик тўпламлари. Бу аниқланган топология Виеторис топологияси деб аталади, $\exp X$ тўплам эса Виеторис топологияси билан биргаликда X фазонинг экспоненциал фазоси ёки гиперфазоси деб номланади. Гиперфазо $\exp X$ нинг қуйидаги қисм тўпламларини қараймиз:

$$\exp_n X = \{ F \in \exp X : |F| \leq n \},$$

$$\exp_{\omega} X = \{ F \in \exp X : |F| < \infty \},$$

$$\exp_c X = \{ F \in \exp X : F - \text{компакт} \}.$$

Маълумки, $\exp$ ва $\exp_n$ операциялари ковариант функторлар ҳосил қилади.

Диссертация ишидаги гиперфазоларга оид натижалар қуйидагиларда ўз аксини топган.

Теорема 2.2.1. Айтайлик X – локал сушт τ -зич фазо, G эса унинг бирор қисм тўплами бўлсин. Агар G тўплам қуйидаги

- а) G тўплам X да очиқ;
- а) G тўплам X да зич;
- а) G тўплам X да каноник ёпиқ,

шартлардан ҳеч бўлмаганда биттасини қаноатлантирса, у ҳолда G тўплам X фазодан индуцирланган топология билан бирга локал сушт τ -зич фазо бўлади.

Теорема 2.2.2. Ҳар қандай X стратифик фазо учун

$$ld(X) = lwd(X)$$

тенглик ўринли.

Теорема 2.2.3. Айтайлик $f - X$ фазони Y фазога ўтказувчи мукамал акслантириш бўлсин. У ҳолда қуйидаги тенгсизлик ўринли:

$$lwd(Y) \leq lwd(X).$$

Теорема 2.2.5. Айтайлик $f - X$ фазони Y фазога ўтказувчи мукамал ва келтирилмас акслантириш бўлсин. У ҳолда қуйидаги тенглик ўринли:

$$lwd(Y) = lwd(X).$$

Теорема 2.2.6. Ихтиёрий чексиз X T_1 -фазо учун қуйидаги тенгликлар ўринли:

$$lwd(X) = lwd(\exp_n X) = lwd(\exp_{\omega} X) = lwd(\exp_c X).$$

Натижа 2.2.2. Ушбу $\exp_n$ ва $\exp$ функторлар компакт фазоларнинг локал сушт зичлигини сақлайди.

Иккинчи бобнинг учинчи параграфида чекли элтувчи эҳтимол ўлчовлари функтори компакт фазоларнинг зичлигини сақлаши исбот қилинган.

Айтайлик $F : \text{Comp} \rightarrow \text{Comp}$ – сушт нормал функтор ва $X \in \text{Ob}(\text{Tych})$ бўлсин. Қуйидаги тўпламни ҳосил қиламиз:

$$F_{\beta}(X) = \{ x \in F(\beta X) : \text{supp}(x) \subseteq X \}.$$

Тихонов фазолари категорияси $Tych$ дан олинган $f: X \rightarrow Y$ морфизм учун қуйдагича акслантириш аниқлаймиз: $F_\beta(f) = F(\beta f)|_{F_\beta(X)}$, бу ерда $\beta f: \beta X \rightarrow \beta Y - f$ акслантиришнинг Стоун-Чех маъносидаги давоми. F функторнинг сушт нормал эканлигидан фойдаланиб, $F_\beta(f)$ акслантириш коррект аниқланганлигини, яъни $F(\beta f)F_\beta(X) \subseteq F_\beta(Y)$ шарт бажарилишини кўрсатиш мумкин. Шунингдек, F^β конструкциянинг $Tych$ категорияда таъсир қилувчи ковариант функтор эканлигига қийинчиликсиз ишонч ҳосил қилиш мумкин.

Ҳар қандай X Тихонов фазоси учун қуйдаги тўпламларни қараймиз:

$F_n(X) = \{\mu \in F_\beta(X) : |\text{supp}(\mu)| \leq n\}$, бу ерда n – натурал сон,

$F_\omega(X) = \{\mu \in F_\beta(X) : |\text{supp}(\mu)| < \infty\}$. Равшанки, $F_\omega(X) = \bigcup_{n=1}^{\infty} F_n(X)$.

Чекли дискрет $X = \{1, 2, \dots, n\}$ фазо учун $F(X) = F(n)$ деб оламиз.

Бу параграфда исботланган фактлардан қуйдаги асосий натижа келиб чиқади.

Теорема 2.3.3. Ҳар қандай X чексиз компакт ва $n \in \mathbb{N}$ натурал сон учун қуйдаги тенгликлар ўринли:

$$d(X) = d(P_n(X)) = d(P_\omega(X)).$$

Иккинчи бобнинг тўртинчи параграфида чекли элтувчи ярим аддитив функционаллар ўрганилган. В.Н.Басманов акслантириши $\pi_{OS,X}: X^n \times OS(n) \rightarrow OS_n(X)$ нинг $X^n \times OS(n)$ ни $OS_n(X)$ га ўтказувчи сюръектив акслантириш эканлиги исботланган, бу ерда OS – ярим аддитив функционаллар функтори, X – Тихонов фазоси ҳамда n – натурал сон. Натижа сифатида OS_n функтор чексиз Тихонов фазоларининг Шанин сони ҳамда олд Шанин сонини орттирмаслиги кўрсатилган.

Теорема 2.4.1. Айтайлик X – ихтиёрий чексиз Тихонов фазоси бўлсин. У ҳолда қуйдаги тенгсизликлар ўринли:

$$1) sh(OS_n(X)) \leq sh(X);$$

$$2) psh(OS_n(X)) \leq psh(X).$$

Тасдиқ 2.4.3. Айтайлик X – ихтиёрий чексиз Тихонов фазоси бўлсин. У ҳолда қуйдаги тенгсизликлар ўринли:

$$1) d(X) \leq d(O_n(X));$$

$$2) d(X) \leq d(OS_n(X)).$$

Тасдиқ 2.4.4. Айтайлик X – ихтиёрий чексиз Тихонов фазоси бўлсин. У ҳолда қуйдаги тенгсизликлар ўринли:

$$1) d(X) \leq d(O_\omega(X));$$

$$2) d(X) \leq d(OS_\omega(X)).$$

Р.Б.Бешимов томонидан ихтиёрий F суғ нормал функтор Тихонов фазолар зичлигини орттирмаслиги исботланган. Худди шундай тасдиқ ярим аддитив функционаллар функтори учун ҳам ўринли. Диссертация ишида ярим аддитив функционаллар функторининг зичликни сақлаши ҳақидаги масала қисман ечилган.

Натижа 2.4.2. Ҳар қандай X чексиз Тихонов фазоси учун қуйидаги тенгликлар ўринли:

$$d(X) = d(OS_n(X)) = d(OS_\omega(X)).$$

Диссертациянинг **“Ярим аддитив функционаллар функторининг топологик ва категория хоссалари”** деб номланувчи учинчи бобида Тихонов фазолари категорияси $Tych$ да таъсир этувчи ҳамда $OS: Comp \rightarrow Comp$ ярим аддитив функционаллар функторини давом эттирувчи ярим аддитив τ -силлиқ функционаллар функтори OS_τ аниқланган. OS_τ функтор O_τ функтордан фарқли равишда прообразлар ҳамда Тихонов фазоларининг ёпиқ тўпламлари кесишмасини сақлаши, яъни нормал функтор эканлиги исбот қилинган. Бундан ташқари ярим аддитив τ -силлиқ функционаллар функтори OS_τ монадик функтор эканлиги кўрсатилган.

Учинчи бобнинг биринчи параграфида $\nu_A \in OS(\beta X)$ ярим аддитив τ -силлиқ функционал τ -силлиқ эҳтимол ўлчовлари фазосининг $A \subset P_\tau(X)$ қавариқ компакт қисм тўплами орқали бир қийматли аниқланиши исботланган.

Таъриф 3.1.1. Ҳар қандай монотон камаювчи ва нолга яқинлашувчи $\{\varphi_\alpha\} \subset C(\beta X)$ тўр учун $\mu(\varphi_\alpha) \rightarrow 0$ шартни қаноатлантирувчи $\mu \in O(\beta X)$ функционал τ -силлиқ функционал деб аталади.

Тихонов фазоси X учун $O(\beta X)$ дан олинган барча ярим аддитив τ -силлиқ функционаллар тўпламини $OS_\tau(X)$ орқали белгилаймиз. Бу $OS_\tau(X)$ тўпланда $OS(\beta X)$ фазодан индуцирланган топология қаралади. Равшанки, ҳар қандай X Тихонов фазоси учун

$$P_\tau(X) \subset OS_\tau(X) \subset O_\tau(X)$$

муносабатлар ўринли.

Ҳар қандай X Тихонов фазоси учун қуйидаги

$$OS_\beta(X) \subset OS_\tau(X) \subset OS(\beta X)$$

муносабатлар, ҳар қандай компакт фазо учун эса

$$OS_\beta(X) = OS_\tau(X) = OS(\beta X)$$

тенгликлар ўринлидир.

Ушбу OS_τ конструкция Тихонов фазолар категорияси $Tych$ да таъсир этувчи ковариант функтор ҳосил қилади.

Тасдиқ 3.1.1. Ушбу $\nu_A \in OS(\beta X)$ ярим аддитив функционалнинг τ -силлиқ бўлиши учун $A \subset P_\tau(X)$ бўлиши зарур ва етарли.

Учинчи боб иккинчи параграфининг асосий натижалари қуйидагилардан иборат.

Теорема 3.2.4. Ушбу $OS_\tau : Tych \rightarrow Tych$ функтор мукаммал акслантиришлар синфини сақлайди.

Теорема 3.2.8. Ушбу $OS_\tau : Tych \rightarrow Tych$ функтор нормал функтор бўлади.

Теорема 3.2.9. Ушбу $OS_\tau : Tych \rightarrow Tych$ функтор Тихонов фазолар категориясида монадик функтор бўлади.

ХУЛОСА

Ушбу диссертация иши ярим аддитив функционаллар фазосининг кардинал ва топологик хоссаларини ўрганишга бағишланган. Диссертация ишида қўлга киритилган асосий натижалар қисқача қуйидагилардан иборат:

стратифик фазолар учун Лиделёф сони, зичлик, сустр зичлик, Суслин сони, тўр салмоғи ва π -тўр салмоғи ўзаро тенг эканлиги исботланган;

келтирилмас ва мукаммал акслантириш чексиз топологик фазоларнинг локал сустр зичлигини сақлаши исботланган;

чекли элтувчили эҳтимол ўлчовлар функтори зичлик хоссасини сақлаши исботланган;

В.Н.Басманов акслантириши $\pi_{OS,X} : X^n \times OS(n) \rightarrow OS_n(X)$ нинг $X^n \times OS(n)$ ни $OS_n(X)$ га ўтказувчи сюръектив акслантириш эканлиги исботланган, бу ерда X – Тихонов фазоси, n – натурал сон. Натижа сифатида OS_n функторнинг чексиз Тихонов фазоларининг Шанин сони ҳамда олд Шанин сонини орттирмаслиги кўрсатилган;

Тихонов фазолари категорияси $Tych$ да таъсир этувчи ҳамда OS ярим аддитив функционаллар функторини давом эттирувчи ярим аддитив τ -силлиқ функционаллар функтори OS_τ аниқланган;

ушбу OS_τ функтор O_τ функтордан фарқли равишда прообразлар ҳамда Тихонов фазоларининг ёпиқ тўпламлари кесишмасини сақлаши, яъни нормал функтор эканлиги исбот қилинган;

ярим аддитив τ -силлиқ функционаллар функтори OS_τ монадик функтор эканлиги кўрсатилган.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.27.06.2017.FM.01.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ
УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
УЗБЕКИСТАНА, ИНСТИТУТЕ МАТЕМАТИКИ**

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

МАМАДАЛИЕВ НОДИРБЕК КАМОЛДИНОВИЧ

**КАРДИНАЛЬНЫЕ И ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА
ПРОСТРАНСТВА ПОЛУАДДИТИВНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ**

01.01.04 – Геометрия и топология

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

ТАШКЕНТ-2019

Тема диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2017.2.PhD\FM95.

Диссертация выполнена в Институте Математики имени В.И.Романовского.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (www.ik-fizmat@nuu.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziynet» (www.ziynet.uz).

Научный руководитель:	Бешимов Рузиназар Бебутович доктор физико-математических наук, доцент
Официальные оппоненты:	Владимир Иванович Чилин доктор физико-математических наук, профессор Жураев Турсунбай Файзиевич кандидат физико-математических наук, доцент
Ведущая организация:	Ташкентский архитектурно-строительный институт

Защита диссертации состоится «____» _____ 2019 года в ____ часов на заседании Научного совета DSc.27.06.2017.FM.01.01 при Национальном университете Узбекистана, института Математики. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871)227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за №____). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871) 246-02-24).

Автореферат диссертации разослан «____» _____ 2019 года.
(протокол рассылки №_____ от «____» _____ 2019 года).

А.Садуллаев

Председатель Научного совета по
присуждению ученых степеней,
д.ф.-м.н., профессор, академик

Г.И. Ботиров

Ученый секретарь Научного совета по
присуждению ученых степеней, к.ф.-м.н.

А.Я.Нарманов

Председатель научного семинара при Научном совете
по присуждению ученых степеней,
д.ф.-м.н., профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии(PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. Многие научные и практические исследования на мировом уровне, во многих случаях, сводятся к изучению задач теории полуаддитивных функционалов и ковариантных функторов. Сравнение кардинальных инвариантов пространства полуаддитивных функционалов с компактными носителями является объектом исследований в таких областях, как функциональный анализ, геометрия и топология. Сравнение кардинальных чисел пространства полуаддитивных функционалов с кардинальными инвариантами при нахождении условий для сравнения кардинальных чисел топологических пространств служит основой для нахождения кардинальных чисел заданного пространства. Поэтому изучение кардинальных и топологических свойств пространства полуаддитивных функционалов является одной из важнейших задач пространства слабых функционалов, алгебраической топологии и теории кардинальных инвариантов. А также, полученные по этому направлению результаты имеют и теоретической, и практической значимостью и считаются одним из важнейших областях современной математики.

В настоящее время, в мире, одной из актуальных проблем современной топологии является решение проблем общей топологии, пространства полуаддитивных функционалов, теории кардинальных инвариантов и ковариантных функторов. Важно исследовать такие кардиналы как плотность, вес, числа Шанина и предшанина, локальная слабая плотность пространства полуаддитивных функционалов с компактными носителями. В связи с этим сравнения кардиналов пространства полуаддитивных функционалов с компактными носителями и нахождения условий для равных кардинальных инвариантов являются важными научными исследованиями, направленные для нахождения продолжения функтора полуаддитивных функционалов из категории компактных пространств до категории тихоновских пространств.

В нашей стране было уделено особое внимание актуальным аспектам геометрии и топологии, которые имеют научные и практические применения в фундаментальных науках. Особое внимание было уделено изучению теории кардинальных инвариантов и теории функторов в топологических пространствах. Значительные результаты были достигнуты в отношении сохранения топологических, геометрических и кардинальных свойств полуаддитивных функционалов и пространства вероятностных мер. Проведение научных исследований на международном уровне по важным направлениям специальности «Функциональный анализ, геометрия и топология» рассматривается как основная задача фундаментальных исследований.¹ Развитие топологической теории решения задач алгебры и функционального анализа играют важную роль при исполнении этого постановления.

¹ Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан от 18 мая 2017 года №292 «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республики Узбекистан»

Тема и объект исследования настоящей диссертации находится в русле задач, обозначенных в Указах Президента Республики Узбекистан № УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О стратегии действия по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», № УП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», № ПП-2909 от 20 апреля 2017 года «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования» и № ПП-3682 от 27 апреля 2018 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения инновационных идей, технологий и проектов», а также в других нормативно-правовых актах, касающихся фундаментальной науки.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. Исследование ковариантных функторов в категории топологических пространств с непрерывными отображениями в качестве морфизмов, началось с момента возникновения топологии как отдельная область математики. При этом функториальной операцией является тихоновское произведение. Если рассмотреть функторы в категории компактных пространств, то, более классическим, примером является функтор взятие экспоненты, появление которого связано с именами Хаусдорфа и Вьеториса.

В работах Е.В.Щепина построена далеко продвинутая и очень содержательная общая теория ковариантных функторов. Он выделил ряд естественных и малоограничительных свойств функторов и дал определение нормального функтора. Т.Радул начал исследовать функтор слабо аддитивных сохраняющих порядок нормированных функционалов в категории компактов и их непрерывных отображений. Он показал, что этот функтор не является нормальным и, следовательно, исследование этого функтора намного сложнее, чем исследование нормальных функторов. Появление этого функтора также связано с тем, что, в последнее время, развивается теория нелинейных функционалов.

А.А.Зайтов продолжил функтор O до функтора $O \circ \beta$, и исследовал категорные свойства функтора $O \circ \beta$. А в работах Р.Бешимова функтор O продолжен до функтора, действующего в категории тихоновских пространств и их непрерывных отображений. Далее, Д.Давлетов исследовал слабо аддитивные, сохраняющие порядок, нормированные, положительно-однородные и полуаддитивные функционалы, определенные на пространстве всех непрерывных вещественных функций компакта X , и изучил алгебраическую размерность пространства полуаддитивных функционалов. А также, Д.Э.Давлетов нашел необходимое и достаточное условие полуаддитивности функционала, определенного на компакте.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами учреждением высшего образования, где выполнялась диссертация. Исследование выполнено в соответствии с планом научного исследования ФА-Ф4-27 «Исследование топологических и кардинальных свойств некоторых ковариантных функторов, действующих на категориях топологических пространств», Ташкентского государственного педагогического университета имени Низами (2012-2016 гг.).

Целью исследования является исследование кардинальных и топологических свойств пространства полуаддитивных функционалов и действия непрерывных отображений различного типа на этом пространстве.

Задачи исследования, решаемые в данной работе, следующие:

исследование локальной слабой плотности топологических пространств: доказать сохранения локальной слабой плотности произведением и нахождение различных типов отображений, сохраняющих локальную слабую плотность;

оценивать плотность пространства вероятностных мер с конечными носителями и сравнение топологических и кардинальных свойств пространства полуаддитивных функционалов;

нахождение продолжения функтора полуаддитивных функционалов из категории компактов до категории тихоновских пространств;

описание топологических и категорных свойств функтора полуаддитивных τ -гладких функционалов.

Объект исследования — пространство полуаддитивных функционалов, пространство вероятностных мер с конечными носителями, кружевные пространства, функтор полуаддитивных τ -гладких функционалов.

Предмет исследования — топологические свойства пространства полуаддитивных функционалов, кардинальные свойства кружевных пространств, свойства функтора полуаддитивных τ -гладких функционалов.

Методы исследования. В работе используются методы, относящиеся к общей теории топологии, теории ковариантных функторов, а также к топологическим и кардинальным свойствам полуаддитивных функционалов. Применяются также методы теории множеств и теории нелинейных функционалов.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

доказано, что для кружевных пространств число Линделёфа, плотность, слабая плотность, число Суслина, сетевой вес, сетевой π -вес равны между собой;

доказано, что неприводимое и совершенное отображение сохраняет локальную слабую плотность бесконечных топологических пространств;

доказано, что функтор вероятностных мер с конечными носителями сохраняет плотность;

введен функтор OS_τ полуаддитивных τ -гладких функционалов в категорию тихоновских пространств $Tych$, который есть продолжение функтора OS полуаддитивных функционалов из категории $Comp$ компактов;

доказано, что функтор OS_τ отличается от функтора O_τ такими свойствами как сохранение прообразов и непустых пересечений замкнутых множеств в категорию $Tych$, т.е. функтор $OS_\tau : Tych \rightarrow Tych$ есть нормальный функтор.

Практические результаты исследования – результаты исследования кардинальных и топологических свойств пространства полуаддитивных функционалов применяются при нахождении нормального функтора, действующего в категории тихоновских пространств и их непрерывных отображений, для различных моделей задач теории вероятностей и математической статистики.

Достоверность результатов исследования обоснована использованием методов общей топологии, теории множеств, теории функторов и теорию кардинальных инвариантов, а также строгостью математических рассуждений.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научная значимость результатов исследования заключается в том, что они были использованы в доказательстве сохранения плотности, веса, характера, числа Шанина, числа Суслина, слабой плотности и калибра пространством вероятностных мер, пространством слабо аддитивных функционалов и топологическими группами.

Практическая значимость диссертации состоит в том, что изучение топологических и кардинальных свойств пространства полуаддитивных функционалов служит практической основой для нахождения нормального функтора, действующего в категории тихоновских пространств и их непрерывных отображений, для различных моделей задач теории вероятностей и математической статистики.

Внедрение результатов исследования. Полученные результаты по кардинальным и топологическим свойствам пространства полуаддитивных функционалов внедрены в практику по следующим направлениям:

Нормальность функтора OS_τ была использована в исследованиях проекта «Равномерная топология и равномерно непрерывные отображения и их приложения в топологической алгебре и функциональном анализе» при решении задач о топологических и кардинальных свойствах равномерных пространств (Кыргызский Национальный Университет, Кыргызстан, справка № 01/1197 от 21 мая 2018 года). Применение этих научных результатов позволило оценить кардинальные инварианты, как вес, характер, плотность, слабая плотность, число Суслина и число Шанина гиперпространств равномерных пространств, действующих в тихоновском пространстве;

равенства между собой числа Линделёфа, плотности, слабой плотности, числа Суслина, сетевого веса и π -веса кружевных пространств была использована в исследованиях проекта «Развитие и приложения компьютерного моделирования, асимптотических, топологических и аналитических методов в теории устойчивости динамических систем, разрешимости обратных задач, экономических и геофизических процессов»,

при решении задач сравнения кардинальных инвариантов функторов действующих в тихоновском пространстве (Институт Математики, Национальная Академия Наук Кыргызской Республики, справка № 0007125 от 14 ноября, 2018 года). Применение полученных научных результатов позволило решить задачи общей топологии и кардинальных инвариантов ковариантных функторов, действующих в тихоновских пространствах и их непрерывных отображениях.

Апробация результатов исследования. Основное содержание диссертации обсуждалось на 8 международных и 8 республиканских научно-практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 24 научных работ, из них 8 входят в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты диссертации на степень доктора философии по физико-математическим наукам, в том числе 6 опубликованы в зарубежных журналах и 2 в республиканских научных изданиях.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 76 страницу.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведены обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

Первая глава диссертации, названная **«Ковариантные функторы топологических пространств и пространство полуаддитивных функционалов»**, состоит из двух параграфов. В этой главе диссертации приведены необходимые понятия и факты для изложения работы. Даны определения следующих кардиналов: сетевой вес, сетевой π -вес, вес, π -вес, плотность, слабая плотность, характер, π -характер, число Суслина, калибр, прекалибр, число Шанина и число предшанина. А также приведены определения гиперпространств, пространства слабо аддитивных функционалов, пространство вероятностных мер, категории, нормального функтора в смысле Щепина. Определено понятие локальной слабой плотности топологического пространства.

Пусть $C = \{Q, M\}$ и $C' = \{Q', M'\}$ – две категории. Отображение $F: C \rightarrow C'$, переводящее объекты в объекты, а морфизмы в морфизмы, называется ковариантным функтором из категории C в категорию C' , если:

F1) для всякого морфизма $f: X \rightarrow Y$ из категории C морфизм $F(f)$ действует из $F(X)$ в $F(Y)$;

F2) $F(\text{id}_X) = \text{id}_{F(X)}$ для всякого $X \in Q$;

F3) $F(f \circ g) = F(f) \circ F(g)$ для любых морфизмов f и g из M , если определена композиция $f \circ g$.

Пусть $F: \text{Comp} \rightarrow \text{Comp}$ – ковариантный функтор.

Ковариантный функтор F называется непрерывным, если для любого обратного спектра $S = \{X_\alpha, \pi_\alpha^\beta, A\}$ определен обратный спектр

$F(S) = \{F(X_\alpha), F(\pi_\alpha^\beta), A\}$, и предел $\pi: F(\lim S) \rightarrow \lim F(S)$ отображений $F(\pi_\alpha): F(\lim S) \rightarrow F(X_\alpha)$, является гомеоморфизмом.

Ковариантный функтор F называется сохраняющим вес, если $w(F(X)) = w(X)$ для любого бесконечного компакта X .

Ковариантный функтор F называется мономорфным, если для любого вложения i компакта X в компакт Y отображение $F(i): F(X) \rightarrow F(Y)$ также является вложением. Из условия мономорфности функтора F вытекает, что $F(A)$ можно считать подпространством пространства $F(X)$, как только $A \subset X$. Отождествление $F(A)$ в подпространство $F(X)$ осуществляется вложением $F(i): F(X) \rightarrow F(Y)$, где $i: X \rightarrow Y$ – тождественное вложение.

Ковариантный функтор F называется эпиморфным, если он сохраняет сюръективность отображений компактов.

Ковариантный функтор F называется сохраняющим пересечения, если для любого семейства $\{B_\alpha: \alpha \in A\}$ замкнутых подмножеств произвольного компакта имеет место

$$F\left(\bigcap_{\alpha \in A} B_\alpha\right) = \bigcap_{\alpha \in A} F(B_\alpha).$$

Ковариантный функтор F называется сохраняющим прообразы, если для любого непрерывного отображения $f: X \rightarrow Y$ компакта X в компакт Y и для всякого замкнутого подмножества $B \subset Y$ имеет место

$$F(f^{-1}(B)) = (F(f))^{-1}(F(B)).$$

Ковариантный функтор $F: \text{Comp} \rightarrow \text{Comp}$ называется нормальным, если он непрерывен, сохраняет вес, пересечения и прообразы, мономорфен и эпиморфен, переводит пустое множество в пустое, а одноточечное в одноточечное.

Вторая глава диссертации, названная «**Локальная слабая плотность топологических пространств и плотность пространства полуаддитивных функционалов с конечными носителями**», состоит из четырех параграфов. В этой главе диссертации исследованы кардинальные свойства кружевных пространств и пространства сцепленных систем, изучено сохранение локальной слабой плотности при воздействии отображений различных типов. А также рассмотрена плотность пространства полуаддитивных функционалов с конечными носителями.

В первом параграфе второй главы исследованы кардинальные свойства кружевных пространств и пространства сцепленных систем. Доказано, что для кружевных пространств число Линделёфа, плотность, слабая плотность, число Суслина, сетевой вес, сетевой π -вес равны. А также, определено понятие компактной максимальной сцепленной системы (КМСС) и доказываемся ряд кардинальных свойств пространства КМСС.

Система $\xi = \{F_\alpha : \alpha \in A\}$ замкнутых подмножеств пространства X называется сцепленной, если любые два элемента из ξ пересекаются. Всякая сцепленная система может быть дополнена до максимальной сцепленной системы (МСС), но такое дополнение, как правило, не однозначно. Множество всех МСС пространства X обозначается через λX .

Семейство всех множеств вида

$$O(U_1, U_2, \dots, U_n) = \{\xi \in \lambda X : \text{для } \forall i = 1, \dots, n \exists F_i \in \xi \text{ такое, что } F_i \subset U_i\}$$

где $U_1, U_2, \dots, U_n$ – последовательность открытых подмножеств пространства X , образуют базу топологии на λX .

Следующие определения принадлежат Т.Махмуду:

Определение 1.1.1. Для топологического пространства X МСС $\xi \in \lambda X$ называется тонкой (ТМСС), если она содержит, хотя бы, один конечный элемент F , и обозначим через ТМСС.

Определение 1.1.2. Тонким суперядром (или тонким суперрасширением) топологического пространства X назовем пространство:

$$\lambda^* X = \{\xi \in \lambda X : \xi - \text{ТМСС}\}.$$

Определение 2.1.1. Для топологического пространства X МСС $\xi \in \lambda X$ назовем компактной (КМСС), если она содержит, хотя бы, один компактный элемент $F \subset X$.

Компактным суперядром (или компактным суперрасширением) топологического пространства X назовем пространство:

$$\lambda_c X = \{\xi \in \lambda X : \xi - \text{КМСС}\},$$

снабженное топологией, индуцированной из λX .

Теорема 2.1.2. Пусть τ – любой бесконечный кардинал. Тогда для всякого кружевного пространства X следующие условия эквивалентны:

1) Пространство X имеет всюду плотное подмножество мощности не больше чем τ ;

2) Пространство X имеет слабую плотность мощности не больше чем τ ;

3) Каждое открытое покрытие пространства X имеет подпокрытие мощности не больше чем τ ;

4) Всякое дизъюнктивное открытое множество пространства X имеет мощность не больше чем τ ;

5) Пространство X имеет сеть мощности не больше чем τ ;

6) Пространство X имеет π -сеть мощности не больше чем τ .

Следствие 2.1.1. Для кружевного пространства X следующие условия эквивалентны:

1) X сепарабельно;

2) X слабо сепарабельно;

3) X финально компактно;

4) X удовлетворяет условию Суслина;

5) X обладает счетной сетью;

6) X обладает счетной π -сетью.

Теорема 2.1.3. Для любого бесконечного T_1 -пространства X имеем:

$$1) \pi w(\lambda_c X) = \pi w(X);$$

$$2) \pi \chi(X) \leq \pi \chi(\lambda_c X).$$

Теорема 2.1.4. Пусть X – бесконечное тихоновское пространство. Тогда

$$wd(X) = wd(\lambda^* X) = wd(\lambda_c X) = wd(\lambda X)$$

Топологическое пространство X называется d_ω -суперядерным, если каждая МСС $\xi \in \lambda X$ содержит сепарабельный элемент. Т.Махмудом поставлен следующий вопрос. Верно ли, что любое бесконечное T_1 -пространство X является d_ω -суперядерным?

В диссертации показано (пример 2.1.1), что поставленный Т.Махмудом вопрос решается отрицательно.

Во втором параграфе этой главы исследована локальная слабая плотность топологических пространств. Изучены классы отображений, сохраняющих локальную слабую плотность бесконечных топологических пространств в сторону образа и прообраза. Доказано, что неприводимое и совершенное отображение сохраняет локальную слабую плотность бесконечных топологических пространств. А также, доказано, что функтор гиперпространства ехр сохраняет локальную слабую плотность компактных пространств.

Пусть X – топологическое T_1 -пространство. Множество всех непустых замкнутых подмножеств топологического пространства X обозначим $\text{ехр } X$. Семейство B всех множеств вида

$$O\langle U_1, \dots, U_n \rangle = \left\{ F : F \in \exp X, F \subset \bigcup_{i=1}^n U_i, F \cap U_i \neq \emptyset, i = 1, 2, \dots, n \right\},$$

где $U_1, \dots, U_n$ - последовательность открытых подмножеств пространства X , порождает топологию на множестве $\exp X$. Эта топология называется топологией Виеториса. Множество $\exp X$, снабженное топологией Виеториса, называется экспоненциальным пространством или гиперпространством пространства X . Рассмотрим следующие подмножества гиперпространства $\exp X$:

$$\exp_n X = \{ F \in \exp X : |F| \leq n \},$$

$$\exp_\omega X = \{ F \in \exp X : |F| < \infty \},$$

$$\exp_c X = \{ F \in \exp X : F - \text{компактно} \}.$$

Известно, что операции $\exp$ и $\exp_n$ порождают ковариантные функторы.

Основные результаты диссертации, относящиеся гиперпространствам, состоят из следующих утверждений.

Теорема 2.2.1. Пусть X – локально слабо τ -плотно и G – некоторое его подмножество. Если G удовлетворяет хотя бы одному из следующих условий:

- а) G открыто в X ;
- б) G всюду плотно в X ;
- в) G канонически замкнуто в X ,

то G также является локально слабо τ -плотным.

Теорема 2.2.2. Для любого кружевного пространства X имеем

$$ld(X) = lwd(X).$$

Теорема 2.2.3. Пусть f – совершенное отображение пространства X на пространство Y . Тогда

$$lwd(Y) \leq lwd(X).$$

Теорема 2.2.5. Пусть f – совершенное и неприводимое отображение пространства X на пространство Y . Тогда

$$lwd(Y) = lwd(X)$$

Теорема 2.2.6. Пусть X – бесконечное T_1 -пространство. Тогда

$$lwd(X) = lwd(\exp_n X) = lwd(\exp_\omega X) = lwd(\exp_c X).$$

Следствие 2.2.2. Функторы $\exp_n$ и $\exp$ сохраняют локальную слабую плотность компактных пространств.

В третьем параграфе второй главы доказано, что функтор вероятностных мер с конечными носителями сохраняет плотность компактных пространств.

Пусть $F : Comp \rightarrow Comp$ – произвольный слабо нормальный функтор и $X \in Ob(Tych)$. Положим $F_\beta(X) = \{x \in F(\beta X) : supp(x) \subseteq X\}$. Если же $f : X \rightarrow Y$ – морфизм категории $Tych$, то положим $F_\beta(f) = F(\beta f)|_{F_\beta(X)}$, где $\beta f : \beta X \rightarrow \beta Y$ – Стоун-Чеховское продолжение отображения f . Используя нормальность функтора F можно показать, что определение $F_\beta(f)$ корректно, то есть $F(\beta f)F_\beta(X) \subseteq F_\beta(Y)$. Нетрудно видеть также, что F^β является ковариантным функтором категории $Tych$ в себя.

Для тихоновского пространства X положим

$$F_n(X) = \{\mu \in F_\beta(X) : |supp(\mu)| \leq n\}, \text{ где } n - \text{натуральное число,}$$

$$F_\omega(X) = \{\mu \in F_\beta(X) : |supp(\mu)| < \infty\}. \text{ Ясно, что } F_\omega(X) = \bigcup_{n=1}^{\infty} F_n(X).$$

Для конечного дискретного пространства $X = \{1, 2, \dots, n\}$ положим $F(X) = F(n)$.

Из установленных в этом параграфе результатов вытекает основной результат параграфа:

Теорема 2.3.3. Для любого бесконечного компакта X и любого $n \in \mathbb{N}$ имеем

$$d(X) = d(P_n(X)) = d(P_\omega(X)).$$

В четвертом параграфе этой главы рассмотрены полуаддитивные функционалы с конечными носителями. Доказано, что отображение В.Н.Басманова $\pi_{OS,X} : X^n \times OS(n) \rightarrow OS_n(X)$, где OS – функтор полуаддитивных функционалов, X – тихоновское пространство и n – натуральное число, является сюръективным отображением из $X^n \times OS(n)$ на $OS_n(X)$. Как следствие показано, что функтор OS_n не превышает число Шанина и число предшанина бесконечных тихоновских пространств.

Теорема 2.4.1. Пусть X – произвольное бесконечное тихоновское пространство. Тогда

- 1) $sh(OS_n(X)) \leq sh(X)$;
- 2) $psh(OS_n(X)) \leq psh(X)$.

Утверждение 2.4.3. Пусть X – бесконечное тихоновское пространство. Тогда

- 1) $d(X) \leq d(O_n(X))$;
- 2) $d(X) \leq d(OS_n(X))$.

Утверждение 2.4.4. Пусть X – бесконечное тихоновское пространство. Тогда

- 1) $d(X) \leq d(O_\omega(X))$;

$$2) d(X) \leq d(OS_{\omega}(X)).$$

В работе Р.Б.Бешимова было доказано, что произвольный слабо нормальный функтор F не превышает плотность тихоновских пространств. Такое же утверждение верно и для функтора полуаддитивных функционалов. Но задача о сохранении плотности функтором полуаддитивных функционалов решена частично:

Следствие 2.4.2. Для любого бесконечного тихоновского пространства X имеем

$$d(X) = d(OS_n(X)) = d(OS_{\omega}(X)).$$

В третьей главе диссертации, названной «Топологические и категорные свойства функтора полуаддитивных функционалов» вводится функтор OS_{τ} полуаддитивных τ -гладких функционалов, действующий в категории тихоновских пространств $Tych$, который является продолжением функтора $OS : Comp \rightarrow Comp$ полуаддитивных функционалов. Доказывается, что функтор OS_{τ} отличается от функтора O_{τ} свойствами сохранения прообразов и непустых пересечений замкнутых множеств в категорию $Tych$, т.е. функтор $OS_{\tau} : Tych \rightarrow Tych$ есть нормальный функтор. А также, доказывается, что функтор OS_{τ} полуаддитивных τ -гладких функционалов монадичен.

В первом параграфе этой главы доказано, что полуаддитивный τ -гладкий функционал $\nu_A \in OS(\beta X)$ однозначно определяется выпуклым компактом $A \subset P_{\tau}(X)$ пространства τ -гладких вероятностных мер.

Определение 3.1.1. Функционал $\mu \in O(\beta X)$ называется τ -гладким, если $\mu(\varphi_{\alpha}) \rightarrow 0$ для любой монотонно убывающей направленности $\{\varphi_{\alpha}\} \subset C(\beta X)$, поточечно сходящейся к нулю.

Для тихоновского пространства X через $OS_{\tau}(X)$ обозначим множество всех полуаддитивных τ -гладких функционалов из $O(\beta X)$. В $OS_{\tau}(X)$ рассматривается индуцированная из $OS(\beta X)$ топология. Ясно, что $P_{\tau}(X) \subset OS_{\tau}(X) \subset O_{\tau}(X)$ для любого тихоновского пространства X .

Имеют место включения

$$OS_{\beta}(X) \subset OS_{\tau}(X) \subset OS(\beta X)$$

для любого тихоновского пространства X и равенства

$$OS_{\beta}(X) = OS_{\tau}(X) = OS(\beta X)$$

для любого компактного пространства X .

Конструкция OS_{τ} порождает ковариантный функтор, действующий в категории $Tych$.

Утверждение 3.1.1. Полуаддитивный функционал $\nu_A \in OS(\beta X)$ является τ -гладким тогда и только тогда, когда $A \subset P_{\tau}(X)$.

Основными результатами второго параграфа третьей главы являются:

Теорема 3.2.4. Функтор $OS_\tau : Tych \rightarrow Tych$ сохраняет класс совершенных отображений.

Теорема 3.2.8. Функтор $OS_\tau : Tych \rightarrow Tych$ является нормальным функтором.

Теорема 3.2.9. Функтор $OS_\tau : Tych \rightarrow Tych$ является монадичным в категории $Tych$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая диссертация посвящена изучению кардинальных и топологических свойств пространства полуаддитивных функционалов. Основными результатами диссертации являются следующие:

доказано, что для кружевных пространств число Линделёфа, плотность, слабая плотность, число Суслина, сетевой вес, сетевой π -вес равны между собой;

доказано, что неприводимое и совершенное отображение сохраняет локальную слабую плотность бесконечных топологических пространств;

доказано, что функтор вероятностных мер с конечными носителями сохраняет плотность;

доказано, что отображение В.Н.Басманова $\pi_{OS,X} : X^n \times OS(n) \rightarrow OS_n(X)$, где X – тихоновское пространство и n – натуральное число, является сюръективным отображением из $X^n \times OS(n)$ на $OS_n(X)$, и как следствие показано, что функтор OS_n не повышает число Шанина и число предшанина бесконечных тихоновских пространств

введен функтор OS_τ полуаддитивных τ -гладких функционалов в категорию тихоновских пространств $Tych$, который продолжает функтор OS полуаддитивных функционалов с категории $Comp$ компактов;

доказано, что функтор OS_τ отличается от функтора O_τ свойствами как сохранения прообразов и непустых пересечений замкнутых множеств в категорию $Tych$, т.е. функтор $OS_\tau : Tych \rightarrow Tych$ есть нормальный функтор;

установлено, что функтор OS_τ полуаддитивных τ -гладких функционалов монадичен.

**SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES
DSc.27.06.2017.FM.01.01 NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN,
INSTITUTE OF MATHEMATICS**

INSTITUTE OF MATHEMATICS

MAMADALIEV NODIRBEK KAMOLDINOVICH

**CARDINAL AND TOPOLOGICAL PROPERTIES OF THE SPACE
OF SEMI-ADDITIV FUNCTIONALS**

01.01.04 – Geometry and topology

**ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD)
ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES**

TASHKENT-2019

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2017.2.PhD\FM95.

Dissertation has been prepared at Institute of Mathematics.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (www.ik-fizmat.nuu.uz) and the “Ziyonet” Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:

Beshimov Ruzinazar Bebutovich

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Dotsent

Official opponents:

Vladimir Ivanovich Chilin

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Zhuraev Tursunbay Fayzievich

Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Dotsent

Leading organization:

Tashkent Institute of Architecture and Construction

Defense will take place «____» _____ 2019 at _____ at the meeting of Scientific Council number DSc.27.06.2017.FM.01.01 at National University of Uzbekistan. (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 227-12-24, fax: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered №____) (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 246-02-24).

Abstract of dissertation sent out on «____» _____ 2019 year

(Mailing report № _____ on «____» _____ 2019 year)

A. Sadullaev

Chairman of scientific council
on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., Academician

G.I. Botirov

Scientific secretary of scientific council
on award of scientific degrees, C.F.-M.S.

A.Ya.Narmanov

Chairman of scientific Seminar under Scientific
Council on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., professor

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the research work is to investigate cardinal and topological properties of the space of semi-additive functionals and action of various continuous mappings on this space.

The object of the research work is the space of semi-additive functionals, the space of probability measures, stratifiable topological spaces and the functor of semi-additive τ -smooth functionals.

Scientific novelty of the research work is as follows:

it is proved that for stratifiable spaces the Lindelöf number, density, weak density, Suslin number, network weight, network π -weight are equal;

it is proved that an irreducible and perfect map preserves the local weak density of infinite topological spaces;

it is proved that the functor of probability measures of finite support preserves density;

the functor OS_τ of semiadditive τ -smooth functionals is introduced in the category *Tych* of Tychonoff spaces, which continuous the functor OS of semiadditive functionals from the category *Comp* of compacta;

it is proved that the functor OS_τ differs from the functor O_τ with properties such as the preservation of preimages and non-empty intersections of closed sets in the category *Tych*, that is, the functor $OS_\tau : Tych \rightarrow Tych$ is a normal functor.

Implementation of the research results. The results obtained in during the dissertation research are practiced in the following areas:

The normality of the functor was used in studies of the project “Uniform topology and uniformly continuous mappings and their applications in topological algebra and functional analysis” in solving problems of topological and cardinal properties of uniform spaces (Kyrgyz National University, Kyrgyzstan, certificate No 01/1197 dated May 21, 2018). The use of these scientific results made it possible to estimate cardinal invariants such as weight, character, density, weak density, Souslin number and Shanine number of hyperspaces of uniform spaces acting on the category of Tychonoff spaces;

equality of the Lindelöf number, density, weak density, Suslin number, net weight and weight is used in the research of the project “Development and applications of computer modeling, asymptotic, topological and analytical methods in the theory of stability of dynamic systems, solvability of inverse problems, economic and geophysical processes”, when solving problems of comparing cardinal invariants of functors acting in Tychonoff space. (Institute of Mathematics, National Academy of Sciences of the Kyrgyz Republic, certificate No 0007125 of November 14, 2018). The use of these scientific results made it possible to solve problems of general topology and cardinal invariants of covariant functors acting in Tychonoff spaces and their continuous mappings.

The structure and volume of the thesis. The thesis consists of an introduction, three chapters, conclusion and bibliography. The volume of the thesis is 77 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (1 часть; part 1)

1. Beshimov R.B., Mamadaliev N.K., On the functor of semiadditive τ -smooth functionals// Topology and its applications 221 (2017) p.167-177. (№40. Research Gate. IF=0,63).

2. Beshimov R.B., Mamadaliev N.K. Some cardinal properties of stratifiable spaces and the space of linked systems with compact elements // Mathematica Aeterna. International Journal for Pure and Applied Mathematics, Vol.4, no.1, 2014, p. 45-54. (№23. SJIF. IF=0.46).

3. Mukhamadiev F. G., Mamadaliev N.K. Cardinal properties of Hattori spaces on the real lines and their superextensions // Mathematica Aeterna. International Journal for Pure and Applied Mathematics, Vol.4, no.5, 2014, p. 465-475. (№23. SJIF. IF=0.46).

4. Beshimov R.B., Mamadaliev N.K. . On non-increasing of the density and the weak density under weakly normal functors of finite support // Mathematics and Statistics, 3(5) 2015, p. 129-133. (№40. Research Gate. IF=0,46).

5. Beshimov R.B., Mamadaliev N.K, Mukhamadiev F. G., Some properties of topological spaces related to the local density and the local weak density // Mathematics and Statistics, 3(4) 2015, p. 101-105. (№40. Research Gate. IF=0,46).

6. Beshimov R.B., Mukhamadiev F. G., Mamadaliev N.K., The local density and the local weak density of hyperspaces // International journal of geometry. Vol. 4 (2015), No. 1, p. 42 – 49. (№ 12. Index Copernicus, ICV 0.85).

7. Мамадалиев Н.К. Монадичность функтора OS_τ полуаддитивных τ -гладких функционалов// Вестник НУУз, 2016, 2/2, стр. 32-36. (01.00.00; №8).

8. Мамадалиев Н.К. О некоторых кардинальных и топологических свойствах пространства полуаддитивных функционалов с конечными носителями// Узб. Мат. Жур. No 2 / 2017. Стр. 88-97. (01.00.00; №6).

II бўлим (2 часть; part 2)

9. Мамадалиев Н.К., Бешимов Р.Б. Некоторые кардинальные свойства кружевных пространств. Материалы республиканской научной конференции «Современные проблемы математики, механики и информационных технологий» посвященной 90-летию юбилею Национального университета Узбекистана, 8-мая, 2008 г. Стр. 57-59.

10. Мамадалиев Н.К. Бешимов Р.Б. Слабая плотность кружевных пространств. //”Дифференциальные уравнения. Функциональная пространства. Теория приближений”. Новосибирск. 5-12 октября, 2008. стр.195.

11. Beshimov R.B, Mamadaliev N.K. The Souslin number, the Lindelof number, spread and extent of stratifiable spaces. III Congress of the Turkish World mathematicians. Almaty - Kazakhstan . June 30 – July 4, 2009, v. 1, p. 51.

12. Beshimov R.B, Mamadaliev N.K. Separability and weakly separability of stratifiably spaces. Repots of the 3^d Congress of the World Mathematical. Society of Turkic Countriecs. Almaty - Kazakhstan . June 30 – July 4, 2010, V. 1. p. 71-74. (труды).

13. Beshimov R.B, Mamadaliev N.K. Weakly density of superextension. // International Topological Conference “Alexandroff readings”. Moscow, May 21 – 25, 2012, V. 1. p.13.

14. Бешимов Р.Б., Мамадалиев Н.К., Прекалибр пространства суперрасширения, Тезисы докладов Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых «Операторные алгебры и смежные проблемы». Ташкент, Узбекистан, 12-14 сентября 2012 года, стр.116-117.

15. Davletov D., Mamadaliev N., The density and the weak density of the space of semi-additive functional, Abstracts of V congress of the Turkic world mathematicians, Kyrgyzstan, Issyk-Kul, June 5-7, 2014, p.30.

16. Mamadaliev N.K. The local weak density of hyperspaces. Abstracts of Conf. "Modern methods of mathematical physics and their applications", Tashkent, 15-17 April 2015, p.117-118.

17. Beshimov R.B., Mamadaliev N.K. The local density and the local weak density of the space of probability measures. Материалы VII Ферганской конференции «Предельные теоремы теории вероятностей и их приложения» г. Наманган, 11-12 мая 2015 г., стр 280-281.

18. Mamadaliev N.K. Mappings preserving the local density and the local weak density. Abstracts of Conf. "Algebra, Analysis and Quantum Probability", Tashkent, 10-12 September 2015, p.48-49.

19. Beshimov R.B., Mamadaliev N.K. On nonincreasing of the density and the weak density under functor of probability measures. Математик физика ва замонавий анализнинг турдош масалалари республика илмий-амалий анжумани, Бухоро, 26-27 ноябрь 2015, стр. 15-16.

20. Beshimov R.B., Mamadaliev N.K. On density of the space of weakly additive functionals of finite support. Abstracts of the conference problems of modern Topology and its Applications. Tashkent, May 5-6, 2016. p.42-43.

21. Beshimov R.B., Mamadaliev N.K. On the functor of semiadditive τ -smooth functionals. Abstracts of International topological conference “Alexandroff Readings” Moscow, May 22-26 2016. p.1.

22. Mamadaliev N.K. Some properties of topological spaces related to the local density. Abstracts of International topological conference “Alexandroff Readings” Moscow, May 22-26 2016. pp.9-10.

23. Мамадалиев Н.К. Монадичность функтора OS_τ полуаддитивных-гладких функционалов. Тезисы докладов международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий – Аль-Хорезмий 2016», 9-10-ноября 2016, Бухара.

24. Мамадалиев Н.К., Камолова А.П. Калибр и прекалибр пространства полуаддитивных функционалов с конечными носителями. Тезисы докладов конференции с участием зарубежных учёных «Проблемы современной топологии и её приложения» Ташкент, 11-12 мая 2017 г., стр. 218-219.

.

Авторефератнинг ўзбекча матни «ЎЗМУ хабарлари» журнали
таҳририясида таҳрирдан ўтказилди (28.02.2019)

Босишга рухсат этилди: 28.02.2019 йил
Ҳажми 5 босма табоқ. Бичими 60x84 1/16, «Times New Roman»
гарнитурда рақамли босма усулида босилди.
Адади: 60. Буюртма: № 34.

Ўзбекистон Республикаси Фанлар академияси
«Фан» нашриёти давлат корхонаси босмахонасида chop этилди.
100047, Тошкент ш., Яхё Фуломов кўчаси, 70-уй

