

**ÓZBEKSTAN RESPUBLIKASÍ JOQARÍ HÁM ORTA ARNAWLÍ BILIMLENDIRIW
MINISTRILIGI**

**ÁJINIYAZ ATÍNDAGÍ NÓKIS MÁMLEKETLIK PEDAGOGIKALÍQ
INSTITUTÍ**



Matematika-informatika fakulteti
Matematika oqıtıw metodikası kafedrası

51101100-«Matematika oqıtıw metodikası» tálim baǵdarınıń
4^s - kurs talabası

PERDEBAEVA MEXRIBAN ASIRBAEVNANÍN

PITKERIW QÁNIGELIK JUMÍSÍ

**TEMA-«TEÑLEMELER SISTEMASÍN SHESHIWDE JAÑA
PEDTEXNOLOGIYA ELEMENTLERINEN PAYDALANÍW»**

Talaba:	M.Perdebaeva
Kafedra baslıǵı:	f.-m.i.k.,doc.B.B.Prenov
Ilimiy basshı:	úlken oqıtıwshı J.T.Valieva
Ilimiy másláhátshi:	f.-m.i.k.,doc. N.Djumabaev

Kafedra májilisiniń 2018-jıl 25-may sánesindegi

№10 protokoli menen qorǵawǵa ruxsat berildi

Nókis-2018

MAZMUNÍ

Kirisiw	3
1-Bap. Teńlemeler sisteması temasın oqıtıwdıń teoriyalıq máseleleri	
§1.1. Teńlemeler sisteması temasın oqıtıwda innovaciyalıq qatnas hám aldınǵı tájiriybeler.....	5
§1.2. Sızıqlı teńlemeler sisteması. Teń kúshli sızıqlı teńlemeler sisteması.....	10
2-Bap. Teńlemeler sisteması temasın oqıtıw metodikalıq tiykarları	
§2.1. Teńlemeler sistemasın sheshiwdiń tiykarǵı usılları.....	16
§2.2. Teńlemeler sistemasın tálim texnologiya elementlerinen paydalanıp oqıtıw.....	33
Juwmaqlaw.....	49
Paydalanılǵan ádebiyatlar.....	51

KIRISIW

Jańa pedagogikalıq texnologıyanıń abzallıǵı zaman sınavınan ótip, interaktiv sabaqtıń sıpat hám nátiyjeliligini asırıwda úlken faktor ekenligi óz dáliylin tappaqta. Bul boyınsha ádewir tájiriye toplaǵan izleniwshiler pedagogikalıq texnologiya sabaqlarınıń jemisin kepillik beriwshi faktor ekenligin ayıp, pedagogikalıq processlerdi ilimiy jobalastırıw onı ámelge asırıw, jobalastırılǵan tálim-tárbiya processin ámeliyatqa anıq hám izbe-izlikte qollanıw boyınsha óz pikir, usınısların jámiyetshiliktiń dıqqat itibarına usınıp atır.

Pedagogikalıq texnologiya ámeliyatda orınlanatuǵın belgili pedagogikalıq sistema kópshilikte úlken qızıǵıwshılıq oyatadı. Ádette dástúriy sabaqlarımızda, kóp sóyleymiz, teoriyalıq túsinipler beremiz, biraq berip atırǵan bilimimizdiń nátiyjesi haqqında oylamaymız, uzınnan uzaq oqıp atırǵan lekciyalarımız, oqıwshılardıń yadında bekkem saqlanıp qalıp atırma, olardıń ruhiyatına tásir etiwshi qurallardan paydalanıp atırımızba, teoriyanı ámeliyat penen qay dárejede baylanıstırıp atırımız, bul haqqında oylap kóretuǵın waqtımız kelmedima eken dep oylap qalamız.

Usıları esapqa alıp bul pitkeriw qánigelik jumısınıń temasın «Teńlemeler sistemasın sheshiwde jańa pedtexnologiya elementlerinen paydalanıw» dep tańlap aldıq.

Bul jumıs kirisiw bólimi tiykarǵı 2 bap, 4 paragraf, juwmaqlaw hám paydalanılǵan ádebiyatlardan turadı.

Bul pitkeriw qánigelik jumısınıń birinshi babınıń birinshi paragrafında teńlemeler sisteması temasın oqıtıwda innovaciyalıq qatnas hám aldınǵı tájiriyeler haqqında sóz júrgizilip bunda: teńlemeler sisteması temasın oqıtıwda oqıwshılardı usı temaǵa baylanıslı mısıl hám máselelerdiń mánisin túsindirip,

dáslepki bilimlerde jańa pedtexnologiya elementlerinen paydalanıp oqıtıwdıń áhmiyeti hám usılları haqqında ayılǵan.

Birinshi baptıń ekinshi paragrafi sıızıqlı teńlemeler sisteması, teń kúshli sıızıqlı teńlemeler sisteması dep atalıp bul jerde sıızıqlı teńlemeler, sıızıqlı teńlemenıń sheshimi, anıq sistema, anıq emes sistema, teń kúshli sıızıqlı teńlemeler sisteması, bir tekli eki belgisizli eki teńlemeler sisteması, bir tekli úsh belgisizli úsh teńlemeler sistemaları, olardı sheshiw usılları haqqında keń túrde bayan etilgen.

Ekinshi babınıń birinshi paragrafinda teńlemeler sistemasın sheshiwdiń tiykarǵı usılları haqqında sóz júritilip bunda: sıızıqlı teńlemeler sistemasınıń matricası, teńlemeler sistemasın sheshiwdiń Gauss, Kramer hám matrica usılları keltirilip mısallar menen bekkemlengen. Sonday-aq bul paragrafta teńlemeler sistemasın grafik usılda sheshiw teması boyınsha kishi toparlarda islesiw texnologiyası keltirilgen.

Ekinshi babınıń ekinshi paragrafi teńlemeler sistemasın tálim texnologiya elementlerinen paydalanıp oqıtıw dep atalıp bunda, bul sabaqtıń texnologiyalıq kartası, sabaq processinde qollanılatuǵın tarqatpa materiallar, teńlemeler sistemasın oqıtıwdı Bumerang texnologiyası tiykarında shólkemlestiriw, bul texnologiyanı tayarlawda muǵallım ushın kerekli ádebiyatlar dizimi, teńlemeler sisteması temasına baylanıslı nostandart testler toplamı berilgen.

1- Bap. Teńlemeler sisteması temasın oqıtıwdıń teoriyalıq máseleleri

§1.1. Teńlemeler sisteması temasın oqıtıwda innovaciyalıq qatnas hám aldınıǵı tájiriybeler

Búgingi kúnde xabar texnologiyaları rawajlanǵan bir dáwirde teńlemeler sisteması temasın oqıtıwda oqıwshılardı usı temaǵa baylanıslı misal hám máselelerdiń mánisin túsindirip usı dáslepki bilimlerdi jańa pedtexnologiya elementlerinen paydalanıp oqıtıw úlken áhmiyetke iye. Sonıń menen birge komp'yuter texnologiyası esaplawdı ádewir tezlestirip, esaplawdı elede anıqlıq penen dawam ettiriwge járdem beredi. Házirgi kúnde MS Excel programması járdeminde teńlemeler sistemasın sheshiw bir qansha esaplawlardı ańsatlastıradı. Sonıń menen birge Microsoft Matematics programmasınıń Matcad, Maple paketlarinen de paydalanıw múmkin. Bul paketlerdiń mazmun-mánisi sonda, teńlemeler sistemasın sheshiwde talabalardıń tez pikirlew qábiletin asırıwda, tereń logikalıq oylaw processin jeńilletiw, qalaberse olardı máseleniń algoritmin izbe-iz alıp barıwda úlken áhmiyetke iye. Sonıń menen birge teńlemeler sistemasın sheshiwde, dástúriy usıllardan qollanǵan halda yaǵnıy teńlemeler sistemasın sheshiw processinde Guass usılı, Kramer, matricalıq usıllarınan paydalanılǵan halda ámelge asırıladı. Sonı esletip ótiw kerek, Gauss sıızıqlı teńlemeler sistemasın sheshiwde (ulıwma) hám “dara” sheshim túsiniqlerin kiritdi, teńlemeler sistemasın sheshiwde belgisizlerdi izbe-iz joǵaltıw usılı menen sheshimlerdi tabıw menen de kóp shuǵıllandı. Ol tek ekinshi tártipli emes, al joqarı tártipli teńlemeler sisteması ushın da óziniń atı menen atalıwshı Gauss usılın qollanıwdı keń rawajlandırdı. Sonıń menen birge Kramerde óziniń izleniwlerinde teńlemeler sistemasın sheshiwdiń jáne bir usılı, determinantlar járdeminde esaplaw processin pánge alıp kirdi, bul usıl talabalardı teńlemeler sistemasın sheshiwdiń Kramer usılınan paydalanıwda úlken anıqlıq penen esaplawǵa járdem beredi. Teńlemeler sisteması temasın oqıtıwda oqıw processine zamanagóy informaciya–kommunikaciya hám pedagogikalıq texnologiyaların keń engiziw esabınan mektepler, kásip-óner kolledjleri hám

liceylerinde, joqarı bilimlendiriw mekemelerinde bilim beriw sıpatın túpten jaqsılaw, bilimlendiriw mekemeleriniń oqıw – laboratoriya bazasın eń zamanagóy oqıw hám laboratoriya úskeneleri, komp’yuter texnikaları menen támiyinlew, sonday-aq, oqıtıwshılar hám ustazlardıń mashaqatlı miynetin materiallıq hámde morallıq xoshametlewdiń nátiyjeli sistemasın qalıplestiriwge ayrıqsha itibar qaratılmaqta.

Zamanagóy mazmunda – informaciya hám adamlar arasında, adamlar menen janlı hám jansız tábiyat, atap aytqanda komp’yuter arasındagı maǵlıwmat almasıwı bolıp, keń mánistegi ilimiy túsiniq esaplanadı. Xabar texnologiyaları – maǵlıwmattı jıynaw, saqlaw, uzatıw, ózgertiw, qayta islew usılları hám quralları jıyındısınan ibarat. Oqıtıwdıń jańa informaciya texnologiyası degende– tek ǵana oqıw tárbiya processinde qollanıwı múmkin bolǵan eń jańa informaciya texnologiyaları túsiniledi. Jańa informaciya texnologiyaları - túrli kategoriyadagı paydalanıwshılar tárepinen komp’yuter tiykarında informaciya alıw hám qayta islew boyınsha xızmetler menen támiyinlewden ibarat. Oqıtıwdagı informaciyalıq hám telekommunikaciyalıq texnologiyalar - bul talabalarga komp’yuterlar hám telekommunikaciya quralları járdeminde maǵlıwmat uzatıw usıl hám metodlarınıń kompleksi, bilimlerdi ózlestiriwdi tekseriw, real turmısta alıńǵan bilimlerdi qayta islew hám olardan paydalanıw.

Avtomatlastırılǵan oqıtıw sisteması oqıw kursın yaki onıń úlken bólimin ózbetinshe ózlestiriwge imkaniyat tuwdıradı. Bul sistema ózinde ápiwayı sabaqlıq, máseleler jıynaǵı, laboratoriya sabaqları, maǵlıwmatnama hám ózlestirilgen informaciyanı tekseriwshi ekspert ózgesheliklerin jámlestirgen:

- materialdı úyreniwdiń durıs jolın támiyinleydi, yaǵnıy talabaǵa teoriyanı ózlestiriw hám mısallar hámde máselelerdi sheshiw kónlikpelerin islep shıǵıw náwbet-tártibin ózbetinshe shólkemlestiriwge, sonday-aq alǵan bilim hám kónlikpeleri sıpatın ózi tekseriwine imkaniyat tuwdıradı;
- analizlew hám izleniwshelik kónlikpelerin sińdiredi;

- oqıwshınıń waqtın tejewge imkaniyat tuwdıradı.

Pánge baǵdarlangan ortalıq oqıw programmaları paketinen ibarat bolıp, belgili klass ob'ektleri menen is alıp barıwǵa, olar arasındaqı qatnastı hám ob'ektlér hámde qatnaslar ústinde alıp barılatuǵın jumıslardı orınlawǵa, sonday-aq ob'ektlérdi hám olardıń qásiyetlerin anıq kóz aldına keltiriwge imkaniyat tuwdıradı. Tekseriwshi programmalar bilimlar sıpatın tekseriw hám bahalaw ushın gózlengen. Olar oqıwshıǵa: juwaptı ulıwma qabıl etilgen túrine maksimal jaqınlastırılǵan halda kiritiw; tekseriw nátiyjelerin saqlaw, jıynaw, qaǵazǵa shıǵarıw hám statistikalıq analiz etiw; juwaptıń forması hám sintaksislik (ǵáptıń dúziliw) sawatlılıǵına qaramay, adekvat baha alıw imkaniyatın beriwi kerek. Maǵlıwmatnama sistemaları–bul maǵlıwmatnamaǵa uqsaqan túrli oqıw informaciyaların saqlaw hám oqıwshıǵa kórsetiw ushın dúzilgen programmalar boladı. Bul programmalarda oqıw materialı ierarxik tártipte jaylastırıladı hám informaciyanı turli belgilerine qarap tez izlep tabıw múmkin boladı. Olar kontekst maǵlıwmattı alıw, saqlaw hám nusqa shıǵarıwdı támiyinleydi. Videokomp'yuterli oqıtıw texnologiyası – talabalardıń aktiv biliw, bilim arttırıw processlerin xoshametlewshi texnologiya. Bul texnologiya oqıw informaciyalarınıń verbal hám súwretli túrlerin birgelikte alıp barıw, oqıtıw processin maqsetlerge sáykeslendiriw imkaniyatın beredi. Talabalar komp'yuter menen individual oqıtılǵanda sabaqlarda kommunikativ xızmet kórsete almaydı hám mashqalalı oqıtıwdaqı evristik aspekt joqqa shıǵadı. Oqıtıwdıń videokomp'yuterli modelini ashıq sistema sıpatında qarap, oǵan oqıtıwdıń basqa dástúriy quralları qosılıwı múmkin. Álbette hár bir ayrıqsha jaǵdayda verbal-vizual hám súwretli informaciyanıń salmaǵı ózgeriwi múmkin. Bulardıń barlıǵı komp'yuterli hám videotexnologiyalar súwretlew qurallarınıń mazmunı hám ózgesheliklerine hám usı temanı úyreniwde erisiwi kerek bolǵan didaktikalıq maqsetlerge baylanıslı.

Házirgi kúnde komp'yuterler oqıtıw sistemasında tiykarınan tórt baǵdarda paydalanılmaqta:

- úyreniw ob'ekti sıpatında ;
- oqıtıwdıń texnikalıq quralları sıpatında ;
- bilimlendiriwde basqarıwda;
- ilimiy- pedagogikalıq izleniwde.

Komp'yuterli oqıtıwdıń abzallıqları júdá kóp: oqıwshılarda belgili tájiriybellerdi qalıplestiriw waqtı qısqaradı; úyreniletuǵın tapsırmalar sanı ósedı; oqıwshılardıń islew pátı tezlesedi; komp'yuter tárepinen aktiv basqarıwdı talap etiliwi nátiyjesinde oqıwshı oqıtıw sub'ektine aylanadı; oqıwshılar baklawı, pikirlewi qıyın bolǵan processlerdi modellestiriw hám tuwrıdan-tuwrı kórsetiw imkaniyatı payda boladı; kommunikaciya qurallarınan paydalanǵan halda sabaqtı uzaqdaǵı derekler menen támiyinlew imkaniyatı payda boladı; komp'yuter menen islew didaktikalıq oyın xarakterin aladı hám bunda oqıwshılarda oqıw xızmetine motivaciya kúsheyedi h.t.b. Komp'yuterli oqıtıw processinde oqıtıw, oqıwshı hám komp'yuter arasındaqı qatnaslar boyınsha shólkemlestiriledi, basqarıladı, qadaǵalanadı. Komp'yuterli oqıtıwdı shólkemlestiriw—bul oqıwshı menen oqıw materialı arasındaqı baylanıstı komp'yuter járdeminde jolǵa qoyıw bolıp tabıladı. Komp'yuterlerdi oqıw processinde qollanıw tómendegilerge imkaniyat tuwdıradı:

- oqıwshılarda biliw zárurlıǵın qalıplestiredi;
- oqıwshılardıń biliw xızmetin jedellestiredi;
- oqıwshılarda pándi úyreniwge qızıǵıwshılıqların asıradı ;
- komp'yuter menen islewde úyreniwge bolǵan qızıǵıwshılıǵın asıradı ;
- komp'yuterlerden paydalanıw menen baylanıslı álemde ilimiy biliwdıń házirgi zaman metodları menen tanıstıradı;
- oqıtıwda oqıwshınıń individuallıq dárejesin asıradı ;
- oqıwshılardıń izleniwshenlik qábiletin rawajlandıradı;

- materiallar mazmuniniń hár túrliligin támiyinleydi;
- bilimlendiriwde paydalanılatuǵın oqıw materialları sheńberin keńeytedi;
- oqıtıwda kórgizbelilikti kúsheytedi;
- oqıwshılardıń óz-ózin qadaǵalawı, yaǵnıy bahalaw processiniń faktorların keńeytedi hám t.b.

Pedagogikalıq, komp'yuter hám informacion texnologiyalardı oqıtıw processin shólkemlestiriw, tayarlaw, ilmiy-metodikalıq materiallar menen támiyinlew, bilimlendiriw processin ámelge asırıw, oqıtıw nátiyjeleriniń sıpatın bahalawdan ibarat bolǵan bir pútin sistemada óz kórinisin tabadı.

Oqıtıwdaǵı individual mazmun hám basqarıw principı. Bul princip boyınsha, hár bir talabaǵa sáykes baǵdarlangan informacion process usınıs etiledi hám onıń bilimlerdi ózlestiriw qábiletine tuwrı keletuǵın tezlikde oqıwda tezletiw imkaniyatın beriledi.

Videokomp'yuterli oqıtıw texnologiyası–talabalardıń bilim dárejesiniń joqarılatıw processlerin xoshametlewshi texnologiya bolıp tabıladı. Bul texnologiya oqıw informacijalarınıń verbal hám kóz aldına keltiriwshi formaların birgelikte kórsetiw, oqıtıw processin maqsetlerge maslastırıw imkaniyatın beredi. Talabalar komp'yuter menen individual oqıtılǵanda sabaqlarda kommunikativ xızmet kórsete almaydı, bundan tısqarı mashqalalı oqıtıw processindegi evristikalıq aspekt joqqa shıǵadı. Oqıtıwdıń videokomp'yuterli modelin ashıq sistema sıpatında qarap, oǵan oqıtıwdıń basqa dástúriy quralları qosılıwı múmkin. Álbette hár bir dara jaǵdayda verbal-vizual hám súwretli informaciyanıń salmaǵı ózgeriwi múmkin. Bulardıń barlıǵı komp'yuterli hám videotexnologiyalar súwretlew qurallarıń mazmunı hám ózgesheliklerine de, berilgen temanı úyreniwde erisiwi kerek bolǵan didaktikalıq maqsetlerge baylanıslı. Aralıqtan oqıtıw-oqıw shınıǵıwları hámmesi yaki kóp bóliminiń axborot hám telekommunikaciya texnologiyaları tiykarında aralıqtan ámelge asırılıwı bolıp tabıladı.

§1.2. Sızıqlı teńlemeler sisteması. Teń kúshli sızıqlı teńlemeler sisteması

Bizge belgili bir neshe teńlemelerdiń birgelikte qaralıwı teńlemeler sisteması delinedi.

Teńlemeler sistemasındaǵı barlıq teńlemeler birinshi dárejeli bolsa, bunday teńlemeler sistemasına sızıqlı teńlemeler sisteması delinedi.

Teńlemeler sistemasındaǵı belgisizler ornına turaqlı sanlar kópigin qoyǵanda, sistemanıń barlıq teńlemeleri birdeylikke aylansa, bunday sanlar kópigi teńlemeler sistemasınıń sheshimi (koreni) delinedi. Bunday sanlar kópigi birew bolsa, teńlemeler sisteması jalǵız sheshimge iye bolıp, bul sistema anıq sistema dep ataladı hám bu teńlemeler sisteması birgelikte delinedi . Birgelikte bolǵan sistema birewden artıq sheshimge iye bolsa, bunday sistema anıq bolmaǵan sistema delinedi .

Birgelikde bolğan teńlemeler sisteması birdey sheshimler kópligine iye bolsa, bunday sistemalar ekvivalent sistemalar delinedi.

Teñlemeler sisteması birde sheshimge iye bolmasa, bunday sistemağa birgelikde bolmağan sistema delinedi.

Anıqlama. Barlıq ózgeriwshileriniń dárejesi birden úlken bolmaǵan teńlemege sıızıqlı teńleme delinedi .

[illegible]

m sızıqlı teńlemeler sisteması delinedi, bunda $a_{ij}, b_i \in R$ ($i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$) sistemaniń coefficientleri, a_{ij} ózgeriwshiler coefficientleri, b_j saltań aǵzalar bolıp, x_j lar ózgeriwshilerden ibarat.

Анықлама. n өзгеріушили m сızıqlı теңлемелер системасының шешими деп системаның барлық теңлемелерін дұрыс теңлікке айландырушы санлар көплігіне айтылады.

Анықлама. Сızıqlı теңлемелер системасы кемінде бір шешімге ие болса, ол біргелікте, шешімге ие болмаса, біргелікте болмаған сızıqlı теңлемелер системасы делінеді.

Анықлама. Жалғыз бір шешімге ие болған система анық система, шексіз көп шешімге ие болған система анық емес система делінеді.

Анықлама. Берілген екі сızıqlı теңлемелер системасы үшін біріншісінің һәр бір шешими екіншісі үшін да шешім болса, екінші сızıqlı теңлемелер системасы, бірінші сızıqlı теңлемелер системасының нәтижесі делінеді.

Анықлама бойынша бірінші сızıqlı теңлемелер системасының шешімлер көплігі, нәтиже система шешімлер көплігіне үлес көплік болады.

Мисал. Қалеген n өзгеріушили сızıqlı теңлемелер системасы, n өзгеріушили біргелікте болмаған сızıqlı теңлемелер системасы нәтижесі болады. Себебі бос көплік қалеген көплікке үлес көплік болады.

Анықлама. Екі сızıqlı теңлемелер системасы тең күшлі делінеді, егер біріншісінің һәр бір шешими екіншісіне де шешім болса һәм керісінше.

Теорема. Екі сızıqlı теңлемелер системасы тең күшлі болуы үшін, һәр бір система екіншісінің нәтижесі болуы зәрүрлі һәм жеткіліклі.

Теорема. Екі сızıqlı теңлемелер системасы тең күшлі болуы үшін, олардың шешімлер көпліктері тең болуы зәрүрлі һәм жеткіліклі.

Анықлама. Төмендегілер сızıqlı теңлемелер системасын элементар алмастырулар делінеді:

1) системаны қандайда бір теңлемесінің екі тәрепін нолден өзгеше скаляр санға көбейту:

2) бір теңлеменің екі тәрепін скаляр санға көбейтилген басқа теңлеменің сәйкес бөліктерін қосыу яки алу:

3) системаға нол теңлемені кiritiw яки оны системадан шығару.

Teorema. Sızılıqılı teńlemeler sistemasın elementar almastırıwlar nátiyjesinde oǵan ekvivalent(teń kúshli) bolǵan sızılıqılı teńlemeler sisteması payda boladı.

1. Eki belgisizli eki sızılıqılı teńlemeler sisteması

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases} \quad (1) \quad \Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0 \text{ shárt orınlanganda } x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

(2) sheshimlerde iye.

2. Bir tekli úsh belgisizli eki teńlemeler sisteması

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = 0, \\ a_2x + b_2y + c_2z = 0, \end{cases} \quad (3) \quad \text{usı } x = k \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}, \quad y = -k \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}, \quad z = k \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \quad (4)$$

formulalar menen anıqlanıwshı sheshimlerde iye, bunda k – turaqlı san.

3. Bir tekli úsh belgisizli úsh teńlemeler sisteması tómendegishe boladı:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = 0, \\ a_2x + b_2y + c_2z = 0, \\ a_3x + b_3y + c_3z = 0. \end{cases} \quad (5) \quad \text{Onıń determinantı } \Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0 \text{ bolsa ,}$$

nolge teń bolmagǵan sheshimlerine iye boladı hám kerisinshe .

4. Eki belgisizli úsh sızılıqılı teńleme sisteması .

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \\ a_3x + b_3y = c_3. \end{cases} \quad (6) \quad \Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0 \text{ bolǵanda hám onıń hesh bir eki}$$

teńlemesi óz-ara qarama-qarsı bolmasa , birgelikte boladı .

5. Úsh belgisizli úsh sızılıqılı teńlemeler sisteması :

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1, \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2, \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3, \end{cases} \quad (7) \text{ bolıp, onıń determinantı } \Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$$

nolden ózgeshe bolǵanda jalǵız $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, z = \frac{\Delta_z}{\Delta}$ (8) sheshimge iye

$$\text{boladı, bunda } \Delta_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix} \quad (9)$$

6. Birgelikte bolmaǵan hám anıq emes teńlemeler sisteması .(7) teńlemelerdiń shep táreplerin x_1, x_2, x_3 lar menen belgileyik, sistemanıń determinantı $\Delta = 0$ bolsın. Onda tómendegi eki jaǵday bolıwı mumkin :

I. Δ determinanttıń qandayda bir eki qatarınıń elementleri bir-birine

proportsional, mısalı $\frac{a_2}{a_1} = \frac{b_2}{b_1} = \frac{c_2}{c_1} = m$, onda $x_2 = mx_1$ hám

1) eger $d_2 \neq md_1$ bolsa , sistema birgelikte emes (birinshi eki teńleme bir - birine qarama-qarsı);

2) eger $d_2 = md_1$ bolsa , sistema anıq emes (eger birinshi hám úshinshi teńlemeler bir-birine qarama-qarsı bolmasa).

II. Δ determinantda proportsional elementlerge iye bolǵan qatarlar joq, onda nolge teń bolmaǵan m hám n sanlar tabıladı , $mX_1 + nX_2 = X_3$ hám

1) eger $md_1 + nd_2 \neq d_3$ bolsa , sistema birgelikte emes ;

2) eger $md_1 + nd_2 = d_3$ bolsa , sistema anıqemes m hám n sanlardı pikirler járdemi menen yaki $a_1m + a_2n = a_3$, $b_1m + b_2n = b_3$, $c_1m + c_2n = c_3$ teńlemelerden tabıw múmkin .

Mısal. Mına teńlemeni sheshiń

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 7 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 - 3x_2 - 6x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$$

Koefficientlerden dúzilgen matricanıń rangi ekige teń: bull matricanıń joqarı shep múyeshinde turǵan ekinshi tártipli minor nol'den ózgeshe biraq onı tolıqtırıwshı úshinshi tártipli eki minor da nolge teń. Keńeytilgen matricanıń rangi úshke teń, sebebi

$$\begin{vmatrix} 5 & -1 & 7 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \end{vmatrix} = -35 \neq 0$$

Bunnan sistemanıń birgelikte emesligi kelip shıǵadı.

Misal. Sistemanı sheshiń.

$$\begin{cases} 7x_1 + 3x_2 = 2 \\ x_1 - 2x_2 = -3 \\ 4x_1 + 9x_2 = 11 \end{cases}$$

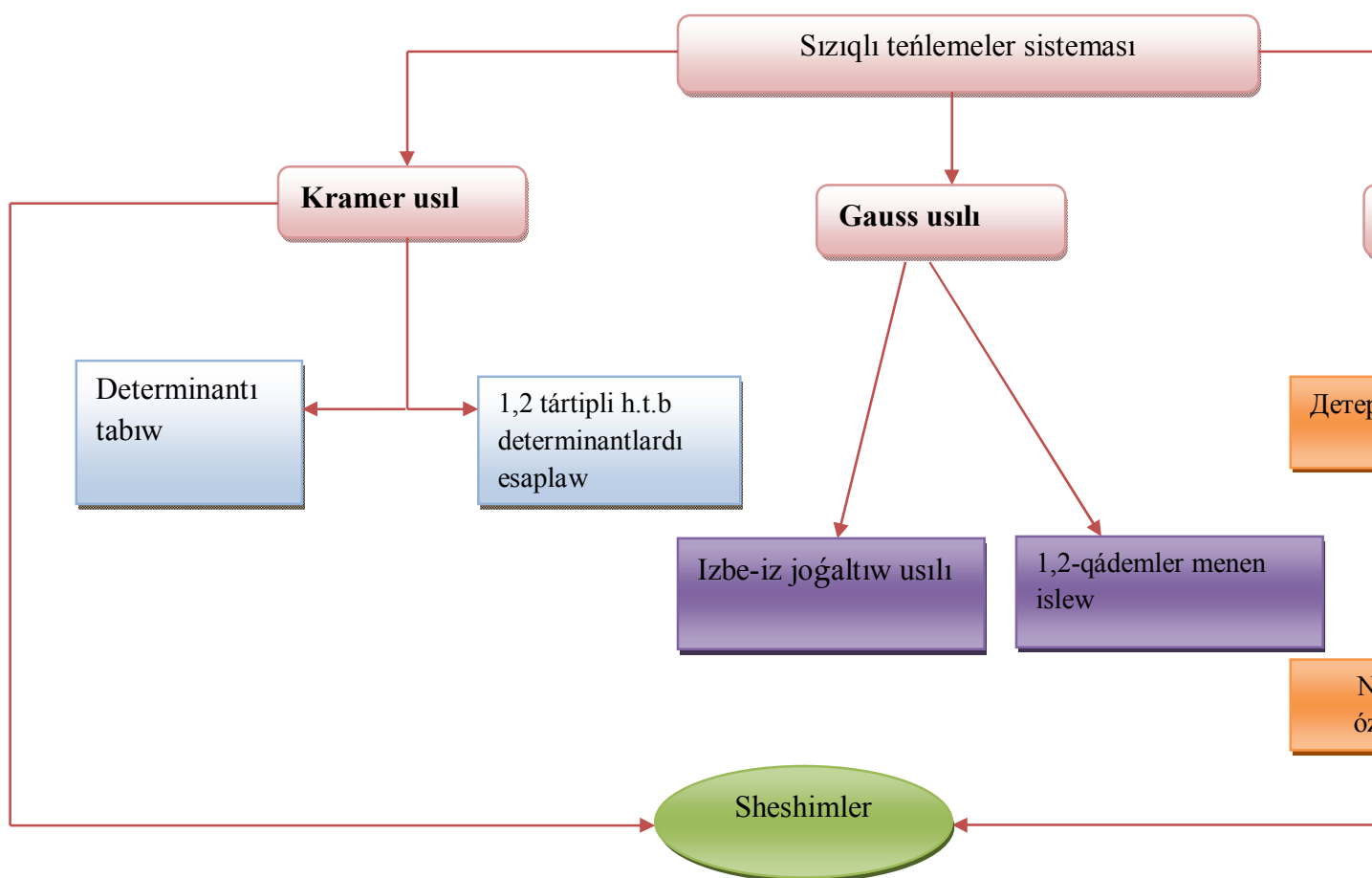
Koefficientlerden dúzilgen matricanıń rangi ekige teń yaǵnıy belgisizler sanına teń: keńeytilgen matricanıń rangide ekige teń. Solay etip sistema birgelikte hám jalǵız bir sheshimge iye. Birinshi eki teńlemenıń shep tárepleri sıızıqlı erikli; bul eki teńlemelar sistemasın sheship belgisizler ushın tómendegi mánislerdi tabamız.

$$x_1 = -\frac{5}{17}, \quad x_2 = \frac{23}{17}$$

Bul teńlemeler úshinshi teńlemenide qanaatlandırıwın kóriw qıyın emes .

Sıızıqlı teńlemelar sistemasın sheshiwde analiz hám sintez.

Analiz hám sintez



Teorema. Bir tekli sistema nolden ózgeshe sheshimge iye bolıwı ushın sistema matricasınıń rangı belgisizler sanınan kishi bolıwı zárúrli hám jetkilikli.

1- nátiyje. Bir tekli sistemada belgisizler sanı teńlemeler sanınan úlken bolsa, sistema 0 den ózgeshe sheshimlerde de iye bolıwı múmkin.

2- nátiyje. n ózgeriwshili n bir tekli teńlemeler sisteması 0 dan ózgeshe sheshimlerde iye bolıwı ushın sistemaniń determinantı 0 ge teń bolıwı zárúrli hám jetkilikli.

Bir tekli sızıqlı teńlemeler sistemasınıń teńlemelerin elementar almastırıwlar nátiyjesinde sistemaniń qalğan teńlemeler arqalı sızıqlı ańlatıwshı teńlemesi nol teńlemege aylanadı. Eger n ózgeriwshili bir tekli sızıqlı teńlemeler sistemasınıń rangı n nen kishi bolsa, demek keminde bir teńleme qalğanları arqalı sızıqlı ańlatıladı. Onda berilgen bir tekli sızıqlı teńlemeler sistemasına teń kúshli bir tekli sızıqlı teńlemeler sistemasında keminde bir erikli ózgeriwshi bar bolıp, nátiyjede sheksiz kóp sheshimler payda boladı. Bul sheshimlerdi tabıwda erikli ózgeriwshilerge nolden ózgeshe keminde bir mánis beriw menen nol' emes sheshim payda etiledi.

$$\text{Mısal. } \begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases} \text{ teńlemeler sisteması jalǵız } x=1; \quad y=2; \quad z=3,$$

yaǵnıy (1,2,3) sheshimge iye bolǵanlıǵı ushın anıq sistemaǵa mısal boladı.

$$\text{Mısal. } \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 2 \\ 2x_1 + 11x_2 + 12x_3 + 25x_4 + 22x_5 = 4 \end{cases} \text{ sistemaniń sheshimler kópligi bos}$$

kóplik bolǵanlıǵı ushın ol birgelikte bolmaǵan teńlemeler sistemasına mısal boladı.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 10 \end{cases} \quad \text{teńlemeler sisteması sheksiz kóp sheshimge iye.}$$

Demek, berilgen sistema anıq emes.

$$\text{Misal.} \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10 \end{cases} \quad \text{teńlemeler sisteması}$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ 5x_2 - 7x_3 = 11 \\ -x_3 = -2 \end{cases} \quad \text{teńlemeler sistemasına teń kúshli.}$$

Teńlemeler sistemasın sheshiwdiń Gauss,

Kramer, matrica usılları

Sızıqlı teńlemeler sistemasınıń sheshimin tabıwdı dáslep eki ózgeriwshili eki sızıqlı teńlemeler sisteması ushın qaraymız. Mına eki ózgeriwshili eki sızıqlı teńlemeler sisteması

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

nan, birinshi teńlemeni a_{22} ge, ekinshi teńlemeni $-a_{12}$ ge aǵzama-aǵza kóbeytemiz hám payda bolǵan teńlemelerdi qosamız, nátiyjede

$$(a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12})x = b_1a_{22} - b_2a_{12} \quad (1)$$

teńleme payda boladı. Usıǵan uqsas, 1- teńlemeni $-a_{21}$ ge, 2-teńleme ni a_{11} ge aǵzama-aǵza kóbeytip, payda bolǵan teńlemelerdi qosıp tómendegi teńlemeni payda etemiz:

$$(a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12})y = b_2a_{11} - b_1a_{21} \quad (2)$$

$$(a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \quad b_1a_{22} - b_2a_{12} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}, \quad b_2a_{11} - b_1a_{21} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$$

bolǵanı ushın, tómendegi belgilewlerdi kiritip

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$$

(1)hám (2) teńliklerdi

$$\Delta x = \Delta_1, \quad \Delta y = \Delta_2$$

kóriniste jazıw múmkin . Bunnan $\Delta \neq 0$ bolsa,

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

boladı , yaki determinantlar arqalı jazsaq

$$x = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}.$$

Bul formulalarǵa *Kramer formulaları* delinedi , bunda Δ_1 járdemshi determinant Δ determinanttıń birinshi baǵanasın saltań aǵzalar menen, Δ_2 de, ekinshi baǵana saltań aǵzalar menen almastırıladı. Δ determinantqa teńlemeler sistemasınıń bas determinantı delinedi .

Solay etip, berilgen sıızqlı teńlemeler sistemasınıń determinantı 0 den ózgeshe bolsa, sistema jalǵız sheshimge iye boladı.

Endi sistemanıń determinantı 0 ge teń, yaǵnıy

$$\Delta = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} = 0 \quad yaki \quad a_{11}a_{22} = a_{21}a_{12}$$

bolsın. Bunda 1-teńlemenıń belgisizleri aldındaǵı coefficientleri 2-teńlemenıń belgisizleri aldındaǵı coefficientlerine proporcional boladı. Shınında da, coefficientlerden birewi, mısalı a_{11} nolden ózgeshe bolsın dep

$\frac{a_{22}}{a_{11}} = \lambda$ menen belgilesek, bunnan $a_{21} = \lambda a_{11}$ boladı. Onda

$a_{11}a_{22} = a_{21}a_{12}$ teńlikten $a_{11}a_{22} = \lambda a_{11}a_{12}$ bolıp, $a_{22} = \lambda a_{12}$ kelip shıǵadı. Bulardı esapqa alıp, berilgen sistemanı

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ \lambda(a_{11}x + a_{12}y) = b_2 \end{cases} \quad (3)$$

kóriniste jazıw múmkin. Bunda eki dara jaǵday bolıwı múmkin :

1) Eki Δ_1 hám Δ_2 determinantlar 0 ge teń, yaǵnıy $\Delta_1 = b_1a_{22} - b_2a_{12} = 0$, $\Delta_2 = b_2a_{11} - b_1a_{21} = 0$ bunnan $b_2 = \lambda b_1$, sebebi $a_{22} = \lambda a_{12}$.

Bunda a_{21} , a_{22} , b_2 sanlar a_{11} , a_{12} , b_1 sanlarǵa proporcional bolıp, berilgen teńlemeler sisteması tómendegi kóriniste boladı :

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ \lambda(a_{11}x + a_{12}y) = \lambda b_1 \end{cases}$$

Solay etip, sistemanıń ekinshi teńlemesi, birinshi teńlemesinen onıń eki tárepin λ ǵa kóbeytiw menen payda etiledi, yaǵnıy ol 1- teńlemenıń nátiyjesi boladı. Bunda berilgen sistema sheksiz kóp sheshimler kópligine iye boladı. Mısalı y ge qálegen mánisler berip, x tiń tiyisli mánisin $x = \frac{b_1 - a_{12}y}{a_{11}}$ teńlikten tabamız.

2) Δ_1 hám Δ_2 determinantlardan hesh bolmaǵanda birewi 0 den ózgeshe, mısalı, $\Delta_2 = b_2a_{11} - b_1a_{21} \neq 0$ bolsın. Onda $b_2a_{11} \neq b_1a_{21}$ boladı, demek $b_2 \neq \lambda b_1$.

Bunda (3) sistemadan belgili boladı, $\lambda(a_{11}x + a_{12}y) = b_2$ teńleme birinshi $a_{11}x + a_{12}y = b_1$ teńlemege qarama-qarsı boladı. Demek, berilgen sistema sheshimge iye emes yaǵnıy birgelikte emes.

Endi úsh ózgeriwshili úsh teńlemeler sistemasın qaraymız:

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &= b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &= b_3 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

teńlemeler sisteması berilgen bolsın. Bul sistema belgisizleri koefficientlerinen

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

determinant dúzemiz, buǵan (4) *sistemasıń determinantı* yaqı anıqlawshısı delinedi. $\Delta \neq 0$ bolsa, (4) sistema jalǵız $x_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta}, x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta}, x_3 = \frac{\Delta x_3}{\Delta}$ (5) sheshimge iye boladı, bunda

$$\Delta x_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \Delta x_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}, \Delta x_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

(5) formulaǵa hám eki ózgeriwshili eki teńlemeler sistemasın sheshiwdiń Kramer formulaları delinedi. Kramer formulaları n ózgeriwshili n teńlemeler sisteması ushın da ulıwmalastırıladı.

Mısallar keltiremiz.

$$1\text{-mısal.} \quad \begin{cases} 2x + 3y = 7, \\ 4x - 5y = 2 \end{cases}$$

teńlemeler sistemasın Kramer usılınan paydalanıp sheshiń.

$$\text{Sheshiw.} \quad \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = -22$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} = -41 \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = -24$$

sistemanın determinanti $\Delta \neq 0$ bolgan ligi ushin Kramer formulaları menen anıqlanatuǵın jalgız sheshimge iye .

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{41}{22}; \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{24}{22} = \frac{12}{11};$$

2-mısal.

$$\left. \begin{aligned} x + 2y - z &= 2, \\ 2x - 3y + 2z &= 2, \\ 3x + y + z &= 8. \end{aligned} \right\}$$

Sheshiw.Bul

jerde

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-3) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 \cdot (-1) - 3 \cdot (-3) \cdot (-1) - 2 \cdot 2 \cdot 1 - 2 \cdot 1 \cdot 1 =$$

$$= -3 + 12 - 2 - 9 - 4 - 2 = -8 \neq 0$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 8 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-3) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \cdot 8 + 2 \cdot 1 \cdot (-1) - 8 \cdot (-3) \cdot (-1) - 2 \cdot 2 \cdot 1 - 2 \cdot 1 \cdot 2 =$$

$$= -6 + 32 - 2 - 24 - 4 - 4 = 32 - 40 = -8 \neq 0$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 8 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 8 \cdot (-1) - 3 \cdot 2 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 \cdot 1 - 2 \cdot 8 \cdot 1 =$$

$$= 2 + 12 - 16 + 6 - 4 - 16 = -16 \neq 0$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 3 & 1 & 8 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-3) \cdot 8 + 2 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 \cdot 2 - 3 \cdot (-3) \cdot 2 - 2 \cdot 2 \cdot 8 - 2 \cdot 1 \cdot 1 =$$

$$= -24 + 12 + 4 + 18 - 32 - 2 = -24 \neq 0$$

demek,

Kramer formulalarınan paydalanıp tómendegilerdi tabamız :

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-8}{-8} = 1, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-16}{-8} = 2, \quad z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{-24}{-8} = 3.$$

Sızıqlı ten'lemeler sistemasın Gauss usılı menen sheshiw. Sızıqlı ten'lemeler sistemasın sheshiwın en' ko'p qollanilatug'ın usıllarınan biri Gauss usılı. Onı u'sh belgisizli u'sh sızıqlı ten'leme ushın ko'rsetemiz .

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases} \quad (1)$$

Bunda $a_{11} \neq 0$ bolsın. Birinshi ten'lemenin ha'mme ag'zaların a_{11} ge bo'lemiz ha'm onı $-a_{21}$, $-a_{31}$ ge ko'beytip sa'ykes tu'rde ekinshi ha'm u'shinshi ten'lemelerge qosamız . Bunda to'mendegi ten'lemeler sisteması payda boladı :

$$\begin{cases} x_1 + \frac{a_{12}}{a_{11}}x_2 + \frac{a_{13}}{a_{11}}x_3 = \frac{b_1}{a_{11}} \\ \alpha_{22}x_2 + \alpha_{23}x_3 = \beta_2 \\ \alpha_{32}x_2 + \alpha_{33}x_3 = \beta_3 \end{cases}$$

bul jerde $\alpha_{22} = a_{22} - a_{21} \frac{a_{12}}{a_{11}}$, $\alpha_{23} = a_{23} - a_{21} \frac{a_{13}}{a_{11}}$ ha'm t.b.

$a_{11} = 0$ bolıp , basqa ten'lemelerde belgisizler aldındag'ı koeffitsientleri arasında nolden o'zgesheleri bolsa , onda bul ten'lemelerden birewin birinshi ten'lemenin ornı menen almastıramız , keyin joqarıdag'ı a'mellerdi orınlaymız. Bul birinshi qa'dem boladı . Demek , birinshi qa'demde birinshi ten'lemede x_1 - belgisiz qalıp, qalg'an ten'lemelerden izbe-iz *belgisizdi joq etemiz*. Ekinshi qa'demde birinshi ten'leme o'z ornında qalıp, ekinshi ha'm u'shinshi ten'leme ushın joqarıdag'ı a'mellerdi orınlaymız, yag'nıy ekinshi ten'lemede x_2 belgisizdi qaldırıp, u'shinshi ten'lemeden onı joq etemiz. Soay etip, bul a'meller na'tiyjesinde (1) ten'lemeler sisteması

$$\begin{cases} x_1 + \alpha'_{12}x_2 + \alpha'_{13}x_3 = \beta'_1 \\ \alpha'_{22}x_2 + \alpha'_{23}x_3 = \beta'_2 \\ \alpha'_{33}x_3 = \beta_3 \end{cases} \quad (2)$$

ko`rinishine keledi. endi ha`mme belgisizlerdi song`ı ten`lemeden baslap kerisinen tabıw qaldı

3-mısal.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 9 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 10 \end{cases}$$

teńlemeler sistemasın *Gauss usılı* menen sheshiń .

Sheshiw. Birinshi teńlemeni (-4) hám (-3) ge kóbeytip sáykes túrde ekinshi hám úshinshi teńlemelerge qosamız :

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ (4 - 4)x_1 + (1 - 8)x_2 + (4 - 12)x_3 = 9 - 4 \cdot 6 \\ (3 - 3)x_1 + (5 - 6)x_2 + (2 - 9)x_3 = 10 - 3 \cdot 6 \end{cases}$$

$$\text{yaǵnıy} \quad \left. \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 7x_2 - 8x_3 = -15 \\ -x_2 - 7x_3 = -8 \end{array} \right\} \text{ boladı . Usı menen birinshi qádem}$$

tamamlandı.

Ekinshi adımda, birinshi teńlemeni óz ornında qaldırıp, ekinshi teńlemeni (-7) ge bólip jazamız:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ x_2 + \frac{8}{7}x_3 = \frac{15}{7} \\ x_2 + 7x_3 = 8 \end{cases} \quad \text{úshinshi teńlemeden } x_2 \text{ belgisizdi joq etemiz,}$$

bunıń ushın ekinshi teńlemeni (-1) ge kóbeytip úshinshi teńlemege qosamız

$$: \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ x_2 + \frac{8}{7}x_3 = \frac{15}{7} \\ \frac{41}{7}x_3 = \frac{41}{7} \end{cases} \quad \text{Aqırǵı teńlemeden } x_3 = 1 \text{ di tabamız . } x_3 = 1 \text{ di ekinshi}$$

teńlemege qoysak, $x_2 + \frac{8}{7} = \frac{15}{7}$ yaki $x_2 = \frac{15}{7} - \frac{8}{7} = 1$, $x_2 = 1$ boladı. $x_2 = 1$, $x_3 = 1$

lardi birinshi tenlemege qoysak $x_1=1$ boladi . Solay etip, $x_1=1$, $x_2=1$, $x_3=1$

Gauss usulınıń ózgeshelikler sonnan ibarat, onda sistemaniń birgelikte máselesin aldınnan anıqlap alıw talap etilmeydi hám :

1) sistema birgelikte hám anıq bolsa , onda usıl jalǵız sheshimge alıp keledi;

2) sistema *birgelikte* *hám* *anıq emes* *bolsa*, bunda bir adımda eki birdey teń teńleme payda boladı *hám* solay etip, teńlemeler sanı belgisizler sanınan birge kem bolıp qaladı;

3) sistema *birgelikte bolmasa_*, onda bir adımda shıǵarılıp atırǵan (joq etilip atırǵan) belgisiz menen birgelikte qalǵan barlıq belgisizler de joq etiledi, ón tárepte bolsa nolden ózgeshe saltań aǵza qaladı.

Endi *matricalar* járdeminde sızıqlı teńlemeler sistemasın sheshiwdi qarap óteyik.

[illegible]

n özgeriwshili n teńlemeler sisteması berilgen bolsın.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

belgilewlerdi kiritemiz. Endi (1) sistemani matricalardı kóbeytiw qaqıydasınan paydalanıp

$$AX = B \quad (2)$$

kóriniste jazıw múmkin. $\det A \neq 0$ bolsa, A^{-1} bar boladı hám $A^{-1}AX = A^{-1}B$ kelip shıǵadı boladı. Solay etip, belgisiz X matrica $A^{-1}B$ matricaǵa teń boladı. Bul (1) teńlemeler sistemasın sheshiwdiń matricalıq jazılıwın bildiredi.

$$4\text{-mısal.} \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ 5x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1, \\ 7x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$$

teńlemeler sistemasın matritsalıq kóriniste jazıń hám onıń sheshimin tabıń.

Sheshiw. Berilgen sistemanıń matritsasın jazamız

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & 4 \\ 7 & 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ hám } X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ dep belgilesek, onda}$$

sistemanıń matritsalıq kórinisi $A \cdot X = B$ (*) kóriniste boladı. A ǵa kerı A^{-1} matritsa

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -8 & -5 & 6 \\ 18 & 11 & -13 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ bolǵanı sebepli (*) ni shep tárepten } A^{-1} \text{ ǵa}$$

kóbeytemiz : onda $A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B$ yaki $X = A^{-1} \cdot B$ ga iyemiz, bunnan $A^{-1} \cdot B$ nı tabamız.

$$A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} -8 & -5 & 6 \\ 18 & 11 & -13 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-8) \cdot 5 + (-5) \cdot 1 + 6 \cdot 4 \\ 18 \cdot 5 + 11 \cdot 1 + (-13) \cdot 4 \\ 1 \cdot 5 + 1 \cdot 1 + (-1) \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -21 \\ 49 \\ 2 \end{pmatrix}$$

demek, teńlemeler sistemasınıń sheshimi: $x_1 = -21$; $x_2 = 49$; $x_3 = 2$.

Teńlemeler sistemasın grafik usılda sheshiw teması boyınsha kishi toparlarda islesiw texnologiyası

I-Komanda

1. Teńlemeler sisteması qalay dúziledi ?

Mısallar keltiriń.

Juwap: Ózgeriwshilerge iye bolǵan bir neshe teńlemeler berilip, sol teńlemelerdiń barlıq ulıwma sheshimlerin tabıw máselesi qoyılsa, onda teńlemeler sisteması dúzilgen dep ayıladı.

Mısalı: 1) $\begin{cases} x - 3y = 10 \\ 3x - 2y = 2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 - 2y + x = 32 \\ y + 2x = 26 \end{cases}$

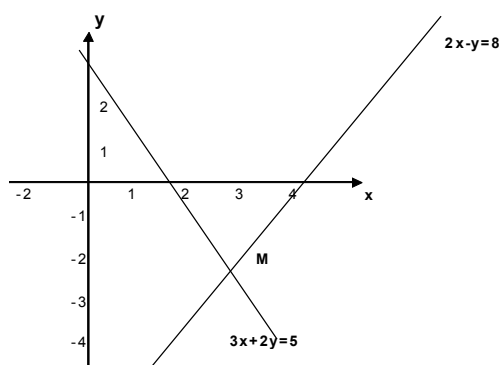
2. Eki ózgeriwshige iye teńlemeler sistemasın grafik usılında qalay sheshemiz ?

Juwap: Eki ózgeriwshige iye teńlemeler sistemasın grafik usılında sheshiw ushın bir koordinatalık sistemada teńlemelerdiń grafiklerin jasaw kerek hám usı grafiklerdiń kesilisiw noqatlarınń koordinataların tabıw kerek.

3. Mına sızıqlı teńlemeler sistemasın grafik usılında sheshiń:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$$

Sheshiw: $3x + 2y = 5$ teńlemesiniń grafigin eki noqat boyınsha, mısalı $(1;1)$ hám $(3;-2)$ arqalı jasaymız. (tómendegi súwret).



$2x - y = 8$ teńlemeniniń grafigin $(2;-4)$ hám $(4;0)$ noqatları boyınsha jasaymız. (Joqarıdaǵı súwret). Kelip shıqqan tuwrılar paralel' emes, olardıń

kesilisiw noqatsı bolıp $M(3;-2)$ noqatsı xızmet etedi. Demek, $(3;-2)$ –berilgen sistemanıń sheshimi boladı.

4.Mına teńlemeler sistemasın grafik usılında sheshiń.

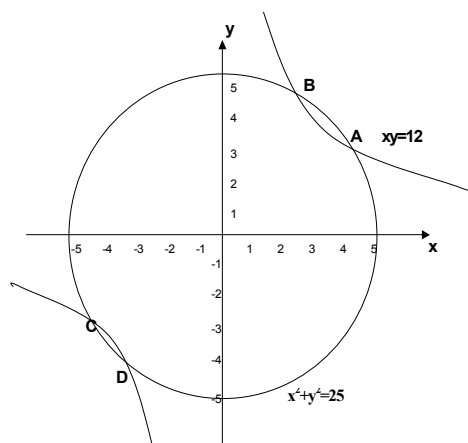
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

Sheshiw: $x^2 + y^2 = 25$ teńlemenıń grafıgı bolıp orayı koordinatalar basında hám radiusı 5 ke teń bolǵan sheńber boladı.

$y = \frac{12}{x}$ giperbolası boladı.

x	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	6	12	24
y	144	72	48	36	24	12	6	4	3	2	1	$\frac{1}{2}$

Grafiktıń tarmaǵın $(0; +\infty)$ aralıǵında jasadıq. Bul funkciya taq ekenliginen paydalanıp koordinata basına simitriyalı bolǵan tarmaqtı qosa jasaymız.



Usı grafiklerdi bir koordinatalıq sistemada jasap sheńber menen giperbolanıń kesilisiw noqatları bolǵan A, B, C, D noqatların

tabamız: $A(4;3)$, $B(3;4)$, $C(-4;-3)$, $D(-3,-4)$. Demek berilgen sistemanıń sheshimi mınaday boladı: $(4;3), (3;4), (-4;-3), (-3;-4)$.

5. Teńlemeler sistemasınıń grafik usılında sheshiń.

$$\begin{cases} y - x^2 = 0 \\ 2x - y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

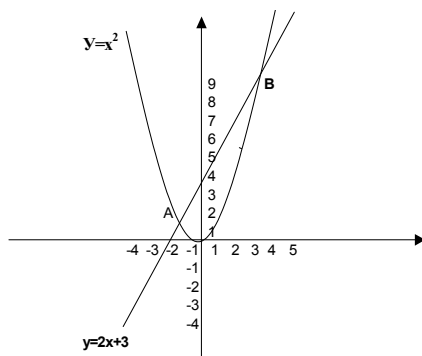
$$\text{Sheshiw: } \begin{cases} y - x^2 = 0 \\ 2x - y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$$

$y = x^2$ teńlemesiniń grafigi tóbesi koordinata basında bolǵan parabola boladı.

$y = 2x + 3$ teńlemesiniń grafigin eki noqat boyınsha, $(0;3)$ hám

$(-2;-1)$ noqatları arqalı jasaymız. Usı eki grafikti bir koordinatalıq sistemada jasap, tuwrı menen parabolaniń kesilisiw noqatları bolǵan A, V noqatların tabamız: $A(-1;1)$, $B(3;9)$.

Demek berilgen sistemanıń sheshimi:



II - KOMANDA

1.a) Teńlemeler sistemasınıń sheshimi degenimiz ne ?

b) Sistemanı sheshiw degenimiz ne ?

Juwap: a) Teńlemeler sistemasındaǵı hár-bir teńlemenı durıs teńlikke aylandıratuǵın ózgeriwshiniń mánisleriniń hár-bir jubı teńlemeler sistemasınıń sheshimi dep ataladı.

b) Sistemanı sheshiw—bul onıń barlıq sheshiwlerin tabıw yamasa olardıń joq ekenligin dáliyllew degen sóz.

2. Teńlemeler sisteması qashan teń kúshli boladı?

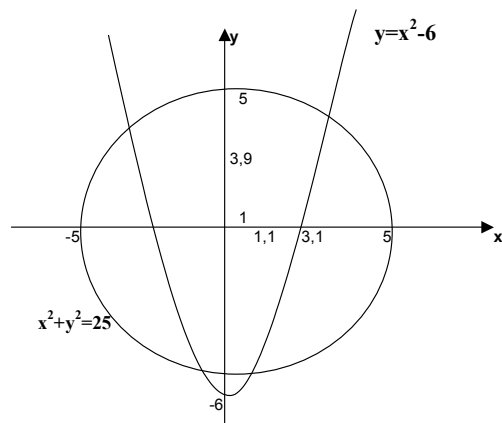
Juwap: Bir sistemanıń barlıq sheshimleri ekinshi sistemanıń da sheshimleri bolsa, ekinshi sistema birinshi sistemanıń izi, nátiyjesi yamasa saldarı dep ataladı.

Eki sisteması teń kúshli sistema dep ataladı, eger olardıń biri – ekinshisiniń nátiyjesi bolsa.

3. Teńlemeler sistemasın grafik usılında sheshiń.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ y = x^2 - 6 \end{cases}$$

Sheshiw: $x^2 + y^2 = 25$ teńlemesiniń grafigi radiusı 5 ke teń, orayı koordinata basında bolǵan sheńber boladı. $y = x^2 - 6$ teńlemesiniń grafigi, tóbesi (0;-6) bolǵan shaqası joqarı qaraǵan parabola boladı. bul grafikler tórt noqatda kesilisedi. Kesilisiw noqatları berilgen sistemanıń sheshimi boladı. Demek, berilgen sistemanıń sheshimi (1,1; -4,9), (-1,1; -4,9), (3,1; 3,9), (-3,1; 3,9).

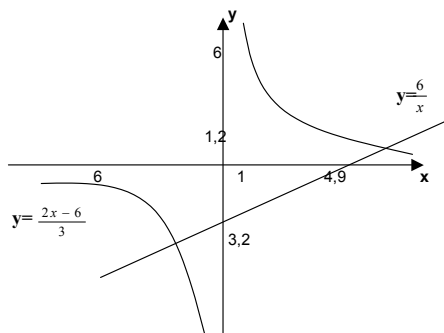


$$y = x^2 - 6$$

4. Teńlemeler sistemasın grafik usılında sheshiń.

$$\begin{cases} xy = 6 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases} \text{ Sheshiw: } \begin{cases} y = \frac{6}{x} \\ y = \frac{2x-6}{3} \end{cases} \quad u = \frac{6}{x} \text{ giperbola} \quad u = \frac{2x-6}{3} \text{ tuwrı}$$

Juwap: $(-1, 9);$ $(-3, 2);$ $(4, 9);$



1,2).

5.

Berilgen teńlemeler sistemasınıń neshe sheshimi bar.

$$\begin{cases} xy = 12 \\ y - 0,5x^2 = -10 \end{cases}$$

$$\text{Sheshiw: } \begin{cases} xy = 12 \\ y - 0,5x^2 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{12}{x} \\ y = 0,5x^2 - 10 \end{cases}$$

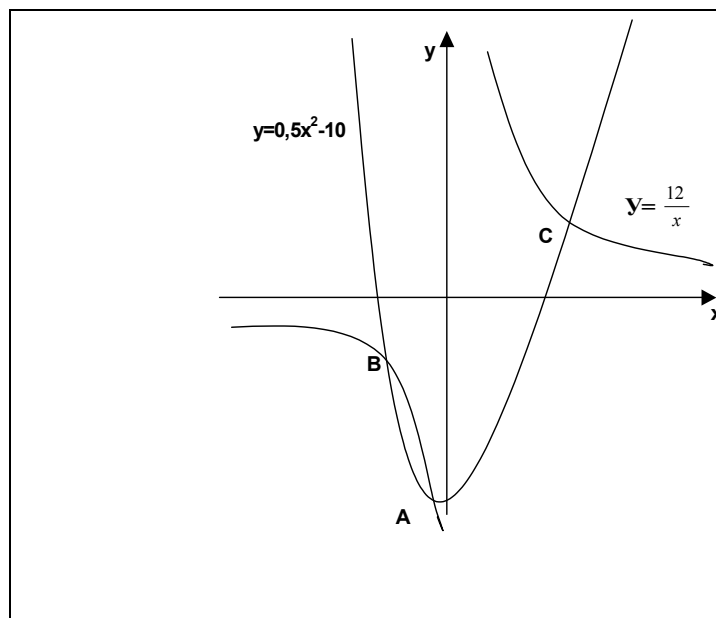
$$y = \frac{12}{x}$$

x	y
-----	-----

1	12
2	6
3	4
4	3
6	2
12	1

$$y = 0,5x^2 - 10$$

x	y
0	-10
1	-9,5
2	-8
3	-5,5
4	-2



Juwap: Berilgen teńlemeler sistemasınıń úsh sheshimi bar.

§2.2. Teñlemeler sistemasın tálim texnologiya elementlerinen paydalanıp oqıtıw

Sabaqtıń texnologiyalıq kartası

Basqışları, waqıt	Oqıtıwshı	Talaba
1- basqış temaǵa kirisiw (10 minut)	1.1. Sabaq teması, tema haqqında dáslepki túsiniqlerdi beredi hám metodikalıq hám shólkemlestiriw táreplerin, balalardıń bilimlerin bahalaw kriteriyası menen tanıstıradı. 1.2. Usı tema boyınsha tarqatpa materiallar tarqatıladı, (1-qosımsha) sabaq processii menen tanıstırıladı.	Oqıtıwshı aytqanların tıńlap, tema hám onıń mazmunın ashıp beriwshi ideyalardı jazıp aladı
2- basqış. Tiykargı bólim (60 minut)	2.1. Temaǵa baylanıslı oqıw materialın kishi toparlarǵa tarqatadı hám onı bumerang metodı formasında dúziwdi talap etedi. (2-qosımsha) 2.2. Talabalar 4-5 toparǵa bólinedi. Hár bir topardan ekspertlerdi anıqlawdı soraydı. Ekspertler bir soraw menen topar aǵzaların tanıstırıwı kerek. Ekspertler bahalaw ólshemi menen tanıstıradı. 2.3. Ekspertler betin tarqatadı hám toparda islewdi shólkemlestiredi. (3- qosımsha) 2.4. Ekspertler prezentaciya islew kerekligin daǵazalaydı. Másłáhátshi sıpatında keńesler berip, anıqlıq kiritedi.	Oqıw materialınıń tiykargı jerlerin óz dápterlerine jazıp aladı. Talabalar 4-5 toparǵa bólinedi. Toparda birgelikte isleydi, sorawlarǵa juwap izleydi, maǵlıwmattı kórsetiw ushın grafik organayzerler dúzedi. Topar liderleri qoyılǵan máseleniń juwapın aytadı. Temaǵa balanıslı tayanısh túsiniqlerdiń mazmunın úyrenedi
3 – basqış. Juwmaqlawshı (10 minut)	3.1. Juwmaq jasaladı. Temanıń tiykargı bólimlerine itibar beriwdi soraydı. 3.2. Oqıwshılar bilimini nostandart testler arqalı bahalaydı, kim jaqsı hám tómén qatnasqanın eskertip ótedi (4-qosımsha). 3.3. Talabalarǵa ózbetinshe islew ushın tapsırma beredi, hám onı BBB tablicasın toltırıw talap etiledi, tapsırmanı orınlawǵa baylanıslı bahalaw kriteriyası juwmaqlaw	ózlestirgen bilimlerin bekkemleydi. Muǵallım tárepien berilgen tapsırmanı jazıp aladı.

	nátiyjeleri menen tanıstıradı.	
--	--------------------------------	--

1-qosımsha

1-tarqatpa material

1- mısál .
$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$
 teńlemeler sisteması jaǵız $x = 1;$

$y = 2; z = 3$, yaǵnıy $(1, 2, 3)$ sheshimge iye bolǵanlıǵı ushın anıq sistemaǵa mısál boladı .

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 2 \\ 2x_1 + 11x_2 + 12x_3 + 25x_4 + 22x_5 = 4 \end{cases}$$
 sistema sheshimler kópligi bos

kóplik bolǵanlıǵı ushın ol birgelikte bolmaǵan teńlemeler sistemasına mısál boladı .

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 10 \end{cases}$$
 teńlemeler sisteması sheksiz kóp sheshimge iye. Demek,

berilgen sistema anıq emes.

2-tarqatpa material

Mısál . Mına
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - 4x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$
 bir tekli teńlemeler sistemasın tekseriń.

Sheshiw. Sistema determinantın esaplaymız:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 1 & -4 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -12 - 4 - 3 + 24 - 2 - 3 = 0.$$

Bul sistema matricasınıń ranggi 3 den kishi ekenligin bildiredi yaǵnıy matricanıń ranggi belgisizler sanınan kishi, sebebi

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} = -12 - 2 = -14 \neq 0, \quad R(A) = 2 < 3.$$

Bunday jaǵdayda sistema 0 den ózgeshe sheshimge iye bolıwı mımkin. Birinshi eki teńlemelerden qanday da bir ózgeriwshini erikli dep esaplap, mısalı, x_3 aǵzaların oń tárepke ótkerip tómendegi sistemanı payda etemiz:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = -3x_3, \\ x_1 - 4x_2 = x_3 \end{cases}.$$

Sońǵı sistemanı Kramer qaǵıydasınan paydalanıp sheshemiz:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} = -12 - 2 = -14 \neq 0; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} -3x_3 & 2 \\ x_3 & -4 \end{vmatrix} = 12x_3 - 2x_3 = 10x_3,$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & -3x_3 \\ 1 & x_3 \end{vmatrix} = 3x_3 + 3x_3 = 6x_3.$$

Solay etip,

$x_1 = \frac{10x_3}{-14}, x_2 = \frac{6x_3}{-14}$ bolıp, $x_3 = -14t$ bolsın.(bunda t qálegen proporcianallıq koefficienti). Bunda $x_1 = 10t, x_2 = 6t, x_3 = -14t$

boladı . t ǵa qálegen mánisler berip, sheksiz kóp sheshimlerdi alıwımız mımkin:

$t = 2$ bolsın . Bunda $x_1 = 10 \cdot 2 = 20, x_2 = 12, x_3 = -28$ sheshimge iye bolamız. $t = -1$ bolsa, $x_1 = -10, x_2 = -6, x_3 = 14$ boladı .

Bul sheshimler berilgen teńlemeler sistemasınıń sheshimi ekenligin ornına qoyıp tekserip kóriw mımkin .

3-tarqatpa material

Mısal. Mına teńlemeler sistemasın sheshiń .

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 5x_1 + 3x_2 + 8x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

Sheshiw. Sistema matricasınıń rangi $r(A) = 2$, sebebi

$$\begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 2 & -1 & 2 \\ 5 & 3 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \\ 5 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 5 & 8 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 8 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

bolǵanlıǵı yaǵnıy keńeytilgen matricanıń barlıq 3-tártipli minorları 0 ge teń bolǵanlıǵı ushın, onıń da rangı $r(B)=2$. Solay etip, sistema birgelikde hám $r(A)=r(B)=k=2 < 4$ belgisizler sanınan kishi, bunda birinshi hám úshinshi teńlemelerdi alayıq, sebebi

$$\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 10 = -7 \neq 0$$

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 1 \\ 5x_1 + 3x_2 + 8x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

bunnan

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 = 1 - 4x_3 - 3x_4 \\ 5x_1 + 3x_2 = 1 - 8x_3 - x_4 \end{cases}$$

bolıp, teńlemeler sistemasın x_1, x_2 tiykargı belgisizlerge qarata sheshsek:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} 1 - 4x_3 - 3x_4 & 5 \\ 1 - 8x_3 - x_4 & 3 \end{vmatrix}}{-7} = \frac{2}{7} - 4x_3 + \frac{4}{7}x_4,$$

$$x_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 - 4x_3 - 3x_4 \\ 5 & 1 - 8x_3 - x_4 \end{vmatrix}}{-7} = \frac{4}{7} - \frac{12}{7}x_3 - 2x_4$$

boladı . Erikli belgisizlerdi $x_3 = C_1, x_4 = C_2$ dep

$$x_1 = \frac{2}{7} - 4C_1 + \frac{4}{7}C_2, \quad x_2 = \frac{4}{7} - \frac{12}{7}C_1 + 2C_2$$

ulıwma sheshimin alamız. C_1 hám C_2 largá hár túrli mánislar berip, mısalı,

$C_1 = 2, C_2 = 3$ bolǵanda $x_1 = -6, x_2 = \frac{22}{7}, x_3 = 2, x_4 = 3$, yaǵnıy $\left(-6, \frac{22}{7}, 2, 3\right)$

sheshimdi, $C_1 = 0, C_2 = -3$ bolǵanda $x_1 = -\frac{10}{7}, x_2 = -\frac{38}{7}, x_3 = 0, x_4 = -3$, yaǵnıy $\left(-\frac{10}{7}, -\frac{38}{7}, 0, -3\right)$ hám t.b. sheksiz kóp sheshimlerdi alıw múmkin

2-qosımsha

Teńlemeler sistemasın oqıtıwdı

Bumerang texnologiyası tiykarında shólkemlestiriw

Temaniń texnologiyalıq kartası

Tema:	Teńlemeler sistemasın sheshiw usılları
Maqset, wazıypalar	Sızıqlı teńlemeler sistemasın sheshiwdiń Gauss, Kramer hám matrica usılı túsinikleri boyınsha bilimlerin bekkemlew hám ol haqqındaǵı bilimlerin elede tereńlestiriw.
Oqıw processiniń mazmunı	1) Teńlemeler sistemasınıń sheshiw usılları teması boyınsha talabalardıń alǵan bilimlerin tekserip kóriw. 2) Gauss, Kramer, matrica túsiniklerin kiritiw. 3) Temaǵa baylanıslı talabalardı aktivlestiriwshi texnologiyalardan paydalanıw. 4) Matricalar ústinde ámeller orınlaw boyınsha kónlikpe payda etiw.
Oqıw processin ámelge asırıw texnologiyası	<i>Metod:</i> Interaktiv metodlar. “Bumerang” texnologiyası <i>Forma:</i> Aralas sabaq <i>Qural:</i> Tarqatpa materiallar hám pán boyınsha sabaqlıqlar. <i>Usıl:</i> Soraw - juwap, jeke tártiptegi xızmeti Baqlaw, bahalaw: Jeke iskerlik, awızeki soraw - juwap, Xoshametlew 10 ballıq sistema tiykarında.
Kútiletuǵın nátiyjeler	<i>Oqıtıwshı.</i> Teńlemeler sistemasınıń sheshiw usılları teması boyınsha balalarǵa jeke tártipte tapsırmalar tarqatadı; - Jeke tártipte oqıp úyrenip bolǵan talabalardan kishi toparlar dúziledi; - Oqıtıwshı barlıq toparlar ushın jańa tapsırma beredi. - Kishi toparlarda tapsırmalar orınlap bolǵannan soń talabalardı qaytadan birinshi toparlarına qaytıwın soraydı. - Hár bir tıńlawshı orınlaǵan jumısı talqılanadı. Topar tárepinen onıń hár bir qatnasıwshısı bahalanadı.

	- Oqıtıwshı hár bir talabanı óz orınlarına otırıwın talar etedi. Pikir bildirgisi kelgen talabalardan ózine qoyılğan baha (qoyılğan baha ob’ektiv, sub’ektiv, qoyılğan bahağa ılayıq bilimler sebepshisi, ...) haqqındaǵı pikiri soraladı. Talabalar matricalar túsiniǵına iye bolǵan halda olar ústinde ámeller orınlay alıw haqqındaǵı maǵlıwmatlardı da úyrenip jańa bilimlerge iye boladı. <i>Talaba:</i> Matricalar temasın dáslepki túsinińlerin úyreniwdiń zarúrligi haqqındaǵı maǵlıwmatqa iye boladı. Matricacalar ústinde ámeller orınlay aladı. Nátiyjede matricalar haqqında jeterli dárejede pikirge iye boladı, talqılawlarda qatnasa aladı. Komp’yuter aldında óz-ózin bahalaw boyınsha kónlikpege iye boladı.
Keleshek rejeler (analiz hám ózgerisler)	Oqıtıwshı: Jańa pedagogikalıq hám informaciyalıq texnologiyaların jaqsı ózlestiriw hám sabaqlarda qollanıw. Óz ústinde tınımsız islew hám hár bir temanı turmıstaǵı mısallar menen baylanıstırıw, pedagogikalıq sheberligin asırıp barıwı kerek. Talaba: Oqıw materialları, sonday-aq jańa pedtexnologiya elementleri menen ózinshe isley alıw kónlikpelerine iye bolıw. Óz pikirlerin erkin ayta alıw, soraw - juwaplar processinde óz pikirini bildire alıw. Ámelde ushırasatuǵın mısıl hám máselelerde durıs juwap beriwge hárezket etiw tájiriybesin payda etiw.

Bumerang texnologiyası

Bul pedagogikalıq texnologiya talabalarǵı sabaq processinde, sabaqtan tıs túrli ádebiyatlar, tekstler menen islew, úyrenilgen materialdı este saqlap qalıw, aytıp bere alıw, pikirini erkin ayta alıw hámde bir sabaq dawamında barlıq talabalarǵı bahalay alıwǵa qaratılǵan.

Maqset. Sabaq dawamında talabalarǵa tarqatılǵan materiallardı olar tárepinen jeke hám topar holatında ózlestirip alıwları hámde óz-ara sáwbet, pikirlesiw arqalı arqalı, túrli sorawlar arqalı, tarqatpa materiallar, ondaǵı tekstler qay dárejede ózlestirilgenin baqlaw. Sabaq dawamında talabalar tárepinen bahalaw balların alıwlarına imkaniyat jaratıw.

Alıp barıw texnologiyası

Bul texnologiya bir neshe basqışda ótkeriledi.

1- *basqışh.* Oqıtıwshı tárepinen ótiletuǵın tema, maqset hám wazıypaları tanıstırıláp, ulıwma baǵdar beriledi hám aldınnan tayarlap qoyılǵan sanlar jazılǵan kishi qaǵazlar menen hár bir talaba qasına kelip topar aǵzalarınan usı qaǵazlardan birewden alıwdı soraydı. (Qaǵazlar sanı topardaǵı talabalar sanına baylanıslı, yaǵnıy 1, 2, 3, 4 túrinde tayarlanadı. Toparlardaǵı barlıq talabalar sanlar jazılǵan qaǵazdan alıwı kerek. Oqıtıwshı sanlar boyınsha talabalardan toparlar dúziwlerin soraydı. Mısalı, barlıq 1 sanın alǵanlar birinshi topardı, 2 sanın alǵanlar talabalar ekinshi topardı, 3 sanın alǵanlar talabalar úshinshi topardı, 4 sanın alǵanlar talabalar tórtinshi topardı dúziwin aytadı. Topar 4 talabadan ibarat 4 kishi toparǵa bólinedi.

2- *basqışh.* Oqıtıwshı hár bir topar hám onıń hár bir aǵzasına ózbetinshe úyreniw, pikirlew hám yadda saqlap qalıw ushın tarqatpa material beredi. Bunda tema boyınsha tekst berilgen, olardıń sanı toparlar hám talabalar sanına baylanıslı. Solay etip, hár bir topar №1, №2, №3, №4 sanlar bilan belgilengen 4 túrli tekstge iye boladı.

№1

Sızıqlı teńlemeler sistemasın Gauss usılı menen sheshiw Sızıqlı teńlemeler sistemasın sheshiwdiń eń kóp qullanılatuǵın usıllarınan biri bul Gauss usılı. Onıń qullanılıwın úsh ózgeriwshili úsh sızıqlı teńleme ushın kórsetemiz.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases} \quad (1)$$

Bunda $a_{11} \neq 0$ bolsın. Birinshi teńlemenıń hámme aǵzaların a_{11} ge bólemiz hám onı $-a_{21}$, $-a_{31}$ ge kóbeytip sáykes túrde ekinshi hám úshinshi teńlemelerge qosamız. Bunda tómendegi teńlemeler sisteması payda boladı :

$$\begin{cases} x_1 + \frac{a_{12}}{a_{11}}x_2 + \frac{a_{13}}{a_{11}}x_3 = \frac{b_1}{a_{11}} \\ \alpha_{22}x_2 + \alpha_{23}x_3 = \beta_2 \\ \alpha_{32}x_2 + \alpha_{33}x_3 = \beta_3 \end{cases}$$

bul jerde $\alpha_{22} = a_{22} - a_{21} \frac{a_{12}}{a_{11}}$, $\alpha_{23} = a_{23} - a_{21} \frac{a_{13}}{a_{11}}$ hám t.b.

$a_{11} = 0$ bolıp, basqa teńlemelerde ózgeriwshiler aldındaǵı koefficientlari arasında nólден ózgesheleri bolsa, onda bul teńlemelerden birewin birinshi teńleme

menen orn almastıramız, keyin joqarıdağı ámellerdi orınlaymız.

$$\text{Tapsırma. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 9 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 10 \end{cases} \quad \text{Gauss usılı menen sheshiń.}$$

№2

Sızıqlı teńlemeler sistemasın Kramer usılı(qağıydası) menen sheshiw

Sızıqlı teńlemeler sistemasınıń sheshimin tabıwdı dáslep eki ózgeriwshili, eki sızıqlı teńlemeler sisteması ushın qaraymız. Mına eki ózgeriwshili eki sızıqlı teńlemeler sisteması

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

nan, birinshi teńlemeni a_{22} ge, ekinshi teńlemeni $-a_{12}$ ge aǵzama-aǵza kóbeytemiz hám payda bolǵan teńlemelerdi qosamız, nátiyjede

$$(a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12})x = b_1a_{22} - b_2a_{12} \quad (1)$$

teńleme kelip shıǵadı. Usıǵan uqsas, 1- teńlemeni $-a_{21}$ ge, 2- teńlemeni a_{11} ge aǵzama-aǵza kóbeytip, payda bolǵan teńlemelerdi qosıp tómendegini payda etemiz:

$$(a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12})y = b_2a_{11} - b_1a_{21} \quad (2)$$

$$(a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \quad b_1a_{22} - b_2a_{12} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}, \quad b_2a_{11} - b_1a_{21} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$$

bolǵanı ushın, tómendegi belgilewlerdi kiritip

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$$

$$(1) \text{ hám } (2) \text{ teńliklerdi } \Delta x = \Delta_1, \quad \Delta y = \Delta_2$$

kóriniste jazıw múmkin. Bundan $\Delta \neq 0$ bolsa,

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

boladı, yaki determinantlar arqalı jazsaq

$$x = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}.$$

bul formulalarǵa *Kramer formulaları* delinedi.

informaciya boyınsha pikirlesiw ámelge asırıladı. Bunda topardıń hár bir qatnasıwshısı tarqatpa materialda berilgen tapsırma juwabın aytıp beredi.

5- *basqısh*. Oqıtıwshı talabalardan dáslepki topargá qayıwdı usınıs etedi. Úyrenilgen tekstler nomeri boyınsha topardıń hár bir aǵzası ózi orınlaǵan tapsırma yaki aldınǵı topardıń bir aǵzası tárepinen ayılǵan maǵlıwmatlar menen basqalardı tanıstıradı hám túsindirip beredi.

6 - *basqısh*. Jańadan dúzilgen topardıń hár bir aǵzası endt ózine 2 wazıypa, yaǵnıy oqıtıwshı hám oqıwshı wazıypasın aladı hám tómendegishe faoliyat kwrsatadı:

1. Oqıtıwshı (úyretiwshi) sıpatında, ózi úyrengen materialın aytıp hám túsindirip beredi, ózi úyrengen materialdın tiykarǵı kerekli túsiniqlerine hámmani dıqqatın qaratadı, basqa topar aǵzaların túsiniw hám ózlestiriw qábiletlerin tekseredi.

2. Oqıtıwshı sıpatında, topar aǵzaları gezek penen sóylep, túsindirilip atırǵan tekstlerdi tıńlaydı, analiz etedi, pikirleydi hám yadda saqlab qalıwǵa háreket etedi.

Oqıtıwshı olarǵa óz tekstlerin tek aytıp beriw kerekligin túsindiredi hám buǵan 20 minut waqıt beredi. Bul basqısha trening baslanıwında tarqatılǵan barlıq material tıńlawshılar tárepinen ózlestirilgen esaplanadı.

7 - *basqısh*. Topardaǵı talabalar bir-birine óz tekstlerin aytıp berip, barlıǵı usı tekstlerdi bilip alǵannan soń, oqıtıwshı úyretilgen material topar aǵzaları tárepinen qanshelli ózlestirip alınǵanın tekserip kóriw ushın ushın hár bir topar aǵzası bir-birine óz teksteri boyınsha sorawlar beriwı múmkinligin túsindiredi. Bul topardaǵı tıńlawshılardıń bir-birne aytıp bergin materialların basqalar tárepinen ózlestirilgenlik dárejesin anıqlawǵa, bilimlerin bekkemlewge járdem beredi.

8 - *basqısh*. Oqıtıwshı barlıq talabalardıń jáne qaytadan dáslepki orınlarına qayıwın soraydı yaǵnıy jáne hámme sabaq baslanıwındaǵı toparlarına qaytadı.

9 - *basqısh*. Oqıtıwshı auditoriyadaǵı tıńlawshılardıń barlıǵı hámmege tarqatılǵan jazba materiallar menen tanıs ekenligin, olar haqqında tolıq maǵlıwmatqa iye bolǵanlıǵın esapqa ala otırıp auditoriyadaǵı hár bir oqıwshı talabadan qálegen materialdı sorawı múmkinligin aytadı.

10 - *basqish*. Talabalarǵa qaratılǵan barlıq materialdı olar tárepinen qay dárejede ózlestirgenligi dárejesin anıqlaw maqsetinde oqıtıwshı, tárepinen berilgen tapsırma juwaplardı reyting balları arqalı bahalanıwı túsindiriledi, mısalı tapsırmaǵa berilgen juwap - tolıq juwap bolsa -3 ball, h.t.b. qoyılıwı belgilenedi.

11 - *basqish*. Bul basqışhda oqıtıwshı barlıq talabalar ushın doska yaki ekran arqalı hamma tekstlerge tiyisli bolǵan tapsırma beredi. Waqıt 10 minut .

Tapsırma

$$1. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 8x_3 = 3, \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 8 \\ x_1 - 9x_2 + 2x_3 = 5; \end{cases} \quad \text{teńlemenı Gauss hám Kramer usılda sheshiń.}$$

$$2. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6. \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20. \end{cases} \quad \text{teńlemenı matrica hám Kramer usılında sheshiń}$$

12 - *basqish*. Oqıtıwshı talabalardan qaytadan birinshi toparlarına qaytıwın soraydı. Hár bir talaba orınlaǵan isi talqılanadı. Topar tárepinen onıń hár bir qatnasıwshısı bahalanadı. Topar aǵzalarınń juwapların joqarıda kórsetilgen tártipte bahalaw, balların qoyıp beriw, ulıwmalastırıw ushın hár bir topar ózine topar qatnasıwshılarınan birewin «esapshı» etip saylawı múmkin («esapshıda» da toparda bolıp atırǵan soraw - juwaplarda qatnasadı). Talqılaw tamamlanǵan soń, oqıtıwshı doskaǵa toparlar tárepinen jıynalǵan balların jazadı hám sabaqtıń keyingi basqışına ótedi.

13 - *basqish*. Oqıtıwshı hár bir topardı óz jazba materiallarınıń mazmunınan kelip shıqqan halda birewden soraw tayarlawı kerekligin aytadı hám toparlar soraw dúziwleri ushın 5-7 minut waqıt beriledi.

14 - *basqish*. Bul basqışhda toparlar bir-birlerine sorawlar beredi, toparlardaǵı «esapshılar» bolsa topar aǵzalarınń juwapların jokarıda belgilengen tártipte bahalap baradı. juwaplar durıs bolsa, soraw bergan topar juwabın tolıqtırılmaydı.

15 - *basqish*. Oqıtıwshı topar aǵzaları toplaǵan balların jáne bir márte doskaǵa jazadı hám jıynalǵan ballardıń ulıwma sanın anıqlaydı. Jıynalǵan ballardıń ulıwma sanı topar aǵzalarına teńnen bóledi.

Qosımsha: Eger jıynalğan ballardı topar aǵzalarına teńnen bóliwde oqıwshı-talabalar tárepinen narazılıqlar bolsa yaǵnıy ayırım topar aǵzaları ulıwma toparlıq hárekette passiv bolǵan bolsa yaqı ulıwma qatnaspasa, qızıǵıwshılıǵı bolmaǵan bolsa, bunday jaǵdayda sheshimdi topar aǵzaları sheshedi yaqı oqıtıwshı óz pikirini bildiriwi múmkin, sebebi ol sabaq processinde talabalardıń juwapları, aktiv yaqı passiv háreketlerin baqlap baradı. Ulıwma eger talaba háreket etpegen yaqı soraw - juwaplarda qatnaspaǵan bolsa da onıń usı sabaq processinde qanday da bir maǵlıwmatlarǵa iye bolǵanın yaqı eslep qalıp ózlestirgenin esapqa alıp oǵan eń kishi ball beriliwi múmkin. Bul talabanı keyingi waqıtlarda usı formadaǵı sabaqlarda shaqqanıraq bolıwına sebepshi boladı. Joqarıdaǵı sıyaqlı jaǵday payda bolsa, onıń sheshimin hár bir oqıtıwshı sharayatqa qarap ózi sheshiwi yaqı topardıń ózine tapsırıwı múmkin .

16 - basqısh. Hár bir talabaǵa ballar qoyılǵannan soń oqıtıwshı sabaqqa juwmaq jasaydı. Oqıtıwshı - talabalardıń is háreketlerine baha beredi, berilgen juwaplarǵa óz pikirini bildiredi hám tómendegi sorawlar menen olardıń maǵlıwmatlardı qansha ózlestirgenin baqlaydı:

- búgingi sabaqtan nelerdi bilip aldıńız?
- nelerdi úyrendińiz?
- neler sizler ushın jańalıq boldı?
- jáne nelerdi biliwdi qáler edińiz?

17 - basqısh. Oqıtıwshı oqıwshı - talabalardıń juwapların diqqat penen tıńlap olarǵa minnetdarshılıq bildiredi hám sabaqtı juwmaqlaydı.

Teńlemeler sisteması temasına baylanıslı nostandart testler toplamı

1. Tómendegi sáykeslikti anıqlań. 1) ekinshi tártipli determinanat; 2) úshinshi tártipli determinant; 3) ekinshi tártipli matrica; 4) 3-tártipli matrica.

$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$	$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$	$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$
A	B	C	D

2. Tóمندegi sáykeslikti anıqlañ . 1) 3-tártipli determinant; 2) Bas diagonalı; 3) járdemshi diagonal; 4) 1-qatar

a_{11}, a_{22}, a_{33}	a_{13}, a_{22}, a_{31}	a_{11}, a_{12}, a_{13}	$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$
A	B	C	D

3. Teńlemeler sistemasını anıqlamaların atamaları menen júplañ.

№	Teńlemeler sisteması anıqlamaları	№	Teńlemeler sisteması atamaları
1	Keri matricanı tabıw	A	Nollik determinant
2	Delta bir hám delta ekinshi determinantlardı esaplaw	B	Kramer
3	Izbe-iz joǵaltıw usılı	C	matrica usılı
4	Birinshi qatarı hám baǵanası nolge teń determinant	D	Gauss

4. Teńlemeler sisteması anıqlamaların atamalar menen júplañ

№	Teńlemeler sisteması anıqlamaları	№	Teńlemeler sisteması atamaları
1	Birinshi hám ekinshi qádem	A	Keri matrica
2	Tuwrı múyeshli tablica	B	matrica rangi
3	Sızıqlı erikli elementlar sanı	C	matrica
4	$AB = BA = E$	D	Gauss

5. Teńlemeler sisteması ústinde orınlanatuǵın esaplawda qollanılatuǵın izbe-iz algoritmler sáykes sanların tablicanıń oń tárepine jazıń.

- 1) Determinant; 2) keri matrica; 3) ornına qoyıw; 4) kóbeytiw ; 5) algebralıq tolıqtırıwshı; 6) qosıw ; 7) determinant nolden ózgeshe ; 8) izbe-iz joǵaltıw usılı; 9) birlik matrica; 10) rang

Matematikalıq túsinikler	juwap sanları
Gauss usılı	
matrica usılı	

Juwap :

Matematikalıq túsınıklar	juwap sanları
Gauss usılı	3,4,5,6,7,8
matrica usılı	1,2,5,7,9,10

6. Sızılıqılı teńlemeler sistemasın Gauss usılında sheshiw ámelleriniń izbeizligin belgileń. Qaysı biri durıs?

1. Sızılıqılı teńlemeler sistemasınan determinant dúzip alınadı.
2. Sızılıqılı teńlemeler sistemasında qálegen birinchi koefficienti 1 ge teń bolǵan teńleme tańlap alınadı.
3. Dúzilgen determinant esaplanadı.
4. Tańlap alıńǵan teńlemeden paydalanıp , basqa teńlemelerdegi 1- belgisiz jok etiledi.
5. Keyingi basqıshda 2- teńlemeden paydalanıp , basqa teńlemelerdegi 2- belgisiz jok etiledi.
6. Determinanttıń 2- tártipli minorları esaplanadı.
7. Bul process teńlemelerdegi belgisizlerdi joq etiw belgili bir qádemge jetkende olardıń yaqıńshıq yaki úshmúyeshlik yaki trapeciya kórinisi anıqlanadı.
8. Tabılǵan determinanttıń juwabı menen minorlar kóbeytilip, qosıladı.
9. Eger sızılıqılı teńlemeler sistemasın úshmúyeshlik formasına kelse, jalǵız sheshim, trapeciya formasına kelse sheksiz kóp sheshimge iye ekenligi anıqlanadı.

Juwap : 2,4,5,7,9

7. Teńlemeler sistemasında tómende berilgen aytımlardıń qaysıları durıs bolsa “awa” nadurıs bolsa “yaq” sózlerin qoyıń.

- A) Qatarlar orınların almasırganda determinanttıń mánisi ózgeredi.
- B) Algebralıq toltırıwshılar minorlar járdeminde esaplanadı.
- C) Matricalar kóbeytiw ámeli qommutativ ámeli menen birdey.

D) Sızıqlı teńlemeler sisteması sheshimge iye bolıwı ushın teńlemenıń oń tárepi nolden ózgeshe bolıwı kerek .

E) Kramer usılında sızıqlı teńlemeler sistemasınıń ulıwma sheshimin tabıwda belgisizlerdi izbe-iz joǵaltıw usılınan paydalanıladı.

F) Keri matrica hám algebralıq toltırıwshılardı tabıw arqalı sızıqlı teńlemeler sistemasın sheshiwdiń matrica usılına alıp klinedi.

G) Sızıqlı teńlemeler sistemaların sheshiwde ornına qoyıw hám qosıw ámellerinen keń paydalanıladı.

A	B	C	D	E	F	G

Juwap :

A	B	C	D	E	F	G
awa	yaq	yaq	awa	yaq	awa	awa

Juwmaqlaw

Bul pitkeriw qánigelik jumısında biz teńlemeler sistemasın sheshiwde jańa pedtexnologiya elementlerinen paydalanıwdıń áhmiyeti haqqında sóz júrittik. Bul pitkeriw qániygelik jumısı materialları menen tanısqań hár bir oqıwshılarda payda bolatuǵın maǵlıwmatlardı atap ótemiz:

- teńlemeler sisteması temasın oqıtıwda innovaciyalıq qatnas hám aldınǵı tájiriybeler haqqında sóz júrgizilip bunda: teńlemeler sisteması temasın oqıtıwda oqıwshılardı usı temaǵa baylanıslı mısál hám máselelerdiń mánisin túsindirip, dáslepki bilimlerdi jańa pedtexnologiya elementlerinen paydalanıp oqıtıwdıń áhmiyeti hám usılları menen;

- sızıqlı teńlemeler, sızıqlı teńlemenıń sheshimi, anıq sistema, anıq emes sistema, teń kúshli sızıqlı teńlemeler sisteması, bir tekli eki belgisizli eki teńlemeler sisteması, bir tekli úsh belgisizli úsh teńlemeler sistemaları, olardı sheshiw usılları menen;

- sızıqlı teńlemeler sistemasınıń matricası, teńlemeler sistemasın sheshiwdiń Gauss, Kramer hám matrica usılları, teńlemeler sistemasın grafık usılda sheshiw teması boyınsha kishi toparlarda islesiw texnologiyası menen;

- sabaqtıń texnologiyalıq kartası, sabaq processinde qollanılatuǵın tarqatpa materiallar, teńlemeler sistemasın oqıtıwdı Bumerang texnologiyası tiykarında shólkemlestiriw, bul texnologiyanı tayarlawda muǵallım ushın kerekli ádebiyatlar dizimi, teńlemeler sisteması temasına baylanıslı nostandart testler toplamı mene tanısadı.

PAYDALANILGAN ÁDEBIYATLAR

1. T.A.Azlarov va boshqalar. Matematikadan qóllanma. Maktab óqituvchilari uchun qóllanma. T. «Óqituvchi» 1990 yil
- 2.Alixonov S. «Matematika o'qitish metodikasi». T., «O'qituvchi» 1992 yil.
- 3.Alixonov S. « Matematika o'qitish metodikasi» Qayta ishlangan II nashri. T., «O'qituvchi» 1997 yil.
- 4.Alimov.SH.O va boshqalar. Algebra va analiz asoslari. Órta maktabning 10-11 sinflari uchun darslik. T. «Óqituvchi» 1996 yil
- 5.Alimov SH.O va boshqalar “Algebra” 9-sinf ushın darslik. T. : «O'qituvchi», 2002 y.
6. Vafoev R. hám boshqalar. “Algebra hám analiz asoslari”. Akademik litsey hám kasb-hunar kollejlari ushın oquv qo'llanma. T. : «O'qituvchi», 2001 y.
- 7.Н.Я.Виленкин и др. Алгебра и математический анализ для 11 классов. Учебное пособие для учащихся школ классов с углубленным изучением математики. М. «Просвещение», 1993 г
8. Jumaniyazov Q v.b. Matematikadan praktikum. T. 2007
- 9.Зайцев В. К.и др. Элементарная математика, М “Наука” 1974
- 10.Крамер. В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начала анализа. М. «Просвещение»,1990 г
- 11.Кравцев С.В.и др. Методы решения задач по алгебре М. «Экзамен» 2001
12. Kurosh.A.G. Oliy algebra kursi .T. Óqituvchi, 1976
- 13.Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. Практикум по решению математических задач. Алгебра. Тригонометрия. М., Просвещение,1984.
14. Rahimqariev. A. Teńsizliklarni grafik usulida echish. T. “Óqituvchi” 1997

- 15.Сканави. М.И.Сборник задач по математике для поступающих во втузы: М., «Мир и Образование» 2003.
- 16.Saxaev. M. Algebra va elementar funkciyalar. T. “Óqituvchi” 1973.
- 17.Хорошилова. Е.В. Элементарная математика. М. Издательство Московского университета. 2010
- 18 . <http://www.pedagog.uz/>
19. <http://www.ziyonet.uz/>
20. <http://window.edu.ru/window/>