

**O‘ZBEKISTON RESRUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS
TA‘LIM VAZIRLIGI**

**SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI
MEXANIKA-MATEMATIKA FAKULTETI**

**“Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika” kafedrası
Matematika yo‘nalishi**

SHODMONOVA FAYOZA ZAFAR QIZI

**« TUB VA MURAKKAB SONLARNI O‘RGANISHDA
O‘QUVCHILARNING MATEMATIK QOBILIYATLARINI
RIVOJLANTIRISH »**

**“5130100 – matematika” ta‘lim yo‘nalishi bo‘yicha bakalavr
darajasini olish uchun**

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Ilmiy rahbar: _____ p.f.n.Ostonov Q.

**Bitiruv malakaviy ish “Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika”
kafedrasida bajarildi.**

**Kafedraning 2018 yil “ 17 “ maydagi majlisida muhokama qilindi va
himoyaga tavsiya etildi (10 -bayonnoma)**

Fakultet dekani: _____ prof. A.X.Begmatov

Kafedra mudiri: _____ prof. J.I. Abdullayev

**Bitiruv malakaviy ishi YaDAK ning 2018 yil “ 25 ” iyundagi majlisida
himoya qilindi va _____ ball bilan baholandi (1- bayonnoma)**

YaDAK raisi : _____

A‘zolari: _____

Samarqand – 2018 y.

MUNDARIJA

KIRISH.....	3
I BOB. TUB SONLAR VA ULARNING AYRIM XOSSALARI	
1-§. Tub sonlar haqida asosiy nazariy tushunchalar.....	5
2-§. Arifmetikaning asosiy teoremasi.....	6
3-§. Tub sonlar to‘plamining cheksizligi.....	8
4-§. Eratosfen g‘alviri.....	9
5-§. $n!$ ni tub ko‘paytuvchilarga ajratish.....	10
6-§. Mavzuga oid tarixiy ma’lumotlar.....	13
7-§. Tub sonlarga oid ayrim muammolar.....	15
II BOB. MURAKKAB VA TUB SONLAR VA ULARNI O‘RGANISH METODIKASI	
8-§. Murakkab sonlar haqida nazariy tushunchalar.....	20
9-§. Bo‘linish alomatlari.....	25
10-§. Eng katta umumiy bo‘luvchi.....	30
11-§. Tenglamalarni yechish.....	33
12-§. Tub sonlar xossalari o‘rganish metodikasi.....	43
13-§. “Tub va murakkab sonlar” mavzusini innovatsion texnologiyalar asosida o‘qitish metodikasi	50
XULOSA.....	61
FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI	63
ILOVALAR.....	65

KIRISH

Mavzuning dolzarbligi. O'zbekiston Respublikasi mustaqil huquqiy demokratik davlat, erkin fuqarolik jamiyat qurish yo'lida ulkan ishlar olib borilib, inson mohiyatining yangidan ochishga, uni o'zligini anglashga, imkoniyatlarni ro'yobga chiqarishga va ma'naviy intellektual, aqliy – amaliy rivojlanishga yangi shart-sharoitlar yaratib berishdi .

Ta'limning fan va ishlab chiqarish bilan integrasiyasi mexanizmlarini rivojlantirish, uni amaliyotga joriy etish, o'qishni, mustaqil bilim olishni individuallashtirish hamda masofaviy ta'lim tizimi texnologiyasini, uning vositalarini ishlab chiqish, o'zlashtirish, yangi pedagogik va axborot texnologiyalari asosida o'quvchi va talabalarni o'qitishni jadallashtirish ana shunday dolzarb vazifalar sirasiga kiradi. Ushbu vazifalarni bajarish mavjud pedagogik jarayonlarni takomillashtirishni, uni hozirgi zamon o'quvchi va talablariga mos rivojlantirishni, xususan oliy pedagogik ta'lim paradigmasini zamonaviy pedagogik va axborot texnologiyalarini o'zlashtirishga, pedagogika oliy ta'lim muassasalarida kasbiy tayyorgarligi yuqori bo'lgan pedagog kadrlarni tayyorlashga yo'naltirishni taqozo etadi.

Ta'limni isloh qilish, yangi mazmundagi va zamon talabiga javob beradigan o'quv adabiyotlar, qo'llanmalarni yaratish va ilg'or pedagogik texnologiyalarni joriy etishni taqozo etadi. Ta'lim tizimidagi kamchiliklar, shu jumladan, matematika fanida ham o'qitish uslubiyotini chetlab o'tmaydi. Har bitta fanga alohida e'tibor berish, har bir mavzuni o'qitishda ma'suliyatli bo'lish o'qituvchining eng oliy maqsadi hisoblanadi. Bizga ma'lumki matematika fani juda qiziqarli va shu bilan birga murakkab fan bo'lib ham hisoblanadi. Ma'lumki bu mavzuda asosan natural sonlar qatorida tub sonlar qanday joylashgan, n- tub sonni qanday topish mumkin, ketma – ket joylashgan ikkita tub sonlar orasida masofani topish va shunga o'xshash masalalar qoraladi. Ushbu fikrlar tanlangan mavzuning qanchalik darajada dolzarb ekanligini ko'rsatadi.

Bitiruv malakaviy ishining obyekti. Umumta'lim maktablarida matematikani o'qitish jarayoni.

Bitiruv malakaviy ishining predmeti. Umumta'lim maktablarida tub va murakkab sonlarni, Eratosfin g'alvirini, berilgan sonni tub ko'paytuvchilarga ajratishga doir nazariy va amaliy bilimlarni o'rgatish usullari va vositalari.

Bitiruv malakaviy ishining maqsadi. Umumta'lim maktablarida tub va murakkab sonlar mavzusi yuzasidan masalalar yechish metodikasini ishlab chiqish.

Bitiruv malakaviy ishining vazifalari.

- Umumta'lim maktablari uchun DTS, taqvim rejasi, mavzuga oid mavjud adabiyotlar, internet ma'lumotlarini to'plash va tahlil qilish;
- "Tub va murakkab sonlar" mavzusida masalalar ishlashning muammolarini, fanda tutgan o'rni va ahamiyatini o'rganib chiqish;
- Umumta'lim maktablarida "Tub va murakkab sonlar, Eratosfen g'alviri" mavzusining asosiy tushunchalarini tahlil qilish, innovatsion texnologiyalardan foydalangan holda mavzuni o'qitish metodikasini ishlab chiqish.
- Umumta'lim maktablarida "Tub va murakkab sonlar" ga doir masalalar yechish metodikasini ishlab chiqish.
- Bitiruv malakaviy ishi yuzasidan tajriba o'tkazish, uning natijalarini tahlil qilish va tegishli xulosalar chiqarish.

Bitiruv malakaviy ishining tuzilishi. Bitiruv malakaviy ishi kirish, 2 ta bob, 13 ta paragraf, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati hamda ilovadan iborat.

Bitiruv malakaviy ishining yangiligi. Umumta'lim maktablari tub va murakkab sonlar, Eratosfin g'alviri, sonning EKUB va EKUK ni topishga doir masalalarni yechish metodikasini ishlab chiqilganligi.

I BOB. TUB SONLAR VA ULARNING AYRIM XOSSALARI

1-§. TUB SONLAR HAQIDA ASOSIY NAZARIY TUSHUNCHALAR.

Har bir n natural son uchun hech bo'lmaganda ikkita bo'luvchilarga ega: 1 va n . Shunday n natural sonlar mavjudki, ular 1 va n dan boshqa bo'luvchilarga ega emas.

1.1-ta'rif . p natural son tub deyiladi , agar $p > 1$ va $u = 1$ va o'zidan boshqa natural bo'luvchilarga ega bo'lmasa.

Odatda tub sonlar p va q lar bilan belgilanadi, tub sonlarning dastlabki 20 tasi quyidagilardan iborat :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71.

1.2-ta'rif . $n > 1$ natural son tarkibli deyiladi agar $u = 1$ va n dan farqli hech bo'lmaganda bitta natural bo'luvchiga ega bo'lsa.

Bu ta'rifga ko'ra 2 dan boshqa barcha $n=2k$ ($k > 1$) juft sonlar tarkibli, chunki ular 2 ga bo'linadi va $1 < 2 < n$ bu ta'riflardan ko'ramizki 1 son tub ham emas tarkibli ham emas.

1.1-teorema. Har bir $n > 1$ natural sonning 1 dan farqli eng kichik bo'luvchisi p tub sonidir.

Isbot. Haqiqatan, aks holda p biror q ($1 < q < p$) bo'luvchiga ega bo'lib, $q \mid p$ va $p \mid n$. Bundan $q \mid n$ va $q < p$ kelib chiqadi. Bu esa p ning eng kichik ekanligiga ziddir.

1.2-teorema. Har qanday n natural son berilgan p tub songa yoki bo'linadi yoki u bilan o'zaro tubdir.

Isbot. Agar p tub son bo'lib , n ixtiyoriy natural son bo'lsa , u holda n va p sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisi yoki p ga yoki 1 ga teng, chunki p boshqa bo'luvchilarga ega emas.

1.3-teorema. Agar ab ko'paytma biror p tub songa bo'linsa, u holda ko'paytuvchilardan kamida bittasi p ga bo'linadi.

Isboti. Agar $(a,p)=1$ ya'ni o'zaro tub sonlar bo'lsa ifodani ikkala tomoniga b ni ko'paytirib quyidagiga ega bo'lamiz: $(ab,bp)=b$. Teorema shartiga ko'ra ab/p

va bp ko'paytma p ga bo'linadi bundan kelib chiqadiki b ham p ga bo'linadi. Yoki quyidagicha olsak $(b,p)=1$ deb tenglikning ikkala tomoniga a ni ko'paytiramiz, $(ab,ap)=a$ desak ab/p va ap/p bundan kelib chiqadiki a/p bo'ladi. Xulosa ab ko'paytma p tub songa bo'linishi albatta ularning biriga bo'linadi.

Matematik induksiya usulidan foydalanib, bu teoremani ko'paytuvchilarning soni ikkitadan ortiq bo'lganda ham qo'llash mumkin.

Natija. Agar bir necha sonlarning ko'paytmasi p tub songa bo'linib, uning barcha ko'paytuvchilari tub sonlardan iborat bo'lsa, ko'paytuvchilarning biri p ga tengdir.

2-§. ARIFMETIKANING ASOSIY TEOREMASI

2.1-teorema. Har bir $1 < n$ natural son tub son yoki tub sonlar ko'paytmasi shaklida yoziladi, agar bu ko'paytmada ko'paytuvchilarning o'rnini e'tiborga olinmasa u holda bu ko'paytma yagona bo'ladi.

Isboti. Ixtiyoriy $1 < n$ uchun ushbu

$$n = p_1 \cdot p_2 \cdots p_n \quad (2.1)$$

ko'paytmaning mavjudligi va yagonaligini ko'rsatamiz, bunda $p_1, p_2, \dots, p_n$ tub sonlar. —

2.1-ta'rif. Ixtiyoriy $1 < n$ natural sonni (2.1) ko'rinishda yozish bu sonni tub sonlar ko'paytmasiga yoyish deyiladi.

Teoremaning isboti. 1.1- teoreмага ko'ra ixtiyoriy n natural sonning 1 dan katta eng kichik natural bo'luvchisi tub son bo'ladi. Demak

$$n = p_1 \cdot n_1 \quad (2.2)$$

tenglik o'rinlidir. Agar (2.2) – da n_1 tub son bo'lsa, u holda teorema isbot bo'ladi. Agar n tarkibli son, p_2 esa uning tub bo'luvchisi bo'lsa, u holda $n_1 = p_2 \cdot n_2$ va $n = p_1 \cdot p_2 \cdot n_2$ hosil bo'ladi. Agar n_2 tub son bo'lsa, u holda teorema isbot bo'ladi. Mabodo n_2 tarkibli son bo'lsa, bu jarayonni $n_s = 1$ bo'lguncha davom ettiramiz, unda biz quyidagilarni hosil qilamiz:

$$\begin{aligned}
n_1 &= p_2 n_2 \\
n_2 &= p_3 n_3 \\
&\dots \\
n_{s-1} &= p_s n_s.
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Bu tengliklarni hadlab ko'paytirib, $n_1 \cdot n_2 \cdots n_{s-1} \cdot n_s (n_s=1)$ ko'paytmaga qisqartirsak, (2.1) yoyilma $n = p_1 \cdot p_2 \cdots p_s$ hosil bo'ladi. Endi (2.1) yoyilmani yagonaligini isbotlaymiz. Faraz qilaylik n soni (2.1) dan boshqa $n = q_1 \cdot q_2 \cdots q_t$ (2.3) yoyilmaga ham ega bo'lsin. (1) va (3) larning chap tomonlarining tengligidan

$$p_1 \cdot p_2 \cdots p_s = q_1 \cdot q_2 \cdots q_t \tag{2.4}$$

hosil bo'ladi. Bu tengliklarning chap tomonidagi har bir $p_i (i=1,2,\dots,s)$ tub sonlar bo'lib, uning o'ng tomonini bo'ladi. Lekin barcha $q_j (j=1,2,\dots,t)$ lar ham tub son. 2.1- teoremaning natijasiga ko'ra p_i larning birortasi q_t ga va q_j larning birortasi p_m ga teng bo'lishi kerak. Demak (2.3) va (2.4) yoyilmalarning har biri teng sondagi tub ko'paytuvchilardan iborat. Agar ulardagi biror p tub son yoyilmaning ma'lum tomonida ikkinchi tomonidagiga nisbatan ko'proq qatnashgan bo'lsa, u holda (2.4) yoyilmani har ikkala tomonini p ga bir necha marta qisqartirib, uning bir tomonida p mavjud, ikkinchi tomonida esa p qatnashmagan holga kelamiz. Buning bo'lishi mumkin eams. Demak, $s=t$ va (2.1) yoyilma yagona ekan.

Yuqoridagi (2.1)- yoyilmada ba'zi bir ko'paytuvchilar o'zaro teng bo'lishi ham mumkin. Faraz qilaylik (2.1) da p_1 tub son α_1 marta, p_2 tub son esa α_2 marta va h.k. p_k tub son α_k marta qatnashsin. U holda (2.1)- yoyilma

$$n = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdots p_k^{\alpha_k}$$

ko'rinishda yoziladi. Bu ko'rinish n sonining tub sonlar bo'yicha *kanonik yoyilmasi* deyiladi.

Kanonik yoyilmaning tadbqiqini ko'ramiz.

2.2- teorema. Faraz qilaylik n ning kanonik yoyilmasi $n = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdots p_k^{\alpha_k}$

bo'lsin. U holda n ning barcha bo'luvchilari

$$d = p_1^{\beta_1} \cdot p_2^{\beta_2} \dots p_k^{\beta_k} \quad (2.5)$$

ko‘rinishdagi sonlardan iborat, bunda

$$0 \leq \beta_1 \leq \alpha_1, \quad 0 \leq \beta_2 \leq \alpha_2, \quad \dots, \quad 0 \leq \beta_k \leq \alpha_k$$

Isbot. Faraz qilaylik n son d ga bo‘linsin. U holda $n = dq$ bo‘ladi; demak, n ning kanonik yoyilmasida d ning barcha tub bo‘luvchilari mavjud bo‘lib, ularning darajalari d ning kanonik yoyilmasidagi darajalaridan kichik bo‘lmaydi. Shuning uchun, d bo‘luvchi (5)- ko‘rinishga ega. Aksincha, n ning (5)- ko‘rinishdagi har qanday d ga bo‘linishi ravshan.

2.1 Misol. $N=380=2^2 \cdot 5 \cdot 19$ ning barcha bo‘luvchilarini topish uchun $d = 2^{\beta_1} \cdot 5^{\beta_2} \cdot 19^{\beta_3}$ ifodada $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ larga mos ravishda quyidagi qiymatlarni berish kerak: $\beta_1 = 0, 1, 2; \quad \beta_2 = 0, 1; \quad \beta_3 = 0, 1.$ U holda 380 ning barcha bo‘luvchilari hosil bo‘ladi: 1, 2, 4, 5, 10, 19, 20, 38, 76, 95, 190, 380.

3-§. TUB SONLAR TO‘PLAMINING CHEKSIZLIGI

3.1- teorema. Tub sonlar to‘plami cheksizdir. Bu teoremaning bir nechta isboti mavjud. Bularning eng birinchisini Evklid bergan.



Evklid isboti. Faraz qilaylik tub sonlarning soni chekli bo‘lib, ularning oxirgisi p bo‘lsin. 2 dan boshlab p gacha bo‘lgan barcha tub sonlarning ko‘paytmasini olib, ustiga 1 ni qo‘shamiz:

$$P = (2 \cdot 3 \cdot 5 \dots p) + 1$$

P soni 2 ga ham, 3 ga ham va h.k. p ga ham bo‘linmaydi, chunki birinchi qo‘shiluvchi bu sonlarning barchasiga bo‘linib, ikkinchisi bo‘linmaydi (u 1 ga teng). Demak, yoki P ning o‘zi tub son yoki uning q tub bo‘luvchisi p dan katta.

Xullas, shunday tub son mavjudki, u ixtiyoriy p tub sondan katta. Demak farazimiz noto‘g‘ri, ya’ni tub sonlarning qatori cheksiz.

4-§. ERATOSFEN G‘ALVIRI

Berilgan yetarlicha katta sonni tub ko‘paytuvchilarga ajratish eng og‘ir muammolaridan biri hisoblanadi, hozirgacha buni yechishning amaliy tejamkor usuli mavjud emas. Oddiy sinash usulini qo‘llashga to‘g‘ri keladi. Bu masalaning xususiy holi – berilgan sonning tubligini aniqlashdir.

Shu munosabat bilan natural sonlar qatorining berilgan intervalida barcha tub sonlarni aniqlash masalasi tug‘iladi. Bu masalani hal qilishda quyidagi teorema muhim ahamiyatga ega.

4.1-teorema. Ixtiyoriy n natural sonning eng kichik tub bo‘luvchisi $\sqrt{n}$ dan oshmaydi.

Isboti. Agar $n=n_1n_2$ bo‘lsa, u holda n_1, n_2 sonlarning biri $\sqrt{n}$ dan katta, ikkinchisi esa $\sqrt{n}$ dan kichik, faqat n aniq kvadrat bo‘lgandagina $n_1=n_2=\sqrt{n}$. Xususiylashtirish holda n ning tub bo‘luvchisi ham $\sqrt{n}$ dan oshmaydi.



Endi Eratosfin “g‘alviri” ni ko‘rib chiqamiz. Agar n dan katta bo‘lmagan barcha tub sonlarni topish kerak bo‘lsa, biz ikkidan boshlab, N gacha bo‘lgan barcha natural sonlarni yozib chiqamiz, hosil bo‘lgan jadvalda ikkidan keyin har bir ikkinchisini, uchdan keyin har bir uchinchisini, beshdan keyin har bir beshinchisini. 7 dan keyin har bir yettinchisini va h.k. bu jarayonni $\sqrt{N}$ dan oshmaydigan p tub songacha davom ettirib, p ga bo‘linadigan sonlarni o‘chiramiz. O‘chirilmay qolgan sonlar n dan oshmaydigan tub sonlar bo‘ladi, chunki biz N

dan oshmaydigan barcha karali sonlarni o‘chirib tashladik. Bu usul Eratosfin “g‘alviri” deyiladi.

Izoh. 2 ni (yagona juft tub son) saqlab, N dan oshmaydigan barcha karrali sonlarni yozish kerak. Keyin yuqorida aytilganimizdek 3 dan keyin har bir uchinchi, 5 dan keyin har bir beshinchisi o‘chiriladi va h.k.

4.1 Misol. $N=120$ bo‘lsin, u holda $7 < \sqrt{120}$, $11 > \sqrt{120}$ bo‘ladi. 2 dan 120 gacha bo‘lgan intervaldagi tub sonlarni toppish uchun 2 va 119 gacha bo‘lgan barcha toq sonlarni yozamiz. Keyin yuqoridagidek 3, 5, 7 ga karrali bo‘lganlarini ochirib, quyidagini hosil qilamiz (uchirilgan sonlarning tagiga chizilgan)

2,3,5,7,9,11,13,15,17,19,21,23,25,27,29,31,33,35,37,39,41,43,45,47,49,51,53,55,57,59,61,63,65,67,69,71,73,75,77,79,81,83,85,87,89,91,93,95,97,99,101,103,105,107,109,111,113,115,117,119 bundan ko‘ramizki ≤ 120 bo‘lgan tub sonlarning soni 30 ta ekan.

5-§. $n!$ NI TUB KO‘PAYTUVCHILARGA AJRATISH

Endi shunday masalani qaraymiz: $n! = 1 \cdot 2 \cdots n$ ni bo‘ladigan p tub sonning eng yuqori darajasi p^α , ya’ni $n!/p^\alpha$ va $n!/p^{\alpha+1}$ shartlarni qanoatlantiradigan α topilsin.

Bu masalani yechishdan oldin quyidagi lemmani isbot qilamiz.

Lemma. Agar n , a va b natural sonlar bo‘lsa, u holda quyidagi formula o‘rinlidir:

$$\left[\frac{n}{ab} \right] = \left[\frac{1}{b} \left[\frac{n}{a} \right] \right]$$

Isbot. Faraz qilaylik $n=aq+r$, $q=\left[\frac{n}{a}\right]$, $0 \leq r < a$, ya'ni $0 \leq r < a - 1$

bo'lsin. Aytaylik $q=bq_1+r_1$, $q_1=\left[\frac{q}{b}\right]$, $0 \leq r_1 < b - 1$ bo'lsin. Endi uning bu

qiymatini n ning ifodasiga qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$n=a(bq_1+r_1)+r=(ab)q_1+(ar_1+r).$$

Bundan

$$0 \leq ar_1 + r \leq a(b - 1) + a - 1 = ab - 1 < ab. \text{ Demak, } n \text{ ni } ab \text{ ga}$$

bo'lganda hosil bo'ladigan to'liqsiz bo'linma $q_1=\left[\frac{n}{ab}\right]$, ikkinchi tomondan esa

$\left[\frac{1}{n} \left[\frac{n}{b}\right]\right]$ dir. Ko'rinib turibdiki, lemma $a=b$ bo'lganda ham o'rinlidir.

Faraz qilaylik p berilgan tub son b'lsin. Agar $p > n$ bo'lsa, u holda ko'rinib turibdiki, $n!/p$ ya'ni $\alpha = 0$ bo'ladi. Agar $p < n$ bo'lsa u holda $n!$ tarkibiga

$p, 2p, 3p, \dots, \left[\frac{n}{p}\right]p$ ko'paytuvchilar qatnashadi. Bu ko'paytuvchilarning ko'paytmasi

$$p \cdot 2p \cdot 3p \cdots \left[\frac{n}{p}\right]p = \left[\frac{n}{p}\right]! \cdot p^{\left[\frac{n}{p}\right]}$$

ga teng. Demak $n!$ ning tarkibiga $p^{\left[\frac{n}{p}\right]}$ va $\left[\frac{n}{p}\right]!$ ning tarkibidagi p^{α_1} kiradi.

Xuddi shu mulohazalarga ko'ra $\left[\frac{n}{p}\right]!$ ning p ga bo'linadigan ko'paytuvchilarning

ko'paytmasiquyidagidan iborat:

$$p \cdot 2p \cdot 3p \cdots \left[\frac{1}{p} \left[\frac{n}{p}\right]\right]p = \left[\frac{n}{p^2}\right]! \cdot p^{\left[\frac{n}{p^2}\right]}.$$

chunki lemmaga ko'ra

$$\left[\frac{1}{p} \left[\frac{n}{p}\right]\right]p = \left[\frac{n}{p^2}\right]$$

Endi shu mulohazalarni $\left[\frac{n}{p^2}\right]!$ ga qo'llaymiz; uning p ga bo'linadigan ko'paytuvchilarining ko'paytmasi

$$p \cdot 2p \cdot 3p \cdots \left[\frac{1}{p} \left[\frac{n}{p^2}\right]\right] p = \left[\frac{n}{p^3}\right]! \cdot p^{\left[\frac{n}{p^3}\right]}$$

dan iborat, chunki

$$\left[\frac{1}{p} \left[\frac{n}{p^2}\right]\right] p = \left[\frac{n}{p^3}\right]$$

va h.k bu jarayonni shunday β ko'rsatkichgacha davom ettiramizki, uning uchun $p^{\beta-1} > n$ bo'lsin.

5.1-teorema. $n!$ ga ko'paytuvchi bo'lib kiradigan p ning eng yuqori darajasi quyidagidan iborat:

$$\alpha = \left[\frac{n}{p}\right] + \left[\frac{n}{p^2}\right] + \cdots \left[\frac{n}{p^k}\right],$$

bunda $p^k \leq n$, lekin $p^{k+1} > n$. Agar $p > n$ bo'lsa, u holda $n!$ p ga bo'linadi.

Natija. Agar $n!$ ning kanonik yoyilmasi

$$n! = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_k^{\alpha_k}$$

bo'lsa, u holda

$$\alpha = \left[\frac{n}{p_1}\right] + \left[\frac{n}{p_2^2}\right] + \cdots \left[\frac{n}{p_k^k}\right], \quad i=1,2,\dots,s$$

bo'ladi.

5.1 Misol. 3 ning $57!$ ni bo'ladigan eng yuqori darajasi 3^α topilsin.

Yechish: $\alpha = \frac{57}{3} + \left[\frac{57}{9}\right] + \left[\frac{57}{27}\right] = 19 + 6 + 2 = 27$.

5.2 Misol. $23!$ ning tub ko'paytuvchilarga kanonik yoyilmasini toping.

Yechish: Berilgan $n!$ sonning tub ko'paytuvchilarga yoyilmasini topish uchun, n dan katta bo'lmagan tub sonlar qanday daraja bilan kanonik yoyilmada qatnashishini topamiz. 23 dan katta bo'lmagan tub sonlar 2,3,5,7,11,13,17,19,23. 2 ning $23!$ ning kanonik yoyilmasidagi darajasini topamiz.

Buning uchun 23 ni 2 ga bo'lamiz. Bu jarayonni bo'linma 2 dan kichik son bo'lguncha davom ettiramiz.

$$23=2 \cdot 11+1$$

$$11=2 \cdot 5+1$$

$$5=2 \cdot 2+1$$

$$2=2 \cdot 1+0$$

Demak, 2 ning kanonik yoyilmadagi darajasi $11+5+2+1=19$.

3 ning darajasini topamiz.

$$23=3 \cdot 7+2$$

$$7=3 \cdot 2+1$$

3 ning darajasi $7+2=9$

5 ning darajasi topamiz. $23=5 \cdot 4+3$

5 ning darajasi 4 ekan.

$23=7 \cdot 3+2$. 7 ning darajasi 3.

$23=11 \cdot 2+1$. 11 ning darajasi 2.

13 ning darajasi 1, chunki $23=13 \cdot 1+10$

Xuddi shunday 17,19,23 larning ham yoyilmadagi darajalari 1 ga teng.

Demak,

$$23!=2^{19} \cdot 3^9 \cdot 5^4 \cdot 7^3 \cdot 11^2 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23.$$

6-§. MAVZUGA OID TARIXIY MA'LUMOTLAR

6.1. Aynan biz bergan 2.1- va 2.3- teoremlar boshqa ko'rinishda "Negizlar"ning 5-kitobida keltirilgan.

6.2. 2.1- teorema ham o'z mazmuni bilan qadimdan ma'lum lekin asossiz

ravishda , o‘z- o‘zidan ravshan deb qaralgan. Bu teoremani aniq ta’riflab isboti bilan birinchi marta nemis matematigi K.Gauss (Gauss Karl Friedrich 1777-1865) bergan edi.

6.3. 3.1-teorema “Negizlar” ning IX kitobida bayon qilingan.

6.4. 3.2-teoremadagi ayniyatning o‘ng tomonidagi qator Руман Дзета-функцияси deb ataluvchi $\zeta(s)$ analitik funktsiyani aniqlaydi:

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}, s = \sigma + it.$$

Bu qator s-kompleks tekislikning $\sigma \geq 1 + \delta, \delta > 0$ shartni qanoatlantiradigan ixtiyoriy chekli sohasida yaqinlashadi. $\sigma > 1$ bo‘lganda bu funktsiya Eyler ko‘paytmasi orqali aniqlanadi

$$\zeta(s) = \prod_p \left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1},$$

bunda p barcha tub sonlar qiymatini qabul qiladio. Keyin bu funktsiyani nemis matematigi P.Dirixle (Peter Gustav Lejeune Dirichlet, 1805-1859) va, xususan rus matematigi P.L.Chebishev (Pafnutiy L’vovich Chebishev, 1821-1894) tub sonlar taqsimoti qonunini tekshirish munosabati bilan qarashdi. Ammo $\zeta(s)$ ning muhim xossalari, uning kompleks o‘zgaruvchi $s = \sigma + it$ ning funktsiyasi deb qaragandan keyin topildi. Buni birinchi bo‘lib nemis matematigi B. Riman (Bernhard Rieman, 1826-1866) $\zeta(s)$ ning muhim xossalarini o‘rgandi va “Riman gepotezasi” deb ataluvchi mashhur gepotezani o‘rtaga tashladi. Bu gepotezaga ko‘ra $\zeta(s)$ ning barcha kompleks ildizlari $\sigma = \frac{1}{2} (s = \frac{1}{2} + it)$ to‘g‘ri chiziqda yotadi. Bu gepoteza hozirgacha isbot qilinmagan. Agar bu gepoteza isbot qilinsa tub sonlarning asimptotik qonuniga, umuman sonlar nazariyasining ko‘p masalalariga oydinlik kiritilar edi.

5. 4.1- teoremani birinchi bo‘lib italiyalik matematik Finobachchi (Leonardo Pizanskiy , 1170-1228) ko‘rsatgan edi. U n sonining $\leq \sqrt{n}$ bo‘lgan sonlarga bo‘linishini tekshirish yetarliligini ko‘rsatgan.

7-§. TUB SONLARGA OID AYRIM MUAMMOLAR

7.1 Birinchi navbatda quyidagi masalani qaraylik shunday chegaralarni topish kerakki, ular orasida hech bo‘lmaganda bitta tub son joylashgan bo‘lsin. 1845 yilda Bertran shunday farazni aytgan edi: agar $2a > 7$ bo‘lsa u holda a va $2a \cdot 2$ orasida hech bo‘lmaganda bitta tub son mavjud. Bu farazni Chebishev 1852 yilda isbot qildi. Boshqa farazlar ham o‘rtaga tashlangan edi. Masalan Debov farazi: n^2 va $(n+2)^2$ orasidagi tub sonlarning soni ikkitadan kam emas.

Gauss ko‘rsatgan ediki, sonlarning 26379- yuztaligida birorta ham tub son yo‘q, 27050-yuztaligida esa 17 tub son bor, ya’ni 3-yuztaligidan ham ko‘p. umuman aytganda shunday katta yetarlicha katta oraliqlar topiladiki, unda birorta ham tub sonlar yotmaydi. Masalan , $N=n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \cdot n$ bo‘lsin, u holda n qancha kata bo‘lmasin, $N+2, N+3, \dots, N+n$ sonlarning barchasi tarkibli bo‘ladi.

Yagona qo‘shni tub sonlar 2 va 3 dir, chunki boshqa qo‘shni sonlarning biri juft. Lekin p va p+2 ko‘rinishdagi (qo‘shni toq sonlar) ning har ikkalasi tub bo‘lishi mumkin. Masalan, 3,5; 5,7; 11,13; 17,19; 29,31; 41,43; 59,61; 71,73; 101,103. Bunday sonlar juftligi “egiz tub sonlar ” deyiladi. Juda katta egizlar ham topilgan, masalan, 109619,109621; 10009871,10009873; 1000061087,1000061089 egiz tub sonlarning soni cheklimi yoki cheksizmi ma’lum emas. 1919 yilda V.Brun quyidagi teoremani isbot qiladi.

7.1- teorema. Agar egiz tub sonlarning soni cheksiz bo‘lsa, p va p+2 tub sonlar bo‘yicha olingan $\sum \frac{1}{p} + \frac{1}{p+2}$ cheksiz qator yaqinlashadi.

Ma'lumki, barcha tub sonlar bo'yicha olingan $\sum \frac{1}{p}$ cheksiz qator yaqinlashadi.

7.2 $M_n=2^n-1$ ko'rinishidagi tub sonlar Mersenn sonlari deyiladi. Bunday sonlarni XVII asrda fransuz matematigi Mersenn qaragan edi. Agar $n=ab$ toq tarkibli son va $3 \leq b \leq n$ bo'lsa, u holda 2^n-1 ham tarkibli son bo'ladi:

$$2^{ab}-1=(2^a-1)(2^{a(b-1)}+2^{a(b-2)}+2^{a(b-3)}+\dots+2^a+1)$$

Ixtiyoriy $n=2k \geq 4$ juft son uchun $2^n-1=(2^k+1)(2^k-1)$ tarkibli sonidir. Shunday qilib, $M_n=2^n-1$ faqat $n=p$ tub son bo'lganda tub son bo'lishi mumkin. Masalan, $p=2,3,5,7,11,13,17,19$ bo'lganda, Mersennning quyidagi tub sonlariga ega bo'lamiz: $M_1=3$, $M_3=7$, $M_5=31$, $M_7=127$, $M_{13}=8191$, $M_{17}=131071$ va $M_{19}=524287$, lekin $p=11,23,29$ bo'lganda, M_p tarkibli sonidir: katta p lar uchun M_p ning tub yoki tarkiblilikini aniqlash katta hisoblashlarni talab qiladi. Ko'rsatilganki, M_{31} (Eyler, 1750 y), M_{61} (Pervushin, 1883 y) 1952 yilda Mersenn 39 xonali tub sonni aniqladi

$$M_{127}=170141183460469231731687303715884105727 \text{ sonidir.}$$

EHM larni qo'llash natijasida 1952-yilda $p=521$, $p=607$, $p=2203$, va $p=2281$ bo'lganda M_p ning tubligi ko'rsatilgan edi. 1957-yilda M_{3217} sonning tubligi ko'rsatilgan. Bu sonning raqamlari soni 969 ta.

Hozirgi vaqtda eng katta Marsenning tub soni M_{44497} bo'lib, uning raqamlari 13390 tadan ko'pdir. Marsenning tub sonlari cheksiz ko'pmi? Bu masala hozirgacha yechilmagan.

7.3 Odatda Ferma sonlari deb ataluvchi $F_n=2^{2^n}+1$ ko'rinishdagi sonlar faqat $n=2^k$ bo'lgandagina tub son bo'lishi mumkin. Haqiqatan agar n son biror $1 < a$ toq ko'payuvchiga ega bo'lsa u holda

$$2^n + 1 = 2^{\frac{n}{a}a} + 1 = \left(2^{\frac{n}{a}} + 1\right) \left(2^{\frac{n}{a}(a-1)} + \dots + 2^{\frac{n}{a}} + 1\right)$$

bo'lib, $n \geq 3$ va $a \geq 3$ bo'lganligi uchun, har ikkala ko'paytuvchi ham 1 dan katta. Demak, F_n tarkibli son. Ferma barcha F_{2^k} sonlar tub sonlar degan farazni o'rtaga tashlagan va uni $k=0,1,2,3,4$ uchun tekshirib ko'rdi, haqiqatan bu qiymatlarda 3,5,17,257,65537, tub sonlar hosil bo'ladi. Navbatdagi F_{2^5} son $2^{2^5} + 1 = 2^{32} + 1$ shuncha ham katta ediki, Ferma uning tubligini ham, tarkibligini ko'rsata olmadi.

1739 yilda Eyler bu sonning tarkiblilikini isbotlab, Ferma farazining noto'g'riligini ko'rsatdi. Eyler $2^{2^k} + 1$ ko'rinishdagi sonlarning bo'luvchilarga ajratishni umumiy usulini topdi va bu sonlarning bo'luvchilari $2^{(k+1)t} + 1$ ko'rinishga ega ekanligini isbot qildi.

Hozirgi vaqtda $k=5,6,7,8,9,10,11,12,15,16,18,23,36,38,73$ qiymatlarda F_{2^k} sonlarning tarkiblilik ma'lum.

Ma'lumki, Ferma sonlari sirkul va chizg'ich yordamida muntazam ko'pburchaklarni yasash masalasi bilan bog'liq, Gauss shuni isbot qilgan ediki, sirkul va chizg'ich yordamida muntazam ko'pburchakni chizish uchun, uning tomonlari soni $n=2^a \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_s$ ga teng bo'lib, bunda p_i tub sonlar $2^{2^k} + 1$ ko'rinishga ega bo'lishi zarur va yetarlidir; n ning dastlabki 1000 qiymatlari orasida bu shartni qanoatlantiradiganlari 54 ta.

7.4 Ferma farazi, ya'ni $2^{2^k} + 1$ ko'rinishdagi barcha sonlar tub degan da'va qilingandan keyin, tabiiy ravishda, k ning barcha qiymatlarida tub sonlarni

beradigan barcha qiymaytlarida tub sonlarni beradigan boshqa $f(k)$ funksiyalarni ko'rish masalasi qo'yildi.

Eyler ushbu $f(x)=x^2-x+41$ ko'phadni ko'rsatdi, unda $x=0,1,\dots,40$ qiymatlarni qabul qilganda $f(x)$ ning qiymatlari faqat tub sonlar, $x=41$ va $x=42$ bo'lganda esa bu ko'phadning qiymatlari $f(41)=41^2$, $f(42)=41\cdot 43$ tarkibli sonlardir. Yana quyidagi funksiyalar topilgan: $f(x)=x^2+x+17$ ($x=0,1,\dots,15$ qiymatlarda $f(x)$ ning qiymatlari tub sonlar), $f(x)=2x^2+29$ $x=0,1,\dots,28$ qiymatlarda $f(x)$ ning qiymatlari tub son. Osonlik bilan ko'rish mumkinki, umuman butun koeffitsientli ko'p had argumentning barcha natural qiymatlarida faqat tub qiymatlarni qabul qilishi mumkin emas.

7.2-teorema. Ixtiyoriy butun koeffitsientli ko'phad argumentning biror natural qiymatida tarkibli son bo'lgan qiymatni qabul qiladi.

Isbot. Faraz qilaylik $f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\dots+a_n$ bo'lsin, bunda barcha a_i butun sonlar. Faraz qilaylik, k ning biror qiymatida $f(k)=p$ bo'lsin, bunda p tub son. Ma'lumki, n -darajali ko'phad bir xil qiymatni eng ko'pi bilan n ta nuqtada qabul qiladi, demak, shunday $1 < t$ butun son topiladiki, $f(k+pt) \neq p$.

Endi $f(k+pt)$ ni pt ning darajalari bo'yicha yozamiz:

$$f(k+pt)=f(k)+A_1pt+A_2(pt)^2+\dots+A_n(pt)^n \quad (7.1)$$

bunda barcha A_i butunsonlar, $f(k)=p$ bo'lganligi uchun (7.1) dan $p \mid f(k+pt)$ tarkibli son. Teoremada $f(x)$ funksiyaning ko'phadligi muhim rol o'ynaydi. Argumentning barcha natural qiymatida faqat tub qiymatlarni qabul qiladigan ba'zi funksiyalarning ko'rinishi ma'lum. Masalan shunday mavjud bo'lib, barcha $1 \leq x$ qiymatlarda $f(x)=[a^{3^x}]$ ning qabul qiladigan qiymatlari tub sonlardan iborat bo'lishini 1947 yilda Mills ko'rsatgan edi.

7.5. Eyler-Goldbax muammosi haqida qisqacha to'xtalib o'tamiz. Peterburg Akademiyasi akademigi Xristian Goldbax 1742 yil 7-iyunda Leonadr Eylerga

quyidagi xatni yozgandi: “Mening fikrimcha, har bir toq son 7 dan boshlab uchta tub sonlarning yig‘indisidan iborat ” 1742 yil 30 iyunda Eyler quyidagicha javob berdi “ har bir juft son 4 dan boshlab ikkita tub sonlarning yig‘indisiga teng, buni men to‘la chin teorema deb bilaman, lekin men uni to‘la isbot qila olmayman.”

Bular hozirgi vaqtda Eyler va Goldbaxning binar va ternar muammolari deyiladi, bu muammolarni yechishga sonlar nazariyasi sohasidagi yirik mutaxassislar shug‘ullanishgan. Ternar muammoni yetarlicha katta sonlar uchun 1937 yilda akademik I.M.Vinogradov yechdi.

7.3-teorema. (Vinogradov). Shunday doimiy N_0 son topiladiki, N_0 dan katta bo‘lgan barcha toq sonlarni uchta tub sonlar yig‘indisi shaklida tasvirlash mumkin.

Shunday qilib, yetarlicha katta N_0 sonlar uchun ternar muammo yechilgan. Binary muammo hozirgacha muammoligicha turibdi.

7.6. Biz yuqorida tub sonlarning natural sonlar qatorida taqsimlanishini ko‘rib chiqdik. Endi natural sonlar qatorining cheksiz ketma ketligi bo‘lgan arifmetik progressiyaga tub sonlarning taqsimoti haqida qisqacha to‘xtalib o‘tamiz.

Masalan, ayirmasi 8 ga teng bo‘lgan

5,13,21,29,37,45,53,61,69,77,85,93,101,... (7.2)

progressiyani olaylik. Bu progressiyaning boshida nisbatan ko‘p tub sonlar uchraydi. Bu progressiyada tub sonlar cheksiz to‘plamni tashkel etadi.

II BOB. MURAKKAB VA TUB SONLAR VA ULARNI O‘RGANISH METODIKASI

8-§. MURAKKAB SONLAR HAQIDA NAZARIY TUSHUNCHALAR

Ma’lumki, natural son murakkab deyiladi, agar uni har biri 1 dan katta ikkita ko‘paytuvchi ko‘rinishida tasvirlash mumkin bo‘lsa.

Murakkab sonlarga misollarni tuzish juda oson. Buning uchun 1 dan farqli qandaydir ikkita sonni olib, ularni ko‘paytirish lozim. Masalan, $2 \cdot 3 = 6$, $23 \cdot 47 = 1081$, $101 \cdot 110011 = 11111111$. Shuning uchun 6, 1081, 11111111 sonlar murakkab. Uchta yoki to‘rtta ko‘paytuvchini ko‘paytirish mumkin. Ko‘paytma hamma vaqt murakkab son bo‘ladi. Eng kichik murakkab son – bu $4 = 2 \cdot 2$. 1, 2, 3 natural sonlar murakkab emas. 5 soni ham murakkab son emas, 4 dan keyin keluvchi murakkab son $2 \cdot 3 = 6 > 5$.

Berilgan son murakkab yoki murakkab emasligini qanday bilish mumkin? 1009, 1517 sonlar yoki $\underbrace{11 \dots 14}_{32} \underbrace{11 \dots 1}_{32}$, 65 ta raqam bilan yoziluvchi son murakkab son bo‘ladimi?

Bu savollardan ba’zilariga javob berishga harakat qilamiz. Murakkab son ajraladigan ko‘paytmada har bir ko‘paytuvchi uning bo‘luvchisi bo‘ladi. Shuning uchun:

1-qoida. Natural son murakkab son bo‘ladi, agar u 1 dan farqli undan kichik biror songa bo‘linsa.

Masalan, 2 dan katta barcha juft sonlar 2 ga bo‘linadi va shuning uchun murakkab son bo‘ladi. 7 soni 2, 3, 4, 5, 6 sonlardan har biriga bo‘linmaydi, va demak, murakkab son bo‘lmaydi.

Bu qoida bilan 1009 soni murakkab son bo‘lishi yoki bo‘lmasligini tekshirish uchun u 2, 3, 4, ..., 1007, 1008 sonlar qatoridagi barcha sonlarga bo‘linish yoki bo‘linmasligini tekshirish lozim ya’ni 1007 ta bo‘linishni bajarishimiz kerak. Bu juda qiyin ish. Biz shu quyidagi qoidadan foydalansak eng osonlashadi.

2-qoida. Har bir N murakkab son 1 dan katta kvadrati N dan oshmaydigan bo'luvchiga ega.

Bu qoidaga asosan N murakkab sonning bo'luvchilarini kvadratidan N dan katta bo'lmagan sonlar orasidan izlash lozim.

$31^2=961<1009<1024=32^2$ munosabatlardan agar 1009 murakkab son bo'lsa, u holda uning 2,3,4,...,31 sonlar orasida bo'lgan bo'luvchisi mavjudligi kelib chiqadi. Shunday qilib, 1009 soni murakkab son bo'lish yoki bo'lmashligini tekshirishdan bo'linishlar sonining 1007 tadan 30 tagacha tushurish mumkin. 1009 ni 2,3,...,31 sonlardan har biriga bo'lib, 1009 bo'luvchilarining har biriga bo'linmasligiga ishonch hosil qilamiz. Bundan natija 1009 soni murakkab son emasligini bildiradi.

Masalalar.

1. $6^{22}-1$; $4^{21}-1$ va $4^{21}+1$ sonlar murakkab sonlar bo'ladimi?

6 lik sanoq sistemasida 6^{22} soni $\underbrace{10\dots0}_{22}$ ko'rinishda yoziladi. Bu sanoq sistemasida

$$\underbrace{10\dots0}_{22}-1=\underbrace{55\dots5}_{22}=5\cdot\underbrace{11\dots1}_{22}.$$

Shunday qilib, $6^{22}-1$ soni 5 ga bo'linadi.

Shunga o'xshash, 4 asosga ko'ra sanoq sistemasidan foydalanib:

$$(4^{21}-1)_{10}=\underbrace{10\dots0}_{21}-1=\underbrace{33\dots3}_{21}-3\cdot\underbrace{11\dots1}_{21}$$

ya'ni $4^{21}-1$ soni 3 ga bo'linadi.

O'sha sanoq sistemasida

$$(4^{21}+1)_{10}=\underbrace{10\dots01}_{20}=11\cdot\underbrace{303\dots031}_{19}$$

Oxirgi tenglikni ustunli ko'paytirish bilan oson tekshirish mumkin. Haqiqatda

$$\begin{array}{r} \overbrace{303\dots031}^{10} \\ 11 \\ \hline 303\dots031 \\ 3030\dots031 \\ \hline \underbrace{10000\dots0001}_{20} \end{array}$$

Lekin 11_4 o'nlilik sanoq sistemasida 5 demak $4^{21} + 1$ soni 5 ga b'linadi.

2. $2^{106} + 1$ sonini 2^{50} dan katta bo'lgan ikkita ko'paytuvchiga yoying.

$$2^{106} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{106} = \underbrace{4 \cdot \dots \cdot 4}_{53} = 4^{53} \text{ bo'lgani uchun } 2^{106} + 1 = 4^{53} + 1 \text{ va } 4 \text{ asosga ko'ra sanoq}$$

sistemasidan foydalanib bu son 5 ga bo'linishi isbotlash mumkin. Lekin bizga bu sonning 2^{50} dan katta bo'luvchilarini topishimiz kerak. Ikkilik sistemadan foydalanamiz. Bu sistemada $2^{106} + 1$ soni $\underbrace{10\dots01}_{105}$ ko'rinishda yoziladi. $\underbrace{11\dots10}_{26}\underbrace{\dots01}_{25}$

ko'rinishdagi ikkita sonni ko'paytiramiz:

$$\begin{array}{r} \times \quad \overbrace{1\dots110\dots01}^{26} \\ 10\dots010\dots01 \\ \hline 1\dots110\dots01 \\ 1\dots1100\dots01 \\ 1\dots110\dots001 \\ \hline \underbrace{10\dots000\dots0000\dots000\dots01}_{105} \end{array}$$

Shunday qilib bu ikkita son ko'paytmasi $2^{106} + 1$ ga teng.

$$\begin{aligned} (\underbrace{10\dots010\dots01}_{25})_2 &= 2^{53} + 2^{27} + 1 \\ (\underbrace{1\dots110\dots01}_{26})_2 &= (\underbrace{10\dots0}_{53})_2 - (\underbrace{10\dots0}_{27})_2 + 1 \end{aligned}$$

bo'lgani uchun

$$2^{106} + 1 = (2^{53} - 2^{27} + 1)(2^{53} + 2^{27} + 1)$$

yoyilmaga ega bo'lamiz.

Har bir ko'paytuvchi ikkilik sistemada 51 tadan ko'p raqam bilan yoziladi va shuning uchun 2^{50} dan katta. Shunga o'xshash $2^5 + 1$, $2^{10} + 1$, $2^{14} + 1$, va h.k. sonlar ko'paytuvchilarga ajratilishin mumkin.

Misol. Ko'rsatilgan sanoq sistemadan foydalanib 3- masaladagi sonlar uchun boshqa yoyilmalarni tekshiring.

$$\begin{aligned}
6^{22} - 1 &= (\underbrace{55\dots 5}_{22})_6 = \underbrace{55\dots 5}_{11} \underbrace{(10\dots 01)_{10}}_6 = (6^{11} - 1)(6^{11} + 1), \\
4^{21} - 1 &= (\underbrace{33\dots 3}_{21})_4 = (\underbrace{33\dots 3}_7)_4 \underbrace{(10\dots 010\dots 01)_6}_6 = \\
&= (4^7 - 1)(4^{14} + 4^7 + 1), \\
4^{21} + 1 &= (\underbrace{10\dots 01}_{20})_4 = (\underbrace{3\dots 30\dots 01}_7)_4 \cdot (\underbrace{10\dots 01}_6)_4 = \\
&= (4^{14} - 4^7 + 1)(4^7 + 1)
\end{aligned}$$

3. Agar N soni ikkita son kvadrati ayirmasi $a^2 - b^2$ shaklida ifodalansa, u holda uning ko'paytuvchilarga yoyilmasi quyidagicha topiladi.

$$N = a^2 - b^2 = (a^2 - ab) + (ab - b^2) = a(a - b) + b(a - b) = (a + b)(a - b)$$

Bu g'oyaga asoslangan sonlarni ko'paytuvchilarga ajratish usulini faransuz matematigi P. Ferma (1605-1665) taklif etgan.

Ketma-ket $a^2 - N$ ko'rinishdagi sonlardan tuzamiz va ular kvadrat bo'lish yoki bo'lmasligini tekshiramiz. $a^2 - N$ ayirma butun sonning kvadrati b^2 ga teng bo'lganda $N = a^2 - b^2$ tenglikka ega bo'lamiz va demak N sonining ko'paytuvchilarga yoyilmasi hosil bo'ladi. $(a+1)^2 - a^2 = (a+1+a)(a+1-a) = 2a+1$ ayniyatdan $(a+1)^2 - N$ soni oldingi $a^2 - N$ sonidan $2a+1$ sonini qo'shish bilan hosil qilinadi. Bu hisoblashlarni soddalashtiradi.

Shu usul bilan $N=2077$ sonini ko'paytuvchilarga ajratishga harakat qilib ko'ramiz. $45^2 < 2077 < 46^2$ bo'lgani uchun a ning boshlang'ich qiymati 45 ga teng va bizning ketma-ketlikdan birinchi had $46^2 - 2077 = 39$ keying hadlarini olish uchun biz qo'shish kerak bo'lgan sonlar

$$2 \cdot 46 + 1 = 93, \quad 93 + 2 = 95, \quad 95 + 2 = 97, \quad 97 + 2 = 99$$

va h.k. larga teng. Natijada

$$39, \quad 39 + 93 = 132, \quad 132 + 95 = 227, \quad 227 + 97 = 324 = 18^2$$

ketma-ketlikni olamiz. Shunday qilib

$$(46 + 3)^2 - 2077 = 18^2 \quad \text{va} \quad 2077 = 49^2 - 18^2 = (49 + 18)(49 - 18) = 67 \cdot 31.$$

Sonni ko'paytuvchilarga ajratishning boshqa usullari ham mavjud. Ulardan ko'plari maktab dasturlaridan tashqari chiquvchi bilimlarni talab qiladi. Yoyilmani topishga sarflanadigan vaqt berilgan songa bog'liqligini 1905-yil

7-nomerli Ferma soni $F_7 = 2^{2^7} + 1 = 2^{128} + 1 = 340282366920938463374607431768211457$ murakkab son ekanligi isbotlangan. Faqat 1970-yilda EHM da uning ko'paytuvchilarga yoyilmasi topildi:

$$F_7 = 59649589127497217 \cdot 5704689200685129054721,$$

Ikkala ko'paytuvchi ham keyin yoyilmaydigan sonlardan iborat. $F_8 = 2^{2^2} + 1 = 2^{256} + 1$ soni murakkab. U quyidagiga teng 1238926361552897 uni yozuvda 62 ta raqam bilan yoziladi.

Ma'lumki, $F_9 = 2^{2^9} + 1 = 2^{512} + 1 = 2424833 \cdot A = (37 \cdot 2^{16} + 1) \cdot A$ bu yerda A biror murakkab son. Lekin hozirgiga A ni ko'paytuvchilarga ajratib bo'lmaydi.

Bir nechta qiziqarli yoyilmalarni keltiramiz:

$$11111 = 41 \cdot 271,$$

$$1111111 = 239 \cdot 4649,$$

$$11111111111 = 21649 \cdot 513239,$$

$$\underbrace{11 \dots 1}_{13} = 53 \cdot 79 \cdot 265371653,$$

$$\underbrace{11 \dots 1}_{17} = 2071723 \cdot 5363222357.$$

$$10001 = 73 \cdot 137,$$

$$100000001 = 17 \cdot 5882353.$$

Qiziqarli misollar va ularning yechimi

6. Agar 777 sonini 143 ga ko'paytirsak faqat birlar bilan yoziladigan olti xonali son hosil bo'ladi. $777 \cdot 143 = 111111$. Agar 777 sonini 429 ga ko'paytirsak oltita uch bilan yoziladigan 333333 soni hosil bo'ladi. 777 sonini nechiga ko'paytirsak faqat ikkilar, to'rtlar, beshlar va.h.k lar bilan yoziladigan olti xonali sonni olish mumkin.

7. Ikki xonali sonni olamiz masalan 12 ni. Uni ikkilantiramiz va o'ngdan 0 ni yozamiz. Natijada (240) berilgan sonni qo'shamiz. 252 soni bo'ladi. Bu sonni 481 ga ko'paytiramiz. Ko'paytmada uch marta takrorlanuvchi son hosil bo'ladi.

$$252 \cdot 481 = 121212$$

Boshqa iki xonali sonni olamiz masalan 23 ni. U bilan ham shu amallarni bajaramiz. $23 \cdot 2 = 46$ $460 + 23 = 483$ $483 \cdot 481 = 232323$

Yana natija olti xonali son, u yozuvda uch marta takrorlanyapti. Yana bir necha marta tajriba o'tkazishimiz mumkin. Masalan 34, 19, 70 va h.k. sonlarni olish mumkin. Yana natejada berilgan son uch marta takrorlanadi.

9-§. BO'LINISH ALOMATLARI

Berilgan son murakkab bo'lishi yoki bo'lmasligini tekshirish uchun uni kichik sonlarga yetarlicha ko'p sondagi bo'linishlarni bajarish talab etiladi. Ba'zi bo'luvchilar uchun unga bo'lsak, bo'lishni bajarmasdan aniqlashga imkon beruvchi alomatlar mavjud. Bunday alomatlar bo'linish alomatlari deb ataladi. Kelgusida biz barcha qaralayotkan sonlarni o'nlik sistemasida yozamiz. $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ - N sonining o'nlik yozuvda yozsak. Ya'ni

$$N = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0, \quad 0 \leq a_i \leq 9.$$

10 ga bo'linish alomati. N soni 10 ga bo'linadi faqat va faqat agar uning oxirgi raqami nolga teng bo'lsa.

5 ga bo'linish alomati. N soni 5 ga bo'linadi faqat va faqat agar uning oxirgi raqami 0 yoki 5 ga teng bo'lsa.

2 ga bo'linish alomati. N soni 2 ga bo'linadi faqat va faqat uning oxirgi raqami ikkiga bo'linsa. Bu alomatlarining har biri 10 ga bo'linishidan berilgan 10, 5 va 2 sonlari ham shu sonlarga bo'linadi.

4 ga bo'linish alomati. N soni 4 ga bo'linadi faqat va faqat agar $2a_1 + a_0$, ya'ni oxirgi va oxiridan oldingi raqam ikkilangani yig'indisi 4 ga bo'linsa. 4 ga bo'linish alomatini asoslash uchun

$$N - (2a_1 + a_0) = (N - (10a_1 + a_0)) + ((10a_1 + a_0) - (2a_1 + a_0))$$

Ayirma 4 ga bo'linadi $((N - 10a_1 + a_0)$ hatto 100 ga bo'linadi, qolgan had $8a_1$ ga teng). Shuning uchun n soni va $2a_1 + a_0$ sonlari bir vaqtning o'zida 4 ga bo'linadi.

Endi 9 va 3 ga bo'linish alomatlariga o'tamiz. 9 ga bo'linishning quyidagi xossasi o'rinli.

Natural son va ularning raqamlari yig'indisi, ayirmasi hamma vaqt 9 ga bo'linadi.

Buni tekshiramiz, masalan 1234 son uchun

$$1234=(1+2+3+4)=(1000-1)+(200-2)+(30-3)=$$

$$(1000-1)+2*(100-1)+3*(10-1)=999+2*99+3*9=9*(111+2*11+3)$$

Ko‘rinib turibdiki, $10-1, 10^2-1, 10^3-1$ sonlar 9 ga bo‘linadi. Bu bo‘linish 10^n ko‘rinishdan ixtiyoriy son uchun o‘rinli. Haqiqatdan,

$$10^k - 1 = \underbrace{10 \dots 0}_k - 1 = \underbrace{99 \dots 9}_k = 9 \cdot \underbrace{11 \dots 1}_k.$$

Umumiy holda $N = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ va uning raqamlari yig‘indisi orasidagi ayirma

$$\begin{aligned} a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0 - (a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0) = \\ = a_n(10^n - 1) + a_{n-1} \cdot (10^{n-1} - 1) + \dots + a_1 \cdot (10 - 1). \end{aligned}$$

Qavslar ichidagi barcha ayirmalar 9 ga bo‘linadi. Shuning uchun ham N soni va ular raqamlari yig‘indisi ayirmasi 9 ga bo‘linadi. Boshqacha 9 ga bo‘linish xossasi quyidagicha bayon etiladi. Natural son va uning raqamlari yig‘indisi 9 ga bo‘linganda bir xil qoldiqqa ega.

U yana 9 ga va 3 ga bo‘linish alomatini beradi.

Ko‘pgina qiziqarli masalalarni yechish bo‘linish alomatlariga asoslanadi.

9.1 (Fokus). 10 dan katta biror sonni olamiz, masalan, 5647 bu sonning raqamlarini ixtiyoriy usulda o‘rnini almashtiramiz. Masalan, 7456. Kattasidan kichigini ayiramiz: $7456 - 5647 = 1809$. Hosil bo‘lgan sonda biror nol bo‘lmagan raqamni o‘chiramiz, qolganlarini qo‘shamiz. Masalan, raqamni o‘chirsak, qolgan raqamlar yig‘indisi 17 ga teng. Berilgan sonni va raqamlari almashtirilgan sonni bilmasdan bu yig‘indi bo‘yicha berilgan raqamni topish mumkin. Buning o‘chirilmagan raqamlari yig‘indisini 9 ga bo‘lish va qoldiqni 9 dan ayirish lozim. Ayirma hamma vaqt o‘chirilgan raqamga teng. Qaralayotgan masala 17 ni 9 ga bo‘lgandagi qoldiq 8 ga teng va $9 - 8 = 1$, ya‘ni o‘chirilgan raqamga teng. Agar 9 raqamini o‘chirganda $1 + 8 + 0 = 9$ ga bo‘lganda 0 qoldini beradi va $9 - 0$ ayirma yana o‘chirilgan raqamga teng.

Bu fokusni tushintiramiz, ixtiyoriy son ham raqamlari almashtirilgan son ayirmasi 9 ga bo‘linadi. Haqiqatdan, bu ikkala son bir xil raqamlar yig‘indisiga ega va demak 9 ga bo‘linish xossasiga ko‘ra ular 9 ga bo‘linganda bir xil qoldiqqa ega.

Bir-biridan raqamlari o‘rinlari almashtirilgani bilan farq qiluvchi ikkita sonlar ayirmasini qaraymiz. Bu ayirma 9 ga bo‘linadi va bo‘linish alomatiga ko‘ra unin raqamlar yig‘indisi 9 ga bo‘linish lozim. Agar bu yig‘indidan biror nol bo‘lmagan raqamni ayirsak, u holda hosil bo‘lgan son 9 ga bo‘linadi 9-a ga teng qoldiqqa ega. Yuqoridagi misolda ayirmaning barcha raqamlari yig‘indisi $1+8+9=18$. 18 dan 9,8,1 raqamlarni ayirib 9,10,17 sonlar 9 ga bo‘linganda qoldiqlar 0,1,8. Bu qoldiqlar ayrilgan raqamlarni 9 gacha to‘ldiradi. Fokusning bu g‘oyaga asoslangan variantlari mavjud:

a) Birorta qandaydir sonni yozing, uning raqamlari yig‘indisini hisoblang va uni yozilgan sondan ayiring. Hosil bo‘lgan sonda ixtiyoriy nol bo‘lmagan raqamni o‘chiring, qolgan raqamlar yig‘indisini ayting. Bu yig‘indi bo‘yicha o‘chirilgan raqamni aniqlash mumkin.

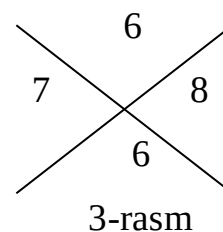
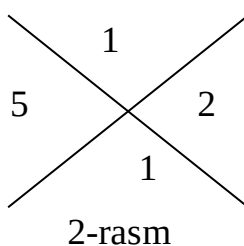
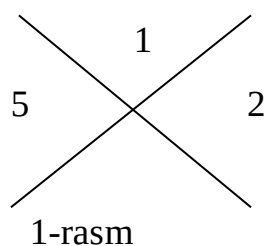
b) Ixtiyoriy natural son yozing. Unga o‘ng yoki chapdan bir necha raqamni shunday yozingki, barcha raqamlar yig‘indisi 9 ga bo‘linsin. Bu sonda yana ixtiyoriy o‘chirilgan raqamni topish mumkin.

c) Ixtiyoriy sonni yozing masalan, 1234 keyin bu sondan qandaydir sonni ayiradi, keyin ayirilgan sonni o‘ng yoki chapdan ayirmaga yozadi. Agar hosil bo‘lgan songa 8 ni qo‘shsak hosil bo‘lgan son 9 ga bo‘linadi va focus avvalgiday davom ettiriladi. 8 o‘rniga yig‘indisi 1234 bilan 9 ga bo‘linmaydigan ixtiyoriy sonni olish mumkin.

9.2 Qandaydir butun sonni yozing, uning raqamlar yig‘indisini toping va yozing keyin hosil bo‘lgan son raqamlar yig‘indisini toping va buni bir xonali son hosil bulguncha davom ettiring.

Bu bir xonali son hamma vaqt berilgan sonni 9 ga bo‘lishdagi qoldiqqa teng bo‘ladi. Masalan, 123454321 sonini olamiz uning raqamlar yig‘indisi 25 ga teng. 25 soni raqamlar yig‘indisi 7 ga teng. 123454321 sonini 9 ga bo‘lganda uning qoldig‘i 7 ga teng. Bu sonni 9 ga bo‘lgandagi qoldiqni topish qoidasi 9 ga bo‘linish alomatiga ko‘ra raqamlar yig‘indilari ketma-ketligida barcha sonlar 9 ga bo‘linadi. Bir xil qoldiqlarga ega ekanligidan kelib chiqadi.

9.3 Arifmetik amallarni tekshirishning qadimiy usuli. Qandaydir ikkita sonni ko'paytiramiz. Masalan, 257 va 362 sonlarini. $257 \cdot 362 = 93034$ ko'paytuvchilarning va ko'paytmaning 9 ga bo'lgandagi qoldiqlarini topamiz. 257 soni 5 qoldiqqa, ikkinchi ko'paytuvchi 2 qoldiqqa ega. Ko'paytma 1 qoldiqqa ega. Ikkita kesishuvchi to'g'ri chiziq chizamiz o'ng va chap tomoni ko'paytuvchilar qoldiqlarini yuqoriga esa ko'paytma qoldig'ini yozamiz.



Chap va o'ng tonomda turgan sonlarni ko'paytiramiz va pastga uning 9 ga bo'lgandagi qoldiqni yozamiz. Bizning holda 2-rasm ($5 \cdot 2 = 10 = 9 + 1$) Yuqorida va pastda sonlarning bir xil bo'lishi tasodif emas. Agar berilgan sonlar ko'paytmasi to'g'ri hisoblansa bu hamma vaqt shunday bo'ladi. Agar yuqorida va pastda turli sonlar yozilgan bo'lsa hisoblashlarda xatolik mavjud. Sonlar qo'shilganda to'g'riligini tekshirishda ham shunday yo'l tutish mumkin. Faqat pastga, chap va o'ngda turgan sonlar yig'indisining ega bo'lgandagi qoldiqni yozish lozim. Masalan, $763 + 1192 = 21905$ bu 3- rasmda berilgan.

Bu qoidalarni misollarda tushuntiramiz. 763-7, 1142-8, 1905-6 lar 9 ga bo'linadi. Shuning uchun $(1905-6)-(763-7)-(1142-8)=7+8-6$ ham 9 ga bo'linadi ya'ni o'ng va chapda turgan sonlar yig'indisini bo'lgandagi qoldiq yuqorida yozilgan songa teng bo'lishi lozim.

Ko'paytma hamda

$$93034 - 5 \cdot 2 = 257 \cdot 362 - 5 \cdot 2 = 257(362 - 2) + 2(257 - 5)$$

tengliklardan

$$(93034 - 1) = 257(362 - 2) + 2(257 - 5) + 5 \cdot 2 - 1$$

ni tekshiramiz. Qavslardagi barcha ayirmalar 9 ga b'linadi. Shuning uchun $5 \cdot 2 - 1$ ayirma ham 9 ga bo'linishi lozim, ya'ni qoldiqlar ko'paytmasi va ko'paytma

qoldig'i ayirmasi 9 ga bo'linishi lozim. Bu qoida uchta, to'rtta, va bir nechta sonlar ko'paytmasi uchun ham to'g'ri.

Masalan, uch xonali sonlar yig'indisini topamiz:

123	6
456	6
789	6
101	2
112	4
<u>1581</u>	<u>24</u>

O'ngda ustun bilan qo'shiluvchilar qoldiqlari yozilgan . Ularning yig'indisi 24 ga teng, uni 9 ga bo'lgandagi qoldig'i 6 ga teng, chunki $1+5+8+1=15$ va $1+5=6$ yuqorida va pastda yozilgan sonlarning bir xil bo'lishi hisoblashlar to'g'ri bajarganimizni bildirmaydi. Bazida xatoga ham duch kelishimiz mumkin.

9.4 99 ga ko'paytirilganda $62**427$ ni beradigan butun sonni toping. Yulduzcha o'rnida turgan raqamlar ham noma'lum. Bu sonni qanday topish mumkin.

Yulduzchalar o'rnida turgan raqamlarni harflar bilan belgilaymiz. $62ab427$ va ularni bu son 99 ga bo'linishdan foydalanib topamiz.

$$\begin{aligned} 62ab427 &= 6 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^5 + a \cdot 10^4 + b \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 27 = \\ &= 6(999999 + 1) + 20(9999 + 1) + a(9999 + 1) + 10b(99 + 1) + 4(99 + 1) + 27 \end{aligned}$$

999999, 9999, 99 sonlarning har biri 99 ga bo'lingani uchun $6+20+a+10b+4+27=10b+a+57$ ham 99 ga bo'linishi lozim. $10b+a+57$ yig'indi musbat va $99+57=156$ dan kichik. 1 dan 156 gacha sonlar orasida 99 ga bo'linadigan bitta son ya'ni 99 bor. Shuning uchun $10b+a+57=99$, $10b+a=42$ va a va b larni topamiz. $a=2$, $b=4$, nihoyat 6224427 sonini 99 ga bo'lib javobni olamiz javobi 62973.

9.5. Qandaydir sonni yozing. Undan agar o'ngdan chapga tomon yurganda toq o'rinda turgan raqamlar yig'indisini ayiring . Keyin juft o'rinlardagi turgan raqamlar yig'indisini qo'shing. Natija hamma vaqt 11 ga bo'linadi.

Masalan, agar 239765 soni yozilgan bo'lsa, toq o'rinda turgan raqamlar yig'indisi $5+7+3=15$ ga, juft o'rinda turganlari yig'indisi $6+9+2=17$: ko'rsatilgan hisoblashlarni bajarib $239765-15+17=239767=11 \cdot 21797$. ni topamiz.

Bu holatni tushuntiring. Bu 11 ga bo'linish alomatiga asoslangan. Agar o'ngdan chap tomonga hisoblasak toq o'rinda turgan raqamlar yig'indisi keyin qolgan raqamlar yig'indisini hisoblaymiz. Katta yig'indidan kichigini ayiramiz. Berilgan son 11 ga bo'linadi, agar hosil bo'lgan ayirma 11 ga bo'linsa.

10-§. ENG KATTA UMUMIY BO'LUVCHI

6665 va 11395 sonlari 5 ga bo'linadi, ya'ni 5 soni ularning umumiy bo'luvchisi. Yana bitta umumiy bo'luvchi 43 bo'ladi, chunki

$$6665=43 \cdot 155, \quad 11395=43 \cdot 265$$

Ikkala son ham yana 215 ga bo'linadi. Oxiri 215 soni umumiy bo'luvchilar orasida eng katta umumiy bo'luvchilar orasida eng kattasi hisoblanadi. 6665 va 11395 sonlarining eng katta umumiy bo'luvchisi deb ataladi.

Agar a va b butun nomanfiy sonlar bo'lib, bular d natural songa bo'linsa, u holda d soni a va b larning umumiy bo'luvchisi deyiladi.

Bir ixtiyoriy ikkita sonning umumiy bo'luvchisi hisoblanadi. $a=b=0$ da ixtiyoriy natural son a va b larning umumiy bo'luvchisi bo'ladi. Agar $a>0$ bo'lsa, u holda a soning har bir bo'luvchisi kattaligi bo'yicha a dan oshmaydi, demak, a va b sonlarning umumiy bo'luvchilari orasida eng kattasi mavjud a va b sonlarning bo'luvchilari orasidan eng kattasi ularning eng katta umumiy bo'luvchisi deb ataladi.

a va b sonlarning EKUBi uchun maxsus belgilash kiritilgan (a,b)

Masalan, 2 va 4 sonlarining EKUBi 2 ga teng, ya'ni $(2,4)=2$. 5 va 6 sonlari 1 dan tashqari umumiy bo'luvchiga ega emas, shuning uchun ularning EKUBi 1 ga teng.

Ixtiyoriy a natural son uchun $(a,1)=1$, 1 dan farqli hech qanday natural songa bo'linmaydi. Ixtiyoriy a natural son uchun $(a,0)=a$. haqiqatan a va 0 sonlari a ga bo'linadi, lekin a dan katta hech qanday son a ning bo'luvchisi bo'la olmaydi.

Ikki sonning EKUBi ni topish juda muhim. Masalan, bu bizga qandaydir raqamli sonni imkon boricha kichik surat va maxrajga ega kasr ko‘rinishida ifodalashda qo‘l kelishi mumkin.

$$\frac{6665}{11395} = \frac{215 \cdot 31}{215 \cdot 63} = \frac{31}{63}$$

EKUBni topish uchun nima qilish kerak?

Bunday usulni 2000 yil avval grek matematiklari o‘ylab topishgan. U Evklid algoritmi deb ataladi. Evklid eramizgacha III asrda Aleksandreyada yashagan olim bo‘lib uning asosiy asari “Negizlar” hisoblanadi. u 13 kitobdan iborat bo‘lib butun qadimgi grek matematikasi asoslari bayon etilgan: Elementar geometriya, arifmetika, yuza, hajmni hisoblash usullari. 7,8,9- kitoblar arifmetikaga bag‘ishlangan va unda Evklid algoritmi bayon etilgan.

b- natural son bo‘lsin. $0, b, 2b, 3b, 4b \dots$ sonlar qatori cheksiz o‘sib boradi va b ga bo‘linadigan barcha a natural sonlarni o‘z ichiga oladi. Agar a soni b ga bo‘linsa u holda u bu qatorning ikkita qo‘shni hadlari qb va $(q+1)b$ hadlari orasida joylashgan bo‘ladi, ya’ni

$$qb < a < (q+1)b, \quad q \geq 0$$

tengsizliklarni qanoatlantiradi. Bu tengsizliklardan b ni ayirib $0 < a - qb < b$ ni olamiz. Endi $a - qb$ ni r harfi bilan belgilaymiz, u holda $0 < r < b$. Agar a soni b ga bo‘linsa, u holda biror butun q ga $a = bq$ va $r = a - bq = 0$ ga ega bo‘lamiz.

Demak, ixtiyoriy butun nomanfiy a son uchun shunday q va r butun sonlarni topish mumkinki

$$a = bq + r, \quad 0 \leq r < b$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi. r soni a ni b ga bo‘lgandagi qoldiq, q esa to‘liq bo‘lmagan bo‘linma deb ataladi. q va r sonlarini topish uchun ustunli bo‘lishdan foydalanish mumkin. Agar sizda kalkulyator bo‘lsa tezroq bajarish mumkin. Kalkulyatorda a sonini b ga bo‘lamiz. Agar a soni b ga bo‘linsa indekatorda q gat eng butun son chiqadi. Bu holda $r=0$. Agar a son b ga bo‘linmasa, u holda indekatorda nuqta bilan ajratilgan ikkita son ko‘rinadi. Nuqtagacha bo‘lgan son q bo‘ladi, q ni bilgan holda kalkulyator yordamida $r = a - bq$ ni hisoblaymiz.

Evklid algoritmi. Agar $a \geq b > 0$ va $r = a$ ni b ga bo'lgandagi qoldiq bo'lsa, u holda $(a,b)=(b,r)$ boshqacha aytqanda ikkita sonning EKUBi ulardan kichigi va kattasining kichigiga bo'lgandagi qoldiqlarining eng katta umumiy bo'luvchisiga teng bo'ladi. (11395, 6665)- 11395 va 6665 sonlarinig EKUBini topamiz. $11395 = 1 \cdot 6665 + 4370$ dan 4370 soni 11395 ni 6665 ga bo'lgandagi qoldiq ekanligi kelib chiqadi. Shuning uchun

$$(11395, 6665) = (6665, 4370)$$

6665 ni 4370 ga bo'lgandagi qoldiq 1935 ga teng. shuning uchun

$$(6665, 4370) = (4370, 1935)$$

4370 ni 1935 ga bo'lgandagi qoldiq 860 ga teng, shuning uchun

$$(4370, 1935) = (1935, 860)$$

1935 ni 860 ga bo'lgandagi qoldiq 215 ga teng, shuning uchun

$$(1935, 860) = (860, 215)$$

860 ni 215 ga bo'lgandagi qoldiq 0 ga teng, $860 = 4 \cdot 215$ shuning uchun

$$(860, 215) = (215, 0)$$

yuqorida biz ixtiyoriy a natural son uchun $(a, 0) = a$ ekanligini aytgan edik. Demak, $(215, 0) = 215$ yuqorida keltirilgan tenglamalardan $(11395, 61665) = 215$ kelib chiqadi.

Yana bitta misol keltiramiz. (1234, 9091) ni hisoblaymiz. Quyidagi tengliklar o'rinli:

$$9091 = 1234 \cdot 7 + 453$$

$$1234 = 453 \cdot 2 + 328$$

$$453 = 328 \cdot 1 + 125$$

$$328 = 125 \cdot 2 + 78$$

$$125 = 78 \cdot 1 + 47$$

$$78 = 47 \cdot 1 + 31$$

$$47 = 31 \cdot 1 + 16$$

$$31 = 16 \cdot 1 + 15$$

$$16 = 15 \cdot 1 + 1$$

$$15 = 1 \cdot 15 + 0$$

$$(1234, 9091) = (9091, 1234)$$

bo'lgani uchun

$$(1234,9091)=(9091,1234)=(1234,453)=(453,328)=(328,125)=(125,78)=(78,41)=\\=(41,31)=(31,16)=(16,15)=(15,1)=(1,0)=1.$$

Demak, 1234 va 9091 sonlari 1 dan tashqari umumiy bo'luvchiga ega emas.

11-§. TENGLAMALARNI YECHISH

Bu yerda biz Evklid algoritmining bitta qiziq qo'llanishini ko'rib o'tamiz, quyidagi masalani qaraymiz.

11.1-masala. 3 va 5 pul birliklari yordamida do'konda sotuvchiga 13 pul birligini to'lash mumkin? Isboti oson topiladi: bitta 3 pul birlik va ikkita 5 pul birlikni olish lozim, chunki $3 \cdot 1 + 5 \cdot 2 = 13$.

Agar sizda faqat 5 pul birligida bulsa nima qilish lozim?

11.2-masala. Bir vaqtlarda faqat 12 va 19 pul birligidagi tangalar muomalada edi. Askar do'konga kelib bitta 1 pul birligidagi gugurtni sotib olmoqchi bo'ldi. Do'konchi qanday muomala qilishi lozim. Agar muomalada faqat 12 va 18 pul birliklari muomalada bo'lsa 4 pul birligidan nonni sotib olarmidi. Ulardan uchalasidan birini qaraymiz. Agar x orqali 3 pul birligidagi tangalar sonini va y orqali 5 pul birligidagi tangalar sonini belgilasak, u holda shartga ko'ra

$$3x+5y=13. \quad (11.1)$$

tenglik berilishi lozim. $x=1$ va $y=2$ sonlari bu tenglamalarni qanoatlantiradi va yuqoridagi javoblarni beradi, ular bilan birga (1) tenglama $x=-4, y=5$ yoki $x=6, y=-1$ sonlar va umumiy $x=1+5n, y=2-3n, \forall n \in \mathbb{Z}$ ko'rinishdagi sonlar ham qanoatlantiradi.

Haqiqatan,

$$3(1+5n)+5(2-3n)-3+15n+10-15n=13.$$

ko'rsatmaga, sonlar juftlari $n=-1$ va $n=1$ da hosil bo'ladi. x va y ning manfiy qiymatlarini qanday tushunish mumkin?

3 pul birligidan (-4) ta tangani to'lashi, do'konchi 3 pul birligidagi 4 ta tangani berishini bildiradi. Haqiqatan, agar siz do'konchiga 5 pul birligidagi 5

tangani bersangiz, u sizga u sizga 3 p.b dagi 4 tangani qaytaradi, u holda to‘langan pul $5 \cdot 5 - 4 \cdot 3 = 13$ pul birligiga teng bo‘ladi.

Faqat 3 pul birligidagi tangalar bo‘lganda do‘konchiga 3 pul birligidagi 6 ta tangani berish va undan 5 pul birligidagi bitta tangani qaytarib olishi lozim. ($3 \cdot 6 - 5 \cdot 1 = 13$)

Ikkinchi masalaga murojat qilamiz. Agar askar sotuvchiga p.b dagi x ta tanga va 12 p.b y ta tanga bersa, u holda to‘langan pul $19x + 12y$ p.b gat eng bo‘ladi va demak

$$19x + 12y = 1 \quad (11.2)$$

tenglik bajarilishi lozim. Ravshanki, bunda x va y sonlardan biri musbat, ikinchisi manfiy bo‘lishi lozim. ya’ni do‘konchi askarga qandaydir qaytim berishi kerak.

Shunga o‘xshash masalaning 2-savoli

$$18x + 12y = 4 \quad (11.3)$$

tenglamaga olib keladi.

Noma’lum miqdorlar butun sonlar bilan ifodalanadigan tenglamalar eramizning III asrida yashagan Diofant nomi bilan diofant tenglamalari deb ataladi. u o‘zining “Arifmetika” asarining bizgacha 6 ta kitobi yetib kelgan. Diofant butun sonli va ratsional noma’lumli turli xil turli xil tenglamalarni qaraydi va ularni topish usullarini ko‘rsatadi.

a,b,va c - butun sonlar bilan, $a \geq b > 0$.

$$ax + by = c \quad (11.4)$$

tenglamani qaraymiz, bu yerda x va y noma’lumlar butun sonlar. $d=(a,b)$ – a va b larning EKUBini belgilaymiz. Agar x_0, y_0 - (4) tenglamaning butun sonli yechimi bo‘lsa, u holda $ax_0 + by_0 = c$ tenglikdan (chunki a va b lar d ga bo‘linadi) c ham d ga bo‘linishi lozim. Demak,

1-qoida. Agar c soni EKUB (a,b) ga bo‘linmasa, u holda (11.4) tenglama butun sonlarda yechimga ega emas.

(11.3) tenglamani qaraymiz. $(18,12)=6$ 4 soni 6 ga bo'linmagani uchun (11.3) tenglama butun sonlarda yechimga ega emas, ya'ni aksar p.b ni 12 va 18 p.b tangalar bilan to'layolmaydi.

(11.2) tenglamaning koeffitsientlarining EKUBini topamiz.

$$\begin{aligned} 19 &= 12 \cdot 1 + 7 \\ 12 &= 7 \cdot 1 + 5 \\ 7 &= 5 \cdot 1 + 2 \\ 5 &= 2 \cdot 2 + 1 \\ 2 &= 1 \cdot 2 + 0 \end{aligned} \quad (11.5)$$

$(12,19)=1$ ni topamiz. 1-qoida shartlari bajariladi. Lekin (11.2) tenglama butun sonlarda yechimga ega bo'ladimi? Agar (11.4) ko'rinishdagi ixtiyoriy tenglama, masalan:

$$231x + 525y = 210 \quad (11.6)$$

berilsa qanday yechish mumkin?

2-qoida. Agar c soni (11.4) tenglama koeffitsiyentlari EKUBi (a,b) ga bo'linsa, u holda avvalo bu tenglamaning ikkala usulini (a,b) ga bo'lib, uni soddalashtirishlozim. Oldin biz $(231,525)=21$ ni topgan edik.

$$231 = 21 \cdot 11, \quad 504 = 21 \cdot 24, \quad 210 = 21 \cdot 10$$

bo'lgan uchun (11.6) tenglamaning

$$11x + 25y = 10 \quad (11.7)$$

tenglamaga keltirish mumkin. $(11,25)=1$. Bu umumiy holda, ham o'rinli, chunki (11.4) tenglama koeffitsientlari a va b sonlar EKUBiga bo'lyapmiz. Demak, bu tenglamani $(a,b)=1$ bo'lganda yoki a va b sonlar o'zaro tub bo'lganda yechishni o'rganish lozim.

Faraz qilaylik, u va v ikkita natural son, $u > v$ va ba'zi x_1, y_1, x_2, y_2 sonlar uchun

$$ax_1 + by_1 = u, \quad (11.8)$$

$$ax_2 + by_2 = v \quad (11.9)$$

tengliklar bajariladi, ya'ni $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ juftliklari $c = u, c = v$ bo'lgandagi (11.4) tenglamalar yechimlari. u va v ga qoldikli bo'lamiz.

$$u = v \cdot q + r, \quad 0 \leq r < v$$

Agar (11.9) tenglamaning ikkala tomonini q ga ko'paytirib (11.8) dan ayirsak

$$a(x_1 - qx_2) + b(y_1 - qy_2) = r,$$

hosil bo'ladi, ya'ni $x_1 - qx_2$ va $y_1 - qy_2$ sonlar

$$ax + by = r \quad (11.10)$$

tenglama yechimidan iborat, $ax + by = v$ va $ax + by = r$ tenglamalar yechimlarini bilgan holda (11.4) tenglama yechimini olish mumkin, unda v ni o'rniga v ni r ga bo'lgandagi qoldiq turadi. Bu jarayonni davom ettirib (11.4) tenglamaning yechimlarini topamiz. bunda o'ngda kichik va yanada kichik natural sonlar turadi. Yozuvni soddalashtirish uchun koeffitsiyentlarni tushurib qoldirish mumkin, chunki ular barcha tenglamalarda bir xil bo'ladi, hamda ishoralar $+$ va $-$ ni yozmaymiz. U holda bizning hisoblar quyidagicha bo'ladi.

$-q$	x_1 x_2	y_1 y_2	u v
	$x_1 - qx_2$	$y_1 - qy_2$	r

yechimlari ravshan bo'ldi. Ikkita

$$\begin{aligned} ax + by &= a \\ ax + by &= b. \end{aligned} \quad (11.11)$$

tenglama berilgan. Ulardan birinchisini $x_1 = 0, y_1 = 0$, ikkinchi $x_2 = 0, y_2 = 1$ yechimlari. Bu yechimlardan boshlab va ko'rsatilgan amallarni bajarib masalan, (11.2) tenglama hamda quyidagi jadvallar ketma-ketligi olamiz.

1	1	0	10
	0	1	12
	1	-1	7

1	0	1	12
	1	-1	7
	-1	2	5

1	1	-1	7
	-1	2	5
	2	-3	2

2	-1	2	5
	2	-3	2
	-5	8	1

oxirgi masaladagi -5 va 8 sonlari (11.2) tenglamani qanoatlantiradi. Haqiqatan $19 \cdot (-5) + 12 \cdot 8 = -95 + 96 = 1$. barcha hisoblashlarni bitta jadvalga kiritish mumkin.

q	x	y	r
	1	0	19
1	0	1	12
1	1	-1	7
1	-1	2	5
2	2	-3	2
	-5	8	1

Bu jadvalning r va q harflari bilan belgilangan ustunlarni Evklid algoritmidagi qoldiqlar va to'liqsiz bo'linmalar ketma-ketligini tashkil qiladi. Ularni qoldiqlar va bo'linmalar ustuni deb ataymiz. Umumiy holda agar a va b o'zaro tub bo'lsa, Evklid algoritmidagi oxirgi noli bo'lmagan qoldiq (a,b) ga ya'ni 1 ga teng bo'ladi. demak, jadvalda albatta qoldiqlar o'rnida 1 ga ega satr uchraydi va shuning uchun quyidagi teorema o'rinli.

Teorema. Agar a va b o'zaro tub sonlar bo'lsa, $ax + by = 1$ tenglama x va y butun sonlarda yechimga ega. Bu yechimni quyidagi qoida bilan topish mumkin.

3-qoida. (11.11) tenglamaga mos ikkita sonlar satrini yozamiz. $(1,0,a)$ va $(0,1,b)$. birinchisini katta qoldiq qiymat uchun yozish lozim har bir yangi satrni oldingisida quyidagicha hosil qilamiz. Oxirida oldingi satr qoldig'ini oxirgi satr qoldig'iga bo'lishdagi q bo'linmani hisoblaymiz. Bu q soni oxirgi satrga bo'linma o'rniga yoziladi. Bu satrning qolgan elementlarini q ga ko'paytiramiz va oxiridan oldingi satrning mos elementlaridan ayiramiz. Shunday qilib yangi satrning o'rta elementi hosil bo'ladi. yangi satrlarni yozishda davom ettiramiz va qoldig'i 1 ga

teng satr hosil bo'lguncha . bu satrda yozilgan sonlar noma'lum ustunlarda $ax + by = 1$ tenglamaning yechimini beradi. (11.7) tenglama uchun jadval

q	x	y	r
	0	1	25
2	1	0	11
3	-2	1	3
1	7	-3	2
	-9	4	1

$$25 = 11 \cdot 2 + 3$$

$$11 = 3 \cdot 3 + 2$$

$$3 = 2 \cdot 1 + 1$$

ko'rinishga ega bo'ladi. $x=-9$, $y=4$ sonlar $11x + 25y = 1$ tenglama yechimi bo'ladi.

Haqiqatan, $11 \cdot (-9) + 25 \cdot 4 = 1$. ularni 10 ga ko'paytirib

$$x=-90, y=40 \quad (11.12)$$

sonlarni olamiz, ular (7) tenglamani qanoatlantiradi.

Umumiy holda ham shunday ish yuritish lozim:

4-qoida. a va b o'zaro tub bo'lganda (11.4) tenglamaning yechimini topish uchun dastlab $ax + by = 1$ tenglamaning (x_0, y_0) yechimini topish lozim, cx_0 va cy_0 sonlari (11.4) tenglamaning yechimi bo'ladi. (11.12) sonlar bilan birga (11.7) tenglamaning

$$x = -90 + 25n, \quad y = 40 - 11n \quad (11.13)$$

sonlar qanoatlantiradi. Ularda n ixtiyoriy butun qiymatni qabul qiladi.

Haqiqatan,

$$11 \cdot (-90 + 25n) + 25(40 - 11n) = 11 \cdot (-90) + 25 \cdot 40 = 10.$$

(11.13) formulalardan, masalan $n=4$ uchun (11.7) tenglamaning yana bitta yechimini beradi: $x=10$, $y=-4$.

Bu mulohazalar umumiy holda ham o‘rinli: agar $(x_1, y_1) - (11.4)$ tenglamaning biror yechimi bo‘lsa, u holda ixtiyoriy butun n ga

$$x = x_1 + bn, \quad y = y_1 - an \quad (11.14)$$

sonlar ham yechim bo‘ladi. Bunday usul bilan (11.4) tenglamaning cheksiz ko‘p yechimlarini olamiz. (11.7) tenglamaning qolgan yechimlari $(-90;40)$, $(-65;29)$, $(-40;18)$, $(-15;7)$, $(10;-4)$, $(35;-15)$, sonlar juftliklari bo‘ladi. lekin (14) formula yordamida olib bo‘lmaydigan yana qandaydir yechimlar mavjudmi? Yo‘q bu noto‘g‘ri.

5-qoida. Agar (11.4) tenglamaning koeffitsiyentlari a va b o‘zaro tub bo‘lsa, u holda (4) tenglamaning barcha yechimlari (11.14) formuladan olinadi. Bu qoidani tushuntirish uchun butun sonlar qoidasining muhim xossalari kerak bo‘ladi. a, b – o‘zaro tub natural sonlar va c - shunday sonki bc ko‘paytma a ga bo‘linadi. U holda c soni a ga bo‘linadi.

Haqiqatan, teoremaga ko‘ra shunday x_0, y_0 butun sonlar topiladiki $1 = ax_0 + by_0$. bu tenglikni c ga ko‘paytirib $acx_0 + bcy_0 = c$ ni topamiz. bundan a va bc lar a ga bo‘lingani uchun c soni a ga bo‘linadi. Xossa isbotlandi. Agar a va b o‘zaro tub bo‘lmasa, tasdiq buzulishi mumkin: $4 \cdot 3$ soni 6 ga bo‘linadi. Lekin na 4 va na 3 sonlari 6 ga bo‘linmaydi.

$(x_1; y_1)$ va $(x_2; y_2) - (11.4)$ tenglama yechimlari bo‘lsin.

$$\begin{aligned} ax_1 + by_1 &= c \\ ax_2 + by_2 &= c \end{aligned} \quad (11.15)$$

Bu a va b koeffitsiyentlar o‘zaro tub. (11.15) ning ikkinchi tengligidan birinchisini ayirib

$$a(x_2 - x_1) + b(y_2 - y_1) = 0$$

yoki

$$a(x_2 - x_1) = b(y_2 - y_1) \quad (11.16)$$

ni olamiz.

Oldin bayon etilgan bo‘linish xossasiga ko‘ra $y_1 - y_2$ ayirma a ga bo‘linadi, ya’ni biror butun n da $y_1 - y_2 = an$ yoki $y_2 = y_1 - an$ tenglik bajariladi. an ni $y_2 - y_1$ ning o‘rniga (11.16) ning o‘ng tomoniga qo‘yib va a ga qisqartirib $x_2 - x_1 = bn$ yoki $x_2 = x_1 + bn$ ga kelamiz. Demak, (11.4) tenglamaning ixtiyoriy (x_2, y_2) yechimi (11.14) formulalar yordamida olinishi mumkin. 5-qoida asoslandi.

11.3-masala. 73 ga bo‘linuvchi va 001 raqamlari bilan tugaydigan 1 dan 100000 gacha sonlar orasidagi barcha natural sonlarni toping.

Yechish. Bunda har bir son biror natural x ga $73x$ ko‘rinishga ega va u $1000y + 1$ ko‘rinishda ifodalash mumkin, bu holda y natural son

$$\begin{aligned} 73x &= 1000y + 1 \\ &yoki \\ 73x - 1000y &= 1 \end{aligned} \quad (11.17)$$

tenglamaga ega bo‘lamiz.

$y = -z$ deb belgilash kiritamiz, u holda tenglama

$$73x + 1000z = 1 \quad (11.18)$$

ko‘rinishga ega bo‘ladi.

Uni yechib: $x=137, z=-10$ ni topamiz.

q	x	y	r
	0	1	1000
13	1	0	73
1	-13	0	51
2	14	-1	22
3	-41	3	7
	137	-10	1

$$1000 = 73 \cdot 13 + 51,$$

$$73 = 51 \cdot 1 + 22,$$

$$51 = 22 \cdot 2 + 7,$$

$$22 = 7 \cdot 3 + 1.$$

(11.18) tenglamaning yechimi. $x = 137 + 1000n$, $z = -10 - 73n$. ko‘rinishga ega.

(11.17) tenglamaning barcha yechimlarini topamiz:

$x = 137 + 1000n$, $y = 10 + 73n$. Bu yerda n - ixtiyoriy butun son. Izlangan sonlar

$$73x - 73(137 + 1000n) = 10001 + 73000n \quad (11.19)$$

ko‘rinishga ega bo‘ladi va masala shartiga ko‘ra quyidagi tengsizlikni qanoatlantirishi lozim

$$1 \leq 10001 + 73000n \leq 100000.$$

$n=0$ va 1 da 10001 va 830001 sonlarini topamiz. $n=2$ da olinadigan navbatdagi son 156001 . U 100000 dan katta. $N=3,4 \dots$ da yana katta sonlar hosil bo‘ladi. agar n manfiy bo‘lsa, u holda (11.19) formulaga ko‘ra manfiy x sonlar olinadi. Demak, masala shartini ikkita son qanoatlantiradi. 10001 va 830001 y ni $-z$ ga almashtirishni (11.4) tenglamaning koeffitsiyentlari a va b turli ishoraga ega bo‘lganda foydalanish mumkin.

Yana bita yechimni soddalashtirilgan usulni c - katta son bo‘lganda qo‘llaniladi. Quyidagi masalani qaraymiz.

11.4-masala. Ikki xil o‘lchamdagi qutilarga solingan biror sondagi detallarni mashinaga yuklandi. Detallar solingan katta quti 24 kg, kichigi 19 kg. Agar yukning umumiy og‘irligi 826 kg gat eng bo‘lsa, nechta katta va kichik qutilar mashinaga yuklangan?

Yechish. Katta va kichiq qutilar sonini x va y deb belgilaymiz. Shunga ko‘ra

$$24x + 19y = 826 \quad (11.20)$$

tenglik bajarilishi lozim.

$24x + 19y = 1$ tenglamani yechib $x_0 = 4, y_0 = -5$ ni topamiz. Agar oldingi ko‘rsatilgan qoidalarga ko‘ra bu sonlarni 826 ga ko‘paytirsak, katta sonlar hosil bo‘ladi.

	1	0	24
1	0	1	19
3	1	-1	5
1	-3	4	4
	4	-5	1

Boshqacha yo'l tutamiz 826 ni 19 ga qoldiqli bo'lamiz: $826 = 19 \cdot 43 + 9$. Bu tenglikdan foydalanib (20) tenglamaning $24x + 19(y - 43) = 9$ ko'rinishda yozish mumkin. Agar endi $z = y - 43$ belgilash kiritsak, $24x + 19z = 9$ tenglama hosil bo'ladi. Uni $x_1 = 4 \cdot 9 = 36$ va $x_2 = (-5) \cdot 9 = -45$ sonlari qanoatlantiradi. Endi $y_1 = z_1 + 43 = -2$ ni topamiz. Demak, $x_1 = 36, y_1 = -2$ sonlari (20) tenglamaning yechimi bo'ladi va uning har qanday yechimi $x = 36 + 19n, y = -2 - 24n$, bu yerda n - ixtiyoriy butun son, formulalar bo'yicha olish mumkin. x va y sonlari bir vaqtda faqat $n = -1$ da musbat bo'ladi.

Demak, $x = 36 - 19 = 17, y = -2 + 24 = 22$.

Javob. 17 ta katta va 22 ta kichik.

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. O'quvchi bir nechta daftar, ro'chka, va rangli qalam sotib oldi. Daftar 100 so'm, ro'chka 400 so'm, rangli qalam 600 so'm turadi. 20 ta narsa sotib olindi va 4000 so'm to'landi. Nechta daftar, ro'chka va qalam sotib olingan?

Javob. 14,5,1

2. 13 ta qaroqchi bir nechta oltin tangalarga ega bo'ldilar. Ular teng bo'lishga harakat qiladi, lekin 8 ta tanga ortib qoldi. Yana ular tangalarni teng bo'lishganda 2 ta qaroqchi kemaday tushib qolgan edi, 3 ta tanga ortib qoldi. Yana olishishdi 3 ta qaroqchi halok bo'lgandan keyin 8 ta qaroqchi tangalarni teng bo'lganda 5 ta tanga ortib qoldi. Ularda nechta tanga bo'lgan?

Javob. Tangalarni eng kam soni 333 ga teng.

3. Ayol bir savat tuxumni bozorga olib borayotkanda yo'lovchi ehtiyotsizlik qilib uni turtib yubordi. Bir nechta tuxumlar yorildi. Yo'lovchi ayolga yorilgan tuxumlar narxini to'lamoq uchun undan nechta tuxum borligini so'radi. "Buni bilmayman dedi ayol, faqat shuni bilamanki, ularni ikkitadan qo'yganimda, 1 ta tuxum ortdi, xuddi shunday ularni 3 tadan, 4 tadan, 5 tadan, 6 tadan qo'yganimda ham 1 ta tuxum ortib qoldi". nechta tuxum bo'lgan?

Javob. Eng kami bilan tuxumlar soni 301 ta.

12-§. TUB SONLAR XOSSALARIN O'RGANISH METODIKASI

1 dan farqli ba'zi natural qator sonlari kichik ko'paytuvchilar ko'paytmasi shaklida ifodalanadi. Masalan: $6 = 2 \cdot 3$, $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$, $111 = 3 \cdot 37$.

Ularni biz murakkab son deb atadik. Murakkab sonlardan tashqari shunday sonlar borki ularni kichik ko'paytuvchilarga yoyib bo'lmaydi. 2 va 3, 5 va 7, yoki 239, 701 va h.k. sonlar. bularni kichik ko'paytuvchilar ko'paytmaga yoyib bo'lmaydi. Bunday sonlar tub sonlar deyiladi.

Eng kichik natural son 1, albatta yana kichik ko'paytuvchilar ko'paytmaga yoyib bo'lmaydi. Lekin 1 alohida o'ringa ega, chunki u har bir natural sonni bo'ladi. 1 tub son emas deb hisoblanadi. shunday qilib, 1 na tub, na murakkab son. 1 dan katta har qanday son yoki tub, yoki murakkab son. Juft sonlar orasida bitta tub son bu- 2. Qolgan barcha tub sonlar toq.

Tub sonlarga qiziqish qadimdan Pifagor (eramizgacha V asr) maktabida paydo bo'lgan, bu ulardan barcha natural sonlarni tuzish mumkinligi bilan izohlanadi. Ikkinchi tomondan tub sonlar qator sirli xossalarga ega, bu esa tadqiqotchilarni ularni sirini yechishga undab va samarasiz urinishlarni amalga oshirishga undagan.

Faqat 1 lar bilan yoziladigan birinchi 1000 ta son orasida faqat

$$11, \underbrace{11\dots1}_{19}, \underbrace{11\dots1}_{23}, \underbrace{11\dots1}_{317}$$

sonlar tub bo'ladi.

$$\underbrace{11\dots1}_{32} 4 \underbrace{11\dots1}_{32}.$$

soni ham

$$2^1 + 1 = 3, 2^2 + 1 = 5, 2^4 + 1 = 17,$$

$$2^8 + 1 = 257, 2^{16} + 1 = 65537,$$

$$2^2 - 1 = 3, 2^3 - 1 = 7, 2^5 - 1 = 31,$$

$$2^7 - 1 = 127, 2^{13} - 1 = 8191.$$

sonlar ham tub son bo'ladi.

$$2^{32} + 1 = 4294967297 = 641 \cdot 6700417 \quad \text{va} \quad 2^{11} - 1 = 2047 = 23 \cdot 89 - \text{sonlar murakkab sonlar.}$$

Tub sonlarga quyidagilar ham kiradi.

$$999900001, 9999990000001, 99999999000000001, \\ 9091, \quad 909091, \quad \underbrace{9091}_8, \quad \underbrace{9091}_{14}, \quad \underbrace{9091}_{26}, \quad \underbrace{9091}_{32}, \\ 900900900900990990990991.$$

XVII asr boshida $2^{17}-1$ va $2^{19}-1$ lar ham tub son ekanligi o'rganildi. 1722- yilda L. Eyler ko'p yillik urunishdan so'ng $2^{31}-1$ tub son ekanligini isbotladi. XX asr boshlarida kelib $2^{61}-1$ va $2^{127}-1$ sonlari ham tub son ekanligi isbotlandi. Keyinchalik $2^{89}-1$ va $2^{107}-1$ sonlari ham bularga qo'shildi.

Kompyuter yordamida o'tkan asr 50- yillarida yana 18 ta 2^n-1 ko'rinishdagi tub son topildi. Ulardan ma'lum sonlardan eng kattasi bu $2^{132049}-1$ va $2^{216091}-1$ ular 1983 va 1985 yillarda topildi.

Tub sonlar guruhlariga to'planishi mumkin, masalan,

$$17 \text{ va } 19, 41 \text{ va } 43, 9 \cdot 2^{211} \pm 1, 156 \cdot 5^{202} \pm 1, 291 \cdot 2^{1553} \pm 1.$$

Bunday qo'shni tub sonlar juftlari egzaklar deb ataladi. ular cheksiz ko'p deb faraz qilinadi. 150000 ta ketma- ket sonlar orasida, birinchisi 10^8 bo'lganda 601 ta egzak bor. 3 tadan ketma-ket tub son bo'lgan guruhlar ham mavjud, masalan 3163, 3167, 3169, yoki 32713, 32717, 32719.

L.Eyler $x^2 - x + 41$ ko'phad $x=0,1,2, \dots, 40$ faqat tub qiymatlar ni qilinishini topgan. Lekin hozirda ham tub sonlarni hisoblashga imkon beruvchi formula topilmagan.

Berilgan n soni bo'yicha uni kichik ko'paytuvchilarga yoyish yoki tub son ekanligini qanday aniqlash mumkin? birinchi bo'limda berilgan qoida bo'yicha kvadrati N dan oshmaydigan barcha sonlarni sanab ko'rish lozim. Agar N ulardan hech biriga bo'linmasa N - tubson, aks holda N murakkab son. Bu usulni birinchi bo'lib 1202 yilda Lionard Pizanskiy takidlab o'tgan.

Sinab ko'rishdagi bo'luvchilar sonini ancha qisqartirish mumkin. Masalan, agar N 2 ga bo'linmasa, N ning bo'luvchilari sifatida juft sonlarni sinab ko'rish ma'nosiz, agar N 3 ga bo'linmasa, 3 ga bo'linuvchi sonlarni ham sinash kerak emas. Natijada sinab ko'rinadigan bo'luvchilardan 6 ga bo'lganda 0,2,3,4, qoldiqlar beruvchi sonlarni chiqarib tashlaymiz, ya'ni faqat $6k+1$ va $6k+5$ ko'rinishdagi sonlar qoladi. Quyidagi sinov bo'linishlar usulini hosil qiladi.

1. N soni 2 ga yoki 3 ga bo'linishi tekshiriladi. Agar bo'linsa u holda N murakkab son.

2. Sinov bo'luvchilar jadvalini tuziladi. Unda birinchi satr 1, 5 ko'rinishga ega har bir keyingi satr oldingisiga 6 ni qo'shish bilan hosil qilinadi. Har bir yangi satr paydo bo'lganda unga kirgan sonlar N ni bo'lish yoki bo'lmasligini tekshiramiz. Natijada biz N ning bo'luvchisini topamiz, va bu holda N murakkab son yoki jadvalning shunday elementiga aytiladiki, uning kvadrati N dan oshib ketadi. Oxirgi holda ishni to'xtatish lozim va N son tub son deb tasdiqlash mumkin.

Sinov bo'lishlar usuli ya'ni katta murakkab sonlarning katta bo'lmagan bo'luvchilarini topishga imkon beradi.

Bu usul bilan $N=1009$ bo'lganda faqat jadvalning 5 dan 31 gacha sonlariga 10 ta sinov bo'lishni bajarish yetarli bo'ladi va dastlab 1009 ning 2 va 3 ga bo'linishini bo'linish alomatlari yordamida tekshirish lozim.

Dastlabki, bo'luvchilar 2 va 3 qatoriga 5 ni ham kiritish mumkin. u holda sinov bo'luvchilari jadvali 8 ta ustunga ega bo'ladi.

1	5
7	11
13	17
19	23
25	29
31	35

1	7	11	13	17	19	23	29
31	37	41	43	47	49	53	59

Uning birinchi satrida 30 bilan o'zaro tub 1 dan 30 gacha $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ barcha sonlar turadi, keying satr oldingisidan uning elementlariga 30 ni qo'shish bilan hosil qilinadi. Bu jadval yana kamroq sinov bo'luvchilarini o'z ichiga oladi.

Bu usul zamonaviy kompyuterlarda ham qo'llaniladi. Dastlab bo'luvchilar sifatida 2,3,5,7,11,13 sonlari olinadi. Bunda jadval 5760 ta ustunga ega bo'ladi. uning har bir yangi satri oldingisidan

$$30030 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$$

Sonni qo'shish bilan hosil qilinadi. 14 ta o'nli raqam bilan yozilgan sonlar tub tekshirib sanoqli sonlarda bajariladi.

Masalani biroz o'zgartiramiz. Faraz qilaylik 1 dan biror N natural songacha bo'lgan natural qator oralig'ida joylashgan barcha tub sonlarni topish talab qilinadi. Bu oraliqdan barcha murakkab sonlarni chiqarib tashlash usuli qadimgi grek matematigi Eratosfen (eramizgacha 276-194 yil) ga ma'lum bo'lgan va Eratosfen deb ataladi. biz uni biroz takomillashgan ko'rinishda keltiramiz :

1. 3 dan N gacha bo'lgan toq sonlarni yozing.
2. 3^2 ni va keyin har bir uchinchi sonni o'chiring. Keyin 5^2 va har bir beshinchi sonni o'chiring .
3. Bu jarayonni birinchi o'chirilmagan sonni har bir marta tanlaganda, undan keyin keluvchi karralilar o'chirish mumkin bo'lguncha davom ettiriladi.
4. O'chirilmay qolgan sonlar 1 dan N gacha kesmadagi barcha tub sonlar to'plamini tashkel etadi.

3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
23	25	27	29	31	33	35	37	39	41
43	45	47	49	51	53	55	57	59	61
63	65	67	69	71	73	75	77	79	81
83	85	87	89	91	93	95	97	99	

Belgilanmay qolgan sonlar tub sonlar, unga 2 ni qo'shamiz.

2	3	5	7	11
13	17	19	23	29
31	37	41	43	47
53	59	61	67	71
73	79	83	89	97

1 dan 100 gacha natural sonlar qatori kesmasida jami 25 ta tub son bor. Natural qator bo'yicha yurib biz faqat murakkab sonlarni o'chiramiz. Birinchi marta 3 ga bo'linadiganlari, ikkinchi marta qolganlaridan 5 ga bo'linadiganlarini ,

keyin 7 ga bo'linadiganlarini va h.k. o'chiramiz. Faraz qilaylik o'chirilmagan sonlar orasida a murakkab son qolgan bo'lsin. 1 dan farqli eng kichik bo'luvchisini p deb belgilaymiz. p tub son bo'lsa, u holda u o'chirilmagan; bundan tashqari

$$p^2 \leq pb = a \leq N$$

Bu natural qator bo'yicha qandaydir o'tishda p^2 dan boshlab p ga bo'linuvchi, shu jumladan a soni ham o'chirilganini ham bildiradi. Lekin biz a o'chirilmagan deb faraz qilgan edik. Bu qarama-qarshilik a sonining tub son ekanligini bildiradi. Demak, o'chirilmay qolgan barcha sonlar tub sonlar.

1 dan N gacha natural sonlar qatorida tub sonlar soni N ning o'sishi bilan tez o'sadi:

N	Tub sonlar soni	%
10^2	25	25
10^4	1229	12,3
10^6	78498	7,8
10^8	5761455	5,8
10^{10}	455052511	4,6
10^{12}	37607912018	3,8
10^{14}	3204941750802	3,2
10^{16}	279238341033925	2,8

uchinchi ustun N dan oshmaydigan barcha natural sonlar orasida tub sonlar qanday ulushni tashkel etishini ko'rsatadi. Bu ulush N o'sishi bilan kamayadi, vaholanki tub sonlar umumiy soni juda tez o'sadi. Agar $N = 10^n$ sonining ko'rsatkichi n ni ulushiga ko'paytirsak ko'paytma n ning o'sishi bilan biror songa yaqinlashadi. 1896- yilda bu son 43,429448190325182765... , ega ekanligini isbotlagan, uni ixtiyoriy aniqlikda hisoblash mumkin.

Tub sonlar jadvalini ular 10 ga bo'lganda qanday qoldiq qolishiga ya'ni oxirgi raqamiga qarab guruhlariga taqsimlaymiz.

Qoldiq	Tub sonlar
0	-
1	11,31,41,61,71
2	2
3	3,13,23,43,53,73,83
4	-
5	5
6	-
7	7,17,37,47,67,97
8	-
9	19,29,59,79,89

Juft sonlar orasida faqat bitta tub son – 2 bor. Shuning uchun 0,4,6,8 qoldiqlarga mos keluvchi guruhlar bitta ham tub sonni o‘z ichiga olmaydi, 2 qoldikli guruhda bitta yagona tub son 2 bor. 5 bilan tugaydigan butun sonlar 5 ga bo‘linadi demak, 5 qoldikli guruh yagona tub son 5 ni o‘z ichiga oladi. 1,3,7,9 qoldiqlari mos guruhlar o‘rtasida taxminan teng taqsimlanadi quyidagi teorema o‘rinli.

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. 1 dan 100 gacha sonlar orasida joylashgan barcha tub egizak sonlar juftlarini ko‘rsating.
2. Ixtiyoriy butun a va b sonlar uchun $x^2 + ax + b$ ko‘phadning $x=0,1,2,\dots$ lardagi qiymatlar orasida cheksiz ko‘p murakkab sonlar bo‘lishini isbotlang.
3. a) $2^n + 1$ soni faqat $n = 2^k - 2$ ning darajasi bo‘ladi tub son bo‘lishi mumkin, bunday sonlar Ferma sonlari deb ataladi. $F_k = 2^{2^k} + 1$; b) $2^p - 1$ soni tub bo‘ladi, agar p tub son bo‘lsa bunday sonlar p tub bo‘lganda Mersenna sonlari deb ataladi va M_p deb belgilanadi.
4. 3,7,11,19,23, ... 4 ga bo‘lganda 3 qoldiqqa ega sonlar cheksiz ko‘p ekanligini isbotlang.

12.1-teorema. 1 dan farqli har bir natural son tub sonlar ko‘paytmasiga yoyilishi mumkin. Bunday yoyilma yagona bo‘ladi, agar ko‘paytuvchilar tartibi e‘tiborga olinmasa.

Isbot. Birinchi qismi yuqorida isbotlangan. Ikkinchi qismini isbotlaymiz. Faraz qilaylik turlicha usul bilan tub sonlar shaklida ifodalash mumkin bo‘lsin. Ular orasidan eng kichigini tanlaymiz va N harfi bilan belgilaymiz. N soni uchun ikkita yoyilma mavjud.

$$N = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_r = q_1 \cdot q_2 \cdot \dots \cdot q_s \quad (12.1)$$

bu yerda $p_1, p_2, \dots, p_r, q_1, q_2, \dots, q_s$ - tub sonlar. Agar $q_1 = p_1$ bo‘lsa, u holda (12.1) tenglikni p_1 ga bo‘lib

$$M = p_2 \cdot \dots \cdot p_r = q_2 \cdot \dots \cdot q_s$$

ni olamiz. M soni N dan kichik turli usullar bilan tub sonlar ko‘paytma shaklida ifodalanadi. Lekin biz bu xossaga ega eng kichik sonni N deb belgilagan edik. Demak, haqiqatan, barcha $q_1, q_2, \dots, q_s$ sonlar p_1 dan farqli va p_1 bilan o‘zaro tub, ya’ni

$$(q_1, p_1) = (q_2, p_1) = \dots = (q_s, p_1) = 1.$$

$q_1 \cdot (q_2 \cdot \dots \cdot q_s) = N$ ko‘paytma p_1 ga bo‘linadi va $(q_1, p_1) = 1$. Bo‘linish alomatiga ko‘ra p_1 ga $q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_s = q_2(q_3 \cdot \dots \cdot q_s)$ ko‘paytma bo‘linadi. Yana bo‘linish xossasidan foydalanib $q_3 \cdot \dots \cdot q_s$ ko‘paytma p_1 ga bo‘linadi va.h.k. Oxirida q_s ning p_1 ga bo‘linishi kelib chiqadi. Lekin q_s va p_1 - turli tub sonlar va bu bo‘lishi mumkin emas. Bu esa dastlabki farazimiz noto‘g‘ri ekanligini bildiradi va (12.1) tenglik faqat $r=s$ da o‘rinli va (12.1) ning o‘ng qismi chap qismidan ko‘paytuvchilarning o‘rni almashkani bilan olingan. Bu teoremani isbot qilishda Gauss (1777-1855) ning 1801- yilda nashr etilgan “arifmetik tadqiqotlar” asarida bayon etilgan. Bu muhim teorema ko‘paytirish amaliga nisbatan natural sonlar tuzulishini ochib beradi.

Umumiy holda

$$N = p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot \dots \cdot p_r^{k_r}, \quad p_1 < p_2 < \dots < p_r \quad (12.2)$$

yoyilmani olamiz. Bu yerda $k_1, k_2, \dots, k_r$ - natural sonlar. arifmetikaning asosiy teoremasidan N sonini tub ko'paytuvchilarga qanday yoymaylik baribir (12.2) yoyilma bir xil bo'ladi va u kanonik yoyilma deb ataladi.

Agar

$$d = p_1^{l_1} \dots p_r^{l_r}, \text{ bu yerda } 0 \leq l_1 \leq k_1, \dots, 0 \leq l_r \leq k_r, \quad (12.3)$$

bo'lsa, u holda N soni d ga bo'linadi, ya'ni $d|N$ ning bo'luvchisi. Bunda $l=0$ d ning yoyilmasidagi mos tub son bo'lmaydi. Teskarisi ham o'rinli. $d - N$ ning biror bo'luvchisi bo'lsin. U holda $N = d \cdot l$, bu yerda l - natural son. Bu tenglikda d va l larni tub ko'paytuvchilarga ajratib N soninig biror yoyilmasi, N soni tub sonlar ko'paytmasining yagona yoyilmasi uchun D sonining barcha tub ko'paytuvchilari (12.2) yoyilmaga N ning darajasidan katta bo'lmagan darajalar kiradi. Demak, d (12.3) ko'rinishda ifodalanadi.

Demak, N ning barcha bo'luvchilari (12.3) ko'rinishga ega.

13-§. Tub va murakkab sonlar mavzusini innovatsion texnologiyalar asosida o'qitish metodikasi

Hozirgi kunda matematika o'qitish metodikasining dolzarb muammolaridan biri yangi o'qitish texnologiyalarini yaratish bilim berishning samarali usullarini ishlab chiqish, o'quvchilarga o'qitilayotgan hodisalar to'g'risida to'laqonli va aniq ma'lumotlar berish, o'qitish jarayonini rivojlantiruvchi va samaradorligini oshiruvchi yo'llarini izlab topish hisoblanadi. Bu muammoning hal qilinishi ma'lum darajada, o'qitishning texnik vositalarini qo'llashga bevosita bog'liq.

Ta'lim jarayonida interfaol metodlar, innovatsion, pedagogik va axborot kommunikatsion texnologiyalarini o'quv jarayonida qo'llashga bo'lgan qiziqish, e'tibor kundan-kunga kuchayib bormoqda. Bunday bo'lishining sabablaridan biri, shu vaqtgacha an'anaviy ta'limda o'quvchilarni faqat tayyor bilimlarni egallashga o'rgatilgan bo'lsa, zamonaviy texnologiyalar ularni egallayotgan bilimlarini o'zlari

qidirib topishlariga, mustaqil o'rganib, tahlil qilishlariga, hatto xulosalarni ham o'zlari keltirib chiqarishlariga o'rgatadi .

Innovatsiya (inglizcha- innovation) - yangilik yaratishdir . Demak ta'lim jarayonida an'anaviy ta'lim kabi bir xil shablonlar asosida emas balki yangiliklar asosida ta'lim jarayonining ta'sirchanligini o'stirishga qaratilgan, shaklidan foydalanish ta'limda innovatsiya demakdir .

Quyida, shu mavzuda ma'ruza darslarini tashkil etish uchun ikki soatlik dars ishlanmasi keltirilgan.

Mavzu: Tub va murakkab sonlar	
<i>O'quv mashg'ulotining o'qitish texnologiyasi</i>	
<i>Mashg'ulot vaqti</i> -2 soat	<i>O'quvchilar soni</i> _____ nafar
<i>Mashg'ulot shakli</i>	Nazariy-to'liq o'quv mashg'uloti
<i>Mashg'ulot rejasi</i>	1. Tub va murakkab sonlar. 2. Eratosfen g'alviri. 3. Sonlarni tub ko'paytuvchilarga yoyish.
<i>O'quv mashg'ulotining maqsadi:</i> a) <i>ta'limiy:</i> O'quvchilarda Tub va murakkab sonlar tog'risidagi bilim va malakalarni shakllantirish. Eratosfen g'alviri qonuning tadbqiqining malakalarini shakllantirish, sonlarni tub ko'paytuvchilarga yoyishni o'rgatish; b) <i>tarbiyaviy:</i> O'z fikrini bevosita ifodalashda o'ziga ishonch va qat'iyatlikni shakllatirish; o'quvchilarni mavzuni o'rganishda ijodiy yondashishga yo'llash. c) <i>rivojlantiruvchi:</i> Tub va murakkab sonlarni turmushda va texnikada foydalanish haqidagi tushunchalarni rivojlantirish orqali fanga bo'lgan qiziqishlarini oshirish.	
<i>Pedagogik vazifalar:</i> ➤ Tub va murakkab sonlar haqida tushuncha berish; ➤ Eratosfen g'alviri haqida tushuncha berish; ➤ Sonlarni tub ko'paytuvchilarga	<i>O'quv faoliyatini natijalari:</i> ➤ Tub va murakkab sonlarhaqida tushunchaga ega bo'ladilar; ➤ Eratosfen g'alviri haqida tushunchaga

ajratish haqida tushuncha berish. ➤ Mavzu savollari bo'yicha izohlash va shakllantirish jarayonini tashkil qilish.	ega bo'lishi va undan amaliyotda qo'llay olishi; ➤ Sonlarni tub ko'paytuvchilarga ajratishni o'rganish va amaliyotda qo'llash. ➤ Mavzu asosida xulosalar chiqaradilar;
<i>O'qitish usullari</i>	Tushuntirish, yo'riqnoma berish, taqdimot.
<i>O'qitish vositalari</i>	Ma'ruzalar matni, doska, slaydlar, tarqatma materiallar; Rolli o'yinlari, Ko'rgazmali qurollar, Bring ring metodi;
<i>O'qitish shakli</i>	Kichik guruhlarda ishlash
<i>O'qitish shart-sharoitlari</i>	Texnik vositalardan foydalanishga va kichik guruhlarda ishlashga mo'ljallangan auditoriya;
<i>Qaytar aloqaning usul va vositalari</i>	Og'zaki so'rov: frontal so'rov usullari, taqdimot, bring ring, tezkor savol-javob;

“Tub va murakkab sonlar”

mavzusidagi o'quv mashg'ulotining texnologik xaritasi

Faoliyat bosqichlari	Faoliyat mazmuni	
	O'qituvchi	O'quvchi
1-bosqich O'quv mashg'ulotiga kirish (5 minut)	1.1 Mavzuning nomi, maqsadi va rejasini e'lon qiladi. (1-Ilova) Mavzuga oid tayanch iboralar bilan tanishtiradi 1.2 Mashg'ulotda baholash mezonlari bilan tanishtiradi.	Tinglaydilar; Aniqlashtiradilar ; Savollar beradi; Yozib oladilar
2-bosqich O'tilgan mavzuni	2.1 (2-ilova) O'tilgan mavzu bo'yicha guruh kichik guruhlariga bo'linadi va har bir kichik guruh uchun Tarqatma materiallar beradi	Tarqatma materialdagi belgilarni izohlab

mustahkamlash (15 minut)	2.2. Rolli o'yini orqali o'quvchilarning fikirlashi, dunyoqarashi va tezkorligini tekshiradi. (3-ilova) 2.3. O'quvchilarning o'tilgan mavzu bo'yicha egallagan bilimlarini tekshirish uchun frontal holda so'rash usulidan foydalanamiz. Bunga ko'ra guruhga savol beriladi. (4-ilova)	berishadi. Rolli o'yini shartiga ko'ra o'quvchilar yig'ilgan sxemalarni izohlab beradilar. Savollarga javob beradilar.
3-bosqich Yangi mavzu bayoni (35 minut)	Mashg'ulotning rejasi va tuzilishiga muvofiq slayd tartibida namoiyish va sharxlash bilan mavzu bo'yicha asosiy nazariy holatlarni bayon qiladi. Asosiy ma'lumotlarni daftarga qayd etishlarini aytadi;(5-ilova)	Eshitadilar, yozib oladilar; savollar beradilar.
4-bosqich Mustahkamlash (15 minut)	Mavzu Bring Ring o'yin texnologiyasi orqali mustahkamlanadi (6-Ilova) Buning uchun o'quvchilar 4 ta kichik guruhga bo'linadi va O'quvchilarga o'tilgan mavzu yuzasidan tezkor savollar beriladi.	Guruhlarda ishlaydilar, savollarga javob beradilar.
5-Bosqich Yakuniy qism (10 minut)	5.1 Mavzuni rejasi asosida xulosa qilib, eng muhim ma'lumotlarga o'quvchilar diqqatini jalb qiladi. 5.2 Guruhdagi ish jarayonini baholaydi; <i>Uyga vazifa:</i> Misollar ishlash.	Tinglaydilar Vazifani yozadilar.

Mavzu: Tub va murakkab sonlar.

Reja:

1. Tub va murakkab sonlar.
2. Eratosfen g'alviri.

3. Sonlarni tub ko'paytuvchilarga yoyish.

I. Darsning tashkil etilishi: (5 minut)

- a) salomlashish, davomatni aniqlash;
- b) O'quvchilarni darsga hozirligini ko'rib chiqish.
- d) baholash mezonini bilan tanishtirish.

2-ilova

II. O'tilgan mavzuni mustahkamlash (15 minut)

O'tilgan mavzuni takrorlash orqali o'quvchilarning mavzuni qanchalik o'zlashtirilganligi bilib olinadi. Chunki har bir yangi mavzuning asosida o'tilgan mavzular qo'yilgan bo'ladi.

O'tgan mavzuni takrorlash uchun tarqatma materiallar bilan ishlash.

1. Masalalarni yeching.

E'tiborsizlik tufayli suv jo'mragi yaxshi yopilmagan. Shu sababli undan sekundiga bir tomchi suv tomchilamoqda (2- rasm). Agar 100 tomchi suvning massasi 7 g ga teng bo'lsa, 1 soatda necha gramm suv isrof bo'lmoqda? Bir sutkada-chi? Bir oyda-chi?

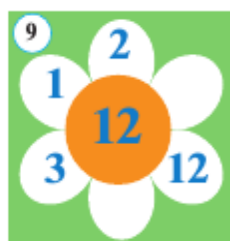
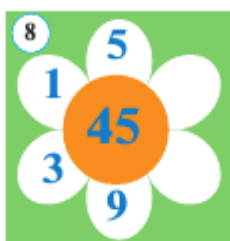
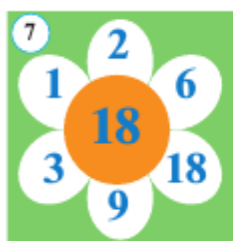


Bolajonlar, o'ylab ko'ring-chi!
15 ta guldin necha xil guldasta yasash mumkin?
Odatda, guldastalarda nechtdan gul bo'ladi?
Bizning fikrimizcha, bu muammoni siz hal qila olasiz.





2. Sonlarning joylashishidagi qonuniyatlarni bilgan holda qolgan sxemalarni ham to'ldiring.



3-ilova

2-topshiriq 1-topshiriqning mantiqiy davomi hisoblanadi.

“Rolli o‘yin” metodi.

O‘qitishning bu usulida o‘quvchilar “real hayot” holatlarini qayta joylashtiradilar. Bu ularga o‘z amaliy ish faoliyatlarida qo‘llash mumkin bo‘lgan yangi turdagi faoliyatlarini sinab ko‘rish va tekshirish imkonini beradi. Mavzu bo‘yicha bu metoddan quyidagicha foydalaniladi: Qog‘ozga yozilgan mulohazalarni tahlil qilishadi va o‘quvchilar oldida o‘z fikrlarini isbotlab berishadi. Bunda o‘qituvchi o‘quvchilarni o‘zaro faollikka va fikr yuritishga o‘rgatadi. Hamda shu bilan birga chaqqonlikka o‘rgatadi, dunyoqarashini shakillantiradi. Agar 1-guruhning mulohazalariga 2-guruhning yoki 2-guruhning mulohazalariga 1-guruhning qarshi fikri bo‘lsa ular ham tenglanib o‘qituvchi tomonidan aniq vakuniv xulosa chiqariladi.

1-guruh.



Tasdiqlardan qaysilari to'g'ri, qaysilari noto'g'ri:
○ agar son 10 ga bo'linsa, u son 5 ga ham bo'linadi;
○ agar son 5 ga bo'linsa, u son 10 ga ham bo'linadi;
○ agar son 2 ga bo'linsa, u son 10 ga ham bo'linadi;
○ agar son 5 ga bo'linsa, u son 2 ga ham bo'linadi?
Xulosa chiqara olasizmi? Misollar keltiring.

2-guruh.



Quyidagi mulohazalar o'rinlimi:
○ toq sonlar: 3 ga karrali, 9 ga karrali;
○ oxirgi raqami 3 bo'lgan sonlar 3 ga bo'linadi;
○ oxirgi raqami 9 bo'lgan sonlar 9 ga bo'linadi?
Misollarda tushuntiring.

Qaysi guruh eng to'g'ri va aniq javoblar bera olsa o'sha guruh g'olib bo'ladi.

4-ilova

3-topshiriq:

Frontal holda so'rash

Barcha o'quvchilarning o'tilgan dars mavzusini qanday o'zlashtirgani aniqlanadi. Ularga beriladigan savollar ketma-ket so'rab boriladi va hamma o'quvchilarning fikrlari shunga qaratiladi. Frontal savol-javobda qisqa tanaffus bo'lmay, bir savolni bilmagan o'quvchidan "sakrab" o'tilib, ikkinchi o'quvchidan so'raladi.

Savol-javobda butun sinf o'quvchilari faol ishtirok etadilar.

1. 2 ga bo'linish alomati.
2. 3 ga bo'linish alomati.
3. 4 ga bo'linish alomati.
4. 5 ga bo'linish alomati.
5. 6 ga bo'linish alomati.
6. 7 ga bo'linish alomati.
7. 64-56 soni 4 ga bo'linadimi?

8. 1653-78* ayirma 2 ga bo'linishi uchun * o'rniga qanday sonlarni qo'yish mumkin?
9. 8964 soni 9 ga bo'linadimi?
10. 5 ga ham 9 ga ham bo'linadigan sonlar yana qanday songa bo'linadi?
11. 868 soni 6 ga bo'linadimi?

Yuqorida qayd qilingan usullarning qo'llanishi borasida o'quvchilarning fikrlash qobiliyatining o'sishi va fanini o'zlashtirishi ancha yuksaladi. Shuningdek, bunda o'quvchining turli savollar o'ylashi, savolga to'g'ri va to'liq javob bera olishi, olgan bahosini izohlashi, o'z bilimini mustaqil tekshirishi, musoboqalarda faol qatnashishi hamda mustaqil fikrlay olish imkoniyati ortadi. Bu esa o'quvchilarning bilim saviyasining o'sishiga ijobiy ta'sir ko'rsatadi.

Demak, yuqorida keltirilgan usullar zamonaviy pedagogik texnologiyaning bir ko'rinishi bo'lib, u o'quvchilar fikrini maqsadli yo'naltirishga, ta'lim berish natijalarini oldindan aniqlashga va ularning yaxshi natijalarga erishishini ta'minlashga qaratilgan.

III. YANGI MAVZU BAYONI.

5- ilova

Mavzu: Tub va murakkab sonlar.

Reja:

1. Tub va murakkab sonlar.
2. Eratosfen g'alviri.
3. Sonlarni tub ko'paytuvchilarga ajratish.

1-Slayd

Agar natural son faqat ikkita bo'luvchiga (1 ga va o'ziga bo'linsa) u **tub** son deyiladi.

Shu ta'rifga asosan 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 sonlari tub sonlar bo'ladi. Tub sonlar ta'rifiga asosan, 1 soni tub son emas.

Agar natural son ikkitadan ortiq bo'luvchiga ega bo'lsa, bunday son **murakkab** son deyiladi.

Shu ta'rifga asosan 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16 sonlari murakkab bo'ladi. Murakkab sonlar ta'rifiga asosan, 1 soni murakkab son emas.

Tub sonlar jadvalini tuzishning eng soddasi va shu bilan birga eng qadimiysini yunon matematigi **Eratosfen** taklif qilgan. Bu usul sonidan katta bo'lmagan tub sonlarni topish usulidir. Bu usul bo'yicha biror natural songacha bo'lgan barcha natural sonlar ketma-ketligini yozib chiamiz va ular orasidan murakkab sonlarni o'chiramiz, natijada o'chirilmay qolgan sonlar **tub** sonlar bo'ladi. Bunday usul bilan tuzulgan tub sonlar jadvali "**Eratosfen g'alviri** " nomi bilan ma'lum. Eratosfen natural sonlarni mum bilan qoplangan taxtachaga yozib, murakkab sonlarni igna bilan teshgan, natijada teshiklar hosil bo'lgan. Taxta xuddi g'alvirni eslatadi. Undan murakkab sonlar elanib tushib ketib, tub sonlarga qolgan. Eratosfen tub sonlar jadvalini faqat 1000 gacha natural sonlar uchun keltirgan.



Masalan, bu usulni 25 dan katta bo'lmagan tub sonlarni topishda qo'llaymiz:

1. 2 dan 25 gacha natural sonlarni quyidagicha yozamiz:

2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

2. 2 dan boshqa uning barcha karra-lilarini o'chiramiz:

2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

3. 3 dan boshqa uning barcha karra-lilarini o'chiramiz:

4- slayd

Birinchi – eng kichik tub son 2 ga teng. 2 – juft tub son. Qolgan barcha tub sonlar toq sonlardir. Tub sonlar cheksiz ko'p.

5-slayd

Natural sonlarni **tub ko'paytuvchilarga ajratish** – uni tub sonlarning ko'paytmasi shaklida tasvirlash demakdir. Agar murakkab son o'zining faqat tub sondan iborat ko'paytuvchilari ko'paytmasi shaklida ifodalangan bo'lsa, bu murakkab son tub ko'paytuvchilarga ajratilgan (yoyilgan) deyiladi. Natural sonlarni tub ko'paytuvchilarga ajratishda quyidagi usuldan foydalanamiz.

Misol. 315 ni tub ko'paytuvchilarga ajrating.

315	3	
105	3	
35	5	
7	7	
1		

$$315 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

yoki kanonik ko'rinishda $315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7.$

Bring Ring (Aql jangi) o'yin texnologiyasidan foydalanamiz. Mazkur texnologiyani o'tkazish uchun o'quvchilarni kichik guruhlariga ajratiladi.

O`yin qoidasi bilan tanishtiriladi, yani, bunga ko`ra guruhlarga mavzuga tegishli bo`lgan tezkor savollar beriladi, qaysi guruh savolning javobini birinchi topsa, qo`lini ko`tarib ixtiyoriy bitta tub son aytadi va javobni bayon qiladi. Agar qaysidir guruh savol to`liq o`qilmasdan turib aytsa bu javob hisobga olinmaydi. Agar birinchi bo`lib javob bergan guruh noto`g`ri javob bersa keying guruhlarga o`ylash uchun yana bir daqiqa beriladi va bu metoddan foydalanishimizning asosiy sababi bu o`yinning e`lon qilinishida tub sonni aytib parol so`z sifatida foydalanib bevosita mavzuga ta`lluqli bo`lib, o`quvchilarga bugungi mavzumiz asosida shu tub sonlarni mukammalroq tarzda o`rganib olishlariga yanada katta imkoniyat bo`ladi. Hamda shu bilan birga bu metod orqali o`quvchilar tezkorligi oshiriladi, ular orasida o`zaro hurmat va bir-birini tinglash madaniyati shakillantiriladi. Har bir to`g`ri javob 5 baldan baholanadi.

1. Tub son ta`rifi va eng kichik tub son.
2. Murakkab son va eng kichik murakkab son.
3. Eratosfen g`alviri haqida tushuncha.
4. Eratosfen g`alviridan foydalanib 1 dan 30 gacha bo`lgan sonlar orasidagi tub sonlarni toping.
5. a ning qanday natural qiymatlarida $29 \cdot a$ ko`paytma: a) tub son, b) murakkab son bo`ladi?
6. Uchta ketma-ket kelgan natural sonlar yig`indisi tub son bo`ladimi?
7. 19, 28, 31, 45, 53, 59, 81, 89, 104 va 156 sonlaridan qaysilari tub, qaysilari murakkab?
8. Qo`sh tengsizlikning tub yechimlarini toping:
1) $10 < x < 18$; 2) $27 < y < 37$; 3) $23 \leq y < 34$.
9. 252 ning barcha tub bo`luvchilari ko`paytmasini toping.
10. 374 ning barcha tub bo`luvchilari yig`indisini toping.

UYGA VAZIFA. Mavzuni o`qib o`rganib kelish. Mavzu bo`yicha asosiy xulosalarni yozib kelish. Nazorat savollariga tayyorlanib kelish. Darslikda berilgan misollarni ishlab kelish.

XULOSA

1.Tadqiqot natijalari bo'yicha quyidagi xulosalar va ularning asoslanishi.

1.1. Umumta'lim maktablari matematika kursini o'qitish jarayonida tub va murakkab sonlar mavzusini o'rganishda o'quvchilar faolligini oshirish shakllantirishdan dastlab nazariy tushunchalar va ta'riflar ustida ishlash, umumlashtirish va konkretlashtirishga o'rgatish tub va murakkab sonlarning turli masalalarni echishga qo'llanilishi tadqiq etish hamda ularning qo'llanilishiga doir misol va masalarni echa olishga o'rgatish muhim o'rinni egallaydi.

1.2. O'quvchilar faolligini oshirish uchun tub va murakkab sonlar mavzusiga doir mashq va topshiriqlarni bajarish bosqichlari asosida o'rgatish, ular yordamida tahlil qilish, tadqiqot o'tkazish ularning mantiqiy matematik faoliyat tadbirlarini o'quvchilarning amaliy faoliyatda zarurligi va qo'llash usullariga o'rgatishda foydalanish o'quvchilarning bilim saviyalarining oshishiga va fikrlashlarini o'stirishga ijobiy ta'sir ko'rsatadi.

1.3. Tub va murakkab sonlar mavzusiga oid konkret mashqlar va masalalar echish jarayonida nazariy mantiqiy savollardan foydalanish na faqat o'quvchilarning mantiqiy tafakkur ko'nikmalarini rivojlantirishga, balki nazariy koida va formulalarning tadbirlarini o'zlashtirilishini ta'minlaydi va ularni bosqichma-bosqich tafakkur usullari mohiyatini tushunishlariga xizmat qiladi.

1.4. O'quvchilar faolligini oshirishda tub va murakkab sonlar mavzusini xossalari va ularning masalalarga echishga qo'llash usullari haqidagi bilimlar va ko'nikmalarni shakllantirishda yangi pedagogik texnologiyalarni qo'llash: loyihalash usuli, axborot –kommunikativ vositalaridan foydalanish, turli interfaol dars usullarini qo'llashi, bunda o'qituvchining turli imkoniyatlardan foydalana olishi, tayyorlovchi savol va topshiriqlardan o'rinli foydalana olishini talab etadi.

2.Erishilgan asosiy natijalar. Tub va murakkab sonlar mavzusini o'rganishda o'quvchilar faolligini oshirishning nazariy asoslarini hamda ularning usullari xususiyatlari ochib berildi; tenglama va tengsizliklar o'rganishda o'quvchilar faolligini oshirish turli interfaol usullardan foydalana olish

imkoniyatlari aniqlandi; tenglama va tengsizliklarni echish o'quvchilar faolligini oshirishda loyihalash, kompyuter texnologiyalarini qo'llash darsini tashkil etish imkoniyatlari va usullarini aniqlashga imkon berdi; tenglama va tengsizliklar o'rganishda o'quvchilar faolligini oshirishda an'anaviy usullardan foydalana olishga doir uslubiy ishlanmalar va tavsiyalar ishlab chiqildi;

3.Talaba shaxsan erishgan natijalar.

3.1. Mavzu yo'nalishida mavjud ilmiy- uslubiy adabiyotlarni o'rgandi va tahlil qildi, ishning dolzarbligini asosladi.

3.2. Tub va murakkab sonlar mavzusini oid nazariy tushunchalar, va ularni echish usullarini o'rganish hamda turli tipdagi mashklar va misollar echish asosida yangi pedagogik texnologiyalardan foydalanish asosida talabalar bilim va ko'nikmalarini rivojlantirish bo'yicha tavsiyalarini ishlab chiqdi.

3.3. Ishda berilgan zaruriy tavsiyalar mashqlar va masalalarni echib muhokama qilish asosida dars jarayonida qo'llab ko'rdi va xulosalar chiqardi.

4.Takliflar va tavsiyalar. O'quvchilarning tub va murakkab sonlar mavzusini o'rganishda Evklid algoritmi, arifmetikaning asosiy teoremasi , EKUB va EKUK larni topish hamda bo'linish alomatlari va tenglamalarni natural sonlarda yechish ko'nikmalarni shakllantirishda turlicha savol va topshiriqlar, loyihalar matematika kursini o'qitishda o'quvchilarda na faqat puxta bilimlar egallashlariga, balki o'quvchilar faolligini oshirish asosida ularning fikrlash ko'nikmalari, isbotlash usullari, tub va murakkaab sonlar to'g'risidagi bilimlari mustahkamlashga, mantiqiy asoslash va tadqiq etishni talab etadigan biz ishlab chiqqan tavsiyalardan foydalanishlari muhim ta'sir ko'rsatadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YHATI

1. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. – Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1960 г.
2. Гальперин Г. Просто о простых числах. - ж.Квант №4, 1987
3. ГарднерМ. “Математические досуги” -М.Мир, 1972 стр. 410
4. Глейзер Г.И.. История математики в школе. Пособие для учителей. М.: Просвещение, 1981.
5. Занимательно о физике и математике. Библиотека «Квант» 1987г.
6. За страницами учебника алгебры. Л.Ф.Пичурин «Просвещение» 1990г.
7. Колмогоров А.Н. Решето Эратосфена - ж.Квант,№3 ,1984
8. Ключиков С.Ф. Числа и познание мира. – Мариуполь: Полиграфический центр газеты «ИнформМеню». 1997г.
9. Математические миниатюры . А.П.Савин «Детская литература» 1991г.
- 10.Математика. 6 класс. Учеб. для общеобразоват. учреждений
- 11.Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. – 30-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2013. – 288 с.
- 12.Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В., Потапов М.К. Старинные занимательные задачи. - М.: "Вита-Пресс", 1994.
- 13.С математикой в путь. Н.Лэнгдон, Ч.Снейп. «Педагогика» 1987г.
- 14.Фигурные числа. А.Бендукидзе. Физико-математический журнал, Квант, 1974г., №6.
- 15.Тудинов Б.А. Пичурин Л.Ф. За страницами учебника алгебры. - М.: Просвещение,1990.
- 16.Чекмарев Я.Ф. Арифметика. – М.: Учпедгиз, 1948.
- 17.Энциклопедия для детей. Математика. Москва. Аванта+,2002г.
- 18.Интернет портал «Научная библиотека»
- 19.Интернет портал «Clever Students»

- 20. Интернет портал «Школьный помощник»
- 21. http://ru.wikipedia.org/wiki/Решето_Эратосфена
- 22. <http://www.natalimak1.narod.ru/prost.htm>
- 23. <http://intoclassics.net/news/2010-11-22-19805>
- 24. Математические этюды <http://www.etudes.ru/ru/sketches/>

ILOVALAR

S. Ulam dasturxononi.



Stanslav Martin Ulam (1909-1984) –
amerikalik matematik, uning usuli ning
mohiyati va maqsadi natural sonlar orasida
tub sonlarni topishdan iborat.

U 1 dan 65 000 gacha sonlarni spiral bo'yicha yozib chiqqanda tub sonlar to'g'ri chiziqlar bo'yicha joylashishini aniqladi.



Buni yaqqol ko'rish uchun 41 dan boshlab sonlarni yozsak, tub sonlar spiralning
diagonali bo'yicha joylashaganligini ko'rish mumkin

57	56	55	54	53
58	45	44	43	52
59	46	41	42	51
60	47	48	49	50
61	62	63	64	65

Ris. 3

Amaliy mashg'ulot

2.1 Tub sonlar qonuniyatlari va xossalari

2.2 1-tajriba 1. Tub sonlar jadvali bilan ishlash

Natijada 1000 gacha sonlar orasida tub sonlar 168 ta ekan

1 dan 100 gacha sonlar orasidagi tub sonlar: 25 ta	2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97
101 dan 200 gacha sonlar orasidagi tub sonlar: 21 ta	101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199
201 dan 300 gacha sonlar orasidagi tub sonlar: 16 ta	211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293
301 dan 400 gacha sonlar orasidagi tub sonlar: 16 ta	307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397
401 dan 500 gacha sonlar orasidagi tub sonlar: 17 ta	401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499
501 dan 600 gacha sonlar orasidagi tub sonlar: 14 ta	503, 509, 521, 523, 541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 587, 593, 599
601 dan 700 gacha sonlar orasidagi tub sonlar: 16 ta	601, 607, 613, 617, 619, 631, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 673, 677, 683, 691

701 dan 800 gacha sonlar orasidagi tub sonlar: 14 ta	701,709, 719, 727, 733, 739, 743, 751, 757, 761, 769, 773, 787, 797
801 dan 900 gacha sonlar orasidagi tub sonlar: 15 ta	809, 811, 821, 823, 827, 829, 839, 853, 857, 859, 863, 877, 881, 883, 887
901 dan 1000 gacha sonlar orasidagi tub sonlar: 14 ta	907, 911, 919, 929, 937, 941, 947, 953, 967, 971, 977, 983, 991, 997

2-tajriba. 1000 gacha bo'lgan egizak sonlar(2 ga farq qiluvchi tub sonlar) juftlari soni topish:

35 ea juft

500 gacha sonlar juftlar: 3-5; 5-7; 11-13; 17-19; 29-31; 41-43; 59-61; 71-73; 101-103; 107-109; 137-139; 149-151; 179-181; 191-193; 197-199; 227-229; 239-241; 269-271; 281-283; 311-313; 347-349; 419-421; 431-433; 461-463. (24 ta juft)

500 dan 1000 gacha egizak sonlar juftlari: 521-523; 569-571; 599-601; 617-619; 641-643; 659-661; 809-811; 821-823; 827-829; 857-859; 881-883. (11 juft.)

Palindrom sonlar: 16 ta (o'rtaga nisbatan simmetrik sonlar) (11,101, 131, 151, 181, 191, 313, 353, 373, 383, 727, 757, 787, 797, 919, 929).

*O'z o'ziga simetrik tub sonlar:*107 – 701, 113 – 311, 149 – 941,

157 – 751, 167 – 761, 179 – 971, 199 -991, 337- 733, 347 – 743,

359 – 953, 389 – 983, 709 – 907, 739 -937, 769 – 967 (14 juft)

Xulosa: tub sonlar soni sekin asta kamayib boradi.

2.2. Tub sonlarga doir masalalar sistemasi.

№1.

1. Quyidagi sonlarda qaysi biri tub son:

a) Sizning tugʻilgan yilingiz

b) Hozirgi yil

v) Sizning uy nomeringiz.

2. 1973 tub sonidan keyin keladigan navbatdagi tub sonni toping .

Yechish: 1974 – 2 ga boʻlinadi; 1975 – 5 ga boʻlinadi; 1976 – 2 ga boʻlinadi; 1977 – 3 ga boʻlinadi; 1978 – 2 ga boʻlinadi; 1979 – hech narsaga boʻlinmaydi

Demak, 1979 tub son.

3. 90 dan 96 gacha yettita murakkab sonni oʻz ichiga oladi. 9 ta ketma-ket kelgan murakkab sonlarni toping .

Yechish: 140 – 148, chunki ular 139 va 149 tub sonlar orasida joylashgan.

№2.

1. Har bir yuzlik uchun tub sonlar jadvallarini tuzing .

Yechish:

1) 1 – 100

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

2) 101 – 200

101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 17, 179, 181, 191, 193, 197, 199.

11

3) 201 – 300

211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293.

4) 301 – 400

307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397.

5) 401 – 500

401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499.

6) 501 – 600

503, 509, 521, 523, 541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 587, 593, 599.

7) 601 – 700

601, 607, 613, 617, 619, 631, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 673, 677, 683, 691.

8) 701 – 800

701, 709, 719, 727, 733, 739, 743, 751, 757, 761, 769, 773, 787, 797.

9) 801 – 900

809, 811, 821, 823, 827, 829, 839, 853, 857, 859, 863, 877, 881, 883, 887.

10) 901 – 1000

907, 911, 919, 929, 937, 941, 947, 953, 967, 971, 977, 983, 991, 997.

2. 10001 – 10100 oraliqdagi tub sonlar sonini topishga harakat qiling.

Yechish: 10007, 10009, 10037, 1039, 1061, 10067, 10069, 10079, 10091, 10093, 10099; ya'ni 11 ta tub son

№3.

1. a) Kim va qachon sonlarni juft va toq sonlarga, tub va murakaab sonlarga bo'lgan? (Pifagor)

b) Sizningcha bunga u qanday qilib erishgan? (kuzatish orqali)

v) Tub sonlar kao'f qilinmasligi ham mumkin edimi? (Bunday bo'lishi mumkin emas)

2. 1 dan 50 gach tub sonlarni Eratosfen g'alviri yordamida toping.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47.

3. Leonard Eylerning tub sonlar formulasi 41 ta tub sonni topish mumkin bu:

$p = x \cdot x - x + 41$ agar $x = 0, 1, 2 \dots 40$. bo'lsa. Bu formula yordamida beshta tub sonni toping.

p = tub son; x = noldan 40 gacha natural son.

1) $0 \times 0 - 0 + 41 = 41$.

2) $5 \times 5 - 5 + 41 = 61$.

3) $20 \times 20 - 20 + 41 = 421$.

4) $3 \times 3 - 3 + 41 = 47$.

5) $40 \times 40 - 40 = 1601$