O’ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O’RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

ALISHER NAVOIY NOMIDAGI
SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI
MEXANIKA-MATEMATIKA FAKULTETI

”NAZARIY VA AMALIY MEXANIKA” KAFEDRASI

TURDIBEKOV JAVLONBEK

STATIK ANIQMAS SISTEMALAR UCHUN EPYURALARNI CHIZISHDA KO’CHISHLAR USULIDAN FOYDALANISH

”5140300 -mexanika” ta’lim yunalishi bo’yicha
bakalavr darajasini olish uchun

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Ilmiy rahbar: dots. Berdiyev Sh.
2018 yil “____” _______________

Bitiruv malakaviy ishi ”Nazariy va amaliy mexanika” kafedrasida bajarildi.
Kafedraning 2018 yil ”11” maydagi majlisida muhokama qilindi va himoyaga tavsiya etildi (10-bayonnoma)

Fakultet dekani: prof. Begmatov A.H.
Kafedra mudiri: dots. Berdiyev Sh.

Bitiruv malakaviy ishi YaDAKning 2018 yil ”___” iyundagi majlisida himoya qilindi va _____ ball bilan baholandi. (___- bayonnoma)
YaDAK raisi: _____________________
A’zolar: _____________________
____

Samarqand 2018

Mexanika-matematika fakulteti ”Mexanika” ta’lim yo’nalishi

4-kurs talabasi Turdibekov Javlonbekning

”Statik aniqmas sistemalar uchun epyuralarni chizishda ko’chishlar usulidan foydalanish” nomli bitiruv malakaviy ishiga

Taqriz

Talaba Turdibekov Javlonbek tomonidan tayyorlangan bitiruv malakaviy ishi kirish, 2 ta bob, 9 ta paragraf, xulosa va foydalanilgan asosiy adabiyotlar ro’yxatidan iborat.

Birinchi bob elastik sistemada ko’chishlarni aniqlash, ko’chishlar va ularni belgilash, tashqi kuchlarning bajargan ishi, ichki kuchlarning bajargan ishi, ishlarning o’zaro bog’lanishi teoremasi va ko’chishlarni o’zaro bog’lanish teoremasi kabi asosiy tushunchalarga bag’ishlangan.

Ikkinchi bobda ramalardagi gorizantal ko’chishlarni aniqlashning universal formulasi va Vereshchagin usuli qaralgan, ramalarda hosil bo’ladigan ichki zo’riqish kuchlari aniqlangan, tashqi yuklarni almashtirish, noma’lumlarni guruhlash usullaridan foydalanib amaliy masalalar yechilgan va ramalardagi noma’lum zo’riqish kuchlari M, Q va N epyuralar shaklida tasvirlangan.

Umuman olganda talaba Turdibekov Javlonbek tomonidan tayyorlangan ”Statik aniqmas sistemalar uchun epyuralarni chizishda ko’chishlar usulidan foydalanish” nomli bitiruv malakaviy ishi qo’yilgan barcha talablarga javob beradi va ish muvaffaqiyatli himoya qilinsa uning muallifiga bakalabr darajasini berish mumkin deb hisoblayman.

Taqrizchi: Sam DAQI “Materiallar qarshiligi
va qurilish mexanikasi” kafedrasi assistenti D.Xoliqov

Mexanika-matematika fakulteti ”Mexanika” ta’lim yo’nalishi

4-kurs talabasi Turdibekov Javlonbekning

”Statik aniqmas sistemalar uchun epyuralarni chizishda ko’chishlar usulidan foydalanish” nomli bitiruv malakaviy ishiga ilmiy rahbar

MULOHAZASI

Talaba Turdibekov Javlonbek tomonidan tayyorlangan bitiruv malakaviy ishi kirish, ikkita bobdan iborat. Birinchi bobda oltita, ikkinchi bobda uchta paragraf, xulosa va foydalanilgan asosiy adabiyotlar ro’yxati keltirilgan.

Birinchi bob elastik sistemada ko’chishlarni aniqlashga bag’ishlangan. Bunda ko’chishlar va ularni belgilash, tashqi kuchlarning bajargan ishi, ichki kuchlarning bajargan ishi, elastik sistemada deformatsiyaning potensial energiyasi, ishlarning o’zaro bog’lanishi teoremasi va ko’chishlarni o’zaro bog’lanish teoremasi kabi asosiy mulohazalarga bag’ishlangan.

Ikkinchi bobda ramalardagi gorizantal ko’chishlarni aniqlashning universal formulasi yordamida Vereshchagin usuli qo’llanilgan, bunda birlik va tashqi kuch epyuralaridan foydalanilgan. ramalarda tashqi yuklarni almashtirish, noma’lumlarni guruhlash usullaridan foydalanib amaliy masalalar yechilgan va ramalardagi noma’lum zo’riqish kuchlari M, Q va N lar topilgan. Ba’zi bir kesimlarning vertikal va burchakli ko’chishlari aniqlangan.

Umuman olganda talaba Turdibekov Javlonbek tomonidan tayyorlangan ”Statik aniqmas sistemalar uchun epyuralarni chizishda ko’chishlar usulidan foydalanish” nomli bitiruv malakaviy ishi qo’yilgan barcha talablarga javob beradi va ish muvaffaqiyatli himoya qilinsa uning muallifiga bakalabr darajasini berish mumkin deb hisoblayman.

.

Ilmiy rahbar: Berdiyev Sh.

Kirish

1. Masalaning qo'yilishi. Bitiruv malakaviy ishida ko'chishlarning unversial formulasi va Vereshchagin qoidasidan foydalanib elastik sistemalardagi ko'chishlarni aniqlash qo'yilgan.

2. Mavzuning dolzarbligi. Muhandislik konstruksiyalarida elastik sterjenli sistemalar jumladan ramalar, fermalar, arkalar va balkalar keng qo'llaniladi. Bitiruv ishi doirasida shunday konstruksiyalardan biri sifatida ramalarda hosil bo'ladigan ko'chishlarni hisoblash qarab chiqilgan. Tashqi kuchlar ta'sirida ramalarda tayanchlarning ko'chishi (siljishi) sterjenlarning birikish joylarida esa burchakli ko'chishlar hosil bo'ladi. Bularni aniqlash esa bitiruv ishining dolzarbligi hisoblanadi.

3. Ishning maqsad va vazifalari. Bitiruv ishida asosiy maqsad qilib elastik sistemalarda jumladan ramalarda tashqi kuch ta'sirida tayanchlarning vertikal va gorizantal ko'chishlarini unversial tenglama Mor formulasi yordamida Vereshchagin qoidasidan foydalanilgan holda yechish ishning maqsadi qilib belgilangan.

4. Ishning ilmiy tadqiqot usuli. Ilmiy tadqiqot usuli sifatida tashqi kuch ta'sirida bo'lgan ramalar ixtiyoriy kesimining vertikal va burchakli ko'chishlarini analitik usulda aniqlab ularni M, Q va N sifatida epyuralarda tasvirlash orqali erishilgan.

5. Ishning ilmiy-amaliy ahamyati. Muhandislik konstruksiyalarini hisoblashda bir qancha usullarni foydalaniladi. Tashqi kuchlar ta'sirida ramalarda hosil bo'ladigan ichki zo'riqish kuchlarini epyuralarda tasvirlanganda ular murakkab shaklli bo'lishi mumkin. U holda tashqi kuch ta'sirida qurilgan U_p epyurani birik kuch $\overline{U}_i$ epyuraga ko'paytirish kerak bo'ladi. Epyuralarni ko'paytirishda Vereshchagin qoidasi qo'llaniladi. Ushbu qoidani qo'llashda murakkab yuzalartni oddiy yuzalarga ajratgan holda uning yuzi ω hisoblanadi hamda uning og'irlik markazi c topiladi va birlik epyuradagi y_i ning ordinatasiga ko'paytiriladi.

6. Ishning tuzilishi . Bitiruv malakaviy ishi kirish ikkita bob xulosa va foydalanilgan asosiy adabiyotlar ro’yxatidan iborat bo’lib jami 39 betni tashkil qiladi.

7. Olingan natejalarning qisqacha mazmuni. Ramalar uchun hisob sxemalari tanlandi, tashqi kuch ta’sirida M_P epyurasi qurildi, birlik kuchlaridan hosil bo’lgan $\overline{M}_1, \overline{M}_2$ epyuralari qurildi, kanonik tenglamalar tuzildi, Vereshchagin qoidasidan foydalanib tashqi kuch epyuralari birlik kuch epyuralariga ko’paytirildi va kanonik tenglama koeffitsientlari aniqlandi, haqiqiy $M_{\sum}$ epyurasi qurildi, $M_{\sum}$ epyurasidan foydalanib $Q_{\sum}$ va $N_{\sum}$ epyuralari qurildi. Ramalardagi tayanch va birikish joylaridagi ko’chishlari aniqlandi.

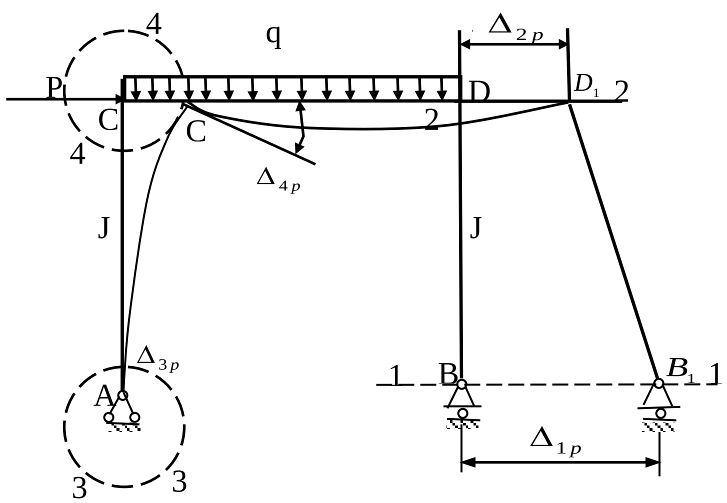
Mundarija

I-BOB. ELASTIK SISTEMALARDAGI KO'CHISHLARNI ANIQLASH

1.1- §. KO'CHISHLAR VA ULARNI BELGILASH

Tashqi kuchlar, temperatura o'zgarishi yoki tayanchlarning qo'zg'alishi ta'sirida inshoot elementlarining geometrik o'lchamlari o'zgaradi va bu o'zgarish deformatsiyasi deyiladi. Inshoot deformatsiyalanganda uning deyarli hamma nuqtalari o'zining koordinatalarini o'zgartirib, yangi vaziyatni oladi.

Deformatsiya natijasida inshoot nuqtalarining berilgan holatdan yangi holatga o'tishi ko'chish deyiladi. Masalan, 1-rasmda ko'rsatilgan siniq sterjen tashqi kuchlar (yuklar) ta'sirida deformasiyalanib, yangi holatni egallaydi. O'ng tayanch *B* holatdan B_1 holatga ko'chsin. Bu BB_1 ko'chish gorizontal ko'chish deyiladi. *A* kesim biror burchakka buriladi, *C* va *D* tugunlar ham gorizontal ko'chish bilan birga biror burchakka buriladi. Inshoot nuqtalarining ko'chishlari va kesimlarning burilish burchagini Δ_{ik} bilan belgilaymiz. Birinchi indeks kesim ko'chishining yo'nalishini, ikkinchi indeks esa bu ko'chishning hosil bo'lish sababini ko'rsatadi. Masalan, 1-rasmda ko'rsatilgan sxemada bir necha nuqtalarning ko'chishlarnni belgilaymiz: Δ_{1P}-*B* kesimning *1-1* yo'nalishi bo'yicha tashqi *(P* va *q)* kuchlar ta'sirida ko'chishi; Δ_{2P}-*D* tugunning gorizontal *2-2* yo'nalish bo'yicha tashqi *(P* va *q)* kuchlar ta'sirida ko'chishi; Δ_{3P}-*A* kesimning *3-3* yo'nalish bo'yicha *P* va *q* kuchlar ta'siridan ko'chishi; Δ_{4P}-*C* tugunning *4-4* yo'nalish bo'yicha *P* va *q* kuchlar vujudga keltirgan burilish burchagi.

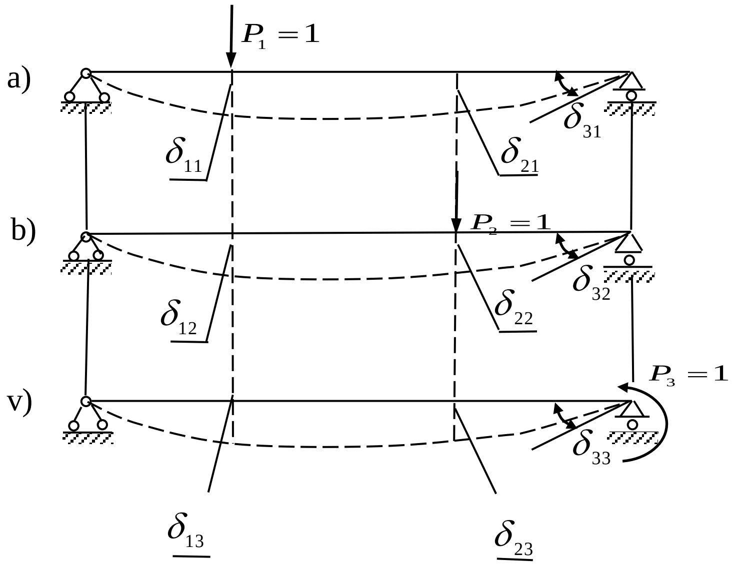


1-rasm

Deformatsiyalanuvchi sistemalar quyidagi xususiyatlarga ega deb qabul qilinadi: 1) sistemaning materiali ideal elastik va chiziqli deformatsiyalanuvchi; 2) yuklar ta'sirida sistemaning asosiy o'lchamlari deyarli o'zgarmaydi; 3) kuchlar ta'siri mustaqillik prinsipiga bo'ysunadi; 4) materialning istalgan nuqtasidagi kuchlanish proporsionallik chegarasidan oshmaydi.

Birlik kuch *(P*= 1) ta'siridan vujudga kelgan ko'chishni δ_{ik} bilan belgilaymiz va u birlik ko'chish deb ataladi.

2- rasmda birlik kuch ta'sirida vujudga kelgan birlik ko'chishlar ko'rsatilgan: δ_{11} - birlik P_1 kuch yo'nalishi bo'yicha $P_1 = 1$ ta'siridan hosil bo'lgan ko'chish; δ_{21}-



$2 - rasm$

ikkinchi birlik kuch yo'nalishi bo'yicha $P_1 = 1$ ta'siridan vujudga kelgan ko'chish; δ_{31}-uchinchi birlik kuch yo'nalishi bo'yicha $P_1 = 1$ ta'siridan vujudga kelgan ko'chish.

Kuchlar ta'sirining mustaqillik prinsipiga asosan P_1, P_2,P_3,..., P_n kuchlardan biror *i* yunalish bo'yicha hosil bo'lgan to'la ko'chish Δ_{iP} har bir kuch ta'siridan shu yo'nalish bo'yicha alohida aniqlangan ko'chishlarning yig'indisiga teng:

$$\Delta_{iP} = \delta_{iP} P_1 + \delta_{iP} P_2 + ... + \delta_{in} P_n = \sum_{k=1}^{n} \delta_{ik} P_k \qquad (1)$$

Bu formulada to'la ko'chish- tashqi kuchlarga nisbatan chiziqli funksiyadir.

1.2-§. TASHQI KUCHLARNING BAJARGAN ISHI

Agar elastik sistemaga qo’yilgan kuchlar noldan boshlab asta-sekin, bir me’yorda ortib borsa, bunday kuchlar statik qo’yilgan kuchlar deyiladi. Bu tarzda qo’yiladigan kuchlar miqdorining asta-sekin ortishi natijasida elastik inshoot qismlarida hosil bo’ladigan deformatsiyaning o’sish tezligi juda kichik bo’ladi. Shuning uchun inshootning harakatlanayotgan massalarida hosil bo’ladigan inersiya kuchlarini hisobga olmasa ham bo’ladi. Bu shartga ko’ra, deformasiyalanish jarayonida tashqi kuchlar bilan ichki elastik zo’riqishlar orasida doim muvozanat saqlanadi.

3-rasm, *a* da tasvirlangan sistema statik qo’yilgan P_i kuchning ta’sirida deformatsiyalanadi. Elastik sistemada har qanday nuqtalarning ko’chishi (Guk qonuniga asosan) uni hosil qiluvchi tashqi kuch miqdoriga to’g’ri proporsionaldir (3-rasm, *b):*

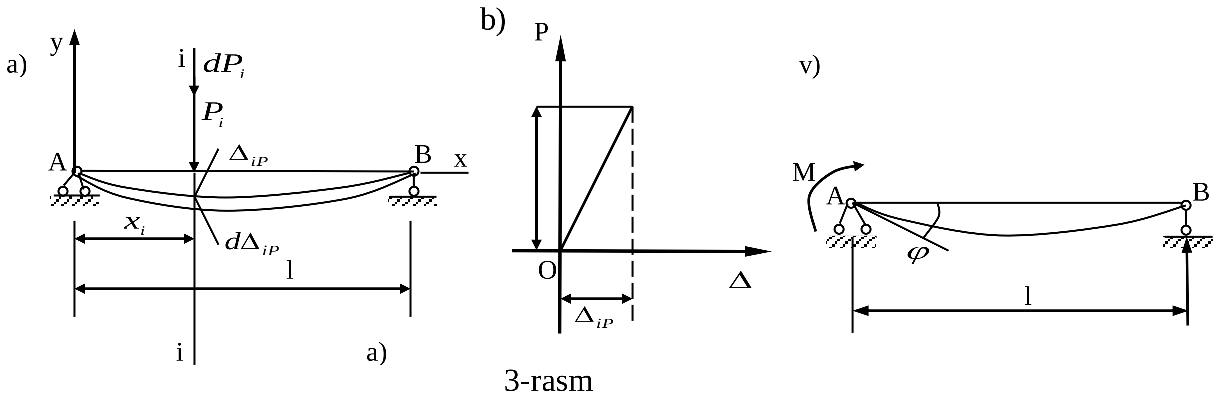
$$\Delta_{iP} = \alpha P_i \qquad (2)$$

bunda Δ_{iP}- kuch P_i dan shu kuch yo’nalishi bo’yicha hosil bo’lgan ko’chish. Bu ko’chish haqiqiy ko’chish deyiladi. α-inshoot elementlari o’lchamlariga va uning materialiga bog’liq bo’lgan koeffisiyent.

Agar tashqi P_i kuch miqdoriga cheksiz kichik dP_i orttirma berilsa, kuch qo’yilgan nuqta qo’shimcha $d\Delta_{iP}$ miqdorga ko’chadi va $P_i + dP_i$ kuch o’zi qo’yilgan nuqta bilan shu miqdorga siljib ish bajaradi. Bu kuchning $d\Delta_{iP}$ ko’chishda bajargan elementar ishi:

$$dA = (P_i + dP_i)\, d\Delta_{iP} = P_i\, d\Delta_{iP} + dP_i\, d\Delta_{iP}.$$

Bu ifodada $dP_i\, \Delta_{iP}$ ikkinchi tartibli cheksiz kichik miqdor bo’lgani uchun uni



3-rasm

e’tiborga olmasa ham bo’ladi. U holda:

$$dA = P_i d\Delta_{ip} = \alpha P_i dP_i .$$

Bu ifodani integrallab, statik qo’yilgan P_i kuchning to’la bajargan ishi miqdorini aniqlaymiz:

$$A = \alpha \int_0^{P_i} P_i dP_i = \frac{\alpha P_i^2}{2} = \frac{P_i \Delta_{iP}}{2} \tag{3}$$

A - tashqi kuchning haqiqiy bajargan ishi deb ataladi. Shunday qilib, tashqi kuchning haqiqiy bajargan ishi shu kuchni, uning yo’nalishi bo’yicha hosil bo’lgan ko’chish miqdoriga ko’paytmasining yarmiga teng.

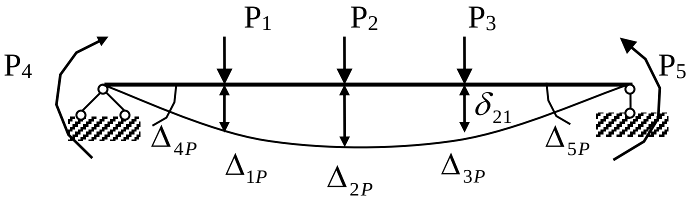
Agar sistemaga moment M ga teng bo’lgan juft kuch statik ravishda qo’yilgan bo’lsa, uning bajargan haqiqiy ishi yuqorida bayon etilgan mulohazaga asosan aniqlanadi (3- rasm, *v):*

$$A = \frac{M\varphi}{2}$$

bunda φ - juft kuch qo’yilgan ko’ndalang kesimning burilish burchagi.

Ish tushunchasini umumlashtirish uchun elastik sistemaga qo’yilgan har qanday kuch faktorlarini (P, M va hokazo) umumlashtirilgan kuch deb qaraymiz. Elastik sistemaning deformasiyalangan holatini to’la aniqlaydigan va o’zaro bog’liq bo’lmagan ko’chishlar *umumlashtirilgan ko’chishlar* deb ataladi.

Umumlashtirilgan ko’chishlar umumlashtirilgan kuchlarga mos bo’lishi kerak, ya’ni ularning ko’paytmasining yarmi umumlashtirilgan kuch bajargan ishni berishi lozim. Shunga ko’ra, umumlashtirilgan kuch P_i ga umumlashtirilgan koordinata Δ_{iP} va umumlashtirilgan juft kuch momenti M_i qo’yilgan bo’lsa, unga mos kelgan umumlashtirilgan koordinata φ_i bo’ladi. Bundan keyin umumlashtirilgan kuchlarni P_i umumlashtirilgan koordinatalarni Δ_{iP} deb belgilaymiz.



4-rasm

Agar inshootga statik umumlashtirilgan kuchlar gruppasi qo’yilgan bo’lsa (4-rasm), u holda uning bajargan to’la ishi har bir umumlashtirilgan kuchning o’ziga mos kelgan umumlashtirilgan ko’chishida bajargan ishlar yigindisiga teng bo’ladi:

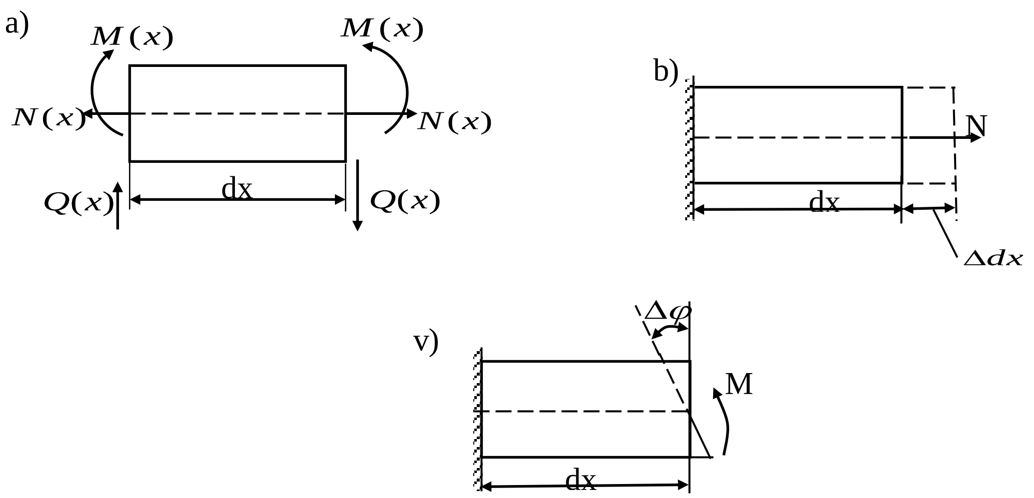
$$A = \frac{P_1\Delta_{1P}}{2} + \frac{P_2\Delta_{2P}}{2} + \ldots + \frac{P_5\Delta_{5P}}{2}, \quad \text{ya'ni} \quad A = \sum_{i=1}^{n} \frac{P_i\Delta_{iP}}{2} \qquad (4)$$

Demak, elastik sistemaga statik qo’yilgan tashqi kuchlar o’z yo’nalishlari bo’yicha shu kuchlardan hosil bo’lgan ko’chishlarda (4) ifoda bilan aniqlanadigan ish bajaradi. Bu ish tashqi kuchlarning bajargan haqiqiy ishi deb atalib, ko’chishlar yo’nalishi ularni vujudga keltiruvchi kuchlar yo’nalishiga mos kelgani uchun hamma vaqt musbat ishorali bo’ladi.

1.3-§. ICHKI KUCHLARNING BAJARGAN ISHI

Tashki kuchlar bilan yuklangan elastik sistemaning har bir ko’ndalang kesimida ichki zo’riqish kuchlari *M*, Q, *N* va ularga mos deformatsiyalar hosil bo’ladi. Tashqi kuchlar statik ravishda ortib borsa, ichki zo’riqish kuchlari va deformatsiyalar ham statik ravishda ortib boradi.

Tashqi kuchlar ta’siridagi elastik sistemaning biror elementini uning o’qiga tik bo’lgan ikki tekislik bilan kesib, undan cheksiz kichik *dx* uzunlikdagi bo’lakcha (element) ajratib olib uni tekshiramiz. Bu elementning chap va o’ng tomonidagi tashlab yuborilgan qismlarining ta’sirini ichki zo’riqish kuchlari: eguvchi moment *M(x)*, bo’ylama kuch *N(x)* va ko’ndalang kuch *Q(x)* bilan almashtiramiz (5- rasm, *a)*.



5- rasm.

Ichki zo’riqish kuchlari (*M*, *N* va *Q*) butun sterjenga nisbatan ichki kuchlar bo’ladi. Lekin ajratilgan elementga nisbatan ular tashqi kuchlar vazifasini bajaradi. Ichki zo’riqish kuchlarining ajratib olingan elementining tegishli deformatsiyalarida bajargan elementar ishini aniqlaymiz:

1. Bo’ylama kuch *N* ta’sirida uzunligi *dx* bo’lgan elementni tekshiramiz. Elementning chap tomondagi kesimni qo’zg’almas qilib mahkamlanib, uning o’ng tomoniga bo’ylama kuchni ta’sir ettiramiz (5- rasm, *b)*. Bo’ylama kuchning element deformatsiyalanishida bajargan elementar ishi (3) formulaga asosan:

$$dA_N = \frac{N\Delta dx}{2}.$$

Guk qonuniga asosan $\Delta dx = \dfrac{Ndx}{EF}$, u holda

$$\Delta A_N = \frac{N^2 dx}{2EF}, \tag{5}$$

bunda EF — sterjen ko’ndalang kesimining cho’zilish (siqilish) dagi bikrligi.

2. Eguvchi momentning bajargan ishini aniqlaymiz (5-rasm, v). Elementning chap kesimini mahkamlab, uning o’ng kesimiga eguvchi mo-

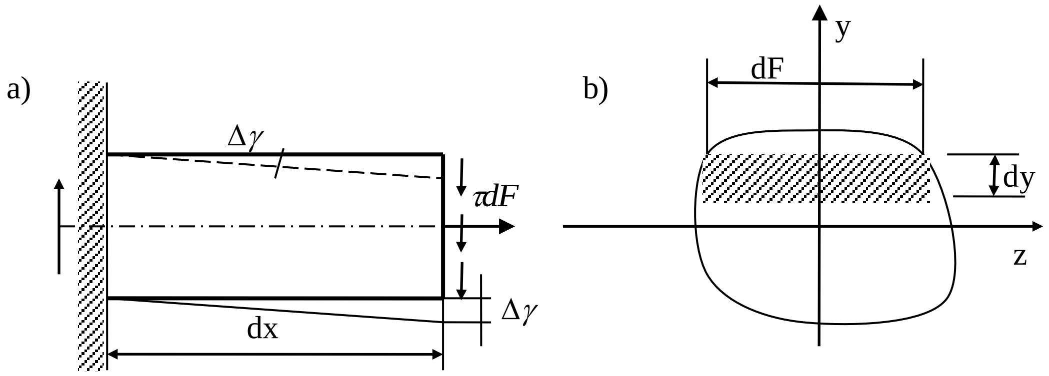
ment M ni ta’sir ettiramiz. U holda o’ng kesim $\Delta\varphi$ burchakka buriladi, uning miqdori quyidagi formulaga asosan aniqlanadi:

$$\Delta\varphi = \frac{Mdx}{EF}, \tag{6}$$

Elementga statik ravishda qo’yilgan eguvchi momentning burchakli ko’chishda bajargan elementar ishi (3') formulaga asosan:

$$\Delta A_N = \frac{M\Delta\varphi}{2} = \frac{M^2 dx}{2EF} \tag{7}$$

3. Ko’ndalang kuch Q ning bajargan elementar ishini hisoblaymiz (6- rasm, *a)*. Elementning chap kesimini mahkamlab, uning o’ng kesimidagi dF elementar yuzaga urinma zo’riqish kuch τdF ni ta’sir ettiramiz.



6-rasm

Bunday urinma zo’riqishlarning teng ta’sir etuvchisi ko’ndalang kuch Q ga teng bo’ladi, ya’ni $Q = \int\limits_F \tau dF$ D.I.Juravskiy formulasiga asosan, urinma kuchlanish ifodasini yozamiz:

$$\tau = \frac{QS_z^{ajr}}{J_z b_z},$$

bunda S_z^{ajr} – ko’ndalang kesimda urinma kuchlanish aniqlanadigan nuqtadan yuqoridagi yuzaning neytral o’qqa nisbatan olingan statik momenta; b_z - urinma kuchlanish aniqlanadigan qatlamdagi ko’ndalang kesimning eni **(**6- rasm, b).

τdF urinma zo'riqishlar ta'sirida elementning chekka kesimlari bir-biriga nisbatan $\gamma dx = \frac{\tau}{G} dx$ miqdorga siljiydi. Q zo'riqishning bu ko'chishda bajargan ishini (3) formulaga asosan quyidagicha yozamiz:

$$dA_Q = \int_F \frac{\tau dF \gamma dx}{2} = \int_F \frac{\tau^2 dF dx}{2G} = \frac{Q^2 dx}{2GJ^2} \int_F \frac{S_z^2}{b_z^2} dF$$

Yoki
$$dA_Q = \eta \frac{Q^2}{2GF}, \tag{8}$$

bunda
$$\eta = \frac{F}{J^2} \int \frac{S^2}{b_z^2} dF, \tag{9}$$

η - sterjen ko'ndalang kesimining shakliga bogliq bo'lgan koeffitsiyent.

Masalan, to'g'ri to'rtburchakli kesim uchun η ning qiymatini **(9)** formulaga asosan hisoblaymiz **(6**-rasm, *v):*

$$B_F = b, \quad J_z = \frac{bh}{12}, \quad S_z^{ajr} = \frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right), \quad F = bh,$$

$$\eta = \frac{bh}{\frac{b^2h^2}{12z}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{b^2\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)^2 bdy}{2^2 b^2} = 1.2.$$

Doirasimon ko'ndalang kesim uchun η = 1,18; qo'shtavrli profillar uchun esa $\eta \approx \frac{F}{F_{dev}}$ deb qabul qilingan. Bu yerda F_{dev} -qo'shtavrli profil devorining yuzi.

Element ichki zo'riqish kuchlarining bajargan elementar to'la ishi dA_N, dA_M, dA_Q larning yig'indisiga teng bo'ladi, ya'ni:

$$dA = dA_N + dA_M + dA_Q = \frac{N^2 dx}{2EF} + \frac{M^2 dx}{2EF} + \mu \frac{Q^2 dx}{2GF}$$

Bu ifodani sistemadagi hamma sterjenlarning har bir uchastkasi oralig'i bo'yicha integrallab, so'ngra yig'indisini olsak, zo'riqishlarning bajargan to'la haqiqiy ishi aniqlanadi:

$$A = \sum_{n=1}^{n} \int_0^{a_i} \frac{M^2 dx}{2EJ} + \sum_{n=1}^{n} \int_0^{a_i} \frac{N^2 dx}{2EJ} + \sum_{n=1}^{n} \eta \int_0^{a_i} \frac{Q^2 dx}{2GF}$$

1.4-§. ELASTIK SISTEMADA DEFORMATSIYANING POTENSIAL ENERGIYASI

Elastik sistemalar injenerlik inshootining bir qismi bo'lib, ular yuqorida ko'rilganidek, tashqi kuchlar qo'yilishi prosessida deformatsiyalanadi va natijada o'nga ta'sir etayotgan tashqi kuchlar ish bajaradi. Bu ishning ozgina qismi materialning ichki ishqalanishlarini yengishga va temperaturaning o'zgarishiga sarf bo'ladi. Ammo elastik sistemalarda ishning bu sarfi juda kichik miqdorni tashqi qilgani uchun ularni hisobga olmasa ham bo'ladi.

Tashqi kuchlar ta'sirida elastik sistema deformatsiyalanishi natijasida unda deformatsiyaning potensial energiyasi yig'ilib boradi. Tashqi kuchlarning bajargan to'la ishi to'liq, holda deformatsiyaning potensial energiyasiga aylanadi. Elastik sistemaga qo'yilgan tashqi kuchlarni asta-sekin statik ravishda qaytarib olish prosessida esa deformatsiyaning potensial energiyasi ichki zo'riqish kuchlarining bajargan ishiga aylanadi.

Energiyaning saqlanish qonuniga asosan, elastik sistemada tashqi kuchlarning bajargan to'la ishi mikdor bo'yicha undagi deformasiyaning potensial energiyasiga teng bo'ladi:

$$A = W,$$

bunda A - tashqi kuchlarning bajargan to'la ishi, W —deformatsiyaning potensial energiyasi.

(10) formulaga asosan potensial energiya W ni quyidagicha yozish mumkin;

$$W = \sum \int_0^{a_i} \frac{M^2 dx}{2EJ} + \sum \int_0^{a_i} \frac{N^2 dx}{2EJ} + \sum \eta \int_0^{a_i} \frac{Q^2 dx}{2GF} \qquad (11)$$

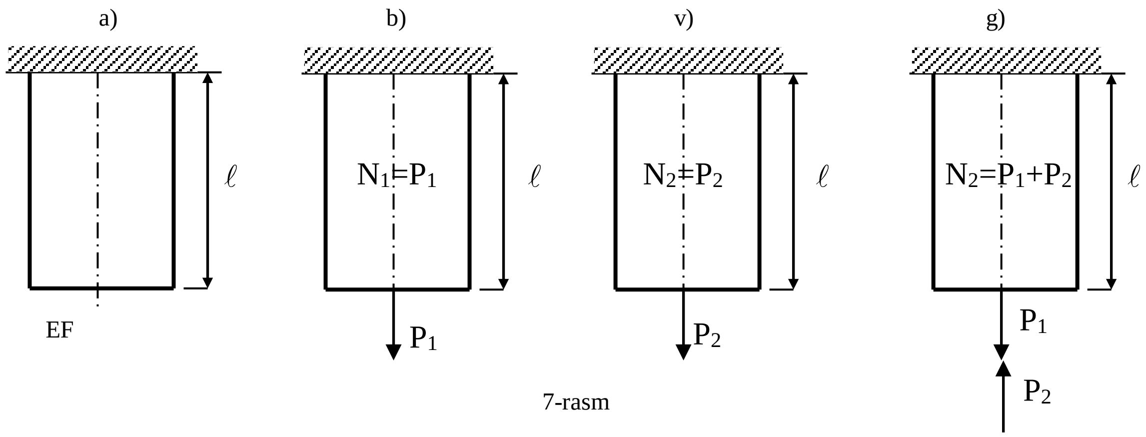
(11) ifodaga asosan, elastik sistema potensial energiyasining quyidagi xususiyatlarini yozish mumkin:

1. (11) formulada ichki zo'riqish kuchlar M, Q va N kvadratda bo'lganligi sababli potensial energiya doim musbat bo'ladi.
2. Deformatsiyaning potensial energiyasi zo'riqish kuchlariga nisbatan ikkinchi darajali, bir jinsli funksiyadir.

3. Kuchlar gruppasi ta'sirida hosil bo'ladigan deformatsiyaning potensial energiyasi har bir kuchdan alohida aniqlangan deformatsiya potensial energiyasining yig'indisiga teng bo'lmaydi. Bu xulosa potensial energiya zo'riqish kuchlarining kvadratiga bog'liq bo'lganligi sababli, ular uchun yozilgan yig'indining kvadrati har bir hadning kvadrat yig'indisiga teng emasligidan kelib chiqadi.

4. Potensial energiyaning miqdori tashqi kuchlarning qo'yilish tartibiga bog'liq, bo'lmay, u elastik sistemaning oxirgi vaziyatidagi shakligagina bogliqdir.

Deformatsiya potensial energiyasining uchinchi xususiyatini 7-rasmda ko'rsatilgan sistema orqali isbotlaymiz. Brusga statik ravishda qo'yilgan tashqi kuchlarning uch xil tartibdagi ta'sirini tekshiramiz va ularning bajargan ishi miqdorini aniqlaymiz:



7-rasm

1. Brusga faqat bitta kuch P_1 ta'sir qiladi (7-rasm, b) va uning deformatsiyasining potensial energiyasi (11) formulaga asosan:

$$A_1 = W_1 = \frac{N_1^2 \ell}{2EF} = \frac{P_1^2 \ell}{2EF}.$$

2. Brusga P_2 tashqi kuch ta'sir etadi (7-rasm, v). U holda elementdagi potensial energiya $W_2 = \frac{P_1^2 \ell}{2EF}$. bo'ladi.

3. Brusga P_1 va P_2 kuchlarning birgalikdagi ta'sirini tekshiramiz (7-rasm, g). Deformatsiyaning potensial energiyasi (11) formulaga asosan hisoblaymiz:

$$W_3 = \int_0^{\ell} \frac{N_1^2 dx}{2EF} = \frac{(P_1 + P_2)^2 \ell}{2EF} = \frac{P_1^2 \ell}{2EF} + \frac{P_2^2 \ell}{2EF} + \frac{P_1 P_2 \ell}{EF}$$

yoki

$$W_3 = W_1 + W_2 + \frac{P_1 P_2 \ell}{EF}. \qquad \text{(a)}$$

Tashqi kuchlar sistemasining birgalikdagi ta'siridan brusda hosil bo'lgan potensial energiya W_3 ni, ularning alohida ta'siridan vujudga kelgan potensial energiyalar yigindisi $W_1 + W_2$ bilan taqqoslab, quyidagi xulosani yozamiz: har bir kuchdan alohida aniqlangan potensial energiyaning yig'indisi bu kuchlarning birgalikdagi ta'siridan vujudga kelgan brusning potensial energiyasiga teng emas. Demak, deformatsiyaning potensial energiyasini aniqlashda kuchlar ta'sirining mustaqillik prinsipini tatbiq qilish mumkin emas. (a) ifodadagi uchinchi had tashqi kuch P_1 ning bajara oladigan ish miqdorini ifodalaydi. Bajara oladigan ish miqdori brusga qo'yilgan o'zgarmas P_1 kuchning statik kuch P_2 ta'siridan hosil bo'lgan ko'chishdagi bajargan ishiga teng.

Agar brusga avval o'zgarmas kuch P_2 qo'yilgan bo'lsa, so'ngra P_1 kuch statik ravishda ta'sir etsa, u holda (a) ifodadagi qo'shimcha bajara oladigan ish o'zgarmas P_2 kuchning birinchi kuch P_1 dan hosil bo'lgan ko'chishdagi qo'shimcha bajargan ishiga teng bo'ladi.

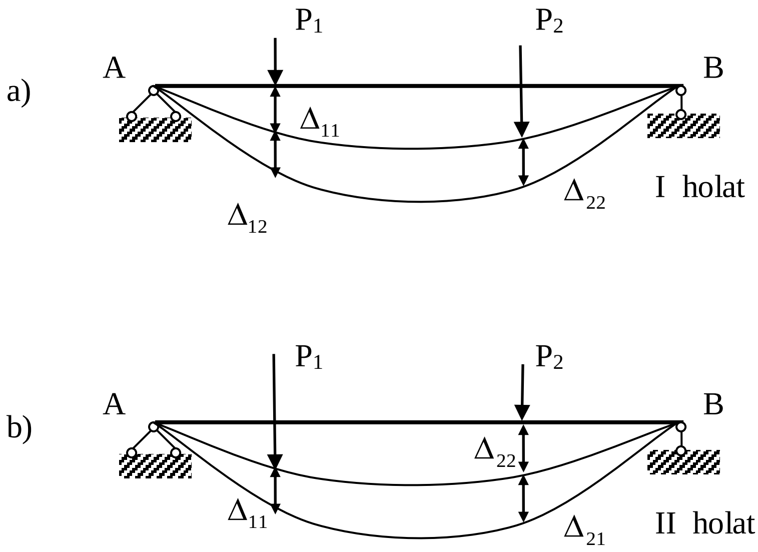
1.5-§. IShLARNING O'ZARO BOG'LANISh TEOREMASI

Elastik sistemaga statik ravishda qo'yilgan P_1 va P_2 kuchlarning bajargan ishini aniqlaymiz. Hisoblashni soddalashtirish maqsadida oddiy balkaning bu kuchlar ta'siridagi ikki holatini tekshirib chiqamiz. Birinchi holatda (9- rasm, *a)* balkaga avval P_1 kuch statik ravishda qo'yilgan bo'lsin, u holda uning bajargan haqiqiy ishi

$$A_{11} = \frac{P_1 \Delta_{11}}{2} \quad \text{bo'ladi.}$$

P_1 kuch chegaraviy miqdoriga yetgach, balkaga P_2 kuch statik ravishda qo'yiladi. Natijada balka yana deformatsiyalanib, uning egilgan o'qi oxirgi vaziyatni egallaydi va P_2 kuchning bajargan haqiqiy ishi

$$A_{22} = \frac{P_2 \Delta_{22}}{2} \qquad \text{bo'ladi.}$$



9-rasm

O'zgarmas P_1 kuch qo'yilgan nuqta P_2 kuch ta'sirida Δ_{12} miqdorga ko'chadi. Bu ko'chish P_1 kuchga bog'liq bo'lmaganligi sababli u mumkin bo'lgan ko'chish bo'ladi. U holda o'zgarmas P_1 kuchning bajara oladigan ishi (12) formulaga asosan

$A_{12} = P_1\Delta_{12}$ bo'ladi.

Demak, elastik sistemaga ketma-ket qo'yilgan kuchlarning to'la bajargan ishi yuqorida aniqlangan ishlarning yig'indisiga teng bo'ladi:

$$A_1 = A_{11} + A_{12} + A_{22} = \frac{P_1\Delta_{11}}{2} + P_1\Delta_{12} + \frac{P_2\Delta_{22}}{2}. \qquad (13)$$

Ikkinchi holatda kuchlarning qo'yilish tartibini o'zgartiramiz, ya'ni balkaga avval P_2 kuchni statik ravishda qo'yib, so'ngra P_1 kuchni ta'sir ettiramiz (9- rasm, b). Natijada balka deformatsiyalanadi va uning egilgan o'qi oxirgi vaziyatni egallaydi. Egilgan o'qning bu vaziyati birinchi holatdagi egilgan o'qning oxirgi vaziyatiga mos keladi. Ikkinchi holatdagi tashqi kuchlarning bajargan ishini yuqorida izohlangan mulohazalarga ko'ra hisoblaymiz:

$$A_{11} = A_{11} + A_{21} + A_{22} = \frac{P_1\Delta_{11}}{2} + P_2\Delta_{21} + \frac{P_2\Delta_{22}}{2}. \qquad (14)$$

Energiyaning saslanish qonuniga asosan, tashqi kuchlarning bajargan ishi deformatsiyaning potensial energiyasiga teng bo'ladi:

$$A_I = W_1 \quad va \quad A_{II} = W_{II}$$

Biz ko’rib chiqqan balkaning ikkala holatida ham uning boshlang’ich va oxirgi vaziyatlari bir xil, shu sababli ularning potensial energiyalari ham bir-biriga teng bo’lishi kerak:

$$W_I = W_{II},$$

u holda $A_I = A_{II}$ bo’ladi.

Bu tenglikka asosan (13) va (14) ifodalarning o’ng tomonlarini tenglashtirib, quyidagini olamiz:

$$A_{11} + A_{12} + A_{22} = A_{22} + A_{21} + A_{11}.$$

bundan

$$A_{12} = A_{21} \tag{15}$$

Bu tenglik *ishlarning o’zaro bog’lanish teoremasi* yoki *Betti teoremasi* deb ataladi.

Demak, P_1 tashqi kuchning o’z yo’nalishi bo’yicha P_2 kuch ta’sirida hosil bo’lgan ko’chishda bajara oladigan A_{12} ishi P_2 tashqi kuchning o’z yo’nalishi bo’yicha P_1 tashqi kuchdan vujudga kelgan ko’chishda bajara oladigan ishi A_{21} ga teng, ya’ni

$$P_1\Delta_{12} = P_2\Delta_{21}. \tag{15'}$$

Agar sistemaning har bir holatida ta’sir etayotgan P_1 va P_2 kuchlar bo’lmasdan kuchlar gruppasi bo’lganda ham teorema o’z kuchini saqlaydi.

Tashqi kuchlarning bajara oladigan ishini ichki zo’riqish kuchlari orqali ifodalaymiz. (13) formuladan bajara oladigan ish A_{12} ni aniqlaymiz:

$$A_{12} = A_I - A_{11} - A_{22} \tag{13'}$$

Bunda A_i tashqi kuch P_1 va P_2 ning birgalikdagi ta’siridan vujudga kelgan ko’chishda ularning bajargan haqiqiy ishi, uning miqdori (10) formulaga asosan aniqlanadi:

$$A_i = \sum\int\frac{(M_1+M_2)^2}{2EJ}dx + \sum\int\frac{(N_1+N_2)^2}{2EJ}dx + \sum\eta\int\frac{(Q_1+Q_2)^2}{2GF}dx, \qquad (16)$$

Bunda *(M_1+M_2), (N_1+N_2)* va *(Q_1+Q_2)* tashqi kuch P_1 va P_2 ning birgalikdagi ta'siridan sistema elementlarining ko'ndalang kesimida hosil bo'lgan moment, bo'ylama va ko'ndalang kuchlar.

A_{11} va A_{22} ni ichki zo'riqish kuchlari orqali ifodalaymiz:

$$A_{11} = \sum\int\frac{M_1^{\ 2}}{2EJ}dx + \sum\int\frac{N_1^{\ 2}}{2EJ}dx + \sum\eta\int\frac{Q_1^{\ 2}}{2GF}dx, \qquad (17)$$

$$A_{22} = \sum\int\frac{M_2^{\ 2}}{2EJ}dx + \sum\int\frac{N_2^{\ 2}}{2EJ}dx + \sum\eta\int\frac{Q_2^{\ 2}}{2GF}dx, \qquad (18)$$

A_I, A_{11} va A_{22} ning miqdorlarini (16), (17) va (18) formulalarga asosan (13') ifodaga qo'yamiz va ixchamlashtiramiz. U holda A_{12} quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$A_{12} = \sum\int\frac{M_1M_2}{EJ}dx + \sum\int\frac{N_1N_2}{EJ}dx + \sum\eta\int\frac{Q_1Q_2}{GF}dx\,. \qquad (19)$$

Bu tenglikdagi integrallar tashqi P_1 kuch yoki P_2 kuchlar gruppasi ta'siridan hosil bo'lgan ichki zo'riqish kuchlarining P_2 kuch yoki P_2 kuchlar gruppasi ta'siridan hosil bo'lgan ichki kuchlar ta'sirida vujudga kelgan mos ko'chishlarda bajara oladigan ishni ifodalaydi. A_{12} esa tashqi P_1 kuch yoki kuchlar gruppasining P_2 tashqi kuch yoki kuchlar gruppasidan vujudga kelgan ko'chishda bajara oladigan ishini ifodalaydi.

Demak, birinchi gruppa tashqi kuchlarning ikkinchi gruppa tashqi kuchlar ta'sirida vujudga kelgan ko'chishda bajara oladigan ishi birinchi gruppa kuchlardan hosil bo'lgan ichki kuchlar *(M_1, N_1* va Q_1) ning ikkinchi gruppa kuchlar ta'siridan vujudga kelgan mos deformatsiyalarda bajargan ishiga teng:

$$A_{12} = W_{12}. \qquad (20)$$

Bu teorema statik aniqmas sistemalarni hisoblashdagi qurilish mexanikasining asosiy teoremasidir.

1.6-§. KO'ChIShLARNING O'ZARO BOG'LANISh TEOREMASI

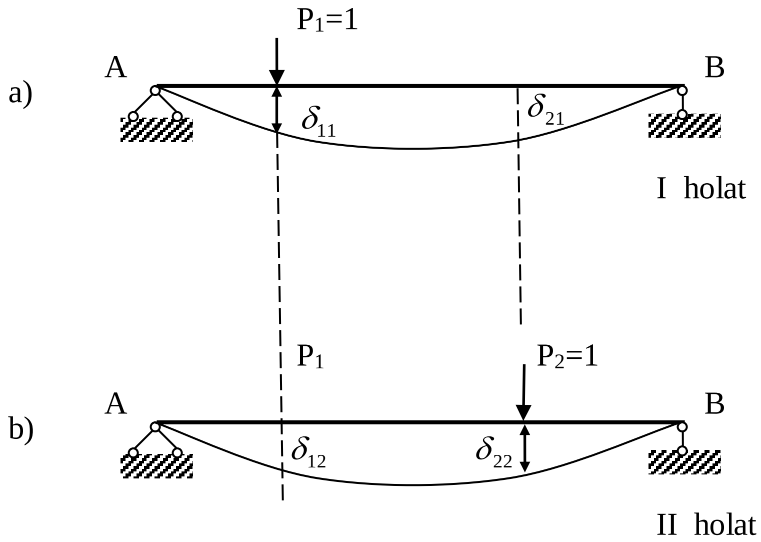
Elastik sistemaning quyidagi ikki holatini tekshiramiz (10-rasm): I holatda oddiy balkaga faqat bitta $P_1 = 1$ kuch (birlik kuch) va II holatda ikkinchi birlik kuch $P_2 = 1$ qo'yilgan bo'lsin. Bunday holatlar birlik holatlar deyiladi. Ikkala holat uchun ishlarning o'zaro bog'lanish teoremasi ifodasi (15) ni yozamiz:

$$A_{12} = A_{21} \quad yoki \quad P_1\delta_{12} = P_2\delta_{21}$$

$P_1 = 1$ va $P_2 = 1$ bo'lganligi uchun bu ifoda quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\delta_{12} = \delta_{21} \tag{21}$$

Bunda δ_{12} -birlik kuch P_1 yo'nalishi bo'yicha ikkinchi birlik kuch P_2 hosil qilgan birlik ko'chish; δ_{21} - birlik kuch P_2 yo'nalishi bo'yicha $P_1 = 1$ kuch ta'sirida hosil bo'lgan birlik ko'chish.

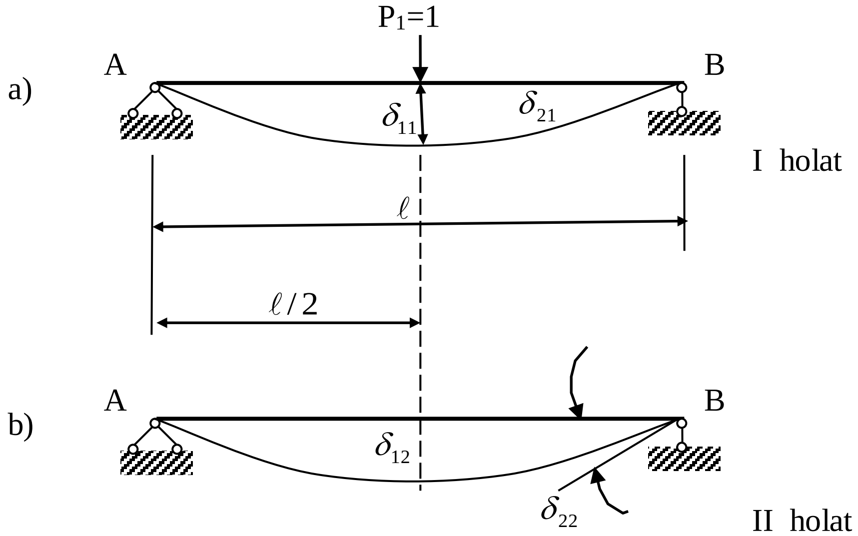


10-rasm

(21) tenglikni har qanday birlik kuchlar ($P_i = 1$ va $R_k = 1$) dan hosil bo'lgan birlik ko'chishlar uchun umumiy ko'rinishda yozamiz:

$$\delta_{ik} = \delta_{ki} \tag{21'}$$

Bu tenglik birlik ko'chishlarning o'zaro bog'lanish teoremasi deyiladi va u quyidagicha o'qiladi: elastik sistemada birlik kuch P_i yo'nalishi bo'yicha ikkinchi birlik kuch $P_k = 1$ hosil qilgan ko'chish ikkinchi birlik kuch P_k yo'nalishi bo'yicha birinchi birlik kuch P_i dan hosil bo'lgan ko'chishga teng.



11-rasm

Ko'chishlarning o'zaro bog'lanish teoremasini 11-rasmda ko'rsatilgan balkaning ikkala holatiga tatbiq etamiz. I holatda balkaga birlik kuch P_1=1, II holatda esa birlik moment $M_2 = 1$ qo'yilgan bo'lsin (11- rasm *a* va b). I holatdagi P_1=1 kuchdan birlik moment yo'nalishi bo'yicha burilish burchagi $\varphi_B = \delta_{21}$ hosil bo'ladi. II holatdagi $M_2 =$ 1 birlik momentdan P_1=1 kuch yo'nalishi bo'yicha chiziqli birlik ko'chish δ_{12} hosil bo'ladi. Ko'chishlarning o'zaro bog'lanish teoremasi (21') ga asosan bu birlik ko'chishlar teng bo'lishi kerak:

$$\delta_{12} = \delta_{21}$$

Har bir holat uchun birlik ko'chishlarning miqdorlarini aniqlaymiz.

I holatda $\delta_{21} = \varphi_B = \dfrac{1 \cdot l^2}{16EJ}.$

II holatda $\delta_{12} = \dfrac{1 \cdot l^2}{16EJ}.$

Bunda δ_{21} burchakli ko'chish va δ_{12} chiziqli ko'chish bo'lsa ham, ular birlik ko'chish bo'lgani uchun bir xil o'lchamga ega.

I holatda tashqi ixtiyoriy kuch P_1 dan hosil bo'lgan burchakli ko'chish quyidagicha ifodalanadi.

$$\Delta_{21} = P_1\delta_{21},$$

bundan $\delta_{21} = \frac{\Delta_{21}}{P_1}$ va uning o'lchov birligi

$$[\delta_{21}] = \frac{[\Delta_{21}]}{[P_1]} = \frac{radian}{kg}$$

Balkaning II holatida tashqi momentdan hosil bo'lgan chiziqli ko'chish quyidagicha yoziladi

$$\Delta_{12} = M_2\delta_{12},$$

bundan $[\delta_{12}] = \frac{[\Delta_{12}]}{[M_2]} = \frac{sm}{kg \cdot sm} = kg^{-1}.$

Shunday qilib δ_{12} va δ_{21} birlik ko'chishlarning o'lchov birliklari ham bir xildir δ_{11} va δ_{22} ning o'lchov birliklarini ham yuqorida aytilgan mulohazalarga asosan aniqlasak, I holatda tashqi kuch P_1 dan shu kuch yo'nalishi bo'yicha hosil bo'lgan chiziqli ko'chish $\Delta_{11} = P_1\delta_{11}$ hamda II holatda tashqi moment M_2 dan shu moment yo'nalishi bo'yicha hosil bo'lgan burchakli ko'chish $\Delta_{22} = M_2\delta_{22}$ bo'ladi. Bundan esa quyidagi hosil bo'ladi:

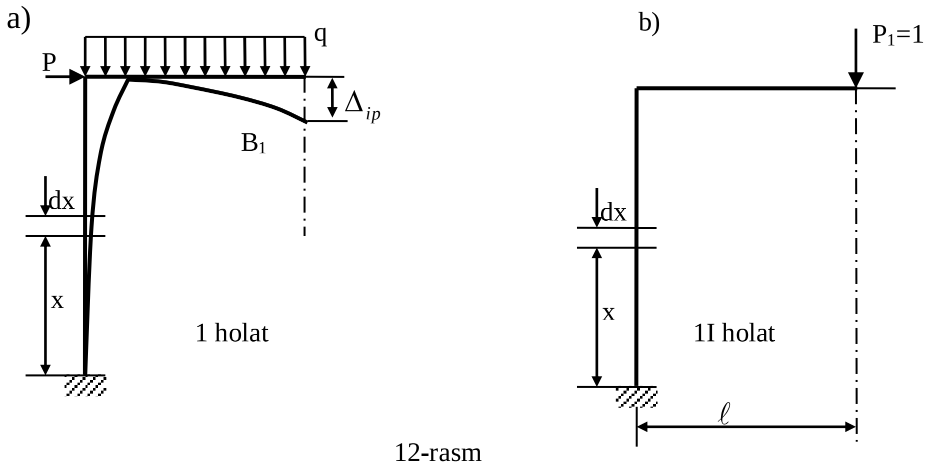
$$[\delta_{22}] = \frac{[\Delta_{22}]}{[M_2]} = \frac{radian}{kg \cdot sm} = kg^{-1}.sm^{-1}.$$

II-BOB. RAMALARDAGI GORIZONTAL KO’CHISHLARNI ANIQLASH

2.1-§. KO’ChIShLARNING UNIVERSAL FORMULASI

Elastik sistemaga statik ravishda qo’yilgan tashqi kuchlardan va temperaturaning o’zgarishidan hosil bo’lgan ko’chishlarni aniqlash formulasini keltirib chiqarish yuqorida ko’rilgan kuchning bajara oladigan ishlar teoremasiga asoslangan.

Masalan, 12-rasm, *a* da tasvirlangan tashqi kuchlar ta’siridagi sistemaning biror *B* nuqtasidan vertikal *i* yo’nalishi bo’yicha chiziqli ko’chishi Δ_{1P} ni aniqlash kerak bo’lsin. Bu masalani hal qilishda kuchning bajara oladigan ishlar teoremasini tatbiq etamiz. Buning uchun sistemaning ikki holatini tekshiramiz: I holatda berilgan sistema tashqi kuchlar ta’sirida bo’ladi (berilgan holat); II holatda esa berilgan sistema tashqi kuchlar ta’siridan ozod qilinadi, unga faqat izlanayotgan ko’chish yo’nalishi bo’yicha birlik kuch $P_i = 1$ qo’yilgan bo’ladi (12- rasm, *b*).

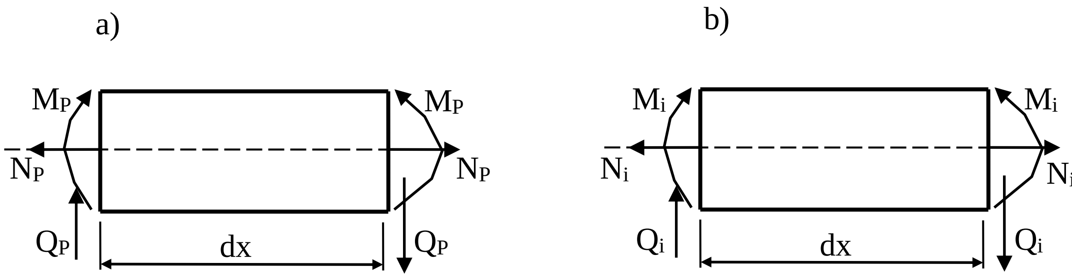


12-rasm

Birlik kuch qo’yilgan II holatni asosiy holat deb qabul qilamiz va tashqi kuchlar ta’siridan hosil bo’lgan I holatdagi ko’chishlarni mumkin bo’lgan ko’chish deb, (20) tenglikni tatbiq etamiz. Bunda ikkinchi holatdagi P_i=1 birlik kuchning I holatdagi tashqi kuchlardan hosil bo’lgan ko’chishda bajara oladigan ishi $A_{II,I}$ ga, II holatdagi ichki zo’riqish kuchlarining birinchi holatda hosil bo’lgan ko’chishlarda bajara oladigan ishi $W_{II,I}$ ga teng bo’ladi. Bu bajarilishi mumkin bo’lgan ishlarni aniqlaymiz. II holatdagi birlik kuch P_i=1 izlanayotgan ko’chish Δ_{iP} bo’yicha yo’nalganligi sababli, uning bajara oladigan ishi

$$A_{II,I} = 1 \cdot \Delta_{iP} \qquad \text{bo'ladi.} \tag{12'}$$

II holatdagi ichki zo’riqish kuchlarining bajara oladigan ishi $W_{II,I}$ ni aniqlash uchun I va II holatlardan ixtiyoriy *x* masofada cheksiz kichik *dx* uzunlikdagi elementlarni ajratib, ularga tegishli ichki kuchlar ta’sir ettiramiz (13-rasm, *a*, va *b*). I holatdagi ajratilgan elementga tashqi kuchlarning ta’siridan hosil bo’lgan eguvchi moment M_P Bo’ylama kuch N_P va ko’ndalang kuch Q_p qo’yilgan bo’ladi. Bu zo’riqishlarning har birining elementga ta’sirini tekshiramiz. Eguvchi moment M_P ta’sirida ikki qo’shni kesimlar bir-biriga nisbatan



13-rasm

$\Delta\varphi$ burchakka buriladi va uning miqdori (6) formulaga asosan aniqlanadi:

$$\Delta\varphi = \frac{M_P dx}{EJ} \tag{a}$$

Bo’ylama kuch N_P ta’sirida esa element Δdx miqdorga cho’ziladi. Bu cho’zilish Guk qonuniga asosan

$$\Delta dx = \frac{N_P dx}{EF} \qquad \text{(b) bo'ladi}$$

Ko’ndalang kuch Q_P ta’sirida elementning chap va o’ng ko’ndalang kesimlari bir-biriga nisbatan siljiydi (6-rasm, a). Bu siljishning miqdori Guk qonuniga asosan

$$\Delta\gamma = \frac{Q_P dx}{GF}\eta \tag{v}$$

II holatdagi ajratilgan elementga birlik kuch P_i=1 ta’sirida hosil bo’lgan ichki zo’riqish $\overline{M}_i, \overline{N}_i$ *va* $\overline{Q}_i$ lar qo’yilgan bo’ladi. I holatdagi dx elementning

$\Delta\varphi$, Δdx *va* $\Delta\gamma$ ko'chishlari II holatdagi zo'riqishlar $\overline{M}_i, \overline{N}_i$ *va* $\overline{Q}_i$ ga nisbatan mos ravishda mumkin bo'lgan ko'chishlar bo'ladi. Bunda II holatdagi sistemaning $\overline{M}_i, \overline{N}_i$ *va* $\overline{Q}_i$ zo'riqish kuchlarining bajara oladigan ishi quyidagicha aniqlanadi:

$$W_{II,I} = \sum\int_a^b \overline{M}_i \Delta\varphi + \sum\int_a^b \overline{N}_i \Delta dx + \sum\int_a^b \overline{Q}_i \Delta\gamma \tag{22}$$

Bu yerda integral ostidagi ifodalar dx uzunlikdagi element ichki kuchlarining bajara oladigan ishini ifodalaydi. Integrallar *a* dan *b* gacha oraliqdagi element ichki kuchlarining bajara oladigan ishini beradi. $\sum$ ishorasi esa, sistemaning hamma oraliqlaridagi ichki kuchlarning bajara oladigan ishlari yig'indisini ifodalaydi.

(22) formuladagi ko'chishlarni (a), (b) va (v) larga asosan ichki kuchlar orqali yozamiz:

$$W_{II,I} = \sum\int_a^b \overline{M}_i \frac{M_P}{EJ} dx + \sum\int_a^b \overline{N}_i \frac{N_P}{EF} dx + \sum\eta\int_a^b \overline{Q}_i \frac{Q_P}{GF} dx \tag{22'}$$

(20) ga asosan (12') va (22') ifodalardagi bajara oladigan ishlarni bir-biriga tenglaymiz:

$$1 \cdot \Delta_{iP} = \sum\int_a^b \overline{M}_i \frac{M_P}{EJ} dx + \sum\int_a^b \overline{N}_i \frac{N_P}{EF} dx + \sum\eta\int_a^b \overline{Q}_i \frac{Q_P}{GF} dx \tag{23}$$

Olingan formula elastik sistemalarda tashqi kuchlardan hosil bo'lgan ko'chishlarni aniqlashda qo'llaniladigan universal formuladir. Bu ifoda Mor formulasi dab ham ataladi.

Universal formula (23) yordamida har qanday sterjenli konstruksiya (rama, ferma, balka va arka) larda hosil bo'lgan ko'chishlarni quyidagi tartibda aniqlash mumkin:

1. Elastik sistemaning har bir oralig'ida ixtiyoriy kesim uchun tashqi kuchlardan hosil bo'lgan zo'riqish kuchlari $\overline{M}_i, \overline{N}_i$ *va* $\overline{Q}_i$ ning tenglamalari yoziladi (I holat).
2. Izlanayotgan ko'chish yo'nalishi bo'yicha sistemaga birlik kuch (chiziqli ko'chishni aniqlashda to'plangan birlik kuch, burchakli ko'chish aniqlanganda esa birlik moment) qo'yiladi (II holat) va uning ta'sirida I

holat oraliqlarga mos oraliqlarda ixtiyoriy kesim uchun $\overline{M}_i, \overline{N}_i$ va $\overline{Q}_i$ zo'riqish kuchlarining tenglamalari tuziladi.

3. I va II holatda hosil bo'lgan zo'riqish $M_P, N_P, Q_P, \overline{M}_i, \overline{N}_i$ va $\overline{Q}_i$ ning ifodalarini (23) formulaga qo'yamiz va sistemaning har bir oraliq chegarasida uni integrallab, izlanayotgan ko'chish Δ_{iP} ni aniqlaymiz.

Agar ko'chish Δ_{iP} ning ishorasi musbat bo'lsa, ko'chishning yo'nalishi birlik kuch yo'nalishi bilan mos keladi, aks holda ularning yo'nalishlari bir-biriga teskari bo'ladi.

Universal formulaning xususiy hollari. 1. Balka va ramalardagi ko'chishlarni aniqlashda ularda hosil bo'ladigan bo'ylama va ko'ndalang kuchlar ta'sirini e'tiborga olmasa ham bo'ladi, chunki ular ta'siridan hosil bo'lgan ko'chish eguvchi moment ta'siridan hosil bo'lgan ko'chishga nisbatan juda kichik. Demak, rama va balkalardagi ko'chishlarni hisoblashda (23) formula quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\Delta_{iP} = \sum \int_a^b \frac{M_P \overline{M}_i}{EJ}. \qquad (24)$$

2. Ferma tugunlarining ko'chishi faqat bo'ylama kuch ta'siridan hosil bo'ladi, chunki uning sterjenlarida eguvchi moment va ko'ndalang kuchlar hosil bo'lmaydi. U holda ferma tugunlarining ko'chishi quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$\Delta_{iP} = \sum \int_0^l \frac{N_P \overline{N}_i}{EF} dx = \sum \frac{N_P \overline{N}_i l_i}{EF_i} \qquad (25)$$

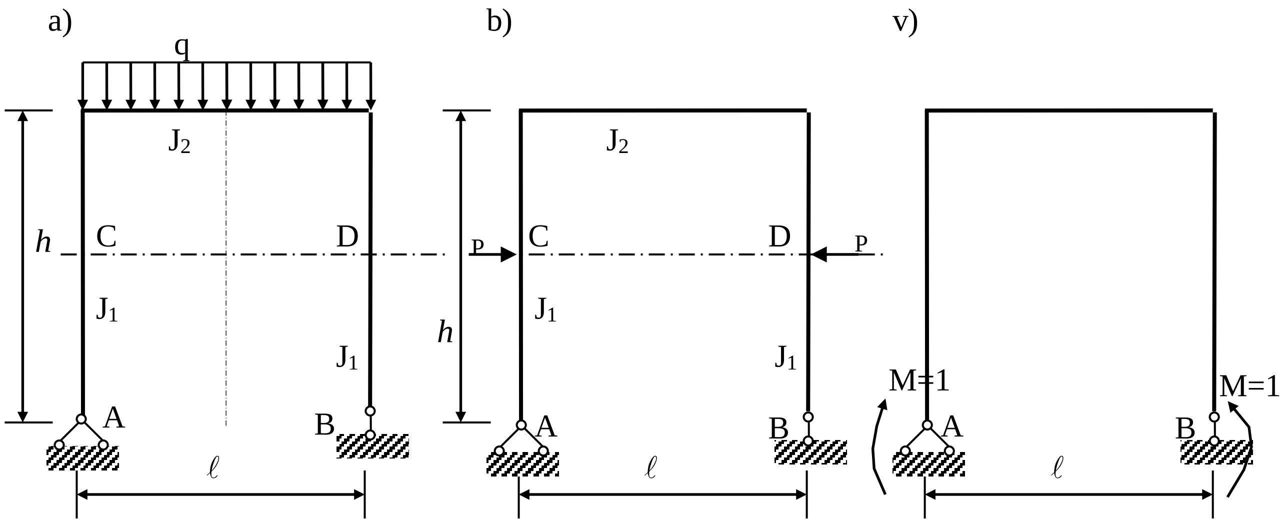
3. Egriligi kichik bo'lgan arkalardagi ko'chishlarni aniqlashda ularda hosil bo'ladigan ko'ndalang kuchni e'tiborga olmasa ham bo'ladi, chunki uning ko'chishga ta'siri kichikdir. Unda vertikal ko'chishlar quyidagi formula orqali aniqlanadi:

$$\Delta_{iP} = \sum \int_a^b \frac{M_P \overline{M}_i}{EJ} ds + \sum \int_a^b \frac{N_P \overline{N}_i}{EF} ds \qquad (26)$$

Elastik sistemalar ikki kesimlarining o'zaro ko'chishlarini ham universal formula (23) yordamida aniqlash mumkin. Masalan, (14-rasm, a) da tasvirlangan sistema C va D nuqtalarning o'zaro chiziqli ko'chishini aniqlash uchun, uning ikkinchi holati ko'rilganda bu nuqtalarga ko'chish yo'nalishi bo'yicha bir-biriga qarama-qarshi yo'nalgan ikkita birlik kuch qo'yiladi (14-rasm, b). Agar sistema A va

B kesimlarining o'zaro burchakli ko'chishini aniqlash talab qilinsa, II holatda uning shu kesimlariga qarama-qarshi yo'nalgan birlik momentlari qo'yiladi (14- rasm, *v)*.

Ikki kesimning o'zaro chiziqli va burchakli ko'chishlari ham yuqorida ko'rsatilgan ko'chishlarni aniqlash tartibiga ko'ra hisoblanadi. Lenin II holatda hosil bo'lgan zo'riqishlar $\overline{M}_i, \overline{N}_i$ *va* $\overline{Q}_i$ ning ifodalari sistemaga birgalikda qo'yilgan ikki birlik kuchlar ta'siridan tuziladi. Agar sistema ikki nuqtasining hisoblangan o'zaro ko'chishi musbat ishorali bo'lsa, izlanayotgan ko'chishlarning yo'nalishi birlik kuchlar yo'nalishi bilan mos bo'ladi, ya'ni C va *D* nuqtalar bir-biriga yaqinlashadi. Ko'chish manfiy ishorali bo'lsa C va *D* nuqtalar bir-biridan uzoqlashadi.



14-rasm

2.2-§. VERESHCHAGIN USULI

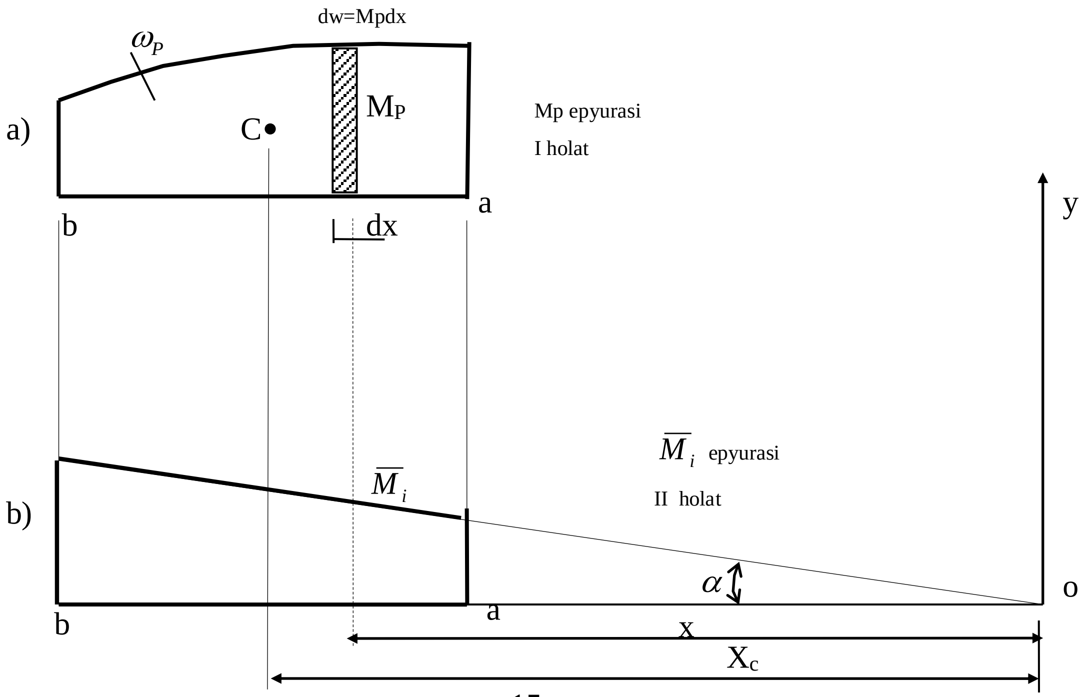
Elastik sistemalardagi ko'chishlarni (24) formulaga asosan integrallash yo'li bilan aniqlashni eguvchi momentlar epyuralarini «ko'paytirish» usuli bilan almashtirish mumkin. Bu usul ko'chishlarni hisoblashni ancha soddalashtiradi.

Sistemada bikrligi o'zgarmas bo'lgan biror oraliqni ko'raylik. I holatda tashqi kuchlardan chizilgan eguvchi moment M_P ning epyurasi ifodalangan. Bu epyura egri chiziq, yoki to'g'ri chiziq, bo'yicha o'zgarishi mumkin. (15-rasm, a). II holatda esa birlik kuchdan eguvchi moment $\overline{M}_i$ ning epyurasi chizilgan bo'lsin (15-rasm, b). Koordinatalar boshi qilib M_i chiziqning *X* bilan kesishgan nuqta olinadi (15-rasm, b), u holda koordinata boshidan *x* masofadagi sterjen kesimida eguvchi momentning ordinatasi $\overline{M}_i = xtg\alpha$ bo'ladi. Sistemaning shu $a \le x \le b$ oralig'i uchun Mor integralini yozamiz:

$$\int_a^b \frac{M_P \overline{M}_i}{EJ} = \frac{1}{EJ}\int_a^b M_P \overline{M}_i dx = \frac{tg\alpha}{EJ}\int_a^b xM_P dx. \qquad \text{(a)}$$

Integral ostidagi $M_p dx$ ko'paytma tashqi kuchlardan qurilgan eguvchi moment epyurasining elementar yuzachasi $d\omega$ ni ifodalaydi (15- rasm, *a)*

$$d\omega = M_P dx$$



15-rasm

U holda (a) formuladagi $\int_a^b xd\omega$ ifoda eguvchi momentlar M_P epyurasining yuzi ω_P ning vertikal *OY* o'qiga nisbatan olingan statik momenti S_y ga teng bo'ladi. Agar eguvchi moment M_P epyura yuzasining og'irlik markazi absissasi x_C ma'lum bo'lsa, M_P epyura yuzasining statik momenti

$$S_y = \int_a^b xdx = \omega x_C \quad \text{bo'ladi.}$$

Bu ifodani e'tiborga olib *(a)* integralni qaytadan yozamiz:

$$\frac{tg\alpha}{EJ}\int_a^b xM_P dx = \frac{tg\alpha}{EJ}\omega x_C$$

Ko'paytma $x_C tg\alpha$ esa ω_P yuzasining og'irlik markazi ostidagi II holatdan olingan ordinataga teng bo'ladi, ya'ni

$y_c = x_C tg\alpha$

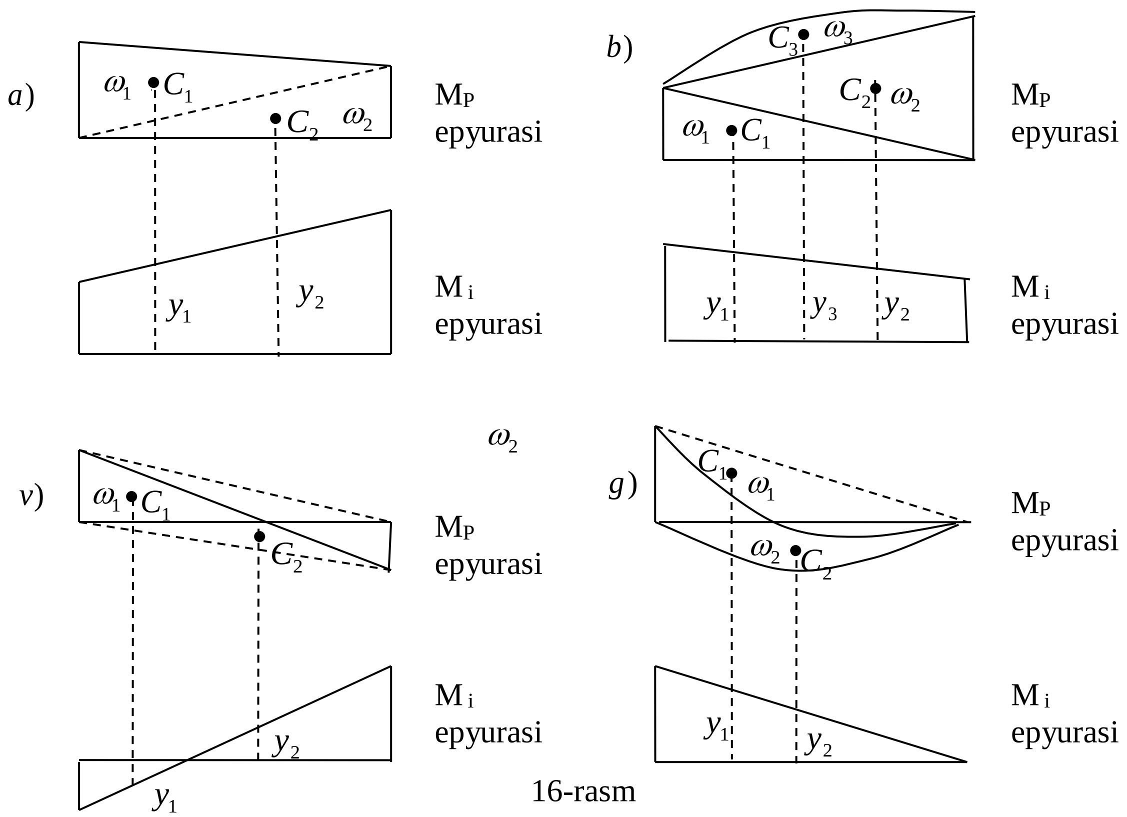
U holda

$$\int_a^b \frac{M_P \overline{M}_i}{EJ} dx = \frac{\omega y_C}{EJ} \qquad \text{(b)}$$

Sistemaning hamma uchastkalari uchun yozilgan Mor integrali (24) ni har bir uchastka uchun yozilgan *(b)* ifodaning yig'indisi orqali yozamiz:

$$\Delta_{iP} = \sum \int_a^b \frac{M_P \overline{M}_i}{EJ} dx = \sum_{j=1}^{n} \frac{\omega_j y_{Cj}}{EJ} \qquad (27)$$

Mor integralini bu xilda hisoblash *Vereshchagin usuli* yoki *epyuralarni «ko'paytirish» usuli* deyiladi. Bu usulni 1925-yilda A. N. Vereshchagin tavsiya qilgan.



16-rasm

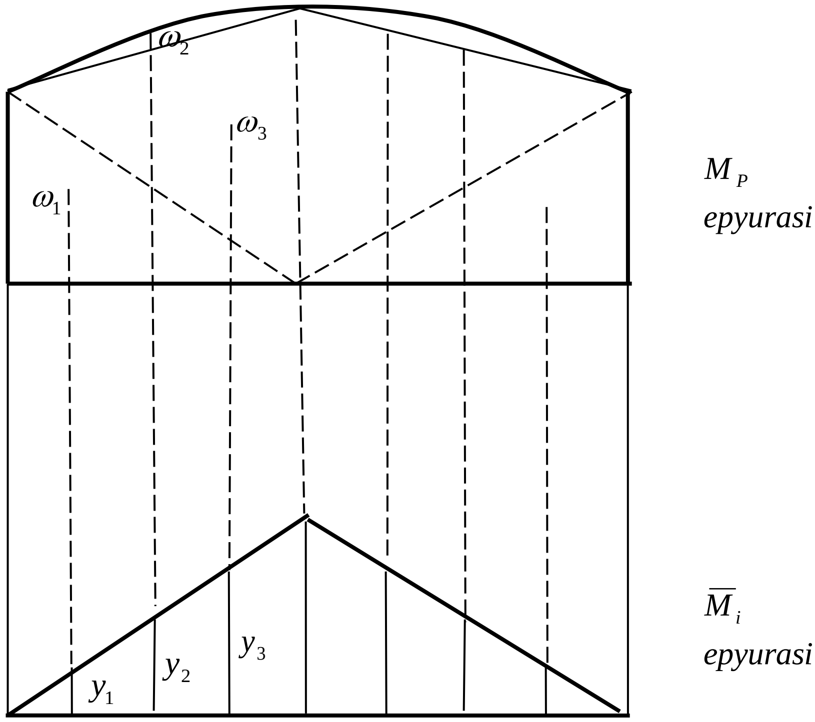
(27) formulada ω_j- tashqi kuchlardan hosil bo'lgan eguvchi moment M_P epyurasining j oralig'idagi yuzasi. y_{cj} shu ω yuza og'irlik markaziga mos kelgan to'g'ri chiziqli $\overline{M}_i$ epyuradan olingan ordinata. y_{cj} ordinata doim to'g'ri chiziqli epyuradan olinishi shart. Bundan keyingi hisoblashlarda y_{cj} - belgidagi C indeks ordinata ω ning og'irlik markaziga mos kelgan joydan olinganligini esda tutgan holda tushirib qoldiramiz; ya'ni $y_{cj} = y_j$. Ikkala epyura ham to'g'ri chiziqli bo'lsa, y_j ordinatani istalgan biror epyuradan, ω_j ni esa ikkinchi epyuradan olish mumkin.

Agar eguvchi moment M_p va $\overline{M}_i$ ning ordinatalari sanoq o'qidan bir tomonda yotsa, ω_i y_i ko'paytma musbat deb, agarda bu ordinatalar sanoq o'qining turli tomonida yotgan bo'lsa, manfiy deb hisoblanadi. Eguvchi moment epyuralarining ordinatalari sterjenning cho'zilgan tolalari tomoniga qo'yiladi.

Agar sistema uchun tashqi kuchlardan qurilgan eguvchi moment epyurasi murakkab shaklli bo'lsa, murakkab yuzalarni oddiy yuzalarga ajratgan holda hisoblash ishlarini soddalashtirgan ma'qul. Ayrim murakkab epyuralarning soddalashtirilgan hollari 16- shaklda keltirilgan.

Masalan, ikkita trapetsiyasimon epyura ko'paytirilayotgan bo'lsa (16- rasm, a), trapetsiyaning og'irlik markazini aniqlash o'rniga, epyuralardan bittasini ikki uchburchakka ajratib, ularning yuzasini shu uchburchakliklar og'irlik markazlari ostidagi ikkinchi epyuradan olingan ordinatalarga ko'paytirish qulayroq, ya'ni $\omega_1 y_1 + \omega_2 y_2$. Epyuralar sterjen o'qining turli tomonida yotgan va ikki uchburchaklikdan tuzilgan bo'lsa, ular bir xil balandlikdagi ikki uchburchaklikka ajrataladi (16-rasm,*v)*. Uchburchakliklarning ishoralarini hisobga olgan holda, ularning yuzalarini og'irlik markazlariga mos bo'lgan va ikkinchi epyuradan olingan ordinatalarga ko'paytirish kerak, $-\omega_1 y_1 - \omega_2 y_2$.

Agar M_P epyurasi egri yoki siniq chiziqli, $\overline{M}_i$ epyurasi esa siniq chiziq shaklida bo'lsa, bu epyuralarni shunday oraliqlarga bo'lish kerakki, $\overline{M}_i$ epyurasi har bir oraliqda bitta to'g'ri chiziqli bo'lsin. So'ngra har qaysi oraliq uchun yuqorida ko'rilgan soddalashtirish usulini tatbiq qilish mumkin (17-rasm).



$17 - rasm$

2.3-§. STATIK ANIQ RAMALARDAGI KO'CHISHLARNI ANIQLASH BO'YICHA MISOLLAR

1-**Misol.** Tashqi kuch ta'sirida bo'lgan siniq sterjen B kesimining vertikal (1-yo'nalish bo'yicha) va burchakli (2-yo'nalish bo'yicha) ko'chishlari aniqlansin (18-rasm). Sistemaning geometrik o'lchamlari shaklda ko'rsatilgan $(J_2 = 2J_1)$.

Yechish. 1. Berilgan sistemaning tashqi kuchlar ta'siridan hosil bo'lgan eguvchi momentlar epyurasini quramiz (I holat).

2. Berilgan sistemani tashqi kuchlardan ozod etib, izlanayotgan ko'chish 1-yo'nalishi bo'yicha birlik kuch $P_1 = 1$ ni quyamiz (II holat) va bu holat uchun eguvchi momentlar epyurasini chizamiz **(**18-rasm, v). B kesimning vertikal ko'chishini aniqlashda Vereshchagin usulini tatbiq etish uchun M_p epyurasini oddiy yuzalarga ajratamiz (18- rasm, b**).**

$$\Delta_{1P} = \sum_{j=1}^{3} \frac{\omega_j y_j}{EJ_j} = \frac{\omega_1 y_1}{EJ_1} + \frac{\omega_2 y_2}{EJ_2} + \frac{\omega_3 y_3}{EJ_2}$$

Oddiy epyuralarning yuzasini hisoblaymiz:

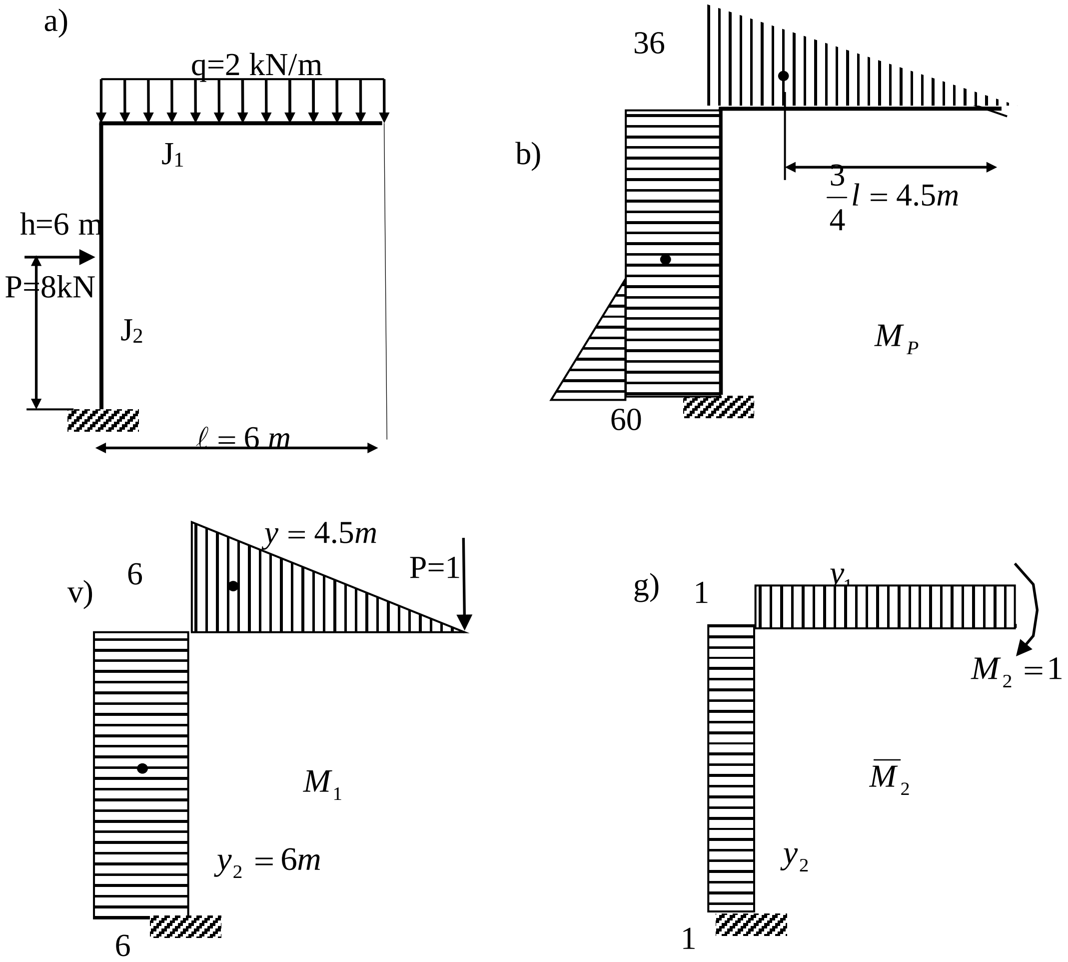
$$\omega_1 = \frac{ql^3}{6} = \frac{2 \cdot 6^6}{6} = 72 \quad kN \cdot m^2; \quad \omega_2 = 36 \cdot 6 = 216\, kN \cdot m^2; \quad \omega_3 = \frac{24 \cdot 3}{2} = 36\, kN \cdot m^2;$$

II holat uchun chizilgan epyuradan I holat epyura yuzalarining og'irlik markaziga mos kelgan y_i ordinatalarini olamiz **(**18-rasm, *v):* $y_1 = 4{,}5$ m, $y_2 = 6$m, $y_3 = 6$m.

Demak, $\Delta_{1P} = \dfrac{72 \cdot 4.5}{EJ_1} + \dfrac{216 \cdot 6}{2EJ_1} + \dfrac{36 \cdot 6}{2EJ_1} = \dfrac{1080}{EJ_1}$ bo'ladi.

B kesimning burchakli ko'chishini hisoblaymiz. II holatda izlanayotgan burchakli ko'chish yo'nalishi bo'yicha *B* kesimga birlik moment M_2 ni qo'yib, eguvchi momentlar epyurasini quramiz (18-rasm, g). (27) formulaga asosan

$$\Delta_{2P} = \frac{\omega_1 y_1}{EJ_1} + \frac{\omega_2 y_2}{EJ_2} + \frac{\omega_3 y_3}{EJ_2}.$$



18-rasm

I holatdan M_P epyuraning ω_i yuzini olib, ularning og'irlik markaziga mos kelgan y ordinatalarni II holatdagi $\overline{M}_2$ epyuradan topamiz:

$$\omega_1 = 72\ kN \cdot m^2; \quad y_1 = 1;$$
$$\omega_2 = 216\ kN \cdot m^2; \quad y_2 = 1;$$
$$\omega_3 = 36\ kN \cdot m^2; \quad y_3 = 1;$$

Unda $\Delta_{2P} = \frac{72 \cdot 1}{EJ_1} + \frac{216 \cdot 1}{2EJ_1} + \frac{36 \cdot 1}{2EJ_1} = \frac{198}{EJ_1}$ bo'ladi

2- misol. Tashqi kuchlar ta'sirida bo'lgan siniq chiziqli sterjen B nuqtasining gorizontal ko'chishi Δ_{1P} va C tugunning burilish burchagi Δ_{2P} aniqlansin (19- rasm, a).

Yechish: B nuqtaning gorizontal ko'chishini Vereshchagin formulasi yordamida aniqlash uchun tashqi kuchlardan hosil bo'lgan eguvchi momentlar epyurasini qurish kerak (19-rasm, *b* va *v*). Buning uchun avval sterjenning tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz (19- rasm, *b*)

$$\sum X = 0; \quad -H + P = 0, \quad H = P = 8\ kN.$$

$$\sum M_A = 0; \quad Ph + \frac{ql^2}{2} - Bl = 0, \quad B = 10\ kN.$$

$$\sum M_B = 0; Ph - \frac{ql^2}{2} + Al = 0, \quad A = 2\ kN.$$

Tekshirish: $\sum Y = 0; \quad A + B - ql = 0 \quad yoki \quad 10 + 2 - 2 \cdot 6 = 0.$

I holatda ifodalangan sistemani uchastkalarga bo'lib, eguvchi momentlar tenglamalarini yozamiz:

I oraliq: $0 \le x_1 \le 3\,m \quad (AD\,ustun)$

$$M(x_1) = Hx_1; \quad M(0) = 0; \quad M(3) = 24\ kNm.$$

II oraliq: $0 \le x_2 \le 6\,m \quad (CD\,rigel)$

$$M(x_2) = Bx_2 - \frac{qx_2^2}{2}; \quad M(0) = 0; \quad M(6) = 24\ kNm$$

III oraliq: $0 \le x_3 \le 3\,m \quad (BC \quad ustun)$

$$M(x_3) = 0.$$

Bu ordinatalarni tegishli kesimlarga qo'yib, M_P epyurasi chiziladi (19-rasm).

Sterjendagi izlanayotgan ko'chish yo'nalishi bo'yicha B nuqtaga birlik kuch qo'yib, eguvchi momentlar epyurasini chizamiz (19-rasm), M_P ning epyurasini oddiy yuzalarga ajratamiz va har bir yuzaning qiymatini aniqlaymiz:

$$\omega_1 = 36\ kN \cdot m^2;$$
$$\omega_2 = 72\ kN \cdot m^2;$$
$$\omega_3 = \frac{ql^3}{12} = \frac{2 \cdot 6^3}{12} = 36\ kN \cdot m^2;$$

$\overline{M}_1$ ning epyurasidan $\omega_1, \omega_2\ va\ \omega_3$ yuzalarning og'irlik markaziga mes kelgan ordinatalarni olamiz (19-rasm, *g):*

$y_1 = 2\ m, \quad y_2 = 3\ m, y_3 = 3\ m.$

Vereshchagin formulasiga ko'ra

$$\Delta_{1P} = \frac{\omega_1 y_1}{EJ_1} + \frac{\omega_2 y_2}{EJ_2} + \frac{\omega_3 y_3}{EJ_2} = \frac{36 \cdot 2}{EJ_1} + \frac{72 \cdot 3}{E2J_2} + \frac{36 \cdot 3}{E2J_1} = \frac{234}{EJ_1}.$$

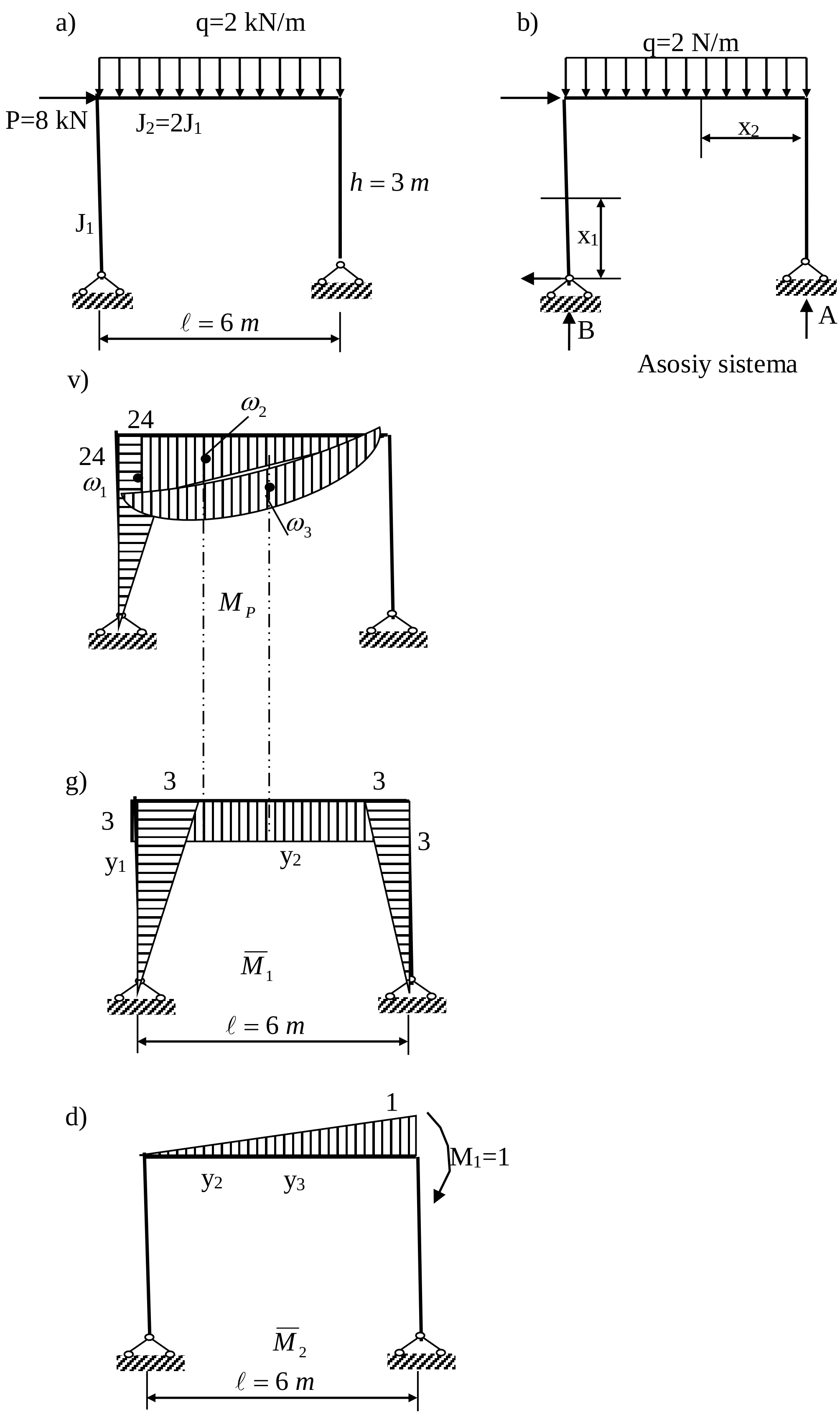
C tugunning burilish burchagini aniqlash uchun II holatda shu tugunga birlik moment M_2 =1 ni qo'yib, eguvchi moment epyurasini chizamiz (19-rasm, d). M_P epyura yuzalari $\omega_1, \omega_2\ va\ \omega_3$ ning og'irlik markazlariga mos kelgan ordinatalarni $\overline{M}_2$ epyuradan olamiz:

$$y_1 = 0; \quad y_2 = \frac{1}{3}; \quad y_3 = \frac{1}{2}.$$

(27) formulaga asosan

$$\Delta_{1P} = \frac{\omega_1 y_1}{EJ_1} + \frac{\omega_2 y_2}{EJ_2} + \frac{\omega_3 y_3}{EJ_3} = -\frac{72 \cdot \frac{1}{3}}{E2J_1} - \frac{36 \cdot \frac{1}{2}}{E2J_1} = \frac{21}{EJ_1}.$$

Bu yerdagi manfiy ishora burilish burchagining yo'nalishi bilan qo'yilgan birlik momentning yo'nalishi qarama-qarshi ekanligini ko'rsatadi, ya'ni C tugun soat strelkasi yo'nalishiga teskari yunalishda buriladi.


a)
q=2 kN/m
P=8 kN
J2=2J1
J1
h = 3 m
ℓ = 6 m
b)
q=2 N/m
x2
x1
B
A
Asosiy sistema
v)
24
24
ω2
ω1
ω3
MP
g)
3
3
3
3
y1
y2
M1
ℓ = 6 m
d)
1
M1=1
y2
y3
M2
ℓ = 6 m

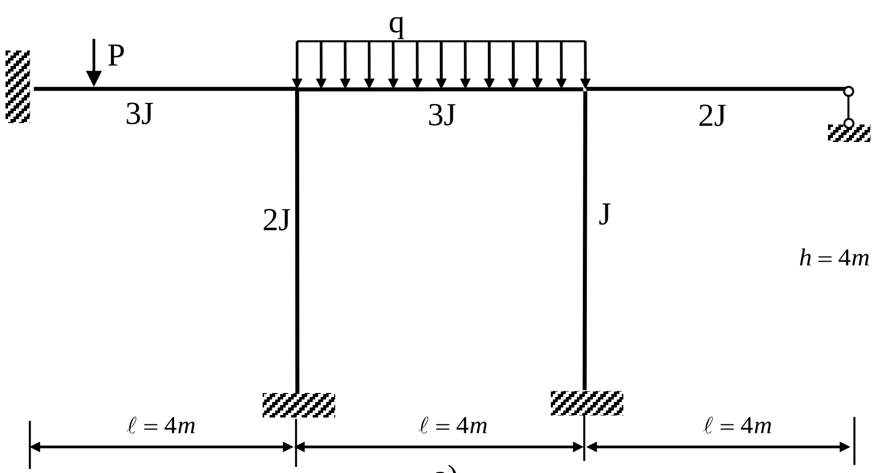
19-rasm

2.4-§. STATIK ANIQMAS RAMALARNI KO'CHISHLAR USULI YORDAMIDA YECHISH.

Berilgan statik aniqmas rama uchun (20-rasm, a) ko'chishlar usulidan foydalanib M epyurasi qurilsin.

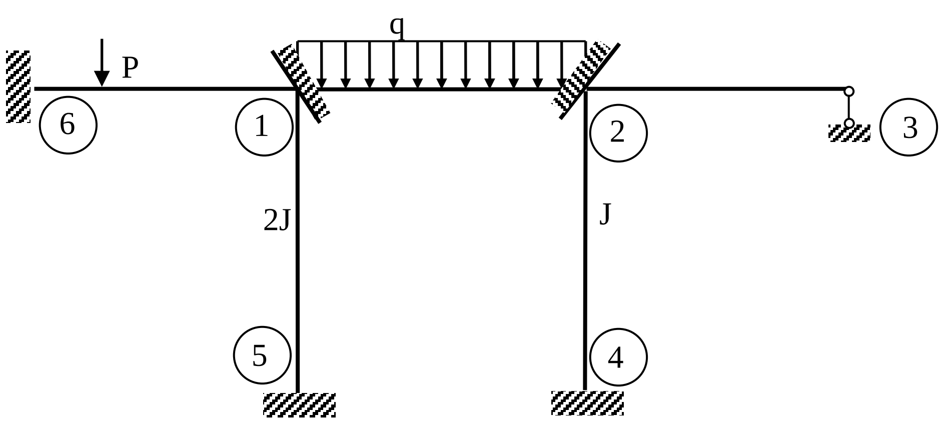
Berilgan rama 2 marta kinematik aniqmas. Chunki birinchi va ikkinchi tugunlarning buralish burchaklari z_1 va z_2 no'malum.

Bu tugunlarning buralishiga qarshilik ko'rsatuvchi qo'shimcha bog'lanishlarni qo'yib, asosiy sistemani tanlaymiz. (20-rasm, b). Rama elementlarining chiziqli bikrligi chizmada tasvirlangan.



a)

20-rasm



b)

Rama elementlarining chiziqli bikrligi i_{ab} ni aniqlaymiz: $i_{ab} = \frac{EJ_{ab}}{l_{ab}}$ formuladan foydalanamiz.

$$i_{12} = \frac{EJ_{12}}{l_{12}} = \frac{E3J}{4} = 3i, \quad bunda \quad i = \frac{EJ}{4}$$

$$i_{23} = \frac{EJ_{23}}{l_{23}} = \frac{E2J}{4} = 2i,$$

$$i_{24} = \frac{EJ_{24}}{l_{24}} = \frac{EJ}{4} = i,$$

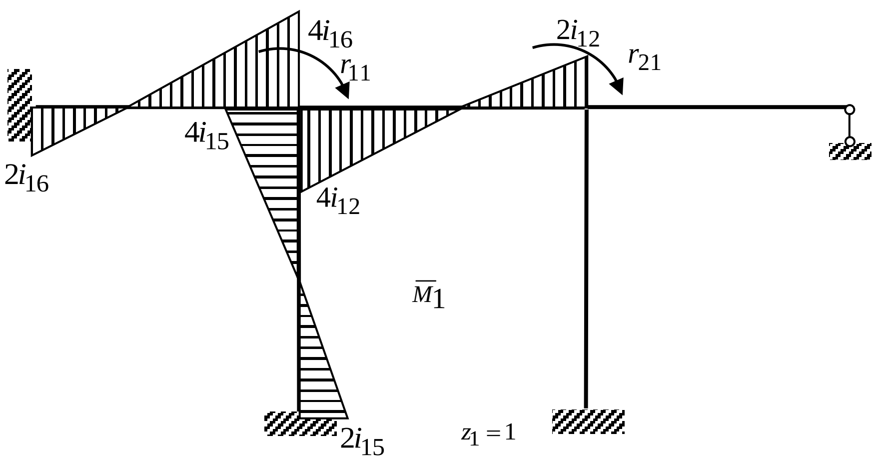
$$i_{16} = \frac{EJ_{16}}{l_{16}} = \frac{3EJ}{4} = 3i,$$

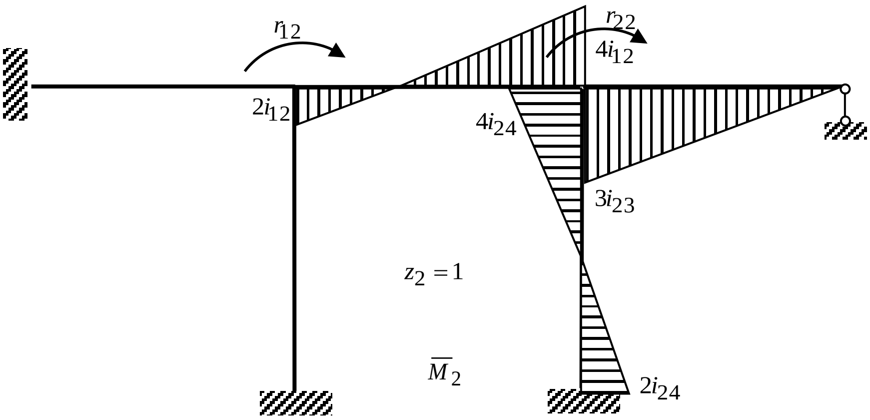
$$i_{15} = \frac{EJ_{15}}{l_{15}} = \frac{2EJ}{4} = 2i.$$

Berilgan rama va asosiy sistema orasidagi farqni yo'qotish uchun ko'chishlar metodining kanonik tenglamalaridan foydalanamiz:

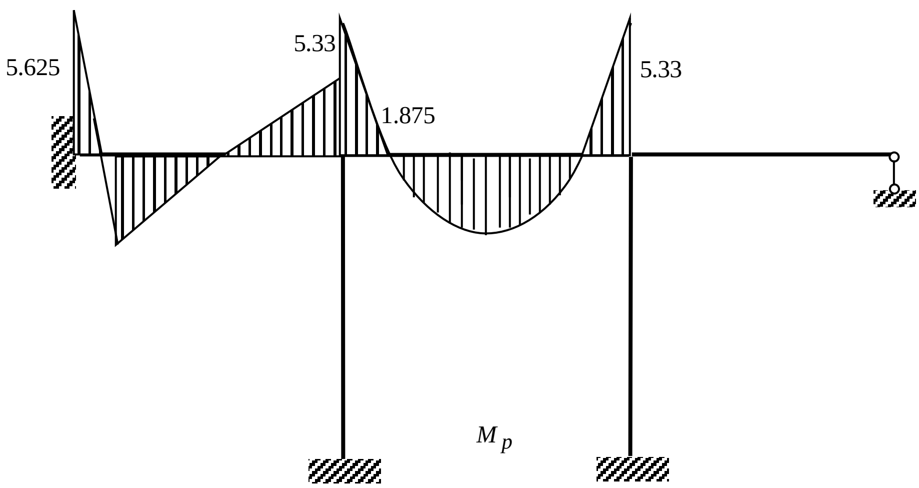
$$r_{11}z_1 + r_{12}z_2 + R_{1p} = 0$$
$$r_{21}z_1 + r_{22}z_2 + R_{2p} = 0.$$

Bu sistemaning koeffitsiyentlarini aniqlash uchun asosiy sistemada birinchi va ikkinchi qo'shimcha bog'lanishlarning $z_1 = 1$ va $z_2 = 1$ burchakka buralishidan hamda tashqi kuchlardan hosil bo'lgan eguvchi momentlar $\overline{M}_1, \overline{M}_2, \overline{M}_p$ ning epyuralarini jadvaldan foydalanib chizamiz. (20-rasm, s,d).





d)



e)

$$M_{12}^p = -\frac{ql_{12}^2}{12} = -\frac{4\cdot 4^2}{12} = -\frac{4\cdot 16}{12} = -5{,}33\,kN\cdot m;$$

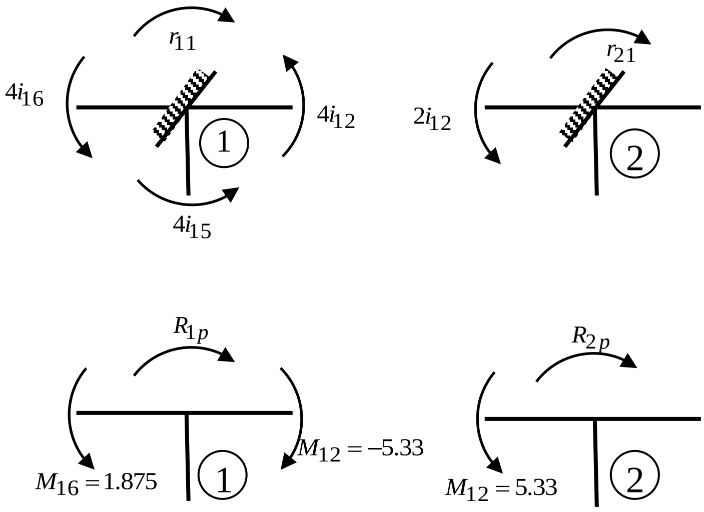
$$M_{21}^p = 5{,}33\,kN\cdot m;$$

$$M_{16}^p = \frac{P\cdot c^2 d}{l_{16}^2} = \frac{10\cdot 1\cdot 3}{4^2} = 1{,}875\,kN\cdot m;$$

$$M_{61}^p = -\frac{P\cdot c\cdot d^2}{l_{16}^2} = -\frac{10\cdot 1\cdot 3^2}{4^2} = -5{,}625\,kN\cdot m;$$

Bu tayanch momentlar ordinatasiga asosan sistemaning M^p epyurasi chiziladi (20-rasm, e).

Asosiy sistemaning M_1 va M_2 epyuradan tegishli birinchi va ikkinchi tugunlarni muvoznat shartini yozamiz (21-rasm, a, b, s, d).



21-rasm

$\sum M_1 = 0$ $\quad r_{11} - 4i_{12} - 4i_{15} - 4i_{16} = 0,$

Bundan $\quad r_{11} = 4(3i + 2i + 3i) = 32i.$

$\sum M_2 = 0$ $\quad r_{21} - 2i_{12} = 0,$

Bundan $\quad r_{21} = 2i_{12} = 3 \cdot 3i = 6i.$

$\overline{M}_2$ ning epyurasidan

$\sum M_2 = 0$ $\quad r_{22} - 4i_{21} - 4i_{24} - 3i_{23} = 0,$

Bundan $\quad r_{22} = 4 \cdot 3i + 4i + 3 \cdot 2i = 22i.$

$\sum M_1 = 0$ $\quad R_{1p} + M_{12}^{p} - M_{16}^{p} = 0$

Bundan $\quad R_{1p} = M_{16}^{p} - M_{12}^{p} = 1{,}875 - 5{,}33 = -3{,}455\,kN.$

$\sum M_2 = 0$ $\quad R_{2p} - M_{12}^{p} = 0$

Bundan $\quad R_{2p} = M_{12}^{p} = 5{,}33\,kN$

Koeffisientlarning qiymatlarini kanonik tenglamalar sistemasiga qo'yamiz:

$$\begin{cases} 32z_1 + 6z_2 - 3{,}455 = 0 \\ 6z_1 + 22z_2 + 5{,}33 = 0 \end{cases}$$

Bu tenglamalar sistemasini yechib no'malum buralish burchaklari z_1 va z_2 ni topamiz:

$$z_1 = 0{,}162; \qquad z_2 = -0{,}286.$$

Rama har bir sterjenining chekka kesimlaridagi eguvchi moment ordinatalarini topamiz:

$M_{12} = M_{12}^p + \overline{M}_1 \cdot z_1 + \overline{M}_2 \cdot z_2 = -5{,}33 + 4 \cdot 3 \cdot 0{,}162 + 2 \cdot 3 \cdot (-0{,}286) = -5{,}105\, kN \cdot m$

$M_{21} = M_{21}^p + 2i_{12} \cdot z_1 + 4i_{12} \cdot z_2 = 5{,}33 + 2 \cdot 3 \cdot 0{,}162 + 4 \cdot 3 \cdot (-0{,}286) = 2{,}873\, kN \cdot m$

$M_{16} = M_{16}^p + 4i_{16} \cdot z_1 = 1{,}875 + 4 \cdot 3 \cdot 0{,}162 = 3{,}819\, kN \cdot m$

$M_{61} = M_{61}^p + 2i_{61} \cdot z_1 = -5{,}625 + 2 \cdot 3 \cdot 0{,}162 = -4{,}653\, kN \cdot m$

$M_{15} = M_{15}^p + 4i_{15} \cdot z_1 = 0 + 4 \cdot 2 \cdot 0{,}162 = 1{,}296\, kN \cdot m$

$M_{51} = M_{51}^p + 2i_{51} \cdot z_1 = 0 + 2 \cdot 2 \cdot 0{,}162 = 0{,}648\, kN \cdot m$

$M_{24} = M_{24}^p + 4i_{24} \cdot z_2 = 0 + 4 \cdot 1 \cdot (-0{,}286) = -1{,}144\, kN \cdot m$

$M_{42} = M_{42}^p + 2i_{24} \cdot z_2 = 0 + 2 \cdot 1 \cdot (-0{,}286) = -0{,}572\, kN \cdot m$

$M_{23} = M_{23}^p + 3i_{23} \cdot z_2 = 0 + 3 \cdot 2 \cdot (-0{,}286) = -1{,}716\, kN \cdot m$

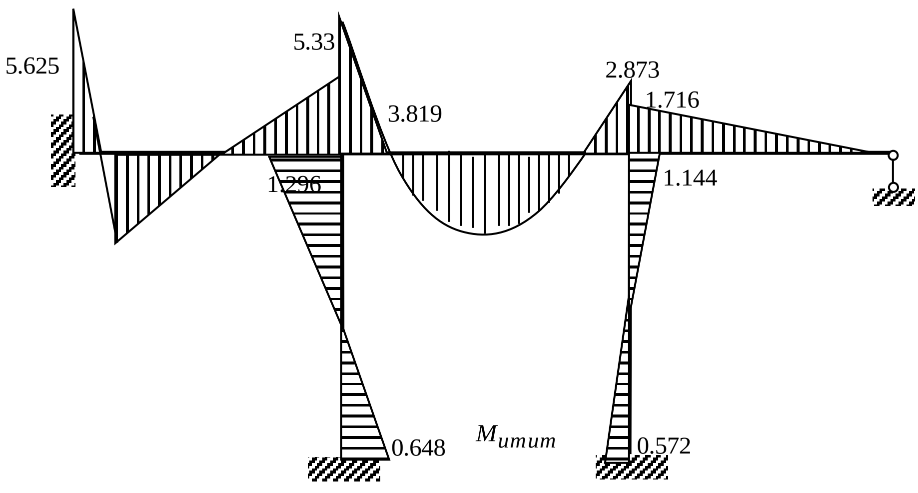
$M_{32} = M_{32}^p + 3i_{32} \cdot z_2 = 0$

$M_C = 2 \cdot u^2 \cdot \vartheta^2 \cdot P \cdot l = 2 \cdot 0{,}25^2 \cdot 0{,}75^2 \cdot 4 \cdot 10 = 2{,}812\, kN \cdot m$

P ostidagi qiymatni aniqlash uchun $M_C = 2 \cdot u^2 \cdot \vartheta^2 \cdot P \cdot l$ dan foydalanamiz: bu yerda $u = \frac{c}{l} = \frac{1}{4}$, $\quad \vartheta = \frac{d}{l} = \frac{3}{4}$.

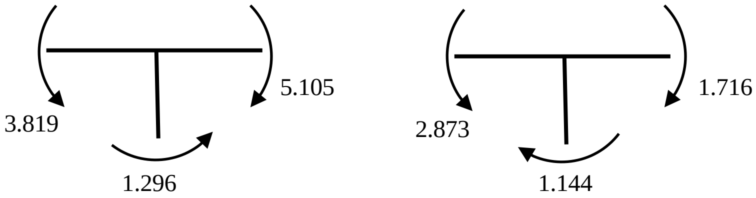
Demak $M_C = 2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 10 \cdot 4 = 2{,}812\, kN \cdot m$.

Bu ordinatalarga asosan berilgan rama uchun M_{um} eguvchi momentning umumiy epyurasi quriladi. (22-rasm).



22-rasm

M_{um} uchun epyuraning to'g'riligini tekshirish uchun ramaning har bir tugunini kesamiz:



Tugunning muvozanatini teksahiramiz:

$\sum M_C = 0 \qquad 5{,}105 - 1{,}296 - 3{,}819 = 0 \qquad \sum M_C = 0 \qquad 1{,}716 + 1{,}144 - 2{,}873 = 0$

Demak rama uchun M_{um} to'g'ri hisoblangan.

Xulosa

Ramalar uchun hisob sxemalari tanlandi, tashqi kuch ta’sirida M_P epyurasi qurildi, birlik kuchlaridan hosil bo’lgan $\overline{M}_1, \overline{M}_2$ epyuralari qurildi, kanonik tenglamalar tuzildi, Vereshchagin qoidasidan foydalanib tashqi kuch epyuralari birlik kuch epyuralariga ko’paytirildi va kanonik tenglama koeffitsientlari aniqlandi, haqiqiy $M_{\sum}$ epyurasi qurildi, $M_{\sum}$ epyurasidan foydalanib $Q_{\sum}$ va $N_{\sum}$ epyuralari qurildi. Ramalardagi tayanch va birikish joylaridagi ko’chishlari aniqlandi.

Adabiyotlar ro'yxati

1. Г.В.Исаханов и др. Строителъная механика Киев, высщая школа 1990.
2. А.Ф.Смирнов, А.В.Александров, Б.Я.Лащеников, Н.Н.Щапошкинов Строителъная механика: Динамика и устойчивостъ сооружений/-М, Стройиздат, 1984, 415 с.
3. М.Т.Ўразбоев Материаллар қаршилиги Тошкент, Т.1-2. 1980 й.
4. Ю.Н.Роботнов Механика дефоримируемого твердого тела М.1988 г.
5. Ю.Н.Бутенко, С.Н.Кан, В.Н.Пустовойтов и др. Строителъная механика стержневых систем и оболочек. высш.шк. Головное изд-во 1980. 486 с.
6. М.Эргашев Материаллар қаршилиги Хисоблаш-лойихалаш ишлари. Тошкент. «Молия»-2003 й.

Internet saytlari

1.http:/www.edu.uz-ta'lim saytlari.

2. http:/www.eqworld.ru-adabiyotlar elektron variantlari.

3. http:/www.ziyonet.uz-adabiyotlar elektron variantlari.

Задача 3. Расчёт статически неопределимой рамы методом сил

Исходные данные для расчета рамы (рис.4.10):

$I_{cm} = cI_{риг}\,(I_1 = 2I_2);\quad \sigma_T = 240\,МПа;\quad n_T = 1{,}5;\quad [\sigma] = \dfrac{\sigma_T}{n_T} = 160\,МПа;$

$c = 2;\quad A_{риг} = 0{,}5cA_{cm};\quad W_{риг} = 0{,}75cW_{cm}.$

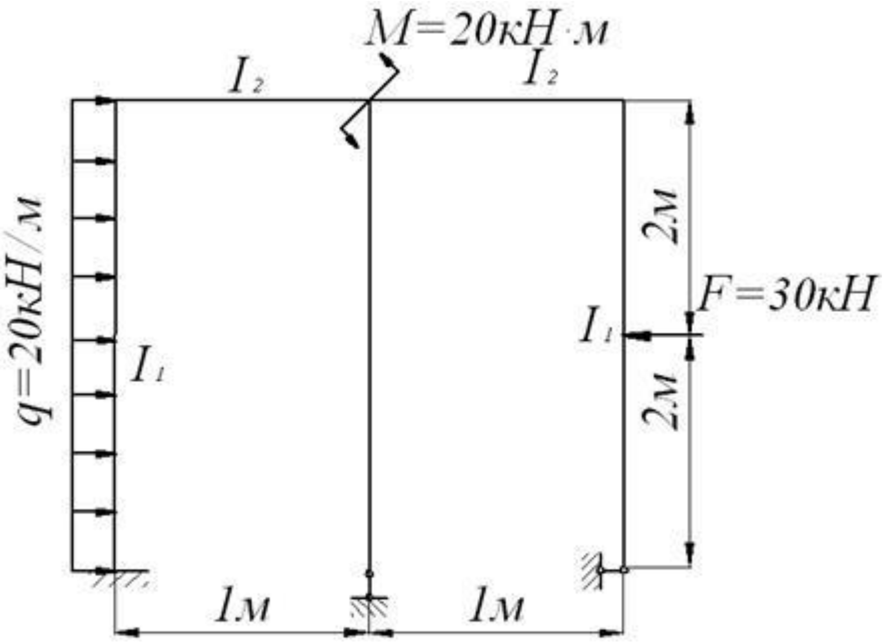


Рис.4.10. Схема рамы

Порядок расчёта:

1. Находим степень статической неопределимости рамы:

$n = r - s = 5 - 3 = 2.$

2. Выбираем основную систему (рис.4.11).

3. Формируем эквивалентную систему (рис.4.11).

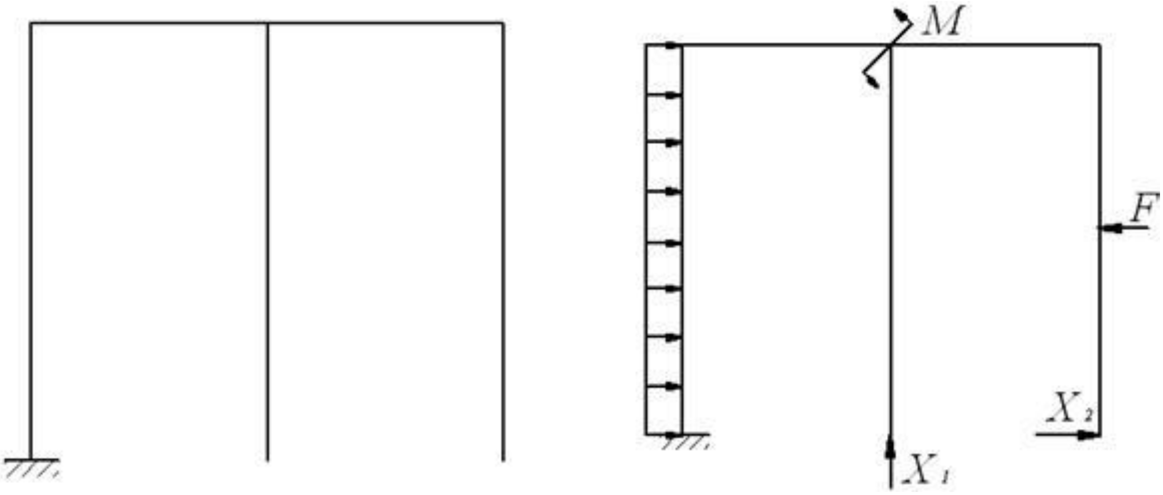
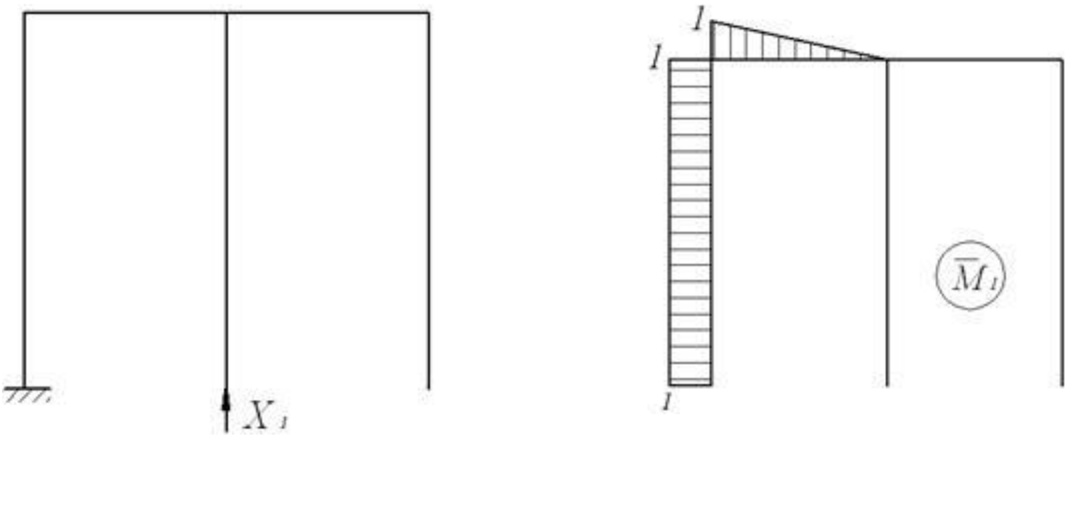


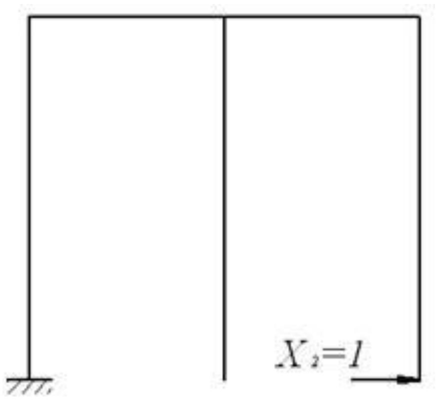
Рис.4.11. Основная и эквивалентная системы

4. Записываем канонические уравнения метода сил

$$\begin{cases}\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1F} = 0;\\ \delta_{12}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2F} = 0.\end{cases}$$

5. Строим единичные ($\overline{M}_1$, $\overline{M}_2$) и грузовую (M_F) эпюры изгибающих моментов (рис.4.12, 4.13).





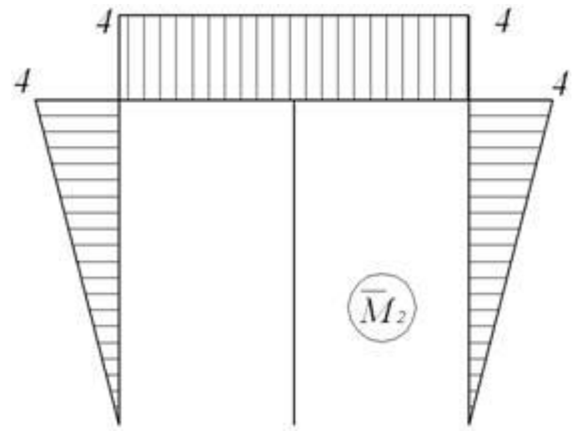
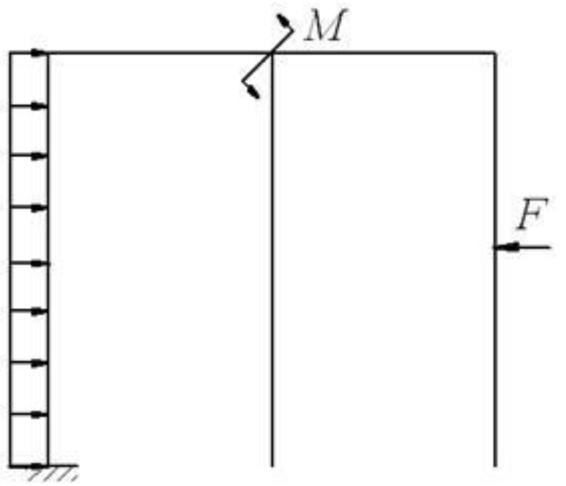


Рис.4.12. Единичные эпюры изгибающих моментов



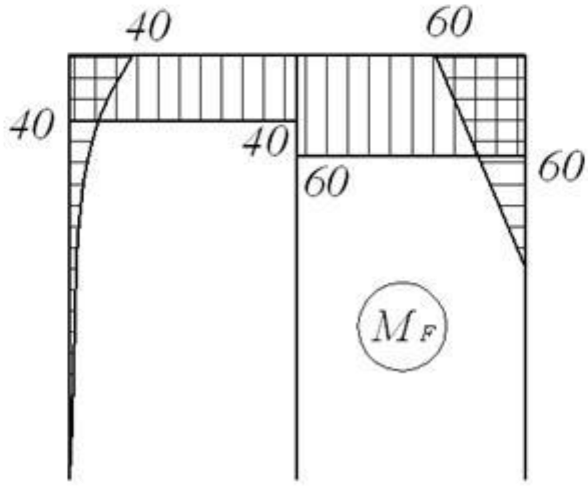


Рис.4.13. Грузовая эпюра изгибающих моментов

6. Вычисляем коэффициенты канонических уравнений, перемножая соответствующие эпюры изгибающих моментов по правилу Верещагина.

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI_2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{2EI_2} \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 = \frac{1}{3EI_2} + \frac{2}{EI_2} = \frac{7}{3EI_2};$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI_2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 + \frac{1}{2EI_2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 1 = \frac{2}{EI_2} + \frac{4}{EI_2} = \frac{6}{3EI_2};$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI_2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 + \frac{1}{2EI_2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{32}{EI_2} + \frac{64}{3EI_2} = \frac{160}{3EI_2};$$

$$\Delta_{1F} = \frac{1}{EI_2}(4 \cdot 1 \cdot 60 + 4 \cdot 1 \cdot 40) - \frac{1}{2EI_2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 40 \cdot 4 \cdot 1 = -\frac{20}{EI_2} - \frac{80}{3EI_2} = -\frac{140}{3EI_2};$$

$$\Delta_{2F} = -\frac{1}{EI_2}(4 \cdot 1 \cdot 60 + 4 \cdot 1 \cdot 40) - \frac{1}{2EI_2} \cdot [-\frac{2}{6} \cdot (2 \cdot 60 \cdot 4 + 2 \cdot 60) +$$

$$+ 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 40 \cdot 4 \cdot \frac{3}{4} \cdot 4] = -\frac{400}{EI_2} - \frac{180}{EI_2} = -\frac{580}{3EI_2}.$$

7. Для выполнения проверки строим суммарную единичную эпюру моментов (рис.4.14).

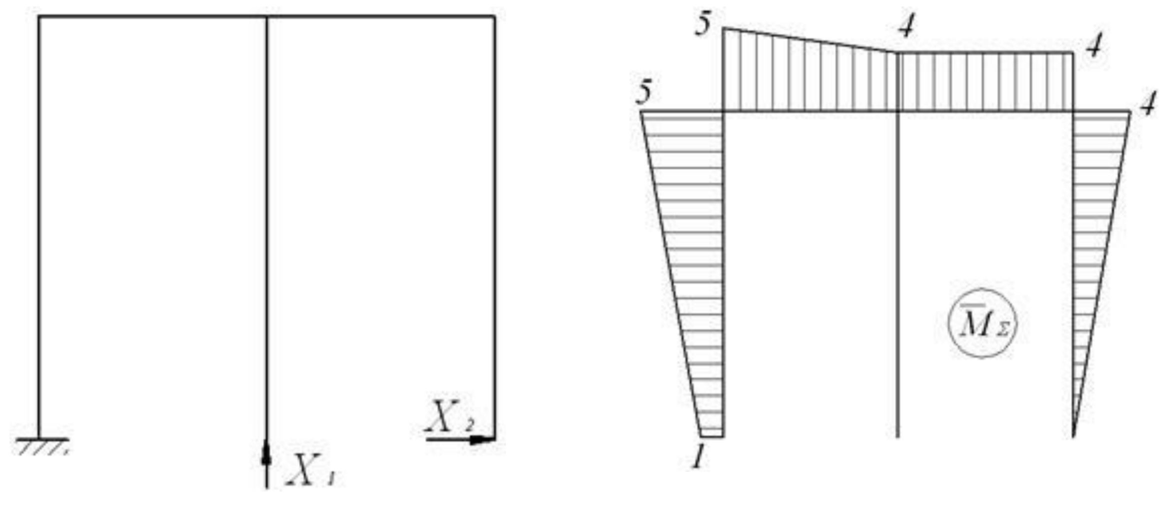


Рис.4.14. Суммарная единичная эпюра изгибающих моментов

8. Вычисляем коэффициенты $\delta_{\Sigma\Sigma}$ и $\Delta_{\Sigma F}$.

$$\delta_{\Sigma\Sigma} = \frac{1}{EI_2}\left[4\cdot1\cdot4 + \frac{1}{6}(2\cdot5\cdot5 + 2\cdot4\cdot4 + 2\cdot5\cdot4)\right] +$$

$$+\frac{1}{2EI_2}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot4\cdot4\cdot\frac{2}{3}\cdot4 + \frac{4}{6}(2\cdot5\cdot5 + 2\cdot1\cdot1 + 2\cdot5\cdot1)\right] = \frac{109}{3EI_2} + \frac{94}{3EI_2} = \frac{203}{3EI_2};$$

$$\Delta_{\Sigma F} = -\frac{1}{EI_2}\left(4\cdot1\cdot60 + \frac{5+4}{2}\cdot1\cdot40\right) - \frac{1}{EI_2}\cdot[\frac{2}{3}(2\cdot4\cdot60 + 260) +$$

$$+\frac{1}{3}\cdot40\cdot4\cdot\frac{3}{4}\cdot4 + \frac{1}{3}\cdot40\cdot4\cdot1] = -\frac{420}{EI_2} + \frac{620}{3EI_2} = -\frac{1880}{3EI_2}.$$

9. Проверка:

а) $$\delta_{11} + 2\delta_{12} + \delta_{22} = \left(\frac{7}{3} + 2\frac{18}{3} + \frac{160}{3}\right)\cdot\frac{1}{EI_2} = \frac{203}{3EI_2} = \delta_{\Sigma\Sigma};$$

б) $$\Delta_{1F} + \Delta_{2F} = -\frac{580}{EI_2} - \frac{140}{3EI_2} = \frac{1880}{3EI_2} = \Delta_{\Sigma F}.$$

10. Вычисляем реакции лишних связей:

$$\begin{cases} 7X_1 + 18X_2 = 140; \\ 18X_1 + 160X_2 = 1740. \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & 18 \\ 18 & 160 \end{vmatrix} = 1120 - 324 = 796;$$

$$\Delta_{X_1} = \begin{vmatrix} 140 & 18 \\ 1740 & 160 \end{vmatrix} = 22400 - 31320 = -8920;$$

$$\Delta_{X_2} = \begin{vmatrix} 7 & 140 \\ 18 & 1740 \end{vmatrix} = 12180 - 2520 = 9660;$$

$$X_1 = -\frac{8920}{796} = -11{,}21kH; \quad X_2 = \frac{9660}{796} = 12{,}14kH.$$

11. Строим эпюры N_z, Q_y и M_x для заданной системы с учётом вычисленных реакций X_1 и X_2 (рис.4.15).

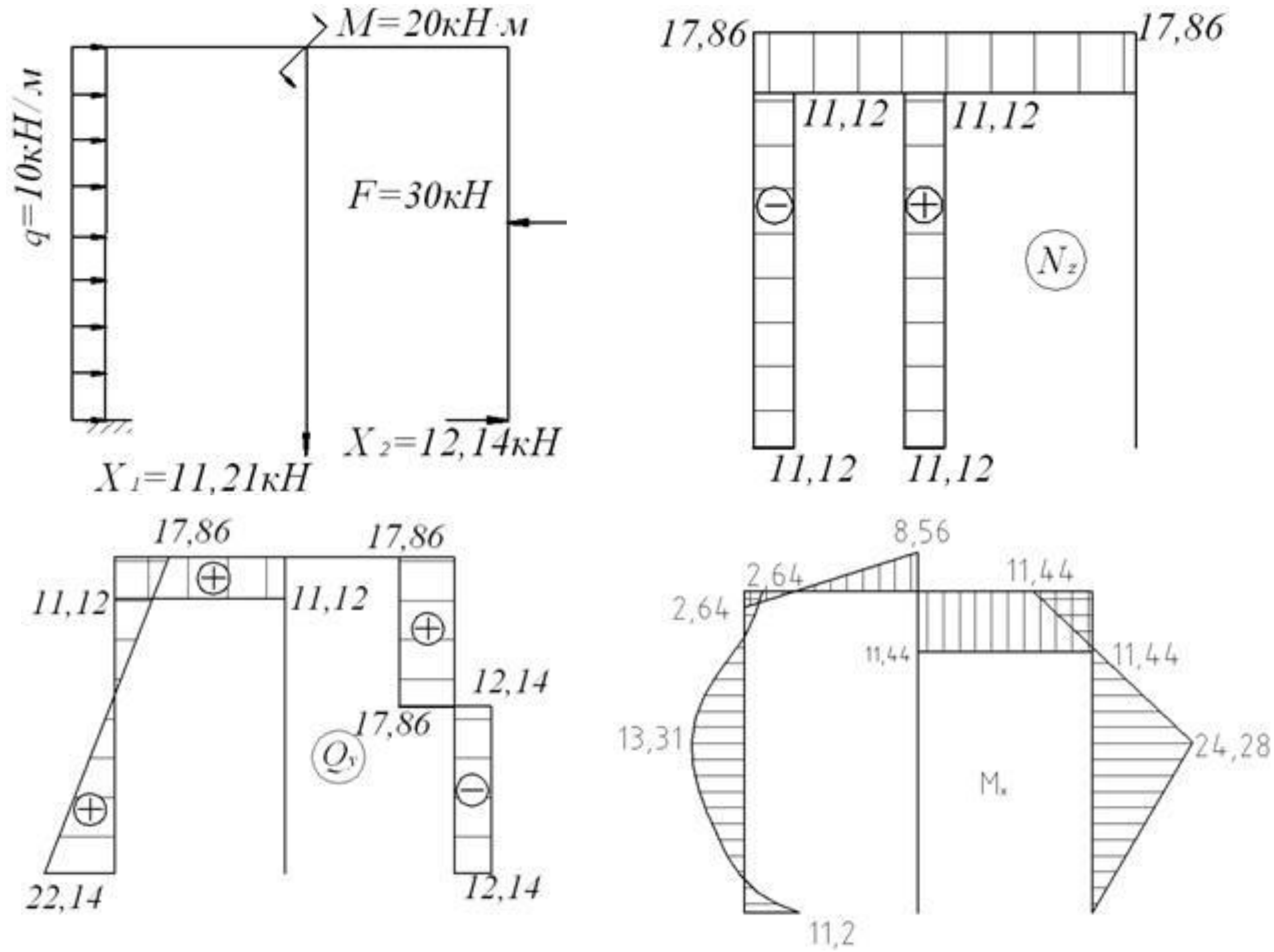


Рис.4.15. Окончательные эпюры

$$M_{x,\max} = -F \cdot 0{,}214 \cdot +20 + X_2 \cdot 2{,}214 - X_1 \cdot 1 - q \cdot 1{,}786 \cdot 0{,}893 =$$
$$= -6{,}42 + 20 + 26{,}88 - 11{,}2 - 1{,}595 = 13{,}31\,кН \cdot м.$$

12. Проверяем прочность заданного сечения, считая, что такое сечение (рис.4.16) имеет стойка.

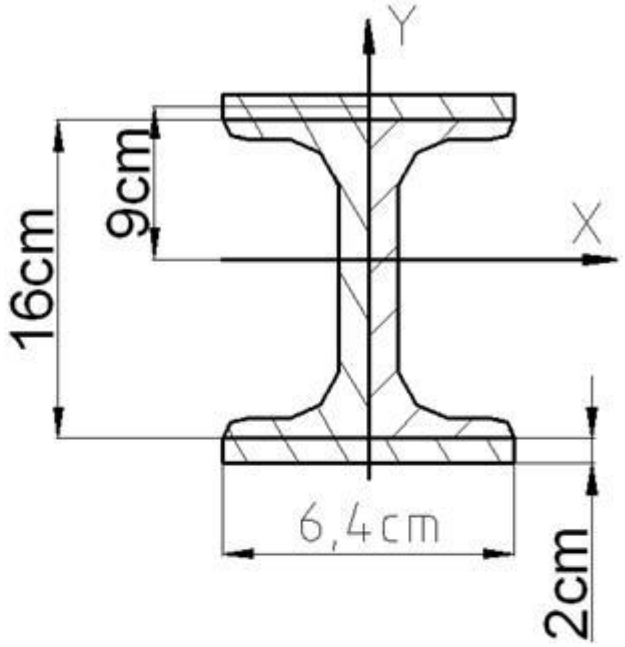


Рис.4.16. Поперечное сечение стойки рамы

Геометрические характеристики стойки:

$$A^{швел.} = 18{,}1 см^2; \quad A^{пл.} = 12{,}8 см^2;$$
$$A^{ст.} = 2(A^{швел.} + A^{пл.}) = 49 см^2.$$

$$I_x = 2I_x^{швел} + 2I_x^{пл} = 2I_x^{швел} + 2\left(I_{x_1}^{пл} + a^2 \cdot A^{пл}\right) =$$
$$= 2 \cdot 741 + 2\left(\frac{2 \cdot 6{,}4^2}{12} + 9^2 \cdot 12{,}8\right) = 2606{,}18 см^4;$$

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{2606{,}18}{10} = 260{,}62 см^3;$$
$$\boldsymbol{\sigma}_{z,\max} = \frac{24{,}28}{260{,}62 \cdot 10^{-6}} + \frac{11{,}2}{49 \cdot 10^{-4}} = 95{,}45 \cdot 10^3 кПа = 95{,}45 МПа \leq [\boldsymbol{\sigma}],$$

прочность стойки обеспечена.

Геометрические характеристики ригеля:

$$W^{риг} = 0{,}75c \cdot W^{ст} = 0{,}75 \cdot 2 \cdot 260{,}62 \approx 391 см^3.$$

$$A^{риг} = 0{,}5cA^{ст} = 0{,}5 \cdot 2 \cdot 49 = 49 см^2;$$

$$\sigma_{z,\max} = \frac{24{,}28}{391 \cdot 10^{-6}} + \frac{11{,}2}{49 \cdot 10^{-4}} = 64{,}39 \cdot 10^3\, кПа = 64{,}39\, МПа \leq [\sigma],$$

прочность ригеля обеспечена.