



**МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН**

**ТАШКЕНСКИЙ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**

**ФАКУЛЬТЕТ «ТЕХНОЛОГИЯ ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТОВ»**

**КАФЕДРА «Машины и аппараты пищевой промышленности -  
основы механики»**

**МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ  
ПО МЕХАНИКА-2**

**«Основы расчета прочностной надежности  
элементов конструкций»**

Ташкент 2017 г.

Методическое пособие по «Механика-2».

Данное методическое пособие предназначено для студентов Ташкентского Химико-технологического института и студентов немеханических специальностей ВУЗов по курсу «Механика-2» и по одноименному разделу курсов «Прикладная механика», «Техническая механика» и соответствует программам этих курсов.

Целью настоящего учебного пособия является самостоятельное закрепление и углубление знаний, полученных при изучении основ сопротивления материалов, являющем составной частью общего курса прикладной механики. Выполнение рассматриваемых задач позволит студентам получить первые навыки самостоятельных расчётов прочностной надёжности брусьев, которые являются основными конструктивными элементами механизмов машин производств химической, пищевой технологии и строительных конструкций, а главное, овладеть методом расчёта, который для всех видов деформаций является однотипным.

Составители: Э.Ш.Инагамов, Н.Р. Баракаев, Ж.С Тавбаев.  
Ш.В. Муминов, Г.З. Шаманов.

Рецензент: проф. Сафаров И.И

Методическое пособие обсуждено и одобрено на заседании кафедры «Машины и аппараты пищевой промышленности - основы механики»

Протокол № \_\_\_\_\_ от « » \_\_\_\_\_ 2017 г.

Заведующий кафедрой

доц. Т.Т.Сафаров

Данное методическое пособие обсуждено и одобрено научно-методическим советом факультета «Технология пищевых продуктов» ТКТИ.

Протокол № \_\_\_\_\_ от « » \_\_\_\_\_ 2017 г.

Председатель научно-методического совета

доц. О.К.Юнусов.

## ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебное пособие предназначено для студентов бакалавров Ташкентского Химико-технологического института по следующим направлениям:

В Механика-2 под термином прочностной надёжности следует понимать общие принципы расчётов, принятые в механике деформируемого твердого тела, в частности, в сопротивлении материалов, то есть расчёты на прочность, жёсткость и устойчивость. Прикладная механика предусматривает все формы учебной работы: лекции, практические занятия, лабораторные работы, курсовое проектирование, самостоятельную работу студентов.

Целью настоящего учебного пособия, является самостоятельное закрепление и углубление знание, полученных при изучение основ сопротивления материалов, являющегося составной частью общего курса прикладной механики. Выполнение рассматриваемых задач позволит студентам получить первые навыки самостоятельных расчётов прочностной надёжности брусьев, которые являются основными конструктивными элементами механизмов машин производств химической, пищевой технологии и строительных конструкций, а главное, овладеть методом расчёта, который для всех видов деформаций является однотипным.

Суть самостоятельной работы заключается в построении эпюр внутренних силовых факторов при расчётах на прочность и жёсткость брусьев для основных видов деформаций растяжения, кручения, изгиба.

Таким образом самостоятельная работа студентов сводится к выполнению расчётно-графических работ, которые в данном методическом указании сокращены до минимума и в то же время пригодны для разных специальностей, в учебных планах которых такие работы предусмотрены.

## **ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

1. При получении задания следует вычертить заданные расчетные схемы на бланке-задании или, при отсутствии такого, на отдельном листе указать номер варианта по таблице № 2, а также числовые исходные данные по таблице № 1. Этот лист должен быть проверен и подписан преподавателем. Приступая к решению задач, брус (балку) и нагрузки следует выделять толстыми линиями, остальные (выносные, размерные, осевые) – тонкими, обязательно соблюдая масштаб длины.

2. Брус обычно состоит из нескольких участков. Участком называется часть бруса, в пределах которого внутренние усилия имеют какое-то одно постоянное значение, или меняются по одному определенному закону. Этот закон может быть линейным или нелинейным. Границами участков служат точки приложения нагрузок, начало и конец распределенных нагрузок или сечения, в которых происходит изменение размеров ступени.

3. Система координат может быть выбрана постоянная, когда начало координат, находится в левой или правой крайней точке бруса. Для случаев растяжения или кручения, начало координат следует принимать с заземленного конца бруса и решение начинать отсюда же. При изгибе начало координат может иметь постоянное месторасположение для всех участков в начале первого участка. Но можно применять и подвижную систему координат, тогда начало координат для каждого участка располагается в начале участка. Особенно бывает удобным располагать начало координат в начале равномерно распределенной нагрузки.

4. Для определения внутренних усилий на каждом участке применяют метод сечений. Мысленно производят сечение участка на произвольном расстоянии  $Z$  от начала координат, указывают пределы переменной  $z$ , отброшенную часть заменяют внутренними усилиями, указывают значение внутренних усилий в зависимости от расстояния  $z$ . Если внутреннее усилие зависит от  $z$ , то оно переменное, меняется по линейному или нелинейному закону. При постоянном значении достаточно знать величину внутреннего усилия в одной точке, при переменных – в двух или нескольких точках.

5. Особое внимание следует уделить изгибу. Здесь в поперечных сечениях бруса возникают два внутренних силовых фактора: поперечная сила и изгибающий момент, зависящие от расстояния  $z$  и от внешних сил, приложенных по одну сторону от сечения. Для  $Q$  и  $M$  выражают функциональную зависимость этих усилий от  $z$ , т.е.  $Q = f(z)$  и  $M = f(z)$ . Между поперечными силами и изгибающими моментами существует дифференциальная зависимость:

$$Q = \frac{dM}{dz} ; \quad q = \frac{dQ}{dz} = \frac{d^2M}{dz^2}$$

Если график  $M = f(z)$  есть кривая второго порядка, то ее исследуют на максимум и минимум.

6. Принимая определенный масштаб для величины внутреннего усилия, строят график (эпюру) этого усилия, по длине бруса.  
при растяжении – строят эпюру продольных сил  $N$ ,  
при кручении – эпюру крутящих моментов  $T$ ,  
при изгибе – эпюры поперечных сил и изгибающих моментов  $Q$  и  $M$ .

7. Производят расчет на прочность.

### ***ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РАБОТЫ***

1. Самостоятельно выполненная работа оформляется на стандартных листах писчей бумаги формата А 4. На первой странице работы оформляется титульный лист, образец которого приведён на стр. 5, на второй странице – задание, подписанное преподавателем.

2. Каждую задачу следует начинать с новой страницы, полностью приводить условие задачи и необходимые числовые данные.

3. Решение должно сопровождаться краткими, последовательными и грамотными, без сокращения слов, объяснениями. Следует избегать многословных пояснений и пересказов учебника, памятуя, что язык техники – формула и чертёж.

## **МЕТОДЫ РАСЧЁТА ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ**

При работе машины каждый ее элемент (деталь) нагружен внешними силами, которые могут привести к недопустимой деформации деталей или их разрушению. Чтобы этого не произошло, необходимо правильно выбрать материал, конструктивные формы каждой детали в зависимости от характера действия сил и условий эксплуатации. В результате расчётов при проектировании следует убедиться, удовлетворяет ли конструкция предъявляемым требованиям надёжности.

Методы расчёта выбираются в зависимости от условий работы конструкций и требований, которые к ней предъявляются.

Основным методом расчёта элементов конструкций является расчёт по напряжениям. В основу этого метода положено предположение, что критерием надёжности конструкции является напряжённое состояние в точке. Оно характеризуется совокупностью нормальных и касательных напряжений, действующих по всем площадкам, которые можно провести через рассматриваемую точку. Из анализа напряженного состояния конкретной детали выявляются те сечения (точки) ее элементов, в которых действует наибольшее напряжение. Найденное напряжение сравнивается с предельным напряжением для данного материала, полученным из лабораторных испытаний, и формулируется заключение о прочности конкретного элемента конструкции.

В том случае, когда деталь имеет сложную конфигурацию, применяют экспериментальные методы измерения деформации. Для простых конструктивных схем используется метод расчёта по разрушающим нагрузкам. В этом методе определяется предельная нагрузка, которую может выдержать конструкция без разрушения и без больших деформаций. Предельная нагрузка сравнивается с рабочей и на основании этого делается вывод о прочности конструкции в рабочих условиях.

В том случае, когда к конструкции предъявляются требования минимальных деформаций, ее элементы рассчитываются на жесткость. Не исключать расчёта системы на прочность по напряжением.

В инженерных расчетах часто встречаются задачи, в которых большое внимание приходится уделять вопросам устойчивости, то есть способности конструкции сохранять под действием нагрузки начальную форму равновесия.

Курс сопротивления материалов позволяет приближенно установить для различных случаев действия внешних сил математические соотношения между силами, геометрическими размерами элементов конструкций, возникающими силами упругости и деформациями. Здесь опыт и теория тесно увязаны между собой.

### ***КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ***

#### **Геометрическая схематизация элементов конструкций**

Расчёт любого сооружения, конструкции или отдельного конструктивного элемента начинается с выбора расчётной схемы. Она представляет собой упрощенную, идеализированную схемы, которая отражает

наиболее существенные особенности реального объекта, определяющие его поведение под нагрузкой.

Выбор расчётной схемы в сопротивлении материалов начинается со схематизации свойств материала и характера деформирования твёрдого тела. Вторым шагом является схематизация геометрической формы реального объекта. Формы элементов строительных конструкций весьма разнообразны, однако с достаточной степенью точности их можно отнести к четырём основным категориям.

**Б р у с** – элемент, у которого один размер (длина  $l$ ) значительно превышает два других. Геометрически его можно представить как тело, образованное путем перемещения плоской фигуры 2 вдоль некоторой линии 3, называемой продольной осью бруса (рис.1). Центр тяжести 1 фигуры находится на этой оси, а сама фигура ей перпендикулярна и называется поперечным сечением бруса. Продольная ось, таким образом, является геометрическим местом центров тяжести поперечных сечений, поэтому при переходе от конструктивной схемы к расчётной в большинстве случаев можно не вычерчивать брус полностью, а ограничиться изображением только оси. В зависимости от ее формы различают брусья *прямые*

и *кривые* (см. рис. 1). В строительных конструкциях более распространены прямые брусья. Примером кривого бруса может служить грузоподъемный крюк

Прямой брус постоянного сечения называется *призматическим*

Встречаются также брусья с непрерывно меняющимся сечением (например, мостовые опоры). В зависимости от конструктивного назначения, среди брусьев различают стержни, балки .

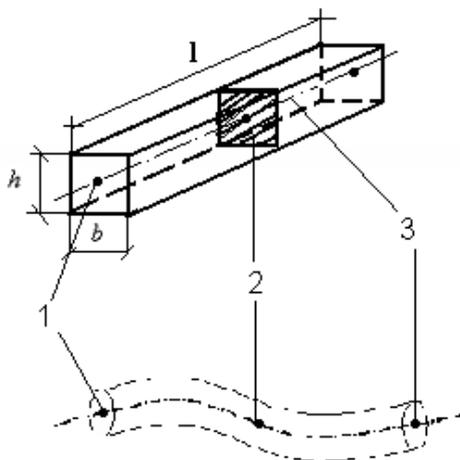


Рис.1

**О б о л о ч к а** – тело, ограниченное двумя криволинейными поверхностями, у которого длина  $l$  и ширина  $b$  велики по сравнению толщиной  $t$  (рис. 2, а). Если при тех же соотношениях размеров тело ограничено параллельными плоскостями (рис.2 б), то оно называется *пластинкой*. К оболочкам относятся стенки сосудов для хранения жидкостей, газов и сыпучих материалов (стенки резервуаров, газгольдеров, бункеров и т.п.). Пластинам могут быть отнесены плоские днища сосудов, настил рабочих площадок цехов,

обшивка каркасных кровельных и стеновых панелей. Толстые пластины принято называть *плитами*.

Тела, у которых все три размера одного порядка, называются *м а с с и в а м* и. К ним относятся фундаменты (рис. 2, в), подпорные стены и т.п. Определение усилий и деформаций оболочек, пластин и массивов в большинстве случаев неосуществимо методами сопротивления материалов. Подобные задачи могут быть решены только с позиций теории упругости, основные предпосылки которой отличаются большей широтой и не ограничиваются такой формой тела, как брус.

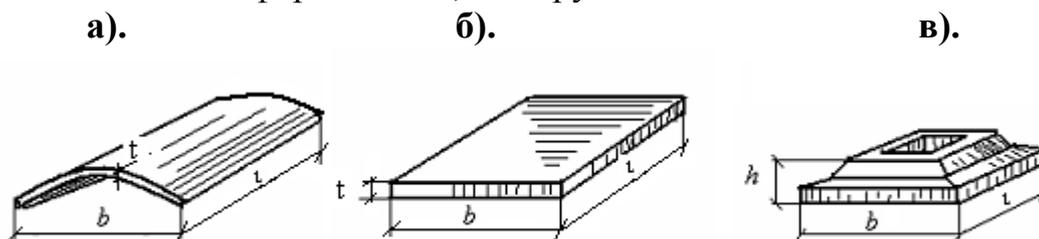


Рис. 2

## КЛАССИФИКАЦИЯ НАГРУЗОК

Сооружения, конструкции и их элементы испытывают в процессе возведения и эксплуатации внешнего воздействия. К ним относятся силовые воздействия от нагрузок, а также воздействия от изменения температуры, смещения опор, усадки и других подобных явлений, вызывающих реактивные силы.

Нагрузки классифицируют по разным признакам. По способу приложения они могут быть объемными или поверхностными. Объемные силы непрерывно распределены по всему объему, занимаемому элементом. К их числу относятся, например, сила тяжести и сила инерции. Нагрузка, приходящаяся на единицу объема, называется интенсивностью объемной нагрузки. Она выражается в единицах силы, отнесенных к единице объема ( $\text{Н/м}^3$ ,  $\text{кН/м}^3$  и т.д.)

Если внешние силы являются результатом непосредственного взаимодействия элемента с другими телами (твердыми, жидкими или газообразными), то они прикладываются только по площадкам контакта и называются поверхностными. Сюда относятся: давление жидкости или газа на стенки сосуда, снеговая нагрузка на кровлю здания, ветровая нагрузка и др. Давление должно выражаться в единицах силы, отнесенных к единице площади ( $\frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$ ,  $\frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$  и т.д.). Однако в СИ вводится специальная производная единица – паскаль:  $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$ , поэтому интенсивность поверхностной нагрузки «р» логично также выражать в Паскалях и кратных ему единицах (кПа, МПа), но это не всегда удобно.

Поскольку соприкосновение реальных, т.е. деформируемых тел, всегда происходит не в точке, а по некоторой, пусть даже очень малой, площадке, все поверхностные нагрузки являются распределенными. Однако в тех случаях, когда площадка контакта пренебрежимо мало по сравнению с размерами нагружаемого элемента, вводят понятие сосредоточенной силы  $F^1$  как

равнодействующей давления по указанной площадке (например, сила обусловленная давлением обода колеса на рельс ).

В практических расчетах часто встречается нагрузка, распределенная по длине элемента конструкции. Так, Например, на каждую промежуточную полосу поверхностной нагрузки « р » шириной « а ». Интенсивность нагрузки, распределенной, по длине балки выражается в единицах силы, отнесенных к единице длины (Н/м, кН/м и т.д.).

$$q = pa \quad (1)$$

В рассматриваемом случае интенсивность постоянна по длине, поэтому нагрузка называется равномерно распределенной и графически изображается в виде прямоугольника. Однако интенсивность может быть переменной и тогда нагрузка распределяется по более сложному закону: треугольному (например, при гидростатическом давлении - давлении покоящейся жидкости), синусоидальному (нагрузка от ветрового напора на элементы типа оболочек) и т. п.

В процессе расчетной схематизации реальные нагрузки не всегда могут быть сведены лишь к сосредоточенным и распределенным силовым воздействиям. Возможны и моментные воздействия – в виде сосредоточенных моментов и моментов, распределенных по длине элемента или его поверхности.

По характеру изменения в процессе приложения, нагрузки делятся на статические, динамические и повторно - переменные. К статическим относятся нагрузки, не меняющиеся со временем (например, нагрузка от собственного веса) или меняющиеся настолько медленно, что вызываемые ими ускорения и силы инерции элементов конструкции пренебрежимо малы (например, снеговая нагрузка).

Динамические нагрузки в отличие от статических меняют свое значение, положение или направление в короткие промежутки времени (движущиеся нагрузки, ударные, сейсмические и др.), вызывая большие ускорения и силы инерции, что приводит к колебаниям конструкций и сооружений.

Повторно- переменными называются нагрузки, многократно (до нескольких миллионов раз) изменяющие со временем значение или значение и знак. Разрушение материала под действием таких нагрузок называется усталостным (например, разрушение куска проволоки от многократного перегибания), а способность противостоять ему – сопротивлением усталости.

По продолжительности действия нагрузки делят на постоянные и временные. К постоянным относятся нагрузки, действующие в течение всего времени существования конструкции или сооружения (например, вес несущих и ограждающих конструкции, вес и давление грунта).

Временные нагрузки действуют на протяжении отдельных периодов эксплуатации или возведения объекта. К ним относятся нагрузки от веса людей, материалов и оборудования; давление жидкостей, газов сыпучих материалов в сосудах и трубопроводах; атмосферные нагрузки; температурные, монтажные, сейсмические, взрывные и прочие воздействия ограниченной продолжительности.

## ВНУТРЕННИЕ СИЛЫ В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ БРУСА

В недеформированном состоянии, т.е. при отсутствии внешних воздействий, связность тела обусловлена силами взаимодействия атомов. Эти силы стремятся сохранить тело как единое целое, препятствуя любой попытке изменить взаимное расположение атомов и таким образом деформировать тело. Внешние воздействия, наоборот, стремятся вызвать деформирование тела путем изменения межатомных расстояний, взаимного расположения атомов и сил их взаимодействия. Сплошное однорядное тело не имеет в своем составе взаимодействующих частиц, и его целостность обеспечивают внутренние связи. Из теоретической механики известна так называемая аксиома связей, которая гласит: равновесие тела сохранится, если действие связей, закрепляющих тело в пространстве заменить их реакциями.

Примечая эту аксиому к деформируемому телу, можно мысленно рассечь его произвольной плоскостью, отделить одну часть от другой и взамен нарушенных связей приложить к каждой части силы, равные усилиям связей. Такие силы называются внутренними. Они непрерывно распределяются по образовавшемуся сечению вследствие допущения сплошности материала. Их находят посредством специального приема – метода сечений, сущность которого заключается в следующем.

Пусть на тело, имеющее форму бруса, действует система взаимно уравновешенных внешних сил  $F_1, F_2, \dots, F_n$  (рис.3,а). Для определения внутренних сил производят последовательно четыре операции: 1) рассекают брус

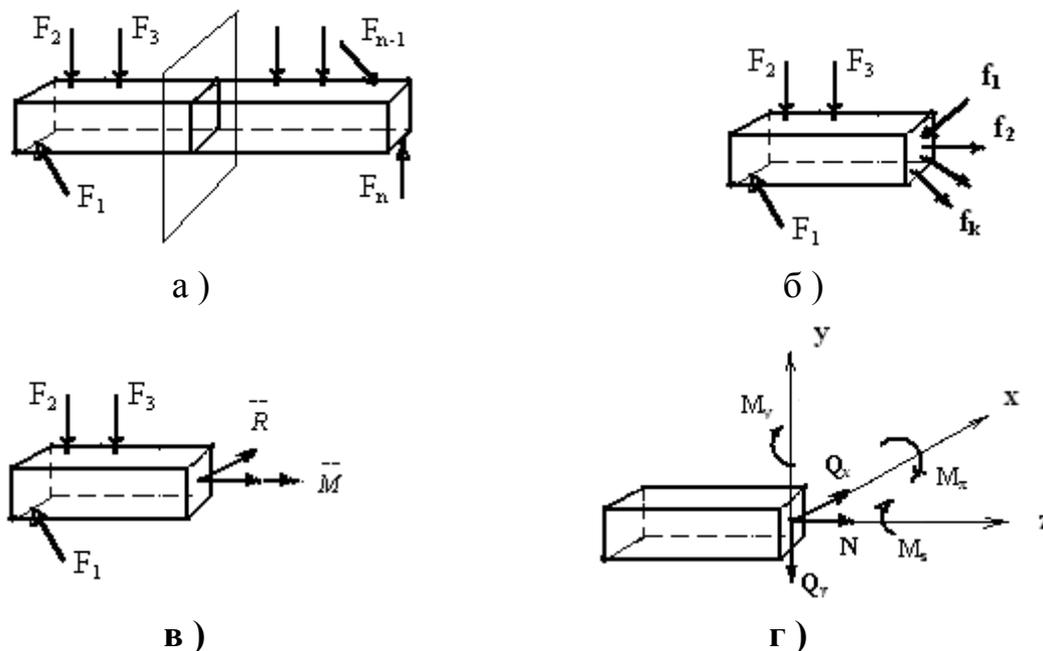


Рис. 3

в интересующем месте воображаемой плоскостью; 2) отбрасывают мысленно одну из образовавшихся частей (обычно ту, к которой приложено больше сил), в результате чего нарушается равновесие оставшейся части; 3) заменяют действие отброшенной части на оставшуюся внутренними силами  $f_1, f_2, \dots, f_n$  (рис 3,б);

4) составляют уравнения равновесия всех сил, приложенных к оставшейся части. При этом имеют в виду, что внутренние силы согласно правилам теоретической механики могут быть приведены к центру тяжести сечения и, таким образом главным векторам  $\bar{R}$  и главным моментам  $\bar{M}$  (рис. 3,в). Каждый из этих двух статических эквивалентов внутренних сил можно представить в виде трех составляющих по осям выбранных координат  $x, y, z$ . Направляя ось  $z$  по нормали к сечению и располагая оси  $x$  и  $y$  его плоскости (рис.3,г), получаем следующие шесть составляющих  $N, Q_x, Q_y, M_z, M_x, M_y$ , где  $N$  – продольная (нормальная) сила;  $Q_x, Q_y$  – поперечные силы вдоль осей  $x$  и  $y$ ;  $M_z$  – крутящий момент;  $M_x, M_y$  – изгибающие моменты относительно осей  $x$  и  $y$ .

Эти компоненты главного вектора и главного момента называются внутренними *силовыми* факторами или *усилиями*. Для их определения имеется шесть уравнений равновесия:

$$\begin{aligned} \sum F_{ix} = 0; & \quad \sum F_{iy} = 0; & \quad \sum F_{iz} = 0; \\ \sum M_x(F_i) = 0; & \quad \sum M_y(F_i) = 0 & \quad \sum M_z(F_i) = 0. \end{aligned}$$

Кроме проекций на соответствующую ось (или моментов относительно оси) всех внешних сил, приложенных к оставшейся части, в каждое уравнение входит только одно неизвестное усилие. Это обстоятельство подтверждает целесообразность раздельного определения составляющих главного вектора и главного момента сил, поскольку отпадает необходимость в совместном решении нескольких уравнений.

Независимо от закона распределения по сечению внутренние силы всегда приводятся к стандартной системе усилий  $N, Q_x, Q_y, M_z, M_x, M_y$ , алгебраические значения которых зависят только от абсциссы сечения  $z$ . Если в поперечных сечениях возникает, например, только продольная сила  $N$ , а остальные усилия отсутствуют, то брус испытывает растяжение или сжатие (в зависимости от направления силы). При наличии только поперечной силы (или  $Q_x$  или  $Q_y$ , или обеих вместе) возникает сдвиг. Если не равен нулю только момент  $M_z$ , то брус работает на кручение.

При возникновении только изгибающего момента  $M_x$ , и  $M_y$  брус испытывает чистый изгиб соответственно в плоскости  $z Q_y$  или  $z Q_x$ . В более общем случае к изгибающему моменту добавляется поперечная сила (в первом случае  $Q_y$ , во втором -  $Q_x$ ). Такой изгиб называется поперечным. Возможны и еще более сложные случаи деформирования бруса.

Из изложенного следует, что разложение главного вектора и главного момента внутренних сил на составляющие имеет не формальный, а четко выраженный физический смысл.

### **РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ**

Осевым (центральной) растяжением (сжатием) называется такой вид деформации бруса, при которой в поперечном (перпендикулярной оси) сечении стержня возникают только продольная растягивающая (сжимающая) сила.

В условиях растяжения будет находиться стержень под действием осевых сил на краях. Передача такого усилия к стержню может осуществляться различными конструктивными способами, например через гайку и головку болта в резьбовом соединении. Однако во всех случаях равнодействующая системы внешних сил будет равна  $F$ . Модель растягиваемого стержня широко используется в расчётах болтов, ремней передач, стержней ферм.

Тонкий и длинный прямой брус, работающий на растяжение или сжатие, обычно называют стержнем. Вертикально стоящий брус, предназначенный для восприятия сжимающей нагрузки от вышележащих конструкций, называется колонной или стойкой.

**Правило знаков.** Силу  $N$  принято считать положительной при растяжении, т. е. когда она направлена от сечения. При сжатии, наоборот, продольная сила отрицательна и направлена к сечению (рис. 4). Если направление продольной силы неизвестно, то ее условно принимают положительной, полагая, что брус растянут. Знак «минус» при решении уравнения равновесия укажет на ошибочность выбранного направления, и в действительности брус окажется сжатым (рис. 4).

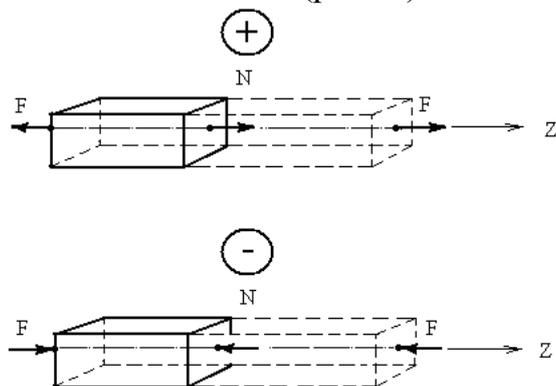


Рис.4

### Задача №1

**Условия задачи:** Стальной брус круглого сечения нагружен системами сосредоточенных сил, как указано на рис 5. Требуется построить эпюры внутренних силовых факторов, напряжения и перемещения поперечных сечений по длине бруса. Определить перемещение свободного конца бруса. Исходя, из условий прочности определить размеры поперечных сечений бруса. Собственный вес бруса не учитывать.

**Дано:** Сосредоточенная сила  $F = 20$  кН, длина элемента  $l = 2$  м, допускаемое нормальное напряжение  $[\sigma] = 160$  МПа, модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

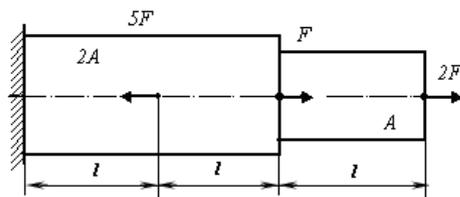


Рис. 5

**Решение:** 1. Мысленно освободив брус от опоры, заменяем его силами реакции  $R$ . Предварительно определим реакции заделки. Неизвестную силу  $R$  предполагаем растягивающей (рис. 5 а).

$$\sum F_{iz} = 0 \quad -R - 5F + F + 2F = 0$$

$$R = -2F$$

так как  $R$  оказалось отрицательным, изменим направление силы  $R$  в противоположную сторону.

Брус имеет три участка, границы которых совпадают с сечениями, где приложены внешние силы. При осевом растяжении или сжатии в поперечных сечениях бруса возникают только продольные силы, которые определяем методом сечений. Решение начинаем с заземленного конца. Неизвестную продольную силу в сечении предполагаем растягивающей (рис. 5а)

I участок  $0 \leq Z_1 \leq 1$

$$\sum F_{iz} = 0 \quad R + N_1 = 0 \quad N_1 = -R = -2F \quad (\text{Изменив направление } N_1, \text{ в противоположную сторону имеем } N_1 = 2F \text{ сжатые})$$

II участок  $0 \leq Z_2 \leq 1$

$$\sum F_{iz} = 0 \quad R - 5F + N_2 = 0 \quad N_2 = -2F + 5F = 3F \quad (\text{растяжение})$$

III участок  $0 \leq Z_3 \leq 1$

$$\sum F_{iz} = 0 \quad R - 5F + F + N_3 = 0 \quad N_3 = -2F + 5F - F = 2F \quad (\text{растяжение})$$

Продольные силы на каждом участке постоянны. По найденным значениям строим эпюру продольных сил (рис. 5а). Принимая определенный масштаб, например, единица силы  $F$  принята равной 10 мм.

2. По эпюре продольных сил определяем нормальные напряжения на каждом участке и строим эпюру  $\sigma = f(z)$ .

I участок  $0 \leq Z_1 \leq 1$

$$\sigma_{1-1} = \frac{N_1}{A_1} = \frac{-2F}{2A} = -\frac{F}{A}$$

II участок  $0 \leq Z_2 \leq 1$

$$\sigma_{2-2} = \frac{N_2}{A_2} = \frac{3F}{2A} = 1,5 \frac{F}{A}$$

III участок  $0 \leq Z_3 \leq 1$

$$\sigma_{3-3} = \frac{N_3}{A_3} = \frac{2F}{A} = 2 \frac{F}{A}$$

По найденным значениям строим эпюру нормальных напряжений  $\sigma = f(z)$ , принимая определенный масштаб, например,  $\frac{F}{A} = 10 \text{ мм}$ . (рис.5а).

3. Определяем перемещение поперечных сечений по длине бруса и строим эпюру  $\lambda = f(z)$ . Определение перемещений необходимо начать от неподвижного конца, то есть от заделки. В этой точке перемещение сечений бруса равно нулю.  $\lambda_B = 0$

I участок  $0 \leq Z_1 \leq 1$

$$\lambda_{1-1}(z_1) = \lambda_B - \frac{N_1 \cdot z_1}{EA_1} = -\frac{2F \cdot z_1}{2EA}, \quad \lambda_{1-1}(0) = \lambda_B = 0, \quad \lambda_{1-1}(l) = -\frac{2Fl}{2EA} = -\frac{Fl}{EA} = \lambda_C$$

II участок  $0 \leq Z_2 \leq 1$

$$\lambda_{2-2}(z_1) = \lambda_C + \frac{N_2 z_2}{EA_2} = -\frac{F \cdot l}{EA} + \frac{3F \cdot z_3}{2EA},$$

$$\lambda_{2-2}(0) = -\frac{Fl}{EA} + \frac{3F \cdot 0}{2EA} = -\frac{Fl}{EA}, \quad \lambda_{2-2}(l) = -\frac{Fl}{EA} + \frac{3Fl}{2EA} = 0,5 \frac{Fl}{EA} = \lambda_D$$

III участок  $0 \leq Z_3 \leq 1$

$$\lambda_{3-3}(z_3) = \lambda_D + \frac{N_3 z_3}{EA_3} = 0,5 \frac{F \cdot l}{EA} + \frac{2F \cdot z_2}{EA}; \quad \lambda_{3-3}(0) = 0,5 \frac{Fl}{EA} + \frac{2F \cdot 0}{EA} = 0,5 \frac{Fl}{EA};$$

$$\lambda_{3-3}(l) = 0,5 \frac{Fl}{EA} + \frac{2Fl}{EA} = 2,5 \frac{Fl}{EA} = \lambda_D;$$

По найденным значениям строим эпюру перемещения поперечных сечений по длине бруса  $\lambda=f(z)$ . Принимая определенный масштаб, например,  $\frac{Fl}{EA} = 5 \text{ мм}$ . (рис.5а).

Эпюра  $\lambda=f(z)$  используется при расчете бруса на жёсткость. Например, определим перемещение свободного конца бруса

$$\lambda_{3-3}(l) = 0,5 \frac{Fl}{EA} = 0,5 \frac{20 \cdot 2 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^5 \cdot 187,5} = 0,53 \text{ мм}$$

где,  $A=187,5 \text{ мм}^2$  поперечное сечения бруса.

4. Из условия прочности определяем размеры поперечных сечений бруса на каждой ступени. Наиболее напряженным участком оказался второй, для которого записываем условие прочности.

$$\sigma_{\max} = \frac{3F}{A} \leq [\sigma],$$

Из которого определяем необходимую площадь поперечного сечения и его размер

$$A_2 \geq \frac{3F}{[\sigma]} = \frac{3 \cdot 20 \cdot 10^3}{160} = 375 \text{ мм}^2;$$

$$A_1 = A_2 = 375 \text{ мм}^2;$$

$$A_3 = \frac{A_2}{2} = \frac{375}{2} = 187,5 \text{ мм}^2;$$

$$d_1 = \sqrt{\frac{2A_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 187,5}{3,14}} = 11 \text{ мм}$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{2A_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 187,5}{3,14}} = 11 \text{ мм}$$

$$d_3 = \sqrt{\frac{A_3}{\pi}} = \sqrt{\frac{187,5}{3,14}} = 7,7 \text{ мм}$$

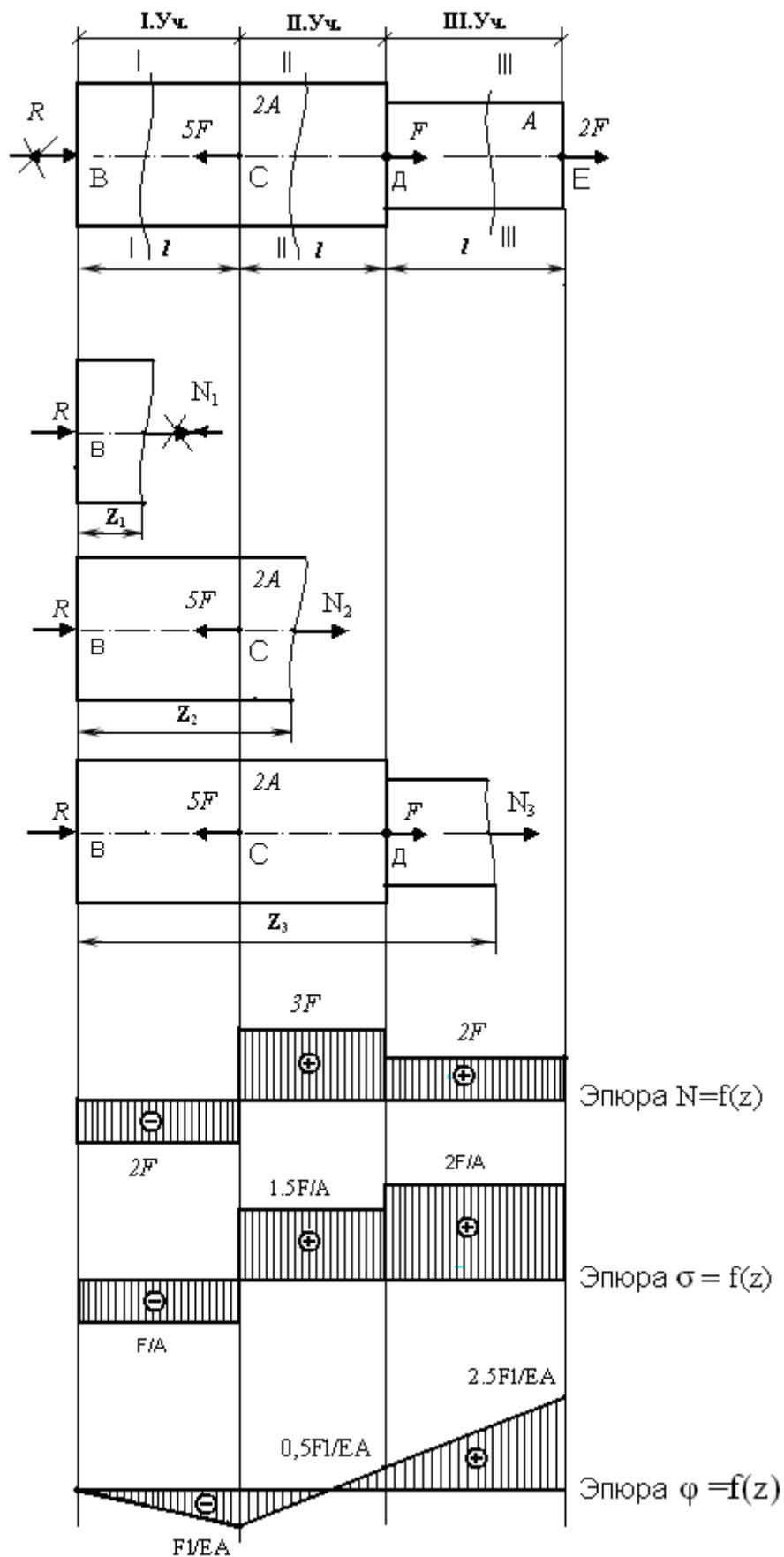


Рис.5а

## КРУЧЕНИЕ

Кручению подвергаются многие детали машин и сооружений: валы двигателей, станков, машин химического и пищевого производства. Брус (стержень) испытывает кручение, если к нему прикладываются пары сил, лежащие в плоскостях, перпендикулярных его продольной оси. Моменты этих внешних пар обозначают  $m$ . Под действием внешних моментов в поперечных сечениях бруса возникает единственная составляющая главного момента, которая называется, крутящим моментом и обозначается  $T$ . Остальные составляющие главного момента, а также все составляющие главного вектора равны нулю. В поперечных сечениях закручиваемого бруса возникает только касательные напряжения. Наличие внутренних нормальных сил противоречило бы условию равновесия отсекаемых частей. К тому же нормальные силы параллельны продольной оси  $z$  и не дают относительно нее момента. Таким образом, крутящий момент представляет собой результирующий момент внутренних касательных сил  $\tau dA$ , действующих на бесконечно малых площадках поперечного сечения (рис.6), и момент может быть выражен в интегральном виде:

$$T = \int_A \tau \rho dA \rightarrow \tau = \frac{T}{W_\rho}$$

где  $\rho$  – плечо элементарной силы относительно продольной оси бруса (точки  $O$ ).

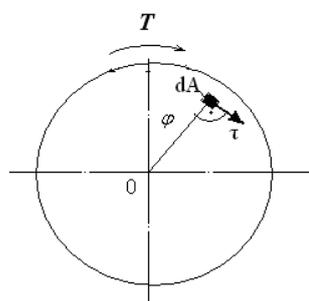


Рис.6

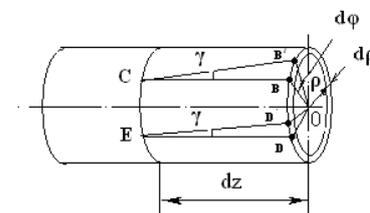


рис.7

Брус под воздействием крутящего момента, находится в деформации кручения. Расстояние между поперечными сечениями в процессе деформирования не меняются, т. е. длина бруса остается постоянной, радиусы поперечных сечений при деформировании бруса не искривляются. Мерой деформации кручения является угол закручивания, приходящийся на единицу длины и называемый относительным углом закручивания (рис.7).

$$\theta = \frac{d\varphi}{dz}, \quad (1)$$

Здесь  $d\varphi$  - угол взаимного поворота двух бесконечно близких сечений;  $dz$  –расстояние между ними. Величина  $\theta$  играет при кручении роль, относительное удлинения  $\epsilon$  при растяжении. Однако к деформации кручения можно подойти с другой стороны. При закручивании рассматриваемого цилиндрического стержня образующие  $CB$  и  $ED$  перемещаются в положения  $CB'$  и  $ED'$ , а радиусы  $OB$  и  $OD$  в положения  $OB'$  и  $OD'$ , в результате чего

бесконечно малый элемент боковой поверхности СВДЕ претерпевает чистый сдвиг. Тогда угол сдвига, будет

$$\gamma \approx \operatorname{tg} \gamma = \frac{BB'}{CB} = \frac{DD'}{ED} = \frac{\rho d\varphi}{dz}, \quad (2)$$

Или с учетом обозначения (1)

$$\gamma = \rho\theta. \quad (3)$$

Эта зависимость выражает геометрическую сторону задач о кручении. Осталось перейти от деформаций к искомым напряжениям, т.е. рассмотреть физическую сторону. На основании закона Гука при сдвиге имеем, что

$$\tau = G \cdot \gamma \quad (4)$$

где

$$\gamma = r \frac{d\varphi}{dz} \quad (5)$$

По углу закручивания  $\theta$  легко определить абсолютный угол поворота  $\varphi$  одного сечения относительно другого:

$$d\varphi = M_z dz / (G \cdot J_p), \quad (6)$$

Откуда

$$\varphi = \int_0^l \frac{M_z dz}{GJ_p}, \quad (7)$$

где  $l$  – расстояние между рассматриваемыми сечениями

Если брус по всей длине имеет один и тот же диаметр ( $J_p = \text{const}$ ) и крутящий момент постоянен, то после интегрирования получаем в радианах:

$$\varphi = \frac{M_z \cdot l}{GJ_p} \quad (8)$$

В этой формуле  $M_z \cdot l$  – внутренний силовой фактор и длина бруса,  
 $GJ_p$  - Жесткость при кручении

где:  $G$  – модуль упругости  $G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$

$J_p$  - полярный момент инерции.

Для круглого сечения бруса полярный момент инерции определяется

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32}$$

В общем случае, когда значения  $M_z$  и  $J_p$  (или хотя бы одна из этих величин) на отдельных участках бруса различны, вычисление угла  $\varphi$  ведут в пределах каждого участка, а затем полученные результаты суммируют.

**Правило знаков.** Условимся считать крутящий момент положительным, если внешний момент  $m$  направлен по ходу часовой стрелки при взгляде от сечения к любому концу бруса (рис.8).

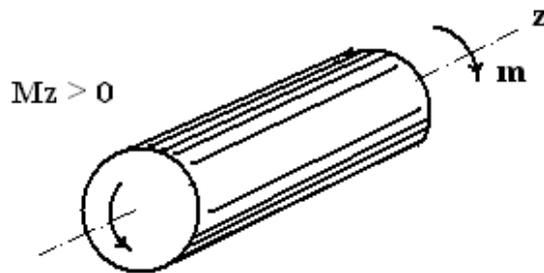


Рис. 8

### Задача № 2

**Условия задачи:** Стальной брус круглого поперечного сечения (стержень) нагружен парами сил, как указано на рис 9. Требуется построить эпюру крутящих моментов и углов поворота поперечных сечений бруса. Исходя, из условий прочности определить диаметр поперечного сечения бруса. Собственный вес бруса не учитывать.

**Дано:** крутящий момент  $m=5$  кНм, длина бруса  $l=2$ м, допускаемое касательное напряжение  $[\tau]=70$  МПа, модуль сдвига  $G=8 \cdot 10^4$  МПа

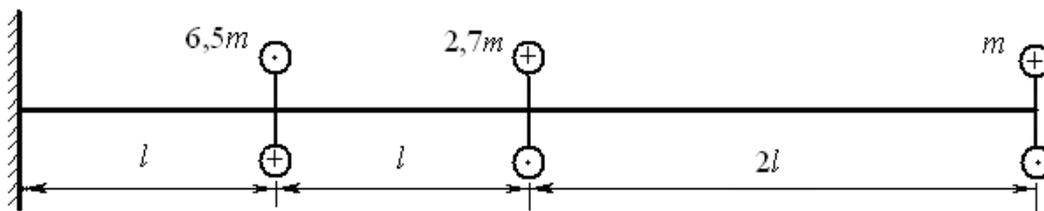


Рис. 9

**Решение:** 1. Мысленно освободив брус от заделок, заменяем его реактивным моментом  $T_A$  (рис. 9 а). Предварительно определим реактивный момент  $T_A$ .

$$\sum T_{i_z} = 0 \quad -T_A + 6,5m - 2,7m - m = 0 \quad T_A = 2,8m$$

Определение усилий защемленного бруса и построение эпюры  $T = f(z)$ . Рассматривая равновесие левых отсекаемых частей, находим крутящие моменты на всех трех участках, которые определяем методом сечений.

I участок  $0 \geq Z_1 \geq l$

$$\sum T_{i_z} = 0 \quad T_A + T_1 = 0 \quad T_1 = -T_A = -2,8m \quad (\text{Изменив направление } T_1, \text{ в противоположную сторону имеем } T_1 = 2,8m)$$

II участок  $0 \geq Z_1 \geq l$

$$\sum T_{i_z} = 0 \quad T_A - 6,5m + T_2 = 0 \quad T_2 = 3,7m$$

III участок  $0 \geq Z_1 \geq l$

$$\sum T_{i_z} = 0 \quad T_A - 6,5m + 2,7m + T_3 = 0 \quad T_3 = m$$

Крутящие моменты на каждом участке постоянны, По найденным значениям строим эпюру  $T=f(z)$  крутящих моментов (рис. 9а), принимая определенный масштаб, например, единица момента  $m$  принята равной 5мм.

2. Поскольку диаметр бруса постоянный, наиболее напряженный участок будет второй, на котором  $T_2 = 3,7 \text{ м}$ . Определяем напряжение на этом участке.

$$\tau_{\max} = \frac{T_2}{W_p} = \frac{3,7 \text{ м}}{W_p}$$

и записываем для него условия прочности

$$\tau_{\max} = \frac{T_2}{W_p} = \frac{3,7 \text{ м}}{W_p} \leq [\tau]$$

Из которого определяем наименьшую характеристику прочности – полярный момент сопротивления, а по нему размер обеспечивающий прочности сечения стержня (бруса).

$$W_p \geq \frac{3,7 \text{ м}}{[\tau]} = \frac{3,7 \cdot 5 \cdot 10^6}{70} = 0,264 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$$

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16}; \quad d \geq \sqrt[3]{\frac{16 W_p}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 0,264 \cdot 10^6}{3,14}} = 110,5 \text{ мм}$$

3. Определение углов поворота  $\varphi$  бруса и построение эпюры  $\varphi=f(z)$ .

Расчет ведём относительно неподвижного конца бруса. В точке А угол поворота равен нулю, то есть  $\varphi_A = 0$ .

I участок  $0 \leq z_1 \leq l$

$$\varphi_{1-1}(z_1) = \frac{T_1 \cdot z_1}{G \cdot I_p}, \quad \varphi_{1-1}(0) = \frac{T_1 \cdot 0}{G \cdot I_p} = \frac{-2,8 \text{ м} \cdot 0}{G \cdot I_p} = 0 = \varphi_A$$

$$\varphi_{1-1}(l) = \frac{-2,8 \text{ м} \cdot l}{G \cdot I_p} = -\frac{2,8 \text{ м} l}{G \cdot I_p} = \varphi_B$$

II участок  $0 \leq z_2 \leq l$

$$\varphi_{2-2}(z_2) = \varphi_B + \frac{T_2 \cdot z_2}{G \cdot I_p}, \quad \varphi_{2-2}(0) = -\frac{2,8 \text{ м} l}{G \cdot I_p} + \frac{3,7 \text{ м} \cdot 0}{G \cdot I_p} = -\frac{2,8 \text{ м} l}{G \cdot I_p}$$

$$\varphi_{2-2}(l) = -\frac{2,8 \text{ м} l}{G \cdot I_p} + \frac{3,7 \text{ м} \cdot l}{G \cdot I_p} = \frac{0,9 \text{ м} l}{G \cdot I_p} = \varphi_C$$

III участок  $0 \leq z_3 \leq l$

$$\varphi_{3-3}(z_3) = \varphi_C + \frac{T_3 \cdot z_3}{G \cdot I_p}, \quad \varphi_{3-3}(0) = \frac{0,9 \text{ м} l}{G \cdot I_p} + \frac{m \cdot 0}{G \cdot I_p} = \frac{0,9 \text{ м} l}{G \cdot I_p}$$

$$\varphi_{3-3}(l) = \frac{0,9 \text{ м} l}{G \cdot I_p} + \frac{m \cdot l}{G \cdot I_p} = \frac{0,9 \text{ м} l}{G \cdot I_p} + \frac{m l}{G \cdot I_p} = \frac{1,9 \text{ м} l}{G \cdot I_p} = \varphi_D$$

По найденным значениям строим эпюру углов поворота бруса  $\varphi=f(z)$ , принимая определенный масштаб, например,  $\frac{ml}{GJ_p} = 5 \text{ мм}$  (рис. 9а).

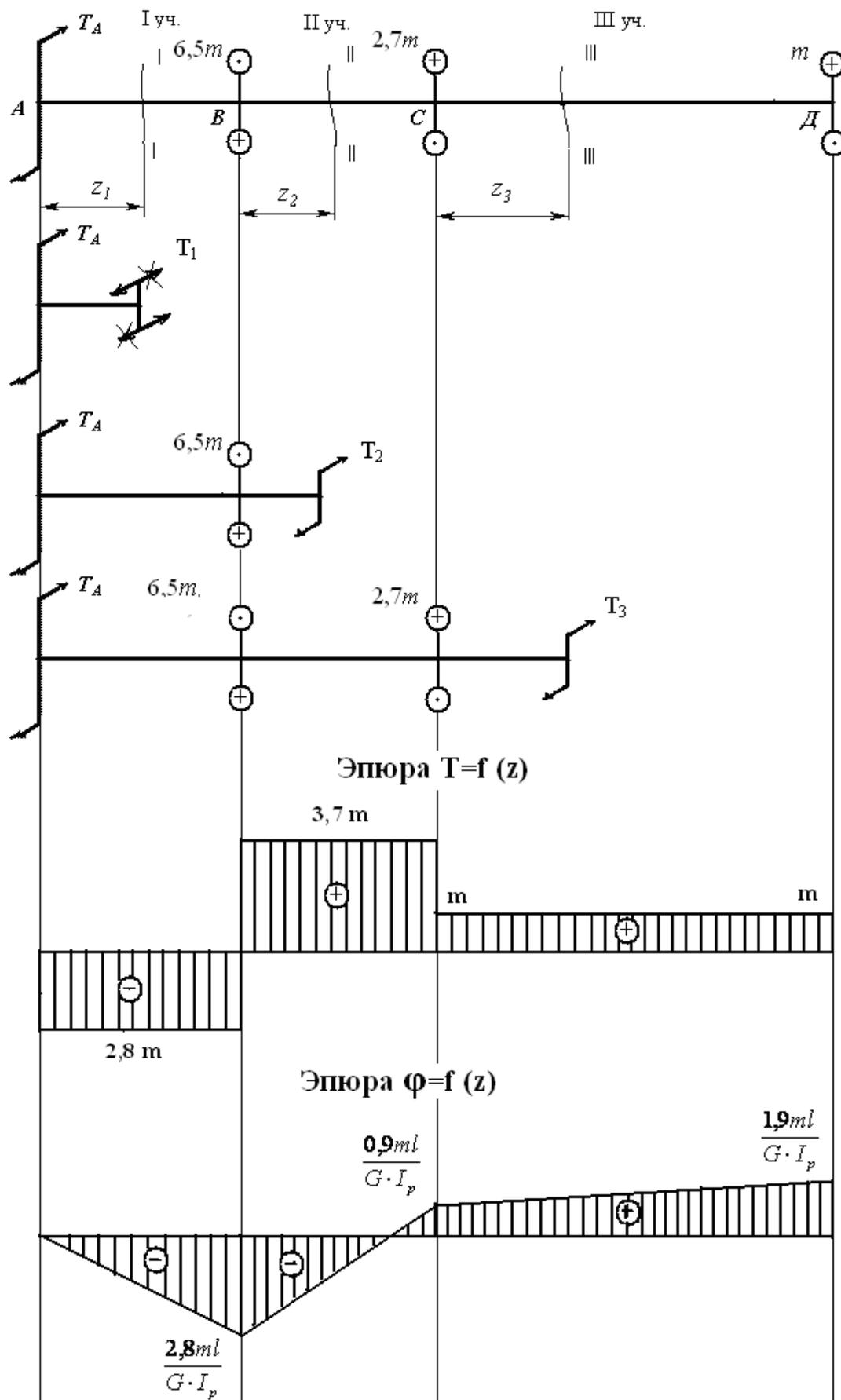


рис. 9а

## ИЗГИБ

Изгиб является едва ли ни самым распространенным видом деформации элементов конструкции. Прямой брус, работающий на изгиб, называют *балкой*. Изгиб вызывают силы, перпендикулярные продольной оси балки, или пары сил, лежащие в плоскостях, проходящих через эту ось. Сама ось из прямолинейной превращается в криволинейную. (рис 10.)



Рис.10

Если все нагрузки приложены в одной плоскости, называемой силовой, то изгиб является плоским, а если линия пересечения этой плоскости с плоскостью поперечного сечения (силовая линия) совпадает с одной из главных центральных осей, то изгиб называется прямым.

Для того чтобы воспринять нагрузку и передать ее на нижележащие конструкции, балка должна иметь опорные крепления. Как известно из статики, различают три основных типа опор плоских систем.

**1. Неподвижная шарнирная опора** допускает свободный поворот опорного сечения балки, препятствуя смещению как в продольном, так и поперечном направлении. По этому в такой опоре возникают две составляющие реакции  $R_A$ : вертикальная  $R_{Ay}$  и горизонтальная  $R_{Ax}$  (рис. 11).

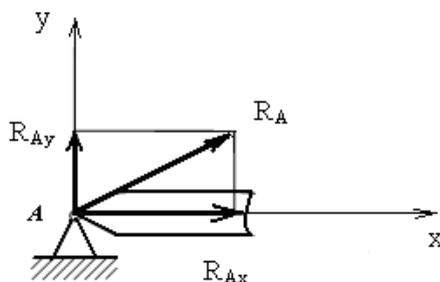


Рис. 11

**2. Подвижная шарнирная опора** допускает не только поворот опорного сечения, но и продольное смещение балки, препятствуя лишь поперечному смещению. В этой опоре возникает только одна составляющая

$R_{By} = R_B$ , совпадающая по направлению с опорной связью (рис. 12).

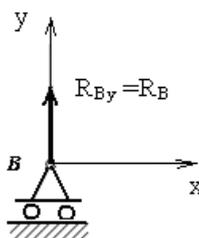


Рис. 12

3. **Жесткая заделка, или защемление**, не допускает ни поворота опорного сечения, ни продольного или поперечного смещения балки. В общем случае плоского нагружения в заделке возникают составляющие  $R_{Ay}$ ,  $R_{Ax}$  опорной реакции  $R_A$  и реактивный момент  $m_A$  (рис. 13) В зависимости от оперения различают следующие разновидности простейших статически определимых балок.

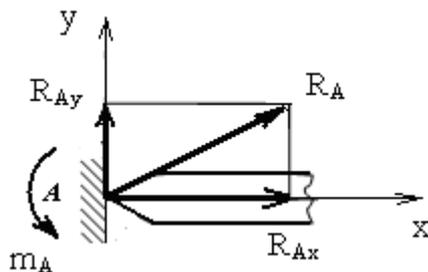


Рис.13

Простая балка, свободно лежащая на двух опорах (рис. 14 а), имеет одну неподвижную и одну подвижную шарнирные опоры. Расстояние между опорами называется пролетом. При изгибе горизонтальная составляющая реакции неподвижной опоры  $R_{Ax} = 0$ , поскольку балка несет только вертикальную или моментную нагрузку.

Консоль (рис.14 б) имеет один конец жестко заделанный, а другой – свободный. Длину такой балки называют вылетом. В заделке возникают вертикальная составляющая реакции  $R_A = R_{Ay}$  и реактивный момент  $m_A$ .

Консольная балка представляет собой свободно лежащую на двух опорах балку со свешивающимися концами, которые также называются консолями. В зависимости от их числа балка может быть двухконсольной (рис.14 в) или одноконсольной (рис. 14 г).

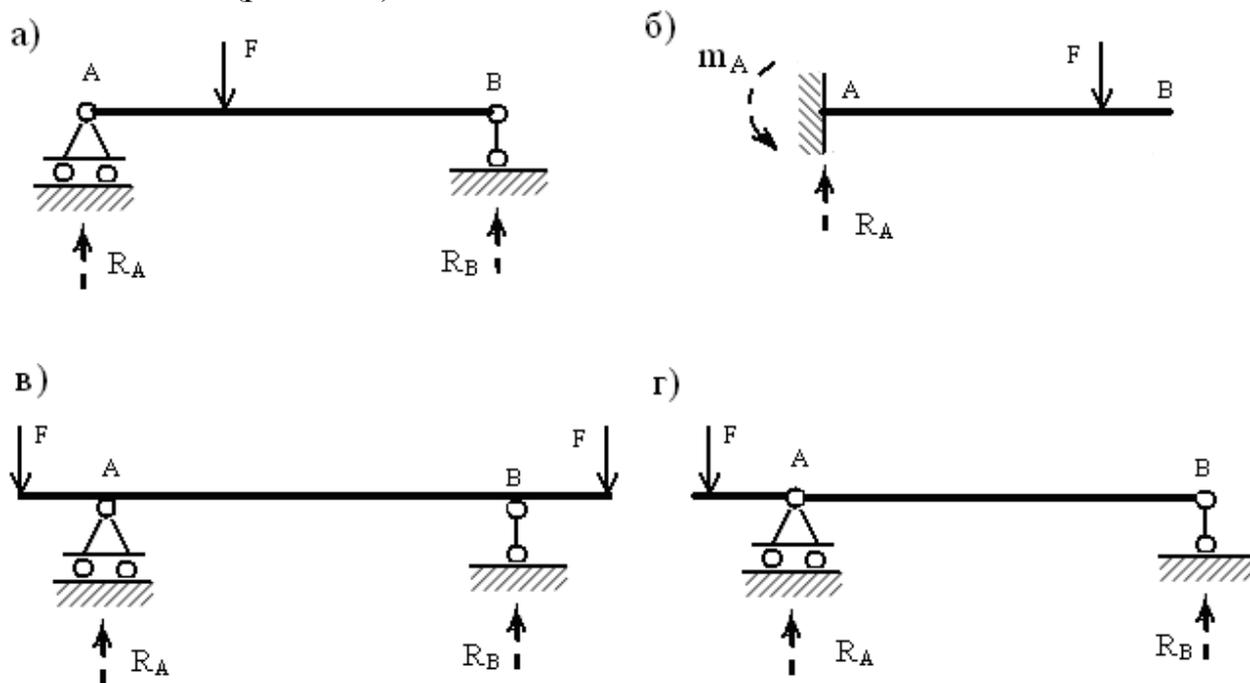


Рис. 14

## ПОПЕРЕЧНАЯ СИЛА И ИЗГИБАЮЩИЙ МОМЕНТ.

Расчет двухопорных балок начинают с определения опорных реакций, процесс которого известен из статики. Во избежание вычислительных ошибок найденные значения реакций обязательно проверяют, составляя уравнения равновесия, не использованные при их определении. Обычно контролем служит равенство нулю алгебраической суммы проекций всех сил на вертикальную ось ( $\sum F_{iy} = 0$ ). После того как найдены и проверены опорные реакции, приступают к определению внутренних силовых факторов в поперечных сечениях балки.

**Правило знаков** обоих силовых факторов удобно устанавливать исходя из направления внешних сил. Если внешняя сила стремится повернуть отсеченную часть балки по ходу часовой стрелки относительно рассматриваемого сечения, то она вызывает положительную поперечную силу. (рис.15)

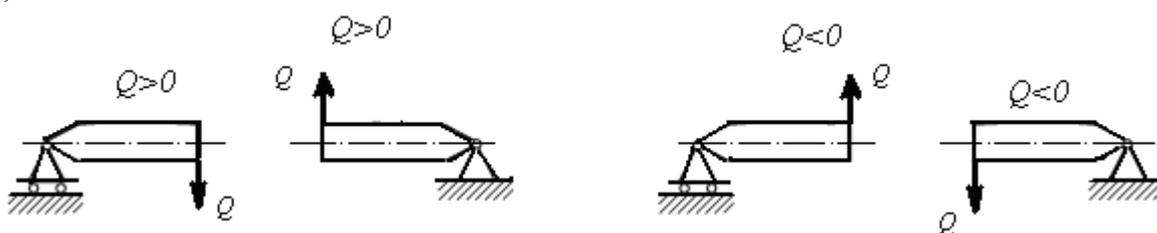


Рис. 15

Знак изгибающего момента, если внешняя сила (или внешний момент), изгибающая балку выпуклостью вниз (рис. 16а) вызывает положительный изгибающий момент. При этом нижние волокна балки растянуты, верхние – сжаты. Если выпуклость обращена вверх (рис.16 б), то возникает отрицательный изгибающий момент.



Рис. 16

### Задача №3

**Условия задачи:** Стальной брус прямого четырехугольного сечения нагружен системами сосредоточенных сил, парами сил, распределенными нагрузками, как указано на рис 17. Требуется построить эпюры внутренних силовых факторов по длине бруса. Исходя, из условий прочности определить размеры поперечных сечений бруса. Собственный вес бруса не учитывать.

**Дано:** распределенная нагрузка  $q=30$  кН/м, длина элемента  $l=1,4$  м, допускаемое нормальное напряжение  $[\sigma]=160$  МПа, модуль упругости  $E=2 \cdot 10^5$  МПа.

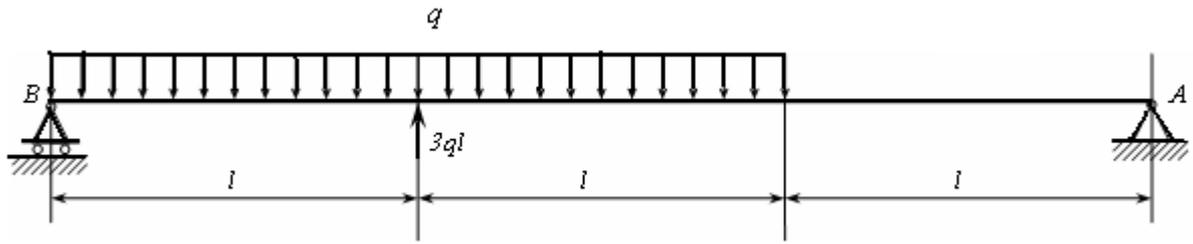


Рис.17

**Решение: 1.** отбросив опоры В и А, заменяем их действие опорными реакциями. В неподвижном шарнире А имеем две составляющие, одна из которых  $R_{Ax}$  заведомо равна нулю, т. к. все нагрузки заданы вертикальные. В подвижном шарнире – одна реакция  $R_B$ . Определяем опорные реакции по уравнениям равновесия для всего бруса.

$$\Sigma M_A(F_i) = 0$$

$$-R_B \cdot 3l - 3ql \cdot 2l + q \cdot 2l \cdot 2l = 0$$

$$R_B = \frac{-2ql^2}{3l} = -\frac{2}{3}ql$$

$$\Sigma M_B(F_i) = 0$$

$$3ql \cdot l + R_A \cdot 3l - q \cdot 2l \cdot l = 0$$

$$R_A = \frac{-ql^2}{3l} = -\frac{1}{3}ql$$

Знак минус у найденных реакций  $R_A$  и  $R_B$  указывают на то, что принятые направления снизу вверх являются неправильным, надо поменять направление сил реакции в противоположную сторону.

Проверка найденных реакций.

$$\Sigma F_{iy} = 0$$

$$-R_B - 2ql + 3ql - R_A = 0$$

$$-\frac{2}{3}ql - 2ql + 3ql - \frac{1}{3}ql = 0 \quad 0 = 0$$

Опорные реакции найдены правильно.

2. Брус имеет 3 участка. При изгибе в поперечных сечениях бруса имеют место поперечная сила и изгибающий момент, которые определяем методом сечений.

**1 участок**  $0 \leq x_1 \leq l$

$$\Sigma F_{iy} = 0 \quad -R_A + Q_1 = 0 \quad Q_1 = R_A = 0,33ql$$

$$\Sigma M_{1-1}(F_i) = 0 \quad -R_A \cdot x_1 - M_1 = 0$$

$$M_{1-1} = -R_A \cdot x_1;$$

$$X_1 = 0 \quad M_{1-1} = -R_A \cdot 0 = 0$$

$$X_1 = l \quad M_{1-1} = -R_A \cdot l = -\frac{1}{3}ql^2 = -0,33ql^2$$

Знак минус указывает на то, что направление  $M_{1-1}$  направлено в противоположную сторону.

### 2 участок $0 \leq x_2 \leq l$

Поперечные силы меняются по линейному закону, изгибающие моменты – по нелинейному (по квадратной параболе), при этом

$$\Sigma F_{iy} = 0 \quad -R_A - q \cdot x_2 + Q_2 = 0$$

$$Q_2 = R_A + q \cdot x_2$$

$$X_2 = 0 \quad Q_2 = R_A = \frac{1}{3}ql = 0,33ql$$

$$X_2 = l \quad Q_2 = R_A + ql = \frac{1}{3}ql + ql = \frac{4}{3}ql = 1,33ql$$

$$\Sigma M_{2-2}(F_i) = 0 \quad -R_A \cdot (l + x_2) - q \cdot x_2 \cdot \frac{x_2}{2} + M_2 = 0$$

$$M_2 = R_A \cdot (l + x_2) + q \frac{x_2^2}{2};$$

$$X_2 = 0 \quad M_{2-2} = R_A \cdot (l + 0) + q \frac{0^2}{2} = \frac{1}{3}ql^2 + 0 = \frac{1}{3}ql^2 = 0,33ql^2$$

$$X_2 = 0,5l \quad M_{2-2} = R_A \cdot (l + 0,5l) + q \frac{(0,5l)^2}{2} = 0,49ql^2 + 0,25ql^2 = 0,74ql^2$$

$$X_2 = l \quad M_{2-2} = R_A \cdot (l + l) + q \frac{l^2}{2} = \frac{1}{3}ql^2 \cdot 2l + q \frac{l}{2} = \frac{7}{6}ql^2 = 1,16ql^2$$

### 3 участок $0 \leq x_3 \leq l$

$$\Sigma F_{iy} = 0 \quad -R_B - q \cdot x_3 + Q_3 = 0$$

$$Q_3 = R_B + q \cdot x_3$$

$$X_3 = 0 \quad Q_3 = R_B + q \cdot 0 = \frac{2}{3}ql = 1,5ql$$

$$X_3 = l \quad Q_3 = R_B + q \cdot l = \frac{2}{3}ql + ql = 1,5ql + ql = 2,5ql$$

$$\Sigma M_{3-3}(F_i) = 0 \quad R_B \cdot x_3 + q \cdot x_3 \cdot \frac{x_3}{2} - M_3 = 0$$

$$M_3 = R_B \cdot x_3 + q \cdot \frac{x_3^2}{2}$$

$$X_3 = 0 \quad M_{3-3} = 0$$

$$X_3 = 0,5l \quad M_{3-3} = R_B \cdot 0,5l + q \cdot \frac{(0,5l)^2}{2} = +\frac{2}{3}ql \cdot 0,5l + \\ + q \cdot \frac{(0,5l)^2}{2} = 0,33ql^2 + 0,25ql^2 = 0,58ql^2$$

$$X_3 = l \quad M_{3-3} = \frac{2}{3}ql \cdot l + q \frac{l^2}{2} = \frac{2}{3}ql^2 + q \frac{l^2}{2} = \\ = 0,66ql^2 + 0,5ql^2 = 1,16ql^2$$

По этим данным построим эпюры  $Q = f(x)$  и  $M = f(x)$ . При этом приняв масштаб: одна единица поперечной силы  $ql$  примем равной 15 мм чертежа, одна единица изгибающего момента  $ql^2$  примем равной 30 мм чертежа.

3) Исходя из условий прочности определяем размеры поперечных сечений бруса. Наиболее опасным сечением является второй участок, где  $M_{\max} = 1,16ql^2$ . Определяем напряжение в этом сечении

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

и записываем для него условие прочности

$$\sigma_{\max} = \frac{1,16ql^2}{W_x} \leq [\sigma]$$

из которого определяем характеристику прочности – осевой момент сопротивления площади сечения.

$$W_x \geq \frac{1,16ql^2}{[\sigma]} = \frac{1,16 \cdot 30 \cdot 10^3 \cdot 1,4^2 \cdot 10^6}{10^3 \cdot 160} = 0,426 \cdot 10^6 \text{ мм}^3 = 0,426 \cdot 10^3 \text{ см}^3 = 426 \text{ см}^3$$

Имея в виду, что  $\lambda = \frac{h}{b} = 2,6$

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2,6b)^2}{6} = 1,12b^3 \quad \text{отсюда}$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{W_x}{1,12}} = \sqrt[3]{\frac{426}{1,12}} = 7,245 \text{ см};$$

$$h = 2,6b = 2,6 \cdot 7,245 = 18,83 \text{ мм}$$

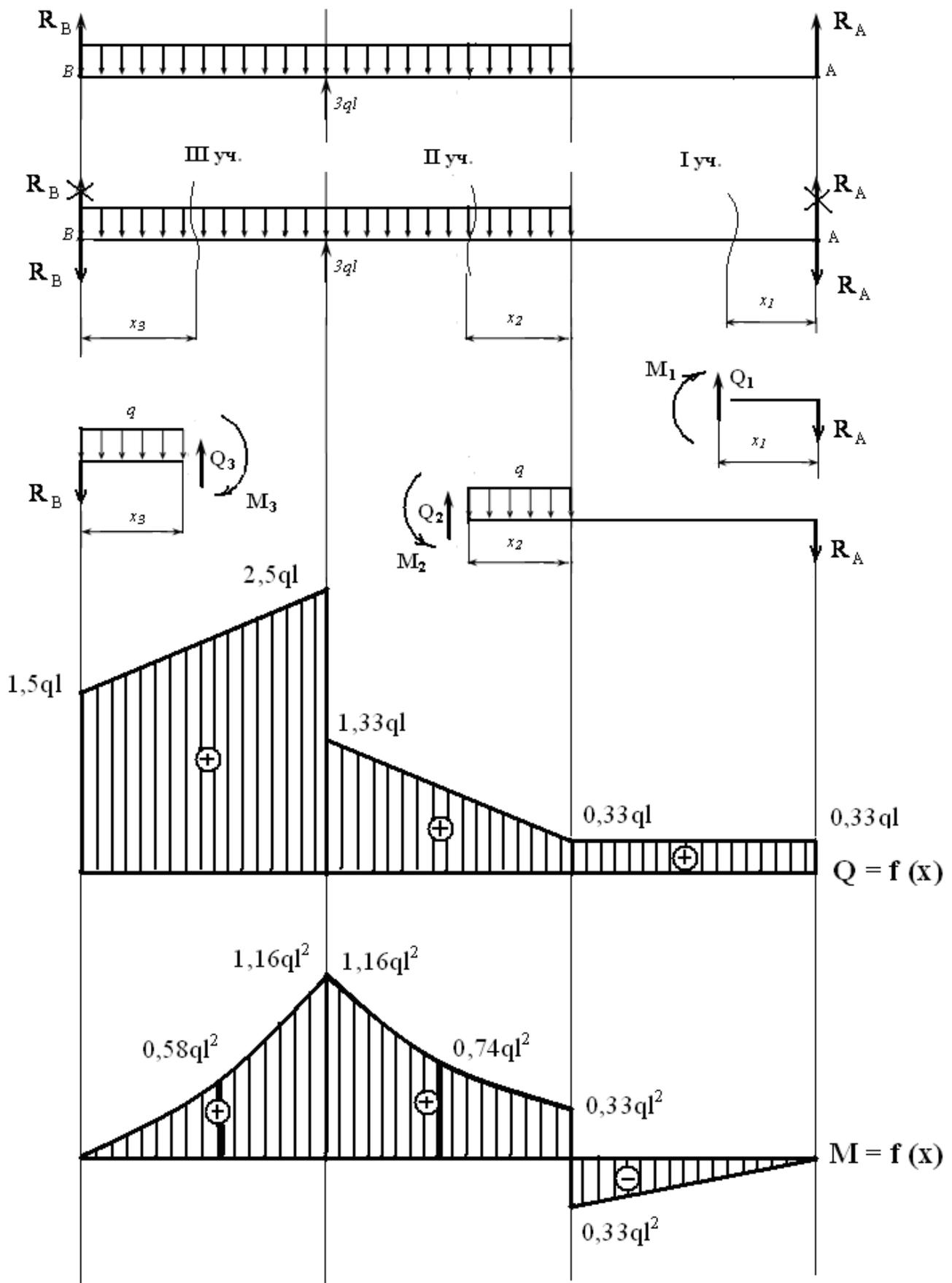
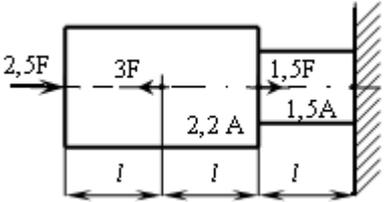
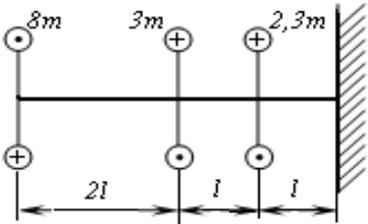
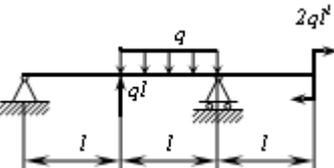
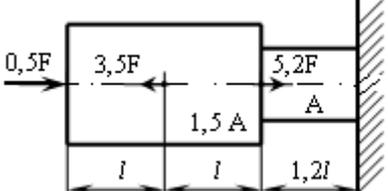
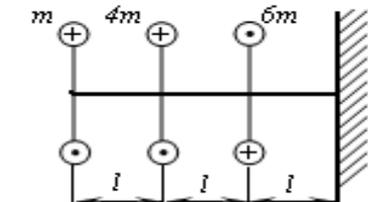
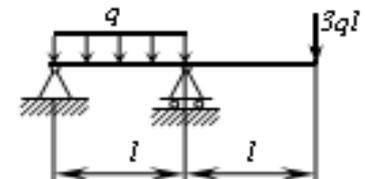
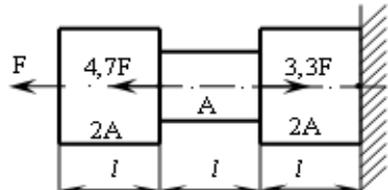
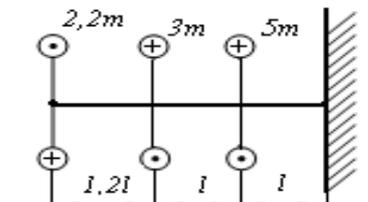
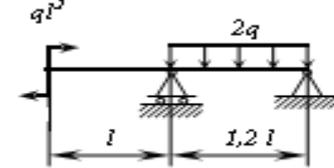
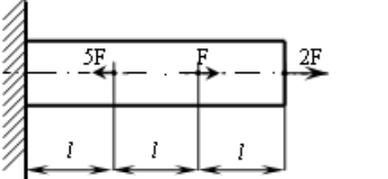
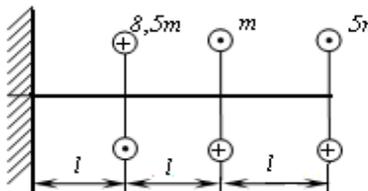
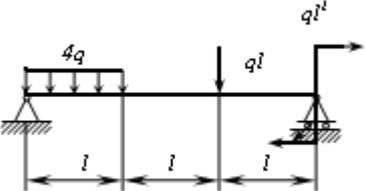
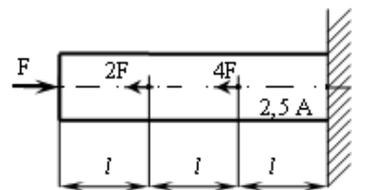
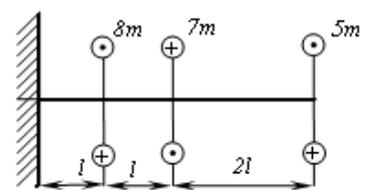
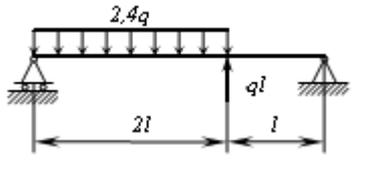
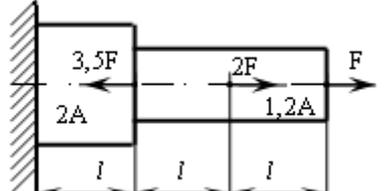
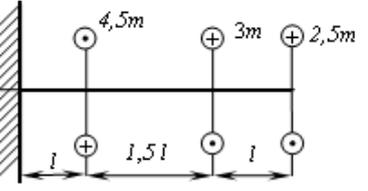
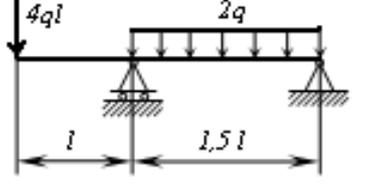
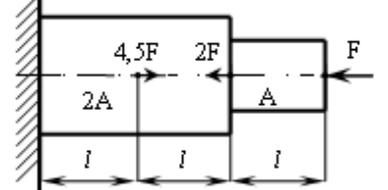
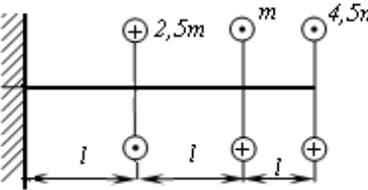
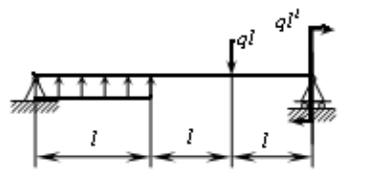


Рис. 18

Таблица 1

Расчётные схемы к самостоятельной работе

1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			

7.			
8.			
9.			
10.			
11.			
12.			
13.			

14.			
15.			
16.			
17.			
18.			
19.			
20.			

21.			
22.			
23.			
24.			
25.			
26.			
27.			

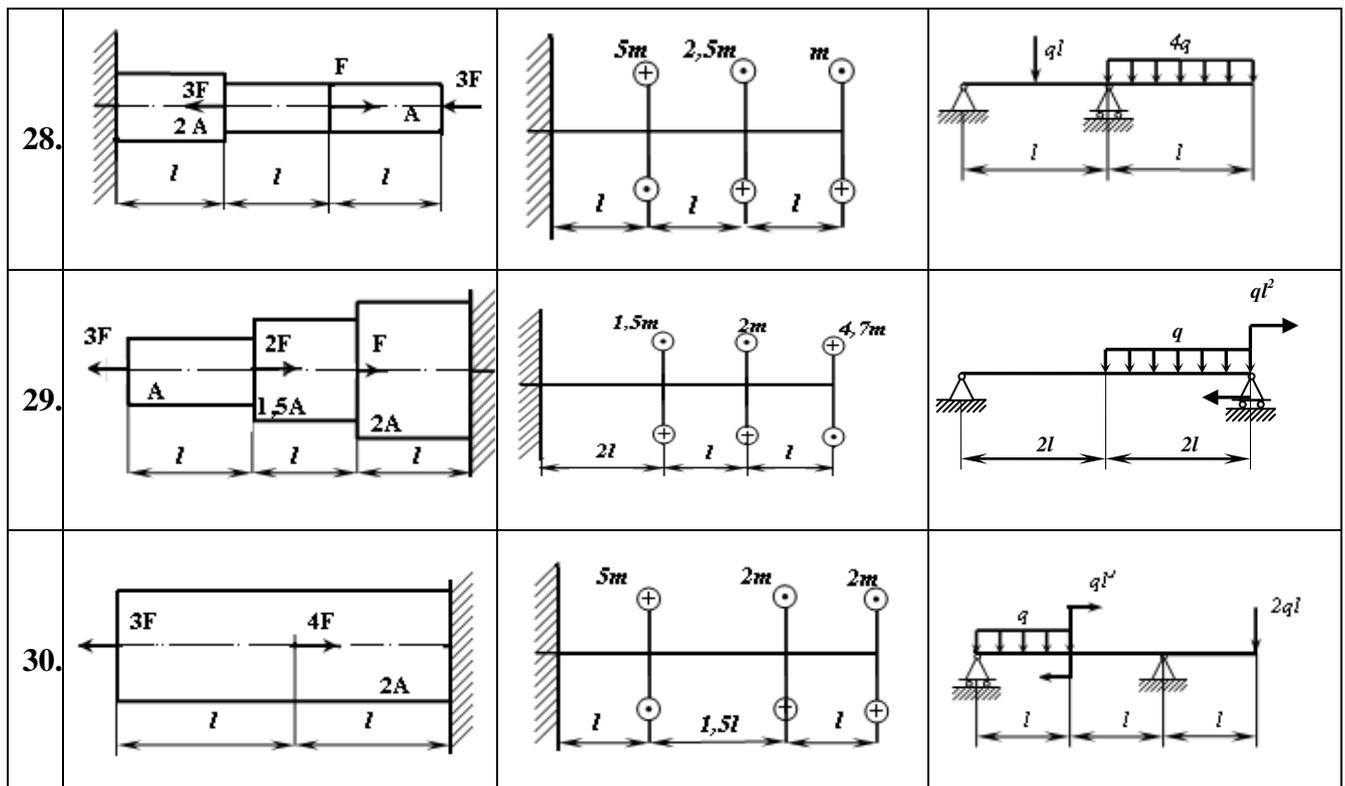


Таблица 2

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К ЗАДАЧАМ

№	Наименование величин	Единица измерения	Варианты исходных данных									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Длина элемента $l$	М	1,0	1,2	1,4	1,5	1,6	1,8	2,0	0,5	0,6	0,8
2	Интенсивность распределённой нагрузки $g$	Кн/м	40	35	30	25	20	15	10	60	50	40
3	Пара сил перпендикулярная оси бруса $m$	Кн м	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	Сосредоточенная сила $F$	Кн	40	48	42	37	32	27	20	30	30	32
5	Пара сил в плоскости чертежа $m$	Кн м	$m = ql^2$									
6	Допускаемое нормальное напряжение $[\sigma]$	МПа	$[\sigma] = 160 \text{ МПа}$									
7	Допускаемое касательное напряжение $[\tau]$	МПа	$[\tau] = 80 \text{ МПа}$									
8	Модуль упругости $E$	МПа	$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$									
9	Модуль сдвига $G$	МПа	$G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$									
10	Соотношение размер, прямо угла сечения $\lambda = h/b$	—	3	2,8	2,6	2,5	2,5	2,2	2,0	1,8	1,5	1,4

Таблица I. Соотношение некоторых механических единиц СИ и МКГС и внесистемных.

Наименование величин	Международная система СИ			Техническая система МКГСС и внесистемная		
	Единица измерения	Обозначение	Чему равна единица в МКГСС или внесистемная	Единица измерения	Обозначение	Чему равна единица в системе СИ
Длина	метр	м	1 м = 1 м	метр	м	1 м = 1 м
Масса	килограмм	кг	1 кг = 0,102 т.е.м.	Техническая единица массы	т.е.м. кгс/см <sup>2</sup>	1 т.е.м. = 9,81 кг
Время	секунда	с	1 с = 1 сек	секунда	сек	1 сек = 1 с
Сила	ньютон	Н	1 Н = 0,102 кгс	килограмм-сила	кгс	1 кгс = 9,81 Н
Момент инерции тела	килограмм-метр в квадрате.	кг м <sup>2</sup>	1 кг м <sup>2</sup> = 0,102 кгс м с <sup>2</sup>	килограмм-сила метр секунда в квадрате	кгс м с <sup>2</sup>	1 кгс м с <sup>2</sup> = 9,81 кг с <sup>2</sup>
Момент силы	Ньютон-метр	Н м	1 Н м = 0,102 кгс м	килограмм-сила –метр	кгс м	1 кгс м = 9,81 Н м
	Ньютон-миллиметр	Н мм	1 Н мм = 0,102 10 <sup>-1</sup> кгс см	килограмм-сила-сантиметр	кгс см	1 кгс см = 9,81 Н мм
Напряженность давления	Паскаль (ньютон на квадратный метр)	Па Н/м <sup>2</sup>	1 Па = 0,102 кгс/м <sup>2</sup> = 0,102 10 <sup>-4</sup> кгс/см <sup>2</sup>	килограмм-сила на квадратный метр	кгс/м <sup>2</sup>	1 кгс/м <sup>2</sup> = 9,81 Н/м <sup>2</sup>
	Мегапаскаль (ньютон на квадратный миллиметр)	МПа Н/м <sup>2</sup>	1 МПа = 1 Н/мм <sup>2</sup> = 0,102 10 <sup>2</sup> кгс/см <sup>2</sup>	килограмм-сила на квадратный сантиметр	кгс/см <sup>2</sup>	1 кгс/см <sup>2</sup> = 9,81 10 <sup>4</sup> Н/м <sup>2</sup> = 9,81 10 <sup>-2</sup> МПа (Н/мм <sup>2</sup> )
Работа, энергия	джоуль	Дж	1 Дж = 0,102 кгс м	килограмм-сила-метр	кгс м	1 кгс м = 9,81 Дж
Мощность	ватт	Вт	1 Вт = 0,102 кгс м/с	килограмм-сила –метр на секунду	кгс м/с	1 кгс м/с = 9,81 Вт

## ЛИТЕРАТУРА

1. Г.Б.Иосилевич и др. «Прикладная механика» Москва 1985 г.
2. А.М.Михайлов «Сопротивление материалов» Москва 1989 г.
3. Т.В.Путята «Прикладная механика» Киев 1977 г.
4. В.И.Феодосьев «Сопротивление материалов» Москва Наука, 1986
5. А.П.Филин « Прикладная механика твердого деформируемого тела» Наука, 1975

## О Г Л А В Л Е Н И Е

1.	Введение .....	3
2.	Общие методические указания по выполнению самостоятельной работы .....	4
3.	Требования к оформлению работы .....	5
4.	Методы расчета элементов конструкций .....	6
5.	Краткие теоретические сведения .....	6
6.	Растяжение и сжатие .....	11
7.	Кручение .....	16
8.	Изгиб .....	22
9.	Расчётные схемы к самостоятельной работе .....	29
10.	Список литературы .....	35

