

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA  
MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI  
ZAHIRIDDIN MUHAMMAD BOBUR NOMIDAGI  
ANDIJON DAVLAT UNIVERSITETI

Boshlang'ich va maktabgacha ta'lim metodikasi kafedrası.

Qo'lyozma huquqida

Mamajonova Ma'mura

**AYNIYATLAR VA ULARNI ISBOTLASH USULLARI**

5111700-BTSTI ta'lim yo'nalishi bo'yicha bakalavr akademik darajasini  
olish uchun yozilgan

**BITIRUV MALAKAVIY ISH**

Ish rahbari: f.m.f.n. dostent K. Mamadaliyev

Andijon- 2018

## MUNDARIJA:

|                                                                              |    |
|------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Kirish</b> .....                                                          | 3  |
| <b>I Bob. Algebraik amallarning xossalarini ifodalovchi ayniyatlar</b> ..... | 5  |
| 1.1. Algebraik amal tushunchasi.....                                         | 5  |
| 1.2. Algebraik amallarning xossalarini ifodalovchi ayniyatlar.....           | 11 |
| <b>II Bob. Ayniyatlar va ularni isbotlash usullari</b> .....                 | 27 |
| 2.1. Boshlang'ich sinflarda arifmetik amallarning kiritilishi.....           | 27 |
| 2.2. Ayniyatlar va ularni isbotlash usullari.....                            | 35 |
| 2.3. Ayniyatlar va ularni tatbiqlari.....                                    | 39 |
| <b>Xulosa</b> .....                                                          | 52 |
| <b>Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati</b> .....                              | 53 |

## Kirish

O'zbekistonda kadrlar tayyorlashning sifat darajasini oshirish, xalqaro standartlar asosida oliy malakali mutaxassislar tayyorlash uchun zarur shart-sharoitlarni yaratish, har bir oliy ta'lim muassasasini jahonning etakchi ilmiy-ta'lim muassasalari bilan yaqin hamkorlik aloqalari o'rnatishi, o'quv jarayoniga xalqaro ta'lim standartlariga asoslangan ilg'or pedagogik texnologiyalar, o'quv dasturlari va o'quv-uslubiy materiallarini keng joriy qilish, talabalar, ilmiy-pedagog kadrlarni zamonaviy kasbiy bilimlarini rivojlantirish, yoshlar auditoriyasi bilan ish olib borishda interfaol usullardan samarali foydalanish masalalari Harakatlar strategiyasining ustuvor yo'nalishlariga muvofiq oliy ta'lim darajasini sifat jihatidan oshirish va tubdan takomillashtirishning asosiy vazifalari sifatida belgilandi.<sup>1</sup>

**Bitiruv malakaviy ishining dolzarbligi;** Juda ko'p hayotiy masalalar tenglamalar tuzish orqali yechiladi. Tenglamalarni yechish uni ayniy almashtirishlar yordamida o'rganilgan tenglamaga keltirib yechiladi bu esa ayniyatlarni va uni isbotlash usullarini o'rganish matematika fanining dolzarb masalalaridan biri ekanligini bildiradi.

**Mavzuning o'rganilganlik darajasi;** Ayniyatlar va ularning xossalari har xil adabiyotlarda qisman o'rganilgan. Ayniyatlarning xossalarini atroflicha yoritib beruvchi adabiyotlar diyarli yo'q shuningdek algebraik amallarning xossalaridan foydalanib yetarlicha misol masalalar yechilmagan.

**Bitiruv malakaviy ishning maqsadi;** Ayniyat haqida tushuncha berish o'quvchilarni ayniyatlarni isbotlash usullari bilan tanishtirish va ayniyatlarni isbotlashga doir misollar yechishdan iborat.

---

<sup>1</sup>Ўзбекистон Республикаси Президентининг “Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Харакатлар стратегияси тўғрисида”ги Фармони. // Ўзбекистон Республикаси Қонун ҳужжатлари тўплами.– Т., 2017 .– Б.39.

**Bitiruv malakaviy ishning maqsadi va vazifalari;** Umumta'lim maktablari matematika fani o'quv dasturidan kelib chiqqan holda ayniyatlarni isbotlashning qulay usullarini ishlab chiqishdan iborat.

**Bitiruv malakaviy ishning ilmiy yangiligi;** Ayniyatlarning isbotlash usullari misollar yordamida atroflicha tahlil qilingan.

**Bitiruv malakaviy ishning ahamiyati;** Ishda ko'rib chiqilgan ayniyatlarni isbotlash usullaridan foydalanib ayniyatlarni isbotlashda ifodalarni soddalashtirishda tenglamalar yechishda keng foydalanish mumkin.

**Bitiruv malakaviy ishning tatbikiy sohalari.** Har xil matematik masalalar yechishda ayniyatlar va uni isbotlash usullaridan foydalanish mumkin. Ayniqsa murakkab ifodalarni soddalashtirishda ayniyatlardan keng foydalaniladi.

**Ishning tuzilishi.** Mazkur bitiruv malakaviy ishi kirish, ikkita bob va xulosa qismlardan iborat bo'lib 56 sahifani tashkil qiladi. Ishning kirish qismida ishning dolzarbligi uning ahamiyati haqida fikr yuritilgan. Ishning I bobida "Algebraik amallarning xossalarini ifodalovchi ayniyatlar" o'rganilgan. Ishning II bobida "Ayniyatlar va ularni isbotlash usullari"ning ahamiyati keng yoritilgan. Ishning xulosa qismida ishni yozish davomida olingan eng umumiy natijalar, ishning qo'llanish sohalari haqida fikrlar bildirilgan.

## **I Bob. Algebraik amallarning xossalarini ifodalovchi ayniyatlar**

### **1.1. Algebraik amal tushunchasi**

Algebraning asosiy masalalaridan biri bu ikkita harfiy ifodaning tengligini aniqlashga imkon beruvchi qoidalarini keltirib chiqarishdan iborat. Harfiy ifodalardagi harflar o'rniga bu harflarning qiymatlarini qo'yib hosil bo'lgan sonli ifodalarning qiymatlarini solishtirish yo'li bilan harfiy ifodalarning tengligini to'liq isbotlab bo'lmaydi. Chunki harfiy ifodadagi harflarning qiymatlari cheksiz ko'p bo'lishi mumkin. Shuning uchun algebrada harfiy ifodalarning tengligini ko'rsatish boshqa usullarga asoslangan bo'lib, bu usullar arifmetik amallarning xossalariga bog'liq.

Arifmetik amallar xossalari:

1) Ixtiyoriy  $a$  va  $b$  haqiqiy sonlar uchun

$$a + b = b + a$$

tenglik o'rinli.

2) Ixtiyoriy uchta  $a$ ,  $b$ ,  $c$  haqiqiy sonlar uchun

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

tenglik o'rinli.

3) Ixtiyoriy haqiqiy  $a$  son uchun

$$a + 0 = a$$

tenglik o'rinli.

4) Ixtiyoriy haqiqiy  $a$  son uchun

$$a + (-a) = 0$$

tenglikni qanoatlantiruvchi  $a$  ga qarama-qarshi  $-a$  son mavjud.

5) Ixtiyoriy  $a$  va  $b$  haqiqiy sonlar uchun

$$a \cdot b = b \cdot a$$

tenglik o‘rinli.

6) Ixtiyoriy uchta  $a, b, c$  haqiqiy sonlar uchun

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

tenglik o‘rinli.

7) Ixtiyoriy haqiqiy  $a$  son uchun

$$a \cdot 1 = a$$

tenglik o‘rinli.

8) Noldan farqli ixtiyoriy haqiqiy son  $a$  uchun

$$a \cdot \frac{1}{a} = 1$$

tenglikni qanoatlantiruvchi  $a$  ga teskari  $\frac{1}{a}$  son mavjud.

9) Ixtiyoriy uchta  $a, b, c$  haqiqiy sonlar uchun quyidagi tenglik bajariladi:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c^2$$

Arifmetik amallarning yuqorida keltirilgan xossalaridan bir qator natijalar kelib chiqadi.

Masalan 1), 2), 3) va 4) xossalaridan quyidagi tengliklarning o‘rinli ekanligi kelib chiqadi.

$$(a + (-b)) + b = a + ((-b) + b) = a + (b + (-b)) = a + 0 = a.$$

---

<sup>2</sup> Jumaev M.E. “matematika o‘qitish metodikasidan praktikum. Toshkent “O‘qituvchi” 2004 yil.

$a + (-b)$  yozuvni  $a - b$  ko‘rinishda yozishga va  $a$  va  $b$  sonlarning ayrimasi deb o‘qishga kelishib olingan.

Shuningdek,  $a \cdot \frac{1}{b}$  yozuvni  $\frac{a}{b}$  yoki  $a : b$  ko‘rinishda yozishga kelishilgan.

5), 6), 7), 8) xossalardan,  $b \neq 0$  bo‘lganda  $(a : b) \cdot b = a$  bo‘lishi kelib chiqadi<sup>3</sup>.

Algebraik amallarni sonlardan boshqa ob’ektlar ustida ham bajarish mumkin. Masalan, to‘plamlar ustida, vektorlar ustida, mulohazalar ustida algebraik amallar bajarish mumkin. Shuningdek algebraik amallarni matritsalar, geometrik almashtirishlar ustida ham bajarish mumkin. Har safar qandaydir ob’ektlar ustida algebraik amallar yordamida harfiy ifodalar tuzishimiz va bu ifodalarning o‘zaro teng yoki teng emasligini aniqlash masalasini qo‘yishimiz mumkin. Ikkita ifodaning tengligi bu ifodalardagi harflarning qiymatlari qanday ob’ektlardan iboratligiga qarab aniqlanadi. Chunki harfiy ifodadagi harflarning qiymatlari sonlardan emas, to‘plamlardan, mulohazalardan, vektorlardan va hokazo ob’ektlardan iborat bo‘lishi mumkin.

Masalan, ixtiyoriy  $A$  va  $B$  to‘plamlar uchun  $A \cap B = B \cap A$ .

Algebraik amallarni har xil ob’ektlar ustida bajarish mumkinligini ko‘rdik. Bu birinchi qarashda har xil algebralarni tuzish kerakdek bo‘lib tuyuladi. Ularning birida tarkibidagi harflar sonlarni belgilovchi ifodalar o‘rganilsa, ikkinchisida harflar vektorlarni, uchinchisida to‘plamlarni belgilovchi ifodalar o‘rganiladi.

Bu holda ikkita ifodaning qachon teng bo‘lish yoki teng bo‘lmasligini har bir algebra uchun aniqlash kerak bo‘ladi, ya’ni cheksiz ko‘p hususiy algebralarni o‘rganishga to‘g‘ri keladi. Lekin matematika fanining maqsadi har xil hususiy

---

<sup>3</sup> Jumayev M.E. “Boshlang‘ich sinflarda matematika o‘qitish metodikasi”. Toshkent. “Fan va texnologiya” nashriyoti. 2005-yil.

algebralar uchun ham o‘rinli bo‘lgan umumiy qoidalarni va qonunlarni aniqlashdan iborat.

Buning uchun harfiy ifodalarning aynan bir-biriga teng bo‘lishi algebraik amallarning qaysi hossalarga bog‘liq ekanligini aniqlash kerak. Dastlab algebraik amal tushunchasini aniqlab olaylik.

Sonlarni qo‘shish amalini olaylik. Bu amal ixtiyoriy olingan ikkita songa bu sonlarni yig‘indisidan iborat uchunchi sonni mos qo‘yadi.

Shunga o‘xshash vektorlarni qo‘shish amali ham ixtiyoriy olingan ikkita vektorga ularning yig‘indisidan iborat bo‘lgan uchunchi bir vektorni mos qo‘yadi. Bu amallarda umumiylik shundan iboratki biror to‘plam  $X$  dan olingan ixtiyoriy bir juft  $\langle a, b \rangle$  elementlarga aniq bir qoida asosida yana  $X$  to‘plamning aniq bitta  $x \in X$  elementi mos qo‘yilmoqda. Boshqacha aytsak, har bir amal  $X \times X$  dekart ko‘paytmani  $X$  to‘plamga akslantirishdan iborat bo‘lmoqda.

Shunga asoslanib algebraik amal tushunchasining ta’rifini keltiramiz.

Ta’rif. Bo‘sh bo‘lmagan  $X$  to‘plam dekart ko‘paytmasi  $X \times X$  ni  $X$  to‘plamga akslantirishga  $X$  to‘plamda aniqlangan algebraik amal deyiladi.<sup>4</sup>

Algebraik amalga yana bir nechta misol keltiramiz:

1). Butun sonlar to‘plamida ayrish amali algebraik amali bo‘ladi. Chunki ixtiyoriy ikkita butun sonning ayrimasi mavjud va u yana butun son bo‘ladi. Natural sonlar to‘plamida ayrish amali algebraik amal bo‘lmaydi. Chunki ixtiyoriy

---

<sup>4</sup> N.Hamedova. "Matematika". "Iqbol turon" Toshkent 2007-yil.

ikkita natural sonlar ayrimasi har doim natural son bo'lavermaydi. Faqat  $a > b$  bo'lgandagina  $a - b$  natural son bo'ladi.

2). Musbat ratsional sonlar to'plamida aniqlangan ko'paytirish amali algebraik amal bo'ladi. Chunki, ixtiyoriy ikkita musbat ratsional sonlar ko'paytmasi yana musbat ratsional sondan iborat.

3). Ixtiyoriy ikkita  $a$  va  $b$  natural sonlarga bu natural sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisi mos qo'yilgan bo'lsin. U holda bu moslik ham natural sonlar to'plamida algebraik amal bo'ladi. Chunki, ixtiyoriy ikkita natural sonning eng katta umumiy bo'luvchisi mavjud va u natural sondan iborat. Shunga o'xshash, ixtiyoriy ikkita natural songa bu sonlarning eng kichik umumiy bo'linuvchisi mos qo'yilgan bo'lsin. Bu moslik ham natural sonlar to'plamida aniqlangan algebraik amal bo'ladi.

4). Agar bir juft  $\langle a, b \rangle$  natural sonlarga bu sonlarning umumiy bo'luvchisi mos qo'yilgan bo'lsa, u holda bu moslik natural sonlar to'plamida algebraik amal bo'lmaydi. Chunki, bir juft natural sonning umumiy bo'luvchisi bir nechta natural sondan iborat bo'lishi mumkin. Masalan 12 va 18 sonlarga ularning umumiy bo'luvchisi sifatida 1, 2, 3, 6, 9 sonlarning ixtiyoriysini mos qo'yish mumkin.

5). Bo'lish amali butun sonlar to'plamida algebraik amal bo'lmaydi. Chunki ikkita butun sonlar bo'linmasi har doim ham butun son bo'lavermaydi. Hatto ratsional sonlar to'plamida ham bo'lish amali algebraik amal bo'lmaydi. (Chunki, nolga bo'lish mumkin emas). Musbat ratsional sonlar to'plamida (Musbat haqiqiy sonlar to'plamida ham) bo'lish amali algebraik amal bo'ladi.

6). Ixtiyoriy bir juft  $\langle a, b \rangle$  natural sonlarga ularning darajasi  $a^b$  dan iborat son mos qo'yilgan bo'lsin. Bu moslik natural sonlar to'plamida algebraik amal bo'ladi. Chunki  $a$  va  $b$  natural son bo'lsa  $a^b$  ham natural son bo'ladi. Lekin bu moslik butun sonlar to'plamida algebraik amal bo'lmaydi. Chunki  $a$  va  $b$  butun

sonlar uchun  $a^b$  son har doim ham butun son bo'lmaydi. Masalan,  $2^{-3}$  butun son emas.

7). Vektorni songa ko'paytirish algebraik amal emas. Chunki ko'paytuvchilar bir xil ob'ektlar emas (vektor, son).

Shuningdek, komponentalari haqiqiy sonlardan iborat

$\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$  va  $\langle y_1, y_2, \dots, y_n \rangle$  kortejlarga quyidagi

$$z = x_1 u_1 + x_2 u_2 + \dots + x_n u_n$$

sonni mos qo'ysak, bu moslik ham algebraik amal bo'lmaydi. Chunki bu holda  $z$  son kortej bo'lmaydi, ya'ni  $z$  tegishli emas  $R^n$  ga.

8).  $\langle x, u \rangle \rightarrow 2x + 3u$  moslik butun sonlar to'plami  $Z$  da algebraik amal bo'ladi. Lekin bu amal qo'shish va ko'paytirish amallari uchun biz yuqorida ko'rgan xossalarga ega emas. Masalan,  $\langle x, u \rangle$  va  $\langle u, x \rangle$  juftliklarga har xil

sonlar mos keladi.  $\langle x, u \rangle \rightarrow 2x + 3u$ ,  $\langle u, x \rangle \rightarrow 2u + 3x$ ,  $2x + 3u \neq 2u + 3x$

Ta'rif. Agar  $X \times X$  dekart ko'paytmaning ba'zi juftliklari  $\langle a, b \rangle$  ga

biror qoida asosida  $X$  to'plamining aniq bir  $s$  elementi mos qo'yilgan bo'lsa,  $u$  holda  $X$  to'plamda qisman algebraik amal berilgan deyiladi.

Qisman algebraik amalning aniqlanish sohasi deb  $X \times X$  ko'paytmaning shunday  $A$  qism to'plamiga aytiladiki, bu  $A$  to'plamga tegishli bo'lgan har bir  $\langle a, b \rangle$  juftlikka qisman algebraik amal  $X$  to'plamning aniq bir  $s$  elementini mos keltiradi va  $A$  ga tegishli bo'lmagan  $X \times X$  ning elementlari uchun esa bu amal aniqlanmagan bo'ladi. Masalan, ayrish amali, natural sonlar to'plamida qisman algebraik amal bo'ladi va bu amalning aniqlanish sohasi  $a > b$  shartni qanoatlantiruvchi barcha  $\langle a, b \rangle$  juftliklar to'plamidan iborat. ( $a, b \in \mathbb{N}$ )

Bo'lish amali butun sonlar to'plamida qisman algebraik amal bo'ladi. Bu amalning aniqlanish sohasi  $a = b \cdot k, \quad k \in \mathbb{Z}$  shartni qanoatlantiruvchi barcha  $\langle a, b \rangle$  juftliklar to'plamidan iborat. ( $a, b \in \mathbb{Z}$ ).

X to'plamda algebraik amal aniqlangan bo'lsin va U to'plam X to'plamning qism to'plami bo'lsin.

Agar X to'plamda aniqlangan algebraik amal  $U \times U$  ko'paytmaga tegishli bo'lgan har bir  $\langle a, b \rangle$  juftlikka U to'plamga tegishli aniq bir S elementni mos qo'ysa, u holda U to'plam X da aniqlangan algebraik amalga nisbatan yopiq deyiladi<sup>5</sup>.

Masalan, Juft sonlar to'plami qo'shish amaliga nisbatan yopiq to'plam. Ikkita juft son yig'indisi yana juft son bo'ladi.

Tok sonlar to'plami qo'shish amaliga nisbatan yopiq emas. (Tok sonlar yig'indisi tok son emas), ko'paytirish amaliga nisbatan esa yopiq (tok sonlar ko'paytmasi yana tok son bo'ladi). Musbat ratsional sonlar to'plami qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan yopiq to'plam.

## **1.2. Algebraik amallarning xossalarini ifodalovchi ayniyatlar**

Assotsativ algebraik amallar.

Biz yuqorida aytib o'tkanimizdek bizning asosiy maqsadimiz u yoki bu algebraik amallar qatnashgan ifodalar uchun ayniy almashtirishlarni o'rganishdir. Avval biz faqat bitta amal qatnashgan ifodalarni qarab chiqamiz. Biz o'rnatgan qonuniyatlar qandaydir bir amal uchun emas, balki ko'plab amallarga ta'luqli bo'lishini xohlaymiz. Amalni belgilash uchun bizga ma'lum belgilarning birontasi (+, -, ·, :, ∩, ∪ va h.k.) tanlash mumkin emas, bu holda biz qaralayotgan xossalarni faqat yuqoridagi amallarning birontasi bilan bog'lashimiz mumkin.

---

<sup>5</sup> Jumayev M.E. "Boshlang'ich sinflarda matematika o'qitish metodikasi" Toshkent 2005 yil.

Shuning uchun ham amalni belgilash uchun  $*$  belgisini olamiz. Boshqacha aytganda elementlar jufti  $\langle a, b \rangle$  ga mos keluvchi  $s$  elementni  $a * b$  bilan belgilaymiz. Agar  $*$  ni  $+$  bilan almashtirsak, u holda qo'shish amalini hosil qilamiz. (sonlar, vektorlar, ko'phadlar, matritsalar va h.k).  $*$  ni  $-$  ga almashtirib ayirish amalini hosil qilamiz,  $*$  ni  $\cdot$  ga almashtirsak ko'paytirish bo'ladi. Agar  $*$  ni  $\cap$  ga almashtirib  $a$  va  $b$  larni sonlar emas to'plamlar deb faraz qilsak, u holda to'plamlar kesishmasi amaliga ega bo'lamiz. Belgilashlar bir xilligiga erishish uchun  $D(a,b)$  va  $K(a,b)$  belgilarini  $aDb$  va  $aKb$  kabi yozamiz. Shunday qilib, bu bobda

$aDb$  -  $a$  va  $b$  sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisi  $aKb$  - ularning eng kichik umumiy karralisi.

O'quvchi e'tiborini shunga jalb qilamizki, algebraik amallar belgilanishlari tashqi ko'rinishdan moslik va munosabatlar belgilanishiga o'xshash. Biroq bu belgilanishlar mazmuni boshqacha. Mosliklar uchun  $aRb$  yozuv  $a$  va  $b$  elementlar  $R$  moslikda ekanini anglatadi. Amallar uchun  $a * b$  yozuv  $\langle a, b \rangle$  elementlar juftiga mos  $S$  elementni bildiradi.

Shunday qilib ifodalarni almashtirishga imkon beradigan algebraik amallar xossalarini o'rganishni boshlaymiz. Ulardan eng muhimi assotsiativlik xossasi bo'lib, bu xossa  $X$  dan olingan ixtiyoriy uchta  $a, b, c$  elementlar uchun quyidagi tenglik o'rinli ekanligini tasdiqlaydi:

$$a * (b * c) = (a * b) * c$$

Agar  $*$  amal assotsiativlik xossasiga ega bo'lsa, u holda bu amal qatnashgan ifodani qavslarsiz yozish mumkin. Bu matematik induksiya metodi bilan isbot qilinuvchi quyidagi tasdiqdan kelib chiqadi:

Agar  $*$  algebraik amal  $X$  to'plamda assotsiativ bo'lib,  $a \in \langle x_1, \dots, x_n \rangle$  -  $x$  to'plam elementlaridan tuzilgan uzunligi  $n$  ga teng kortej bo'lsa, qavslar qo'yish va  $*$  amalni qo'llash orqali u holda bu katetdan hosil bo'lgan ifodalar bir xil qiymatga

ega (qavslar orqali ko'rsatilgan amallarni bajarishdan  $X$  dan olingan yagona elementga ega bo'lamiz). Masalan, agar  $*$  - assotsiativ amal bo'lsa, u holda uzunligi 4 ga teng  $(a*b) * (c*d)$ ,  $((a*b)*c)*d$ ,  $a*(b*(c*d))$ ,  $a*((b*c)*d)$  faqat bir qiymatga ega  $\langle x_1, \dots, x_n \rangle$  katetdan ko'rsatib o'tilgan usulda hosil qilingan ifodalarning umumiy qiymatini  $x_1 * x_2 * x_3 \dots * x_n$  kabi belgilashadi. Bu ifoda qiymatini chapdan o'nga hisoblash mumkin: avval  $x_1 * x_2$  ni, keyin  $(x_1 * x_2) * x_3$  ni, keyin  $((x_1 * x_2) * x_3) * x_4$  ni va x.k

Assotsiativ amallarga misol bo'lib, haqiqiy sonlarni qo'shish va ayirish olinishi mumkin. (1§ dagi 2) va 6) xossalarga qarang). Shuning uchun ham bir necha qo'shiluvchilar yig'indisi ham bir necha ko'paytuvchilar ko'paytmani ham qavslarsiz yoziladi, masalan,  $x_1 + x_2 + \dots + x_n$  yoki  $x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$

D va K amallar ham assotsiativ: har qanday uchta  $a, b$  va  $c$  natural sonlar uchun:

$$(aDb)Ds = aD(bDc) \text{ va}$$

$$(aKb) Ks = aK(bKs)$$

To'plamlar kesishmasi va birlashmasi amallari ham assotsiativ. Shuning uchun ham bir necha to'plamlar kesishmasi va birlashmasi qavslarsiz yoziladi:

$$A \cap V \cap S \cap D \text{ yoki } A \cup B \cup C \cup D$$

Assotsiativlik xossasiga ega bo'lmagan amalning eng sodda misoli butun sonlar to'plami  $Z$  dagi ayirish amalidir:  $a - (b - c) = (a - b) - c$  faqat  $s=0$  da o'rinli. Xuddi shuningdek  $s=1$  a:  $(b:c) = (a:b):c$  shuning uchun ham  $Z$  dagi bo'lish amali ham assotsiativ emas. Natural sonlar to'plamida  $a*b = a^b$  darajaga ko'tarish amali ham assotsiativ emas.<sup>6</sup>

---

<sup>6</sup> N.Hamedova "Matematika". "Iqbol turon" Toshkent 2007-yil.

Haqiqatan,  $a * (b * c) = a^{b * c} = a^{bc}$ , Shu vaqtni o'zida  $(a * b) * c = (a^b) * c = (a^b)^c = a^{bc}$

Assitsiativ amallar uchun element darajasi tushunchasi ma'noga ega.

$a \in X$  elementining  $n$ -nchi darajasi deb,  $a * a * \dots * a$  ifodaga aytiladi, bu yerda  $a$  element  $n$  marta takrorlanadi. Masalan,  $n=3$  da  $a^3 = a * a * a$ .  $n=1$  da  $a^1 = a$  deb olishadi.

$*$  amalining assotsiativlik xossasidan darajaga oshirish amalining quyidagi xossalari kelib chiqadi:

$$1) \quad a^n * a^m = a^{n+m}$$

$$2) \quad (a^n)^m = a^{nm}$$

1) Xossani isbotlash uchun  $a^n * a^m = \underbrace{(a * \dots * a)}_{n \text{ marta}} * \underbrace{(a * \dots * a)}_{m \text{ marta}}$  lekin  $*$  amalining assitsiativligi xossasiga asosan bu ifoda  $\underbrace{(a * a * \dots * a)}_{n+m \text{ marta}}$  ga teng.

2) Xossa ham shunga o'xshash isbotlanadi. Agar  $*$  - sonlarni ko'paytirish amali bo'lsa, u holda 1) va 2) – darajalar ustida bajariladigan oddiy qoidalaridir. Agar  $*$  - sonlarni qo'shish amali bo'lsa, u holda  $a^n$  o'rniga  $n \cdot a$  yozish qabul qilinadi va  $n \cdot a$  ni daraja deb emas  $a$  element karralisi deb atash qabul qilingan. Bu holda 1) va 2) qoidalar quyidagi ko'rinishni oladi:

$$- n \cdot a + m \cdot a = (n+m) \cdot a$$

$$- m(n \cdot a) = (mn) \cdot a$$

Kommutativ algebraik amal.

Agar  $*$  algebraik amal assotsiativ bo'lsa, u holda faqat shu amal qatnashgan ifodani qavslarsiz yozish mumkin. Agarda elementlar o'rinlarini o'zaro almashtirish mumkin bo'lsa, u holda  $*$  amal kommutativ deyiladi. Boshqacha

aytganda,  $X$  to'plamdagi  $*$  amal kommutativ deyiladi,  $X$  dan olingan ixtiyoriy  $a$  va  $b$  elementlar uchun

$$a*b=b*a \quad \text{ tenglik o'rinli bo'lsa.}$$

Kommutativ amallariga misol bo'lib natural sonlar ustida bajariladigan qo'shish va ko'paytirish amallari bo'ladi: ixtiyoriy ikki  $a$  va  $b$  natural sonlar uchun  $a+b=b+a$ ,  $a \cdot b=b \cdot a$  tengliklar bajariladi.

Bu tengliklar faqat natural sonlar uchungina o'rinli bo'lmay ixtiyoriy haqiqiy sonlar uchun ham o'rinli: Haqiqiy sonlar to'plamida qo'shish va ko'paytirish amallari kommutativdir. Natural sonlar to'plamidagi  $D$  va  $K$  amallar ham kommutativdir: Harqanday  $a$  va  $b$  natural sonlar uchun  $aDb=bDk$ ,  $aKb=bKa$  o'rinli.

To'plamlar kesishmasi va birlashmasi amallari ham kommutativ: Ixtiyoriy  $A$  va  $B$  to'plamlar uchun quyidagilar o'rinli

$$A \cap B = B \cap A, \quad A \cup B = B \cup A$$

Nokommutativ amalga ratsional sonlar to'plamida algebraik amal bo'lgan ayirish amali misol bo'la oladi: agar  $a \neq b$  bo'lsa, u holda

$$a-b \neq b-a.$$

Bo'lish ham kommutativ emas: Agar  $a \neq b$  bo'lsa, u holda  $a:b \neq b:a$ . Natural sonlar to'plamida darajaga ko'tarish amali ham kommutativ emas.

(Masalan,  $2^3 \neq 3^2$ ).

Agar  $*$  amal kommutativ va assotsiativ bo'lsa, u holda faqat shu amalni o'z ichiga olgan harqanday ifodani  $x_1^{n_1} * \dots * x_k^{n_k}$  ko'rinishga keltish mumkin, bu yerda  $x_1, x_2, \dots, x_k$  larning barchasi turlicha sonlar.

Buning uchun berilgan ifodadagi elementlarga assotsiativlik va kommutativlik xossalarini tadbiq qilib, bir xil elementlar ketma-ket keluvchi holga olib kelish kerak.

\* amalining kommutativ va assosiativ ekanligidan darajaning quyidagi xossasi o‘rinli.

$$(a * b)^n = a^n * b^n \quad (1)$$

Agar \* - sonlarni ko‘paytirish bo‘lsa, u holda (1) tenglikdan  $(ab)^n = a^n \cdot b^n$  ekani kelib chiqadi.

Agarda \* - qo‘shish amali bo‘lsa, u holda (1) tenglik  $n(a+b) = na + nb$  ni bildiradi.

Algebraik amallarning distributivligi.

\* va 0 amallari qatnashgan ifodalarga o‘tamiz, ya’ni  $(a * b + c) * d$ ,  $(a * b) + c * d$  ko‘rinishidagi ifodalariga o‘tamiz. Bu ifodalarni almashtirish mumkin, agarda \* va 0 amallar o‘zaro ma’lum munosabatda bo‘lsalar. Bunday aloqalardan biri bir amalning boshqa bir amalga nisbatan distributivlik xossasiga ega bo‘lishidir.

0 amal \* amalga nisbatan chapdan distributiv (o‘ngdan), X to‘plamning ixtiyoriy a,b,c elementlari uchun  $a + (b * c) = (a + b) * (a + c)$  (1) mos ravishda  $(a * b) + c = (a + c) * (b + c)$  (2) bajarilsa. \* amaliga nisbatan o‘ngdan va chapdan distributivlik bo‘lgan 0 amal \* amaliga nisbatan distributiv deyiladi.

Agar 0 amal kommutativ bo‘lsa, uning \* ga nisbatan chapdan distributivligidan uning \* ga nisbatan o‘ngdan distributivligi kelib chiqadi. Masalan, sonlarni ko‘paytirish amali qo‘shish amaliga nisbatan distributiv, chunki ixtiyoriy a,b,c sonlar uchun

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad (3)$$

tenglik o‘rinli.

Ko‘paytirish amali ayirish amali - ga nisbatan ham distributiv: ixtiyoriy  $a, b$  va  $s$  sonlari uchun

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c \quad (4)$$

tenglik o‘rinli.

To‘plamlar kesishmasi amali birlashma amaliga nisbatan distributiv: ixtiyoriy  $A, V$  va  $S$  to‘plamlar uchun quyidagi tenglik o‘rinli.

$$A \cap (V \cup S) = (A \cap V) \cup (A \cap S) \quad (5)$$

Shuningdek birlashma amali ham kesishma amaliga nisbatan distributiv: ixtiyoriy uchta to‘plam uchun

$$A \cup (V \cap S) = (A \cup V) \cap (A \cup S) \quad (6)$$

o‘rinli.

O‘zaro distributiv amallarning yana bir jufti natural sonlar to‘plamida bajariluvchi  $D$  va  $K$  amallardir: ixtiyoriy uchta  $a, b$  va  $c$  natural sonlar uchun quyidagi tengliklar o‘rinli.

$$aD(bKc) = (aDb)K(aDc) \quad (7)$$

$$\text{va } aK(bDc) = (aKb)D(aKc) \quad (8)$$

Natural sonlar to‘plamida darajaga ko‘tarish amali ko‘paytirish amaliga nisbatan o‘ngdan distributiv: ixtiyoriy uchta natural son uchun quyidagi tenglik o‘rinli:

$$(a \cdot b)^c = a^c \cdot b^c$$

Ammo bu amal ko‘paytirishga nisbatan chapdan distributiv emas: umuman olganda  $a^{bc} = a^b \cdot a^c$  tenglik to‘g‘ri emas.

Agar 0 amal \* amaliga nisbatan distributiv bo'lsa, shu bilan birga bu amallar assotsiativ bo'lishsa, u holda faqat shu amallar qatnashgan ixtiyoriy ifodada hamma qavslarni ochish mumkin. Masalan, ko'paytirishning qo'shishga nisbatan distributiv ekanligidan foydalanib quyidagilarni yozamiz:

$$(a+b) \cdot (c+d) = (a+b) \cdot c + (a+b) \cdot d = ac + bc + ad + bd.$$

Lekin bu formula ko'rsatilgan xossalarga ega bo'lgan ixtiyoriy 0 va \* amallari uchun ham o'rinli:

$$(a * b) 0 (c * d) = (a 0 c) * (b 0 c) * (a 0 d) * (b 0 d) \quad (9)$$

Masalan, agar \* - to'plamlar kesishmasi amali, 0 esa - ular birlashmasi amali bo'lsa, u holda

$$(A \cap B) \cup (C \cap D) = (A \cup C) \cap (B \cup D)$$

Agar \* - to'plamlar birlashmasi amali, 0 esa ular kesishmasi amali bo'lsa, u holda  $(A \cup V) \cap (S \cup D) = (A \cap C) \cup (B \cap C) \cup (A \cap D) \cup (B \cap D)$  tenglik o'rinli bo'ladi.

(8) formuladan D va K amallari uchun ham bu amallarni o'z ichiga oluvchi ifodalarni almashtirish qoidasini hosil qilamiz:

$$(aDb) K (cDb) = (aKc)D(bKc)D(aKd)D(bKd).$$

Biz ko'rdikki, bitta distributivlik va assotsiativlik xossalaridan kelib chiquvchi formulaning o'zi konkret algebraik amallar uchun qator formulalarni beradi. Agar biz algebraik amallarning umumiy xossalaridan foydalangan har bir formulani keltirib chiqarish kerak bo'lar edi.

**Neytral va yutuvchi elementlar.**

0 soni qo'shish amalida alohida o'rin tutadi: a soniga 0 ni qo'shish bu sonni o'zgartirmaydi. Boshqa so'zlar bilan aytsak, hamma a sonlar uchun  $a+0=a$  o'rinli.

Shunga o'xshash rolni 1 soni ko'paytirish amalida o'ynaydi: hamma a sonlar uchun  $a \cdot 1=a$ .

Ularga o'xshash holda  $e \in X$  elementini neytral element deb ataymiz agarda  $e*a=a*t=a$  o'rinli bo'lsa.

Tushunarliki, 0 soni qo'shish uchun neytral element, (soni esa ko'paytirish amali uchun neytral elementdir). (soni K amali uchun ham neytral elementdir).

D amal uchun neytral element yo'q. To'plamlar birlashmasi amali uchun ham neytral element mavjud va u bo'sh to'plam  $\emptyset$  dir. Haqiqatdan, harqanday A to'plam uchun  $A \cup \emptyset = \emptyset \cup A = A$  tengliklar o'rinli. To'plamlar kesishmasi amali uchun neytral element yo'q faqat \* amalini o'z ichiga oluvchi ifodalarda hamma neytral elementlarni tashlash mumkin. (mos amal belgilarini ham), Chunki neytral element bilan olingan kompozitsiya hech narsani o'zgartirmaydi. 0 soni ko'paytirish amaliga nisbatan ham muhim ahamiyatga ega:. Harqanday a soni uchun  $a \cdot 0 = 0 \cdot a$  tenglik o'rinli. Boshqacha aytganda 0 bilan olingan kompozitsiyalar 0 ni beradi. 0 sonini ko'paytirish amali uchun yutuvchi element deyiladi.

Umumiy holda yutuvchi element quyidagicha ta'riflanadi: Aytaylik, \* -X to'plamda algebraik amal bo'lsin.  $\omega$  element bu amal uchun yutuvchi element deb ataladi, ixtiyoriy  $a \in X$  element uchun  $\omega*a=a*\omega=\omega$  o'rinli bo'lsa, 0 soni ko'paytirish amali uchun yutuvchi element ekanligini aytib o'tdik. 1 soni D amal uchun yutuvchi element hisoblanadi: har qanday a natural son uchun  $a \in D$   $1 \cdot a = a \cdot 1 = a$  to'plam  $\cap$  amali uchun yutuvchi element: ixtiyoriy A to'plam uchun  $A \cap \emptyset = \emptyset$ .

### Mantiqiy amallarning xossalari

$U(A_1, A_2, \dots, A_n)$  va  $V(A_1, A_2, \dots, A_n)$  lar mulohazalar algebrasining

formulalari bo'lsin.

1- T a ' r i f. Agar 1 yoki 0 lardan tuzilgan xar bir  $(L_1, \dots, L_n)$  naborda  $U(L_1, L_2, \dots, L_n) \equiv V(L_1, \dots, L_n)$  bo'lsa u holda U formula V formulaga, teng kuchli deyiladi va  $U \equiv V$  ko'rinishda yoziladi.

Bu tarifdan teng kuchli bo'lish munosabatining ekvivalent binar munocabat ekanligi kelib chiqadi, ya'ni:

$$a) U \equiv U, \quad b) U \equiv V \Rightarrow V \equiv U$$

$$v) (U \equiv B) \wedge (B \equiv G) \Rightarrow (U \equiv G)$$

Formulalarning teng kuchliligi asosan jadval usulida isbotlanadi. Bu usulda berilgan formulalarning chinlik jadvallari tuzilib, ularning mos qiymatlari solishtiriladi. Agar barcha solishtirilgan qiymatlar bir xil (bir-biriga teng) bo'lsa, u holda bu formulalar teng kuchli bo'ladi.

1.1 - M i s o l.  $(A \vee \bar{B}) \wedge (A \Rightarrow V) \equiv (A \wedge V \vee \bar{A} \wedge \bar{B})$  ekanligi jadval usulida isbotlanadi.

| A | V | $\bar{A}$ | $\bar{V}$ | $A \vee \bar{V}$ | $A \Rightarrow V$ | $(A \vee \bar{V}) \wedge (A \Rightarrow V)$ | $A \wedge V$ | $\bar{A} \wedge \bar{V}$ | $A \wedge V \vee \bar{A} \wedge \bar{V}$ |
|---|---|-----------|-----------|------------------|-------------------|---------------------------------------------|--------------|--------------------------|------------------------------------------|
| 1 | 1 | 0         | 0         | 1                | 1                 | 1                                           | 1            | 0                        | 1                                        |
| 1 | 0 | 0         | 1         | 1                | 0                 | 0                                           | 0            | 0                        | 0                                        |
| 0 | 1 | 1         | 0         | 0                | 1                 | 0                                           | 0            | 0                        | 0                                        |
| 0 | 0 | 1         | 1         | 1                | 1                 | 1                                           | 0            | 1                        | 1                                        |

Bu jadvallarning  $(A \vee V) \wedge (\bar{A} \Rightarrow V)$  va  $A \wedge V \vee A \wedge \bar{V}$  formulalar yozilgan

ustunlarini solishtirib, formulalarning teng kuchli ekanligiga ishonch hosil qilamiz.

Quyidagi teng kuchliliklar ham jadval usulida oson isbotlanadi.

- I.  $\bar{\bar{A}} \equiv A$  (qo'sh inkor tengkuchliligi)
- II.  $A \vee V \equiv V \vee A$  (dizyunksiyaning kommutativligi)
- III.  $A \wedge V \equiv V \wedge A$  (konyunksiyaning kommutativligi)
- IV.  $(A \vee V) \vee S \equiv A \vee (V \vee S)$  (dizyunksiyaning assotsiativligi )
- V.  $(A \wedge V) \wedge S \equiv A \wedge (V \wedge S)$  (konyunksiyaning assotsiativligi )
- VI.  $A \wedge (V \vee S) \equiv A \wedge V \vee A \wedge S$  (dizyunksiyaning konyunksiyaga nisbatan distributivligi)
- VII.  $A \vee (V \wedge S) \equiv (A \vee V) \wedge (A \vee S)$  (konyunksiyaning dizyunksiyasiga nisbatan distributivligi)
- VIII.  $A \vee A \equiv A$  (dizyunksiyaning idempotentligi)
- IX.  $A \wedge A \equiv A$  (konyunksiyaning idempotentligi)
- X.  $A \wedge (A \vee V) \equiv A$  (yutilish tengkuchliliklari)
- XI.  $A \vee (A \wedge V) \equiv A$
- XII.  $\overline{A \vee V} \equiv \bar{A} \wedge \bar{V}$  (de Morgan tengkuchliliklari)
- XIII.  $\overline{A \wedge V} \equiv \bar{A} \vee \bar{V}$
- XIV.  $A \vee \bar{A} \equiv 1$  (Uchinchini inkor etish tengkuchlilikligi)
- XV.  $A \wedge \bar{A} \equiv 0$  (qarama – qarshilik tengkuchlilikligi)
- XVI. a)  $A \vee 1 \equiv 1$  b)  $A \wedge 1 \equiv A$  v)  $A \vee 0 \equiv A$  d)  $A \wedge 0 \equiv 0$
- XVII.  $A \Rightarrow V \equiv V \Rightarrow A$  (kontropozitsiya tengkuchlilikligi)
- XVIII.  $A \Rightarrow V \equiv \bar{A} \vee V$
- XIX.  $A \sim V \equiv (A \Rightarrow V) \wedge (V \Rightarrow A)$
- XX.  $A \wedge (\bar{A} \vee V) \equiv A \wedge V$

Bu tengkuchliliklar mulohazalar algebrasining asosiy tengkuchliliklaridir.

1.1 Chinlik jadvali yordamida isbotlang.

1.  $A \Rightarrow V \equiv \overline{A \wedge \overline{B}}$
2.  $\overline{A \Rightarrow V} \equiv A \wedge V$
3.  $A \vee V \equiv \overline{\overline{A} \wedge \overline{B}}$
4.  $A \wedge V \equiv \overline{\overline{A} \vee \overline{B}}$
5.  $A \sim V \equiv \overline{A} \sim \overline{V}$
6.  $\overline{A \sim V} \equiv \overline{A} \wedge V \vee \overline{V} \wedge A$
7.  $A \sim V \equiv A \wedge V \vee \overline{A} \wedge \overline{V}$
8.  $\overline{A \wedge \overline{V}} \vee (\overline{\overline{V} \vee A}) \equiv \overline{A} \vee \overline{V}$
9.  $A \wedge (V \vee S) \equiv (\overline{\overline{A} \vee \overline{V} \wedge \overline{S}})$
10.  $A \wedge V \vee A \wedge \overline{V} \equiv A$
11.  $(\overline{A} \Rightarrow V) \wedge (A \vee \overline{V}) \equiv A$
12.  $(A \Rightarrow V) \wedge (\overline{A} \Rightarrow V) \equiv V$
13.  $\overline{(\overline{A} \Rightarrow V) \vee (\overline{A} \Rightarrow \overline{B})} \equiv A$
14.  $A \wedge V \wedge S \equiv (\overline{A \wedge \overline{V}} \vee A \wedge \overline{S})$
15.  $(A \Rightarrow V) \wedge S \equiv S \wedge (\overline{V} \Rightarrow \overline{A})$
16.  $(A \Rightarrow V) \wedge \overline{V} \equiv \overline{A} \wedge \overline{V}$
17.  $A \Rightarrow (A \Rightarrow V) \equiv A \Rightarrow V$
18.  $A \wedge V \vee \overline{A} \wedge V \vee \overline{A} \wedge \overline{V} \equiv A \Rightarrow V$
19.  $\overline{\overline{A} \wedge \overline{B}} \Rightarrow (\overline{B} \Rightarrow A) \equiv (\overline{A \Rightarrow V}) \vee A \vee V$
20.  $(\overline{A} \vee \overline{V}) \wedge S \equiv \overline{A \wedge B \vee C}$

$$21. A \Rightarrow (V \Rightarrow S) \equiv A \wedge V \Rightarrow S$$

$$22. A \Rightarrow (V \Rightarrow S) \equiv V \Rightarrow (A \Rightarrow S)$$

$$23. \overline{\bar{A} \wedge V \wedge S \vee \bar{A} \wedge \bar{V} \wedge S} \equiv \bar{A} \wedge S$$

$$24. A \wedge V \vee \bar{C} \Rightarrow \overline{A \wedge S} \equiv A \Rightarrow V \vee \bar{S}$$

$$25. (A \Rightarrow V) \Rightarrow ((A \Rightarrow (V \Rightarrow S)) \Rightarrow (A \Rightarrow S)) \equiv 1$$

$$26. (A \Rightarrow (V \wedge S)) \sim ((A \Rightarrow V) \wedge (A \Rightarrow S)) \equiv 1$$

$$27. ((A \Rightarrow V) \wedge (A \Rightarrow \bar{V})) \Rightarrow \bar{A} \equiv 1$$

$$28. (A \Rightarrow S) \Rightarrow ((V \Rightarrow S) \Rightarrow ((A \vee V) \Rightarrow S)) \equiv 1$$

$$29. (A \Rightarrow V) \Rightarrow ((A \Rightarrow \bar{V}) \Rightarrow \bar{A}) \equiv 1$$

$$30. \overline{(A \Rightarrow V)} \wedge ((V \sim A \wedge S) \vee A \wedge \bar{V}) \equiv A \wedge \bar{V}$$

Formulalarni teng kuchli almashtirishlar.

U-Mulohazalar algebrasining ixtiyoriy formulasi bo'lsin.

1-T a ' r i f. U formulaning biror qism formasini bu qism formulaga teng kuchli formula bilan almashtirish formulani teng kuchli almashtirish deyiladi.

Quyidagi teorema formulalarni amaliy tadbiqi uchun qulay shaklga keltirishda va ularning teng kuchli ekanligini isbotlashda qo'llaniladi.

1.Teorema. U formulani teng kuchli almashtirish natijasida yana U formulaga teng kuchli formula hosil bo'ladi. Bundan keyin  $U \equiv NB$  yozuv U formulaga teng kuchli bo'lgan V formulani hosil qilishda N munosabatdan foydalanishimizni bildiradi.

1.2 - M i s o l .  $(\bar{A} \vee V) \wedge S \Rightarrow \overline{(A \wedge V \vee \bar{C})}$  formulani soddalashtiring.

$$(\bar{A} \vee V) \wedge S \Rightarrow \overline{(A \wedge V \vee \bar{C})} \equiv^{XVIII}$$

$$\begin{aligned}
&\equiv \overline{(\bar{A} \vee \bar{B}) \wedge C} \vee \overline{(A \wedge B \vee \bar{C})} \equiv^{XII.XIII} \\
&\equiv \overline{\bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{C}} \vee \overline{A \wedge B \wedge \bar{C}} \equiv^{1.XII} \\
&\equiv \overline{A \wedge \bar{V}} \vee \bar{S} \vee \overline{A \wedge \bar{V}} \wedge S \equiv^{1.VII} \\
&\equiv A \wedge V \vee (\bar{C} \vee \overline{A \wedge B}) \wedge (\bar{S} \vee S) \equiv^{XIV} \\
&\equiv A \wedge V \vee (\bar{S} \vee \overline{A \wedge \bar{V}}) \wedge 1 \equiv \\
&\equiv A \wedge V \vee (\bar{S} \vee \overline{A \wedge \bar{V}}) \equiv A \wedge V \vee (\overline{A \wedge \bar{V}} \vee \bar{S}) \equiv \\
&\equiv (A \wedge V \vee \overline{A \wedge \bar{V}} \vee \bar{S}) \equiv 1 \vee \bar{S} \equiv 1
\end{aligned}$$

1.3-m i s o l.

$$A \wedge V \wedge (\bar{A} \wedge S \vee \bar{B} \wedge \bar{C} \vee A \wedge \bar{S} \vee V \wedge \bar{S}) \vee A \wedge \bar{V} \equiv A \wedge (\bar{V} \vee \bar{S})$$

ekanligini isbotlang.

Formulalarning teng kuchli almashtirishlardan foydalanamiz qilamiz.

$$\begin{aligned}
&A \wedge V \wedge (\bar{A} \wedge S \vee \bar{V} \wedge \bar{S} \vee A \wedge \bar{S} \vee V \wedge \bar{S}) \vee A \wedge \bar{V} \equiv \\
&A \wedge V \wedge \bar{A} \wedge S \vee A \wedge V \wedge \bar{V} \wedge \bar{S} \vee A \wedge V \wedge A \wedge \bar{S} \vee A \wedge V \wedge V \wedge \bar{S} \vee A \wedge \bar{V} \equiv \\
&A \wedge \bar{A} \wedge V \wedge S \vee A \wedge V \wedge \bar{V} \wedge \bar{S} \vee A \wedge A \wedge V \wedge \bar{S} \vee A \wedge V \wedge V \wedge \bar{S} \vee A \wedge \bar{V} \equiv \\
&\equiv 0 \wedge V \wedge S \vee A \wedge 0 \wedge \bar{S} \vee A \wedge V \wedge \bar{S} \vee A \wedge V \wedge \bar{S} \vee A \wedge \bar{V} \equiv \\
&\equiv 0 \vee 0 \vee A \wedge V \wedge \bar{S} \vee A \wedge \bar{V} \equiv A \wedge V \wedge \bar{S} \vee A \wedge \bar{V} \equiv \\
&\equiv A \wedge (V \wedge \bar{S} \vee \bar{V}) \equiv A \wedge ((V \vee \bar{V}) \wedge (\bar{S} \vee \bar{V})) \equiv \\
&A \wedge (1 \wedge (\bar{S} \vee \bar{V})) \equiv A \wedge (\bar{S} \vee \bar{V}) \equiv A \wedge (\bar{V} \vee \bar{S}).
\end{aligned}$$

1.2. Quyidagi formulalarni soddalashtiring.

$$1. (A \wedge V \vee A \wedge S) \wedge (A \wedge V \vee S)$$

2.  $A \wedge V \wedge (\bar{A} \vee V \wedge S \vee A \wedge \bar{S}) \vee A \wedge \bar{S}$
3.  $(\overline{\bar{A} \wedge \bar{B}} \Rightarrow A \vee B) \wedge B$
4.  $A \wedge (V \wedge \bar{S} \vee A) \vee A \wedge (V \vee \bar{S}) \vee \bar{A} \wedge V \wedge S$
5.  $\overline{A \vee V} \vee (A \Rightarrow V) \wedge V$
6.  $(A \sim V) \wedge (A \vee V)$
7.  $(A \Rightarrow V) \wedge (V \Rightarrow S) \Rightarrow (S \Rightarrow A)$
8.  $\overline{A \wedge S \vee A \wedge \bar{S} \vee V \wedge S \vee \bar{A} \wedge V \wedge S}$
9.  $(A \Rightarrow V) \wedge (V \Rightarrow \bar{A})$
10.  $A \wedge V \wedge (A \Rightarrow \bar{V})$
12.  $(A \Rightarrow V) \vee (A \vee V)$
13.  $(A \vee V) \wedge (\bar{A} \wedge \bar{V})$
14.  $\overline{\bar{A} \vee \bar{V}} \vee (A \vee \bar{V}) \wedge (V \vee \bar{A}) \vee (\bar{A} \wedge V)$
15.  $(A \vee V \Rightarrow \overline{\bar{A} \vee \bar{S}}) \wedge (V \vee S \Rightarrow A)$
16.  $\bar{A} \wedge (\overline{\bar{A} \wedge \bar{V}} \vee \bar{S}) \vee A \vee \bar{V} \wedge S$
17.  $\bar{A} \vee (\bar{V} \vee A) \wedge (\bar{V} \vee \bar{A}) \wedge (\bar{S} \vee A) \wedge (\bar{S} \vee \bar{A})$
18.  $(A \wedge V \Rightarrow S) \vee A \wedge (V \vee S)$
19.  $(A \vee V \Rightarrow S) \wedge (A \wedge V \sim S)$

1.3. Teng kuchli almashtirishlar qilib isbotlang.

$$1. A \vee A \wedge \bar{V} \equiv A \vee V$$

$$2. (A \vee V) \wedge (A \vee \bar{V}) \equiv \bar{A}$$

$$3. A \wedge V \vee A \wedge \bar{V} \vee A \wedge \bar{\bar{V}} \equiv \bar{A} \Rightarrow V$$

$$4. A \Rightarrow \overline{V \vee S} \wedge A \equiv A \wedge V \vee \bar{S} \vee \bar{A}$$

$$5. (A \Rightarrow V) \wedge V \vee (A \vee \bar{V}) \wedge S \equiv A \wedge \overline{\bar{B}} \wedge (V \vee S)$$

$$6. A \wedge \overline{\bar{B} \Rightarrow (V \Rightarrow \bar{A})} \equiv A \Rightarrow \overline{V \vee A} \vee V$$

$$7. A \Rightarrow (V \Rightarrow S) \vee A \wedge S \equiv 1$$

$$8. (A \vee V) \wedge \bar{S} \vee V \wedge S \equiv A \wedge V \vee S \Rightarrow \bar{V} \wedge S$$

$$9. A \wedge \bar{V} \wedge S \vee A \wedge \bar{V} \wedge \bar{S} \vee V \wedge S \equiv (A \Rightarrow V) \wedge S$$

$$10. A \vee \bar{A} \wedge V \vee A \wedge S \vee A \wedge \bar{V} \vee A \wedge \bar{S} \equiv A \Rightarrow V \vee S$$

$$11. (A \vee V) \wedge (S \Rightarrow \bar{E}) \equiv A \wedge S \vee A \wedge E \vee V \wedge S \vee V \wedge E$$

$$12. (A \Rightarrow V) \wedge (V \vee \bar{S}) \Rightarrow (S \Rightarrow A) \equiv A \vee S$$

$$13. (A \vee V) \wedge (A \vee S) \wedge (V \vee E) \wedge (S \vee E) \equiv A \wedge E \vee V \wedge S$$

$$14. A \wedge (A \vee S) \wedge (V \vee S) \equiv (A \wedge \bar{V}) \Rightarrow A \wedge S$$

$$15. (A \vee V) \wedge (V \vee S) \wedge (S \vee A) \equiv A \wedge V \vee V \wedge S \vee S \wedge A$$

## **II Bob. Ayniyatlar va ularni isbotlash usullari**

### **2.1. Boshlang'ich sinflarda arifmetik amallarning kiritilishi**

1-sinf o'quvchilari o'quv yili davomida natural sonlarni qo'shish amali bilan hamda natural sonlarni ayirishdan iborat qismaniy algebraik amal bilan tanishtiriladi. Bunda ko'rsatilgan amallar barcha natural sonlar to'plamida emas balki 1 dan 100 gacha bo'lgan natural sonlar ustida qaratiladi. Shuningdek, 0 soni ham 1 dan 100 gacha bo'lgan sonlar qatoriga qo'shib o'rganiladi.

2-sinfda natural sonlarni ko'paytirish natural sonlarni qismaniy bo'lish binar amallari kiritiladi. Bunda o'rganilayotgan sonlar to'plami 0 dan 1000 gacha kengaytiriladi, ya'ni amallar 0 dan 1000 gacha sonlar ustida bajariladi. Lekin bu bajarilayotgan amallar hozircha to'la ma'noda algebraik amal bo'la olmaydi: 673 va 842 sonlari 1000 dan kichik ammo ularning yig'indisi 1000 dan katta (ko'paytmasi ham 1000 dan katta). Faqat IV sinfdagina o'quvchilar natural sonlar to'plamida bajariladigan qo'shish va ko'paytirish amallarini algebraik amal sifatida o'rgandanadilar. Shuningdek IV sinfda qo'shish, ayirish, ko'paytirish, va bo'lish amallari chekli o'nli kasrlar to'plamigacha kengaytiriladi. Ayirish amalli bu to'plamda qismaniy algebraik amalligicha qoladi.

Δ Qo'shishning assotsiativlik xossasi bilan maktab kursida 1-sinfdayoq uchrashamiz, "Sonni yig'indisiga qo'shish" mavzusida. "Matematika 1" darsligida quyidagi misollardan xulosa chiqariladi.  $(4+3)+2=4+(3+2)=(4+2)+3$  Shunday qilib, o'quvchilar quyidagi tengliklar bilan tanishadilar.

$$(a+b)+c=a+(b+c)=(a+c)+b$$

Bularning birinchisi qo'shishning assotsiativligini bildiradi. Ikkinchi tenglik esa nafaqat assotsiativlik bilan, balki komutativligi bilan ham bog'langan (aloqada).

Keyin, “Matematika 1” Darsligida yig‘indini songa qo‘shish qaraladi va yechishning uch usuli ko‘rsatiladi. Bu misol o‘tilgan “sonni yig‘indisiga qo‘shish” mavzusiga keltiriladi, agar qo‘shishning kommutativligidan foydalanilsa, II sinfda yig‘indini yig‘indiga qo‘shish masalasi qaraladi. III sinfda ko‘paytirishning assotsiativligi (sonni ko‘paytmaga ko‘paytirish) qaraladi. Bu yyerda ham uch xil yechim bo‘ladi:  $18 \cdot (2 \cdot 5) = (18 \cdot 2) \cdot 5 = (18 \cdot 5) \cdot 2$ .

Birinchi tenglik ko‘paytirishning assotsiativligini ifodalasa, ikkinchi ko‘paytirishning kommutativligi bilan ham bog‘liq. Qo‘shishning assotsiativligini (qo‘shishning guruhlash xossasini) o‘rganish. IV sinfda ikki punktlar orasidagi masalalarni hisoblash orqali boshlanadi. Qo‘shishning assotsiativligini o‘zgarishning bu usuli bu xossaning to‘g‘riligini aniq ko‘rsatib turadi. Shuning uchun ixtiyoriy  $a, b, c$  sonlar uchun  $(a+b)+c=a+(b+c)$  tenglikni to‘g‘ri degan fikr o‘quvchilarga shu choqqacha ma’lum bo‘lgan barcha natural sonlar uchungina emas balki, harqanday musbat butun sonlar uchun ham to‘g‘ri bo‘ladi.

Shuningdek ko‘paytirishning assotsiativligi to‘g‘riburchakli parallapiped hajmini turli usullar bilan hisoblashga bog‘liq holda ko‘rsatilishi mumkin. Bu yyerda ham “haqiqiy  $a, b$  va  $c$  larning barcha qiymatlarida  $(ab)c=a(bc)$  o‘rinli” degan ifoda faqat natural sonlar uchungina emas, harqanday musbat butun sonlar uchun ham o‘rinli ekanligi ayon bo‘ladi. Shuni ham aytish kerakki kasrlarni qo‘shish va ko‘paytirishlarni o‘rganayotganda assotsiativligining xossasi isbot talab qiladi. “Matematika 4” va “Matematika 5” kitoblarida isbot keltirilmay xossa misollar orqali tushuntiriladi.

Daraja tushunchasi bilan o‘quvchilar 5-sinfda tanishadilar. Bu yerda darajaning belgilanishi kiritilib quyidagi misollar yechiladi:

“ $1,3 \cdot 1,3 \cdot 1,3 \cdot 1,3 \cdot 1,3$  ko‘paytmani daraja ko‘rinishida yozing”, “ $2^3 \cdot 3^2$  ifoda qiymatini toping” va h.k.

$a^n$  belgi keyinroq, natural sonlarni tub ko'paytuvchilariga yechishda ishlatiladi. Qo'shish va ko'paytirish assosiativligi ifodalar yozuvini soddalashtirishda ishlatiladi.

$((3+7)+4)+18$  ni  $3+7+4+18$  deb,  $((2\cdot6)\cdot5)\cdot9$  ni  $2\cdot6\cdot5\cdot9$  deb yoziladi.

Qo'shishning kommutativligi o'quvchilar maktabda eng birinchi bo'lib uchratadigan xossadir. I sinfdayoq ular qo'shiluvchilar o'rnini almashgani bilan yig'indi o'zgarmasligini bilishadi. Bu xossa ( $3+1$  va  $1+3$ ,  $4+2$  va  $2+4$ ) misollarini qarab chiqish orqali kiritiladi. Bu masalani o'rganish jarayonida yana bir qancha masalalar qarab chiqiladi. (Likobchadagi 3 ta olma ustiga 2 ta olma qo'shiladi, keyin 2 ta olma ustiga 3 ta olma qo'shiladi va h.k.). Bu bilan kommutativlikning to'plam ma'nosi anglatiladi. II sinfda bu xossa  $a+b=b+a$  ko'rinishida yoziladi. Ko'paytirishning kommutativligi bilan o'quvchilar 2-sinfdayoq tanishadi.<sup>7</sup>

IV sinfda qo'shish va ko'paytirishning kommutativligiga yana qaytiladi. Bu yerda qo'shishning kommutativligi (qo'shishning o'rin almashtirish xossasi) ikki shahar orasidagi masofani ikki xil yo'l bilan ( $T - S$  va  $S - T$ ) hisoblash orqali kiritiladi. Shundan keyin ixtiyoriy  $a$  va sonlar uchun  $a+b=b+a$  to'g'ri ekani tasdiqlanadi va qo'shishning o'rin almashtirish xossasi deyiladi.

Qo'shishning kommutativligini geometrik usullar bilan tushuntirish esa natural sonlar uchun chiqarilgan bu qoidani ratsional, haqiqiy sonlar uchun ham tarqatish imkonini beradi.

“Matematika IV” kitobida kommutativlik to'g'ri to'rtburchak yuzini ikki xil usulda topish bilan bog'langan. Bu yerda mazmunan ikki to'plam Dekart ko'paytmasi haqida so'z yuritiladi. Agar chekli to'plamlar Dekart ko'paytmasining xossalari natural sonlar uchungina ko'paytirishning kommutativ ekanini tasdiqlasa,

---

<sup>7</sup> Jumayev M.E “Boshlang'ich sinflarda matematika o'qitish metodikasi”. Toshkent. “Fan va texnologiya” nashriyoti. 2005-yil.

to'g'ri to'rtburchak yuzini qarash esa harqanday musbat sonlar ko'paytmasi kommutativligini anglatadi.

“Matematika IV” kitobida o'nli kasrlar yig'indisi va ko'paytmasining kommutativ ekani haqida so'z boradi. Bu xossaning manfiy sonlar va kasrlar uchun ham to'g'ri ekani “Matematika V” kitobida keltirilgan. Bu xossalar isbot etilmasdan faqat misollar orqali berilishi tushuntiriladi.

Assotsiativlik singari kommutativlik xossasi ham hisoblashlarni osonlashtirish uchun tadbqiq etiladi: qo'shiluvchilar yoki ko'paytuvchilar o'rnini almashtirib va guruhlab hisoblashlarni soddalashtirish mumkin. Masalan,  $36+27+64+13$  yig'indini quyidagicha guruhlash qulay:

$$(36+64)+(27+113)=100+140=240$$

“Matematik I” kitobida qo'shishning assotsiativlik va kommutativlik xossalari ikki xonali sonlarni qo'shishda qo'llaniladi:

$$45+12=(40+5)+(10+2)=(40+10)+(5+2)=50+7=57.$$

Ko'paytirishning qo'shishga nisbatan distributiv ekanligi bilan o'quvchilar II sinfda tanishadilar.  $(5+4) \cdot 3$  ko'paytmani ikki usul bilan hisoblash, ular bu ifoda  $5 \cdot 3 + 4 \cdot 3$  ga teng ekaniga ishonch hosil qiladilar. Bu hulosasi bu tasdiq umumiy xarakterga ega ekanligini ko'rsatuvchi rasm bilan birgalikda ko'rsatiladi. Bu yerda xulosa qilinadi: yig'indini songa ko'paytirish uchun turli usullar bor bo'lib, ular bir xil natija beradi:

- 1) Yig'indini hisoblash va uni songa ko'paytirish mumkin.
- 2) Sonni har bir qo'shiluvchiga ko'paytirib olingan natijalarni qo'shish mumkin.

Keyinchalik bo'lish amali ham qo'shishga nisbatan distributiv ekanligi isbot etiladi.

Biroq  $(a+b):c=a:c+b:c$  tenglik natural sonlar uchun faqat  $a$  va  $b$  lar  $s$  soniga bo'linganda o'rinli ekanini aytib o'tish kerak. Chunki,  $a$  va  $b$  lar  $s$  ga bo'linmay, ular yig'indisi  $s$  soniga bo'lishi mumkin. (masalan,  $(8+4):3$  ifoda natural son to'plamida  $8:3$  va  $4:3$  ma'noga ega emaslar).

Yig'indini songa ko'paytirish qoidasi ikki xonali sonni bir xonali songa ko'paytirishda qo'llaniladi:

$$23 \cdot 4 = (20+3) \cdot 4 = 20 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 80 + 12 = 92$$

yana bir xonali sonni ikki xonali songa qo'llanishda ham ishlatiladi:

$$5 \cdot 14 = (10+4) \cdot 5 = 5 \cdot 10 + 5 \cdot 4 = 50 + 20 = 70$$

IV sinfda ko'paytirishning qo'shishga nisbatan distributivligi geometrik tasvir yordamida keltirib chiqiladi. To'g'ri to'rtburchak yuzi ikki xil usul bilan topiladi,  $(a+b)c=ac+bc$  deb yoziladi va quyidagicha aytiladi: yig'indini songa ko'paytirish uchun bu songa har bir qo'shiluvchini ko'paytirish va natijalarni qo'shish kerak. Shundan keyin, huddi shu usulda ko'paytirishning ayrishga nisbatan distributivligi:  $(a-b)c=ac-bc$  keltirib chiqiladi. Shuni ko'zdan qochirmaslik kerakki,  $a \geq b$

Qo'shish va ayrishga nisbatan ko'paytirishning distributivligi  $69 \cdot 27 + 31 \cdot 27$ ,  $438 \cdot 90 - 238 \cdot 90$  va h.k ifodalarni ixtisamlashda ishlatiladi.

O'nli kasrlar kiritilgach, o'nli kasrlarni ko'paytirish qo'shishga nisbatan distributiv ekanligi kiritiladi.

1-sinfda 0 soni 1-1, 2-2, va h.k. ko'rinishdagi ayirmalarni o'rganishda kiritiladi. Shu bilan birga 0 sonining qo'shish va ayrishdagi xossalari unchalik ta'kidlanmaydi. Faqat misollardagina  $0+8$  yoki  $7+0$  kabi ifodalar uchraydi. Birni ko'paytirish va birga ko'paytirish masalalari alohida qaraladi, garchi hechqanday tushuntirishlar berilmasa ham faqat ohirgi natija aytiladi. 0 ning ko'paytirishdagi

xossasi alohida ajratiladi, garchi  $0 \cdot 3 = 0$  yozuvning haqiqiy ma'nosi ochib berilmasa ham. Bu yerda quyidagi misolni tahlil qilib chiqish kerak: "3 ta o'g'il bolaning birontasini ham baliq tutuvchi qarmoqlar yo'q hamma baliqlardagi qarmoqlar soni nechta?" Bunday masalalarni tahlil qilib chiqish bu masaladagi formalizmni yo'q qilishga sabab bo'ladi.

IV sinfda qo'shish va ko'paytirishdagi nolning xossalariga va ko'paytirishdagi birni xossalariga qaytiladi. Quyidagi tasdiq o'quvchilar ongiga singdiriladi: agar qo'shiluvchilardan biri 0 ga teng bo'lsa, u holda yig'indi ikkinchi qo'shiluvchiga teng (0 ning qo'shishga nisbatan neytralligi). Bu tasdiq  $a+0=0+a=a$  ko'rinishda yoziladi.

0 ning ayirishdagi o'rnini ham shu o'xshash belgilanadi:  $a-0=a$ . Ko'paytirish amali uchun  $1 \cdot a=a$  va  $0 \cdot a=0$  tengliklar ajratib ko'rsatiladi.  $a \cdot 1=a$ ;  $a \cdot 0=0$  tengliklar ma'nosi to'la tushuntirilmaydi. Bunday tengliklarga o'quvchilar masalalar yechish orqali kelishadi. O'nli kasrlar ustida amallarning nol va birga tegishli xossalari alohida ajratilmagan. V sinfda manfiy sonlar bilan nolni qo'shish qaraladi. Manfiy sonlarga ko'paytirishdagi nolning yutuvchilik xususiyati alohida belgilangan: agar ko'paytuvchilardan biri nolga teng bo'lsa, u holda ko'paytma 0 ga teng bo'ladi. Biror kasrlarni ko'paytirishda bu xossa aytilmaydi. O'qituvchi bu xossani misollar orqali tushuntiradi:

$$\left( \frac{3}{4} \cdot 0 = 0; \quad 0 \cdot \frac{7}{8} = 0; \quad \frac{3}{5} \cdot 1 = \frac{3}{5}; \quad 1 \cdot \frac{6}{13} = \frac{6}{13}; \quad \text{va h.k} \right)$$

Qo'shish va ayirish amallarini o'zaro bog'liqligi bilan o'quvchilar birinchi sinfda tanishadilar. Darslikning birinchi betida ular  $1+1=2$ ,  $2-1=1$ ,  $3+1=4$ ,  $4-1=3$  va h.k yozuvlar joylashganini ko'radilar. Ammo qo'shish va ayirish amallari alohida o'rganiladi, buning ustiga ayirish uchun komponentalar nomlari kiritilmaydi. O'quvchilar yig'indidan qo'shiluvchilarning birini ayirishga doir

misol yechish jarayonida ayrish qo'shishga teskari amal ekanligiga ishonch hosil qiladilar. Nihoyat, quyidagi qoida ifodalanadi: agar ikki qo'shiluvchining yig'indisidan qo'shiluvchilardan birini ayrilsa, u holda ikkinchi qo'shiluvchi hosil bo'ladi.

“Kamayuvchi” va “ayriluvchi” tushunchalari kiritilgandan keyin quyidagi qoida ifodalanadi: Agar ayrimaga ayriluvchi qo'shilsa, u holda kamayuvchi hosil bo'ladi; agar kamayuvchidan ayrima ayrilsa, u holda ayriluvchi hosil bo'ladi<sup>8</sup>.

Shu bilan natural sonlar to'plamida qo'shish va ayrish amallari orasidagi bog'lanishni o'rganish yakunlanadi (aniq aytganda yuzdan kichik natural sonlar birinchi sinfda o'rganiladi). Qo'shish va ayrish amallari orasidagi bog'lanishlar  $a+x=b$ ,  $a-x=b$ ,  $x-a=b$  ko'rinishdagi tenglamalarni yechishda qo'llaniladi. Yig'indidan sonni ayrish, sonidan yig'indini ayrish qoidasi keltirib chiqariladi. Buni ustiga har biri uchun uchta hol qaraladi (aslida qo'shishni kommutativlik xossasidan foydalanish qulay bo'ladi). Bunda yig'indidan sonni ayrish har doim ham mumkin bo'lavermasligini hisobga olish kerak. (masalan,  $(2+3)-4$  ayrishni faqat bir usulda  $(2+6)-4$  esa faqat ikki usulda bajarish mumkin).

Uchunchi sinfda ayrishga, qo'shish amaliga teskari amal sifatida ta'rif berilgan: ayrish deb ikki qo'shiluvchining yig'indisi va ulardan biriga ko'ra ikkinchi qo'shiluvchini topishdan iborat amalga aytiladi.

Ikkinchi sinfda shunga o'xshash tahlil natural sonlarni ko'paytirish va bo'lish amallariga nisbatan qilingan: agar ikki sonning ko'paytmasi ko'paytuvchilaridan biriga bo'linsa, u holda ikkinchi ko'paytuvchi hosil bo'ladi; agar bo'luvchini bo'linmaga ko'paytirilsa, u holda bo'linuvchi hosil bo'ladi. Bu qoida natural sonlar to'plamida ko'paytirish va bo'lish amallari orasidagi

---

<sup>8</sup>N.U.Bikbayeva. 1 – 4 sinflar uchun “matematika” darsliklari. Toshkent. “O'qituvchi” 1996 – 2000 yil

bogʻlanishni ifodalaydi (garchi amallar bir-biriga bogʻlanmagan holda kiritilsa ham). Uchinchi sinfda sonni koʻpaytmaga boʻlish qaraladi va quyidagi qoida ifodalanadi: sonni koʻpaytmaga boʻlish uchun koʻpaytmani topish va sonni topilgan songa boʻlish kerak yoki sonni koʻpaytuvchilardan biriga boʻlib, hosil boʻlgan sonni ikkinchi koʻpaytuvchiga boʻlish kerak. Bu sinfda boʻlishga koʻpaytirish amaliga teskari amal sifatida taʼrif beriladi: berilgan koʻpaytma va koʻpaytuvchilardan biri boʻyicha bevosita boshqa koʻpaytuvchini topishga boʻlish amali deyiladi.

III sinfda “Yigʻindi va ayrimani oʻzgarishi”, “Koʻpaytmani oʻzgarishi”, “Boʻlinmani oʻzgarishi” kabi mavzular oʻrgatiladi.

Oʻquvchilarning oʻzlari xulosa qilishi va keyin ularni masalalar yechishga qoʻllay olishiga asos boʻla oladigan qator misollar berilgan. Oʻquvchilarga maʼlum boʻlgan qoʻshish va koʻpaytirishning assotsiativligi bilan yigʻindi va koʻpaytmani oʻzgarishi orasidagi bogʻlanishni eʼtiborga olinsamaqsadga muvofiq boʻlar edi.

Toʻrtinchi sinfda qoʻshish va koʻpaytirish amallari nol bilan toʻldirilgan barcha natural sonlar toʻplami uchun qaraladi. Bu yerda ayrish va boʻlish amallari dastlab qoʻshish va koʻpaytirish amallariga teskari amallar sifatida taʼriflanadi. Shuningdek, taʼrif harfiy shaklda beriladi.  $a$  sonidan  $b$  sonini ayrish bu shunday  $x$  sonini topish demakki, bu topilgan  $x$  soni bilan  $b$  sonining yigʻindisi  $a$  sonini beradi,  $b+x=a$ .  $a$  sonini  $b$  soniga boʻlish, shunday  $X$  sonni topishki, uni  $b$  soniga koʻpaytirilganda  $a$  sonini beradi  $b \cdot x=a$ .

Bu yerda boʻlish doim mumkin boʻlmasligi eʼtiborga olinadi, nolga boʻlish masalasi alohida qaraladi. Bu usul nafaqat natural sonlar uchun balki, oʻnli kasrlar uchun keyinchalik esa har qanday ratsional sonlar uchun ham teskari amallarni aniqlashga imkon yaratadi. Har doim asosiy amallar sifatida qoʻshish va koʻpaytirish taʼriflanadi, keyinchalik ayrish va boʻlish teskari amal sifatida taʼriflanadi.

## 2.2. Ayniyatlar va ularni isbotlash usullari

Ayniyatlarni isbotlashni puxta organish uchun algebra va arifmetik amallarning xossalarini yaxshi bilish lozim. Eslatib o'taylik, arifmetik amallar deb qo'shish, ayirish, ko'paytirish va bo'lish amallariga aytiladi. Sonlar ustidagi bu amallarning xossalarini qisqacha formulalar ko'rinishida yozamiz. Amallarning asosiy xossalari odatda ayniyatlar deb aytiladi. Ayniyatlardan foydalanib amallarning boshqa xossalarini ham asoslash mumkin.

Qo'shish va ko'paytirishning asosiy qonunlarini sanab o'tamiz.

O'rin almashtirish qonunlari.

$$a+b=b+a, ab=ba$$

Guruhlash qonuni.

$$(a+b)+c=a+(b+c), (ab)c=a(bc).$$

Taqsimot qonuni.

$$a(b+c)=ab+ac^9.$$

Bu tengliklarda  $a, b, c$  – ixtiyoriy sonlar. Masalan,

$$1.2 + 3.5 = 3.5 + 1.2; \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) = \left(-\frac{2}{7}\right) \cdot \frac{3}{5};$$

Ko'shish va ko'patirish qonunlari yordamida amallarning boshqa xossalarini ham hosil qilish mumkin. Masalan:

$$a+b+c+d=a+(b+c+d), (abc)d=(ab)(cd),$$

---

<sup>9</sup> Kamoldinov M, Holmatov R, Boshlang'ich sinf o'quvchilari va amaliyotchilari uchun matematikadan dars ishlanmalari. Toshkent.. "Talqin" 2003 –yil.

$$(a+b+c)d=ad+bd+cd.$$

Misol. Hisoblang.  $75+37+25+13$ .

Hisoblashlarni ko'rsatilgan tartibda olib borish mumkin: 75 ga 37 ni qo'shib, natijaga 25 ni qo'shish va oxirgi natijaga 13 ni qo'shish. Lekin qo'shishning xossalariidan foydalanib, hisoblashlarni soddalashtirish mumkin.

$$75+37+25+13=(75+25)+(37+13)=100+50=150.'$$

Bu misol shuni ko'rsatadiki, amallarning xossalariidan foydalanib, hisoblashlarni eng sodda usulda bajarish mumkin.

Ayrishni qarama-qarshi sonni qo'shish bilan almashtirish mumkin.

$$a-b=a+(-b)$$

Shu sababli ayirish amalining xossalari qo'shish amalining xossalari orqali asoslash mumkin. Masalan:

$$251+(45-13)=251+49-13=287,$$

$$a+(b-c)=a+b-c,$$

$$123-(23+39)=123-23-39=61,$$

$$a-(b+c)=a-b-c,$$

$$123-(83-77)=123-83+77=117,$$

$$a-(b-c)=a-b+c.$$

2.1.Masala. Ifodaning qiymatini hisoblang.

$$4(3x-5u)+6(x-u), \text{ bunda } x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{13}.$$

Avval berilgan ifodani soddalashtiramiz.

$$4(3x-5y)+6(x-y)=12x-20y+6x-6y=18x-26y.$$

Hosil bo'lgan ifodaning  $x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{13}$  dagi qiymatini hisoblaymiz.

$$18 \cdot \frac{1}{2} - 26 \cdot \frac{1}{13} = 9 - 2 = 7$$

Shunday qilib, amallarning xossalariidan foydalanish algebraik ifodani avval soddalashtirib, soʻngra uning qiymatini ratsional yoʻl bilan hisoblash imkonini beradi.

Boʻlish.

Boʻlish boʻlinuvchiga teskari boʻlgan songa koʻpaytirish bilan almashtirilishi mumkin.

$$\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$$

Shu sababli boʻlishning xossalarini koʻpaytirishning xossalariidan keltirib chiqarish mumkin.

2.2.Masala. Tenglikni isbotlang.  $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$  bu yerda  $c \neq 0$ .

Boʻlishni koʻpaytirish bilan almashtirib, quyidagini hosil qilamiz;

$$\frac{a+b}{c} = (a+b) \cdot \frac{1}{c}$$

Taqsimot qonuni qoʻllab,

$$(a+b) \cdot \frac{1}{c} = a \cdot \frac{1}{c} + b \cdot \frac{1}{c}$$

ni topamiz. Koʻpaytirishni boʻlish bilan almashtirib.

$$a \cdot \frac{1}{c} + b \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}.$$

ni hosil qilamiz<sup>10</sup>.

---

<sup>10</sup> Bikkayeva N.U. Boshlangʻich sinflarda matematika oʻqitish metodikasi. Toshkent. “Oʻqituvchi” 1996-yil

Qavslarni ochish qonunlari.

Algebraik yig'indi.

Algebraik yig'indi - bu «+» va «-» ishoralari bilan birlashtirilgan bir nechta algebraik ifodalardan tuzilgan yozuvdir.

Odatda  $3-(-7)+(-2)$  ,  $a+(-b)-(-c)$  ko'rinishdagi algebraik yig'indilarni qisqacha bunday yoziladi.

$$3-(-7)+(-2)=3+7-2 ; a+(-b)-(-c)=a-b+c.$$

$3+7-2$  algebraik yig'indida qo'shiluvchilar 3, 7 va 2 sonlari bo'ladi , chunki  $3+7-2=3+7+(-2)$ ;  $a-b+c$  algebraik yig'indida qo'shiluvchilar a, -b, c sonlar bo'ladi, chunki  $a-b+c=a+(-b)+c$ .

Qavslarni ochish va qavs ichiga olish.

$a+(b+c)$  ifodani qaraymiz: qo'shishning guruxlash qonunini qo'llab, uni bunday yozish mumkin.

$$a+(b+c)=a+b+c.$$

bu tenglikda c ni -d bilan almashtiramiz:

$$a+(b-d)=a+b-d.$$

Qavs oldida «+» ishorasi turgan ifodalarda almashtirishlar bajarish shu tengliklarga asoslangan. Bu tengliklar qavslarni ochishning quyidagi birinchi qoidasiga olib keladi.

Agar algebraik ifodaga qavs ichiga olingan algebraik yig'indi qo'shiladigan bo'lsa, u holda shu algebraik yig'indiga har bir qo'shiluvchining ishorasini saqlagan holda qavslarni tushirib qoldirish mumkin.

Masalan.

1).  $14+(7-13+2)=14+7-13+2,$

$$2). a+(b+c-d)=a+b+c-d .$$

Qavs oldida «-» ishorasi turgan ifodalarda almashtirishlar bajarish esa ayirish amalining quyidagi xossalariga asoslangan.

$$-(-a)=a , -(a+b)=-a-b ,$$

$$a-(b+c)=a-b-c ,$$

$$a-(b-c)=a-b+c .$$

Bu tengliklardan qavslarni ochishning quyidagi ikkinchi qoidasi kelib chiqadi:

Agar algebraik ifodadan qavs ichiga olingan algebraik yig'indi, u holda shu algebraik yig'indidagahar bir qo'shiluvchining isharasini qarama-qarshiga o'zgartirib, kavslarni tushirib qoldirish mumkin.

Masalan.

$$14-(7-13+2)=14-7+13-2.$$

$$a+b-c+d=a+(b-c+d).$$

Bu yerda qavs oldiga «+» belgisi qo'yilgan, shuning uchun qavs ichidagi barcha qo'shiluvchilarning ishoralari saqlanib qoladi.

$$a-b-c+d=a-(b+c-d).$$

Bu yerda qavs oldiga «-» belgisi qo'yilgan, shuning uchun qavs ichiga olingan barcha qo'shiluvchilarning ishoralari qarama-qarshisiga o'zgartirildi.<sup>11</sup>

### 2.3. Ayniyatlar va ularni tatbiqlari

a sonning n-natural ko'rsatkichli darajasi deb, har biri a ga teng bo'lgan n ta ko'paytuvchining ko'paytmasiga aytiladi:

a sonni (takrorlanuvchi ko'paytuvchini) darajaning asosi, n sonni (ko'paytuvchi nechta marta takrorlanishini ko'rsatuvchini) daraja ko'rsatkichi deyiladi.

---

<sup>11</sup> N.Hamedova, "Matematika". "Iqbol turon" Toshkent 2007-yil.

Masalan,  $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$ ,

Bu yerda 3-darajaning asosi, 4-daraja ko'rsatkichi, 81 esa  $3^4$ -darajaning qiymati.

Xususan, sonning birinchi darajasi deb, shu sonning o'ziga aytiladi.

$$a^1 = a$$

Masalan,  $5^1 = 5$ ,  $25^1 = 25$ .

Darajaning asosi istagan son bo'lishi mumkinligini aytib o'tamiz, masalan,

$$2^5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32 ; 0.2^3 = 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.2 = 0.008 ; (-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$$

Darajaga ko'tarish amali – uchunchi bosqich amal. Agar ifodada qavslar bo'lmasa, u holda avval uchunchi bosqich amallar, keyin ikkinchi bosqich amallar (ko'paytirish va bo'lish), va nihayati, birinchi bosqich amallar (qo'shish va ayirish) bajarilishini eslatib o'tamiz.

2.3.Masala. Hisoblang :  $7 \cdot 2^4 \cdot 5 \cdot 3^2$

$$\text{Yechish. } 7 \cdot 2^4 \cdot 5 \cdot 3^2 = 7 \cdot 16 \cdot 5 \cdot 9 = 112 \cdot 45 = 67.$$

10 dan katta bo'lgan har bir sonni  $a \cdot 10^n$  shaklida yozish mumkin, bunda

$1 \leq a \leq 10$  va  $n$ -natural son. Bunday yozuv sonning standart shakli deyiladi.

Masalan:  $4578 = 4.578 \cdot 10^3$ ,  $45.78 = 4.578 \cdot 10$ ,  $103000 = 1.03 \cdot 10^5$

Darajaga ko'tarish bir nechta muhim hossalarga ega.

1-xossa

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Bir hil asosli darajalarni ko'paytirishda asos o'zgarmasdan qoladi, daraja ko'rsatkichlari esa qo'shiladi.

2-xossa

$$a^m : a^n = a^{m-n}, m > n, a \neq 0$$

Bir hil asosli darajalarni bo'lishda asos o'zgarmasdan qoladi, daraja ko'rsatkichlari esa ayiriladi.

3-xossa

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

Darajani darajaga ko'tarishda asos o'zgarmasdan qoladi, daraja ko'rsatkichlari esa o'zaro ko'paytiriladi.

4-xossa

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Ko'paytmani darajaga ko'tarishda har bir ko'paytuvchi shu darajaga ko'tariladi.

5-xossa 
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} ; b \neq 0$$

Kasrni darajaga ko'tarishda uning surat va maxraji xuddi shu darajaga ko'tariladi.

Ayniyatlardan foydalanib ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratamiz.

Ba'zan ko'phadning hadlarini gruppalariga ajratib, ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratish mumkin bo'ladi.

$$ab-2b+3a-6=(ab-2b)+(3a-6).$$

Birinchi gruppadan b ko'paytuvchini, ikkinchi gruppadan 3 ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqaramiz:

$$(ab-2b)+(3a-6)=b(a-2)+3(a-2).$$

Biz  $ab-2b+3a-6$  ko'phadni  $b(a-2)+3(a-2)$  yig'indi ko'rinishida yozdik, unda ikkala qo'shiluvchining umumiy  $a-2$  ko'paytuvchisi bor. Bu ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqaramiz:

$$b(a-2)+3(a-2)=(a-2)(b+3).$$

Shunday qilib,

$$ab-2b+3a-6=(a-2)(b+3).$$

Ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratishda biz foydalanilgan bu usul gruppalash usuli deyiladi.

$ab-2b+3a-6$  ko'phadni uning hadlarini boshqacha gruppalab ham ko'paytuvchilarga ajratish mumkin:

$$ab-2b+3a-6=(ab+3a)+(-2b-6)=a(b+3)-2(b+3)=(b+3)(a-2).$$

Yana bir misol keltiramiz.

$ac+bd-bc-ad$  ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratamiz.

Uning birinchi hadini uchunchi hadi bilan, ikkinchi hadini to'rtinchi hadi bilan gruppalaymiz.

Birinchi gruppadan qavsdan tashqariga  $s$  ko'paytuvchini, ikkinchi gruppadan  $-d$  ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqaramiz:

$$ac+bd-bc-ad=(ac-bc)+(bd-ad)=c(a-b)-d(a-b)=(a-b)(c-d).$$

Shuni eslatib qatamizki, qo'shiluvchilarni gruppalamda ikkinchi qavs oldida "minus" ishorasini qo'shish va ikkinchi gruppadan  $d$  ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish mumkin:

$$ac+bd-bc-ad=(ac-bc)-(ad-bd)=c(a-b)-d(a-b)=(a-b)(c-d).$$

Ifodani ko'paytma ko'rinishida yozing:

$$a) c(x+c)+b(x+c); \quad v) y(a+b)-(a+b);$$

$$b) x(y-1)-3(y-1); \quad g) (p-q)+b(p-q).$$

Umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish.

Ko'phadni ikkita yoki bir nechta ko'phadlarga ko'paytmasi shaklida ifodalash ko'paytuvchilarga ajratish deyiladi.

Bunga o'xshash almashtirish bilan natural sonlarni ko'paytuvchilarga yoyishda duch kelingan edi. Masalan, Murakkab son 60 ni tub sonlarning ushbu ko'paytmasi shaklida ifodalash mumkin:

$$60=2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5=2^2 \cdot 3 \cdot 5.$$

Sonlarni ko'paytuvchilarga ajratishdan kasrlarni qisqartirishda, ularni umumiy maxrajiga keltirishda va boshqa masalalarni echishda foydalaniladi. Ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratish algebraik ifodalar ustida amallar bajarishda ham keng qo'llaniladi.

2.4.Masala.  $ab+ac-ad$  ifodaning  $a=43$ ,  $b=26$ ,  $c=17$ ,  $d=23$  bo'lganda son qiymatini toping.

Hisoblarni quyidagicha olib boramiz:

$$43 \cdot 26 + 43 \cdot 17 - 43 \cdot 23 = 43(26 + 17 - 23) = 43 \cdot 20 = 860$$

Bu erda ko'paytirishning taksimot xossasi qo'llanilgan.

$$ab+ac-ab=a(b+c-d)$$

$43 \cdot 26 + 43 \cdot 17 - 43 \cdot 23$  sonli ifodada umumiy ko'paytuvchi 43 soni bo'ladi:  $ab+ac-ad$  algebraik ifodada esa umumiy ko'paytuvchi  $a$  bo'ladi.

Agar ko'phadning barcha (son yoki harfiy) hadlari umumiy ko'paytuvchiga ega bo'lsa, u holda shu ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish mumkin.

Qavs ichida berilgan ko'phadni shu umumiy ko'paytuvchiga bo'lish natijasida hosil qilingan ko'phad qoladi.

2.5.Masala, ushbu ko'phadni ko'paytuvchiga ajrating:

$$6ab+3b-12bc$$

berilgan ko'phadlarning barcha hadlari 3b umumiy ko'paytuvchiga ega, chunki,

$$6ab=3b \cdot 2a, \quad 3b=3b \cdot 1, \quad -12bc=3b \cdot (-4c).$$

$$\text{Demak, } 6ab+3b-12bc=3b(2a+1-4c).$$

Ko'phadni umumiy hadini tayin sharoitga qarab, qavsdan tashqariga "+" ishorasi bilan ham, "-" ishorasi bilan chiqarish mumkin.

Misollar keltiramiz:

$$1) ab-b=b(a-1)=-b(1-a);$$

$$2) 4a^2b^3-6a^3b^2=2a^2b^3(2b-3a) \text{ yoki}$$

$$4a^2b^3-6a^3b^2=2a^2b^3(-2b-3a)=-2a^2b^3(3a-2b).$$

Shunday qilib ko'phadni umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish yo'li bilan ko'paytuvchilarga ajratish uchun:

- 1) Shu umumiy ko'paytuvchini topish;
- 2) Uni qavsdan tashqariga chiqarish kerak.

Agar ko'phad hadlarining koeffitsientlari natural sonlar bo'lsa, u holda umumiy ko'paytuvchisini topish uchun ko'phadlari koeffitsientlarining eng katta umumiy bo'luvchisini topish va bir xil asosli darajalar orasida eng kichik ko'rsatkichli darajani topish lozimligi ta'kidlab o'tamiz.

Masalan,  $28x^2b^3-21x^3b^2$  ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratib quyidagini hosil qilamiz:  $7x^2b^2(4b-3x)$ .

Bu erda 7 soni 28 va 21 sonlarining eng katta umumiy bo'linuvchisi,  $x^2$  va  $b^2$  esa  $x$  va  $b$  ning eng kichik ko'rsatkichli darajasidir.

Ko'phadni ko'paytuvchilarga ajralganligining to'g'riligini hosil bo'lgan ko'phadlarni ko'paytirish yo'li bilan tekshirish mumkin. Masalan, ko'paytirishni bajarib, hosil qilamiz:  $7x^2b^2(4b-3x)=28x^2b^3-21x^3b^2$

Umumiy ko'paytuvchi ko'phad ham bo'lishi mumkin, masalan:

$$1) 5(a+b)+x(a+b)=(a+b)(5+x);$$

$$2) 3x(a-2b)+5y(a-2b)+2(a-2b)=(a-2b) \cdot (3x+5y+2)$$

Ba'zan umumiy ko'paytuvchisini qavsdan tashqariga chiqarishdan oldin  $a-b=-(b-a)$  tenglikni qo'llash foydali bo'ladi, masalan:

$$1) (a-3)x-(3-a)y=(a-3)x+(a-3)y=(a-3)(x+y)$$

$$2) 15a^2b(x^2-y)-20ab^2(x^2-y)+25ab(y-x^2)15a^2b(x^2-y)-20ab^2(x^2-y)-25ab(x^2-y)=5ab(x^2-y)(3a-4b-5)$$

Birhadlar.

Raqamlar bilan yozilgan ko'paytuvchilarni sonli ko'paytuvchilar, harflar bilan belgilangan ko'paytuvchilarni esa harfiy ko'paytuvchilar deyiladi. Son va harfiy ko'paytuvchilar ko'paytmasidan iborat algebraik ifoda birhad deyiladi.

Masalan ushbu ifodalar birhadlardir:

$abc$  ,  $(-4) \cdot a \cdot 3b$  ,  $2a \cdot 3b \cdot 4c$ ,  $2a$  ,  $a$ ,  $5$ .

Umuman, birinchi o'rinda turgan faqat bitta ko'paytuvchidan va har xil asosli harfiy darajalardan tuzilgan birhadni standart shakldagi birhad deyiladi.

Har qanday birhadni standart shaklda yozish mumkin. Buning uchun barcha son ko'paytuvchilarni o'zaro ko'paytirish va ularning ko'paytmasini birinchi o'ringa

yozish kerak. Soʻngra bir hil harfiy koʻpaytuvchilar koʻpaytmasini daraja shaklida yozish kerak. Harfiy koʻpaytuvchilar koʻpincha , shart boʻlmasa ham , alfavit tartibida joylashtiriladi.

Birhadning standart shaklida yozilgan bir xil harflar yoʻqligini eslatib oʻtamiz.

Standart shaklda yozilgan birhadning son koʻpaytuvchisini shu birhadning koeffitsienti deyiladi.

$5a^2x$ ;  $2b^3(-3)bc^2$ ;  $-3x^7$ ;  $xu^2$  ifodalar sonlarning oʻzgaruvchilarini hamda ular darajalarining koʻpaytmalaridir. Bunday ifodalar shuningdek sonlar, oʻzgaruvchilar va ularning darajalari bir had deyiladi.

$2b^3(-3)bc^2$  bir hadni koʻrib chiqamiz. Koʻpaytuvchilarning joylarini oʻzgartiramiz va 2 bilan (-3) ning koʻpaytmasini -6 bilan,  $b^3$  va  $b$  darajalar koʻpaytmasini  $b^4$  bilan almashtiramiz. Unda

$$2b^3(-3)bc^2 = 2 \cdot (-3)b^3bc^2 = -6b^4c^2 \text{ ifoda hosil boʻladi.}$$

Biz  $2b^3(-3)bc^2$  birhadni birinchi oʻrinda turgan son bilan har xil oʻzgaruvchilarning darajalari koʻpaytmasi koʻrinishida ifoda qildik. Birhadning bunday koʻrinishi birhadning standart shakli deyiladi. Standart shaklli birhadlar qatoriga  $-5$ ,  $a$ ,  $-a$ ,  $a^3$  kabi birhadlar ham kiradi.

Koʻpaytuvchilarni gruppalar va darajaning asosiy xossasidan foydalanib, har qanday birhadni standart shaklga keltirish mumkin.

Standart shaklda yozilgan birhadning son koʻpaytuvchisi birhadning koeffitsienti deyiladi. Masalan ,  $-6b^4c^2$  birhadning koeffitsienti  $-6$  ga teng,  $a^2$  va  $ab$  birhadlarning koeffitsientlari mos ravishda 1 va  $-1$  ga teng, chunki  $a^2=1 \cdot a^2$  va  $-ab=-1 \cdot ab$ .

$7ax^2u^3$  birhadda hamma o'zgaruvchilar daraja ko'rsatkichlarining yig'indisi 6 ga teng. Bu yig'indi  $7ax^2u^3$  birhadning darajasi deyiladi.  $-9b^4c^3$  birhadning darajasi 7 ga teng,  $\frac{3}{8}x^3$  birhadning darajasi 5 ga teng.

Umuman, birhadning darajasi deb birhad tarkibidagi barcha o'zgaruvchilar daraja ko'rsatkichlarining yig'indisiga aytiladi. Agar birhadda o'zgaruvchi bo'lmasa (ya'ni birhad faqat son bo'lsa), unda daraja nolga teng hisoblanadi.

2.6.Masala. Quyidagi ifoda birhadmi :

- a)  $3,4xu^2$ ;    b)  $x^2+x$ ;    v)  $x-u$ ;    g)  $s^{10}$ ;    d)  $x^2x$ ;    e)  $2(x+u)^2$ ;  
j)  $a(-8)$ ;    z)  $-0,3xu^2$     k)  $-3m^3nm^2$ .

2.7.Masala. Birhad standart shaklda yozilganmi:

- a)  $6xu$ ;    b)  $-2aba$ ;  
v)  $0,5m2n$ ;    g)  $-bca$ ;

2.8.Masala. Birhadni standart shaklda yozing va uning koeffitsientini ayting:

- a)  $8x^2x$ ;    v)  $3xu(-1,7)u$ ;  
b)  $1,2abc \cdot 5a$ ;    g)  $6s^2(-0,8)s$ .

2.9.Masala. Birhadni standart shaklga keltiring:

- a)  $9uu^2u$ ;    v)  $-8ab(-2,5)b^2$ ;  
b)  $0,15pq \cdot 4pq^2$ ;    g)  $10a^2b^2(-1,2a^3)$ .

2.10.Masala. Birhadni qiymatini toping:

- a)  $5x^3$ , bunda  $x=0,5$ ;    v)  $12x^2u$ , bunda  $x=-0,3$ ;  $u=\frac{1}{6}$ ;

b)  $-0,125u^4$ , bunda  $u=-2$ ; g)  $-9x^5u^2$ , bunda  $x=-1$ ;  $u=\frac{1}{3}$ .

2.11.Masala. Ifodaning qiymatini toping:

a)  $3,7z^2$ , bunda  $z=0,4$ ; v)  $-3a^3b$ , bunda  $a=-0,1$ ,  $b=4$ ;

b)  $-0,5m^3$ , bunda  $m=0,6$ ; g)  $\frac{1}{21}x^2u^2$ , bunda  $x=\frac{1}{3}$ ,  $u=\frac{1}{2}$ .

2.12.Masala. To'g'ri to'rtburchakning eni  $m$  sm, bo'yi enidan 5 marta ortiq. To'g'ri to'rtburchakning yuzini toping.

2.13.Masala. To'g'ri burchakli parallelepipedning eni  $a$  sm, bo'yi enidan 2 marta ortiq, balandligi esa 2 marta ortiq. Shu parallelepipedning hajmini toping.

2.14.Masala. Birhadning darajasi nimaga teng:

a)  $-7x^3u^6$ ; v)  $0,8mn^3k^2$ ;

b)  $\frac{1}{3}abc$ ; g)  $ab^2c^3$ .

Takrorlash uchun mashqlar.

2.16.Masala. Funksiya  $u=-\frac{2}{3}x$  formula bilan ifoda etilgan. Funksiyaning  $x=-3$ ;  $\frac{2}{3}$ ;  $2,4$  bo'lgandagi qiymatini toping.  $x$  ning qiymati qanday bo'lganda  $u$  ning qiymati  $1$ ;  $-6$ ;  $-10,2$  ga teng bo'ladi?

2.17.Masala. Ifodaning qiymatini toping:

a)  $\frac{4^3 \cdot 3^{10}}{6^{10}}$ ; b)  $\frac{2^6 \cdot 6^{18}}{2^{25} \cdot 9^9}$ .

Birhadlarni ko'paytirish.

$2a^2bc$  va  $-3a^2b^4$ , birhadlarning ko'paytmasini tuzamiz va uni soddalashtiramiz. Buning uchun ko'paytirishning o'rin almashtirish va gruppalash xossalariidan foydalanib, sonli ko'paytuvchilarni va bir xil asosli darajalarni gruppalaymiz:

$$2a^2bc \cdot (-3a^2b^4) = (2 \cdot (-3)) \cdot (a^2a^2) \cdot (bb^4)c.$$

Sonli ko'paytuvchilarni va bir asosli darajalarni bir biriga ko'paytiramiz:

$$(2 \cdot (-3)) \cdot (a^2a^2) \cdot (bb^4)c = -6a^4b^5c.$$

Biz  $2a^2bc$  va  $(-3a^2b^4)$  birhadlarning ko'paytmasini standart shaklli

$$2a^2bc \cdot (-3a^2b^4) = -6a^4b^5c, \text{ bir hadga almashtirdik.}$$

Uchta va undan ortiq birhadlarning ko'paytmasini standart shakldagi birhadga xuddi shu yo'l bilan almashtirish mumkin.

Masalan,

$$-x^2u \cdot 4x^3u^2 \cdot (-5xu) = -1 \cdot 4 \cdot (-5)x^2x^3uu^2u = 20x^6u^4.$$

Shunday qilib, standart shaklli birhadlarni ko'paytirishda ularning koeffitsientlari bir-biriga ko'paytiriladi, bir xil o'zgaruvchilarning daraja ko'rsatkichlari esa bir-biriga qo'shiladi.

Birhadni darajaga ko'tarish masalasini ko'rib chiqamiz.

$(-2a^2b)^3$  ifoda  $-2a^2b$  birhadning uchunchi darajasidir. Ko'paytmani va darajani darajaga ko'tarish qoidalaridan foydalanib, bu ifodani soddalashtiramiz:

$$(-2a^2b)^3 = (-2)^3 \cdot (a^2)^3 \cdot b^3 = -8a^6b^3.$$

Biz  $-2a^2b$  birhadning darajasini standart shakldagi birhadga almashtirdik:  $(-2a^2b)^3 = -8a^6b^3$ .

Birhadni darajaga ko'tarishga yana bitta misol keltiramiz:

$$(-x^3u^2)^5=(-1)^5 \cdot (x^3)^5 \cdot (u^2)^5=-x^{15}u^{10}.$$

Standart shakldagi birhadni darajaga ko'tarishda birhadning koeffitsenti o'sha darajaga ko'tariladi, har bir o'zgaruvchining daraja ko'rsatkichi esa birhadni ko'tarish kerak bo'lgan darajaning ko'rsatkichiga ko'paytiriladi.

2.18.Masala. Birhadlarni ko'paytiring:

$$\text{a) } 4x \cdot 4u; \quad \text{v) } \frac{4}{9}ab^3 \cdot \frac{3}{2}ab;$$

$$\text{b) } -8x \cdot 5x^3; \quad \text{g) } x^2u^5 \cdot (-6xu^2).$$

Bir nechta birhadlarning algebraik yig'indisi ko'phad deyiladi.

Ko'phadni tashkil qiluvchi birhadlarni shu ko'phadning hadlari deyiladi.

Masalan.  $5nm^2-3mk^2-7nk^2+4nm$  ko'phadning hadlari  $5nm^2$ ,  $-3m^2k$ ,  $-7mk$ ,  $4nm$ , bo'ladi.

O'xshash hadlarni ihchamlash.

Ushbu masalani yechaylik.

2.19.Masala. Har bir sahifasida bir xil sondagi harflar bo'lgan ikkita kitob bor, bir sahifada  $n$  ta satr joylashgan va har bir satrda  $m$  ta harf bor. Birinchi kitob 300 sahifalik, ikkinchisi 500 sahifalik. Ikkita kitobda hammasi bo'lib nechta harf bor.

$$300nm+500nm=800nm \text{ ta harf bor.}$$

2-usul. Har bir sahifadagi harflar soni  $nm$  ga teng. Ikkala kitobdagi sahifalar soni  $300+500=800$  ga, ulardagi harflar soni  $800 nm$  ga teng.

Ikkala javob ham to'g'riligi ko'rinib turibdi, shuning uchun

$$300 nm+500 nm=800nm$$

Ammo hisoblashlarda ikkinchi javob ancha qulay bo'ladi. Masalan, agar  $n=40$ ,  $m=50$  bo'lsa, u holda  $nm=2000$  va  $300 nm + 500 nm$  ifodani hisoblash uchun yana uchta hisoblashni bajarish kerak:

$$300 \cdot 2000 + 500 \cdot 2000 = 60000 + 1000000 = 1600000.$$

800 nm ifodani hisoblash uchun esa bor-yog'i bitta amalni bajarish kerak, xolos:  $800 \cdot 2000 = 1600000$ .

Mana shuning uchun ham algebraik ifodalarni soddalashtirishni bilish muhim ahamiyatga ega.

Har qanday ko'pxadni standart shaklda yozish mumkin. Buning uchun avval ko'pxadning har bir hadini standart shaklda yozish va so'ngra o'xshash hadlarini ixchamlash kerak.

2.20. Masala. Ko'phadni standart shaklga keltiring:

$$6ab\frac{1}{3}ac - 3aca - 8a^2\frac{1}{2}b + 25a^2\frac{1}{5}c + aba - a^2bc.$$

$$6ab\frac{1}{3}ac - 3aca - 8a^2\frac{1}{2}b + 25a^2\frac{1}{5}c + aba - a^2bc. =$$

$$= 2a^2bc - 3a^2c - 4a^2c + 5a^2c + a^2b - a^2bc =$$

$$= (2a^2bc - a^2bc) + (3a^2c + 5a^2c) + (-4a^2b - a^2bc) = a^2bc + 2a^2c - 3a^2b.$$

$4x^2u - 5xu + 3x - 1$  ifoda  $4x^2u$ ,  $-5xu$ ,  $3x$  va  $-1$  birhadlarning yig'indisidan iborat. Bunday ifodalar ko'phadlar deyiladi.

Ko'phadning tarkibiga kirgan birhadlar ko'phadning hadlari deyiladi. Masalan,  $4x^2u - 5xu + 3x - 1$  ko'phad  $4x^2u$ ,  $-5xu$ ,  $3x$  va  $-1$  hadlardan tuzilgan.

Agar ko'phad ikkita haddan iborat bo'lsa, u ikkihad deyiladi, agar uchta haddan iborat bo'lsa, uchhad deyiladi. Birhadlar bitta haddan iborat ko'phad hisoblanadi.

$5a^2b + 2 + 4ab^2 - 3a^2b - 7$  ko'phadning  $5a^2b$  va  $-3a^2b$  hadlari o'xshash qo'shiluvchilardir, chunki ularning harfiy qismlari bir xil. Harfiy qismlari bo'lmagan  $2$  va  $-7$  hadlari ham o'xshash qo'shiluvchilaridir. Ko'phaddagi o'xshash qo'shiluvchilar ko'phadning o'xshash hadlari deyiladi.

O'xshash hadlar yig'indisini bitta had bilan almashtirish mumkin, bu hadning koeffitsienti o'xshash hadlarning koeffitsientlarini qo'shib topilib, o'sha harfiy qism o'zgartirmay qoldiriladi. Bunday aynan almashtirish o'xshash hadlarni ixchamlash deyiladi.

$5a^2b+2+4ab^2-3a^2b-7$  ko'phadda o'xshash hadlarni ixchamlaymiz :

$$5a^2b+2+4ab^2-3a^2b-7=2a^2b+4ab^2-5.$$

$2a^2b+4ab^2-5$  ko'phadda o'xshash hadlar yo'q va uning har bir hadi standart shakldagi bir had bo'ladi. Bunday ko'phad standart shakldagi ko'phad deyiladi.

Har qanday ko'phadni standart shaklga keltirish mumkin. Buning uchun uning har bir hadini standart shaklda ifodalash va o'xshash hadlarni ixchamlash kerak.

Standart shakldagi  $8xu+6x^2u^3-9$  ko'phadning hadlari ikkinchi, beshinchi va nolinch darajali birhadlar bo'ladi. Bu darajalarning eng kattasi ko'phadning darajasi deyiladi. Shunday qilib, standart shakldagi  $8xu+6x^2u^3-9$  ko'phad beshinchi darajali ko'phad bo'ladi.

Standart shakldagi ko'phadning darajasi deb unga kirgan bir hadlarning eng katta darajasiga aytiladi. Standart shaklda yozilmagan ko'phadning darajasi deb unga aynan teng bo'lgan standart shakldagi ko'phadning darajasiga aytiladi.

Masalan,  $3a^4+8ab-2a^4-a^4+5b$  ko'phadning darajasini aniqlash uchun uni standart shaklga keltiramiz.

$$3a^4+8ab-2a^4-a^4+5b=8ab+5b$$

$8ab+5b$  ko'phadning darajasi 2 ga teng, shuning uchun  $3a^4+8ab-2a^4-a^4+5b=8ab+5b$  ko'phadning darajasi ham ikkiga teng.

## Xulosa

Boshlag'ich sinflarda matematika o'qituvchisi har tomonlama mukammal bilimga ega bo'lishi va yuksak kasb mahoratiga ega bo'lishi darkor. Bundan tashqari o'quvchilarning berilayotgan yangi materialni qay darajada boshlag'ich sinflarda qabul qilayotganligini bilishi muhim ro'l o'ynaydi.

Boshlang'ich sinf o'quvchilari matematika darsini oladigan bo'lsak, ular masala va misollar yechishda aksariyat hollarda masala shartini ongli ravishda tushunmay turib, masalada berilgan sonlar bo'yicha masala shartini yechishga harakat qiladilar. Lekin mana shunday mexanik tarzda ishlaganlarida ham masalani to'g'ri yechadilar.

Boshlag'ich sinf o'qituvchisining asosiy vazifalaridan biri o'quvchilarning ongli ravishda bilimlarini qabul qilishini ta'minlashdan iboratdir. Mana shu vazifani amalga oshirish uchun esa o'qituvchi birinchi navbatda o'qitish metodlarini yaxshi bilishi va ulardan unumli foydalana olishi darkor. Shundagina o'qituvchi o'z oldiga qo'ygan maqsadiga erisha olishi mumkin. Chunki o'qitish metodi o'qituvchi bilan o'quvchilarning bog'langan faoliyati va uning jarayonida o'quvchilar tomonidan bilim, o'quv va ko'nikmalar o'zlashtiriladi, idrok qilish qobiliyatlari kengayadi shu bilan birgalikda dunyoqarashi shakllanadi. Bu esa hozirgi zamonning asosiy talablaridan biri bo'lib turgan komil insonni tarbiya qilib voyaga yetkazishga xizmat qilishi muqarrar.

Shu bilan birgalikda masalalar yechishni o'rgatishda algebraik amallar va ularning xossalari mavzusidan foydalanish dars samaradorligini yanada oshiradi. Shunday ekan, matematika darslarini tashkil etishda algebraik amallar va ularni xoslarini puxta o'zlashtirishimiz lozim.

Boshlag'ich sinf matematika kursida olingan bilimlar o'quvchi hayotida muhim rol o'ynaydi. Shuning uchun ham bugungi kunda boshlang'ich ta'limga

katta e'tibor berilmoqda. Demak, boshlag'ich sinf o'qituvchilariga ham bo'lgan talab kuchayib bormoqda.

Bizga ma'lumki boshlang'ich sinfda matematika kursining asosiy tushunchalarining elementlari tushuntiriladi. Masalan, algebraik material va geometrik materiallari haqida dastlabki ma'lumot beriladi. Bu holatni pedagogik amaliyot davomida ishonch hosil qildik.

Xulosa qilib aytadigan bo'lsak boshlang'ich sinf o'qituvchisi ayniyatlar va ularni tatbiqlarini mustahkam va puxta o'zlashtirmay turib darsliklarda berilgan misol va masalalarni tushuntirishda qiyinchiliklarga uchraydi.

### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Mirziyoev Sh.M. Erkin va farovon, demokratik O'zbekiston davlatini barpo etamiz.-Toshkent. : O'zbekiston 2016 y.
2. Oliy ta'lim tizimini yanada rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining Qarori. Adolat gazetasi-Toshkent.: 2017 yil, 21 aprel. №16 (1133), 1-2 bet
3. Karimov.I.A. "Ona yurtimiz baxtu iqboli va buyuk kelajagi yo'lida hizmat qilish- eng oliy saodatdir" Toshkent "O'zbekiston" 2015 yil.
4. Karimov. I.A. "Yuksak ma'naviyat yengilmas kuch" Toshkent "Ma'naviyat" nashrioti 2008 yil.
5. Karimov. I.A. "Barkamol avlod orzusi" Toshkent. "Sharq" matbaa ijodiy uyi.1997 yil.
6. Ahmedov.N va boshqalar. 2-sinf matematika darsligi. Toshkent "Ma'naviyat" 2003-yil.
7. Ahmedov.N va boshqalar. 3-sinf matematika darsligi. Toshkent "Ma'naviyat" 2003-yil.
8. Ahmedov.N va boshqalar. 4-sinf matematika darsligi. Toshkent "Ma'naviyat" 2003-yil.
9. Bikboyeva N.U. 2-sinf matematika darsligi. Toshkent "O'qituvchi" 1996yil.
10. Bikboyeva N.U. Yangiboyeva E.Y. 3-sinf matematika darsligi. Toshkent "O'qituvchi" 2005-yil.
11. Bikbayeva N.U. "Matematika" 1-sinf uchun darslik. „O'qituvchi“ nashriyoti, Toshkent 2008 yil.

12. Bikbayeva N.U. “Matematika” 2-sinf uchun darslik. „O’qituvchi“ nashriyoti, Toshkent 2008 yil.
13. Bikbayeva N.U. “Matematika” 3-sinf uchun darslik. „O’qituvchi“ nashriyoti, Toshkent 2008 yil.
14. Bikbayeva N.U. “Matematika” 4-sinf uchun darslik. „O’qituvchi“ nashriyoti, Toshkent 2008 yil.
15. Bikbayeva N.U. „Matematika“ 1-sinf uchun darslik. „O’qituvchi“ nashriyoti Toshkent 2013 yil.
16. Bikbayeva N.U. „Matematika“ 2-sinf uchun darslik. „O’qituvchi“ nashriyoti Toshkent 2013 yil.
17. Bikbayeva N.U. „Matematika“ 3-sinf uchun darslik. „O’qituvchi“ nashriyoti Toshkent 2013 yil.
18. Bikbayeva N.U. „Matematika“ 4-sinf uchun darslik. „O’qituvchi“ nashriyoti Toshkent 2013 yil.
19. Jumayev M.E “Boshlang’ich sinflarda matematika o’qitish metodikasi”. Toshkent. “Fan va texnologiya” nashriyoti. 2005-yil.
20. Jumayev M.E Matematika o’qitish metodikasidan praktikum. Toshkent «O’qituvchi» 2004-yil.
21. Jumayev M.E. Tadjeyeva “Boshlang’ich ta’lim “ jurnallari 2000-2007-yil.
22. Otajanov P.K. Geometrik yasash metodlari. Toshkent “O’qituvchi” 1995-yil.
23. Uzliksiz ta’lim tizimida matematika fanini o’qitishni takomillashtirish masalalari. Respublika ilmiy anjumani materiallari. Andijon 2006-yil.
24. Pogorelov A.V. Geometriya 7-11. Toshkent. “O’qituvchi”. 1993-yil

25. “Xalq ta’limi”, “Boshlang‘ich ta’lim” jurnallari, 2010–2012 yil sonlari
26. Hamedova N, Ibragimova Z, Tasetov T. “Matematika” “Turon-iqbol” Toshkent 2007 yil.
27. A.Ahlimirzaev, A.Rizaev, M.Ibragimov. “Oliy matematika” I-qism “Turon-iqbol” Toshkent 2014 yil.
28. A.U.Abduhamidov. “Algebra va matematik analiz asoslari” “O’qituvchi nashriyot” Toshkent 2008 yil.
29. T.Jo’rayev, A.Sa’dullayev. “Oliy matematika asoslari” I qism “O’zbekiston” Toshkent 1995 yil
30. [WWW.ziyonet.uz](http://WWW.ziyonet.uz) (/kutubxona/ Bikbayeva N.U. „Matematika“ 1-sinf test).
31. [WWW.pedagog.uz](http://WWW.pedagog.uz)
32. [WWW.boshlang'ich.uz](http://WWW.boshlang'ich.uz).
33. [WWW.kitob.uz](http://WWW.kitob.uz) .