

ФУНКЦИОНАЛ ҚАТОРЛАР ЁРДАМИДА АППРОКСИМАЦИЯЛАШ УСУЛЛАРИНИ ТАХЛИЛИ

М22-17 гуруҳи магистранти У.А.Абдурахмонов
Илмий раҳбар доц. А.А.Қаххаров

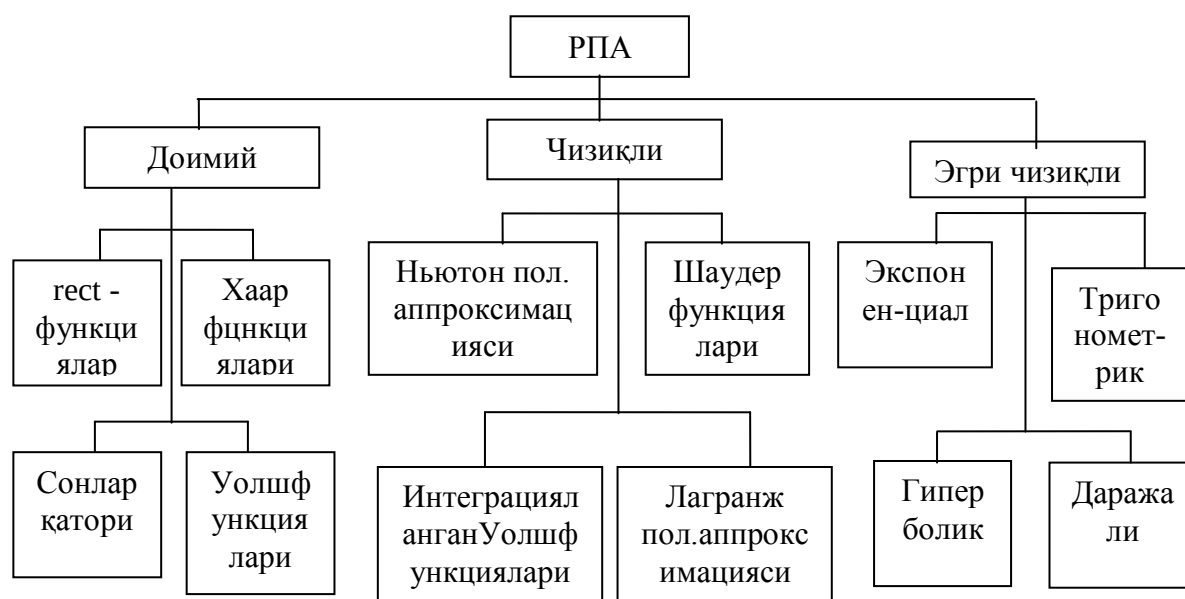
Мақолада функционал қаторлар орасида аппаратурани амалга ошириш нуктаи назаридан энг самаралилари, қаторнинг нисбатан кам сонли ҳадларидан фойдаланиб техник жиҳатдан зарур аниқликни таъминлайдиган Уолш, Хаар ва Шаудер қаторлари ва уларнинг ҳосилаларидир.

В статье рассматриваются вопросы реализации функциональных рядов наиболее эффективными с точки зрения аппаратной реализации ряды Уолша, Хаара и Шаудера и производные от них, обеспечивающие технически необходимую точность при использовании относительно небольшого числа членов ряда.

The article deals with the implementation of functional series of the most effective from the point of view of instrumental implementation of the Walsh, Haar and Schauder series and their derivatives, which provide the technically necessary accuracy when using a relatively small number of members of the series.

Функцияларни қайта ҳосил қилишнинг мавжуд усулларини ўзгартириш ва ҳисоблаш тамойиллари, функционал боғланишни ҳосил қилиш ёки яқинлашиш усуллари ва услублари бўйича тизимлаш мумкин. Яхши ишлаб чиқилган математик аппарат ва таркибини амалга ошириш соддалиги сабабли қайта ҳосил қилиш усуллари кенг қўлланади.

Аппаратурани амалга ошириш нуктаи назаридан функцияларни тақрибан ифодалашнинг у ёки бу математик усулининг мақбуллиги базавий функциянинг турига боғлиқ бўлади. Шунинг учун таҳлил қилиш мақсадида функционал ифодалаш техникасида энг кенг тарқалган функциялар яқинлашишининг математик усулларини базавий функция тури бўйича турлаш мақсадга мувофиқдир. Функцияларни аппроксимациялаш усулларини ўрта асосий гуруҳга ёйиш мумкин (1-чизма).



1-чизма

Биринчи гуруҳга бўлакли-доимий базавий функциялар билан аппроксимациялаш усуллари киритилган. Ушбу гуруҳга rect – функциялар мажмуи [2] (уларнинг турларидан бири Хевисайд функциялари), сонли қаторлар усули [1,3], Уолш ва Хаар ортогонал функциялар усули киради.

Охирги йилларда функционал ўзгартиргичларни яратиш соҳасида ишлайдиган тадқиқотчилар ва мутахассисларнинг эътибори турли ҳисоблаш қурилмаларини амалга ошириш учун амалий фойдаланиш мақсадида Уолш ва Хаар ортогонал функционал қаторлари биланаппроксимациялашусулларигақаратилган.

Бошқа ортогонал тизимлар билан, масалан, Фурье тизими билан таққослаганда Уолш ва Хаар базислари қуйидаги сабабларга кўра афзалроқдир. Фурье, Хаар ва Уолшнинг тез ўзгартиришлари мавжуд.

Хаарнинг тез ўзгартиришлари Уолшнинг тез ўзгартиришларидан тезроқ, Уолшнинг тез ўзгартиришлари эса Фурьенинг тез ўзгартиришларидан тезроқ. Хаар ва Уолш тизимларининг таъкидлаб ўтилган хусусияти ҳисоблаш жараёнига кетадиган вақтни сезиларли қисқартиришга имкон беради.

[3] иш муаллифи томонидан қилинган асосий ҳулоса қуйидагилардан иборат: “Хаар ва Уолш полиномларини амалга ошириш асосида тузилган аппроксиматорлар кенг функционал имкониятларга эга бўлган энг универсал ва шу билан бир вақтда етарли даражада содда поғонали турида аппроксиматорлардир”. [9,18] ишларда эса ахборотни махсус ортогонал дискрет ёйишлар (Уолш, Хаар ва б.қ. қаторлар) билан ифодалаш шакллари ҳисоблаш ўзгартиргичлари амалиётигава назариясига жорий қилишга кам эътибор берилган.

Уолш базис функциялари рақамли генератори иккита асосий: x ўзгарувчининг кодини қабул қилиш ва сақлаш учун (P) қабул қилувчи регистр ва $W_s(x)$ Уолш алмашилиб улаш функцияларини шакллантириш учун «mod 2» бўйича қўшиш операциясини бажарадиган (МК) мантиқий қисмдан иборат. Келтирилган мисолни амалга оширишда P тўртта триггердан, мантиқий қисм эса «mod 2» бўйича қўшиш схемасининг иккита даражасидан иборат бўлади. P регистр биринчи ранги Уолш функцияларини (ранг - s индекснинг иккилик ифодасидаги қийматга эга бўлган разрядлар сони), яъни Радемахер функцияларини, мантиқий қисм биринчи қатори иккинчи ранги Уолш функцияларини, мантиқий қисм иккинчи қатори учинчи ранги функцияларни шакллантиради ва ҳ.к., ҳар бир кейинги қаторда $W_s(x)$ функциянинг ранги бирга ортиб боради (2-чизма).

$W_s(x)$ функцияларини Адамар матрицалари ёрдамида шакллантириш усуллари маълум [2, 3].

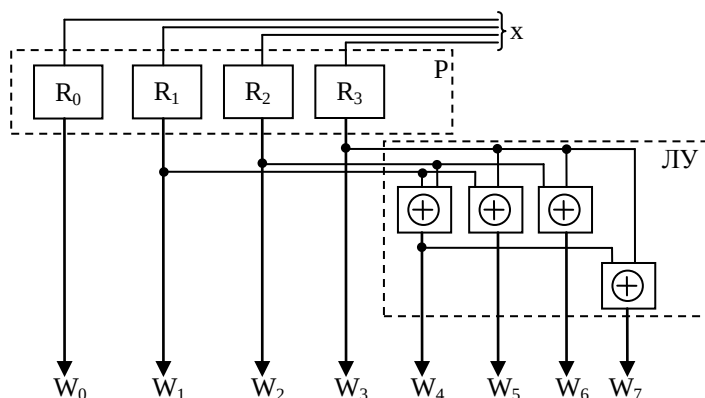
Уолш функциясини қўллашнинг асосий қулайлиги базис функцияларни жуда содда ҳосил қилиш имкониятидир. Бу оддий поғонали аппроксиматорларга нисбатан элементлар сонини қисқартиришга имкон беради. Бундан ташқари, қаторнинг табиий мослиги туфайли нолга тенг бўлган ёки элементар функциялар учун ҳадлар сони камлиги сабабли ташлаб юбориладиган ҳадлар сони сезиларли бўлади.

Хаар функциялари бўлакли-доимий бўлиб, $[0,1)$ ортогоналлик оралиғида $0, +1, -1$ қийматларни қабул қилади. Хаар функцияларинингтўлиқ тизими гуруҳлар билан тузилади: m рақамли гуруҳ барча $1 \leq j \leq 2^{m-1}$ и $m \geq 1$ натурал сонлар учун $2^{m-1} \{H_{mj}(x)\}$ функцияларни ўз ичига олади.

Узилиш нукталарида $H_{mj}(x)$ функция ораликнинг шу нукталарига яқин нукталарда қабул қиладиган ўртача арифметик қиймат сифатида аниқланган. 0 нуктада $H_{mj}(x)$ функция $(0; \frac{1}{2^{m+1}})$ ораликдаги қийматларга эга, 1 нуктада эса $(1 - \frac{1}{2^{m+1}})$ ораликдаги қийматларга эга. $H_{mj}(x)$ функцияларининг мажмуи ортонормалланган тизимдан иборат.

Уолш ва Хаар функциялари орасида умумий томонлари кўп. Хаар бўйича ёйишдан фойдаланганда берилган $f(x)$ функцияни қайта ҳосил қилиш алмашиб улаш функцияларига

кўпайтирилган ёйиш оғирлик коэффициентларини (ҳар бир гуруҳдан биттадан) қўшишдан иборат.



2-чизма

Хаар функциялари бўйича ёйиш коэффициентлари функциянинг ораликдаги локал хусусиятларини ҳисобга олади, k индекс миқдори қанча катта бўлса, унинг миқдори шунча кичик бўлади. Бу Уолш ва Хаар функциялари бўйича ёйишнинг тамойили фарқи бўлиб, РФЎ схемасида ва унинг ишлашининг вақт бўйича диаграммасида кўринади. рақамли функционал ўзгартиргичлар тузишнинг кўриб чиқилган схемаларининг умумий ўзига хос камчилиги қайта ҳосил қилиш аниқлиги ортиши билан сезиларли мураккаблашишдан иборат.

Функционал ўзгартиргичлар амалиётида кенг тарқалган усуллардан бири бўлакли-чизикли аппроксимация усулидир. Техник жиҳатдан нисбатан содда амалга оширишда бўлакли-доимий аппроксимация усулига қараганда юқорироқ аниқликни таъминлайди.

Бўлакли-чизикли аппроксимациядан фойдаланадиган функционал ўзгартиргичлар чизикли қисмни ҳосил қилиш усуллари билан фарқланади.

Бир ҳолатда коднинг катта разрядлари бўлакли-поғонали функцияни шакллантириш жараёнини бошқаради, кичиклари эса интерполяцияни амалга оширади.

Бошқа ҳолда бўлакли-чизикли функцияни шакллантириш Лагранж полиномини чизикли аппроксимациялашда олинadиган учбурчакли функциялардан фойдаланишдан иборат. Ньютон полиномларидан монотон функциялар яқинлашишида фойдаланиш мақсадга мувофиқ, экстремумларга эга бўлган функцияларни эса Лагранж полиномлари билан яқинлаштириш мақсадга мувофиқ. Буерда Ньютон ва Лагранж полиномлари бўлакли-чизикли шаклда ифодаланиши кўзда тутилган.

Ньютон полиномларининг камчилиги шундаки, аппроксимациялаш қисмларида ҳосил қилинадиган функция қийматларини бевосита ва мустақил равишда бериш имкониятини яратмайди.

Лагранж полиномлари бундай камчиликдан ҳоли бўлиб, бу тезкорликни сезиларли даражада оширади. Шу билан бирга учбурчакли функцияни моделлаш муайян техник қийинчиликларни туғдиради.

Учбурчакли функцияларни олиш турли усуллар билан амалга оширилади. Функционал генераторда [1] учбурчакли функциялар аналогли кўринишда ҳосил қилинади ва таянч кучланиши сифатида кириш коди билан бошқариладиган РФЎ га узатилади. Функционал ўзгартиргичларда [3] учбурчакли функция эмас, йиғиндиси учбурчакли функцияни берадиган иккита аррасимон функция шакллантирилади. Аналогли элементлар ёрдамида учбурчакли функциялар нисбатан осон ҳосил қилинади, рақамли техника элементларида эса функцияни ҳосил қилиш аппаратура сарфини талаб қилади.

Охирги вақтларда функционал ўзгартиргичларда тузиш техникасида базиси учбурчакли функциялар бўлган Шаудер функционал қатори билан функцияга яқинлашиш усулидан фойдаланилмоқда. Умумий ҳолда Шаудер функционал қатори учбурчакли

функциялар усулига нисбатан сезиларли афзалликларга эга эмас. Лекин баъзи ўзига хос хусусиятлари туфайли Шаудер қатори бир қатор афзалликларга эга. Бу хусусиятлар қуйидагилардир:

Биринчидан, Шаудер учбурчакли базис функциялари узунлиги базисни аниқлаш соҳасини қисмларнинг иккиланган сонига бўлиш йўли билан олинадиган кесмаларда аниқланган;

Иккинчидан, ёйиш коэффициентлари таҳлил қилинаётган функциянинг иккинчи ҳосиласига пропорционалдир.

Шаудер тизимининг ўзига жалб қиладиган хусусиятларидан бири рақамли ҳисоблаш техникасининг функционал элементларида учбурчакли функциялар генераторини амалга ошириш нисбатан соддалигидир. Бўлакли-доимий базисларни интеграллаш йўли билан олиниши мумкин бўлган учбурчакли базисга эга бўлган бошқа тизимлар ҳам худди шундай хусусиятга эга. Масалан, [2,3] ишларда Уолш функционал тизимини интеграллаш йўли билан учбурчакли функцияларнинг базис тизимлари олинган. Бунда янги базис учбурчакли функцияларнинг ишораси ўзгарадиган ва доимий амплитудага эга бўлган кетма-кетлигидан иборат. Бироқ, ҳозирча адабиётларда янги базисларнинг хусусиятлари, ўзига хос томонлари ва афзалликлари етарли даражада ёритилмаган.

Рақамли функционал ўзгартиргичлар аниқлигини янада оширишга бўлакли-эгри чизикли аппроксимация усуллари қўллаш билан эришиш мумкин. Бўлакли-эгри чизикли аппроксимация янада мураккаброқ боғланишга эга. Бўлакли-эгри чизикли аппроксимацияга базис функцияларнинг турли экспоненциал, тригонометрик, гиперболик, даражали тизимлари киради.

Таҳлил натижасида қуйидаги хулосалар чиқариш мумкун:

Кўп функцияли ўзгартиргичларни яратишнинг энг истиқболли йўлларида бири функционал қаторлар асосида аппроксимацияловчи таркибларни ишлаб чиқишдир. Бу ёйиш оғирлик коэффициентларини олиб ташлаш ҳисобига талаб қилинган аниқликни ўзгартириш имкониятига эга бўлган (тузилиши бўйича) универсал схемани лойиҳалашга имкон яратади.

Функционал қаторлар орасида аппаратуранинг амалга ошириш нуқтаи назаридан энг самаралилари, қаторнинг нисбатан кам сонли ҳадларидан фойдаланиб техник жиҳатдан зарур аниқликни таъминлайдиган Уолш, Хаар ва Шаудер қаторлари ва уларнинг ҳосилаларидир.

Уолш, Хаар ва Шаудер қаторларидан фойдаланадиган қурилмаларнинг энг нозик томонларидан бири, сони бўлинган қисмлар сонидан кам ёки тенг бўлган оғирлик коэффициентларини кетма-кет қўшиш зарурлигидир. Ушбу факт навбатдаги ординаталарни шакллантириш тезлигига таъсир қилади, қурилма унумдорлигини пасайтиради, уни бошқариш схемасини мураккаблаштиради.

Адабиётлар

1. Зайниддинов Х.Н., Болташева З.А. Таблично-алгоритмическая вычислительная структура на основе методов многомерной сплайн-аппроксимации. //Актуальные проблемы современной науки.-М.,2004,№2,С.202-204.

2. Каляев А.В. Многопроцессорные системы с перестраиваемой архитектурой. –М.: «Радио и связь». С 224.

3. Мусаев М.М. Развитие спектральных методов в обработке сигналов и изображений. Вестник ТУИТ, № 1, 2007 –с 14-18.