

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI
GULISTON DAVLAT UNIVERSITETI

Fizika – matematika fakulteti

“Matematika” kafedra

5130100- “Matematika” ta'lim yo'nalishi bo'yicha bakalavr

darajasini olish uchun

Jumadullaeva Shoiraning

«Maktab matematika to'g'riklarida qiziqarli matematikani o'qitish»

mavzusida

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Rahbar: _____ fiz-mat.f.n., dots. X.Norjigitov

imzo

f.i.sh.

ilmiy daraja, ilmiy unvon

BMI “Matematika” kafedrasining

20__ yil __ may №__ sonli yig'ilishida

ko'rib chiqildi va himoyaga tavsiya etiladi.

Kafedra mudiri _____ fiz-mat.f.n., dots. X.Norjigitov

**Fizika matematika fakulteti dekani tomonidan himoya qilishga ruxsat
etiladi.**

Fakultet dekani _____

p.f.n. dots.Sh.Ashirov

Guliston - 2016

Mundarija

Kirish.....	1
--------------------	----------

1-BOB. O'YINLARDA MATEMATIKA

1.1.Domino o'yinlarida matematika.....	3
---	----------

§1.2.Taken o'yinida matematika.....	9
--	----------

2- BOB. SONLARGA DOIR JUMBOQLAR

§2.1. Turli sonlarga doir masalalar.....	17
---	-----------

§2.2.Ulkan sonlar haqida hikoyalar.....	26
--	-----------

Xulosa.....	59
--------------------	-----------

Foydalanilgan adabiyotlar.....	60
---------------------------------------	-----------

KIRISH

Bitiruv malakaviy ishning dolzarbligi: O'quvchilarini matematikaga qiziqtirish oson ish emas. Buning uchun maktab, akademik litsey va kollejlarda har xil matematik to'garaklar tashkil etmoq zarur. Vaholanki, ta'lim muassasalarida to'garaklar uchun soatlar ajratilgan. Agar o'quvchi, hech bo'lmasa bitta masalani o'zi mustaqil echsa, u albatta, masalaning echimidan rohatlanadi va hech qachon esdan chiqarmaydi. O'quvchida matematikaga muhabbat o'yg'otish uchun, ya'ni masalani o'zi mustaqil hal etishni o'rgatish uchun, qiziqarli masaladan boshlamoq zarur deb hisoblayman. Ammo, o'quvchiga qiziqarli va oson hal bo'ladigan masalani topish unchalik ham oson ish emas. Shu sababli, qiziqarli masalalarni to'plash va ularni hal etish yo'llarini o'rganish dolzarbligi natijasida mazkur bitiruv malakaviy ish vujudga keldi. Maktab matematikasi to'garaklari uchun ko'plab qo'llanmalar yaratilgan. Ayniqsa, [1],[3]-[6], [8],[10] adabiyotlarda qiziqarli matematik masalalar juda yaxshi yoritilgan. Ammo to'garaklarga kam soat ajratilganligi sababli ulardan foydalanish birmuncha qiyinchilik tug'diradi. Shu sababli, to'garak soatlariga mos qilib to'plash juda muhim hisoblanadi.

Tadqiqot ob'ekti va predmeti: Tadqiqotning ob'ekti maktab, litsey, kollejning matematika to'garagiga qatnashuvchi o'quvchilari bo'lib, uning predmeti turli xil qiziqarli matematik masalalardan iborat.

Bitiruv malakaviy ishning asosiy maqsadi va vazifalari. Bitiruv malakaviy ishning asosiy maqsadi mazkur ishdan foydalanib, o'quvchida ozgina bo'lsa ham matematikaga qiziqish o'yg'otishdir. Natijada o'quvchida matematik bilim saviyasi oshadi va matematikaning barcha mavzularini chuqurroq o'rgnishga kirishadi.

Tadqiqot usuli va uslubiyoti: O'quvchilarga darsdan bo'sh vaqtlarida to'garaklarda ishtirok etib, matematik masalalarni qiziqarli usullarda echishga o'rgatish.

Olingan asosiy natijalar: Mazkur bitiruv malakaviy ishdagi ko'plab masalalarni, men pedagogik amaliyot jarayonida Guliston shahridagi 2-akademik litsey 301 guruh o'quvchilari bilan birgalikda ko'rib chiqdim. Natijada o'quvchilar baholarida ozgina bo'lsa ham o'zgarish sezildi.

Natijalarning ilmiy yangiligi va amaliy ahamiyati: Maktab matematikasida qiziqarli matematik masalalardan foydalanish bitiruv malakaviy ishning asosiy yangiligidir. Bunday yangilik o'quvchilarda matematikaga qiziqishni yanada orttirishi bilan ahamiyatlidir.

Ishning hajmi va tuzilishi: Bitiruv malakaviy ish kirish, ikkita bob, to'rtta paragraf, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan iborat.

1-BOB. O'YINLARDA MATEMATIKA

§1.1. Domino o'yinlarida matematika

28 ta domino toshlaridan zanjir. Nima uchun dominoning 28 ta toshini o'yin qoidalariga rioya qilgan holda uzluksiz bir zanjir tarzida tizish mumkin?

Masalani soddalashtirish uchun hozircha 7 ta qo'shaloq ochkoli domino toshlarini: 0—0, 1—1, 2—2 va hokazolami, bir chekkaga olib qo'ya turamiz. Shunda 21 ta tosh qoladi. Bulardagi ochkolaming har bir soni 6 marta takrorlanadi. Masalan, bundan keyingi 6 toshdan (uning bir katagida) 4 ochko bor:

4-0; 4-1; 4-2; 4-3; 4-5; 4-6.

Demak, ochkolaming har qaysi soni juft son marta takrorlanganini ko'ramiz. Bu to'plamdagi toshlaming hammasini baravar sondagi ochkolarini bir-biriga yonma-yon tizib chiqish mumkin. Bu ish qilingandan keyin 21 ta toshimiz tizilib, uzluksiz bir zanjir shaklini olgach 0—0, 1—1, 2—2 va hokazo toshlar orasiga haligi ajratib qo'yilgan qo'shaloq toshlarni surib kiritamiz. Shundan so'ng 28 ta toshning hammasi, o'yin qoidalariga rioya qilingani holda, bir zanjirga tizilgan bo'lib chiqadi.

Zanjirning boshi va oxiri. Dominoning 28 ta toshi zanjir qilib tizilganda uning uchlaridan birida 5 ochko bo'ldi. Ikkinchi uchida nechta ochko bo'ldi? Dominoning 28 ta toshidan tizilgan zanjir qaysi son bilan boshlansa, o'sha son bilan tugashini ko'rsatish oson. Darhaqiqat, basharti shunday bo'lmaganda, zanjir uchlaridagi ochkolar soni toq son marta qaytalangan bo'lardi (chunki zanjir ichidagi ochkolaming sonlari juft-jufti bilan turadi); bizga ma'lumki, domino toshlarining to'la to'plamida ochkolaming har bir soni 8 marta, ya'ni juft son marta takrorlanadi. Demak, zanjir uchlaridagi ochkolar sonini bir xilda emas, deyishimiz noto'g'ri; ochkolar soni bir xil bo'lishi kerak. (Bunday muhokama matematikada «teskaridan faraz qilib isbotlash» deb ataladi.)

Shu bilan birga zanjirning hozirgina isbotlangan xossasidan quyidagi qiziq natija kelib chiqadi: 28 ta domino toshidan tizilgan zanjirning uchlarini

tutashtirib, halqa yasash doim mumkin. Demak, dominotoshlarining to'lanaboridan, o'yinqoidalarigari oyaqilingani holda, faqat uchlarigari chiqqan jiremas, balki yopiq halqa yasash ham mumkin.

Kitobxonni «Bunday zanjir yoki halqa necha usul bilan bajariladi?» degan savol qiziqtirishi mumkin. Hisoblashning kishini charchatadigan tafsilotiga kirish- masdan, bu yerda shuni aytamizki, 28 ta toshli zanjir (yoki halqa) tizishdagi xilma-xil usullar soni g'oyat katta: 7 trilliordan ortiq. Aniq soni mana bu: 7 959 229 931 520

(bu son mana bu ko'paytuvchilar ko'paytmasidan iborat: $2^{13} \cdot 3^8 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 4231$).



1-rasm

Dominoda fokus. O'rtog'ingiz domino toshlaridan birini olib, qolgan 27 tasidan uzluksiz zanjir tizishni taklif etadi. Bunda u har qanday tosh olinsa ham, buni bajarish mumkinligini ta'kidlaydi. O'zi esa sizning zanjir tizishingizni ko'rmaslik uchun narigi xonaga chiqib ketadi. Siz ishga kirishasiz va o'rtog'ingiz haqli ekaniga ishonch hosil qilasiz: turib, sizning zanjiringizni ko'rmagani holda, uning uchlaridagi ochkolar sonini aytib beradi.

O'rtog'ingiz buni qanday bila oladi? Nima uchun u dominoning har qanday 27 toshidan uzluksiz zanjir tizilishiga ishonadi?

Bu jumboqning yechilishi hozirgina aytilgandan kelib chiqadi. Bilamizki, dominoning 28 ta toshidan hamisha yopiq halqa yasaladi; shunday bo'lgach, agar shu halqadan bitta toshni chiqarib olsak, u holda:

- 1) qolgan 27 ta toshdan ikki uchi ochiq uzluksiz zanjir hosil boiadi;
- 2) bu zanjir uchlaridagi ochkolaming sonlari o'sha chiqarib olingan toshdagi sonlar boiadi.

Biz dominoning bitta toshini yashirib qo'yib, boshqa toshlardan tizilgan zanjir uchlarida qanday ochkolar bo'lishini oldindan aytib bera olamiz.

Ramka.3-rasmdagi o'yin qoidalariga rioya qilingani holda domino toshlaridan tizilgan kvadrat ramkani tasvirlaydi. Ramka tomonlarining uzunliklari teng, lekin ochkolar yig'indisi bir xil emas: yuqori va chap qatorlarda 44 tadan ochko, qolgan ikki qatorda esa 59 va 32 ochko bor.

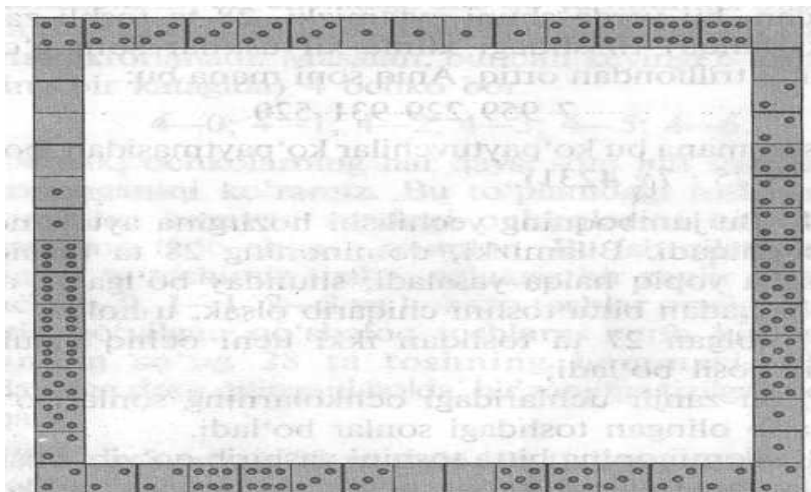
Siz hamma tomonlarida bir xil sonda, ya'ni 44 tadan ochko bo'lgan kvadrat ramka yasay olasizmi?

Izlangan kvadratning hamma tomonlaridagi ochkolar yig'indisi $44 \times 4 = 176$ bo'lishi, ya'ni to'la domino to'plami toshlardagi ochkolar soni yig'indisi (168) dan 8 ta ortiq bo'lishi kerak. Bu albatta uchlarida turgan ochkolar sonlarining 2 qayta sanalishidan keladi. Kvadrat uchlaridagi ochkolar yig'indisining qancha bo'lishi kerakligi yuqorida intilganlardan ma'lum bo'ladi: 8. Bu esa talab etilgan joylanishni topishni bir muncha yengillashtiradi (lekin uni topish ancha mashaqqatli). Yechimi 1-rasmda ko'rsatilgan.

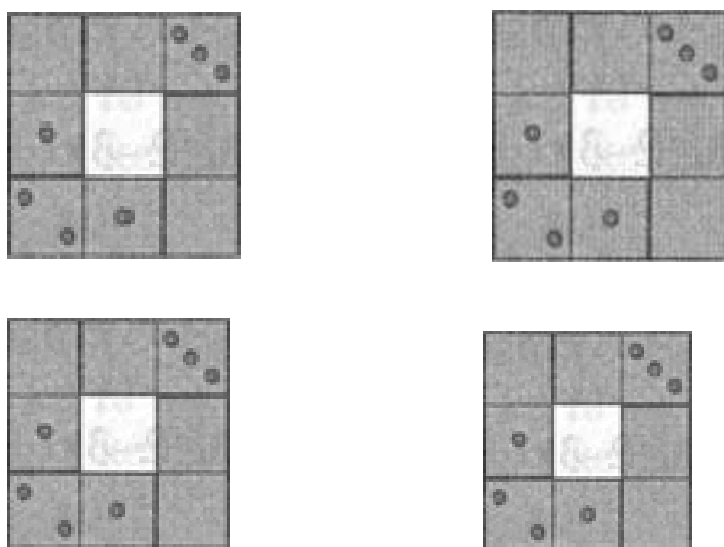
Har qaysi tomonidagi ochkolarining yig'indisi bir xil kvadratcha yasaladigan to'rtta domino toshlarini tanlab olish mumkin. (Bunday kvadratcha namunasini 4 ta rasmda ko'rasiz: kvadratchaning har qaysi tomonidagi ochkolarni qo'shsangiz, doim 11 chiqadi.

Siz butun dominodan bir vaqtning o'zida shunday kvadratlardan *yettitasini* yasay olasizmi? Bir tomondagi ochkolar yig'indisi hamma kvadratlarda bir xil chiqishi shart emas; faqat har bir kvadratning to'rttala tomonidagi ochkolar yig'indisi bir xil bo'lsa bas.

16. Bu masalaning mumkin bo'lgan ko'p turli yechilishlaridan ikkitasini keltiramiz. Birinchi yechilishda quyidagilarni ko'ramiz: Ochkolarining yig'indisi 3 bo'lgan I kvadrat.



2-rasm



3-rasm

Ikkinchi yechilishda ochkolarining yig'indisi 4 bo'lgan 2 kvadrat

Dominodan sehrli kvadratlar yasash. 1-rasmda dominoning 18 ta toshidan yasalgan kvadrat ko'rsatilgan. Bu kvadratning shunisi qiziqki, uning

istalgan qatoridagi (uzunasiga, ko'ndalangiga yoki diagonaliga) ochkolar yig'indisi bir xil, ya'ni 13. Bunday kvadratlar qadim zamonlardan beri «sehrli kvadratlar» deb atalib kelinadi.

Sizga ham shunday 18 ta toshdan sehrli kvadrat yasash taklif etiladi, lekin shart shuki, 18 ta toshdan yasalgan sehrli kvadrat qatorlaridagi ochkolarning eng kichik yig'indisi 13, eng katta yig'indisi 23 bo'lsin. Sehrli kvadrat namunasi berilgan bo'lib, har qaysi qatordagi ochkolar soni 24 ta.

Dominodan progressiya. Siz 3-rasmda dominoning oltita toshini ko'rasiz. Bu toshlar o'yin qoidalariga muvofiq tizilgan, toshlardagi (har qaysi toshning ikkala yarmidagi) ochkolar soni 1 tadan oshib borishi bilan farq qiladi: qator 4 tadan

boshlanib, ochkolar quyidagisonlardan iborat: 4; 5; 6; 7; 8; 9.

Bir xil miqdorda oshib (yoki kamayib) boradigan bunday sonlar qatori «arifmetik progressiya» deyiladi. Bizning qatorimizda har qaysi son o'zining oldingisidan 1 ta ortiq; ammo progressiyaning «ayirma»si har qanday son bo'lishi mumkin.

Vazifa 6 toshli yana bir necha progressiya tuzishdan iborat.

Misol tariqasida ayirmasi 2 ga teng bo'lgan ikki progressiya keltir

a) 0-0; 0-2; 0-4; 0-6; 4-4 (yoki 3-5); 5-5 (yoki 4-6)

b) 0-1; 0-3 (yoki 1-2); 0-5 (yoki 2-3); 1-6 (yoki 3-4); 3-6 (yoki 4-5); 5-6

6 toshli progressiyadan hammasi bo'lib 23 ta tuzish mumkin. Bu progressiyalarning boshlang'ich toshlari quyidagicha:

a) ayirmasi 1 bo'lgan progressiyalar uchun:

0-0 1-1 2-1 2-2 3-2

1 2-0 3-0 3-1 2-4

0 0-3 0-4 1-4 3-5 0-2 1-2 1-3 2-3 3-4

b) ayirmasi 2 bo'lgan progressiyalar uchun:

0-0; 0-2; 0-1.

§1.2. Taken o'yinida matematika.

Raqamlangan 15 ta kvadrat shashka teriladigan qutichaning qiziq tarixi borligini o'yinchilarning ko'plaribilmasalar kerak. Uning tarixini o'yinlarning tadqiqotchisi, nemis matematigi B. Arens so'zi bilan hikoyalaymiz.

«1870-yillarning oxirida Amerika Qo'shma Shtatlarida «15 o'yini» paydo bo'lib qoldi. U tez tarqaldi va bu o'yinishqibozlari hisobsiz darajada ko'payib ketganligidan uchinakam ijtimoiy ofatga aylandi.



Okeanning berigi tomonida, ya'ni Yevropada hamshunday hoi yuz berdi. Buyerda hatto ko'nikalardaham passajirlar qo'lida 15 tashashkali qutichalarni ko'rish mumkinedi (4-rasm). Idoralarda va do'konlardaxo'jayinlar o'z xizmatchi-larining o'yinga

berilib ketganligidan g'azablanib, mashg'ulot va savdo vaqtida bu o'yinni o'ynashni taqiqlab qo'yishga majbur bo'lgan edilar. O'yin-kulgi muassasalarining egalari odamlarning bu qadar zo'r ishqibozliklaridan foydalanib, katta-katta o'yin turnirlari uyushtirardilar.

O'yin hatto Germaniya reyxstagining muhtasham zallarigacha kirib bordi. «Reyxstagda oppoq sochli mo'ysafidlarning o'z qo'llaridagi kvadrat qutichaga diqqat bilan tikilib o'tirganlari hali ham ko'z oldimdan ketmaydi», — deb eslaydi o'sha o'yin avjiga chiqqan yillarda deputat bo'lgan mashhur geograf va matematik Zigmund Gyunter.

«Parijda bu o'yin ochiq joylarda, xiyobonda ham o'ynaladigan bo'lib qolib, tez fursatda poytaxtdan butun chekka joylarga tarqaldi. Qishloqlarda bu

o'rgimchakning inidan xoli bo'lgan uy yo'q edi; u hamma joyda o'z o'ljalarini tuzog'iga ilintirib olish payida edi», — deb yozgan edi bir fransuz muallifi.

«1880-yil o'yin vasvasasining eng avjiga chiqqan yili bo'lsa kerak. Biroq shundan sal keyin bu zo'ravon matematika qurolidan shikastlanib, mag'lub bo'ldi. O'yinning matematik nazariyasi shuni fosh qildiki, taklif etilishi mumkin bo'lgan juda ko'p masalalardan faqat yarminigina yechish mumkin; ikkinchi yarmini esa har qanday hiyla-nayrang bilan ham yechib bo'lmas ekan.

«Nima uchun ba'zi masalalarni har qancha zo'r berish bilan ham yechib bo'lmasligi va nima uchun turnir uyushtiruvchilarning masalalarni yechishga juda katta- katta mukofotlar belgilashga botirlik qilganliklari ochilib qoldi. Bu xususda o'yin ixtirochisi hammadan o'tib tushdi: u Nyu-Yorkda chiqadigan bir gazetaning noshiriga shu gazetaning yakshanbalik soni ilovasida yechib bo'lmaydigan bu masalani bosib chiqarishni va uni yechgan kishiga 1000 dollar mukofot va'da qilishni taklif qilgan; noshir ikkilangani sababli ixtirochi shu aytilgan 1000 dollarni o'z yonidan to'lashga tayyorekanini bildirgan. Ixtirochining nomi Samuel (Sem) Loyd. U xilma-xil ajoyib masalalar va allaqancha jumboqlar yaratish bilan zo'r shuhrat qozongan. Shunisi qiziqki, u o'ylab chiqargan o'yiniga Amerikada patent ololmagan. Instruksiyaga muvofiq u sinov partiyasini o'ynab ko'rsatish uchun «ishchi modeli» topshirishi kerak edi; u patent byurosining amaldoriga masalani taklif etgan. Amaldor ixtirochidan: «Bu masalani yechib bo'ladimi?» deb so'raganda, ixtirochi: «Yo'q, matematika jihatidan bu mumkin emas», — deb javob berishga majbur bo'lgan. «Unday bo'lsa, ishchi modeli bo'lishi ham mumkin emas, model bo'lmasa, patent ham yo'q», — deb javob yozgan amaldor. Loyd shu rezolyutsiya bilan qanoatlanib qo'ya qolgan, ammo, u o'z ixtirosining shu qadar zo'r muvaffaqiyat qozonishini oldindan bilganda, balki ancha qattiq turib olgan bo'lar edi».

O'yin tarixidan ba'zi dalillar to'g'risida uni o'ylab chiqargan kishining o'zi qilgan hikoyasini keltiramiz: «Farosat olamining qadimiy ahllari, — deb yozadi Loyd,— 1870-yillar boshida mening «15 o'yini» degan nom bilan dong'i ketgan surilma shashkali quticham ustida butun dunyoni bosh qotirishga majbur

etganligimni xotirlashlari kerak».4-rasmda o‘n beshta shashka kvadrat qutichaga to‘g‘ri tartibda terilgan. 5-rasmda esa faqat 14- va 15-shashkalar almashtirib qo‘yilgan. Vazifa — shashkalarni ketma-ket surish bilan 14- va 15-shashkalarning tartibini to‘g‘ri- lashdan iborat.

«Shu masalani birinchi bo‘lib to‘g‘ri yechgan kishiga va‘da qilingan 1000 dollar mukofotga (garchi uni yechish ustida hamma bosh qotirgan bo‘lsa ham) hech kim sazovor bo‘la olmadi. Odamlarning aytishlariga ko‘ra qiziq- qiziq voqealar yuz bergan: savdogarlar shu o‘yinga berilib ketib, do‘konlarinizochishni unutib qo‘yganlar, katta amaldorlar bu masalani yechish yo‘lini izlab, ko‘cha fonarlari tagida kechalami oppoq tong ottirib chiqqanlar. Masalani yechishni izlashdan hech kim qaytmagan, chunki o‘yin bilan

	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15

1	5	9	13
2	6	10	14
3	7	11	15
4	8	12	

5-rasm.

6-rasm

shug‘ullanuvchilarning hammasi ham muvaffaqiyat qozonishga umidvor edi. Aytishlariga qaraganda, shturmanlar o‘yinga qiziqib ketib, kemalarining sayoz joyga o‘tirib qolganini payqa- may qolganlar, mashinistlar poyezdlarni bekatlarda to‘xtatishni unutib, o‘tkazib yuborganlar, dehqonlar haydab turgan qo‘shlarini tashlab, o‘yin bilan ovora bo‘lib qolganlar».

Kitobxonni biz shu o‘yin nazariyasining ibtidosi bilan tanishtiramiz. Bu nazariya to‘la holda juda murakkab va oliy algebra bo‘limlaridan biriga («aniqlovchilar — deter- minantlar nazariyasi»ga) yondashadi. Biz V. Arensning bayon etgan ba‘zi bir mulohazalari bilan cheklanamiz.O‘yinning vazifasi undagi bo‘sh joydan foydalanib, shashkalarni ketma-ketiga surish yo‘li bilan 15 ta shashkaning istalgan dastlabki vaziyatini me‘yoriy holatga keltirishdan, ya’ni shashkalarni o‘z sonlari tartibida joylashtirishdan iboratdir, chunonchi: yuqoridagi chap burchakda 1, uning o‘ng tomonida 2, keyin 3,

so'ngra yuqoridagi o'ng burchakda 4, undan pastki qatorda chapdan o'ngga: 5, 6, 7, 8 va hokazo. Shashkalaming bunday me'yoriy joylashuvi 8-rasmda ko'rsatilgan. Endi 15 ta shashka tartibsiz joylashgan deb ko'z oldingizga keltiring. Shashkalarni bir necha marta joydan joyga surish bilan 1-shashkani rasmda ko'rsatilgan joyiga keltirish mumkin.

Xuddi shuningdek, 1-shashkani joyidan qo'zg'at- may, 2-shashkani uning o'ng yoniga keltirib qo'yishmumkin. So'ngra 1- va 2-shashkalarga tegmasdan, 3- va 4-shashkalar nime'yoriy joylariga surib qo'yish mumkin: mabodo bular keyingi ikkitavertikal qatorda bo'lmasa, ularni shuo'ringa keltirish va keyinshashkalar nibir necha bor surish bilan istalgannatijaga erishish oson. Endi yuqori satr (1, 2, 3, 4) tartibga tushdi. Shashkalarni bundan keyingi surishda biz buqatorga tegmaymiz. Xuddi shu yo'l bilan ikkinchi satrni ham tartibga solishgaintilamiz: 5, 6, 7, 8; bu hamma vaqt mumkinligiga ishonch hosil qilish oson. Shundan so'ng oxirgi ikki qator oralig'ida 9- va 13-shashkani me'yoriy holatga keltirish kerak; buni ham bajarish doim mumkin. Tartibga solingan hamma shashkalardan (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 va 13) birontasi ham endi o'midan qo'zg'atilmaydi; oltita katakdan iborat ixchamroq uchastka qoladi, bunda bir katak bo'sh, qolgan beshtasi ixtiyoriy tartibda joylashgan 10, 11, 12, 14, 15-shashkalar bilan band, shu olti katakli uchastka chegarasida 10, 11, 12-shashkalarni doim me'yoriy o'rinlariga keltirish mumkin. Shunga erishilgandan keyin oxirgi qatordagi 14 va 15-shashkalaryo me'yoriy tartibda yoki teskari tartibda joylashgan bo'libchiqadi (5-rasm). Shunday yo'l bilan quyidaginatijaga kelamiz.

Har qanday boshlang'ich holat, 5-rasmdagi (I holat) yoki 6-rasmdagi (II holat) vaziyatga keltirilishi mumkin. Agar biror vaziyat (buni qisqalik uchun S harfi bilan belgilaymiz) I holatga keltirilishi mumkin bo'lsa, u holda uning teskarisiga, ya'ni I holatni S holatga keltirish mumkin. Shashkalarning hamma yurishlari teskarisiga qayta oladi; masalan: I sxemada biz 12-shashkani bo'sh katakka joylashtira olsak, shu yurishni darhol teskari harakatlar bilan olish mumkin.

	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	1

7-rasm.

Shundayqilib, biz ikki seriya joylanishni ko'ramiz:

bir seriya ning holatlari I me'yoriy holatga,

ikkinchi seriya ning holatlari esa II holatga keltirilishi mumkin. Va aksincha, birinchi me'yoriy joylanishdan birinchi seriya ning istalgan holatini, II joylanishdan esa ikkinchi seriya ning istalgan holatini hosil qilish mumkin. Nihoyat, bitta seriyaga tegishli istalgan ikkita joylanish bir-biriga keltirilishi mumkin.

Yana ilgari siljish va shu I va II joylanishni birlashtirish mumkin bo'lmamikan? Bu holatlar har qancha yurish bilan ham biri ikkinchisiga aylanmasligini qat'iy isbot qilish mumkin (lekin buning tafsilotini aytib o'tirmaymiz). Shuning uchun shashkalar juda ko'p sonda joylanishlari bir-biriga aloqasi bo'lmagan ikki seriyaga ajraladi: 1) I me'yoriy holatga keltirilishi mumkin bo'lgan seriyalar: bu — yechilishi mumkin bo'lgan holatlar; 2) II holatga keltirilishi mumkin bo'lgan seriyalar. Demak, bulami hech qanday holatda me'yoriy joylanishga keltirib bo'lmaydi: bu — yechim uchun juda katta mukofotlar tayinlangan holatlardir.

Berilgan joylanish birinchi seriya niki yoki ikkinchi seriya niki, buni qanday bilsa bo'ladi? Quyidagi misol buni ochib beradi.

Bunday joylanishni ko'zdan kechiraylik.

Birinchi qatordagi shashkalar tartibli, ikkinchi qatorda ham, so'nggi 9-dan boshqa shashkalar tartibli. Bu shashka 9- me'yoriy joylanishda 8-shashkaning o'mini egallagan. Demak, 9-shashka 8-shashkadan *ilgari* turibdi: me'yoriy tartibdan bu kabi ilgari o'tish «tartibsizlik» deyiladi. 9-shashka to'g'risida aytadigan gapimiz shu: bu yerda 1 ta tartibsizlik bor. Bundan keyingi shashkalarni ko'zdan kechirsak, 14-shashkaning «ilgari» turganini ko'ramiz; bu shashka o'zining me'yoriy holatidan uch o'rin (12, 13, 11-shashkadan) oldinga

qo'yilgan; bu yerda 3 ta tartibsizlikni ko'ramiz (12-dan ilgari 14; 13- dan ilgari 14; 11-dan ilgari 14). Hamma tartibsizliklar soni $1 + 3 = 4$. So'ngra 14-shashka 12-shashkadan ilgari qo'yilgan. Xuddi shunga o'xshab, 13-shashka 11-shashkadan oldinda turibdi. Bundan yana 2 ta tartibsizlik kelib chiqadi. Hammasi bo'lib 6 ta tartibsizlikni ko'ramiz. Har bir joylanish uchun tartibsizliklarning umumiy soni shu yo'sinda aniqlanadi, lekin o'ng tomonning pastki burchagidagi oxirgi o'rin oldindan bo'shatib qo'yiladi. Agar tartibsizliklarning umumiy soni hozir ko'rib o'tganimizdek juft bo'lsa, u holda berilgan joylanish me'yoriy holatga keltirilishi mumkin; boshqacha aytganda, u yechilishi mumkin bo'lgan masalalar qatoriga kiradi. Bordi-yu tartibsizliklar soni toq bo'lsa, u holda joylanish ikkinchi seriyaga, ya'ni yechib bo'lmaydigan masalalar qatoriga kiradi (nol tartibsizligi juft sonli tartibsizlik deb qabul qilinadi).

Matematikaning bu o'yin mohiyatini ochib berganligi natijasida ilgari vaqtda bu o'yinga bo'lgan zo'r qiziqish behuda ekanligi ravshan bo'ldi. Matematika bu o'yinning mukammal nazariyasini — hech qanday shubhali nuqta qoldirmaydigan nazariyani yaratib berdi. O'yinning oqibat natijasi, boshqa o'yinlardagi singari, biror tasodifga emas, ziyraklikka ham emas, balki shu natijaning so'zsiz to'g'ri chiqishini oldindan belgilab beruvchi matematik faktorlarga bog'liqdir».

Endi shu sohadagi jumboqlarga murojaat qilamiz. Quyida o'yin ixtirochisi o'ylab topgan, yechiladigan bir necha masala berilgan.

Loydning birinchi masalalar

7-rasmda ko'rsatilgan joylanishni boshlang'ich holat deb olib, shashkalar to'g'ri tartibga keltirilsin, ammo yuqoridagi chap burchak katagi bo'sh qoldirilsin (8- rasm).

Masalada talab qilingan joylanish boshlang'ich vaziyatdan quyidagi 44 yurish bilan hosil qilinishi mumkin:

14, 11, 12, 8, 7, 6, 10, 12, 8, 7,

4, 3, 6, 4, 7, 14, 11, 15, 13, 9,

12, 8, 4, 10, 8, 4, 14, 11, 15, 13,

9, 12, 4, 8, 5, 4, 8, 9, 13, 14, 10, 6, 2, 1.

Loydning ikkinchi masalasi

Rasmdagi joylanishni boshlang'ich holat deb olib, qutichani chorak aylanish o'ngga buring va shashkalar 8-rasmdagi joylanish shaklini olguncha ulami joydan joyga surishni davom ettiring. Masalada talab qilingan joylanishga quyidagi yurish bilan erishiladi:

14	2	8	6	7	5	4	3	1	9
5.	1.	2.	3.	4.	8.	12	15	10.	1
9.	5.	1.	2.	3.	4.	8.	12	15.	1
13	9,	5,	1,	2,	3,	4,	8,	12,	10

Loydning uchinchi masalasi

Shashkalarni o'yin qoidalariga muvofiq qutichani chorak aylanish o'ngga buring va shashkalarni sura-sura 8-rasmning joylanishiga asoslanib, qutichani «sehrli kvadrat»ga aylantiring, ya'ni shashkalarni shunday joylashtiringki, sonlarning har qanday yo'nalishdagi yiqindisi 30 ga teng bo'lsin.

Yig'indisi 30 bo'lgan sehrli kvadrat bir qancha yurishdan so'ng hosil bo'ladi:

**	4.	3.	2.	6.	1	9.	13	1
1	8.	4.	7.	10	9.	14	12	8.
7.	10	9.	6.	2.	3.	10	9.	6.
1.	2.	3.	6.	5.	3.	2.	1.	1
3,	2,	1,	13	14	3,	12	15	3.

2- BOB. SONLARGA DOIR JUMBOQLAR

§2.1. Turli sonlarga doir masalalar.

Besh so`mga – yuz so`m. Bir estrada hisobchisi serarslarida o`z tomoshabinlariga quyidagi hammani qiziqtiradigan taklifni qildi:

-Guvohlar oldida aytamanki ,menga yigirmata tangachaqadan, ya`na yarim so`mlik bir tangalik (20 tiyinlik) va 5so`m to`g`irlab bergan har bir kishiga 100 so`m to`layman. Besh so`mga yuz so`m! Talabgor bormi? Jimjitlik hokum surdi. Tomashabinlar o`yga cho`mdi .Qo`yin daftarchalarning varaqlar ustida qalamlar yugura boshladi. Biroq hadeganda javob taklifi kelavermadi. Fahmimcha, tomashabinlar yuz so`m olish uchun besh so`m berishga og`rinayotganga o`xshaydi . Unday bo`lsa, men ikki so`m arzon qilaman ,yigirmata tanga chaqadan 3 so`m to`plab bering. 3so`mga 100 so`m to`layman! Talabgorlar marhamat qilib navbatga turishsin!

Biroq navbatga hech kim turmadi. Bunday holatdan foydalanib qolishga tomashabinlar kechikaverdilar.

-Nahotki 3so`m ham og`irlik qilsa? Xo`p, yana bir so`m chegiraman; aytgan yigirmata chaqa –tangadan 2 so`m to`lang, shu pulni keltirgan kishining qo`liga darhol 100 so`m tutqizaman.

Hech bir talabgor chiqmagach ,hisobchi so`zida davom etdi:

-Balki yonida mayda pul yo`qdir ? Bundan xijolat chekmang, men nasiyaga ham ko`naman . Faqat menga necha tiyinlikdan qancha berishga va`da qilganingizni bir parcha qog`ozga yozib uzatsangiz, bas!

Javob .Besh so`mga – yuz so`m.

Masalaning uchalasi ham yechib bo`ladigan emas: bu masalalarni yechishga hisobchi hech qo`rqmay hech qancha mukofat va`da qila oladi. Bunga ishonch hosil qilish uchun algebra tiliga murojaat qilamiz va masalalarni birin –

ketin ko`zdan kechiramiz. 5 so`m to`lash. To`lash mumkin va buning uchun x yarim so`mlik, y yigirma tiyinlik va z besh tiyinlik kerak deb faraz qilaylik. Quyidagi tenglamani yozib olamiz.

$$50x+20y+5z=500$$

5ga qisqartirib ,quyidagini hosil qilamiz :

$$10x+4y+z=100$$

Bundan tashqari, tanga chaqalarning umumiy soni shartga ko`ra 20 ta bo`lgani uchun z , y va x yana boshqa tenglama:

$$x+y+z=20$$

bilan bog`langan .Bu tenglamani birinchi tenglamadan ayirib, quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$9x+3y=80$$

Bu tenglamani 3 ga bo`lib ,quyidagi ko`rinishga keltiramiz:

$$3z+y=20$$

Ammo yarim so`mlikning uch hissasi bo`lgan $3x$ son ham, y dan iborat 20tiyinlik son ham butun son. Ikkita butun sonning yig`indisi esa kasir son (2 bo`la olmaydi. Bizning bu masalani yechish mumkinligi to`g`risida farazimiz bemanilikka olib kelganini ko`rib turibsiz. Demak, masalani yechibo`lmaydi. Birinch masala $3x+y=20$ tenglamaga olib keladi.

Ikkinchiesha $3x+y=20$ tenglamaga olib keladi. Ikkala tenglama ham butun sonlar sohasida yechilmaydi. Ko`rdingizki, bu masalani yechganlarga katta pul va`da qilgan hisobchi sira yutqizmaydi. Hech qachon mukofat berishga to`g`ri kelmaydi.

Basharti aytilgan qiymatdagi yigirmata tanga- chaqa bilan 5 so`m emas, 3 so`m emas, 2 so`m ham emas, balki masalan 4 so`m to`lash talab etilganda edi, ish boshqacha bo`lar edi: u holda masala hatto yetti xil usul bilan ham osongina yechilgan bo`lar edi.

Ming. Siz 1000 sonini sakkizta bir xil raqam bilan ifodalay olasizmi? (Raqamlardan tashqari amallarning belgilaridan foydalanishga ham ruxsat etiladi.)Javob. $888+88+8+8+8=1000$.

**Yigirma to`rt.** 24 sonini uchta sakkiz raqami bilan ifodalash juda oson:  $8+8+8$ . Ammo siz sakkiz raqamidan emas ,balki uchta bir xil raqamdan foydalanib shunday qila olamiz? Masala yechishni bir necha yo`li bor.

Javob:Ikki xil usulda quydagich yechish mumkin:

1. $22*2=24$;

2. $3^3-3=24$.

**O`ttiz.**O`ttiz raqamini uchta besh raqami bilan ifodalash juda oson: $5*5+5=?$ Buni uchta bosqichda bir xil raqamlar bilan bajarish qiyinroq. Urinib ko`ring. Siz balki yechishning bir necha xil usulini toparsiz?

Javob:Masalani to`rt xil yechilishini ko`rsatamiz.

1. $6*6-6=30$

2. $3^3+3=30$

3. $33-3=30$

4. $10+10+10=30$

Yetishmagan raqamlar.Ko`paytirishning bu misolida raqamlarning yarimidan ko`prog`I o`rniga yulduzchalar qo`yilgan.

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \times \\
 \hline
 3*2 \\
 +3*2* \\
 3 \\
 +2*5 \\
 \hline
 1*8*30
 \end{array}$$

Yetishmagan raqamni tiklay olasizmi?

Javob: Agar quyidagicha muhokama yuritib borilsa, yetishmagan raqamlar asta – sekin tiklana boradi. Qulay bo`lishi uchun satirlarni raqamlab chiqamiz :

1.....I

3*2.....II

3.....III

3*2*.....IV

*2*5.....V

1*8*30.....VI

III satidagi so`ngi yulduzcha 0 raqami ekanligini payqash oson : bu esa IV satr oxirida 0 turganligidan ochiq ko`rinadi.

Endi I satr oxiridagi yulduzchaning qiymati aniqlanadi; bu shunday raqamki 2 ga ko`paytirilganda nol bilan tugaydigan sonni, 3 ga ko`paytirilganda esa 5 bilan tugaydigan sonni beradi (V satir). Bunday raqam bitta ,ya`ni 5 raqamidir. IV satr oxirida 0 raqami turishi ravshan .(III va IV satrlarda oxiridan ikkinchi o`rinda turgan raqamlarni taqqoslang!)

2 satrdagi yulduzcha tagida nima yashirinib yotganini fahmlash qiyin emas: bu -8, chunki faqat 8 soni 15 ga ko`paytirilganda 20 bilan tugaydigan natijani beradi (IV satr). Nihoyat, I satrdagi birinchi yulduzchaning qiymati malum bo`ladi : bu raqam 4, chunki faqat 4ni 8ga ko`paytirilganda 3 bilan boshlanadigan natijani beradi (IV satr ). Endi qolgan nomalum raqamlarni topishning hech qanday qiyinligi yo`q :oldingi ikki satrning allaqachon aniq bo`lib qolgan sonlarini bir – biriga ko`paytirish kifoya .Natijada ko`paytirishning bunday misolini hosil qilamiz:

$$\begin{array}{r}
 x^{41_5} \\
 \underline{38_2} \\
 83_0 \\
 + 3320 \\
 \underline{124_5} \\
 15853_0 \\
 \square
 \end{array}$$

Qanday sonlar? Misolda qanday bir-biriga ko'paytirilishini aniqlash talab etiladi:

$$\begin{array}{r}
 x^{**5} \\
 \underline{1^{**}} \\
 2^{**5} \\
 + 13^{*0} \\
 \underline{**^{*}} \\
 4^{*77^{*}}
 \end{array}$$

Javob: Hozirgina tadbiq etilgan muhokama usulini qo'llab, bu holda ham yulduzchalarning qiymatini olamiz: Quyidagi ko'rinishda hosil bo'ladi:

$$\begin{array}{r}
 x^{32_5} \\
 \underline{14_7} \\
 2_7 7_5 \\
 + 130_0 \\
 \underline{32_5} \\
 4777_5
 \end{array}$$

Qanday son bo'lingan: Bo'lishning quyidagi misolida yetishmagan raqamlarni tiklang

$$\begin{array}{r}
 -^{*}2^{*5} \quad ^{*}32_5 \\
 \underline{***} \\
 ^{*}0^{**} \quad 1^{**} \\
 ^{*}9^{**} \\
 \underline{^{*}5^{*}} \\
 -^{*}5^{*} \\
 \underline{\square}
 \end{array}$$

Bo'lishning izlangan holi mana shu:

$$\begin{array}{r}
 -5265_0 \quad 32_5 \\
 \underline{32_5} \quad 16_2 \\
 201_5 \quad 16_2 \\
 \underline{195_0} \\
 -65_0 \\
 \underline{65_0}
 \end{array}$$

11 ga bo'lish: 9 xonali shunday bir son yozingki, unda takrorlanadigan raqamlar bo'lmasin (ya'ni hamma raqamlar har hil bo'lsin) a 11 ga qoldiqsiz bo'linsin.

Shunday sonlardan eng kattasini yozing.

Shunday sonlardan eng kichigin yozing.

Javob. Bu masalani yechish uchun 11 ga bo'linish alomatini bilish kerak.

Agar juft o'rinlarda turgan raqamlar yig'indisi bilan toq o'rinlarda turgan raqamlar orasidagi ayirma 11 ga bo'linsa yoki nolga teng bo'lsa son 11 ga bo'linadi. Misol uchun 23 658 904 sonini sinab ko'ramiz. Juft o'rinlarda turgan raqamlar yig'indisi: $3+5+9+4=21$ Toq o'rinlarda turgan raqamlar yig'indisi: $2+6+8+0=16$. Ularning ayirmasi (katta sondan) kichik sonni ayirish kerak.

$$21-16=5$$

Bu ayirma 11 ga bo'linmaydi: demak olingan son ham 11 ga qoldiqsiz bo'linmaydi. Boshqa sonni, chunonchi 7 334 535 ni sinab ko'raylik:

$$3+4+3=10, \quad 7+4+5+5=21, \quad 21-10=11$$

11 soni 11ga bo'linadi, shuning uchun sinaluvchi son 11 ga karralidir. Endi 11 ga karrali bo'lgan va masalaning talablariga javob beradigan son hosil bo'lishi uchun 9 ta raqami qanday tartibda yozish keraligini faxmlash oson.

Misol. 352 049 786.

$$\text{Sinab ko'ramiz:} \quad 3 + 2 + 4 + 7 + 6 = 22, \quad 5 + 0 + 9 + 8 = 22$$

Ayirma $22 - 22 = 0$. Demak, biz yozgan son 11 ga karralidir.

Shunday sonlarning eng kattasi: 987 652 413 Eng kichigi: 102 347 586

Ko'paytirishning g'alati hollari. Ikki sonni ko'paytirishning quyidagi holini tekshirib ko'ring: $48 \times 159 = 7632$

Bu holning shunisi qiziqki, unda to‘qqizta qiymatli raqamning hammasi bir martadan qatnashadi.

Bunday ko‘paytirishning to‘qqiz turini izlab topa olamiz. Ular quyidagilardir.

$$12 \times 483 = 5796,$$

$$42 \times 138 = 5796$$

$$18 \times 297 = 5346,$$

$$27 \times 198 = 5346$$

$$39 \times 186 = 7254 ,$$

$$48 \times 159 = 7632$$

$$28 \times 157 = 4396,$$

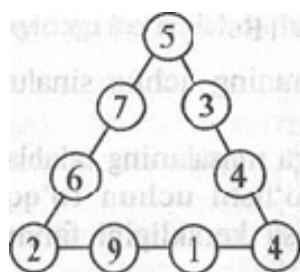
$$4 \times 1738 = 6952,$$

$$24 \times 1963 = 47112$$

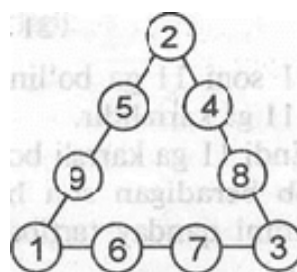
Sonli uchburchak. Shu uchburchak doirachalariga (32-rasm) to‘qqizta qiymatli raqamning hammasini shunday joylashtiringki, ularning har qaysi tomondagi yig‘indisi 20 ga teng bo‘lsin.

Yana sonli uchburchak. Hamma qiymatli raqamlarni o‘sha uchburchak (32-rasm) doirachalari ichiga shunday joylashtirish kerakki, ularning har qaysi tomondagi yig‘indisi 17 ga teng bo‘lsin.

Masalalaming yechilishlari 1- va 2-rasmlarda ko‘rsatilgan. Har qaysi qatorning o‘rtasidagi raqam- larning joylarini almashtirish va shu yo‘l bilan yana bir qancha yechilishlarni topish mumkin.



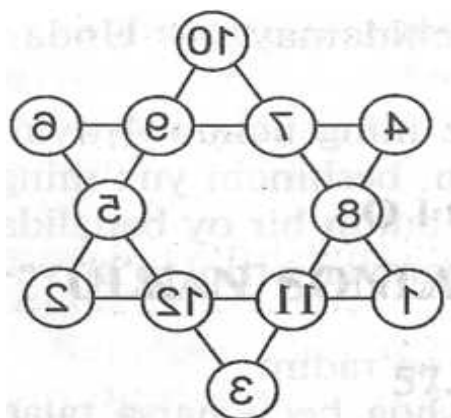
1-rasm



2-rasm

Sehrli yulduz. rasmda tasvirlangan olti burchakli sonlar yulduzi- ning «sehrli» xossasi bor: olti qatordagi hamma sonlar yig‘indisi bir xil:

$$4+6+7+9 = 26, \quad 4+8+12+2 = 26, \quad 9+5+2+10=26$$



3-rasm

$$11+6+8+1 = 26, \quad 11+7+5+3 = 26, \quad 1+12+10+3 = 26.$$

Lekin yulduz uchlaridagi sonlar yig'indisi boshqacha:

$$4+11+9+3+2+1=30$$

Doirachalar ichidagi sonlarni faqat to'g'ri qatorlarning

yig'indilarigina (26) emas, hatto yulduz uchlaridagi sonlar

ham o'sha son (26)ni tashkil etadigan qilib joylashtirish

bilan bu yulduzni takomillashtira olasizmi?

Sonlarning talab etilgan tarzdagi joylashuvini topishni yengillashtirmoq uchun quyidagicha muhokama qilamiz. Izlangan yulduzning uchlaridagi sonlar yig'indisi 26 ga teng; yulduzdagi barcha sonlar yig'indisi 78 ga teng. Demak, ichki oltiburchak sonlarining yig'indisi

$$78 - 26 = 52.$$

So'ngra katta uchburchaklardan birini tekshirib chiqamiz. Uning har qaysi tomonidagi sonlar yig'indisi 26 ga teng; uchala tomon sonlarini qo'shsak, $26 \times 3 = 78$ chiqadi. Bundaburchaklardagi sonlardan har biri ikki martadan kiradi. Uchta ichki juft (ya'ni ichki olti burchak) sonlarining yig'indisi 52 bo'lganligi sababli har qaysi uchburchakning uchlaridagi sonlar yig'indisining ikki baravar oshirilgani $78 - 52 = 26$, bir marta olingan yig'indi esa 13 ga teng. Endi izlash maydoni ancha torayib qoladi. Masalan, 12 ham, 11 ham yulduz uchlarini

egallay olmasligini bilamiz. Demak, sinovni 10 dan boshlash mumkin, shu bilan birga qanday ikki son uchburchakning qolgan uchlarini egallashi kerakligi birdaniga aniqlanadi: 1 va 2.

Shu yoʻldan boraversak, oxiri sonlarning talab etilgan tartibda joylanishini topib olamiz. Bu joylanish 36-rasmda koʻrsatilgan.

§2.2.Ulkan sonlar haqida hikoyalar.

Foydali bitim. Bu voqeaning qachon va qayerda boʻlganligi maʼlum emas. Ehtimol, sira boʻlmagandir ham; boʻlmaganiigi haqiqatan uzoq boʻlmasa kerak. Bu voqea boʻlgan boʻlsa ham, boʻlmagan boʻlsa ham, harholda, quloq berib eshitishga arziydi.

1. Bir millioner boy uyiga benihoyat xursand boʻlib qaytdi: yoʻlda baxtli uchrashuv yuz beribdi, bu uchrashuvdan katta foydaning daragi kelib turardi.

— Shunday omad ham kelarkan-a, — dedi u uydagi- larga.— Pulni pul chaqiradi, deganlari ham bejiz emas ekan. Mana, mening pulim pul chaqirayotir. Oʻzi nima gap desalaring-chi! Yoʻlda menga bir notanish odam uchrab qoldi. Men u bilan soʻzlashmoqchi ham emas- dim-ku, u mening puldorligimni payqab, oʻzi gap boshlab, menda pul bor, dedi. Soʻz oxirida u menga shunday foydali bir ishni taklif qildiki, buni eshitgach, sevinganimdan oʻzimni yoʻqotib qoʻyayozdim.

— Shunday bitimga kelaylik, — dedi u. — Men senga bir oygacha har kuni yuz ming soʻmdan keltirib berave- raman. Ammo tekinga emas, lekin toʻlovi arzimagan narsa.

Birinchi kuni bitim boʻyicha men aytsam kulasanlar, atigi bir tiyin toʻlashim kerak emish.Oʻz qulogʻimga ishonmadim:

— Bir tiyinmi? — deb qayta soʻradim.

— Ha, bir tiyin, — dedi. — Ikkinchi yuz ming soʻm uchun 2 tiyin toʻlaysan.

— Xoʻsh, — dedim sabrim chidamay. — Undan keyin-chi?

— Undan keyin uchinchi yuz ming uchun 4 tiyin, to‘it inchi yuz ming uchun 8 tiyin, beshinchi yuz ming uchun 16 tiyin to‘laysan. Xullas, butun bir oy

badalida har kun oldingi kungidan ikki baravar ortiq mevalarni berasan ;

— Keyin nima bo‘ladi? — deb so‘radim.

— Tamom, — dedi u, — boshqa hech narsa talab qilmayman. Faqat lafzingdan qaytmasliging kerak; har kuni ertalab yuz ming so‘m olib kelaman, sen esa bitimdagi pulni to‘lab turasan. To‘lovni bir oydan ilgari to‘xtataman dema.

Bir tiyinga yuz ming so‘m! Agar puli qalbaki bo‘l- masa, u odamning esi joyida emas. Ammo vaqtni boy bermaslik kerak.

— Xo‘p, pulni keltir, — dedim. — Men o‘z to‘lovimni, kanda qilmay, to‘lab turaman. Tag‘in meni aldama: rostakam pul olib kel.

— Xotijam bo‘l, ertaga erta bilan kutaver, — dedi.

Faqat bir narsadan xavfim bor, kelarmikin? Juda

zararli ishni o‘ylabman, deb aynib qolmasa edi! Mayli, ertagacha kutsam kutaychi, nima bo‘lar ekan. U kun o‘tdi. Erta bilan barvaqt o‘sha, yo‘lda uchragan notanish odam kelib, boyning derazasini taqillatdi.

— Pulingni cho‘z, men o‘zimga olib keldim,— dedi.

Darhaqiqat, bu g‘alati odam uyga kirib, xaltadagi pullarni chiqarib qo‘ya boshladi. Pullar qalbaki emas, rostakam. Rosa yuz mingni sanab bo‘lib:

— Mana, va‘daga muvofiq keltirganim. To‘lash endi sening galing, — dedi.

Boy stol ustiga bir tiyinlik chaqani qo‘yib, xavfsirab kutib turar, mehmon chaqani olarmikin, olasmikin, pulini qaytib olib ketasmikin, deb o‘ylardi. Mehmon chaqani ko‘zdan kechirdi, qo‘liga olib salmoqlab ko‘rdi- da, hamyoniga soldi.

Oldi-berdini shu yerda to'xtatish ham ma'qul edi-ku, lekin shartnomani buzishning iloji yo'q-da.

Borgan sari ahvol yomonlashaverdi. Notanish odam keltirib bergan pullaridan allaqancha ortiq pul olishini boy juda kech fahmlab qoldi...

28-kundan boshlab boy endi millionlab to'lashi kerak bo'ldi. Keyingi ikki kun esa oxiri uni bor-yo'g'idan judo qildi. Mana katta-katta to'lovlar:

28- kun yuz ming so'm uchun — 1 342 177 s 28 t,

29- kun yuz ming so'm uchun — 2 684 354 s 56 t,

30- kun yuz ming so'm uchun — 5 368 7 9 s 12 t.

Mehmon oxirgi safar kelib ketgach, birinchi qarashdashunchalik arzimagan pul badaliga kelgan uch million so'm qanchaga tushganini millioner hisoblab chiqdi. Hisobning ko'rsatishicha, notanish odamga 10 737 418 s 23 t to'lanibdi, ya'ni salkam 11 million!..Holbuki, ish bir tiyindan boshlangan edi. Notanish odam hatto uch yuz ming so'mdan keltirib beraverganda ham zarar ko'rmagan bolardi.

3. Bu hikoyaga xotima berishdan ilgari millione- rimizning ko'rgan zararini hisoblab chiqishni qaysi usul bilan tezlatish mumkinligini ko'rsatib o'tamiz: boshqacha aytganda, bir qator sonlarni qo'shishni qanday qilib tez bajarish yoMini ko'rsatamiz:

$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64$ va hokazo.

Bu sonlarning quyidagi xususiyatini payqab olish qiyin emas:

$$1 = 1,$$

$$2 = 1 + 1$$

$$4 = (1 + 2) + 1$$

$$8 = (1 + 2 + 4) + 1$$

$$16 = (1 + 2 + 4 + 8) + 1$$

$32 = (1 + 2 + 4 + 8 + 16) + 1$ va hokazo.

Ko'ramizki, bu qatorning har bir soni o'zidan oldingi sonlarning hammasini birga olib, unga yana bittabirlik qo'shilganiga teng. Shuning uchun bunday

qatoming hamma sonlarini, masalan, 1 dan to 32 768 gacha bolgan sonlarni qo'shish kerak bo'lganda, biz undan oldingi hamma sonlar yig'indisini faqat oxirgi songa (32 768 ga) qo'shamiz, boshqacha aytganda, o'sha oxirgi songa undan bitta kam (32 768 - 1) sonni qo'shamiz, 65 535 hosil qilamiz.

Millionerimiznicig ko'rgan zararini shu usul bilan juda tez hisoblab chiqa olamiz. Buning uchun uning oxiigi marta qancha to'laganligini bilsak, bas. Uning oxiri, to'lovi 5368 709 s 12 t bo'lgan. Shuning uchun 5 368 709 s

12t ni 5 368 709 s 11 t ga qo'shsak, izlangan natija: 10 737 418 s 23 t chiqadi.

Shaharda tarqalgan ovoza. Shaharda ovoza g'oyat tez tarqaladi. Biror yerda allaqanday voqea yuz bersa-yu, shuni bir necha kishi ko'rgan bo'lsa, oradan ikki soat ham o'tmay, bu qiziq xabar butun shaharga tarqalib ketadi: hammaga ma'lum bo'ladi, uni hamma eshitgan bo'ladi. Xabarning benihoyat tez tarqalishi kishini juda hayron qoldiradi.

Biroq agar bu narsaga hisob yuzasidan yondashilsa, bunda hech qanday favquloddalik yo'qligi ravshan bo'ladi; buning sababi o'sha tarqalgan ovozaning sirli xususiyatlarida emas, balki sonlarning xossalari bilan ochiq izohlanadi.

Misol uchun quyidagi voqeani qarab chiqaylik.

1. Aholisi 50 ming kishilik chetroq bir shaharga ertalab soat 8⁰⁰ da poytaxtdan bir kishi keldi va hammani qiziqtiradigan bir yangi xabami so'zlab berdi. Mehmon o'zi kelib qo'ngan uydagilaming atigi uchtasiga shu yangi xabarni so'zlab berdi: bu, masalan, chorak soat vaqtni olgan bo'lsin.

Shunday qilib, ertalab soat 8¹⁵ da bu xabar shaharda faqat to'rt kishiga, ya'ni kelgan kishi bilan yana mahalliy aholidan uchtasiga ma'lum bo'ldi.

Bu yangilikni bilgan uch kishining har biri uni boshqa 3 odamga aytishga shoshildi. Bunga ham chorak soat ketdi. Demak, shaharga yangi xabar kelganiga yarim soat bo'lganda undan $4 + (3 \times 3) = 13$ kishi xabardor bo'ldi.

Ana shu 9 kishining har biri navbatdagi chorak soat ichida xabarni 3 kishiga aytdi, natijada ertalab soat 8^{45} da bu xabar $13 + (3 \times 9) = 40$ kishiga ma'lum bo'ldi. Agar xabar shahar bo'yicha shu taxlitda tarqalaversa, ya'ni yangi xabarni eshitgan har bir kishi har chorak soatda uni 3 odamga aytsa, xabarni shaharga tarqalishi quyidagi jadval bo'yicha davom etadi: soat 9^{00} da yangi xabarni $40 + (3 \times 27) = 121$ kishi, soat 9^{15} yangi xabarni $121 + (3 \times 81) = 364$ kishi, soat 9^{30} da yangi xabarni $364 + (3 \times 243) = 1093$ kishi biladi.

Shaharga yangi xabar kelgandan bir yarim soat o'tgach, bu xabarni qariyb 1100 kishi biladi. Bu miqdor 50 000 aholi uchun ozginadek tuyuladi. Yangilik shaharning hamma aholisiga uncha tez ma'lum bo'la qolmas, deb o'ylash mumkin. Lekin biz ovozaning bundan keyingi tarqalishiga bir nazar solaylik:

soat 9^{45} da yangi xabarni $1093 + (3 \times 729) = 3280$ kishi, soat 10^{00} da yangi xabarni $3280 + (3 \times 2187) = 9841$ kishi biladi.

Yana chorak soatdan keyin xabarni shaharning yarmidan ko'pi eshitadi:

$$9841 + (3 \times 6561) = 29\,524.$$

Xullas, ertalab soat 8^{00} da atigi bir kishiga ma'lum bo'lgan yangilik soat 10^{30} ga qolmay butun shahar aholisiga borib yetadi.

2. Endi yuqoridagi hisob qanday bajarilganligini qarab chiqaylik. Bu hisob, aslini olganda, quyidagi sonlar qatorini qo'shishdan iborat bo'ladi:

$$1 + 3 + (3 \times 3) + (3 \times 3 \times 3) + (3 \times 3 \times 3 \times 3) + \dots$$

Bu yig'indini, biz ilgari $1 + 2 + 4 + 8$ va hokazo qator sonlarining yig'indisini topganimiz kabi biror qisqa yo'l bilan bilib bo'lmasmikin? Agar bu yerda qo'shiladigan sonlarning quyidagi xususiyatini mulohaza qilib ko'rsak, bu mumkin:

$$1 = 1$$

$$3 = 1 \times 2 + 1$$

$$9 = (1 + 3) \times 2 + 1$$

$$27 = (1 + 3 + 9) \times 2 + 1,$$

$$81 = (1 + 3 + 9 + 27) \times 2 + 1 \text{ va hokazo.}$$

Boshqacha qilib aytganda, bu qatoming har bir soni o'zidan oldingi hamma sonlar yig'indisining ikki baravariga qo'shilganiga teng. Bundan shu narsa chiqadiki, agar 1 dan to qandaydir biror songacha bo'lgan qatordagi hamma sonlar yig'indisini topish kerak bo'lsa, shu oxirgi songa o'zining yarmini qo'shish kifoya (oldin oxirgi sondan birni olib tashlash kerak). Masalan:

$1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729$ sonlarining yig'indisi 729 ga 728 ning yarmi qo'shilganiga teng, ya'ni $729 + 364 = 1093$.

3. Biz keltirgan misoldagi voqeada yangilikni eshitgan har bir kishi uni atigi uch odamga aytadi. Ammo agar shahar odamlari oldi-qochdi gaplarga o'chroq bo'lsa va eshitgan xabarni 3 kishiga emas, masalan, 5 yoki hatto 10 kishiga yetkazsa, ovoza, albatta, tag'in ham tezroq tarqalgan bo'lardi. Bir kishi besh kishiga yetkazganda, ovozaning shaharga tarqalishi quyidagicha bo'lardi:

soat 8^{00} da — 1 kishi,

soat 8^{15} da — $1 + 5 = 6$ kishi,

soat 8^{30} da — $6 + (5 \times 5) = 31$ kishi,

soat 8^{45} da — $31 + (25 \times 5) = 156$ kishi,

soat 9^{00} da - $156 + (125 \times 5) = 781$ kishi,

soat 9^{15} da — $781 + (625 \times 5) = 3\,906$ kishi,

soat 9^{30} da - $3\,906 + (3125 \times 5) = 19\,531$ kishi.

Erta bilan soat 9^{45} ga yetmasdanoq yangilik shahardagi 50 ming aholining

hammasiga ma'lum bo'ladi. Agar yangilikni eshitgan har bir kishi uni 10 kishiga aytsa, ovoza undan ham tezlikda tarqaladi. U holda tez o'sib boruvchi ajoyib sonlar qatorini hosil qilamiz: soat 8^{00} da — 1, soat 8^{15} da — 11, soat 8^{30} da — 111, soat 8^{45} da — 1111, soat 9^{00} da — 11111.

Bu qatorning navbatdagi soni 111111 bo'lib, bu son butun shahar aholisi yangilikdan ertalab soat 9^{00} dan biroz oshgandayoq xabardor bo'lganligini ko'rsatadi. Ovoza bir soat nari-berisida butun shaharga tarqalib ketadi!

Arzon velosipedlar girdobi. Xorijda bir firma egasi sotilishi qiyin bo'lgan mollarini pullash uchun g'alati usullar o'ylab chiqarardi. U ishni ko'p tarqaladigan gazeta va jumallarga quyidagi mazmunda reklamalar, e'lonlar bostirishdan boshlardi. Masalan: 10 dollarga velosiped!

Har bir kishi atigi 10 dollar sarflab, velosiped olishi mumkin. Fursatdan foydalanib qoling!

50 DOLLAR O`RNIGA - 10 DOLLAR sotib olish shartlari bepul yuboriladi. Albatta, qancha-qancha odamlar bu kabi qiziqtiruvchi e'lonlarga uchib, arzon velosiped olish shartlari yuborilishini iltimos qilardilar. Iltimoslariga javoban ularga mufassal ko'rsatma yuborilar va bu ko'rsatmadan ularga quyidagi shart-sharoitlar ma'lum bo'lar edi. 10 dollarga hozircha velosipedning o'zi emas, balki faqat 4 ta bilek yuborilib, ularni oshna-og'aynilardan to'rttasiga 10 dollardan pullash kerak bo'lardi. Shu yo'sinda yig'ilgan 40 dollarni firmaga yuborish lozim edi, shundan keyingina velosiped qo'lga kelib tegardi. Demak, velosiped xaridorgachindan ham atigi 10 dollarga tushardi, chunki qolgan 40 dollarni u o'z cho'ntagidan to'lamasdi. To'g'ri, velosiped oluvchi 10 dollar naqdgina pul to'lashdan tashqari oshna-og'aynilariga bilek sotish ishlarini ham bajarardi. Lekin bu «azrimagan» mehnat hisobga kirmasdi. Xo'sh, shu biletlarning mohiyati nimadan iborat edi? Ularni 10 dollarga sotib olgan kishi nimalarga ega bo'lardi? U shu biletni firmadan ana shunday 5 ta bilekga almashtirish huquqiga ega bo'lardi. Boshqacha qilib

aytganda, u velosiped olish uchun 50 dollar to'plash imkoniga egabo'lardi. Demak, velosiped ungaatigi 10 dollarga, ya'ni bilet bahosiga tushardi. Bilet olgan yangi kishilar o'z navbatida firmadan 5 tadan bilet olib, ulami boshqalarga tarqatadilar va hokazo.

Yuzaki qaraganda, bu ishlarda hech qanday aldam- qaldamlik yo'qday tuyuladi. Reklama e'lonidagi va'da bajarilardi: velosiped chindan ham xaridorlargaatigi 10 dollarga tushardi. Buning ustiga firma ham zarar ko'r- masdi, chunki u o'z molining qiymatini batamom olardi.

Holbuki, bu ishlarning hammasi firibgarlik, qalloblik- dan boshqa narsa emas. Bunday tovlamachilik juda ko'p kishilarni chuv tushirar, ular sotib olgan biletlarini boshqalarga o'tkazolmay sarson bo'lar edilar. Firmaga velosipedning 50 dollarlik qiymati bilan 10 dollarlik to'lov orasidagi tafovutni to'laydigan sho'ring qurg'urlar xuddi ana o'shalar edi. Bora-bora shunday payt kelardiki, bilet egalari biletlarga xaridor topolmay qolardilar. Shunday hoi, albatta, yuz berishini bilishingiz qiyin emas. Buning uchun qo'lingizga qog'oz-qalam olib, shu «girdob»ga tushib qolgan odamlar sonining naqadar tez o'sib borishini hisoblab ko'rishingiz kifoya.

Biletlarni bevosita firmadan olgan birinchi guruh odamlar, odatda, xaridor topishda uncha qiynalmaydilar; bu guruhning har bir a'zosi to'rtta yangi kishini bilet bilan ta'minlaydi. unga chin qalbdan tashakkur izhor etgan va mukofot uchun senatda yuksak martaba berishga va'da qilgan.

Lekin Terensiyning ko'nglidagi muddaosi boshqa edi. U arz qildi:

— Shohim, Sizning qudratingizni yanada yuksaltirish va shon-shavkatingizni yanada oshirish uchun ko'p g'alabalar qozondim. Men o'limdan qo'rqmadim, bir emas, ming jonim bo'lganda ham. Sizning yo'lingizda fido qilardim. Biroq urush qilaverib charchadim; yoshlik davrim o'tib ketdi, qon tomirlarim susayib qoldi. Endi menga ota-bobolarim yashab o'tgan uyda istirohat qilish va uy hayotining lazzatini totishga vaqt yetdi.

— Mendan tilaging nima, Terensiy? — deb so'radi imperator.

— Arzimni eshiting, marhamatli shohim! Uzoq yillar davomida qilichimni kun-bakun qonga bo'yab keldim, mol-mulk orttira olmadim. Qambag'alman, shohim...

— So'zlayver, botir Terensiy.

— Agar kamina qulingizga mukofot in'om qilmoqchi bolsangiz, — deb so'zida davom etdi ruhlangan lashkar- boshi, — Sizning saxiyligingiz mening umrim oxirigacha bola-chaqam bilan farog'atda, huzur-halovatda yasha- shimga yordam qilsin. Men qudratli senatdan o'zimga izzat-ikrom va oliy martaba so'ramayman. Qolgan umrim- ni osoyishta o'tkazish uchun amaldorlikdan va jamiyat hayotidan chetroqda o'tkazishni xohlayman. Shohim, qolgan umrimni ta'minlash uchun menga ehson qiling.

Imperator unchalik saxiy emasdi. U ko'proq olishni, kamroq berishni yaxshi ko'rardi. Lashkarboshining tilagi uni o'yga cho'mdirib qo'ydi.

— Chamangda senga qancha pul bo'lsa yetadi deb o'ylaysan, Terensiy? - deb so'radi u.

— Bir million dinor, shohim.

Imperator yana o'yga toldi. Lashkarboshi boshini quyi solgancha javob kutar edi. Nihoyat, imperator so'z boshladi:

- Shavkatli Terensiy! Sen ulug' sarkardasan, shonli g'alabalaring katta mukofotga arziydi. Men senga boylik in'om qilaman. Ertaga qiyom paytida shu yerda mening hukmimni eshitasan.

Terensiy ta'zim qilib, chiqib ketdi.

2. Ertasi lashkarboshi tayinlangan vaqtda imperator saroyida hozir bo'ldi. •

- Salom senga, botir Terensiy! - dedi imperator.

Terensiy ta'zim bilan bosh egdi.

- Shohim, men hukmingizni eshitmoqqa keldim. Siz iltifot bilan menga in'om va'da qilgan edingiz.

Imperator javob berdi:

- Senday olijanob sarkardaning ko'rsatgan xizmatlari va g'alabalari badaliga arziyas mukofot olishini istamay- man. Gapimga quloq sol. Mening xazinamda 5 million mis brass* bor. Endi gapimni obdan uqib ol. Sen xazinaga kirasan, bitta brass olib chiqasan va uni mening oyog'im ostiga qo'yasan. Ikkinchi kuni xazinaga yana kirib, 2 brassga teng chaqa olasan va uni oldingisining yoniga, ana shu yerga qo'yasan. Uchinchi kuni olib chiqqan puling

4 brass, to'rtinchi kuni 8 brass, beshinchi kuni 16 brass bo'lishi kerak. Xullas, har gal chaqaning qiymatini ikki baravar oshira borasan. Sening uchun har kuni tegishli qiymatga ega bo'lgan maxsus chaqa tayyorlab turishga buyruq beraman. Xazinamdan ko'tara olganingcha chaqa olib ketasan. Senga yordamlashishga hech kimning haqqi yo'q; sen faqat o'z kuchingdan foydalanishing kerak. Qachonki ko'tarishga kuching yetmay qolsa, to'xta: bitimimiz shu yerda tamom bo'ladi, shungacha xazinamdan kuching yetgancha olib chiqqan chaqa- laringning hammasi seniki; bu mening senga qilgan hadyamdir.

Imperatorming har bir so'zini Terensiy zo'r diqqat bilan tingladi. Uning xayolida biri-biridan katta qanchadanqancha quyma pullar gavdalanar edi. U ana shu pullarni davlat xazinasidan olib ketishni umid qilardi.

— Iltifotingizdan minnatdorman, shohim, — dedi u shodiyona tabassum bilan. - Haqiqatan hadyangiz katta!

Terensiy davlat xazinasiga har kuni qatnay boshladi. Xazinaxonaga imperatorming qabulxonasiga yaqin joyda edikichikroq. Terensiyga dastlabki kunlari pul ko'tarib o'tish hech bir qiyinlik qilmadi.

U birinchi kuni xazinaxonadan atigi bitta brass olib chiqdi. Bu bir

chaqa bo'lib, diametri 21 mm va og'irligi 5 g edi. Shuningdek, ikkinchi, uchinchi, to'rtinchi, beshinchi va oltinchi o'tishlari yengil bo'ldi, bunda lashkarboshi og'irligi 2 baravar, 3 baravar, 8 baravar, 16 baravar va 32 baravar bo'lgan chaqalarni olib chiqqan edi.

Yettinchi chaqaning og'irUgi bizning hozirgi o'lchovi- miz bilan 320 g chamasida bo'lib, diametri 8,5 sm (aniqrog'i 84 mm) edi*.

Sakkizinchi kuni Terensiy xazinaxonadan 128 ta chaqaga baravar keladigan katta chaqani olib chiqdi. Uning og'irligi 640 g bo'lib, diametri 10,5 sm chamasida edi.

To'qqizinchi kuni Terensiy imperator zaliga 256 ta rasmana chaqaga baravar keladigan bitta yaxlit chaqa keltirdi. Uning diametri 13 sm chamasida bo'lib, 1,25 kg dan og'irroq edi.

O'n ikkinchi kuniga borganda chaqaning diametri salkam 27 sm, og'irligi esa 10,25 kg ga yetdi.

Shu choqqacha lashkarboshiga marhamat bilan qarab kelgan imperator endi o'zining shodligini yashirmadi. U lashkarboshining 12 marta qatnaganini, ammo xazinaxonadan hammasi bo'lib atigi 2000 dan sal ortiqroq mis chaqa olib chiqqanini ko'rdi.

* Agar chaqaning hajmi rasmana chaqadan 64 baravar katta bo'lsa, u atigi 4 baravar qalin bo'ladi, chunki $4 \times 4 \times 4 = 64$. Bundan keyin ham hikoyamizda aytilgan chaqalar o'lchovlarini hisoblashda buni nazarda tutish kerak.

O'n uchinchi kuni botir Terensiy 4096 ta rasmana chaqaga baravar keladigan bitta katta chaqani olib chiqdi. Uning diametri 34 sm, og'irligi 20,5 kg edi.

O'n to'rtinchi kun Terensiy xazinaxonadan kattakon bir chaqa olib chiqdi. Uning og'irligi 41 kg va diametri 42 sm ga yaqin edi.

— Charchamadingmi, ey pahlavonim Terensiy? — deb so'radi imperator kulgisini yasirib.

— Yo‘q, shohim, — deb javob berdi lashkarboshi peshana terini arta turib.

0‘n beshinchi kun keldi. Bu gal Terensiyning yuki og‘ir edi. U 16384 ta chaqadan quyilgan kattakon chaqani ko‘targanicha imperator huzuriga zo‘rg‘a-zo‘rg‘a yurib keldi. Bu chaqaning diametri 53 sm, og‘irligi 80 kg, ya‘ni barvasta bir askaming og‘irligiga teng kelar edi.

0‘n oltinchi kunga kelganda lashkarboshi yelkasidagi yukning og‘irligidan gandarakladi. Bu — 32768 ta rasmana chaqaga teng bo‘lgan 164 kilogrammik ulkan chaqa bo‘lib, diametri 67 sm edi.

Lashkarboshi holdan toyib, harsillar, imperator esa unga iljayib boqar edi.

Ertasi kuni Terensiy imperatorning huzuriga kirib kelganda imperator uni qahqahalar bilan qarshi oldi.

U o‘z yukini qo‘lda ko‘tarolmay, g‘ildiratib kelardi. Chaqaning ko‘ndalang kesimi (diametri) 84 sm, og‘irligi 328 kg bo‘lib, 65536 ta rasmana chaqaga teng edi.

0‘n sakkizinchi kun Terensiy boyishining oxirgi kuni edi. O‘sha kuni uning xazinaxonaga kirishi va yuk bilan imperator huzuriga qatnashi tamom bo‘ldi. Bu safar unga 131072 ta rasmana chaqaga teng bo‘lgan ulkan chaqani olib chiqish nasib bo‘ldi. Chaqaning ko‘ndalang kesimi bir metrdan ortiq va og‘irligi 655 kg edi. Terensiy o‘z nayzasini dastak qilib, ulkan chaqani imperatorning qabulxonasiga bor kuchi bilan arang g‘ildiratib keldi. Ulkan chaqa imperator oyog‘i ostiga gumburlab tushdi.

Terensiy butunlay holdan toygan edi.

— Darmonim quridi... Bas, — deb pichirladi u.

Imperator o‘z hiylasining muvaffaqiyatli chiqqanidan zavqlanib, o‘zini kulgidan bazo‘r to‘xtatib qoldi. U xazi- nachiga Terensiyning qabulxonaga hammasi bo‘lib qancha brass olib chiqqanini hisoblashni buyurdi.

Xazinachi topshiriqni bajarib bo‘lib, dedi:

— Shohim, sening soyai davlatingda pahlavon sarkar- dang Terensiy mukofotga 262143 brass oldi.

Shunday qilib, xasis imperator lashkarboshi Teren- siyga so‘ragan bir million dinorning qariyb 20 dan bir ulushini berdi, xolos.

Biz xazinachining qilgan hisobini, shu bilan birga, chaqalar vaznini ham tekshirib ko‘ramiz. Terensiy olib chiqqan brasslar:

- 1- kuni — 1 brass, og‘irligi — 5 g
- 2- kuni — 2 brass, og‘irligi — 10 g
- 3- kuni — 4 brass, og‘irligi — 20 g
- 4- kuni — 8 brass, og‘irligi — 40 g
- 5- kuni — 16 brass, og‘irligi — 80 g
- 6- kuni — 32 brass, og‘irligi — 160 g
- 7- kuni — 64 brass, og‘irligi — 320 g
- 8- kuni — 128 brass, og‘irligi — 640 g
- 9- kuni — 256 brass, og‘irligi — 1 kg280 g
- 10- kuni — 512 brass, og‘irligi — 2 kg560 g
- 11- kuni — 1 024 brass, og‘irligi — 5 kg120 g
- 12- kuni — 2 048 brass, og‘irligi — 10 kg240 g
- 13- kuni — 4 096 brass, og‘irligi — 20 kg480 g
- 14- kuni — 8 192 brass, og‘irligi — 40 kg960 g
- 15- kuni — 16 384 brass, og‘irligi — 81 kg920 g
- 16- kuni — 32 768 brass, og‘irligi — 163 kg840 g

17- kuni — 65 536 brass, og'irligi — 327 kg680 g

18- kuni — 131 072 brass, og'irligi — 655 kg360 g

Bunday qatorlar sonlarining yig'indisini qanday osongina hisoblab chiqish mumkinligini bilamiz: ikkinchi ustuncha uchun yig'indi 262143 ga teng. Terensiy imperatordan birmillion dinor, ya'ni 5000000 brass so'ragan edi. Demak, u so'raganidan $5\,000\,000 : 262\,143$

Shaxmat taxtasi haqidagi afsona. Shaxmat eng qadimiy o'yinlardan biridir. U ko'p asrlardan beri davom etib keladi. Bu o'yin haqida uzoq zamonlardan beri har xil afsonalar tarqalib kelganligi uchun ularning qanchalik to'g'ri ekanligini tekshirib ko'rishga imkon yo'qligi ajablanarli emas.

Shunday afsonalardan birini hikoya qilib bermoqchimiz. Unga tushunish uchun shaxmat o'ynashni bilishning keragi yo'q: o'yin 64 katakka (navbati bilan qora va oq kataklarga) bo'lingan taxta ustida o'ynalishini bilish kifoya.

1. Shaxmat o'yini Hindistonda o'ylab chiqarilgan bo'lib, Sheram nomli hind podshosi bu o'yin bilan tanishib chiqqach, uning g'oyat mohirlik bilan o'ylab topilganligiga va undagi holatlarning turli-tuman bo'lishi mumkinligiga qoyil qolgan. Shoh bu o'yinni o'z fuqarolaridan biri o'ylab chiqarganligini eshitib, unga o'z qo'li bilan in'om berib, xursand qilmoqchi bo'Mib, uni qoshiga chorlatgan.

Shaxmatni o'ylab chiqargan kishi — Seta nomli donishmand podshoh huzuriga kelib, ta'zim bajo keltirdi. Bu kishi soddagina kiyingan olim bo'lib, shogirdlaridan keladigan mablag' bilan tirikchilik qilar ekan. Podshoh olimga navozishlar ko'rsatib:

- O'ylab chiqargan ajoyib o'yining uchun seni katta mukofot bilan xursand qilmoqchiman, - dedi.

Donishmand ta'zim qildi

- Xohlaganingni so‘ra, tilagingni bajo keltirishga qudratim yetadi, - deb davom etdi shoh. - Mukofotga nimani xohlasang, shuni ayt, xohlaganingni beraman.

Seta sukut saqlab, ta‘zim bilan turavergan.

— Tilagingni aytaver, qo‘rqma, — deb dalda bergan shoh. — Tilagingni bajo keltirish uchun sendan hech narsani ayamayman.

— Lutf-karaming keng, shohim. Menga muhlat ber, o‘ylab javob qilay. Men bafuija o‘ylab ko‘rib, tilagimni senga ertaga aytay.

Ertasiga erta bilan Seta podshoh huzuriga kelgan va nihoyatda kamtarona iltimosi bilan shohni ajablantirgan.

— Shohim, shaxmat taxtasining birinchi katagi uchun menga bir dona bug‘doy berishni buyur, - degan Seta.

— Oddiy bug‘doy donasinimi? — deb so‘ragan podshoh hayron bo‘lib.

— Shunday, shohim. Ikkinchi katagi uchun 2 dona bug‘doy, uchinchi uchun 4 dona, to‘rtinchi uchun 8 dona, beshinchi uchun 16 dona, oltinchi uchun 32 dona bug‘doy berishni buyur...

— Bas, — debdi podshoh zarda bilan Setaning so‘zini bo‘lib. — Istagingga muvofiq shaxmat taxtasining hamma (64) katagi uchun bug‘doy donalarini olasan: har bir katak uchun undan oldingisiga qaraganda ikki baravar ko‘p don beriladi. Lekin shuni bilginki, sening tilaging mening saxovatimga arzimaydi. Sening sariq chaqaga arzimaydigan mukofot so‘raganing mening marhamatimni nazar-pisand qilmaganing bo‘ladi. Haqiqatini olganda sen ustoz sifatida o‘z podshohingning ezguligiga hurmat bilan qarab, boshqalarga o‘rnak bo‘lishing kerak edi. Eshikka chiqib tur. Navkarlarim bug‘doyingni xaltaga solib chiqazib berishadi.

Seta bilinar-bilinmas tabassum bilan ta‘zim bajo keltirib, qabulxonadan chiqib ketgan va saroy darvozasi yonida kuta boshlagan.

2. Podshoh tushlik ovqatni tanovul qilib o'tirgan paytida shaxmat ixtirochisi esiga tushib qolib, tentak Setao'zining arzimagan mukofotini olib jo'nagan-jo'naganligini bilib kelishga odam yuborgan.

— Shohim, — degan xabar olib kelgan navkar, — amring bajo keltirilmoqda. Saroy hisobchilari mukofotga beriladigan bug'doy donalarini hisoblamoqdalar.

Podshohning qovog'i solinib ketgan. U qilgan amrining bunday'sekin bajarilishini yomon ko'rardi.

Kechqurun podshoh uyquga kirish oldidan Seta yana esiga tushib, uning bug'doyini olib, saroydan qachon chiqib ketganini bilmoqchi bo'Mgan.

— Shohim, — degan navkarlaridan biri, — hisob- chilaringiz tinmay ishlab turishibdi, hisoblashni har qalay tong otguncha tamomlashmoqchi.

— Nega bu ishni surgashayotir?! — g'azab bilan xitob qilgan podshoh. — Ertaga tong sahar men uyg'onmasdan ilgari Setaning bironta ham donini qoldirmay qo'liga berib yuborilsin. Men ikki qayta amr qilmayman.

Erta bilan podshohga saroy hisobchilarining boshlig'i muhim xabar aytishni iltimos qilganini aytgan. Podshoh uni ichkari kirishga buyurgan.

— Ishing to'g'risida gapirishingdan ilgari, — degan Sheram, — Setaga o'zi ep ko'rgan arzimas mukofot berildimi, yo'qmi, shuni bilmoqchiman.

— Xuddi ana shuning uchun ham men Sizning huzuringizga shunchalik barvaqt kelishga jur'at etdim,— deb javob bergan chol. — Biz Setaga beriladigan don miqdorining hammasini juda diqqat bilan hisoblab chiqdik. Bu son shu qadar kattaki...

— Har qancha katta bo'lganda ham, — deb jerkib tashlagan podshoh, — mening g'alla omborlarimdagi donlar kamayib qolmaydi. Mukofot va'da qilindimi - berilishi shart...

— Shohim, bunday tilaklarni bajarishga qodir emassiz. Sizning hamma g'alla omborlaringizda Seta so'ragan miqdorda g'alla yo'q. Butun mamlakat

omborlarida ham shuncha g'alla yo'q. Hatto butun Yer yuzida ham shuncha g'alla topilmaydi. Agarda va'da qilingan mukofot, albatta, berilsin desangiz, u holda podshohlikning butun yerinibug'doykorlikka aylantirishga buyuring, dengizlar va okeanlarni quritishni buyuring, uzoq shimoldagi cheksiz dasht-biyobonlarni qoplab yotgan qor va muziarni eritishni buyuring. Ana shularning hammasi bug'doy- korlikka aylantirilishi kerak. Shu yerlarda bitgan g'allaning hammasini Setaga berishni buyuring. Shunda u o'z mukofotini olgan bo'Madi.

Cholning so'zini podshoh hay rat bilan tinglagan.

— O'sha aqlga sig'maydigan katta sonni menga ayt- chi, — debdi shoh xayolga cho'mib.

— O'n sakkiz kvintillion to'rt yuz qirq olti kvadrilon yetti yuz qirq to'rt trillion yetmish uch billion yetti yuz to'qqiz million besh yuz ellik bir ming olti yuz o'n besh dona bug'doy, shohim!

3. Afsona ana shunday. Bu yerda aytilgan hikoyaning rost-yolg'onligi noma'lum, biroq afsonada aytilgan mukofot miqdori xuddi ana shu son bilan ifodalanishi kerak. Siz agar bardosh berib hisoblab chiqsangiz, darhaqiqat shunday son kelib chiqishiga ishonasiz. Buning uchun birdan boshlab 1, 2, 4, 8 va hokazo sonlarni qo'shish kerak bo'ladi. 63 marta ikkilantirish natijasi ixtirochiga shaxmat taxtasining 64 katagi uchun qancha bug'doy tegishini ko'rsatadi. Biz 81-betda tushuntirilganidek kirishib, oxirgi sonning ikki baravarini olib, undan birni ayirsak, tegishli hamma bug'doy yig'indisini osongina topamiz. Demak, hisoblab chiqish 64 ta ikkini ketma-ket ko'paytirishdangina iborat:

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ va hokazo (64 marta).

Hisoblashni osonlashtirish uchun shu 64 ta ko'paytuvchining har birida 10 ta 2 bo'lgan 6 guruhga va 4 ta ikkini oxirgi bir guruhga ajratamiz. 10 ta ikkinining ko'paytmasi, ma'lumki, 1024 ga, 4 ta ikkiniki esa 16 ga teng. Demak, izlangan natija quyidagiga teng

$1\,024 \times 1\,024 \times 1\,024 \times 1\,024 \times 1\,024 \times 1\,024 \times 16$.

1 024 ni 1 024 ga ko‘paytirsak, 1 048 576 chiqadi. Endi quyidagini topish qoladi:

$1\,048 \times 1\,048 \times 1\,048 \times 16$

Chiqqan natijadan bitta birni ayirsak, bizga bug‘doy donalarining izlangan soni ma‘lum bo‘ladi:

18 446 744 073 709 551 615

Agar siz bu sonning qanchalik katta ekanligini tasavur qilmoqchi bo‘lsangiz, shu miqdordagi g‘allani sig‘dirish uchun qanchalik katta ombor kerak bo‘lishini chamalab ko‘ring. Ma‘lumld, bir kub metr bug‘doy 15 million dona chamasida bo‘ladi. Demak, shaxmat ixtirochisining mukofotga oladigan bug‘doyi taxminan 12 000 000 000 000 kub m yoki 12 000 kub km hajmni egallashi kerak bo‘ladi. Agar omboring balandligi

4 m, kengligi 10 m bo‘lsa, uning uzunligi 300 000 000 km ga cho‘zilib ketadi, ya‘ni Yerdan Quyoshgacha bo‘lgan masofadan ikki baravar uzoq bo‘ladi!

Hind podshosi bunday mukofot berishdan ojiz edi. Lekin u matematika borasida yetuk bo‘lganda edi, shunchalik og‘ir qarzdan osonlik bilan qutulib qola olgan bolardi. Buning uchun Setaga berilishi kerak bo‘lgan bug‘doy donalarini bittalab sanab olishni uning o‘ziga taklif qilishi kerak edi.

Haqiqatan ham, agar Seta donlarni sanashga kirishib, kecha-yu kunduz tinmay sanaganda, sekundiga bittadan don to‘g‘ri kelar va birinchi kuni hammasi bo‘lib 86 400 ta dona bug‘doy donini sanab olgan bo‘lar edi. Bir million dona bug‘doyni sanab chiqish uchun, basharti tinmay sanasa, kamida 10 kun kerak bo‘lardi. Bir kub metr bug‘doyni taxminan yarim yil sanardi: bu esa atigi 5 chorak bo‘lardi. U surankasiga 10 yil sanaganda ham 100 chorakdan oshiolmas edi. Ko‘rasizki, agar Seta qolgan umrini batamom sanoqqa bag‘ishlaganda ham, o‘zi talab qilgan mukofotning kichikroq bir ulushini olardi, xolos.

Tez urchish. Momaqaymoqning bir boshog‘i har yili 100 ga yaqin urug‘

beradi. Agar uning hamma urug'i unib chiqsa, bunday urchir edi:

- 1- yilda — 1 ta o'simlik
- 2- yilda — 100 ta o'simlik
- 3- yilda — 10 000 ta o'simlik
- 4- yilda — 1 000 000 ta o'simlik
- 5- yilda — 100 000 000 ta o'simlik
- 6- yilda — 10 000 000 000 ta o'simlik
- 7- yilda — 1 000 000 000 000 ta o'simlik
- 8- yilda — 100 000 000 000 000 ta o'simlik
- 9- yilda - 10 000 000 000 000 000 ta o'simlik

Bu miqdor Yer yuzidagi butun quruqlikda mavjud bo'lgan kvadrat metrlar sonidan 70 baravar katta.

9-yilda Yer shari qit'alarining har bir kvadrat metri 70 tupdan momaqaymoq o'simligi bilan qoplangan bo'lar edi.

Nega biz haqiqatda bunday haddan tashqari tez urchishni ko'rmaymiz? Chunki urug'larning juda ko'pchilik qismi unib chiqmay, halok bo'lib ketadi: ular yo yomon tuproqqa tushib qoladi va shu sababli unib chiqmaydi, yoki unib chiqsa ham, ularni boshqa o'simliklar bosib ketadi, yo bo'lmasa, ularni chorva mollari va boshqa hayvonlar yeb, bosib-yanchib yo'q qiladi. Agar urug' va o'simliklar ko'plab nobud bo'lma- ganda edi, har bir o'simlik oz vaqt ichida sayyoramizning butun sathini qoplab olar edi.

Bu aytilgan gap yolg'iz o'simliklargagina emas, balki jonivorlarga ham taalluqlidir. Agar o'lim-yitim bo'lma- ganda, har qanday bir juft jonivordan tarqalgan avlodlar bora-bora butun Yer yuziga sig'may ketar edi. Basharti o'lim tirik mavjudotning ko'payishiga to'sqinlik qilmagan taqdirda nima bo'lishi

haqida ko‘pincha juda ulkan fazoni qoplab oladigan chigirtka galalari bizga bir qadar tassavur berishi mumkin. Ko‘p emas, 20-30 yil mobaynidamillion-million jonivorlar qit‘alar, zich o‘rmonlar va cho‘llarni bosib ketib, ular bir-birlari bilan joy talashib yotar edilar. Okean baliqqa to‘lib ketganidan kemalar qatnayolmay qolardi. Qushlar va hasharotlarning ko‘pli- gidan ko‘k yuzi xiralanib ketardi.

Misol uchun hammaga ma‘lum uy pashshasining qanchalik tez urchi^hini tekshirib ko‘raylik. Chunonchi, har bir pashsha 120 'tadan tuxum qo‘ysin va yoz davomida pashshalarning 7 avlodi urchisin, ularning yarmi urg‘o- chi bo‘lsin. Birinchi marta tuxum qo‘yishning boshla- nishini 15-aprel deb qabul qilaylik. Urg‘ochi pashsha 20 kun ichida voyaga yetib, o‘zi tuxum qo‘yadigan bo‘ladi, deb hisoblaylik. U holda pashshalarning urchishi quyidagicha bo‘ladi:

15-aprelda — urg‘ochi pashsha 120 ta tuxum qo‘yadi; may boshida 120 pashsha chiqadi, shundan 60 tasi urg‘ochi;

5-may har bir urg‘ochi pashsha 120 tadan tuxum qo‘yadi; may o‘rtalarida ulardan $60 \times 120 = 7\,200$ ta pashsha chiqadi; shundan 3600 tasi urg‘ochi;

25-may 3 600 urg‘ochi pashshaning har biri 120 tadan tuxum qo‘yadi; iyun boshida tuxumdan $3\,600 \times 120 = 432\,000$ pashsha chiqadi, shundan 216 000 tasi urg‘ochi; 14-iyunda 216 000 urg‘ochi pashshaning har biri 120 tadan tuxum qo‘yadi; iyun oxirida tuxumdan 25 920 000 pashsha chiqadi, shundan 12 960 000 tasi urg‘ochi; 5-iyulda 12 960 000 urg‘ochi pashshaning har biri 120 tadan tuxum qo‘yadi; iyulda — 1 555 200 000 pashsha chiqadi, shundan 777 600 000 tasi urg‘ochi; 25-iyulda 93 312 000 000 pashsha chiqadi, shundan 46 656 000 000 tasi urg‘ochi; 13-avgustda 5 598 720 000 000 pashsha chiqadi, shundan 2 799 360 000 000 tasi urg‘ochi; 1-sentabrda — 355 923 200 000 000 pashsha chiqadi.

Bir juft pashshadan biz yoz davomida hech to‘sqinlikka uchramay urchib ko‘payishi mumkin bo‘lgan shu qadar ko‘p pashshalarni aniqroq tasavvur etish uchun ular ketma-ket turib qatorga tizilgan deb faraz qilaylik. Pashshaning bo‘yi (uzunligi) 5 mm bo‘lgani uchun ana shu pashshalarning hammasi 2 milliard 500

million kilometr ga cho'zilgan bo'lar edi. Bu masofa Yerdan Quyoshgacha bo'lgan masofadan 18 marta katta (ya'ni taxminan Yerdan juda olisdagi Uran nomli say-yoragacha bo'lgan masofaga teng).

So'zimiz oxirida jonivorlarning qulay sharoitga tushish natijasida g'oyat tez ko'payib ketganligiga doir bir necha voqeyi misollarni keltiramiz.

Amerikada ilgari vaqtda chumchuq bo'lmas ekan. Bizda oddiy qushlardan hisoblangan chumchuq Qo'shma Shtatlarga zararli hasharotlarga kushanda bo'larmikan degan maqsadda olib borilgan ekan. Ma'lumki, chumchuq bog' va poliz ekinlariga zarar yetkazuvchi qurt-qumursqalarni ko'plab terib yeydi. Yangi sharoit chumchuqlarga yoqib qolgan: Amerikada bu qushlarni qiradigan yirtqich jonivorlar bo'lmagan, shu sababli chumchuqlar tez urchib ko'payavergan. Zararli hasharotlar miqdori xiyla kamaygan, biroq ko'p o'tmay, chumchuqlar shu qadar ko'payib ketganki, yeyishga qurt-qumursqalar yetishmay qolganidan ular o'simliklarga yopirilgan va ekin-tekinlarni yeb bitira boshlagan. Chumchuqlarga qarshi kurash boshlashga to'g'ri kelgan. Bu kurash amerikaliklarga juda qimmatga tushgan. Shuning uchun bundan buyon Amerikaga boshqa qit'alardan har qanaqa jonivor olib kelishni taqiqlovchi qonun chiqarilgan.

Ikkinchi misol. Avstraliyani yevropaliklar kashf etgan davrda bu qit'ada xonaki quyon bo'lmagan. U yeiga xonaki quyon XVIII asr oxirida olib kelingan. Bu yerda quyon kushandasi bo'lgan yirtqich hayvonlar yo'qligi sababli bu kemiruvchilar haddan tashqari tez sur'at bilan ko'paya borgan. Tez orada butun Avstraliyani quyon galalari bosib ketgan. Bu kemiruvchilar qishloq xo'jaligiga juda katta zarar va ofat yetkazgan. Qishloq xo'jaligiga kelgan bu ofatga qarshi kurash uchun g'oyat katta mablag' sarflangan hamda kuch-g'ayrat bilan ko'rilgan choralar natijasidagina bu falokat daf qilingan. Shundan biroz keyin quyonlar ofati Kaliforniyada ham taxminan shu tarzda takrorlangan.

Uchinchi bir ibratli voqea Yamayka orolida sodir bo'lgan. Bu yerda zaharli ilonlar juda ko'p bo'lar ekan. Ulardan qutulish uchun orolga zaharli ilonlarning ashaddiy kushandasi bo'lgan mirzoqush (ilonxo'r)ni keltirishga qaror qilingan.

Darhaqiqat, ilonlar tezda kamaygan, lekin ilgari ilonlarga xo‘rak bo‘lgan dala yalmonlari benihoyat ko‘payib ketgan. Yalmonlar shakarqamish plantatsiyalariga shunchalik katta zarar yetkazganki, natijada yalmonlarni qirib tashlash to‘g‘risida jiddiy suratda bosh qotirishga to‘g‘ri kelgan. Ma’lumki, yalmonlarning kushandasi Hindiston mangustidir. Orolga shu jonivorlardan 4 juftini keltirib, ularning erkin ravishda ko‘payishiga yo‘l qo‘yib berilgan. Mangustlar yangi muhitga yaxshi o‘rganib, tez orada butun orolga yoyilib ketgan. Oradan o‘n yil o‘tar-o‘tmas ular oroldagi yalmonlarning deyarli hammasini qirib bitirgan. Biroq mangustlar yalmonlarni qirib bitirgach, duch kelgan jonivorni yeb tiriklik qila boshlagan; ulardan kuchuk bolalari, echki bolalari, cho‘chqa bolalari, uy parran- dalari va ularning tuxumlari ham omon qolmagan. Ular tobora ko‘payib, mevazorlarga, g‘allazorlarga, planta- tsiyalarga yopirila boshlagan. Aholi o‘zlariga ittifoqchi bo‘lgan bu jonivorlarni yo‘q qilishga kirishgan, ammo u mangustlardan yetadigan zarar-zaxmatni bir darajaga qadar kamaytirishgagina muvaffaq bo‘lganlar, xolos.

Tekin ovqat. O‘n yigit o‘rta maktabni tamomlaganliklarini nishon- lash uchun restoranda kichkina ziyofat uyushtirmoqchi bo‘lishdi. Hamma yig‘ilib, birinchi ovqat tortilgach, stol atrofiga qanday o‘tirish kerakligi to‘g‘risida tortishuv boshlandi. Ba’zilar alifbe tartibida, ba’zilar har kim- ning yoshiga qarab, boshqa birovlar esa bo‘yga qarab va hokazo tartibda o‘tirishni taklif qilishdi. Tortishuv cho‘- zilib ketdi, sho‘rva sovib qoldi, lekin stol yoniga hech kim kelib o‘tirmadi. Shunda ofitsiant quyidagi taklifni qilib, ularni ko‘ndirdi:

-Mening yosh do‘stlarim, tortishuvlaringizni bas qiling. Har qaysingiz to‘g‘ri kelgan joyga o‘tiring va mening taklifimga quloq soling. Har kim to‘g‘ri kelgan joyga o‘tirdi. Ofitsiant so‘zida davom etdi:

-Hozir qay tartibda o‘tirganingizni orangizdan bir kishi yozib qo‘ysin. Sizlar ertaga yana ovqatlangani shu yerga keling va boshqa tartibda o‘tiring. Indinga yana boshqacha tartibda o‘tiring va hokazo. To mumkin bo‘lgan joylashishning hamma turini amalda ko‘rguningizcha shunday qilavering. Siz bu yerda shu bugungiday o‘tirishingizga yangidan gal kelgan kundan boshlab men sizlarni har

kuni eng tansiq ovqatlar bilan bepul mehmon qilishga tantanali suratda va'da beraman.

Bu taklif yigitlarga yoqib tushdi. Har kuni shu restoranga yig'ilishga va tekin ovqatdan tezroq foydalanishni boshlash uchun stol atrofida o'tirishning hamma turlarini o'tkazishga qaror qilishdi.

Biroq ular ko'zlagan kunga erishishga muyassar bo'lmadilar. Buning sababi ofitsiantning o'z va'dasida turmaganida emas, balki stol atrofida mumkin bo'lgan o'tirishlar tartibi sonining juda ham kattaligidadir. U son oz emas — 3 628 800 ga teng. Kunlarning bunday soni qariyb 10 000 yilni tashkil etadi! Buni hisoblab chiqish qiyin emas.

Balki siz 10 kishining joy almashtirish usullari shu qadar katta son keltirib chiqarishiga ishonmassiz. Hisobni o'zingiz tekshirib ko'ring.

Eng oldin joy almashtirishlar sonini bilishni o'rganish kerak. Ma'lumki, ikki narsani faqat ikki usul bilan joylashtirish mumkin .

Ikki narsani faqat ikki usul bilan joylashtirish mumkin.

Endi bu misolni uchta narsa uchun ko'raylik. Ularni A, V va D deb nomlaylik. Biz ularni bining o'rniga ikkinchisini necha usul bilan almashtirib qo'yish mumkinligini bilishni istaymiz. Bunday muhokama yuritaylik. Agar D narsani bir chekkaga qo'ya tursak, qolgan ikkitasini atigi ikki usul bilan joylashtirish mumkin. Endi D narsani shu juftlardan har biriga birlashtirib ko'ramiz. Biz buni 3 turli qila olamiz:

- 1) D ni juftning ortiga qo'yamiz;
- 2) D ni juftning oldiga qo'yamiz;
- 3) D ni juftdagi narsalar orasiga qo'yamiz.

Ma'lumki, D narsa uchun shu uch holatdan boshqa

holat bo'lishi mumkin emas. Bizdagi juftlar ikkita, ya'ni AB va BA bo'lgani sababli narsalarni joylashtirishning hamma usuli quyidagicha bo'ladi:

$$2 \times 3 = 6.$$

Endi bundan nariga o'tamiz, ya'ni hisobni 4 narsa uchun bajaramiz.

Bizda 4 narsa — A, B, D va E bor deb faraz qilaylik. Hozircha bir narsani, masalan, E ni yana bir chekkaga qo'ya turamizda, qolgan uchta narsaning joylarini turlicha almashtiramiz. Bu joy almashtirishlar soni 6 ta ekanini, albatta, bilamiz. To'rtinchi E narsani 6 ta uchtalikdan har biriga necha usul bilan birlashtirish mumkin? To'rt usul bilan ekanligi ravshan:

- 1) E ni uchlikning ortiga qo'yish mumkin;
- 2) E ni uchlikning oldiga qo'yish mumkin;

Bir juft pashshadan biz yoz davomida hech to'sqinlikka uchramay urchib ko'payishi mumkin bo'lgan shu qadar ko'p pashshalarni aniqroq tasavur etish uchun ular ketma-ket turib qatorga tizilgan deb faraz qilaylik. Pashshaning bo'yi (uzunligi) 5 mm bo'lgani uchun ana shu pashshalarning hammasi 2 milliard 500 million kilometrga cho'zilgan bo'lar edi. Bu masofa Yerdan Quyoshgacha bo'lgan masofadan 18 marta katta (ya'ni taxminan Yerdan juda olisdagi Uran nomli say-yoragacha bo'lgan masofaga teng).

So'zimiz oxirida jonivorlarning qulay sharoitga tushish natijasida g'oyat tez ko'payib ketganligiga doir bir necha voqeyiy misollarni keltiramiz.

Amerikada ilgari vaqtda chumchuq bo'lmas ekan. Bizda oddiy qushlardan hisoblangan chumchuq Qo'shma Shtatlarga zararli hasharotlarga kushanda bo'larmikan degan maqsadda olib borilgan ekan. Ma'lumki, chumchuq bog' va poliz ekinlariga zarar yetkazuvchi qurt-qumursqalarni ko'plab terib yeydi. Yangi sharoit chumchuqlarga yoqib qolgan: Amerikada bu qushlarni qiradigan yirtqich jonivorlar bo'lmagan, shu sababli chumchuqlar tez urchib ko'payavergan. Zararli hasharotlar miqdori xiyala kamaygan, biroq ko'p o'tmay, chumchuqlar shu qadar ko'payib ketganki, yeyishga qurt-qumursqalar yetishmay qolganidan ular o'simliklarga yopirilgan va ekin-tekinlarni yeb bitira boshlagan. Chumchuqlarga qarshi kurash boshlashga to'g'ri kelgan. Bu kurash

amerikaliklarga juda qimmatga tushgan. Shuning uchun bundan buyon Amerikaga boshqa qit'alardan har qanaqa jonivor olib kelishni taqiqlovchi qonun chiqarilgan.

Ikkinchi misol. Avstraliyani yevropaliklar kashf etgan davrda bu qit'ada xonaki quyon bo'lmagan. U yeiga xonaki quyon XVIII asr oxirida olib kelingan. Bu yerda quyon kushandasi bo'lgan yirtqich hayvonlar yo'qligi sababli bu kemiruvchilar haddan tashqari tez sur'at bilan ko'paya borgan. Tez orada butun Avstraliyani quyon galalari bosib ketgan. Bu kemiruvchilar qishloq xo'jaligigajuda katta zarar va ofat yetkazgan. Qishloq xo'jaligiga kelgan bu ofatga qarshi kurash uchun g'oyat katta mablag sarflangan hamda kuch-g'ayrat bilan ko'rilgan choralar natijasidagina bu falokat daf qilingan. Shundan biroz keyin quyonlar ofati Kaliforniyada ham taxminan shu tarzda takrorlangan.

Uchinchi bir ibratli voqea Yamayka orolida sodir bo'lgan. Bu yerda zaharli ilonlar juda ko'p bo'lar ekan. Ulardan qutulish uchun orolga zaharli ilonlarning ashaddiy kushandasi bo'lgan mirzoqush (ilonxo'r)ni keltirishga qaror qilingan. Darhaqiqat, ilonlar tezda kamaygan, lekin ilgari ilonlarga xo'rak bo'lgan dala yalmonlari benihoyat ko'payib ketgan. Yalmonlar shakarqamish plantatsiyalariga shunchalik katta zarar yetkazganki, natijada yalmonlarni qirib tashlash to'g'risida jiddiy suratda bosh qotirishga to'g'ri kelgan. Ma'lumki, yalmonlarning kushandasi Hindiston mangustidir. Orolga shu jonivordan 4 juftini keltirib, ularning erkin ravishda ko'payishiga yo'l qo'yib berilgan. Mangustlar yangi muhitga yaxshi o'rganib, tez orada butun orolga yoyilib ketgan. Oradan o'n yil o'tar-o'tmas ular oroldagi yalmonlarning deyarli hammasini qirib bitirgan. Biroq mangustlar yalmonlarni qirib bitirgach, duch kelgan jonivorni yeb tiriklik qila boshlagan; ulardan kuchuk bolalari, echki bolalari, cho'chqa bolalari, uy parran- dalari va ularning tuxumlari ham omon qolmagan. Ular tobora ko'payib, mevazorlarga, g'allazorlarga, planta- tsiyalarga yopirila boshlagan. Aholi o'zlariga ittifoqchi bo'lgan bu jonivordami yo'q qilishga kirishgan, ammo u mangustlardan yetadigan zarar-zaxmatni bir darajaga qadar kamaytirishgagina muvaffaq bo'lganlar, xolos.

Tangalarni joydan joyga olib qo'yish. Bolalik chog'imda akamning menga tangalar bilan qiziq bir o'yin ko'rsatgani hali esimda. Akam uchta likopchani yonma-yon qo'yib, chekkadagi birinchi likopchaga 5 ta har xil tangani quyidagi tartibda — eng tagiga 1 so'mlik tangani; uning ustiga 50 tiyinlikni; uning ustiga 20 tiyinlikni, keyin 10 tiyinlikni, eng ustiga esal tiyinlikni qo'ydi. Quyidagi uchta qoidaga rioya qilgan holda bu tangalarni uchinchi likopchaga ko'chirish kerak. Birinchi qoida: bir martada yolg'iz bitta tangani ko'chirish kerak. Ikkinchi qoida: hech qachon katta tangani kichik tanga ustiga qo'ymaslik kerak. Uchinchi qoida: ikkala qoidaga rioya qilgan holda tangalarni o'rtadagi likopchaga vaqtincha qo'yib turish mumkin, lekin o'yin pirovardida hamma tanga uchinchi likopchada dastlabki tartibda turishi lozim.

bunda $n \approx 3,141\dots$, $e \approx 2,718\dots$. Matematikaning turli masalalarida muhim rol o'ynovchi ba'zi bir sonlar logarifm jadvallaridan foydalanib, Stirling formasiga asosan quyidagilarni osongina topish mumkin.

Qoidalar qiyin emasligini ko'rdik. Qani, endi ishga kirish, dedi akam. Men tangalarni ko'chirishni boshladim. 50 tiyinlikni uchinchi likopchaga qo'ydim, 10 tiyinlikni o'rtadagi likopchaga qo'ydim-u, taqqa to'xtab qoldim. 20 tiyinlikni qayoqqa qo'ysam ekan? Axir u 1 tiyinlikdan ham, 10 tiyinlikdan ham katta-ku.

— Nega hayron bolib qolding?!

— 1 tiyinlikni o'rtadagi likopchaga, 10 tiyinlik ustiga qo'y. Shunda 20 tiyinlik uchun uchinchi likopcha bo'shaydi, — dedi akam. Men ham akamning aytganiday qildim. Ammo keyin yana qiynalib qoldim. 50 tiyinlikni qayoqqa qo'ysam ekan? Biroq tezda fahmladim: awal 1 tiyinlikni birinchi likopchaga, 10 tiyinlikni uchinchi likopchaga va keyin 1 tiyinlikni ham uchinchi likopchaga olib qo'ydim. Endi 50 tiyinlikni bo'sh turgan o'rta likopchaga olib qo'ysa bd'ladi. So'ngra tangalarni bir necha marta u yoqdan-bu yoqqa, bu yoqdan u yoqqa olib qo'yganimdan keyin bir so'mlikni ham birinchi likopchadan olib qo'yishga va nihoyat, hamma tangalarni uchinchi likopchaga yig'ishga muvaffaq bo'ldim.

— Tangalarni necha marta olib qo'yding? — deb so'radi akam qilgan ishimni ma'qullab.

— Sanaganim yo'q.

— Qani, sanab chiqaylik. Mumkin qadar kam yurib, maqsadga erishish mumkinligini bilish qiziq-da. Agar tangalar 5 ta bo'lmay, faqat 2 ta, ya'ni 10 tiyinlik bilan

1 tiyinlikdan iborat bo'lsa, u holda nechta yurish kerak bo Mar edi?

— Uch yurish: 1 tiyinlikni o'rtadagi likopchaga, 10 tiyinlikni uchinchi likopchaga va keyin 1 tiyinlikni uchinchi likopchaga qo'yish kerak.

— To'g'ri, endi yana bir tangani, ya'ni yigirma tiyinlikni qo'shib, shu tangalarni necha yurishda ko'chirib tamomlash mumkinligini hisoblab chiqaylik. Buning uchun awalo ikkita kichik tangani birin-ketin o'rtadagi likopchaga olib qo'yamiz. Bunga 3 yurish kerakligini bilgan edik. So'ngra bir tangalikni bo'sh turgan uchinchi likopchaga olib qo'yamiz. Bu 1 yurish. Shundan keyin o'rtadagi likopchadan ikkala tangani ham uchinchi likopchaga olib qo'yamiz yana 3 yurish. Hamma yurish:

$$3 + 1 + 3 = 7$$

— To'rtta tanga uchun yurishlar sonini hisoblab chiqishni o'zimga qo'yib bering. Awal 3 ta kichkina tangalarni o'rtadagi likopchaga olib qo'yamiz - 7 ta yurish, so'ngra 50 tiyinlikni uchinchi likopchaga olib qo'yamiz — 1 ta yurish, undan keyin uchta kichik tangani qaytadan uchinchi likopchaga olib qo'yamiz yana 7 ta yurish. Jami $7+1+7=15$ ta yurish.

— Ofarin! Beshta tanga uchun yurish nechta bo'ladi?

— $15 + 1 + 15 = 31$, - buni o'zim birdaniga o'ylab topdim.

— Ha, balli, hisoblash yo'lini bilib olibsan. Lekin senga uni yana ham soddalashtirish mumkinligini ko'rsatib qo'yaman. Shuni bilginki, biz yuqorida hosil qilgan 3, 7, 15, 31 sonlari ikkini o'z-o'ziga bir marta yoki bir necha marta

ko‘paytirib, chiqqan natijaning bitta kamaytirilganidan iborat. Mana bunga diqqat bilan qara,— deb akam quyidagi jadvalchani yozdi:

$$3 = 2 \times 2 - 1, \quad 7 = 2 \times 2 \times 2 - 1, \quad 15 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1, \quad 31 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1.$$

— Tushundim: tanga necha marta joydan joyga olib qo‘yilsa, ikkilik o‘shancha marta ko‘paytuvchi qilib olinadi, keyin natijadan birlik ayiriladi. Men endi har qanday tangalar to‘plami uchun yurishlar sonini hisoblay olardim. Masalan, 7 ta tanga uchun:

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1 = 128 - 1 = 127$$

— Ana endi sen qadimiy o‘yinni yaxshi bilib olding. Lekin amaliy qoidasini ham yaxshi bilib dishing kerak: agar to‘plamdagi tangalar soni toq bo‘lsa, birinchi tanga uchinchi likopchaga, agar juft bo‘lsa, o‘rtadagi likopchaga olib qo‘yiladi.

— Siz, qadimiy o‘yin, dedingiz. Buni o‘zingiz o‘ylab chiqarmaganmisiz?

— Yo‘q, men buni faqat tangalarga tatbiq etdim. Bu o‘yin juda qadimiy bo‘lib, Hindistondan chiqqan deyishadi. Bu o‘yinga bog‘langan qiziq afsona bor. Banoras shahrida bir ibodatxona bor emish. Hind xudosi Barahma dunyoni yaratganda bu ibodatxonada uchta olmos tayoqcha yaratib, ulardan biriga 64 ta oltin halqa tizib qo‘ygan emish: halqalarning eng kattasi tagida bo‘lib, yuqorilashgan sari biridan biri kichik emish. Ibodatxona ruhoniylari kecha-yu kunduz hech to‘xtovsiz shu halqalarni bir tayoqchadan ikkinchisiga olib qo‘yishga majbur emishlar. Bunda ular uchinchi tayoqchadan yordamchi sifatida foydalanar emishlar va bizning o‘yinimiz qoidasiga amal qilgan holda ish ko‘rarmishlar; har safar faqat bitta halqa olib qo‘yilishi va kattasi kichigi ustiga qo‘yilmasligi kerak emish. Afsonada aytilishicha, 64 halqaning hammasi joydan joyga ko‘chirilib bo‘lganda qiyomat qoyim bo‘lar emish.

— O‘ho‘, agar bu afsonaga ishonilsa, demak, dunyo allaqachon yo‘q bo‘lib ketgan bo‘lishi kerak edi!

— 64 halqani joydan joyga ko‘chirish uncha uzoqqa cho‘zilmaydigan ish deb o‘ylaysanmi?

— Albatta. Har sekundda bittadan yurish qilinganda ham, bir soatda 3600 yurish qilish mumkin.

— Xo‘sh, nima bo‘pti?

— Axir, bir kecha-kunduzda qariyb yuz ming yurish bo‘ladi. O‘n kunda bir million yurish qilinadi. Amin- manki, bir million yurish bilan kam deganda mingta halqani joydan-joyga ko‘chirish mumkin bo‘ladi.

— Yanglishasan, uka, 64 halqaning hammasini ko‘- chirish uchun yaxlit son bilan aytganda 500 milliard yil kerak bo‘ladi!

— Nega unday bo‘lar ekan? Axir, yurishlar soni faqat 64 ta ikkilikning ko‘paytmasidan bitta kamiga teng- ku, bu esa mana shu sonni tashkil... Shoshmang, men hozir ko‘paytirib chiqaman!

— Juda soz. Sen ko‘paytirib bo‘lguncha men o‘z ishim bilan bir joyga borib kelaman.

Shunday qilib, akam hisoblash ishlarini menga qoldirib, o‘zi chiqib ketdi. Men awal 16 ta ikkilik ko‘payt- masini topdim, so‘ngra shu natijani (65 536 ni) o‘z- o‘ziga ko‘paytirdim, bundan chiqqan sonni yana o‘ziga ko‘paytirdim. So‘ngra chiqqan ko‘paytmadan birni ayirdim.

Natijada mana bu son hosil bo‘ldi:

18 446 744 073 709 551 615*

Demak, akam haqli ekan...

Haqiqatan dunyoning yoshi qanday sonlar bilan belgilanishini bilishga qiziqsangiz kerak. Bu haqda olimlar qo‘lida quyidagicha (albatta, taxminiyligina) ma’lumotlar bor:Quyosh 5 000 000 000 000 yildan beri mavjud. Yer shari 3 000 000 000 yildan beri mavjud. Yerda hayot 1 000 000 000 yildan beri mavjud. Odam 500 000 yildan beri mavjud.

Tevaragimizdagi va ichimizdagi ulkan sonlar. Ulkan sonlarga duch kelmoq uchun odatdan tashqari hollarni izlashning hojati yo'q. Ular tevarakatofimizda hatto o'zimizning ichimizda ham mavjud, faqat ulami qarab, topa bilish kerak. Tepamizdagi osmon, oyog'imiz tagidagi qum, atrofimizdagi havo, tanamizdagi qon... Bularning hammasi o'z ichida ko'zga ko'rinmaydigan ulkan sonlarni yashirib turadi.

Osmon fazolarining ulkan sonlari ko'pchilik kishilar uchun kutilmagan sonlar emas. Yaxshi ma'lumki, koinot yulduzlari soni haqida, biz bilan ular orasidagi masofalar va ularning o'zaro masofalari haqida, ularning kattaliklari, og'irliklari, yoshlari va hokazolar haqida gap borganda biz, albatta, aqlga sig'maydigan ulkan-ulkan sonlarga duch kelamiz. «Astronomik son» degan so'zning og'izdan og'izga ko'chib yurishi ham bejiz emas. Shu bilan birga, astronomlar ko'pincha «kichkina» deb atagan osmon jismlari ham asli haqiqatda ularga o'zimiz o'rganib qolgan Yer o'lchovlarini tatbiq etganda china- kam ulkan jismlar ekanligini ko'p odamlar bilishmaydi. Bizning Quyoshimiz sistemasida shunday sayyoralar borki, ular juda kichik bo'lgani sababli astronomlar ularga «kichik sayyoralar» deb nom berganlar. Ular orasida diametri atigi bir necha kilometrni tashkil etadiganlari ham bor. G'oyat katta masshtablarga o'rganib qolgan astronom nazarida bunday sayyoralar shunchalik kichik bo'lib tuyuladiki, astronom ular haqida gapirganda, ularni nazari ilmay, «jimit sayyoralar» deb ataydi. Lekin ular boshqa, juda katta osmon yoritqichlariga nisbatan «jimit» bo'lib ko'rinadi: odam qo'laydigan odatdagi o'lchovga nisbatan ular kichik emas. Diametri 3 km bo'lgan «jimit» sayyorani olaylik: geometriya qoidalariga ko'ra bunday jismning sirti (yuzi) 28 kv km yoki $28\,000\,000 \text{ kv m}$ ekanligini hisoblab chiqish oson. 1 kv m joyga yetti kishi tikka turgan holda sig'ishi mumkin. Ko'rasizki, 28 million kv m maydonda 196 million kishi uchun joy topiladi.

Oyog'imiz tagidagi qum ham bizni ulkan sonlar dunyosiga olib kiradi. Qadimgilardan qolgan «dengizqumiday hisobsiz» degan so'z bejiz emas. Lekin burungi odamlar qum donalarining ko'pligiga to'g'ri baho bermaganlar, ular bu

ko'plikni yulduzlarning ko'pligi bilan baravar deb hisoblaganlar. Qadim zamonda teleskop bo'lmagan, biz esa oddiy ko'z bilan osmonda (bitta yarim sharda) atigi 3 500 tacha yulduzni ko'ramiz. Dengiz qirg'og'idagi qum donalari qurollanmagan ko'zga ko'rinadigan yulduzlarga qaraganda million-million marta ko'pdir.

Biz nafas oladigan havoda juda ulkan sonlar yashirinib yotadi. Havoning har bir kub santimetrida, har bir angishvanada 27 kvintillion (ya'ni 27 yonida 18 ta nol) juda ham mayda zarrachalar bo'ladi, bu zarrachalar «molekulalar» deb ataladi.

Bu sonning naqadar katta ekanligini tasavur qilib ham bo'lmaydi. Agar dunyoda o'shancha odam bo'lsa edi, ularga bizning sayyoramizda joy yetishmas edi. Darhaqiqat shunday: Yer sharining yuzini uning qit'alari va okeanlarini qo'shib hisoblaganda, 500 million kv km ga teng keladi. Kvadrat metrlarga aylantirsak, 500 000 000 000 000 kv m bo'ladi. 27 kvintillionni shu songa bo'lsak, 54 000 sonini hosil qilamiz. Bu — Yer yuzining har bir kvadrat metriga 50 mingdan ortiq odam to'g'ri kelar edi, demakdir.

Yuqorida ulkan sonlar odam tanasi ichida ham yashirinib yotadi, degan edik. Buni biz qonimiz misolida ko'rsatamiz. Agar bir tomchi qon mikroskop ostida qaralsa, unda qizil tusda benihoyat ko'p va juda ham mayda tanachalar suzib yurganligi ko'rinadi. Qonga qizil tus beradigan narsa ham ana shu tanachalardir.

Mana shunday har bir «qizil qon tanachasi» kichkinagina dumaloq yostiqlik shaklida bo'lib, ikki tomoni botiqdir. Uni sport anjomi — gantelga o'xshatish mumkin. Odamdagi «qizil qon tanachalari»ning hammasi taxminan bir xil kattalikda bo'lib, uzunligi 0,007 mm, qalinligi 0,002 mm chamasidadir. Lekin ularning soni juda ko'p. 1 kub mm hajmdagi kichkinagina bir tomchi qonda 5 million chamasi qizil tanacha bo'ladi.

Tanamizdahammasi bo'lib qancha qizil qon tanachalari bor? Odam tanasidagi qon litrlari soni odam vaznini ifodalovchi kilogrammlar sonidan taxminan 14 marta kam. Agar sizning vazningiz 40 kg bo'lsa, tanangizdagi qon qariyb 3 litr

yoki 3 000 000 kub mm bo'ladi. Har bir kub mm da 5 million qizil tanachalar bo'lganidan, ularning tanangizdagi umumiy soni:

$$5000\ 000 \times 3\ 000\ 000 = 15\ 000\ 000\ 000\ 000$$

chamasida bo'ladi. 15 trillion qon tanachasi! Agar bu tanachalar bir qatorga tizilsa, uzunligi qancha bo'ladi? Bunday qatoming uzunligi 105 000 km bo'ladi, buni hisoblab chiqish qiyin emas. Qonimizning qizil tanachalaridan yasalgan ip yuz ming kilometrdan ham nariga cho'zilib ketgan bo'lar edi. Shu ip bilan Yer sharini ekvator bo'ylab

$$100\ 000 : 40\ 000 = 2,5 \text{ marta}$$

aylantirib chiqish mumkin bo'lardi.

Qon tanachalarining shunchalik maydaUgi bizning organizmimiz uchun qanday ahamiyatga ega ekanligini tushuntirib o'tamiz. Bu tanachalarning vazifasi butun badanga kislorod eltib turishdir. Qon o'pka ichidan o'tganda ular kislorod oladi va qon oqimi ularni tanamizning to'qimalariga, o'pkadan juda uzoqda bo'lgan joylariga eltganda kislorodni yana o'zidan ajratib chiqaradi. Shu tanachalarning juda ham maydaligi ularning bu xizmatni bajarishiga yordam qiladi, chunki ular, son jihatdan juda ko'p bo'lgani holda, qancha mayda bo'lsa, ularning sirti (yuzi) shuncha katta bo'ladi, qon tanachasi esa kislorodni faqat o'z sirti bilangina yutadi va chiqaradi. Hisoblash shuni ko'rsatadiki, ularning sirti odam tanasining sirtidan ko'p marta ortiq bo'lib, 1200 kv m ga teng keladi. Uzunligi 40 m va eni 30 m bo'lgan katta polizning yuzi ana shunday maydonni tashkil etadi. Endi siz qon tanachalari juda mayda bolakchalaiga bo'linganligiva son jihatdan juda ko'pligining organizm tirikligi uchun qay darajada muhim ekanligini tushunasiz: ular tanamizning sirtidan ming marta katta sirtida kislorod olishi va chiqarishi mumkin.

Odam 70 yoshga to'lganicha har xil oziq-ovqatdan o'rta hisob bilan qancha yeb-ichishini hisoblab chiqsangiz, natijada hosil bo'lgan sonni ham ulkan son deb aytish juda tfo'g'ri bo'ladi. Odam o'z umrida yeb- ichib, hazm qilishga ulguradigan tonnalab suv, non, go'sht, parranda go'shti, baliq,

kartoshka va boshqa xil sabzavotlarni, minglarcha tuxum, minglarcha litr sut va hokazolarni tashish uchun butun boshli temir yo'l poyezdi kerak bo'lar edi. Keltirilgan bu oziq-ovqatlarning vazni esa odam tanasining og'irligidan ming martadan ham ortadi. Odamning uzun poyezdga yuk bo'ladigan shu qadar ko'p miqdordagi oziq-ovqatni bahuzur yutib yubora olishiga (albatta, birdaniga emas) ishonmaysiz.

X U L O S A

Bitiruv – malakaviy ish referativ xarakterda bo'lib, u o'quvchilarda matematik o'yinlar tasavvurlarini yanada kengaytiradi, rivojlantiradi hamda har xil o'yinlarni o'rgatadi. Bitiruv –malakaviy ish kirish, ikkita bob, beshta paragraf, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan iborat.

Bitiruv-malakaviy ishning kirish qismida ishning dolzarbligi, maqsadi, muammosi, predmeti, ob'ekti va yangiligi kabi talablarga to'xtalgan.

Birinchi bob uch paragrafdan iborat bo'lib, birinchi paragrafda domina o'yinining bir nechitasi keltirilgan, Ikkinchi paragrafda taken o'yini, uchinchi paragrafda Loyd masalalari ko'rsatilgan. Har bir paragrafda o'yin qoidalari va o'yinga doir bir necha misollar keltirilgan. Ikkinchi bob ikkita paragrafdan iborat bo'lib, birinchi paragraf turli sonlarga, ikkinchi paragraf ulkan sonlarga bag'ishlangan.

Ushbu bitiruv-malakaviy ishda to'plangan materiallar, avvalambor o'quvchilarda matematik o'yinlar haqida tassavurini rivojlantiradi, har xil matematik o'yinlar bilan matematikaning boshqa fanlar bilan aloqadorligini o'rgatadi.

Mazkur bitiruv-malakaviy ishdan maktab o'quvchilari va o'qituvchilari foydalanishlari mumkin.

Ф.-м.ф.н.,доц.

Х.Норжигитов

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Y.I.Perelman. “ Qiziqarli matematika”.
- 2.Y.I.Perelman. “Jonli matematika”
- 3.S.I. Afonina “ matematika va go`zalik” “O`qituvchi “nashiriyoti.
- 4.A.S. Yunusov, S.I. Afonina ,M. A. Berdiqulov, A.S. Y unusova. “Qiziqarli matematika va olimpiada masalalari”.
- 6.Fizika-matematika va informatika ilmiy-uslubiy jurnal Toshkent-2007 .
- 7.Fizika-matematika va informatika ilmiy-uslubiy jurnal Toshkent -2003.
- 8.Matematik ensiklopediya Moskva -1985.
- 9.B.Y. Yagudayev “Ajoyib sonlar olamida” .
- 10.Azomov A, Fozilov T. “Yosh matematik qomusiy lug`ati.
- 11.A.A. Azamov Osnovaniya teori diskretnx igr.
- 12.H. Norjigitov, J. A. Bahromov Matematik olimpiada masalalarini yechish uchun qo`llanma.
- 13.www.google.uz
- 14.[www. Cut-the-knot. Org/pythagoras](http://www.Cut-the-knot.Org/pythagoras).

Tashqi taqriz

Bitiruv – malakaviy ish referativ xarakterda bo'lib, u o'quvchilarda matematik o'yinlar tasavvurlarini yanada kengaytiradi, rivojlantiradi hamda har xil o'yinlarni o'rgatadi. Bitiruv –malakaviy ish kirish, ikkita bob, beshta paragraf, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan iborat.

Bitiruv-malakaviy ishning kirish qismida ishning dolzarbligi, maqsadi, muammosi, predmeti, ob'ekti va yangiligi kabi talablarga to'xtalgan.

Birinchi bob uch paragrafdan iborat bo'lib, birinchi paragrafda domina o'yinining bir nechtasi keltirilgan, Ikkinchi paragrafda taken o'yini, uchinchi paragrafda Loyd masalalari ko'rsatilgan. Har bir paragrafda o'yin qoidalari va o'yinga doir bir necha misollar keltirilgan. Ikkinchi bob ikkita paragrafdan iborat bo'lib, birinchi paragraf turli sonlarga, ikkinchi paragraf ulkan sonlarga bag'ishlangan.

Ushbu bitiruv-malakaviy ishda to'plangan materiallar, avvalambor o'quvchilarda matematik o'yinlar haqida tassavurini rivojlantiradi, har xil matematik o'yinlar bilan matematikaning boshqa fanlar bilan aloqadorligini o'rgatadi.

Mazkur bitiruv-malakaviy ishdan maktab o'quvchilari va o'qituvchilari foydalanishlari mumkin.

GulDU p.f.n.,docent

D.Toshtemirov