ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ
ҚАРШИ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

ҚарДУ ХАБАРЛАРИ

Илмий-назарий, услубий журнал

Журнал 2009 йилда ташкил этилган

Йилига 4 марта чоп этилади

1(39).

Қарши – 2019

МУНДАРИЖА

4. Садовничий В.А. Теория операторов. – М.: Дрофа. 2004. – 382 с.
5. Городецкий В.В. и др. Методы решения задач по функциональному анализу. – Киев. 1990. – 479\М.

РЕЗЮМЕ

Ушбу мақолада ўлчовли фазо қаралади. Фараз қилайлик, чекли ўлчовли тақсимотлар оиласи ёрдамидаги (E,m) ихтиёрий ўлчовли фазо бўлсин. $\Omega = \prod_{i=1}^{\infty} E_i$, фазони қараймиз. бу ерда ҳамма натурал i сонлар учун $E_i = E$ дир. Мендель ўлчови P ва Бернулли ўлчови Q сингулярдлиги исботланган.

РЕЗЮМЕ

В данной статье изучаются пространство с мерой. Пусть (E,m) - произвольное пространство с мерой. Рассмотрим пространство $\Omega = \prod_{i=1}^{\infty} E_i$ с помошию согласованного семейства конечномерных распределений, где $E_i = E$ для всех натуральных i. Дано доказательство сингулярности менделевской меры P и бернуллиевской меры Q.

SUMMARY

This article explores the space with the measure. Let be (E,m) - arbitrary space with a measure. Consider the space $\Omega = \prod_{i=1}^{\infty} E_i$ with the help of a consistent family of finite-dimensional distributions, where $E_i = E$ for all natural i. The proof of the singularity of the Mendelianmeasure P and the Bernoulli measure is given. Q.

Рекомендовано к печати проф. Ю.Эшкабиловым

О ПЕРВОЙ ЗАДАЧЕ ДАРБУ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО ДИНАМИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ПОРОУПРУГОСТИ

Махсумова Н.К., Янгибоев З.Ш. (КарГУ)

Ключевые слова: *задача Дарбу, гиперболические уравнения, уравнение с памятью, пористоупругость, интегродифференциальное уравнение, сильное обобщенное решение, интегральное уравнение.*

Таянч сўз ва иборалар: *Дарбу масаласи, гиперболик тенглама, хотирали тенглама, говвак эластиклик, интегродифференциал тенглама, кучли умумлашган ечим, интеграл тенглама.*

Key words: *Darboux problem, hyperbolic equations, equation with memory, poristoelasticity, integrodifferential equation, strong generalized solution, integral equation.*

1. Постановка задачи

В плоскости независимых переменных x и t рассмотрим линейное гиперболическое уравнение с памятью вида

$$Lu := u_{tt} - u_{xx} + (\ln\sigma)'(x)u_x - b(x,t)\frac{\rho_l(x)}{\rho_s(x)}u -$$
$$-b^2(x,t)\frac{\rho_l(x)}{\rho_s(x)}\int_0^t e^{-\int_s^t b(x,y)dy} b(x,s)u(x,s)ds = f(x,t). \qquad (1)$$

Здесь u- искомая компонента вектора скорости смешений частиц упругого пористого тела с парциальной плотностью $\rho_s(x)$, $\sigma(x) = \sqrt{\mu(x)\rho_s(x)}$, $\mu(x)$, $b(x,t)$ -

положительная функция, $f(x,t)$ - заданная функция. Компонента **скорости жидкости** v с парциальной плотностью $\rho_l(x)$ связана с функцией u соотношением

$$v(x,t)=\int_0^t e^{-\int_s^t b(x,y)dy} b(x,s)u(x,s)ds.$$

Уравнение (1) возникает в теории пороупругости [1-7].

Следуя [8], введем обозначения $D_T := \{(x,t): 0<x<t, 0<t<T\}$, $T\le\infty$, треугольную область, ограниченную характеристическим отрезком $\Gamma_{1,T}: x=t, 0\le t\le T$, а также отрезками $\Gamma_{2,T}: x=0, 0\le t\le T$ и $\Gamma_{3,T}: x=T, 0\le t\le T$. Для уравнения (1) рассмотрим первую задачу Дарбу об определении в области D_T решения $u(x,t)$ этого интегродифференциального уравнения по краевым условиям (см., например, [9; с.228]):

$$u\Big|_{\Gamma_{i,T}}=0,\ i=1,2 \tag{2}$$

Исследуется первая задача Дарбу для гиперболических уравнений второго порядка с памятью. Обсуждается вопрос о разрешимости поставленной задачи.

Определение 1 [8]. Пусть $\rho_s(z)$, $\mu(x)$ - один раз непрерывно дифференцируемые функции, $\rho_l(z)$ - непрерывная функция на $[0,T]$ $b(x,t)\in C(\bar{D}_T)$, $f(x,t)\in C(\bar{D}_T)$. Функцию u будем называть *сильным обобщенным решением* задачи (1), (2) класса C в области D_T, если $u\in C(\bar{D}_T)$, и существует такая последовательность функций $u_n\in \tilde{C}^2(\bar{D}_T, S_T)$, что $u_n\to u$ и $Lu_n\to f$ в пространстве $C(\bar{D}_T)$ при $n\to\infty$, где

$$\tilde{C}^2(\bar{D}_T,S_T) := \{u\in C^2(D_T): u\Big|_{S_T}=0\},\ S_T := \Gamma_{1,T}\cup\Gamma_{2,T}.$$

2. Эквивалентная редукция задачи (1), (2) к линейному интегральному уравнению Вольтерра второго рода

Пусть $P := P(x,t)$ - произвольная точка области D_T. Обозначим через $D_{x,t}$ четырехугольник с вершинами в точках $O := O(0,0), P$, а также в точках P_1 и P_3, лежащих соответственно на носителях данных $\Gamma_{2,T}$ и $\Gamma_{1,T}$, т.е. $P_1 := P(0,t-x)$, $P_3 := P_3((x+t)/2,(x+t)/2)$. Очевидно, что область $D_{x,t}$ состоит из характеристического прямоугольника $D_{1x,t} := PP_1P_2P_3$ и треугольника $D_{2x,t} := OP_1P_2$, где $P_2 := P_2((t-x)/2,(t-x)/2)$.

Далее предположим, что коэффициенты $\rho_s(z)$, $\mu(x)$ - три раза непрерывно дифференцируемые функции, $\rho_l(x)$ - один раз непрерывно дифференцируемая функция на $[0,T]$, $b(x,t)\in C^1(\bar{D}_T)$.

Замечание. Известно, что при выполнении этих условий гладкости для коэффициентов для задачи (1), (2) корректно определена функция Грина – Адамара $G(x,t;x,t)$, которая вместе со своими частными производными до второго порядка включительно ограничена и кусочно-непрерывна, имея разрывы первого рода лишь при переходе через особое многообразие $t'+x'-t+x=0$ (см., например, [10], [11; с.230], [12; с.38]).

Для классического решения задачи (1), (2) u из класса $C^2(\bar{D}_T)$ справедливо следующее интегральное равенство:

$$u(x,t)-\int\limits_{D_{x,t}} G(x',t';x,t)b^2(x',t')\frac{\rho_l(x')}{\rho_s(x')}\int\limits_0^{t'} e^{-\int_s^{t'} b(x',y)dy} b(x',s)u(x',s)dsdx'dt' =$$

$$= \int\limits_{D_{x,t}} G(x',t';x,t)f(x',t')dx'dt', \quad (x,t)\in \bar{D}_T. \tag{3}$$

Пусть $u\in C(\bar{D}_T)$, является решением интегрального уравнения Вольтерра второго рода (3). Так как функция f непрерывна на $\bar{D}_T$, а пространство $C^2(\bar{D}_T)$ плотно в $C(\bar{D}_T)$, существует такая последовательность функций $f_n \in C^2(\bar{D}_T)$, что $f_n \to f$ в пространстве $C(\bar{D}_T)$ при $n\to\infty$. Аналогично, поскольку $u\in C(\bar{D}_T)$, существует такая последовательность функций $\tilde{u}_n \in C^2(\bar{D}_T)$, что $\tilde{u}_n \to u$ в пространстве $C(\bar{D}_T)$ при $n\to\infty$.

Положим

$$u_n : M_1\tilde{u}_n + M_2 f_n, \quad n=1,2,...$$

Здесь M_1 и M_2 - линейные операторы, действующие по формулам

$$M_1 u := \int\limits_{D_{x,t}} G(x',t';x,t)b^2(x',t')\frac{\rho_l(x')}{\rho_s(x')}\int\limits_0^{t'} e^{-\int_s^{t'} b(x',y)dy} b(x',s)u(x',s)dsdx'dt',$$

$$M_2 u := \int\limits_{D_{x,t}} G(x',t';x,t)b^2(x',t')u(x',t')dx'dt', \qquad (x,t)\in D_T.$$

Легко проверить, что $\tilde{u}_n \in \tilde{C}^2(\bar{D}_T, S_T)$, так как M_1, M_2 являются линейными непрерывными операторами, действующими в пространстве $C(\bar{D}_T)$, причем

$$\lim_{n\to\infty}\left\|\tilde{u}_n - u\right\|_{C(\bar{D}_T)} = 0, \quad \lim_{n\to\infty}\left\|f_n - f\right\|_{C(\bar{D}_T)} = 0,$$

имеем

$$u_n \to M_1 u + M_2 f,$$

в пространстве $C(\bar{D}_T)$ при $n\to\infty$. Но из равенства (4) следует, что $M_1 u + M_2 f = u$. Таким образом, доказана следующая

Лемма 1. Функция $u_n \in C(\bar{D}_T)$ является сильным обобщенным решением задачи (1), (2) класса C в области D_T тогда и только тогда, когда она является непрерывным решением нелинейного интегрального уравнения (3).

В силу линейности и вольтерровости можно доказать аналог леммы из [8].

Лемма 2. Для сильного обобщенного решения задачи (1), (2) класса C в области D_T справедлива априорная оценка

$$\left\|u\right\|_{C(\bar{D}_T)} \le c\left\|f\right\|_{C(\bar{D}_T)} \tag{4}$$

с положительными постоянными $c(T,\rho_l,\rho_s,\mu,b)$, не зависящим от u и f.

Доказательство. Пусть u – сильное обобщенное решение задачи (1), (2) класса C в области D_T. Тогда в силу определения 1 существует такая последовательность функций $u_n \in \tilde{C}^2(\bar{D}_T, S_T)$, что

$$\lim_{n\to\infty}\left\|u_n - u\right\|_{C\,\bar{D}_T} = 0, \quad \lim_{n\to\infty}\left\|Lu_n - f\right\|_{C\,\bar{D}_T} = 0. \tag{5}$$

Умножая обе части равенства (1) для $u = u_n$ на u_{nt} и интегрируя по области $D_\tau := x, t \in D_T : 0 < t < \tau,\ 0 < \tau \le T,$ будем иметь

$$\frac{1}{2}\int_{D_T}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial u_n}{\partial t}\right)^2 dxdt - \int_{D_T}\frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2}\frac{\partial u_n}{\partial t}\,dxdt =$$

$$= \int_{D_T}\left(f - \ln\sigma\ ' u_{nx} + b\frac{\rho_l}{\rho_s}u_{nt} - b^2\frac{\rho_l}{\rho_s}u_n + b^2\frac{\rho_l}{\rho_s}\int_0^t e^{\int_s^t b(x,y)dy} b(x,s)u_n(x,s)ds\right)\times$$

$$\times\frac{\partial u_n}{\partial t}\,dxdt.$$

Положим $I_\tau := \bar{D}_\infty \cap t = \tau,\ 0 < \tau \le T.$ Тогда с учетом $u_n\big|_{S_\tau} = 0$ интегрированием по частям левой части последнего равенства получаем

$$\int_{D_T}\left(f - \ln\sigma\ ' u_{nx} + b\frac{\rho_l}{\rho_s}u_{nt} - b^2\frac{\rho_l}{\rho_s}u_n + b^2\frac{\rho_l}{\rho_s}\int_0^t e^{\int_s^t b(x,y)dy} b(x,s)u_n(x,s)ds\right)\times$$

$$\times\frac{\partial u_n}{\partial t}\,dxdt = \int_{\Gamma_{1,T}}\frac{1}{2\nu_t}\left(\left(\frac{\partial u_n}{\partial x}\nu_t - \frac{\partial u_n}{\partial t}\nu_x\right)^2 + \left(\frac{\partial u_n}{\partial t}\right)^2\ \nu_t^2 - \nu_x^2\right)ds + \tag{6}$$

$$+\frac{1}{2}\int_{I_\tau}\left(\left(\frac{\partial u_n}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_n}{\partial x}\right)^2\right)dt,$$

где $\nu := (\nu_x, \nu_t)$ – единичный вектор внешней нормали к ∂D и $\Gamma_\tau := \Gamma_T \cap t \le \tau.$ принимая во внимание, что оператор $v_t\,\partial/\partial x - v_x\,\partial/\partial t$ является внутренним дифференциальным оператором на $\Gamma_{1,T}$, в силу $u_n\big|_{S_\tau} = 0$ будем иметь

$$\left(\frac{\partial u_n}{\partial x}v_t - \frac{\partial u_n}{\partial t}v_x\right)\Bigg|_{\Gamma_{1,T}} = 0. \tag{7}$$

Далее используя $v_t^2 - v_x^2\Big|_{\Gamma_{1,T}} = 0$ из [8], (7) из (6), получаем

$$w_n(\tau) := \int_{I_\tau}\left(\left(\frac{\partial u_n}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_n}{\partial x}\right)^2\right)dx \le$$

$$\le 2\int_{D_T}(f - (\ln\sigma)' u_{nx} + b\frac{\rho_l}{\rho_s}u_{nt} - b^2\frac{\rho_l}{\rho_s}u_n + \tag{8}$$

$$+b^2\frac{\rho_l}{\rho_s}\int_0^t e^{-\int_s^t b(x,y)dy} b(x,s)u_n(x,s)ds)\,\frac{\partial u_n}{\partial t}\,dxdt.$$

Отсюда используя ε – неравенство

$$2fu_{nt} \le \varepsilon(u_{nt})^2 + \frac{1}{\varepsilon}f^2,$$

получим

$$w_n(\tau) :\leq \varepsilon \int_{D_\tau} \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 dxdt + \|f\|^2_{D_\tau} -$$

$$-2\int_{D_\tau} ((\ln\sigma)' u_{nx} - b\frac{\rho_l}{\rho_s} u_{nt} + b^2 \frac{\rho_l}{\rho_s} u_n -$$

$$-b^2 \frac{\rho_l}{\rho_s} \int_0^t e^{-\int_s^t b(x,y)dy} b(x,s) u_n(x,s) ds) \frac{\partial u_n}{\partial t} dxdt. \tag{9}$$

Вводя обозначение

$$A := \max\left\{ \sup_{(x,t)\in\bar{D}_T} |(\ln\sigma)'|,\ \sup_{(x,t)\in\bar{D}_T} \left|b\frac{\rho_l}{\rho_s}\right|,\ \sup_{(x,t)\in\bar{D}_T} \left|b^2\frac{\rho_l}{\rho_s}\right|,\ \sup_{(x,t)\in\bar{D}_T} \left|b^3\frac{\rho_l}{\rho_s}\right| \right\},$$

в силу неравенства Коши имеем

$$-2\int_{D_\tau} ((\ln\sigma)' u_{nx} - b\frac{\rho_l}{\rho_s} u_{nt} + b^2 \frac{\rho_l}{\rho_s} u_n -$$

$$-b^2 \frac{\rho_l}{\rho_s} \int_0^t e^{-\int_s^t b(x,y)dy} b(x,s) u_n(x,s) ds) \frac{\partial u_n}{\partial t} dxdt \leq \tag{10}$$

$$\leq A\left[4\int_{D_T} \left(\frac{\partial u_n}{\partial t}\right)^2 dxdt + \int_{D_T} \left(\frac{\partial u_n}{\partial x}\right)^2 dxdt + \int_{D_T} u_n^2 dxdt\right].$$

Далее, из $u_n(x,t) = \int_x^t (\partial u_n(x,\tau)/\partial \mathrm{t})\, \mathrm{d}\tau,\ (\mathrm{x},\mathrm{t}) \in \bar{\mathrm{D}}_T$ после несложных преобразований получим

$$\int_{D_\tau} u_n^2 dxdt \leq \int_{D_\tau} \left(\frac{\partial u_n}{\partial t}\right)^2 dxdt.$$

Отсюда с учетом (8) и (9) следует, что

$$w_n(\tau) :\leq (\varepsilon + \mathrm{A}(\tau^2+4)) \int_0^\tau w_n(z) dz + \frac{1}{\varepsilon}\|f\|^2_{L_2(D_\tau)},\ \ 0 < \tau \leq T.$$

Из этого неравенства, с учетом леммы Гронуолла следует, что

$$w_n(\tau) :\leq \frac{1}{\varepsilon}\|f\|^2_{L_2(D_\tau)} \exp[\tau(\varepsilon + \mathrm{A}(\tau^2+4))].$$

Отсюда выбирая $\varepsilon = \tau^{-1}$ получим

$$w_n(\tau) :\leq \tau\|f\|^2_{L_2(D_\tau)} \exp[\tau(\mathrm{A}\,\tau(\tau^2+4)+1)]. \tag{11}$$

Если $(x,t) \in \bar{D}_T$, то в силу $u_n\big|_{S_T} = 0$ имеет место равенство

$$u_n(x,t) = u_n(x,t) - u_n(0,t) = \int_0^x \frac{\partial u_n(z,t)}{\partial z} dz,$$

откуда в силу (11) будем иметь

$$|u_n(x,t)|^2 \leq \int_0^x dz \int_0^x \left[\frac{u_n(\mathrm{z},\mathrm{t})}{x}\right]^2 dz \leq$$

$$\leq x\int_{I_t}\left[\frac{u_n(z,t)}{x}\right]^2 dz \leq xw_n(t) \leq tw_n(t) \leq$$
$$\leq t^2\|f\|^2_{L_2(D_t)}\exp[(At(t^2+4)+1)] \leq \tag{12}$$
$$\leq t^2\|f\|^2_{C(\bar{D}_t)}\,\mathrm{mes}D_t\exp[(At(t^2+4)+1)] \leq$$
$$\leq 2^{-1}t^4\|f\|^2_{C(\bar{D}_t)}\exp[(At(t^2+4)+1)], \quad (x,t)\in\bar{D}_t.$$

Из (12) следует,что

$$\|u_n\|_{C(\bar{D}_T)} \leq \sqrt{2^{-1}}T^2\|f\|_{C(\bar{D}_t)}\exp[2^{-1}(AT(T^2+4)+1)], \quad (x,t)\in\bar{D}_T. \tag{13}$$

В силу (5), переходя в последнем неравенстве к пределу при $n\to\infty$, получим

$$\|u\|_{C(\bar{D}_T)} \leq \sqrt{2^{-1}}T^2\|f\|_{C(\bar{D}_t)}\exp[2^{-1}(AT(T^2+4)+1)], \quad (x,t)\in\bar{D}_T. \tag{14}$$

Из оценки(14) следует оценка (4).
Следуя [8], введем следующие определения

Определение 2. Пусть коэффициенты $\rho_s(z)$, $\mu(x)$ - один раз непрерывно дифференцируемые функции $\rho_l(x)$- непрерывная функция на $[0,T]$, $b(x,t)\in C^1(\bar{D}_T)$. Мы утверждаем, что задача (1), (2) глобально разрешима в классе непрерывных функций C, если для любого конечного $T>0$ эта задача имеет сильное обобщенное решение класса непрерывных функций C в области D_T.

Уравнение (3) перепишем в операторном виде $u = Au := M(u+f)$.

Здесь оператор $A: C(\bar{D}_T)\to C(\bar{D}_T)$ является непрерывным и компактным, так как линейный оператор $M: C(\bar{D}_T)\to C(\bar{D}_T)$, действующий по формуле $Mu := M_1u + M_2f$, является ограниченным и непрерывным, а линейный оператор $M: C(\bar{D}_T)\to C(\bar{D}_T)$ является компактным. В то же время, согласно леммам 1 и 2, для любого параметра $s\in[0,1]$ и для любого решения $u\in C(\bar{D}_T)$, операторного уравнения $u = sAu$ справедлива априорная оценка

$$\|u\|_{C(\bar{D}_T)} \leq c\|f\|_{C(\bar{D}_T)}$$

с положительной постоянной c, не зависящей от u, f и s. Поэтому согласно теореме Лере-Шаудера (см., например,[13; с.375]) уравнение (3) при условиях леммы 2 имеет хотя одно решение $u\in C(\bar{D}_T)$. Тем самым, в леммы 1 нами доказана следующая

Теорема. Задача (1), (2) глобального разрешима в классе непрерывных функций C в смысле определения 2, т.е. если $f\in C(\bar{D}_T)$, то для любого $T>0$ задача (1), (2) имеет сильное обобщенное решение непрерывных функций C в области D_T.

Список литературы

1.Blokin A. M., Dorovcky V. N., Mathematical modeling in the of multivelocity continuum, *Nova Science Publishers, Inc, New York.* 1995, – 192 p.

2.Imomnazarov Kh. Kh. Estimates of conditional stability of some combined inverse problems for Maxwell's equations and equations of porous media // Comp. Appl. Math. 2001. v. 20. – PP. 20-34.

3.Имомназаров Х. Х. Численное моделирование некоторых задач теории фильтрации для пористых сред // Сиб.ЖИМ. 2001. т. IV, №2 (8). – С.154-165.

4.Имомназаров Х. Х., Холмуродов А. Э. Прямые и обратные динамические задачи для уравнения SH волн в пористой среде // Вестник НУУЗ, серия «Механика, математика». 2006. – №.2. – С. 86-91.

5.Imomnazarov Kh. Kh. and Kholmurodov A. E. Direct and inverse dynamic problems fot SH-wavrs in porous media // Mathematical and Computer Modelling. 2007. v. 45. – №.3-4. – PP. 270-280.

6.Жабборов Н. М., Имомназаров Х. Х. Некоторые начально-краевые задачи механики двухскоростных сред. Изд-во НУУз им. Мирзо Улегбека, 2012. – 212 с.

7.Имомназаров Х. Х., Имомназаров Ш. Х., Рахмонов Т. Т., Янгибоев З. Ш. Регуляризация в обратных динамических задачах для уравнения SH волн в пористой среде // Владикавказский математический журнал, 2013, т. 15. – №2. – С. 46-58.

8.Джохадзе О. М., Харибегашвили С. С. О первой задаче Дарбу для нелинейных гиперболических уравнений второго порядка // Математические заметки 2008, т. 84. – № 5, – С. 693-712.

9.Бицадзе А. В. Некоторые классы уравнений в частных производных. М.: Наука, 1981.

10.Лернер М. Е. О качественных свойствах функции Римана // Дифференц. Уравнения. 1991, т. 27, – № 12. – С. 2106-2120.

11.Нахушев А.М. Уравнения математической биологии. Высшая школа. – М., 1995.

12.Смирнов М.М. Уравнения смешанного типа. М.: Наука. 1970.

13.Треногин В.А. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1993.

РЕЗЮМЕ

Исследуется первая задача Дарбу для гиперболических уравнений второго порядка с памятью. Рассматривается вопрос о разрешимости поставленной задачи.

РЕЗЮМЕ

Иккинчи тартибли хотирали гиперболик типдаги тенгламалар учун Дарбунинг биринчи масаласи урганилди. Қўйилган масаланинг ечилиши ҳақидаги савол қаралди.

SUMMARY

Follows the first Darboux problem for second order hyperbolic equations with memory. The question of the solvability of the problem.

Рекомендовано к печати проф. Ю.Эшкабиловым

СОЛНЕЧНАЯ РАДИАЦИЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ВРЕМЕНИ СУТОК И ГЕОГРАФИЧЕСКИХ КООРДИНАТ

Вардияшвили А.А., Мейлиев Э.М., Вардияшвили А.А., Каримова С.Э. (КарГУ)

Ключевые слова: *солнечные лучи, освещенность, единичный вектор, угловая скорость, Солнце, Земля, угол, наклон, широта.*

Танч сўз ва иборалар: *қуёш нурлари, ёруглик, бирлик вектор, бурчак тезлиги, қуёш, ер, бурчак, қиялик, кенглик.*

Key words: *sun rays, illumination, unit vector, angular velocity, sun, earth, angle, incline, latitude.*

Климат местности зависит от среднего наклона солнечных лучей, и поэтому главную составляющую в климате каждой местности, в зависимости от усредненной температуры и от времени года, вносят условия согревания этого участка земной поверхности солнечными лучами, условия освещенности. Давайте посмотрим, как в течение года меняется освещенность земного шара на заданной широте. Освещенность, т. е. световая мощность попадающая на единичную площадку, как известно, обратно пропорциональна квадрату расстояния до источника. Кроме того, она пропорциональна косинусу угла α между направлением на источник света и нормалью, перпендикуляром к площадке:

$$\mathrm{E} = S_{\Theta}\left(\frac{\alpha_{\Theta}}{r}\right)^{2}\cos\alpha .$$