

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА УРТА МАХСУС
ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**

ГУЛИСТОН ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

САМАТОВ Ғ.Б.

Квант механика
(Маърузалар курси)

Гулистон – 2018 йил

Квант механика (маърузалар курси) – Гулистон: Университет, 2018, 120 бет .

Маъсул муҳаррир:

Техника фанлари номзоди, т.ф.н. М.Исроилов

Такризчи: Педагогика фанлари доктори, профессор М.Джораев

Ушбу квант механикадан маърузалар курси университетларнинг 5140200 ”Физика” бакалавриат таълим йўналиши талабалари учун мўлжалланган бўлиб, шу йўналиши ўқув режасининг умумкасбий фанлар блокадаги Квант механика фани бўйича намунавий ишчи дастур (ОЎМТ вазирлигининг 2016 йил 02 февралдаги 32 - сонли буйруғи билан тасдиқланган) талабларига тўла мос ҳолда тайёрланган. Маърузалар курсининг 1- қисми 5140200 ”Физика” бакалавриат таълим йўналишининг 3-курсида квант механика фанидан ўқув дастурининг 6-семестрда ўқитиладиган қисмига мос келади.

Квант механика (маърузалар курси) университет ўқув – методик кенгашининг 2017 йил 3-февралдаги 4-йиғилиши баённомасининг 3-масала бўйича қарори асосида нашр этишга ва ўқув машғулотида фойдаланишга тавсия этилган.

Маъруза курсини тайёрлашда 5140200 ”Физика” бакалавриат таълим йўналиши намунавий ўқув дастурида квант механика фанидан тавсия этилган асосий дарслик, ўқув қўлланмаларидан фойдаланилган.

М У Н Д А Р И Ж А

Сўзбоши	4
Квант механика фани бўйича мавзулар тақсимооти.....	5
Кириш	7

1-боб: Квант механиканинг физикавий асослари.

1- мавзу. Квант механика предмети, ўрни, мақсади. Абсолют қора жисм.....	8
2 - мавзу. Ёруғликнинг элементар квант назарияси.....	25
3 - мавзу. Де-Бройл тўлқинлари.....	37
4- мавзу. Координата ва импульсларни аниқлаш эҳтимоллиги. Гейзенберг ноаниқликлар муносабати.....	51

2-боб: Квант механиканинг математик аппарати.

5 – мавзу. Операторлар. Чизикли ва ўз-ўзига қўшма операторлар.....	60
6 - мавзу. Ҳусусий функцияларнинг асосий ҳоссалари.....	74
7 -мавзу. Заррачаларнинг координата, импульс, импульс моменти операторлари.....	86
8- мавзу. Импульс моменти квадрати ва кинетик энергия операторларининг ҳусусий функциялари	96

3-боб. Шредингер тенгламаси ва унинг содда масалалар учун ечими

9 - мавзу. Шредингер тенгламаси.Гамильтон оператори. Стационар ҳолатлар учун Шредингер тенгламаси.....	106
10 -мавзу. Операторларни вақт бўйича дифференциаллаш. Квант механикада ҳаракат тенгламалари.....	116
11 - мавзу. Сақланиш қонунлари.....	123
12- мавзу. Бир ўлчамли масалалар учун Шредингер тенгламаси ечими..	131
13- мавзу. Чизикли гармоник осциллятор.....	147
Глоссарий.....	157
Илова: 1. Фундаментал доимийлар.....	166
Илова: 2. Эгри чизикли координаталар.....	171

Сўз боши

Ушбу квант механика фанидан маърузалар курси (1-қисм) университетларнинг 5140200 "Физика" бакалавриат таълим йўналишлари талабалари учун мўлжалланган.

Маърузалар курси университетларнинг ушбу таълим йўналиши учун квант механика фанидан тавсия этилган намунавий ўқув дастурига асосан тайёрланган ва маъруза курсини тайёрлашда квант механика фанидан тайёрланган М.М.Мусахонов, А.С. Рахматов, "Квант механика" (2011 й.) дарслик, Д.И. Блохинцев "Основы квантовой механики" (1976 г.) ва Г.Х. Хошимов ва бошқалар "Квант механика асослари" (1995 й.) каби ўқув қўлланмаларидан фойдаланилган.

Намунавий дастурда назарий (маъруза) машғулотлари бўйича тавсия этилган ўқув қўлланмаларининг асосий қисми рус тилида ёзилган ва фақат юқорида кўрсатилган адабиётларгина ўзбек тилида ёзилган. Университет АРМида юқоридаги адабиётлар камлигидан талабалар учун, маълум маънода қулайлик яратиш мақсадида, ушбу маъруза курсининг биринчи қисми тайёрланди ва келгусида маъруза курси тўла тайёрланиб, ўқув жараёнида синовдан ўтгандан сўнг ўқув қўлланмасига айлантирилади.

Маърузалар курсида мавзулар ўқув дастури талаблари асосида жойлаштирилган ва қўлланиладиган математик аппаратнинг талабаларнинг олий математика курси дастури асосида ўрганилган материалларига мос келишига алоҳида эътибор қаратилган.

Маърузалар курси университетларнинг 5140200 –“ Физика” бакалавриат таълим йўналишининг 3-4 курс талабалари, академик лицейларнинг физика ўқитувчилари ва квант механика фанини ўрганиш истагида бўлган мутахассисларларнинг фойдаланиши учун мўлжалланган.

**Квант механика фани бўйича мавзулар
ТАҚСИМОТИ**

Т/р	Фаннинг бўлими ва мавзуси, маъруза мазмуни	Ўқув соатларининг машғулотлар турлари бўйича тақсимооти			
		Жами	Маъруза	Амалий машғулот	Мустақил таълим
3-курс, 6 (баҳорги) семестрда ажратилган ўқув соатлари : Жами: 100 соат, аудитория ўқув соатлари: 54 соат (шундан, маъруза 26 соат, амалий 28 соат) мустақил таълим 46 соат.					
	1-боб: Квант механиканинг физикавий асослари.	28	8	8	12
1.	Кириш. Квант механика предмети, ўрни, мақсади. Классик физиканинг асосий қийинчиликлари. Квант назариясининг пайдо бўлиши. Абсолют қора жисм. Стефан-Больцман қонуни. Релей-Джинс, Вин ва Планк ғоялари ҳамда формулалари	7	2	2	3
2.	Ёруғликнинг квант назарияси. Фотоэффект, Комптон эффекти. Ёруғликнинг тўлқин-корпускуляр дуализми. Бор постулатлари. Франк-Герц тажрибаси.	7	2	2	3
3.	Де-Бройл ғояси, Заррачаларнинг тўлқин табиати. Де-Бройл тўлқини. Тўлқин функция ва унинг физик маъноси, Де-Бройл тўлқинининг М.Борн томонидан статистик талқини.	7	2	2	3
4	Координаталарни аниқлаш эҳтимоллиги. Суперпозиция принципи. Импульсни аниқлаш эҳтимоллиги. Координата ва импульсни аниқлаш эҳтимоллиги, ўртача ва ўртача квадратик қийматларини ҳисоблаш. Гейзенберг ноаниқлик муносабатлари.	7	2	2	3
	2-боб: Квант механиканинг математик аппарати.	32	8	10	14
5.	Чизиқли ва ўз-ўзига қўшма операторлар. Физик катталикларнинг ўртача қиймати ва операторлари орасидаги боғланиш. Операторларнинг хусусий функциялари ва хусусий қийматлари.	7	2	2	3
6.	Хусусий функцияларнинг асосий хоссалари, Ўлчаш натижаларининг эҳтимоллигини ҳисоблаш. Ҳар қил механик катталикларни бир вақтда ўлчаш шарти.	7	2	2	3
7.	Заррачаларнинг координата ва импульс, импульс моменти операторлари, Гейзенберг ўрин алмаштириш муносабатлари.	8	2	2	4
8.	Импульс моменти квадрати операторининг хусусий қийматлари ва хусусий функциялари. Заррачаларнинг	10	2	4	4

	кинетик энергия оператори. Тўла энергия оператори. Гамильтониан.				
	3- боб: Шредингер тенгламаси ва стационар Шредингер тенгламасини микроразрачаларнинг содда потенциал майдонлардаги ҳаракати учун ечиш.	40	10	10	20
9.	Шредингер тенгламаси. Эҳтимоллик оқими ва зичлиги. Стационар ҳолатлар. Стационар ҳолатлар учун Шредингер тенгламасини ечиш.	7	2	1	4
10.	Операторларни вақт бўйича дифференциаллаш. Пуассон қавслари. Квант механикасида ҳаракат тенгламалари.	8	2	2	4
11	Сақланиш қонунлари. Энергиянинг, импульснинг, импульс моментининг сақланиш қонуни Жуфтликнинг сақланиш қонуни.	4	2	-	2
12	Бир ўлчамли масалалар. Чексиз чуқур потенциал ўрадаги ҳаракат. Потенциал тўсиқдан ўтиш ва қайтиш.	12	2	4	6
13	Чизиқли гармоник осциллятор. Чизиқли гармоник осциллятор учун стационар Шредингер тенгламасини ечиш. Чизиқли гармоник осцилляторнинг энергия формуласи. Чизиқли гармоник осцилляторнинг тўлқин функциялари.	9	2	3	4
	Семестр бўйича жами:аудитория ўқув соати	100	26	28	46

К И Р И Ш

Квант механика ҳозирги замон назарий физикасининг энг муҳим бўлимларидан бири бўлиб, микрозарралар (электрон, протон ва бошқа элементар зарралар, атомлар, молекулалар, атом ядролари) ва уларнинг системасининг ҳаракат қонунларини ва бу ҳаракатларни тавсифлаш усулларини ўрганади. Квант механика микрозарралар оламини физикавий тавсифлашнинг умумий назарияси ҳисобланади.

Квант механика микрозарраларнинг тезлиги $\frac{v}{c} \ll 1$ шартга мос ҳолларда норелятивистик квант механика ва микрозарраларнинг тезлиги $\frac{v}{c} \gg 1$ шартга мос ҳолларда эса релятивистик квант механика деб аталади.

Квант механиканинг ўрганиш соҳаси ҳисобланувчи микрооламда атомизм билан дуч келамиз, атомизм макрооламда мавжуд эмас, микрозарраларни макроскопик тасаввурларда қараш мумкин эмас, ундан ташқари микрооламдаги атомизм механик ҳаракат учун қандайдир абсолют ўлчовнинг мавжудлиги билан ифодаланади. Бу ўлчов микрозарралар механикасида биринчи даражали аҳамиятга эга бўлган Планк доимийси $\hbar$ ҳисобланади. Планк доимийсининг очилиши макроолам соҳасидаги қонуниятларни микрооламга татбиқ этишнинг ўринли эмаслигига дастлабки муҳим огоҳлантириш бўлган.

Демак квант механиканинг ўрганиш предмети микрозарраларнинг ҳаракати ҳисобланади. Квант механика статистик назария ҳисобланади.

Квант механика билан классик статистик механика орасида чуқур фарқ мавжуд, чунки квант механика микрозарраларнинг индивидуал хоссаларини ва индивидуал микрожараёнларни статистик тўпламлар – ансамбллар асосида ўрганади.

1-боб: Квант механиканинг физикавий асослари.

1- Мавзу : 1.1.Квант механика предмети, ўрни, мақсади. Абсолют қора жисм.

"Квант механика 5140200 "Физика" бакалавриат таълим йўналиши "Назарий физика курси" нинг асосий бўлими бўлиб, ҳозирги замон назарий физикасида муҳим ўрин эгаллайди ва микрозарралар (электрон, протон ва бошқа элементар зарралар, молекулалар, атом ядролари) ва микрозаррачалар системасининг ҳаракат қонунларини, бу ҳаракатларни тавсифлаш усулларини ўрганади.

Квант механикада заррачалар ва зарралар системасини характерловчи физик катталиклар билан физик катталикларнинг тажрибада бевосита ўлчанадиган қийматлари ўртасидаги муносабатлар ҳисоблаб топилади. Квант механика одатда кичик тезликларда $\frac{v}{c} \ll 1$ ўринли бўлган норелятивистик ва $\frac{v}{c} \gg 1$ тезликларда ўринли бўлган релятивистик квант механикалари бўлинади. Норелятивистик квант механика бутунлай тугалланган ва мантиқий қарама-қаршиликсиз назария ҳисобланади, релятивистик квант механика эса ҳозирча тугалланмаган назария ҳисобланади. Ҳозирги кунда 19- асргача маълум бўлган физикани классик физика деб аташ қабул қилинган.

Квант механиканинг физика фанидаги тутган ўрни ва қўлланиш чегарасини олам масштаби (ўлчами) тушунчасида тасаввур қилиш фикр доирамизни кенгайтиришга ёрдам беради.

Бир бутун олам учун умумий (универсал) қонуниятлар йўқлигини, оламнинг хусусиятларини эътиборга олган ҳолда олам ўлчовини шартли тўртта соҳага ажратамиз.

1-соҳа: $0 < R < 10^{-18}$ м, субмикроолам;

2-соҳа: $10^{-18} \text{ м} < R < 10^{-7} \text{ м}$, микроолам;

3-соҳа: $10^{-7} \text{ м} < R < 10^{24} \text{ м}$, макроолам;

4-соҳа : $10^{24} \text{ м} < R < \infty$ мегаолам.

Ҳар бир олам ўз фундаментал доимийсига эга, бу катталиқ мазкур оламдаги физик катталиқларининг ўлчов бирлиги ва бу фундаментал доимийлик бир оламдан иккинчи оламга ўтиш чегарасини билдиради.

Субмикроолам ўлчами электрон ўлчамидан (10^{-18} м) кичик бўлган соҳалар бўлиб, техник қийинчиликларга кўра амалий жиҳатдан ўрганилмаган. Макроолам бошқа соҳаларга қараганда классик физика томонидан нисбатан мукаммал ўрганилган.

Мегаолам физиканинг космология бўлими томонидан ўрганилмоқда.

Микроолам электрон ўлчамидан (10^{-18} м) бошлаб молекула ўлчамигача (10^{-7} м) бўлган соҳани ўз ичига олади.

Ўлчами шу оралиққа мос келган барча заррачалар (элементар заррачалар, ядро, атом, молекула ва ҳақозо) **микрзаррачалар** дейилади. Биз уларни **қисқача заррачалар (зарралар)** деб ҳам юритамиз.

Квант механика - микрооламнинг объектив хусусиятларини ўзида акс эттирувчи физиканинг бўлими ҳисобланади.

Квант механика - микрзаррачалар (уларнинг системалари) нинг ҳаракат қонунлари ва тавсифлаш усулларини, ҳамда уларни ҳарактерловчи катталиқларни тажрибада ўлчанадиган физикавий катталиқлар билан ўзаро боғловчи назариядир.

Микрзаррачаларга - элементар заррачалар, атомлар, молекулалар ва атом ядролари киради ва ўрганилиш мақсадига қараб, уларни структурасиз микрообъект сифатида қараш мумкин.

Шундай қилиб, **квант механика - микродунё ҳодисаларини ўрганувчи физикавий назариядир.**

Квант механика фан сифатида қуйидаги хусусиятларга эгадир:

- Квант механика макроскопик соҳадаги кундалиқ тажрибалар асосида ҳосил бўладиган тасаввурларга ҳамда қатор физикавий тасаввурларга умуман ўхшамайдиган физикавий тасаввурларга асосланади.
- Квант механикада қўлланиладиган математик аппарат, энг содда ҳолларда ҳам, классик механиканинг математик апаратыдан мураккаброкдир.

Абсолют қора жисмнинг нурланиш қонунлари.

Мувозанатли иссиқлик нурланишини ўрганиш ва қонуниятларини тавсифлаш йўналишида олиб борилган экспериментал ва назарий тадқиқотлар квант назарияси асосларининг яратилишида ўзига ҳос ўрин эгаллайди. Физика тарихидан маълумки, XIX асрнинг охирларида механика, электродинамика, термодинамика ва классик статистик физика соҳаларида эришилган катта ютуқлар кўпчилик олимларда классик физиканинг эришган муваффақиятларига катта ишончни ҳосил қилган.

Уильям Томсон (лорд Кельвин) Лондон қироллик жамияти (Англия фанлар академияси) нинг янги XX – асрнинг биринчи йилини кутиб олишга бағишланган тантанали йиғилишида “ Физика фанининг уфқлари тоза, лекин унда иккита булут сузиб юрибди: Майкельсон тажрибалари натижалари ва абсолют қора жисм нурланиш спектрида энергия тақсимооти муаммоси” – деган фикрларни билдирганлиги юқоридагиларни маълум маънода тасдиқлайди. Ўша даврдаги жуда машҳур физиклар ҳам бу “икки булутнинг ” - замонавий физиканинг иккита асосий йўналиши, яъни нисбийлик назарияси ва квант механиканинг вужудга келишида жуда катта рол ўйнашини ҳатто ҳаёлларига ҳам келтирмаган эдилар.

XIX асрнинг охирларига келиб абсолют қора жисмнинг иссиқлик нурланиш спектрида энергиянинг тақсимланиш муаммоси олимларнинг нафақат назарий ҳатто амалий тадқиқотлар ўтказишга нисбатан қизиқишини ҳам жуда кучайтирган.

Классик физиканинг имкониятлари асосида иссиқлик нурланиши муаммоларини назарий ва экспериментал ўрганишда бу муаммо тўла ҳал этилмади ва бу натижалар классик физиканинг камчиликларини кўрсатиб бериш билан бирга физика фанида буюк инқилобга олиб келди. Қуйида иссиқлик нурланиши, яъни абсолют қора жисмнинг нурланишини ўрганишга оид мавзуни батафсил баён этамиз.

1809 йилда физик - олим П.Врево томонидан ўтказилган тажрибаларда икки жисмнинг нурланиши ҳар ҳил бўлса, уларнинг ҳар ҳил

миқдорда энергия ютиши экспериментал тасдиқланган ҳамда жисмларнинг нурланиши ва нур ютиши орасида боғланишнинг мавжудлиги исботланган.

1859 йилда Г.Кирхгоф томонидан иссиқлик нурланиш қонунлари очилган, иссиқлик нурланишининг - жисмларнинг нурланиш ва нур ютиш қобиляти каби миқдорий характеристикалари киритилган.

Иссиқлик мувозанати ҳолатида жисмларнинг нурланиш қобилятининг нур ютиш қобилятига нисбатини ифодаловчи $-\varepsilon(\omega, T)$ функция киритилган ва Кирхгоф функцияси деб аталади ҳамда частота ва температуранинг универсал функцияси ҳисобланади.

Кирхгоф қонунига асосан абсолют қора жисмнинг нурланиш интенсивлиги моддага боғлиқ бўлмасдан фақат частота ва температурага боғлиқ бўлиши тасдиқланган. Кирхгоф қонунининг исботи термодинамиканинг иккинчи қонуни, яъни совуқ жисмдан иссиқ жисмга иссиқликни ўз-ўзидан ўтказиб бўлмаслиги билан боғланган, агар киритилган Кирхгоф функцияси- $\varepsilon(\omega, T)$ универсал функция бўлмаганида “абадий двигател”ни ясаш мумкин бўлар эди.

Жисмларнинг нурланиш қобиляти $E(\omega, T)$ қуйидагича аниқланади.

$$E(\omega, T) = \frac{dW_{нур}}{d\omega} \quad (1.1.1)$$

Бу ерда $dW_{нур}$ - T – температурада жисм сиртининг бирлик юзасидан, бирлик вақтда ω ва $\omega + d\omega$ частоталар интервалида нурланаётган нурланиш энергиясини ифодалайди. Бу катталик жисмнинг бирлик юзасидан бирлик частота интервалидаги нурланиш қувватига ҳам тенг бўлади. Жисмларнинг нур ютиш қобиляти эса қуйидагича ифодаланади.

$$A(\omega, T) = \frac{dW_{ютиш}}{d\omega} \quad (1.1.2.)$$

(1.1.2) даги $A(\omega, T)$ - катталик жисм сиртининг бирлик юзасига, бирлик вақтда ω ва $\omega + d\omega$ частоталар интервалида тушаётган электромагнит нурланиш энергиясининг қандай $dW_{ютиш}$ қисми жисмда ютилаётганлигини кўрсатади.

Жисмларнинг нурланиш ва нур ютиш қобилиятлари частота ω ва температура T дан ташқари жисмларнинг кимёвий таркиби ва сиртнинг ҳолатига ҳам боғлиқ бўлиши ўтказилган тажрибаларда тасдиқланган. Кирхгоф қонуни қуйидагича ифодаланади.

$$\frac{E(\omega, T)}{A(\omega, T)} = \varepsilon(\omega, T) \quad (1.1.3.)$$

Жисмларнинг нурланиш қобилиятининг нур ютиш қобилиятига нисбати жисмларнинг материалига боғлиқ бўлмасдан частота ω ва температура T нинг $\varepsilon(\omega, T)$ - универсал функцияси ҳисобланади.

Кирхгоф функцияси - $\varepsilon(\omega, T)$ нинг физикавий моҳиятини аниқлаш мақсадида $A(\omega, T)=1$ деб қабул қилсак, яъни ихтиёрий температурада ўзига тушаётган нурланиш энергиясининг, уларнинг частоталарига боғлиқ бўлмаган ҳолда тўла ютувчи абсолют қора жисм тўғрисидаги тасаввурни киритишимиз мумкин, демак бу ҳолда $\varepsilon(\omega, T)$ - абсолют қора жисмнинг, фақат частота ω ва температура T га боғлиқ бўлган, нурланиш қобилиятини ифодалайди.

Қора бўлмаган жисмлар учун Кирхгоф қонунининг интеграл кўринишдаги ифодасини олиш учун қора бўлмаган жисмларнинг нурланиш қобилияти каби тушунча киритилади.

Жисмнинг бирлик сирт юзасидан 0 дан ∞ гача бўлган тўла частота интервалида нурланаётган иссиқлик нурланишининг тўла қуввати, интеграл нурланиш қобилияти (энергетик ёрқинлик)- $E(T)$ қуйидагича аниқланади.

$$E(T) = \int_0^{\infty} E(\omega, T) d\omega \quad (1.1.4)$$

Кирхгоф қонуни (1.1.2) дан фойдаланиб, $E(\omega, T) = A(\omega, T)\varepsilon(\omega, T)$ ни (1.1.4) га қўямиз.

$$E(T) = A(T) \int_0^{\infty} \varepsilon(\omega, T) d\omega = A(T)\varepsilon(T) \quad (1.1.5)$$

Абсолют қора жисмдан фарқли равишда қора бўлмаган жисм тушунчасини киритамиз, бундай жисмлар учун $A(\omega, T) = A(T)$ га тенг бўлади, яъни бундай жисмларнинг нур ютиш қобилияти ҳамма частота интервалида бир хил бўлиб, фақат температурага, жисмнинг материали ва сиртининг ҳолатига боғлиқ бўлади.

Қора бўлмаган жисмларнинг интеграл нурланиш қобилияти қуйидагича аниқланади.

$$E_c(T) = A(T) \int_0^{\infty} \varepsilon(\omega, T) d\omega = A(T) \varepsilon(T) \quad (1.1.6)$$

(1.1.6) формула қора бўлмаган жисмлар учун Кирхгоф қонунининг интеграл кўринишини ифодалайди.

Кирхгоф қонуни асосида абсолют қора жисмнинг нурланиш қонунлари ўрганила бошланди.

1879 йилда И.Стефан томонидан экспериментал тадқиқотлар натижасида абсолют қора жисмнинг интеграл нурланиш қобилияти абсолют температуранинг тўртинчи даражасига пропорционаллиги тўғрисида хулосалар олинди. 1884 йилда Л.Больцман термодинамиканинг иккинчи қонунини абсолют қора жисмнинг нурланишига татбиқ этиб назарий йўл билан ҳам худди шундай хулосага келади.

$$\varepsilon(T) = \sigma T^4, \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{Вт}{м^2 K^4}$$

Стефан-Больцман қонуни асосида ҳам Кирхгоф функцияси - $\varepsilon(\omega, T)$ нинг кўринишини аниқлаш масаласи ҳал этилмайди.

1886 йилда Вильгельм Вин абсолют қора жисмнинг нурланиши бўйича экспериментал натижаларни таҳлил этиб, бирлик ҳажм ва бирлик частота интервалига мос келувчи нурланиш энергияси - $\rho_{\omega}(T)$, яъни нурланишнинг спектрал зичлиги - $\rho_{\omega}(T)$, $\frac{\omega}{T}$ катталикнинг ортиб бориши билан, экспоненциал қонун бўйича камайиб боради деган хулосага келади (Вин қонуни). Вин қонуни қуйидаги формула билан ифодаланади.

$$\rho_{\omega}(T) = A \omega^3 \exp(-B \cdot \omega) \quad (1.1.7.)$$

бу ерда, A , B - доимий катталиклар, бу қонун $\frac{\omega}{T}$ нинг катта қийматларида экспериментал натижаларни тўла тушунтираолади.

Кундалик тажрибалар қиздирилган жисмларнинг ўзларидан ёруғлик тарқатишини ва жисм температурасининг ортиб бориши билан қизил чўғланиш дастлаб сариқ сўнгра оқ рангли кўринишга ўтишини кўрсатади.

Жисмлар ҳар қандай $T \neq 0$ бўлмаган температураларда нурланади, лекин паст температураларда бу нурланиш инфра-қизил нурлар кўринишида бўлади.

Фараз қилайлик, ҳар ҳил температурага қиздирилган бир нечта жисм идеал акслантирувчи деворлар билан ўралган ковакга жойлаштирилган бўлсин. Ковак ичида ҳаттоки, абсолют вакуум бўлган ҳолда ҳам, жисмлар нурланиш ёрдамида энергия алмашадилар. Нурланишини ҳосил қилувчи электромагнит тўлқинларнинг тарқалиш тезликларининг чекланганлиги сабабли, ковакнинг ичи нурланиш энергияси билан тўлади. Тажрибалар кўрсатадики, вақт ўтиши билан системада стационар ҳолат ҳосил бўлиб, ковак ичидаги ҳамма жисмларнинг температураси тенглашади, яъни нурланиш орқали жисмларнинг бирлик юзасидан бирлик вақтда қанча энергия ажралса, худди шунча миқдордаги энергия ютилади.

Жисмлар орасидаги фазода нурланиш энергиясининг зичлиги фақат температурага боғлиқ бўлган маълум бир ўзгармас қийматга эришади ва бундай нурланиш **мувозанатли нурланиш** деб аталади.

Агар қаралаётган ковакда етарлича кичик тирқиш очилса, у орқали нурланиш ташқарига чиқиб турса ҳам ковак ичидаги мувозанат бузилмайди. Ташқаридан тирқиш орқали ковак ичига тушувчи нурланиш эса кўп марта аксланиш ҳисобига тўла ютилади.

Шундай қилиб жуда кичик тирқишли ковакни абсолют ютувчи жисм модели сифатида қараш мумкин, бундай жисм **абсолют қора жисм** дейилади. Баъзан, абсолют қора жисмнинг нурланиши **мувозанатли нурланиш** деб ҳам аталади. Маълумки, иссиқлик нурланиши, нурланаётган

жисмнинг хоссалари, унинг нурланиш спектрига қараб ўрганилади лекин, бундай қарама-қаршиликлар юзаки бўлиб, оптик спектроскопияда одатда нурланаётган жисм билан мувозанатда бўлмаган нурланиш ҳақида ҳам фикр юритилади. Бундай мувозанатда бўлмаган нурланишгина нурланувчи жисм ҳақида маълумот бера олади. Агар шу нурланувчи жисмни тўла акслантирувчи девор билан ўралган ковакга жойлаштирсак, тезда специфик характеристик нурланиш, иссиқлик нурланишига айланади.

Мувозанатда бўлмаган нурланишнинг мувозанатли нурланишга айланишида "хотиранинг йўқолиши" жуда кўп марта сочилиш, нурланиш ва ютилиш туфайли рўй беради.

Мувозанатли нурланиш энергиясини ҳисоблашда иссиқлик нурланиши электромагнит майдон нурланиши сифатида қаралади. Ковакдаги электромагнит майдон маълум йўналиш бўйича кутбланувчи ва ҳар хил частотага эга бўлган **турғун тўлқинлар** системасига ажратилади. Математик нуқтаи - назардан турғун тўлқин ҳам худди тебранувчи атом ёки осциллятор тенгламасига ўхшаш тенглама билан ифодаланади. Шунинг учун ҳар бир турғун тўлқинга ҳам худди тебранувчи осциллятор каби КТ энергия мос келади.

Шундай қилиб, иссиқлик нурланиш энергиясини ҳисоблаш учун $\omega_1\omega + d\omega$ частоталар интервалидаги турғун тўлқинлар сони dN ни ҳисоблаш керак. dN - статистик физика курсида ҳисобланган ва қуйидагича ифодаланади:

$$dN = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} V d\omega \quad (1.1.8.)$$

$\omega_1\omega + d\omega$ частота интервалидаги мувозанатли нурланиш энергияси ифодаси

$$dE_\omega = V \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} K T d\omega \quad (1.1.9.)$$

кўринишда бўлади.

Нурланиш энергиясининг спектрал зичлиги эса қуйидагича аниқланади:

$$\rho_\omega = \frac{dE_\omega}{V d\omega} = \frac{dU}{d\omega} \quad (1.1.10)$$

Нурланиш энергиясининг спектрал зичлиги ρ_ω – деб бирлик частота интервали ва бирлик ҳажмга мос нурланиш энергияси $-dE_\omega$ ёки бирлик частота интервалига мос келувчи нурланиш энергияси зичлиги dU - га айтилади. (1.1.8.) ифодадан фойдаланиб, ρ_ω учун қуйидаги ифодани ёзамиз:

$$\rho_\omega(T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} KT \quad (1.1.11.)$$

(1.1.11.) ифода **Релей-Джинс** қонуни дейилади.

Ковакнинг V -ҳажмига тўғри келувчи мувозанатли нурланишнинг тўла энергияси E_{nur} (1.1.11.) ифодани частота ω нинг тўла ўзгариш (яъни 0 дан ∞ гача) интервалида интеграллаш орқали аниқланади.

$$E_{nur} = \int_0^\infty dE_\omega = \frac{KT}{\pi^2 c^3} V \int_0^\infty \omega^2 d\omega \Rightarrow \infty \quad (1.1.12.)$$

(1.1.12) дан кўринадики, классик тасаввурларга асосан иссиқлик нурланиш энергиясининг чекли ҳажм ичидаги қиймати чексиз миқдорга интилади . Бу хулоса тажрибада олинадиган натижаларга зид бўлиб, П.С. Эренфест таъбири билан айтганда, **"Ультрабинафшавий ҳалокат"** деб аталади.

Юқорида таъкидлангандек, Релей-Джинс формуласи ω - нинг тўла ўзгариш (яъни 0 дан ∞ гача) интервалида тажрибаларга мос келмайдиган хулосаларга олиб келса ҳам, паст частоталар интервалида экспериментал натижаларни тўлиқ тушунтира олади.

Макс Планк Виннинг эмпирик қонунини назарий тушунтириш ҳамда абсолют қора жисм нурланиш интенсивлигининг частота бўйича тақсимотини назарий ўрганиш мақсадида тадқиқотлар олиб боради.

Вин томонидан Кирхгоф формуласи бир ўзгарувчили кўринишга келтирилган ва бу формула Виннинг структуравий формуласи дейилади.

$$\rho_\omega d\omega = \omega^3 F\left(\frac{\omega}{T}\right) d\omega \quad (1.1.13.)$$

Виннинг структуравий формуласи T – температурали абсолют қора жисмнинг бирлик частота интервалига тўғри келувчи нурланиш энергияси

зичлигини аниқлаш формуласи ҳисобланади ва T – температуранинг ўзгариши билан энергиянинг спектрал зичлиги максимумининг силжишини кўрсатади.

Виннинг структуравий формуласи нурланишнинг тўлқин узунлиги орқали қуйидагича ёзилади.

$$\rho_{\lambda} d\lambda = \lambda^{-5} \varphi(\lambda, T) d\lambda \quad (1.1.14.)$$

(1.1.14.) формула ёрдамида нурланиш энергияси спектрал зичлиги максимумининг силжишини аниқлаймиз, яъни λ бўйича дифференциаллаймиз.

$$-5\lambda_M^{-6} \varphi(\lambda_M, T) + \lambda_M^{-5} T \varphi'(\lambda_M, T) = 0$$

$$\lambda_M \frac{d\varphi}{d\lambda} T = -5\varphi(\lambda_M, T)$$

$$\lambda_M T = \text{const} \quad (1.1.15.)$$

(1.1.15) – формула, яъни Виннинг силжиш қонунига асосан абсолют қора жисмнинг мувозанатли нурланиши учун нурланиш энергияси спектрал зичлигининг максимал қийматига мос тўлқин узунлиги - λ_M нинг термодинамик температура T - га тескари пропорционаллиги аниқланади .

Виннинг структуравий формуласи (1.1.14) ни ω - нинг тўла ўзгариш (яъни 0 дан ∞ гача) интервалида ω - бўйича интеграллаш орқали Стефан-Больцман формуласини оламиз.

$$U = \int_0^{\infty} \omega^3 F\left(\frac{\omega}{T}\right) d\omega \quad (1.1.16.)$$

(1.1.16) интегрални ҳисоблашда $x = \frac{\omega}{T}$ ($dx = \frac{d\omega}{T}$) янги ўзгарувчига

ўтамиз, $dx = \frac{d\omega}{T}$ ни (1.1.16) га қўямиз, натижада $U = T^4 \int_0^{\infty} x^3 F(x) dx = \sigma T^4$

формулани ҳосил қиламиз. Бу ерда $\sigma = \int_0^{\infty} x^3 F(x) dx$ га тенг доимий катталиқ.

Вин экспериментал натижаларни таҳлил қилиш натижасида $F\left(\frac{\omega}{T}\right)$

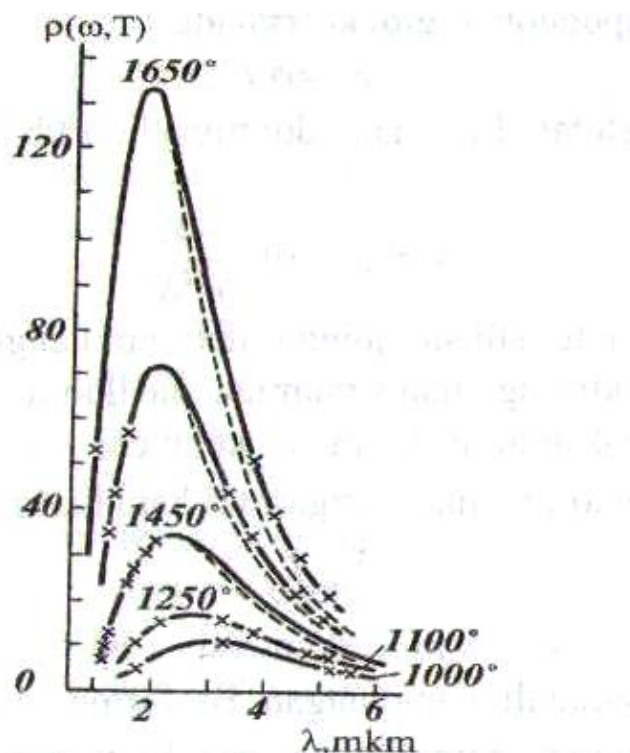
функциянинг кўринишини ω – частота ва T – температуранинг

экспоненциал функцияси $F\left(\frac{\omega}{T}\right) \approx \exp\left(-\frac{\alpha\omega}{T}\right)$ кўринишида аниқлади ва абсолют қора жисм нурланишининг спектрал зичлигини қуйидагича ифодалади.

$$\rho_{\omega}(T) = C \exp\left(-\frac{\alpha\omega}{T}\right) \quad (1.1.17.)$$

Шу асосда Вин томонидан Кирхгофнинг иккинчи масаласи қисман ҳал этилди. Вин формуласи абсолют қора жисм нурланишининг спектрал зичлигининг катта частоталар (кичик тўлқин узунликлар) га мос келувчи қисмини тўғри тушунтиради, кичик частоталар (катта тўлқин узунликлар) га мос келувчи қисмини эса тушунтираолмайди.

Хулоса қилиб айтганда абсолют қора жисм нурланишининг спектрал зичлиги учун классик физика доирасида олинган формулалар спектрал зичлик $\rho_{\omega}(T)$ - нинг частота (тўлқин узунлик) га боғланиш эгри чизиғини иккита чегаравий ҳолларда паст частота (катта тўлқин узунлик) лар соҳаси (Релей-Джинс формуласи) да ва юқори частота (кичик тўлқин узунлик) лар соҳаси (Вин формуласи) да тўғри тушунтиради.



1-расм. Турли температураларда абсолют қора жисм нурланиш спектрининг энергия тақсимоти.

Абсолют қора жисмнинг спектрал зичлиги $\rho_{\omega}(T)$ - нинг частота (тўлқин узунлик) га боғланиш эгри чизиғини тўлиқ тушунтириш учун классик физиканинг ғояларидан тубдан фарқ қилувчи янги ғояларни киритиш зарурияти мавжудлиги аниқ - равшан бўлди.

1.2. Абсолют қора жисм нурланишининг элементар квант назарияси.

Планк формуласи.

1900 йилда, Планк томонидан классик физика доирасида ҳал этилмаган абсолют қора жисмнинг нурланиши масаласи янги ғоялар асосида ҳал этилди. Планк бу муаммо иссиқлик нурланиши мувозанатини ҳосил қилувчи механизм билан боғланганлигини ҳис этган ҳолда, атом моделига ўхшаш тасаввурга асосланиб, нурланиш билан ўзаро таъсирлашувчи, мувозанат ҳолат атрофида тебранувчи электронларга ўхшаш осцилляторларни киритади.

Планкнинг бу тасаввури атом тузилишига мос келмайди, лекин бу натижани ўзгартирмайди. Кирхгоф қонунларига асосан, мувозанатли нурланиш тақсимоти осцилляторлар билан нурланиш мувозанатда жойлашган ҳолда олинганлигидан, атомларнинг тузилишига боғлиқ бўлмайди.

Планк нурланишнинг спектрал зичлиги формуласини назарий асослаш мақсадида, осцилляторлар энергиясининг дискрет қийматлар қабул қилиши тўғрисидаги, классик физика тасаввурларига мутлоқа зид бўлган, гипотезани киритади.

Осцилляторлар бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ўтганда ютиладиган ёки чиқариладиган нурланиш энергияси квантланган, яъни чекли аниқ қийматларни қабул қилади.

Система T температурага эга бўлган ҳолда, энергетик спектрнинг дискретлигига асосланиб, энергиянинг ўртача қиймати $\bar{E}$ -ни ҳисоблашда, осцилляторлар сонининг энергия бўйича тақсимоти Больцман тақсимотини қаноатлантиради деб қабул қилади.

Больцман тақсимотига асосан осцилляторнинг E_n энергияли ҳолатда бўлиш эҳтимоллиги

$$P_n \approx \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right) \quad (1.2.1.)$$

формула билан ифодаланади, ўртача энергия эса қуйидагича ҳисобланади

$$\bar{E} = \sum_n P_n E_n = \frac{\sum_n E_n \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right)}{\sum_n \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right)} \quad (1.2.2.)$$

Гармоник осцилляторнинг энергетик спектри эквидистантлик хоссасига эгалигидан, осцилляторнинг n – ҳолат (сатҳ) энергияси миқдори энг кичик энергетик ҳолатдаги осцилляторнинг энергиясига бутун каррали бўлади.

$$E_n = nE_1 \quad (\text{бу ерда } n = 0, 1, \dots) \quad (1.2.3.)$$

(1.2.2.) формуланинг махражидаги ифода махражи $\alpha = \frac{1}{kT}$ бўлган чексиз камаювчи геометрик прогрессиянинг йиғиндиси S_α ни ифодалайди.

$$S(\alpha) = \sum_0^\infty \exp(-\alpha n E_1) = [1 - \exp(-\alpha E_1)]^{-1} \quad (1.2.4.)$$

(1.2.2.) формуланинг суратидаги ифода $\frac{dS(\alpha)}{d\alpha}$ ҳосиланинг манфий ишорали қийматига тенг.

$$\sum_0^\infty n E_1 \exp(-\alpha n E_1) = \frac{d}{d\alpha} \sum_0^\infty \exp(-\alpha n E_1) = \frac{\exp(-\alpha E_1)}{[1 - \exp(-\alpha E_1)]^2} \quad (1.2.5.)$$

(1.2.4.), (1.2.5.) ифодаларни (1.2.2.) га қўйсак $\bar{E}$ учун қуйидаги ифодани оламиз.

$$\bar{E} = \frac{E_1}{\exp(\alpha E_1) - 1} \quad (1.2.6.)$$

(1.2.5.) ни нурланишнинг спектрал зичлигини $\bar{E}$ билан боғловчи формулага қўямиз, $E_1 = \hbar\omega$ эканлигини эътиборга олсак ва Планк формуласини оламиз.

$$\rho_{\omega}(T) = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar \omega}{kT}\right) - 1} \quad (1.2.7.)$$

Планк формуласи (1.2.7.) дан фойдаланиб абсолют қора жисмнинг иссиқлик нурланишига оид ҳамма формулалар, яъни Релей-Джинс қонуни формуласи, Вин формуласи, Стефан-Больцман формулаларини келтириб чиқариш мумкин.

Кичик частоталар ва юқори температуралар соҳасида, яъни $\frac{\hbar \omega}{kT} \ll 1$ шарт бажарилганда (1.2.7.) – формуланинг махражидаги $\exp\left(\frac{\hbar \omega}{kT}\right)$ ни Тейлор қаторига ёйишимиз мумкин ва ёйилмада фақат чизиқли ҳади билан чегаралансак Релей-Джинс (1.1.11.) формуласини оламиз.

Юқори частоталар ва паст температуралар соҳасида, яъни $\frac{\hbar \omega}{kT} \gg 1$ шарт бажарилганда (1.2.7.) – формуланинг махражидаги $\exp\left(\frac{\hbar \omega}{kT}\right)$ экспонентанинг қиймати бирга нисбатан жуда катта бўлишини эътиборга олсак, Вин формуласи (1.1.7.) келиб чиқади.

Планк формуласи ёрдамида абсолют қора жисм учун Стефан-Больцман қонунидаги σ доимийнинг қиймати ҳисобланади.

Маълумки, Стефан-Больцман қонуни абсолют қора жисмнинг нурланиш энергияси зичлигининг температурага боғланишини ифодалайди.

$$U = \sigma T^4 \quad (1.2.8.)$$

Бу ерда σ -Стефан-Больцман доимийси.

Нурланиш энергиясининг нурланишнинг спектрал зичлиги билан боғланиш формуласидан фойдаланиб нурланиш энергияси зичлиги учун қуйидаги ифодани оламиз.

$$U = \int_0^{\infty} \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{d\omega}{\exp\left(\frac{\hbar \omega}{kT}\right) - 1} \quad (1.2.9.)$$

(1.2.10.) да $x = \frac{\hbar\omega}{kT}$ белгилашни киритиб янги ўзгарувчига ўтамиз,

$$U = \frac{\kappa^4 T^4}{\pi^2 \hbar^3 c^3} \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \quad (1.2.10.)$$

Олий математика курсидан $\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$ эканлигини эътиборга олсак

$$U = \frac{\pi^2 \kappa^4}{15 \hbar^3 c^3} T^4 = \sigma T^4 \quad (1.2.11.)$$

Стефан-Больцман формуласи ҳосил бўлади, ушбу ифодада $\kappa, \hbar, c$ оимийларнинг қийматларини қўйиш орқали σ -доимийнинг қиймати аниқланади..

$$\sigma = \frac{\pi^2 \kappa^4}{15 \hbar^3 c^3} = 7,56 \cdot 10^{-16} \frac{\text{Ж}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$$

Худди шундай Виннинг силжиш қонунидаги доимийликни ҳам аниқ ҳисоблаш мумкин.

Планк немис физика жамиятининг 1900 йил 14 декабрдаги йиғилишида ўзининг “К теории закона распределения энергии излучения в нормальном спектре” номли ишининг моҳиятини баён қилади.

Планк гипотезасининг энг муҳим жиҳати осциллятор - атомларнинг энергиясининг ўзгариши, классик физикада ҳар доим фараз қилинганидек узлуксиз бўлмасдан, ε_0 энергияга қаррали, дискрет рўй бериши ҳисобланади.

Аслида Планк дискретлик ғоясини статистик физика соҳасидан майдоннинг модда билан таъсири соҳасига кўчирган, Планкнинг бу ғоясини даставвал Больцман тушуниб етган ва “Нурланиш жараёнига аввал номаълум бўлган дискретлик элементларини киритмасдан статистик термодинамиканинг тўғри назариясини яратиб бўлмайди” деган фикрни айтган, Больцманнинг бу фикри Планк учун буюк кашфиётни яратишда катта ёрдам берган.

1- мавзу бўйича талабалар мустақил шуғулланишлари учун саволлар

1. Квант механиканинг ўрни ва ўрганиш объектларини ҳамда қўлланиш чегарасини олам масштаби (ўлчами) асосида тушунтиринг.
2. Квант механика қандай зарраларнинг ҳаракат қонунларининг ўрганувчи фан ҳисобланади.
3. Абсолют қора жисм деб қандай жисмга айтилади.
4. Жисмларнинг нурланиш ва нур ютиш қобилиятларини физик маъносини тушунтиринг.
5. Кирхгоф қонунини тушунтиринг.
6. Стефан-Больцман қонуни ва Стефан –Больцман доимийсининг мазмунини тушунтиринг.
7. Вин қонунини тушунтиринг.
8. Мувозанатли нурланиш ва мувозанатли нурланишнинг спектрал зичлини физикавий маъносини тушунтиринг
9. Релей- Джинс формуласи ва “Ультрабинафшавий ҳалокат”нинг физикавий маъносини тушунтиринг.
10. Абсолют қора жисм нурланишининг элементар квант назарияси. Планк формуласини келтириб чиқариш кетма-кетлиги ва физикавий маъносини тушунтиринг.
11. Планк формуласидан Релей-Джинс, Вин формулалари қандай шартлар асосида олинади?.

1- мавзу бўйича талабалар билимини текшириш учун назорат тестлари.

1.Заррачаларнинг тезлиги қийматлари асосида квант механика фанини неча қисмга ажратиш мумкин.
2-қисмга. Зарраларнинг тезлиги ёруғлик тезлигидан жуда кичик ва заррачалар спини ҳисобга олинмайдиган ҳаракатларни ўрганувчи норелятивистик квант механика ва зарраларнинг тезлиги ёруғлик тезлигигига яқин ва спини ҳисобга олинмайдиган ҳаракатларни ўрганувчи релятивистик квант механика каби икки қисмга ажралади.
Зарраларнинг тезлиги ёруғлик тезлигидан жуда кичик ҳаракатларни ўрганувчи норелятивистик квант механика ва зарраларнинг тезлиги ёруғлик тезлигигига яқин ҳаракатларни ўрганувчи Релятивистик квант механикага ажралади
2-қисмга. Зарраларнинг тезлиги кичик ва спини ҳисобга олинмайдиган ҳаракатларни ўрганувчи норелятивистик квант механика ва зарраларнинг тезлиги катта ва спини ҳисобга олмайдиган ҳаракатларни ўрганувчи Релятивистик квант механикага ажралади.
2-қисмга. Зарраларнинг спини ҳисобга олинмайдиган ҳаракатларни ўрганувчи норелятивистик квант механика ва Зарраларнинг спини ҳисобга олинмайдиган ҳаракатларни ўрганувчи

Релятивистик квант механикага ажралади
2.Квант механика фанининг ўрганиш соҳасини айтинг.
Квант механика фани замонавий назарий физиканинг энг муҳим бўлимларидан бири бўлиб, микрозаррачалар (электрон, протон ва бошқа элементар зарралар, атомлар, молекулалар, атом ядролари) ва уларнинг системасининг ҳаракат қонунлари, бу ҳаракатларни тавсифлаш усулларини ўрганади.
Квант механика фани замонавий назарий физиканинг энг муҳим бўлимларидан бири бўлиб, макрозаррачалар ва уларнинг системасининг ҳаракат қонунлари, бу ҳаракатларни тавсифлаш усулларини ўрганади
Квант механика фани замонавий назарий физиканинг энг муҳим бўлимларидан бири бўлиб, фақат атомлар, молекулаларнинг ҳаракат қонунлари, бу ҳаракатларни тавсифлаш усулларини ўрганади
Квант механика фани замонавий назарий физиканинг энг муҳим бўлимларидан бири бўлиб фақат атом ядроларининг ҳаракат қонунлари, бу ҳаракатларни тавсифлаш усулларини ўрганади
3.Квант механиканинг физика фанида тутган ўрни ва қўлланиш чегараси олам масштаби (ўлчами) тушунчаси асосида қандай тушунтирилади ?
Квант механика микроолам ($10^{-18} m \leq R \leq 10^{-7} m$) заррачаларининг ҳаракати билан боғлиқ бўлган физикавий ҳодисаларни ўрганади.
$10^{-7} m \leq R \leq 10^{24} m$, уни макроолам дейилади. Квант механика макроолам заррачаларининг ҳаракати билан боғлиқ бўлган ҳодисаларни ўрганади
$0 \leq R \leq 10^{-18} m$. бўлиб у субмикроолам дейилади. Квант механика субмикроолам заррачаларининг ҳаракати билан боғлиқ бўлган ҳодисаларни ўрганади
$10^{-18} m \leq R \leq 10^{-7} m$ уни микроолам дейилади, $10^{-7} m \leq R \leq 10^{24} m$, макроолам дейилади. Квант механика микроолам ва макроолам заррачалари (жисмлари) нинг ҳаракати билан боғлиқ бўлган ҳодисаларни ўрганади
4.Қандай ўлчамдаги заррачала микрозаррачалар деб аталади.?
Ўлчами $10^{-18} m \leq R \leq 10^{-7} m$ ораликга мос келган барча зарралар (элементар зарралар, ядро, атом, молекула ва бошқалар) микрозаррачалар дейилади.
Ўлчами $10^{-7} m \leq R \leq 10^{24} m$ ораликга мос келган барча зарралар (элементар зарралар, ядро, атом, молекула ва бошқалар) микрозаррачалар дейилади.
Ўлчами $10^{-6} m \leq R \leq 10^{-4} m$ ораликга мос келган барча зарралар (элементар зарралар, ядро, атом, молекула ва бошқалар) микрозаррачалар дейилади.
Ўлчами $10^{-10} m \leq R \leq 10^{-7} m$ ораликга мос келган барча зарралар (элементар зарралар, ядро, атом, молекула ва бошқалар) микрозаррачалар дейилади.
5.Абсолют қора жисм деб қандай жисмга айтилади?
Абсолют қора жисм деб ўзига тушаётган ҳар қандай частотали ($0 < \omega < \infty$) ёруғлик нурланишини тўла ютиш қобилиятига эга бўлган жисмга айтилади.
Абсолют қора жисм деб ўзига тушаётган ҳар қандай частотали ($0 < \omega < \infty$) ёруғлик нурланишини тўла қайтариш қобилиятига эга бўлган жисмга айтилади.
Абсолют қора жисм деб ўзига тушаётган ҳар қандай частотали ($0 < \omega < \infty$) ёруғлик нурланишини қисман ютиш қобилиятига эга бўлган жисмга айтилади.
Абсолют қора жисм деб ўзига тушаётган ҳар қандай частотали ($0 < \omega < \infty$) ёруғлик нурланишини қисман қайтариш қобилиятига эга бўлган жисмга айтилади.
6Абсолют қора жисмнинг Релей- Жинс формуласи буйича аниқланган спектрал зичлиги температуранинг қиймати 4 марта камайганда неча марта ўзгаради?
4 марта камайди 2 марта ортади Ўзгармайди e^2 марта камайди
7. Абсолют қора жисмнинг нурланиш энергия зичлигини нурланишнинг спектрал зичлиги боғланиши ифодаси тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг
$dU = \rho_\omega d\omega$ $\rho_\omega = \frac{d\omega}{du}$ $\rho_\omega = \frac{Vd\omega}{dE\omega}$ $\rho_\omega = const$
8.Стефан- Больцман қонунига асосан абсолют қора жисмнинг нурланиш энергияси зичлиги температура 4 марта камайганда неча марта камайди?
64 марта камайди 1/16 марта ортади
1/64 марта узгармайди

9. Абсолют қора жисмнинг Релей- Жинс формуласи бўйича аниқланадиган спектрал зичлигининг частотага боғланиши тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг. ?	
квадратик боғланган	Чизикли боғланган
Умуман боғланмаган	Частотанинг кубига боғлиқ
10. Қандай шартлар бажарилганда Планк формуласидан Релей-Джинс ва Вин формулалари келиб чиқишини аниқланг?	
$\hbar\omega \ll KT$ да Релей-Джинс формуласи, $\hbar\omega \gg KT$ Вин формуласи	
$\hbar\omega = KT$ Релей-Джинс формуласи, $\hbar\omega \gg KT$ Вин формуласи	
$\hbar\omega \sim KT$ Релей-Джинс формуласи, $\hbar\omega \ll KT$ Вин формуласи	
Тўғри жавоблар берилмаган.	
11. Виннинг силжиш қонунига асосан абсолют қора жисмнинг нурланиш қобилятининг максимуми температура ортган сари қандай тўлқин узунликлар ёки частоталар соҳасига силжийди.?	
Виннинг силжиш қонунига асосан абсолют қора жисмнинг нурланиш қобилятининг максимуми температура ортган сари қандай қисқа тўлқин узунликлар ёки юқори частоталар соҳасига силжийди.	
Виннинг силжиш қонунига асосан абсолют қора жисмнинг нурланиш қобилятининг максимуми температура ортган сари қандай узун тўлқин узунликлар ёки паст частоталар соҳасига силжийди.?	
Виннинг силжиш қонунига асосан абсолют қора жисмнинг нурланиш қобилятининг максимуми температура ортган сари ўзгармайди.	
Виннинг силжиш қонунига асосан абсолют қора жисмнинг нурланиш қобилятининг максимуми температура ортган сари тўлқин узунликлар ёки частоталарнинг квадратига боғиқ ҳолда силжийди.	

2-мавзу: Ёруғликнинг элементар квант назарияси

2.1. Фотоэффект. Эйнштейн формуласи.

Квант назариясининг дастлабки ривожланиш жараёнида навбатдаги давр Эйнштейн номи билан боғланган. 1905 йил 18 мартда Эйнштейн ўзининг мақола сифатида расмийлаштирилган ишида Планкнинг квант гипотезасига асосланмаган ва мақолада квант энергияси учун $h\nu$ белгилашни ҳам ишлатмаган. Мақола “ультрабинафшавий ҳалокат” ни таҳлил қилишдан бошланган, келгусидаги мулоҳазалар асосига Эйнштейн Планкнинг Кирхгоф функцияси учун олган формуласидан фойдаланган.

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{c_1 \nu^3}{\exp\left(\frac{c_2 \nu}{T}\right) - 1} \quad (2.1.1)$$

Эйнштейн ёруғликнинг модда билан ўзаро таъсири ҳодисаларида Максвелл назариясининг қийинчиликларини таҳлил қилиб, ёруғлик энергияси фазода узлуксиз тақсимланмаганлиги тўғрисидаги фикрни баён этган ва қандайдир нуқтадан чиқган нурнинг тарқалишида энергия фазода узлуксиз тақсимланмасдан фазонинг чекли микдордаги нуқталарида

жойлашган энерги квантларидан ташкил топади ва улар қисмларга бўлинмаган ҳолда ҳаракатланиб бутун ҳолда нурланиши ва ютилиши мумкин деган фикрларни баён этади. Эйнштейн бу хулосани Планк томонидан ривожлантирилган иссиқлик нурланиш назариясидан мустақил ҳолда олинганлигини исботлаган. Эйнштейн монохроматик нурланиш энергиясининг кичик зичликлар соҳасидаги энтропиясини ўрганиб V_0 ёпиқ ҳажмдаги нурланиш энергияси тақсимооти эҳтимоллиги тўғрисидаги масалани ҳал этган ва шу асосда нурланиш ҳар бири $h\nu$ энергияли ўзаро боғланмаган $n = \frac{W}{h\nu}$ та квантлардан ташкил топган деган хулосага келади.

Кўпчилик ўқув ва айрим методик адабиётларда Эйнштейн фотоэффект қонунларини тушунтириш мақсадида ёруғлик энергияси квантлари тўғрисидаги тасаввурни киритган деган фикрлар учрайди. Эйнштейннинг юқоридаги ишларининг таҳлили асосида бу фикрларнинг унчалик ҳақиқатга мос эмаслигини тасдиқлаши мумкин. Эйнштейн квант тасаввурларга янада умумийроқ мулоҳазалар асосида келган. Қаттиқ жисмларнинг катод нурлари билан ёритишни ўрганиш натижасида Эйнштейн ўзининг фотоэффект учун машҳур тенгламасини ёзган. Шу сабабли оптикада квант тасаввурларнинг пайдо бўлишини фотоэффект назарияси билан боғлашга асос мавжуд эмас, лекин фотоэффект ҳодисаси бу тасаввурларни тасдиқловчи ҳодисалардан бири ҳисобланади.

Фотоэффект деб, ёруғлик тўлқинлари таъсирида металлдан ёки моддалардан электронларнинг ажралиб чиқиш ҳодисасига айтилади.

Фотоэффект Г.Герц томонидан очилган бўлиб, рус физиги А.Г.Столетов томонидан тўла текширилган. Фотоэффектнинг қуйидаги учта қонуни экспериментал йўл билан очилган:

1.Фотоэффектнинг чегараланганлик характери. Фотоэлектронлар ажралиб чиқиши учун, металлга таъсир қилувчи ёруғликнинг тўлқин узунлиги қаралаётган металл учун характерли бўлган чегаравий қийматдан кичик бўлиши керак.

2.Металлдан ажралиб чикувчи электронларнинг сони, унга таъсир қилаётган нурланишнинг интенсивлигига пропорционалдир.

3. Металлдан ажралиб чикувчи фотоэлектронларнинг максимал кинетик энергияси нурланиш частотасига чизикли боғланган ҳолда ортиб боради ва интенсивликка боғлиқ эмас.

Бу қонунларни классик тасаввурлар асосида тушунтириш жуда қийиндир. Бошқа томондан ёруғлик ҳақидаги квант тасаввурлар, фотоэффектнинг асосий қонунларини тўла тушунтириб бера олади.

Фотоэффектни классик тасаввурлар асосида текширайлик. Металл сиртига тушувчи электромагнит тўлқинлар, металлдаги электронларни мажбурий тебранма ҳаракатга келтиради. Электронларнинг хусусий тебранишлар частотаси билан унга таъсир қилаётган электромагнит тўлқиннинг тебраниш частотаси деярли тенглашганда, электрон металл сиртига чиқгунга қадар энергия ютади.

Агар бундай тушунтириш ўринли бўлса, металлдан ажралиб чикувчи электронларнинг энергияси, металл сиртига тушувчи электромагнит тўлқин интенсивлиги билан аниқланади. Демак, классик тасаввурлар асосидаги бундай изохлаш, фотоэффектнинг иккинчи ва учинчи қонунига тўла зид келади.

Нурланишни фотонлар тўплами каби қарайдиган тасаввурлар асосида юқоридаги қонуниятларни тўла тушунтириб берилади. Бу энергиянинг электронларнинг металлдан чиқиш ишига тенг бўлган қисми A , металлдан электронни уриб чиқазишга, қолган қисми эса $h\nu - A$ эса электроннинг кинетик энергияси $\frac{1}{2}mv^2$ -га айланади. Шундай қилиб қуйидагича ёзиш мумкин:

$$h\nu - A = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2.1.2)$$

Бу тенглама 1905 йилда А.Эйнштейн томонидан тавсия этилди. тенгламадан фотоэффектнинг чегаравийлик характери, яъни фотоэффектнинг $h\nu \gg A$ шарт бажарилган ҳолдагина кузатилиши ва

фотоэлектронларнинг тезлигини тушувчи ёруғликнинг интенсивлигига боғлиқ эмаслиги яққол кўринади. Бу тенглама, фақат битта ютилган фотон учун ёзилган. Ютилган фотонларнинг сони эса тушувчи фотонлар сонига пропорционал. Шунинг учун, ажралиб чиққан фотоэлектронларнинг сони жисмга таъсир қилувчи квантларнинг - фотонларнинг сони билан аниқланади.

Фотоннинг ютилиш процесси **оний** процесс хисобланади, шунинг учун металл сиртига фотонлар тушиши ва фотоэлектронларнинг ажралиб чиқиши орасида вақт фарқи жуда кичик бўлганидан деярли сезилмайди.

Бу тенгламани келтириб чиқаришда Эйнштейн биринчи бўлиб фотоэффектни Планк гипотезаси билан ўзаро боғлади ва нурланиш майдонининг энергияси hw га каррали қийматларга ўзгаради деб фараз қилди.

Эйнштейн томонидан ривожлантирилган ташқи фотоэффект назарияси асосида металдаги электронлар бир-бирига боғлиқ бўлмаган ҳолда ҳаракат қилади ва металга тушувчи фотон уларнинг фақат биттаси билан таъсирлашади деган фараз ётади. Шунинг учун бу бир электронли назария деб аталади. Фотоэффектни ҳосил қилувчи ёруғликнинг жуда катта интенсивлигида ташқи фотоэффект қонунлари ўринли бўлмайди.

Фотоэффектнинг инерцион бўлмаган жараёنлиги ёруғликнинг квант хоссаларини ва ёруғликнинг модда билан таъсирининг квант характерга эгалигини тасдиқлайди.

2.2. Комптон эффекти.

Электромагнит нурланишнинг корпускуляр хоссалари тўлалигича 1922 йилда Америкалик физик А.Комптон томонидан очилган эффектда намоён бўлади.

Комптон эффекти деб, электромагнит нурланишнинг эркин (ёки кучсиз боғланган) электронларда **тўлқин узунлиги ўзгарган** ҳолда эластик сочилиш жараёнига айтилади. Комптон эффекти кичик тўлқин узунлигига эга бўлган, рентген ва гамма нурланишларининг кристалларда сочилиш процессини ифодаловчи экспериментларда кузатилади.

Комптон эффектини классик тасаввурлар асосида тушунтиришга уриниш экспериментал натижалар билан мос келмайдиган хулосаларга олиб келади. Комптон эффектида сочилган нурланишнинг тўлқин узунлигининг ортиши, тушувчи нурланишнинг тўлқин узунлигига боғлиқ эмас, фақатгина сочилиш бурчагининг катталиги билан аниқланади.

Классик назарияга асосан, тушувчи ёруғлик тўлқини, гармоник тебранувчи электромагнит майдон ҳосил қилади ва бу майдон таъсирида электрон ҳам, худди электромагнит тўлқин частотасига тенг частота билан мажбурий тебранма ҳаракат қилади. Агар нурланишнинг электронга берадиган босимини ҳисобга олсак, натижада электрон маълум тезланиш олади. У ҳолда паст частоталар соҳасига қараб нурланишнинг Допплер силжиши ҳосил бўлади. Заррача узлуксиз равишда энергия олиб турганлиги учун, вақт ўтиши билан Допплер силжиши ортиб бориши керак. Шундай қилиб, электроннинг сочилишини маълум бир бурчак остида кузатилганда, нурланиш интенсивлиги ортиши билан ҳар хил катталикдаги Допплер силжишини кузатишимиз керак. Тажрибаларнинг кўрсатишича сочилиш бурчагининг маълум бир қийматида, нурланиш интенсивлигига ва нурланиш вақтига боғланмаган ҳолда, тўлқин узунлигининг фақат битта қийматга ўзгариши кузатилган.

Бу фактлар кўрсатадики, энергия ва импульснинг узатилиш жараёни узлуксиз бўлмасдан, фотонлар ва электронларнинг ўзаро таъсирларининг дискрет актлари кетма-кетлигидан иборатдир.

Агар энергияси $\hbar\omega$ ва импульси $\hbar\omega/c$ бўлган фотон, тинч ҳолатдаги эркин электрон билан ўзаро тўқнашади деб фараз қилсак, энергия ва импульснинг сақланиш қонунлари қуйидагича ёзилади:

$$\begin{cases} \hbar\omega_0 + m_0c^2 = \hbar\omega + mc^2 \\ \frac{\hbar\vec{\omega}_0}{c} = \frac{\hbar\vec{\omega}}{c} + m\vec{v} \end{cases} \quad (2.2.1)$$

бу ерда:

$$mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2.2.2)$$

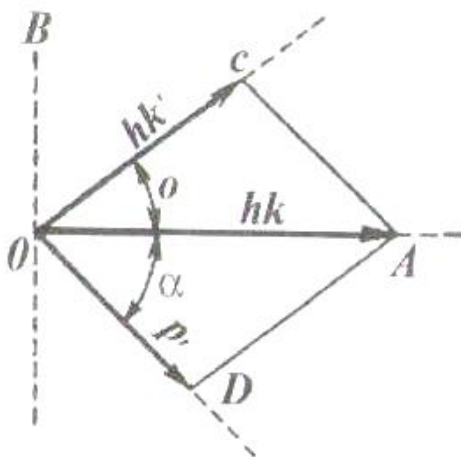
(2.2.1) тенгламалар системасида биринчи тенгламани квадратга оширамиз ва барча хадларни c^2 га бўлиб, иккинчи тенгламанинг квадрaтини юқоридаги тенгламадан айирамиз.

Алмаштиришлар ўтказиш натижасида (2.2.3) ифодани оламиз.

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{2\pi\hbar}{m_0 c} \cdot 2\sin^2 \frac{\theta}{2} = 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (2.2.3)$$

(2.2.3.) ифодада $\Lambda = 2\pi\hbar / m_0 c$ - узунлик ўлчамига эга ва электрон учун Комптон тўлқин узунлиги дейилади:

$$\Lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_0 c} = 2,43 \cdot 10^{-12} M \quad (2.2.4)$$



2-расм. Комптон паралеллограмми.

Комптон эффектида тўлқин узунлигининг силжиши жуда кичик қийматга эга бўлиб, хаттоки $\theta = 180$ га сочилганда ҳам 2Λ га тенг. Шунинг учун Комптон эффектини кузатиш учун рентген нурлари ёки гамма нурларидан фойдаланилади, чунки бу ҳолда $\Delta\lambda$ тўлқин узунлигининг катта қисмини ташкил этади.

2.3. Бор постулатлари. Водород атоми учун Бор назарияси.

Бор модели учта дастлабки хулосаларга асосланган: Атом спектрларини ўрганиш натижаларига; Нурланишнинг элементар квант назариясига оид Планк ва Эйнштейннинг татқиқот натижаларига; Э.Резерфорд томонидан киритилган атомнинг планетар моделига.

Ўша даврда атомнинг планетар моделининг эришган муваффақиятларига қарамасдан бу моделни классик физика нуқтаи – назаридан қабул қилиш қийин бўлган. Электромагнит ҳодисаларининг классик назариясига асосан, доиравий ёки ихтиёрий эгриланган орбита бўйича ҳаракатланувчи, зарядга эга бўлган электрон ҳаракати давомида ёруғлик тўлқинларини нурлаши зарур. Бундай нурланишнинг спектри электроннинг орбита бўйлаб айланиш частотаси билан аниқланиши ва узлуксиз ўзгариб бориши керак, лекин тажрибаларда ҳар доим атомларнинг спектрининг дискретлиги кузатилган. Ундан ташқари, электрон ўзининг энергиясини ёруғлик тўлқинларини нурлашга сарфлаб, кичик ва янада кичик орбиталар бўйича ҳаракатланиши ҳамда оқибат натижада ядронинг устига (10^{-8} с. ичида) кулаб тушиши керак эди. Лекин бундай ҳодисалар юз бермайди, одатдаги шароитларда атомларнинг стабиллиги (турғунлиги) кузатилади. Шунинг учун атомнинг планетар моделини қабул қилишда классик тасаввурлардан тўла воз кечиш керак эди. Буни даниялик гениал физик Нильс Бор жуда аниқ тушиниб етган ва шундай фикрларни айтган эди: “ Резерфорднинг атом моделининг ҳал қилувчи муваффақияти шуки, у атомларнинг турғунлигини классик физика асосида тушунтириш мумкин эмаслигини ва квант постулати – бу ўтқир дилеммадан чиқишнинг ягона мумкин бўлган йўли эканлигини аниқ кўрсатиб берди”. Бор Резерфорднинг планетар моделининг классик физикага мос келмаслигини тушиниб етган ҳолда бу йўлдан воз кечиб ўзининг постулатларини 1913 йилда “Philosophical Magazine” журналида эълон қилинган учта мақоласида баён этди.

Борнинг биринчи постулати : Атомда электронлар ёпиқ орбиталар бўйлаб ҳаракатланади ва бу ҳолда ёруғлик тўлқинлари нурланмайди.

Бундай орбиталар ихтиёрий узоқ вақт давомида стабиллигича қолиши мумкин. Ҳар бир стационар ҳолатга маълум E энергия мос келади.

Борнинг иккинчи постулати иккита стационар ҳолатлар орасидаги ўтишларга тааллуқли. Никольсон томонидан электронлар ядро атрофини қандайдир ҳалқаларни тўлдирган ҳолда ҳаракатланиши тўғрисидаги фикр айтилган. Бор чиқариладиган нурланишнинг частотаси электронларнинг айланиш частотаси билан мос келиши тўғрисидаги классик электродинамикадаги талабдан воз кечиб янги фикрни айтади. Электрон E_1 энергияли стационар ҳолатдан E_2 энергияли стационар ҳолатга, ҳеч қандай ташқи таъсирсиз ўтиши мумкин, агар $E_1 > E_2$ бўлса $E_2 - E_1$ энергияли ёруғлик кванти нурланади, акс ҳолда ютилади.

Нурланаётган ёруғлик нурланишининг частотаси қуйидагича аниқланади:

$$\omega = \frac{E_1 - E_2}{\hbar} \quad (2.3.1.)$$

Ҳар қил энергияли стационар ҳолатлар мавжудлигидан $E_2 - E_1$ энергия фарқи етарлича катта дискрет қийматлар қабул қилиши мумкин, ҳар бирига маълум частота ва тўлқин узунлиги мос келади.

Борнинг биринчи постулати планетар моделни конкретлаштиради, электронларнинг тўла аниқ орбиталар билан айланишини тушунтиради.

Даставвал Бор орбиталарни айланалар кўринишида фараз қилади, лекин Зоммерфельд томонидан орбиталарнинг фокусларининг бирида ядро жойлашган эллипс шаклида ҳам бўлиши мумкинлиги кўрсатилган.

Борнинг иккинчи постулати атомлар спектрининг дискрет, чизиқли структурасини тушунтиришга имконият беради.

Бор томонидан водород атомининг назарияси яратилган. Бу назарияни ўрганиш талабаларга мустақил топшириқ сифатида берилади.

Бор назариясида планетар моделнинг асосий белгилари сақлаб қолинган – атомлардаги электронлар ядро атрофида кулон кучлари таъсирида орбитал ҳаракат қилади. Лекин бу орбиталар квантланиш шартлари билан аниқланувчи стационар орбиталар ҳисобланади.

Доиравий орбиталарни ўрганиш билан чекланамиз ва водород атоми учун қуйидаги моделни қабул қиламиз: электрон водород атомида Ze зарядли ядро атрофида айланалар бўйлаб текис айланма ҳаракат қилади.

Бу ҳолда марказга интилма куч кулон кучи ҳисобланади ва қуйидаги муносабат ўринли бўлади.

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Ze^2}{r^2} \quad (2.3.2.)$$

Квантланиш шартидан фойдаланиб мумкин бўлган айланалар бўйлаб

$$mvr = n\hbar \quad (2.3.3.)$$

ҳаракатларни ажратиб оламиз. (2.3.2.) ва (2.3.3.) тенгламаларни биргаликда ечиб, стационар орбиталар бўйлаб электроннинг ҳаракатланиш тезлиги ва стационар орбита радиуси формулаларини оламиз.

$$v = \frac{Ze^2}{n\hbar}, \quad r = \frac{\hbar^2}{mZe^2} n^2 \quad (2.3.4.)$$

n – натурал сонларқаторидаги қийматларни қабул қилади деб ҳисоблаб, стационар орбиталар қаторини оламиз.

Бор назариясига асосан атомлардан нурланаётган ва ютилаётган энергия атомнинг стационар ҳолатлари энергияларининг фарқига тенг бўлади. Стационар ҳолатлар энергиялари қийматларини ҳисоблаймиз.

$$E_n = -\frac{mZ^2e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (2.3.5.)$$

(2.3.5.) даги минус ишора водород атомининг турғунлигини, яъни ундан электронни ажратиб олиш учун энергия сарфлаш зарурлигини кўрсатади.

Бор назарияси ёрдамида водород атоми учун чиқариш (нурланиш) ва нур ютиш спектрлари тўғри тушунтирилади. Водорд атомининг нурланиш спектрида Лайман ва Бальмер, Пашен ва бошқа сериялар мавжуд, лекин ютилиш спектрида фақат Лайман серияси кузатилади.

Бор назария ёрдамида ионизация энергиясини аниқлаш мумкин ва унинг қиймати $E_{\text{ион}} = 13,5$ эВ.га тенг.

2- мавзу бўйича талабалар мустақил шуғулланишлари учун саволлар.

1. Фотоеффект деб қандай физик ҳодисага айтилади?
2. А.Г.Столетов қонунларини таърифланг ва моҳиятини тўлқин ва корпускуляр тасаввурлар асосида тушунтиринг.
3. Фотоеффект учун Эйнштейн тенгламасини ва бу тенглама асосида Столетов қонунларини моҳиятини тушунтиринг.
4. Нима учун фотоннинг ютилиш ҳодисаси оний процесс (жараён) дейилади?
5. Комптон эффекти ҳодисасини таърифланг.
6. Комптон эффекти моҳиятини тўлқин ва корпускуляр тасаввурлар асосида тушунтиринг.
7. Комптон формуласини тушунтиринг.
8. Комптон эффектида фотоннинг сочилиш бурчагининг қандай қийматида тўлқин узунлигининг ўзгариши $\Delta\lambda$ максимал қийматга эришади?
9. Бор модели қандай физикавий тадқиқотларнинг натижаларига асосланади?
10. Борнинг учта постулатини таърифланг ва уларнинг моҳиятини тушунтиринг.
11. Водород атомининг стационар ҳолатларидаги энергия формуласини тушунтиринг.
12. Бор назариясининг асосий камчиликларини тушунтиринг.
13. Бор назариясида энергия формуласида минус ишора қандай маънони англатади?
14. Бор назарияси ва Резерфорднинг атом моделини ўзаро боғланишини тушунтиринг.
15. Бор назариясига асосан водород атомида электронларнинг тезлиги ва орбита радиусини формуласининг мазмунини тушунтиринг.

**2- мавзу бўйича талабалар билимини текшириш учун назорат
тестлари.**

1.Фотоэффект учун “қизил чегара” даги энергетик шартдан ёруғлик тўлқинини характерловчи қандай физик катталиқ аниқланади ?			
Частота	Планк доимийси	энергия	температура
2.Фотоэффект учун “қизил чегара” модда атомларининг характерловчи қандай физик катталиқга боғлиқ ?			
Чиқиш иши	Планк доимийси	энергия	температура
3. Фотоэффект ҳодисасида нима учун ёруғлик кванти ютилади?.			
Модда атомидаги электрон ядро билан боғланган ҳолатда бўлади.Уни ядронинг Кулон майдони таъсиридан ажратиб олиш учун чиқиш ишига тенг иш бажарилади, яъни ўзаро таъсир жараёнида ёруғлик кванти атомга (моддага) импульс беради.			
Модда атомидаги электрон ядро билан эркин ҳолатда бўлади.Уни ядронинг Кулон майдони таъсиридан ажратиб олиш учун чиқиш ишига тенг иш бажарилмайди, яъни ўзаро таъсир жараёнида ёруғлик кванти атомга (моддага) импульс беради.			
Модда атомидаги электрон ядро билан боғланган ҳолатда бўлади.Уни ядронинг Кулон майдони таъсиридан ажратиб олиш учун чиқиш ишига тенг иш бажарилади, яъни ўзаро таъсир жараёнида ёруғлик кванти атомга (моддага) энергия беради.			
Модда атомидаги электрон ядро билан боғланмаган ҳолатда бўлади.Уни ядронинг Кулон майдони таъсиридан ажратиб олиш учун чиқиш ишига тенг иш бажарилади, яъни ўзаро таъсир жараёнида ёруғлик кванти атомга (моддага) импульс бермайди..			
4. Комптон эффекти ҳодисасининг таърифи тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.			
Комптон эффекти деб паст частотали ёруғликнинг модда билан ўзаро таъсирида эркин электронларда частоталари ўзгарган ҳолда сочилиш ҳодисасига айтилади			
Комптон эффекти деб юқори частотали ёруғликнинг модда билан ўзаро таъсирида эркин электронларда частоталари ўзгарган ҳолда сочилиш ҳодисасига айтилади			
Комптон эффекти деб юқори частотали ёруғликнинг модда билан ўзаро таъсирида эркин электронларда частоталари ўзгармаган ҳолда сочилиш ҳодисасига айтилади			
Комптон эффекти деб юқори частотали ёруғликнинг модда билан ўзаро таъсирида эркин электронларда частоталари ўзгарган ҳолда ютилиш ҳодисасига айтилади			
5. Комптон эффектида фотоннинг тўлқин узунлигининг ўзгариши- $\Delta\lambda$ нинг қиймати $\Delta\lambda = \frac{\Lambda}{2}$ га тенг бўлган ҳолдаги θ-бурчакнинг қиймати тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг. (Бу ерда Λ – Комптон тўлқин узунлиги)			
$\theta = \pi/2$	$\theta = \pi/3$	$\theta = \pi$	$\theta = \pi/6$
6. Электрон учун Комптон тўлқин узунлиги формуласи ва қиймати тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг..			
$\Lambda = \frac{2\hbar c}{m_0 c^2} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ М}$		$\Lambda = \frac{4\pi c}{m_0 c^2} = 2,43 \cdot 10^{-15} \text{ М}$	
$\Lambda = \frac{4\pi c}{m_0 c^2} = 2,43 \cdot 10^{-15} \text{ М}$		$\Lambda = \frac{2\pi}{m_0 c^2} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ М}$	
7. Комптон эффектида тўлқин узунлигининг ўзгариш миқдори сочилиш бурчаги $\alpha = 120^0$ га тенг бўлганда қандай қийматига эга бўлади?			
$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	1	0,5

8.Комптон эффектида θ бурчакнинг қандай қийматида $\Delta\lambda = \frac{\Lambda}{2}$ тенг бўлади? (Λ – Комптон тўлқин узунлиги)			
$\theta = \pi/3$	$\theta = \pi/2$	$\theta = \pi$	$\theta = \pi/6$
9.Комптон эффектида фотоннинг тўлқин узунлигининг ўзгариши формуласида фақат қандай физик катталиқ ўзгарувчи катталиқ ҳисобланади.?			
Сочилиш бурчаги	Заррача энергияси	Фотоннинг энергияси	Заррачанинг массаси
10.Комптон эффектида фотонларнинг тўлқин узунлигининг ўзгариши , $\Theta = 60^0$ да универсал доимийлар оркали ифодаланган қийматини аниқланг?			
$\Delta\lambda = \frac{\pi\hbar c}{m_0c^2}$	$\Delta\lambda = \frac{4\pi\hbar}{m_0c}$	$\Delta\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{m_0c^2}$	$\Delta\lambda = \frac{4\pi\hbar c}{m_0c^2}$
11.Комптон эффектида сочилиш бурчаги $\Theta = 90^0$ тенг бўлган ҳолдаги тўлқин узунлигининг ўзгариши, $\Theta = 60^0$ даги тўлқин узунлигининг ўзгариши қийматидан неча марта фарқ қилишини аниқланг.?			
2 марта катта бўлади	2 марта кичик бўлади	4 марта фарқ қилади	4 марта кам бўлади
12.Комптон эффектида фотонларнинг тўлқин узунлигининг ўзгариши, $\theta = 150^0$ бўлганда қандай қийматга тенг бўлади?			
$\frac{2\sqrt{3}\pi\hbar c}{m_0c^2}$	$\frac{\sqrt{3}\pi\hbar c}{m_0c^2}$	$\frac{\sqrt{3}\pi\hbar c}{2m_0c^2}$	$\frac{4\sqrt{3}\pi\hbar c}{m_0c^2}$
13.Комптон эффекти ҳодисасида, яъни электромагнит майдон кванти- фотоннинг модда атомлари электронлари билан ўзаро таъсирида электронларнинг ядро билан боғланиши эътиборга олиними?			
Комптон эффекти деб юқори частотали ёруғликнинг моддадаги эркин электронлар частоталари ўзгарган ҳолда сочилиш ҳодисаси бўлганлигидан электронларнинг ядро билан ўзаро боғланиши ҳисобга олинмайди, чунки $\hbar\omega \gg A$			
Комптон эффекти деб юқори частотали ёруғликнинг модда билан ўзаро таъсирида эркин электронларда частоталари ўзгармаган ҳолда сочилиш ҳодисаси бўлганлигидан электронларнинг ядро билан ўзаро боғланиши ҳисобга олинади,чунки $\hbar\omega \gg A$			
Комптон эффекти - паст частотали ёруғликнинг моддадаги электронларда частоталари ўзгарган ҳолда сочилиш ҳодисаси бўлганлигидан электронларнинг ядро билан ўзаро боғланиши ҳисобга олинади, чунки $\hbar\omega \ll A$			
Комптон эффекти деб юқори частотали ёруғликнинг модда билан ўзаро таъсирида эркин электронларда частоталари ўзгарган ҳолда ютилиш ҳодисаси, бўлганлигидан электронларнинг ядро билан ўзаро боғланиши ҳисобга олинади,чунки $\hbar\omega \gg A$			
14. Комптон эффектида фотоннинг тўлқин узунлигининг ўзгариш формуласи тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.			
$\Delta\lambda = \frac{4\pi\hbar c}{m_0c^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}$	$\Delta\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{m_0c^2} \cos^2 \frac{\theta}{2}$		
$\Delta\lambda = \frac{4\pi\hbar c}{m_0c^2} \cos^2 \frac{\theta}{2}$	$\Delta\lambda = \frac{4\pi\hbar c}{m_0c} \sin^2 \frac{\theta}{2}$		
15. Комптон эффектида тўлқин узунлигининг ўзгариш миқдори сочилиш бурчаги $\theta = 135^0$ га тенг бўлганда қандай қийматига эга бўлади?			
1	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

3- мавзу. Де-Бройл тўлқинлари.

Планк ғоясига асосан ёруғлик тўлқини ω частотага ва $\vec{k}$ тўлқин векторига эга бўлса, унда уни ташкил қилган фотонларнинг ҳар бири ушбу ε энергияга ва $\vec{p}$ импульсга эга бўлиши керак:

$$\varepsilon = \hbar\omega \quad (3.1.1)$$

$$\vec{p} = \hbar\vec{k} \quad (3.1.2.)$$

(3.1.1) ва (3.1.2.) формулалардан кўриниб турибдики, фотон икки хил характеристикага эга, бу ерда, $\omega, \vec{k}$ - тўлқинни ифодаловчи катталиклар ва $\varepsilon, \vec{p}$ корпускула (заррачани) ни характерловчи катталиклар.

Фотоннинг тўлқин характеристикалари унинг интерференцияланиш ва дифракцияланиш қобилиятига эга бўлишини кўрсатади. Фотоннинг корпускуляр характеристикалари эса уни заррача сифатида қараш мумкинлигини билдиради. Планк доимийси $\hbar$ бу икки хил характеристикаларни ўзаро боғлайди.

Луи де-Бройл 1923-йилда квант назариясини янада ривожлантириб ёруғликнинг квант назариясининг асосий қонунларини заррачаларнинг ҳаракатига тадбиқ этади.

У табиатдаги симметрияга асосланиб, агар ёруғлик, жумладан фотонлар тўлқин хусусиятдан ташқари корпускуляр хусусиятларни ҳам намоён қилар экан, заррачалар ҳам корпускуляр хусусиятлар билан бир қаторда тўлқин хусусиятларига ҳам эга бўлиши керак деган ғояни илгари сурди.

Аввалги параграфда водород атоми нурланиши спектрини тушунтириш учун Н. Бор томонидан киритилган постулатлар ҳақида фикр юритган эдик.

Орадан ўн йил ўтгач де-Бройл ғоялари ушбу назарияни асослаб берди. Унинг фикрича атомдаги ҳар бир электронга турғун тўлқин мос келади. Бор назариясига кўра электронлар доиравий орбиталар бўйлаб ҳаракатлангани учун, де-Бройлнинг фикрича, атомдаги электронларга ўз-ўзига туташувчи доиравий турғун тўлқинлар мос келади. Мана шу

тасдиққа асосланган ҳолда Борнинг квантланиш шартлари ва улардан келиб чиқадиган натижалар (аввалги параграфларга қаранг) тўлиқ асосланади.

Шундай қилиб, де-Бройл $\vec{p}$ импульсга эга бўлган электронни тўлқин узунлиги λ_e билан боғлаш кераклигини таъкидлади:

$$\lambda_e = \frac{h}{p} \quad (3.1.3)$$

Демак, энергияси E ва импульси $\vec{p}$ га тенг бўлган эркин ҳаракатланувчи электрон де-Бройл ясси тўлқини билан қуйидагича боғланган, бу ерда, $\vec{r}$ - фазодаги ихтиёрий нуқтага мос радиус-вектор, t – вақт:

$$\Psi(\vec{r}, t) = C e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})} \quad (3.1.4)$$

Заррачаларнинг тўлқин ҳамда корпускуляр характеристикалари орасидаги боғланиш фотон учун ўринли бўлган тенгламалар орқали ифодаланади, яъни

$$\begin{aligned} E &= \hbar \omega \\ \vec{p} &= \hbar \vec{k} \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

бўлади. Ушбу тенгламалар де-Бройлнинг асосий тенгламалари деб юритилади. (3.1.5.) тенгламадан ω ва $\vec{k}$ — ларни аниқлаб, (3.1.4) тенгламага қўйилса,

$$\Psi(\vec{r}, t) = C e^{i(Et - \vec{p} \vec{r})} \quad (3.1.6)$$

де-Бройл тўлқинининг ифодасини ҳосил қиламиз. Биринчи қарашда (3.1.6) тўлқиннинг ҳаракати билан заррачаларнинг механик ҳаракати орасида ҳеч қандай боғланиш йўқга ўхшайди.

Энди (3.1.6) тўлқин ва заррача ҳаракатининг механик қонунлар билан боғланишини кўрсатамиз.

Ушбу боғланиш яққол намоён бўлиши учун, битта, масалан OX йўналишини танлаб оламиз ва бу йўналиш тўлқиннинг ҳаракат йўналиши билан мос тушади. У ҳолда (3.1.6) ўрнига қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$\Psi(x, t) = C e^{i(\omega t - kx)} \quad (3.1.7.)$$

(3.1.7.) да $(\omega t - kx)$ катталиқ тўлқин фазасини ифодалайди. Ихтиёрий x нуқтада тўлқин фазаси аниқ қийматга эга бўлсин ва унинг координатаси қуйидаги тенгламадан , аниқлансин

$$\alpha = \omega t - kx ,$$

Фазанинг қиймати вақт ўтиши билан фазода u тезлик билан силжиб боради, u тезликни ҳосил қилиш мақсадида, аввалги тенглик вақт бўйича дифференциалланади ва

$$u = \frac{\omega}{k} \quad (3.1.8)$$

тенглик ҳосил бўлади ва (3.1.8) тезлик **фазавий тезлик** дейилади. Агарда u тезликни k га боғлиқ десак, демак тўлқин узунлиги $(\lambda = \frac{2\pi}{k})$ га ҳам боғлиқ бўлади, бу ҳолда тўлқин дисперцияси ўринлидир. Электромагнит тўлқинлардан фарқли ўлароқ, де-Бройл тўлқинлари учун бўш фазода (вакуумда) ҳам дисперсия мавжуддир.

Нисбийлик назариясига асосан, Ньютон механикаси ўринли бўлган соҳаларда, яъни $v \ll c$ шарт бажарилганда, эркин ҳаракатланувчи заррача энергияси қуйидаги тенг бўлади,

$$E = +\sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} = m_0 c^2 + \frac{p^2}{2m_0} + \dots \quad (3.1.9)$$

бу ерда, m_0 - заррачанинг тинч ҳолатдаги массаси. Тегишли формулалардан фойдаланиб,

$$\omega = \frac{m_0 c^2}{\hbar} + \frac{\hbar k^2}{2m_0} + \dots$$

ифодани ҳосил қиламиз ва $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ эканини ҳисобга олсак, натижага келамиз.

$$\omega = \frac{m_0 c^2}{\hbar} + \frac{p^2}{2m_0 \hbar} + \dots \quad (3.1.10)$$

демак $v = \frac{\omega}{k}$ k нинг функцияси бўлиб, дисперция мавжудлигини исботлайди.

Энди тўлқин ҳаракати билан микрозаррача ҳаракати орасидаги боғланишни келтириб чиқарайлик. Бунинг учун маълум частота ва тўлқин

узушлигига эга бўлган қаттий монокроматик бўлмаган тўлқинни қараймиз ва буни тўлқин пакети ёки тўлқинлар группаси деб атаёмиз.

Тўлқин группаси деб бир-бирида тарқалиш йўналиши ва тўлқин узушлиги бўйича жуда кам фарқ қилувчи тўлқинлар суперпозициясига айтаёмиз.

OX - ўқи йўналишида тарқалаётган, энг содда, бир ўлчовли тўлқин пакетининг ифодаси қуйидаги кўринишга эга:

$$\Psi(x, t) = \int_{\kappa_0 - \Delta\kappa}^{\kappa_0 + \Delta\kappa} C(\kappa) e^{i(\omega t - \kappa x)} d\kappa \quad (3.1.11.)$$

Бу ифодада $\kappa_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ тўлқин пакети марказига мос тўлқин сони, пакетдаги тўлқинларнинг импульслари ўзаро жуда кам фарқланади. (3.1.11.) формуладан маълумки, ω аслида κ нинг функцияси:

$$\omega = \frac{\hbar k^2}{2m}$$

Модомики, $\Delta\kappa \ll 1$ деб фараз қилинар экан, унда бу тахминдан фойдаланиб интегрални соддалаштиришга ўтилади. Ушбу мақсадда ω ни κ атрофида Тейлор қаторига ёямиз ва тегишли алмаштиришларни ўтказиб қуйидаги ифодани оламиз.

$$\omega = \omega_0(\kappa) + \left(\frac{d\omega}{d\kappa} \right)_0 (\kappa - \kappa_0) \quad (3.1.12.)$$

Бу ерда $\kappa = \kappa_0 + (\kappa - \kappa_0)$, агар $(\kappa - \kappa_0) = \xi$ кўринишида янги ўзгарувчи киритсак, унда $\Psi(x, t)$ қуйидаги кўринишда бўлади, бу ерда $c(\kappa)$ катталиқ κ нинг жуда секин ўзгарувчи функцияси:

$$\Psi(x, t) = c(\kappa_0) \exp(\omega_0 t - \kappa_0 x) \int_{-\Delta\kappa}^{\Delta\kappa} \exp i \left[\left(\frac{d\omega}{d\kappa} \right)_0 t - x \right] \xi d\xi$$

Алмаштиришлар ўтказиш ва интеграллаш натижасида қуйидаги ифодани оламиз.

$$\Psi(x, t) = 2c(\kappa_0) \frac{\sin \left\{ \left[\left(\frac{d\omega}{d\kappa} \right)_0 t - x \right] \Delta\kappa \right\}}{\left(\frac{d\omega}{d\kappa} \right)_0 t - x} \exp(\omega_0 t - \kappa_0 x) = c(x, t) \exp i(\omega_0 t - \kappa_0 x) \quad (3.1.13.)$$

Синус функция аргументидаги $\Delta k \ll 1$ кичик бўлганлиги сабабли, $c(x, t)$ функцияни экспоненциаль функцияга нисбатан секин ўзгарувчи функция деб $\omega(x, t)$ функцияни монохроматик тўлқин деб қараш мумкин. Бунда тўлқин амплитудасини қуйидагича ёзамиз.

$$c(x, t) = 2\Delta k \frac{\sin \alpha(x, t)}{\alpha(x, t)} \quad (3.1.14.)$$

Бу ерда
$$\alpha(x, t) = \left[x - \left(\frac{d\omega}{dk} \right) t \right] \Delta k$$

(3.1.14.) ифодада “биринчи ажойиб лимит” га келадиган ҳад бор ва $\alpha = 0$ нуқтада максимум қийматга эришади, $\alpha = \pm\pi$ нуқтада нолгача тушади, сўнгра эса тез сўнувчи функцияга айланади.

Амплитуда максимумга эришган нуқтада координатани аниқлаймиз. Бу нуқтани тўлқин пакетнинг маркази деб оламиз. Тўлқин пакетнинг маркази юқорида айтилганларга биноан қуйидаги шартдан топилиши керак:

$$\alpha(x, t) = \left[x - \left(\frac{d\omega}{dk} \right) t \right] \Delta k = 0 \quad (3.1.15.)$$

Демак, $\left[x_0 = \left(\frac{d\omega}{dk} \right) t \right]$ келиб чиқади. Бундан кўриниб турибдики, пакетнинг маркази x ўқи бўйлаб доимий тезлик билан ҳаракатланади. Тўлқин пакети марказининг тезлиги группавий тезлик деб аталади ва

$$v_{gr} = \frac{\hbar k}{m_0} \quad (3.1.16.)$$

формула орқали аниқланади.

Агар $\vec{p} = \hbar \vec{k}$, $p = m_0 v$ эканлигини эсласак

$$v_{gr} = v \quad (3.1.17.)$$

деган ажойиб хулосага келинади, яъни де-Бройл тўлқинининг группавий тезлиги заррачанинг механик тезлиги v – га тенг бўлади.

Шундай қилиб, тўлқин пакети ажойиб хусусиятларга эга экан: тўлқин пакети классик заррача каби фазовий чекланишга эга бўлган

тузилма бўлиб, группавий тезликга тенг тезлик билан ҳаракатланар экан ва шу вақтнинг ўзида тўлқин характеристикаларига ҳам эга бўлар экан.

Иккита ҳол учун де-Бройл тўлқин узунликларини ҳисоблаймиз.

1. Кичик тезликларда, яъни $v \ll c$ шарт ўринли бўлган ҳол учун Де Бройл тўлқини узунлигини заррачанинг кинетик энергияси билан боғловчи қуйидаги формулани оламиз

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0 E_k}} \quad (3.1.18.)$$

2. Релятивистик тезликларда, $v \approx c$ шарт ўринли бўлган ҳол учун Де Бройл тўлқини узунлиги заррачанинг кинетик энергияси билан қуйидагича боғланади.

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{\sqrt{E_k(E_k + 2m_0 c^2)}} \quad (3.1.19.)$$

3. $v \gg c$ шарт бажарилганда, яъни ультрарелятивистик тезликларда Де Бройл тўлқини узунлиги заррачанинг кинетик энергияси билан қуйидагича боғланади.

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{E_k} \quad (3.1.20.)$$

Демак, заррачанинг массаси ва энергияси маълум бўлган ҳолда заррачанинг тўлқин узунлигини (3.1.18.) билан ҳисоблаш мумкин. Олинган (3.1.18.) формулани кучланиши V - га тенг тезлатувчи потенциал майдонда ҳаракатланувчи электрон учун қўллашда $E_k = eV$ га тенг деб ҳисоблаймиз, ҳамда электрон учун масса ва заряднинг, Планк доимийси қийматларини маълум деб ҳисобласак Де-Бройл тўлқин узунлиги учун (ангестрм ўлчовида) қуйидаги формула оламиз.

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0 eV}} = \sqrt{\frac{150}{V}} \text{ \AA} \quad (3.1.21.)$$

(3.1.21.) формула асосида электрон учун Де-Бройл тўлқин узунлигини ҳар қил энергияларда фақат норелятивистик тезликларда ҳисоблаш мумкин.

Де-Бройл ғояси жуда тез вақт ичида тажриба орқали тасдиқланди. Заррачалар учун ёруғлик ёки рентген нурлари каби интерференция ва дифракция ҳодисалари кузатилди. 1927-йилда Девиссон ва Джермер томонидан биринчи бўлиб кристалларда электронларнинг дифракциясини кузатиш тажрибаси тақлиф этилди.

3.2. Микрозарралар дифракцияси.

Де-Бройл ғоясининг тўғрилигини исботловчи тажрибалар баёнини 1927 йилда Девиссон-Джермер томонидан ўтказилган классик тажрибадан бошлаймиз, бу тажрибада кристалл сиртидан электронлар оқимининг сочилиши ўрганилган.

Девиссон-Джермер тажрибасида электрон замбарак (пушка) электронлар оқимини ҳосил қилувчи манба сифатида ишлатилган. Фарадей цилиндри гальванометр билан уланган, гальванометрдаги ток кучи қийматлари асосида монокристалл сиртига нормал (перпендикуляр) тушувчи дастлабки электронлар оқимиغا нисбатан монокристалл сиртидан θ - бурчак остида сочилган электронларнинг миқдори (сони) тўғрисида фикр айтиш мумкин.

Унчалик катта бўлмаган энергияли электронлар монокристалл ичига чуқур кириб бораолмайди, шу сабабли электронларнинг кўпроқ қисми кристаллнинг сирт қатламида сочилади. Демак дифракция кристалл сиртида жойлашган атомлардан ҳосил бўлган ясси дифракцион панжарада ҳосил бўлади.

Дифракциянинг элементар назариясига асосан дифракцион максимумлар ҳолати қуйидаги формуладан топилади.

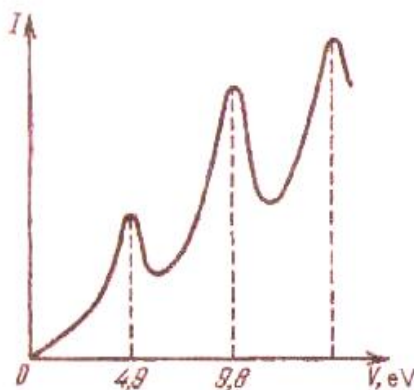
$$n\lambda = d \sin \theta \quad (3.2.1.)$$

Бу ерда n – дифракцион максимум тартиби, λ – дифракцияланувчи нурларнинг тўлқин узунлиги, d – кристалл панжаранинг ясси сирт доимийси, θ – сочилган оқим йўналиши билан панжарага ўтказилган нормал орасидаги бурчак.

Натижада қуйидаги тенглик олинади :

$$\sqrt{V \sin \theta} = \text{const} \quad (3.2.2.)$$

Девиссон ва Джермерлар ўтказилган тажрибаларнинг натижалари асосида электронларнинг импульси ва тўлқин узунлигини боғловчи Де-Бройл формуласининг тўғрилиги тўғрисида хулоса олдилар.



3-расм. Франк-Герц тажрибаси. Вольт-ампер характеристика.

Рентген нурлари дифракциясини фақат монокристалларда эмас балки поликристалларда ҳам кузатиш мумкинлиги тўғрисидаги хулоса Томсон-Тартаковский тажрибаларида олинди. Кейинчалик Штерн ва Эстерман томонидан *He* атомлари ва *H₂* молекулаларининг *LiF* кристаллидан сочилиши ўрганилди ва бу тажрибалар ҳам Де-Бройл формуласининг мураккаб зарралар учун ҳам тўғрилигини тасдиқлади.

Дифракцион ҳодисаларнинг нейтронлар оқими учун ҳам ўринли эканлиги тасдиқланиб, нейтронлар учун Де-Бройл тўлқин узунлигининг потенциаллар фарқига боғланиши формуласи олинди.

$$\lambda = \frac{0,285}{\sqrt{V}} \text{ \AA} \quad (3.2.3.)$$

Агар нейтронлар энергияси электронвольтнинг юздан бир қисмига тенг бўлган ҳолда (“иссиқлик нейтрон”лари) учун λ нинг миқдори кристаллар панжарасининг доимийси тартибида бўлади.

Хулоса сифатида айтиш мумкинки, ҳамма заррачалар ҳам тўлқин хоссаларига эга ва Де-Бройл формуласи умумий аҳамиятга эга.

3.3. Де-Бройл тўлқинларининг статистик талқини

Энди де-Бройл тўлқинининг физик маъносини аниқлашга ўтамиз. Аввало тўлқин ва микрозаррача ўртасидаги асосий фарқни эслатиб ўтайлик.

Маълумки, тўлқин қандайдир давомийликка эга ва у ўзини бир вақтда фазонинг турли ерларида намоён қила олади. Заррачанинг эса аниқ бир вақт моментида фақатгина фазонинг бир нуқтасида мавжудлигини аниқлаш мумкин. Айнан шунинг учун Планк, Эйнштейн ва де-Бройл ғоялари тажриба натижаларини тушунтирган бўлса ҳам, аввалига бу ғояларда қандайдир ички қарама-қаршилик мавжуддек туюлади.

Ёруғликнинг икки тирқишдан ўтишдаги дифракциясини батафсил таҳлил қилайлик. Маълумки, икки тирқишли экрандан ўтган ёруғлик экран ортига қўйилган фотопластинкада интерференцион манзарани ҳосил қилади, фотопластинкада максимум ва минимумларнинг алмашинуви кузатилади. Бу тажриба нтижалари асосида ёруғликнинг тўлқин табиати ҳақида икки далилга эга бўлишимиз мумкин:

1. Фотопластинканинг турли ерларининг бир вақтда узлуксиз равишда қорайиши.
2. Ёруғликнинг тўлқин сифатида қарайдиган назариялар асосида олинган формулаларнинг интерференцион манзарани тўла тушунтириши.

Ёруғлик интенсивлиги жуда кичик миқдоргача камайтирилган ҳолда фотопластинканинг қорайиши тартибсиз жойлашган нуқталар кўринишида бўлади ва фотопластинкадаги тасвир эса мохир бўлмаган мерган томонидан отилган нишондаги манзарани эслатади.

Бу тажрибавий мисол ёруғликнинг фотонлардан ташкил топганлиги ва фотонлар фотопластинка таркибидаги зарралар билан тўқнашганда ўзларини заррача каби тутишини исботлаш мақсадида келтирилган.

Ёруғликнинг тўлқин табиатини исботлаш мақсадида келтирилган биринчи далил, яъни фотопластинканинг узлуксиз характерга эга бўлган ҳолдаги қорайишини фақатгина одатдаги ёруғликда фотонлар сонининг нисбатан кўплиги билан осон тушунтириш мумкин.

Ҳаёлий тажриба ўтказамиз, тирқишлардан фотонлар нисбатан катта вақт оралиқларида кетма-кет ўтказилади деб фараз қиламиз, яъни интенсивликни худди аввалгидай кичик деб ҳисоблаб, экспозиция вақтини оширамиз.

Фотопластинкадаги қора нуқталар сони кўпайгани сари, улар ўзаро тутшиб, аниқ интерференцион манзарани ҳосил қилар экан. Демак, фотонлар фотопластинка билан ўзаро таъсир қилганда ўзини заррача каби намоён этишига қарамай, уларнинг табиатини барибир қандайдир “сирли” тўлқин бошқариб туришини тан олмай иложимиз йўқ.

Модомики, юборилаётган фотонлар оралиғидаги вақт жуда катта экан, демак, улар мустақил фотонлардир ва шунинг учун олдинроқ таъкидлаганимиздек, бу тўлқин айрим фотоннинг хусусиятидир деб ҳам тан олиш лозим. Лекин ғалати бир ҳол бор: бу тўлқин айрим фотон характеристикаси бўлишига қарамай, у ўзини фақат кўп миқдордаги мустақил фотонлар мавжуд шароитдагина аниқ намоён қилади (Биз биламизки, битта фотон фотопластинкада фақат битта доғ қолдиради ва шундай экан унинг бир ўзи интерференцион манзарани ҳосил қила олмайди). Де-Бройл тўлқини деб аталган тўлқин мана шундай зид характерга эгадир. Бу муаммони Макс Борн ҳал қилиб берди. Унинг фикрларини тўла тасаввур этиш учун яна бир бошқа ҳаёлий тажрибани кўз олдимизга келтирайлик.

Фараз қилайлик, бутун дунё бўйлаб жуда кўп лабораторияларда бир вақтнинг ўзида юқорида айтилган тажриба ўтказилсин. Лекин, тушаётган ёруғлик интенсивлиги ва экспозиция вақти шундай танлансинки, натижада фотопластинкада фақатгина битта қорайган нуқта ҳосил бўлсин.

Бизга равшанки, турли лабораторияларда бу қорайган нуқталар фотопластинканинг ҳар хил жойида бўлади. Келинг энди олинган натижаларни (бу нуқталарнинг координатларини) йиғайлик ва уларни фотопластинка катталиғидаги қоғоз юзасига туширайлик.

Макс Борн бу саволга қуйидагича жавоб берган: қоғоздаги ҳосил бўладиган кўриниш одатдаги оптик тажрибалардан олинадиган икки тирқишдаги интерференцион манзарага айнан мос келади.

Макс Борннинг юқоридаги каби фикр юритишлари уни де-Бройл тўлқинларига статистик изоҳ беришга ундади. Унинг тахминига кўра де-Бройл тўлқинларининг интенсивлиги фотоннинг берилган вақт momentiда берилган ҳажм элементида топилиш эҳтимоллигига пропорционалдир:

$$W(r,t) = |\psi(r,t)|^2 = \psi^*(r,t)\psi(r,t) \quad (3.3.1.)$$

Демак, битта фотонга хос бўлган де-Бройл тўлқини, ёруғлик тўлқинидаги электр ҳамда магнит майдонларнинг кучланишлари билан тўғридан-тўғри алоқадор бўлмаган, эҳтимолий характерга эга бўлган тўлқиндир.

Де-Бройл тўлқини информацион характерга эга ва шунинг учун ҳам у физикавий тўлқин бўла олмайди. Айрим фотонга мос келувчи де-Бройл тўлқини, фотопластинкага физикавий тўлқинлар каби фазовий давомийликда таъсир эта олмайди, яъни Де-Бройл тўлқини ўзида эҳтимоллик информациясини ташир экан.

Де-Бройл тўлқини ўзини аниқ намоён қилиши учун, экспериментда жуда кўп мустақил фотонларни талаб қилишининг сабаби ҳам шунга узвий боғлиқ. Эҳтимоллик қонунларининг ўзларини аниқ намоён қилиши учун тажрибаларнинг бир неча бор мустақил ҳолда такрорланишини тақозо қилиши маълум, шу сабабли тажрибалар қанча кўп такрорланса эҳтимоллик қонунларининг бажарилиши шунча аниқ намоён бўлади.

Юқоридаги кўрган тажрибаларимизда эса тирқишлардан ўтган фотонни фотопластинканинг бирон нуктасига тушиш эҳтимоли шу нуктадаги де-Бройл тўлқини интенсивлиги билан аниқланади ва шунинг учун унинг фотопластинкадаги тақсимланиши интерференция қонунига бўйсунди. Физикавий тўлқинларнинг интенсивлиги уларнинг физикавий ҳолатини аниқлайди, чунки интенсивлик тебраниш энергияси билан боғлиқдир. Де-Бройл тўлқинлари интенсивлиги эса заррачаларнинг

жойлашиш эҳтимоллигини ифодалаганлиги учун , интенсивлик катталигининг ўзи эмас, балки фазонинг турли қисмларидаги интенсивлик нисбатлари муҳимдир ва нисбатлар заррачани фазонинг маълум бир ҳажм элементида бошқа ҳажм элементидагига нисбатан неча мартаба кўп намоён бўла олиш эҳтимоллигини кўрсатади.

3- мавзу бўйича талабалар мустақил шуғулланишлари учун саволлар

1. Луи де-Бройл ғоясининг асосий мазмунини тушунтиринг.
2. Де-Бройл тўлқининг математик ифодасини тушунтиринг.
3. Де – Бройл тўлқинининг фазавий (фаза) тезлиги ифодаси ва унинг физик маъносини тушунтиринг.
4. Тўлқин группасининг таърифини тушунтиринг.
5. Де-Бройл тўлқини группа (группавий) тезлиги моҳиятини тушунтиринг.
6. Де-Бройл тўлқинининг группавий тезлиги нинг заррачанинг ҳаракат тезлигига тенг деган хулосанинг нима учун нотўғри хулоса эканлигини тушунтиринг.
7. Норелятивистик тезликларда заррачанинг кинетик энергиясининг Де-Бройл тўлқин узунлиги билан боғланиш формуласи моҳиятини тушунтиринг.
8. Релятивистик тезликларда заррачанинг кинетик энергиясининг Де-Бройл тўлқин узунлиги билан боғланиш формуласи моҳиятини тушунтиринг.
9. Девиссон-Джермер тажрибасининг асосий ғояси ва натижаларини тушунтиринг.
10. Томсон-Тартаковский тажрибаси қандай объектларда ўтказилган ва қандай натижалар олинган.
11. Де-Бройл тўлқинининг физикавий маъносини тушунтиринг.

3- мавзу бўйича талабалар билимини текшириш учун назорат тестлари.

1. Де-Бройл тўлкинининг физикавий маъноси тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.			
Де-Бройл тўлкини информаион характерга эга ва шунинг учун физикавий тўлқин бўлаолмайди. Де-Бройл тўлкини интенсивлиги қаралаётган нукта атрофидаги чексиз кичик ҳажмда заррачанинг мавжудлик эҳтимоллиги зичлигини аниқлайди.			
Де-Бройл тўлкини информаион характерга эга ва физикавий тўлқин бўлади. Де-Бройл тўлкини интенсивлиги қаралаётган нукта атрофидаги чексиз кичик ҳажмда заррачанинг мавжудлик эҳтимоллиги квадратинини аниқлайди.			
Де-Бройл тўлкини информаион характерга эга ва шунинг учун физикавий тўлқин бўлаолмайди. Де-Бройл тўлкини интенсивлиги қаралаётган нукта атрофидаги чексиз кичик ҳажмда заррачанинг заряд зичлигини аниқлайди			
Де-Бройл тўлкини информаион характерга эга ва шунинг учун физикавий тўлқин бўлади. Де-Бройл тўлкини интенсивлиги қаралаётган нукта атрофидаги чексиз кичик ҳажмда заррачанинг энергия зичлигини аниқлайди			
2. Де-Бройл тўлқин узунлигининг релятивистик ифодасида электроннинг кинетик энергияси $E_k = 10m_0c^2$ дан $20m_0c^2$ ўзгарганда, тўлқин узунлигининг неча марта ўзгаришини аниқланг?			
$\sqrt{\frac{3}{11}}$ марта	$\sqrt{\frac{11}{3}}$ марта	ўзгармайди	2 марта камаяди
3. $v \ll c$ ҳолда Де-Бройл тўлқин узунлигининг заррачанинг кинетик энергиясига боғланиш формуласида электроннинг кинетик энергияси 9 марта орттирилганда, Де-Бройл тўлқин узунлиги қиймати неча марта камайишини аниқланг?			
3 марта камаяди	$\frac{1}{4}$ марта ортади	4 марта камаяди	5 марта камаяди
4. Де-Бройл тўлкини учун группавий тезлик ифодасини аниқланг.			
$V = \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_0$	$\left(\frac{dk}{d\omega}\right)_0 = V$	$V = \left(\frac{d^2\omega}{dk^2}\right)_0$	$V = Q\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_0$ бу ерда $a \neq 1$
5. Девиссон –Джермер тажрибаси электронлар оқимининг қандай жисмларда сочилиши текширилган ва микрозарраларни қандай хусусиятга эга эканлиги тасдиқланган.			
Девиссон –Джермер тажрибасида электронлар оқимининг кристалл сиртида сочилиши текширилган ва натижада сочилган электронлар интенсивлигининг фазода нотекис тақсимланганлиги аниқланган. Тажрибада заррачаларнинг тўлқин хусусиятига эга эканлиги тасдиқланган.			
Девиссон –Джермер тажрибасида электронлар оқимининг кристалл сиртида сочилиши текширилган ва натижада сочилган электронлар интенсивлигининг фазода нотекис тақсимланганлиги аниқланган. Тажрибада заррачаларнинг корпускуляр хусусиятига эга эканлиги тасдиқланган.			
Девиссон –Джермер тажрибасида электронлар оқимининг суюқлик сочилиши текширилган ва натижада сочилган электронлар интенсивлигининг фазода нотекис тақсимланганлиги аниқланган. Тажрибада заррачаларнинг корпускуляр хусусиятига эга эканлиги тасдиқланган.			
Девиссон –Джермер тажрибасида электронлар оқимининг сиртида сочилиши текширилган ва натижада сочилган электронлар интенсивлигининг фазода текис тақсимланганлиги аниқланган. Тажрибада заррачаларнинг тўлқин хусусиятига эга эканлиги тасдиқланган.			
6. Электрон учун Де-Бройл тўлқин узунлиги $\lambda = 0,122A^0$ га тенг бўлиши учун потенциаллар фарқи қандай қийматга эга бўлган потенциал (электр) майдонида ҳаракатланиши кераклиги тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.			
$V = 10^4 \text{ эВ}$	$V = 10^2 \text{ эВ}$	$V = 10^5 \text{ эВ}$	$V = 10^3 \text{ эВ}$
7. Де-Бройл тўлкинининг М.Борн томонидан берилган статистик талқинининг тўғри таърифини аниқланг.			
Фазонинг қандайдир нуктасидаги Де-Бройл тўлкинининг интенсивлиги шу нуктада (шу			

нуктани ўз ичига олган жуда кичик ҳажм элементида) заррачани аниқлаш эҳтимоллигига пропорционал.
Фазонинг қандайдир нуктасидаги Де-Бройл тўлкинининг интенсивлиги шу нуктада (шу нуктани ўз ичига олган жуда кичик ҳажм элементида) заррачани аниқлаш эҳтимоллигига тескари пропорционал.
Фазонинг қандайдир нуктасидаги Де-Бройл тўлкинининг интенсивлигининг квадрати шу нуктада (шу нуктани ўз ичига олган жуда кичик ҳажм элементида) заррачани аниқлаш эҳтимоллигига пропорционал.
Фазонинг қандайдир нуктасидаги Де-Бройл тўлкинининг интенсивлиги шу нуктада (шу нуктани ўз ичига олган жуда кичик ҳажм элементида) заррачани аниқлаш эҳтимоллиги зичлиги квадратага пропорционал
8. Де-Бройл тўлкинининг физикавий тўлқин бўлаоладими?.
Де-Бройл тўлкини информаион ҳарактерга эга бўлганлиги учун физикавий тўлқин бўлаолмайди, чунки Де-Бройл тўлкини интенсивлиги қаралаётган нукта атрофидаги чексиз кичик ҳажмда заррачанинг мавжудлик эҳтимоллигини аниқлайди.
Де-Бройл тўлкини информаион ҳарактерга эга ва физикавий тўлқин бўлади. Де-Бройл тўлкини интенсивлиги қаралаётган нукта атрофидаги чексиз кичик ҳажмда заррачанинг мавжудлик эҳтимоллиги квадратинини аниқлайди.
Де-Бройл тўлкини информаион ҳарактерга эга ва шунинг учун физикавий тўлқин бўлаолмайди. Де-Бройл тўлкини интенсивлиги қаралаётган нукта атрофидаги чексиз кичик ҳажмда заррачанинг заряд зичлигини аниқлайди
Де-Бройл тўлкини информаион ҳарактерга эга ва шунинг учун физикавий тўлқин бўлади. Де-Бройл тўлкини интенсивлиги қаралаётган нукта атрофидаги чексиз кичик ҳажмда заррачанинг энергия зичлигини аниқлайди
9. Де-Бройл тўлқин узунлигининг релятивистик ($\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{\sqrt{E_k(E_k + 2m_0c^2)}}$) ифодасида
$E_k = 4m_0c^2$ да λ нинг қймати тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг ?
$\lambda = \frac{\pi\hbar c}{2\sqrt{2}m_0c^2}$ $\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{\sqrt{24}m_0c^2}$ $\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{\sqrt{16}m_0c^2}$ $\lambda = \frac{2\hbar}{\sqrt{(m_0c^2)^2}}$
10. Ёруғлик кванти фотоннинг электрон билан тўқнашиш жараёни тўғри тушунтирилган жавобни аниқланг.
ω - частотали электромагнит тўлқин атомдаги электрон билан ўзаро таъсирлашганда (тўқнашганда) E - энергияли ва $\vec{p}$ - импульсли тўлқин ютилади (ёруғлик кванти йўқолади) бошқа E' -энергияли ва $\vec{p}'$ - импульсли электромагнит тўлқин, янги ёруғлик кванти ҳосил бўлади.
ω - частотали электромагнит тўлқин атомдаги электрон билан ўзаро таъсирлашганда (тўқнашганда) E - энергияли ва $\vec{p}$ -импульсли тўлқин сочилади (ёруғлик кванти йўқолади) бошқа E' -энергияли ва $\vec{p}'$ - импульсли электромагнит тўлқин, янги ёруғлик кванти ҳосил бўлади.
ω - частотали электромагнит тўлқин атомдаги электрон билан ўзаро таъсирлашганда (тўқнашганда) E - энергияли ва $\vec{p}$ -импульсли тўлқин нурланади (ёруғлик кванти ҳосил бўлади) бошқа E' -энергияли ва $\vec{p}'$ - импульсли электромагнит тўлқин, янги ёруғлик кванти ҳосил бўлади.
ω -частотали электромагнит тўлқин атомдаги электрон билан ўзаро таъсирлашганда (тўқнашганда) E - энергияли ва $\vec{p}$ -импульсли тўлқин сочилади (ёруғлик кванти ҳосил бўлади) бошқа E' -энергияли ва $\vec{p}'$ - импульсли электромагнит тўлқин, янги ёруғлик кванти ҳосил бўлади.
11. Тўлқин группаси таърифи тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.
Тўлқин группаси бир –биридан тўлқин узунлиги ва таркалиш йўналиши бўйича жуда кам фарқ қилувчи тўлқинлар суперпозициясига айтилади.
Тўлқин группаси бир –биридан фақат тўлқин узунлиги бўйича жуда кам фарқ қилувчи

тўлқинлар суперпозициясига айтилади.			
Тўлқин группаси бир –биридан фақат тарқалиш йўналиши бўйича жуда кам фарқ қилувчи тўлқинлар суперпозициясига айтилади.			
Тўлқин группаси деб тўлқинлар тўпламига айтилади.			
12. $v \ll c$ ҳолда протон учун Де-Бройл тўлқин узунлиги электрон учун Де-Бройл тўлқин узунлигидан неча марта фарқ қилади?			
$\sqrt{\frac{m_e}{m_p}}$ марта	$\frac{1}{\sqrt{1836}}$	$\sqrt{1836}$	$\sqrt{\frac{m_p}{m_0}}$ марта

4- мавзу. Координата ва импульсларни аниқлаш эҳтимоллиги.

Гейзенберг ноаниқликлар муносабати

4.1. Координатани аниқлаш эҳтимоллиги

Микрозаррачанинг $r(x, y, z)$ координатали нукта атрофида мавжудлик эҳтимоллиги танланган соҳанинг катталиги билан боғлиқдир. Заррачанинг мавжудлик эҳтимоллигини фақат шу соҳанинг катталигига пропорционал деб ҳисоблаш мумкин.

$$dW(\vec{r}, t) = |\psi(r, t)|^2 dx dy dz = |\psi(\vec{r}, t)|^2 \quad (4.1.1)$$

Заррачанинг берилган t вақт моментида қаралаётган нукта атрофидаги dV элементар ҳажмда жойлашиш эҳтимоллиги:

$$P(r, t) = \frac{dW}{dV} = |\psi(r, t)|^2 \quad (4.1.2)$$

Заррачанинг чекли ҳажмда топилиш эҳтимоллиги (3.4.2.) ни ҳажм бўйича интеграллаш йўли билан аниқланади.

$$W(V, t) = \int_V P(r, t) dV \quad (4.1.3.)$$

$\psi(\vec{r}, t)$ ни нормаллаш шарти қуйидагича топилади ва бу функция нормаллашган функция дейилади..

$$\int |\psi(r, t)|^2 dV = 1 \quad (4.1.4.)$$

4.2. Суперпозиция принципи

Оптика курсидан маълумки, дифракция ва интерференция ходисалари тўлқинларнинг қўшилиши, яъни уларнинг суперпозицияси билан боғлиқдир.

Физикада бу тасдиқ суперпозиция принципи сифатида маълум, яъни табиатда қандайдир ёруғлик тўлқинлари алоҳида ҳолда мавжуд экан, унда албатта уларнинг йиғиндисига мос келувчи тўлқин ҳам мавжуд бўлиши керак.

Суперпозиция принципига асосан икки тирқишли экран орқасида ҳосил бўлган тўлқинни ҳар бир тирқишдан алоҳида сочилган тўлқинлар йиғиндиси деб қараш мумкин, лекин тўлқинлар қўшилганида уларнинг интенсивликлари оддий қонуният асосида қўшилмайди.

Буни тўлқинларга ҳос бўлган комплекс ифодани татбиқ этиш орқали аниқ кўрсатиш мумкин. Фараз қилайлик, $\psi_1(\vec{r}, t)$ ва $\psi_2(\vec{r}, t)$ тўлқинларнинг йиғиндисидан иборат бўлган $\psi(\vec{r}, t)$ тўлқин берилсин:

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_1(r, t) + \psi_2(r, t) \quad (4.2.1.)$$

Ушбу тўлқиннинг интенсивлиги, қуйидагича ёзилади

$$|\psi(r, t)|^2 = |\psi_1(r, t)|^2 + |\psi_2(r, t)|^2 + 2 \operatorname{Re} \psi_1(r, t) \psi_2(r, t) \quad (4.2.2.)$$

Тўлқинлар йиғиндисининг интенсивлиги фақат қўшилувчи иккала тўлқинлар интенсивликларидан иборат бўлмасдан, балки $2 \operatorname{Re} \psi_1(r, t) \psi_2(r, t)$ кўринишида ифодаланган қўшимча ҳадни ҳам ўз ичига олади ва бу қўшимча ҳад интерференцион ҳад деб аталади.

Ушбу интерференцион ҳаднинг мавжудлиги туфайли интерференция ходисаси мавжуд бўлади.

Квант назариясида суперпозиция принципини қуйидагича ифодаланади.

$$\psi(\vec{r}, t) = c_1 \psi_1(r, t) + c_2 \psi_2(r, t) \quad (4.2.3.)$$

Мураккаб ҳолатлар учун суперпозиция принципи эса қуйидагича ёзилади:

$$\psi(\vec{r}, t) = c_1 \psi_1(r, t) + c_2 \psi_2(r, t) + c_3 \psi_3(r, t) + \dots + c_n \psi_n(r, t) \quad (4.2.4.)$$

4.3. Импульсининг топилиш эҳтимоллиги

Тўлқин пакети ҳаракатини ифодаловчи тўлқин функция қуйидагича ифодаланади:

$$\psi(\vec{r}, t) = \int f(\vec{p}) \exp \left[\frac{i}{\hbar} (\vec{p}\vec{r} - Et) \right] d\vec{p} \quad (4.3.1.)$$

(3.1.6.) формуладаги де-Бройл тўлқинларининг $f(\vec{p})$ қатор коэффицентларига физикавий маъно бериш учун, тўлқин пакетининг x ўқи бўйлаб тарқалувчи бир ўлчовли ҳаракатини қараймиз:

$$\psi(x, t) = \int f(\vec{p}) \exp \left[\frac{i}{\hbar} (px - Et) \right] d\vec{p} \quad (4.3.2.)$$

Фараз қилайлик, тўлқин пакети дифракцион панжарага нормал тушаётган бўлсин. Маълумки, аниқ $\vec{p}$ импульсга эга бўлган де-Бройл тўлқини $k = \frac{p}{\hbar}$ тўлқин сони ва $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ тўлқин узунлиги билан характерланади.

Тўлқин пакет таркибига кирувчи ҳар бир де-Бройл тўлқини, бири-бирига боғланмаган ҳолда, дифракцион панжарадан, максимумлар шартига кўра, фақат аниқ θ бурчакларга сочилади:

$$\sin \theta = \frac{n\lambda}{d} = \frac{2\pi\hbar n}{pd} \quad (4.3.3.)$$

Бу йўналишларда сочилган тўлқин интенсивликларига мос келувчи де-Бройл тўлқини эса $|f(p)|^2$, яъни тўлқин амплитудаси модулининг квадратига пропорционал бўлади. Натижада тўлқин пакети панжарадан ўтгач, “елпиғич” каби ёйилади ва унинг интенсивлигининг бурчак тақсимооти қуйидагича бўлади.

$$I(\theta) = |f(p)|^2 = \left| f \left(\frac{2\pi\hbar n}{\sin \theta d} \right) \right|^2 \quad (4.3.4.)$$

Бу ерда (4.3.3) формуладан келиб чиқувчи импульс ва максимал дифракция бурчаги орасидаги боғланишдан фойдаланилди:

$$p = \frac{2\pi\hbar n}{\sin \theta d} \quad (4.3.5.)$$

(4.3.4.) формулага аниқлик киритиш мақсадида, турли тартибдаги максимумлар ўзаро бир-бирини қопламайди, яъни тушаётган тўлқин пакетида импульс тарқоқлиги етарли даражада кичик бўлади, деб тахмин қилайлик.

Модомики, p импульсли заррача аниқ θ бурчакка оғар экан, унда тўлқин пакети ҳолида (яъни тушаётган заррача импульси ноаниқ бўлган ҳолда) унинг θ бурчакка чекланиш эҳтимоли, $I(\theta)$ тушаётган тўлқин пакетида шу бурчакка мос келувчи $\vec{p}$ импульсли заррачанинг ҳолатини топиш эҳтимолига пропорционал, деб ҳисоблаш табиийдир. Ваҳолангки, (4.3.4.) формулага биноан $I(\theta) = |f(p)|^2$ бўлар экан, у ҳолда, тўлқин пакетида заррачанинг аниқ импульсли ҳолатини топиш маънога эга, деган фикр туғилади.

Маълумки, ихтиёрий силлиқ функцияни Фурье интегрالي кўринишида ифодалаш мумкин:

$$F(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \Phi(\vec{k}) \exp(i\vec{k}\vec{r}) d\vec{k} \quad (4.3.6.)$$

Фурье теоремаси асосида вақтнинг исталган моментида заррачанинг ҳар қандай ҳолати аниқ импульсли ҳолатлар суперпозицияси кўринишида тасаввур этилиши мумкин деган фикрни айтиш мумкин.

Ҳақиқатда, маълум формулаларга асосан $\psi(\vec{r}, t)$ тўлқин функциясини ҳамма вақт қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int \varphi(\vec{p}, t) \exp\left(i \frac{\vec{p}\vec{r}}{\hbar}\right) d\vec{p} \quad (4.3.7.)$$

$$\varphi(\vec{p}, t) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int \psi(\vec{r}, t) \exp\left(i \frac{\vec{p}\vec{r}}{\hbar}\right) d\vec{r} \quad (4.3.8.)$$

Заррачанинг маълум импульсли ҳолатда топилиш эҳтимоли қуйидаги формула билан аниқланади.

$$|\varphi(\vec{p}, t)| = (2\pi\hbar)^3 |f(\vec{p})|^2 \quad (4.3.9.)$$

Заррачалар импульсининг $\vec{p}$ қийматли ҳолат атрофида топилиш эҳтимоли

$$P(\vec{p}) = |\varphi(\vec{p}, t)|^2 \quad (4.3.10.)$$

кўринишида бўлади.

4.4. Физик катталикларнинг ўртача қийматларини ва ўртача квадратик қийматларини ҳисоблаш

Квант назариясини микрообъектлар иштирокида бўладиган жараёнларни таърифлаш учун татбиқ этиш натижасида квант назарияси тўғрисида қуйидагиларни айтиш мумкин:

1. Заррачанинг ҳолати $\psi(\vec{r}, t)$ тўлқин функция орқали аниқланади.
2. Квант механикасида суперпозиция принципи мавжуд, бу эса табиатда физик катталикларни аниқ қийматларга эга бўлмаган ҳолатларнинг борлигини тақозо этади. Бундай ҳолатлар учун физик катталикларнинг фақат бирон қийматини топилиш эҳтимоли тўғрисидагина гапириш мумкин.
3. $\psi(\vec{r}, t)$ - тўлқин функция, координата бўйича эҳтимоллик тақсимоли

$$P(r, t) = \frac{dW}{dV} = |\psi(\vec{r}, t)|^2 \quad (4.4.1.)$$

$$P(\vec{p}) = |\varphi(\vec{p}, t)|^2 \quad (4.4.2.)$$

импульслар бўйича эҳтимоллик тақсимолини ҳам аниқлашга имкон беради

Шуни таъкидлаш лозимки, квант назарияси классик механикадан фарқли равишда, бўлажак воқеаларни аниқ айтиб бера олмасдан, фақат уларнинг амалга ошиш эҳтимоллигини кўрсатади. Бу эса квант назариясида олдиндан айтилган нарсаларни аниқлигини текшириш учун жуда кўп марта тажрибалар ўтказиш лозимлигини билдиради.

Аммо битта заррача билан қайта-қайта тажриба ўтказиш реал бўлмаган масаладир, чунки микрообъект устида ўтказилган ҳар бир ўлчов унинг ҳолатини ўзгартиради.

Шунга кўра, кўп марта бир хил тажрибалар ўтказиш учун бир хил ҳолатдаги бир-бирига боғлиқ бўлмаган ва бир хил тўлқин функцияси билан тавсифланадиган кўп миқдордаги айнан ўхшаш заррачалар бўлиши керак.

Заррачаларнинг бундай тўпламини **заррачалар ансамбли** дейилади. Ансамбль ёрдамида эҳтимоллик ҳақидаги тушунчага реал маъно бериш мумкин. Масалан, $\vec{r}$ координатали нукта атрофида заррачани топилиш эҳтимоллиги $|\psi(\vec{r}, t)|^2$ га тенг. N заррачали ансамблдаги эҳтимоллик эса,

$$dN(\vec{r}, t) = N |\psi(\vec{r}, t)|^2 d\vec{r} \quad (4.4.3.)$$

га тенг бўлиб, заррачалар сони $\vec{r}$ нукта атрофида $d\vec{r} = dx dy dz$ ҳажм ичида топилишини англатади.

Агар заррачаларнинг импульси ўлчанаётган бўлса, унда импульс фазонинг $\vec{p}$ нуктаси атрофидаги $d\vec{p}$ элементар ҳажм ичида топиладиган заррачалар сони

$$dN(\vec{p}, t) = N |\phi(\vec{p}, t)|^2 d\vec{p} \quad (4.4.4.)$$

га тенг бўлади. Шунга айтиш керакки, ушбу формулалардаги N қанча катта бўлса, формулаларнинг маъноси шунча тўлиқ аниқликка эга бўлади.

Ансамбль ёрдамида $|\phi(\vec{p}, t)|$ ҳолатдаги бирон-бир физик катталиқнинг ўртача қийматига ҳам реал маъно бериш мумкин. Масалан,

$$\int x |\psi(\vec{r}, t)|^2 d\vec{r} \quad (4.4.5.)$$

ифодани кўриб чиқайлик. Бу ифоданинг катталиги ансамблнинг ҳамма заррачалар бўйича ўртачалаштирилган $\bar{x}$ координатасига тенг бўлади. Ҳақиқатан ҳам (4.4.5.) формулада биноан

$$\bar{x} = \frac{\int x dN(x)}{N} = \int x |\psi(r, t)|^2 dr \quad (4.4.6.)$$

(4.4.6.) га асосан $\vec{r}$ га боғлиқ функция билан ифодаланувчи ҳар қандай физик катталиқнинг ўртача қиймати қуйидагича ифодаланади:

$$F(\vec{r}) = \int F(\vec{r}) |\psi(\vec{r}, t)|^2 d\vec{r} = \int \psi^* |\vec{r}, t| F(\vec{r}) \psi(\vec{r}, t) d\vec{r} \quad (4.4.7.)$$

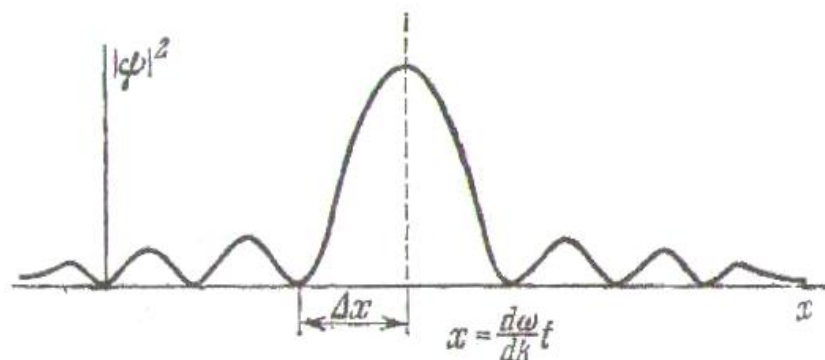
(4.4.7.) биноан импульсининг функцияси бўлувчи ҳар қандай физик катталиқнинг ўртача қиймати ҳам шунга ўхшаш формула орқали ҳисобланиши мумкин:

$$F(\vec{p}) = \int F(\vec{p}) [\psi(\vec{p}, t)]^2 d\vec{p} = \int \psi^* |\vec{p}, t| F(\vec{p}) \psi(\vec{p}, t) d\vec{p} \quad (4.4.8.)$$

Юқоридаги формулаларга асосланиб p_x ва $\overline{p_x^2}$ ларни ҳам аниқлаш мумкин.

4.5 . Гейзенбергнинг ноаниқлик муносабатлари

Де-Бройл тўлқинларнинг статистик талқини назарий йўл билан олинган натижаларни тажриба маълумотлари билан боғлаш имконини беради, лекин бу талқин асосида микрообъектларнинг табиати тўғрисидаги масалани ўрганиш мураккаб. Бир хил микрообъектлар, масалан электронларни қарасак, баъзи тажрибаларда электронлар муайян траекториялар бўйича ҳаракатланувчи заррачалар сифатида қаралади, бошқа тажрибаларда эса улар ўзини суперпозиция принципига бўйсинадиган тўлқинлар каби тутати. Аммо равшанки, бир хил микрообъектларнинг ўзини тавсифлаш учун ҳам тўлқин, ҳам корпускуляр тасаввурдан фойдаланишга мажбур бўлганлигимиз сабабли, бу микрообъектларга заррачаларнинг барча хоссалари ва тўлқинларнинг барча хоссалари тааллуқли бўлади дея олмаймиз.



4-расм. Тўлқин гуруҳи интенсивлигининг тақсими

Маълумки, классик механикада заррачаларни траекториялари ва бу траектория бўйлаб уларнинг ҳаракати бизни қизиқтиради. Заррачани

траектория бўйлаб ҳаракати билан вақтнинг ҳар бир моментидаги аниқ координатаси ва аниқ импульсининг мавжудлиги билан чамбарчас боғланган. Биринчи катталик заррачанинг ҳолатини аниқлаб берса, иккинчиси эса шу катталикнинг чексиз кичик вақт давомида ўзгаришини кўрсатади:

Статистик ансамблдаги заррачалар хилма-хил координатага ва импульсларга эга бўлиши мумкин. Агар бу классик ансамбл бўлганида аниқ импульс ва аниқ координатага эга бўлган ансамблларни танлаш мумкин бўларди. Квант ансамбл ҳолида бундай танлаб олиш имконияти бўлмайди, чунки бу ҳолда заррачаларнинг жойлашиши ва уларнинг импульси орасидаги муносабат классик ҳолатдаги муносабатдан мутлақо фарқ қилади.

Квант механикада импульс $p_x = \hbar k$, бу ерда k катталик Δk оралиғида ўзгаради ва p импульс

$$\Delta p_x = \hbar \Delta k \quad (4.5.1.)$$

оралиқда ўзгаради. Шунга асосан қуйидаги ифодани олиш мумкин.

$$\Delta x \Delta p_x = \pi \hbar \quad (4.5.2.)$$

Олинган (4.5.2.) муносабат x координата ва унга мос импульснинг проекцияси p_x учун квант механикада Гейзенбергнинг ноаниқлик муносабати дейилади.

Бу формулада Δx ва Δp_x катталиклар мос равишда x координата ва p_x импульсни ўлчашдаги ноаниқликларни ифодалайди. Алоҳида ўлчашларнинг аниқланган қийматлари x атрофида $\pm \Delta x$ ноаниқлик билан олинади. Агарда шу ҳолатнинг ўзида заррачаларнинг , импульси ўлчанса, уларнинг ўртача қиймати $\overline{p_x} = p_0 = \hbar k_0$ га тенг бўлади ва алоҳида ўлчашларнинг қийматлари p_0 қиймат атрофида $\pm \Delta p_x$, ноаниқлик билан топилади.

Ноаниқлик муносабатларини математик кўринишда яққол тасвирлаш учун аввал координата ва импульснинг ўртача қийматларидан

эхтимоллий четланишини билдирувчи катталикларни аниқлаш керак. $\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z$ лар $\vec{p}$ фазодаги $\varphi(\vec{p}, t)$ функция жойлашган соҳа катталигини билдиради, $|\varphi(\vec{p}, t)|^2$ - эса импульс эҳтимоллиги маъносига эга, у ҳолда равшанки, $\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z$ лар импульсни ўртача қийматларидан эҳтимоллий четланиш чегарасини аниқлайди.

Бошқача айтганда, $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ ва $\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z$ лар координата ва импульсларни уларнинг ўртача қийматлари атрофида тарқоқлигини, яъни заррача координата ва импульсларининг ноаниқлик даражасини кўрсатади.

Шунинг учун квант механикасида $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ ва $\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z$ ларни координата ва импульс ноаниқликлари деб аташ қабул қилинган.

Статистикада кенг қўлланиладиган $\overline{(\Delta p_x)^2}$ ва $\overline{(\Delta x)^2}$ ўртача квадратик оғишларни ҳисоблаб чиқамиз.

Координата ва импульс ноаниқликларини ўртача квадратик оғишлар орқали ҳисоблаймиз ва умумий кўринишдаги ноаниқлик муносабатларини ҳосил қиламиз.

$$\overline{(\Delta p_x)^2} \overline{(\Delta x)^2} \geq \frac{\hbar^2}{4} \quad (4.5.3.)$$

(4.5.3.) ифода квант механикасида Гейзенберг ноаниқлик муносабатлари дейилади бу муносабатлардан қуйидаги хулоса келиб чиқади:

Микрозаррачанинг ҳолатини тавсифловчи координата ва импульсни бир вақтда аниқ аниқлаб бўлмайди. Мана шу жиҳати билан квант механика, заррача ҳар қандай моментда аниқ координата ва аниқ импульсга эга бўлади деган тасаввурга асосланган классик механикадан тубдан фарқ қилади. Демак, квант назарияси Гейзенберг ноаниқлик муносабатларига асосланиб, бундай имконият бўлишлигини принципиал равишда инкор этади.

4- мавзу бўйича талабалар мустақил шуғулланишлари учун саволлар

1. Микрозаррачанинг $r(x, y, z)$ координатали нукта атрофида мавжудлик эҳтимоллиги соҳанинг қандай характеристикаси билан боғлиқ?
2. Суперпозиция принципининг асосий моҳиятини тушунтиринг.
3. Импульснинг мавжудлик эҳтимолиги формуласини тушунтиринг.
4. Фурье алмаштиришларининг моҳиятини тушунтиринг.
5. Заррачалар ансамбли моҳиятини тушунтиринг.
6. Гейзенберг ноаниқликлар муносабатини мазмунини тушунтиринг.
7. Гейзенберг ноаниқликлар муносабати ифодасини ёзинг ва тушунтиринг.
8. Тўлқин функция ва унинг физикавий мазмунини тушунтиринг.

2-боб. КВАНТ МЕХАНИКАНИНГ МАТЕМАТИК АППАРАТИ

5 – мавзу. Операторлар. Чизиқли ва ўз-ўзига қўшма операторлар

5.1. Чизиқли ва ўз-ўзига қўшма операторлар

Ҳар бир фундаментал физикавий назарияларда ўзига хос математик аппарат қўлланилади. Классик механика дифференциал ва интеграл ҳисоблаш методларининг, электродинамика ва Эйнштейннинг релятивистик механикаси эса, вектор ва тензор анализнинг кенг ҳамда ҳар томонлама тадбиқ этилиши билан боғланган. Квант механикада эса операторлар назарияси кенг қўлланилади.

Классик механиканинг асосий масаласи моддий нукта (жисмлар)нинг ҳаракат траекториясини ифодаловчи функцияларни аниқлаш масаласи ҳисобланади ва классик механикада ўрганиладиган физик катталиклар, яъни импульс, импульс моменти, энергия ва ҳ.к.лар координата ва вақтнинг функцияси сифатида тавсифланади.

Квант механикада Гейзенберг ноаниқликлар муносабатига асосан микрозаррачанинг координатаси ва импульси бир вақтнинг ўзида аниқ қийматлар қабул қила олмайдиган физик катталиклар ҳисобланади.

Иккинчи томондан квант назарияси бўлажак воқеаларни аниқ айтиб бера олмайди, балки уларни амалга ошиш эҳтимоллигини кўрсатади.

Квант механикада ўрганиладиган физикавий ҳодисаларнинг хусусиятларини тўла ифодаловчи математик аппарат сифатида операторлар назарияси қабул қилинган.

Квант механикада системанинг ривожланишини ва бу жараёнларда физик катталикларнинг ўзгаришини ифодалаш мақсадида **оператор** деб аталувчи математик тушунча киритилади.

Математикада **оператор** деб бир функцияни иккинчи функция билан таққослаш усулини ифодаловчи $\hat{L}$ белгига ёки $u(x)$ функцияга таъсир этиб янги $v(x)$ функцияни ҳосил қилувчи математик амалга айтилади, яъни :

$$Lu(x) = v(x) \quad (5.1.1.)$$

Масалан, $L = x$ бўлсин, у ҳолда $v(x)$ функцияни олиш учун $u(x)$ функцияни ўзининг x аргументига кўпайтириш керак ёки $L = \frac{\partial}{\partial x}$ кўринишида берилса, у ҳолда $v(x)$ функцияни ҳосил қилиш учун $u(x)$ функцияни x бўйича дифференциаллаш зарур.

Операторлар устида бажариладиган математик амалларни ўрганамиз. Иккита $\hat{A}$ ва $\hat{B}$ операторлар берилган бўлсин. Тўлқин функциясига

$$\hat{C}\psi = \hat{A}\psi + \hat{B}\psi \quad (5.1.2.)$$

тарзда таъсир этувчи $\hat{C}$ операторни $\hat{A}$ ва $\hat{B}$ операторларнинг йиғиндиси дейилади ва бу оператор:

$$C = A + B$$

кўринишда ёзилади. Иккала A ва B операторларнинг кўпайтмаси эса

$$D\psi = A(B\psi)$$

маънони билдиради, яъни ψ функцияга $\hat{B}$ оператор билан таъсир қилиши керак, сўнгра ҳосил бўлган янги тўлқин функцияга $\hat{A}$ оператор билан

таъсир этиш лозим. Муҳими операторларнинг кўпайтмаси кўпаювчиларнинг тартибига боғлиқ. Масалан, агар $\hat{D} = \hat{A} \cdot \hat{B}$ бўлса, у ҳолда $\hat{D} = \hat{B} \cdot \hat{A}$ деб белгиланади. Агар $\hat{A} \cdot \hat{B} = \hat{B} \cdot \hat{A}$ бўлса, $\hat{A}$ ва $\hat{B}$ операторлар ўз-ўзига коммутатив операторлар дейилади, акс ҳолда, яъни $\hat{A} \cdot \hat{B} \neq \hat{B} \cdot \hat{A}$ бўлса, улар комутатив бўлмаган (антикоммутатив) операторлар дейилади.

$$\hat{F} = \hat{A} \cdot \hat{B} - \hat{B} \cdot \hat{A}$$

Оператор $\hat{A}$ ва $\hat{B}$ операторлар учун коммутатор дейилади.

Аввало, чизикли оператор деган тушунча билан танишиб чиқайлик. Агар $\hat{L}$ оператор қуйидаги шартни

$$\hat{L}(c_1 u_1 + c_2 u_2) = c_1 \hat{L} u_1 + c_2 \hat{L} u_2 \quad (5.1.3)$$

қаноатлантирадиган бўлса, у чизикли оператор деб аталади.

Бу формулада u_1 ва u_2 лар ихтиёрий функциялар бўлиб c_1 ва c_2 лар эса ихтиёрий комплекс сонлардир.

Координатанинг $\hat{x}$ оператори ҳам, импульснинг $\hat{p}_x$ оператори ҳам чизикли оператор эканлигига ишонч ҳосил қилиш кийин эмас:

$$\begin{aligned} x(c_1 u_1 + c_2 u_2) &= c_1 (x u_1) + c_2 (x u_2) \\ p(c_1 u_1 + c_2 u_2) &= c_1 (p u_1) + c_2 (p u_2) \end{aligned}$$

Агар $\hat{A}$ ва $\hat{B}$ операторлар чизикли бўлса, уларнинг йиғиндиси ҳам, кўпайтмаси ҳам чизикли оператор бўлади. Шунга биноан $\hat{x}$ ва p_x операторлар чизикли бўлганлиги сабабли, улар орқали алгебраик ифодаланувчи ҳар қандай физик катталиқ ҳам чизикли оператор бўлади.

Демак, физик катталиққа мос келувчи операторлар чизикли бўлиши шарт. Чизикли L оператор ўз-ўзига қўшма ёки эрмит, оператор дейилади, агарда

$$\int u_1^*(x) L u_2(x) dx = \int u_2(x) L u_1^* dx \quad (5.1.4)$$

тенглик ўринли бўлса. Бу шартни қаноатлантирувчи операторлар фақат ҳақиқий физик катталиқларни ифодалайди.

Импульс операторининг $\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ ўз-ўзига қўшма эканлигини исботлаймиз:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} u_1^* \hat{p}_x u_2 dx &= -i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} u_1^* \frac{\partial u_2}{\partial x} dx \left[-i\hbar u_1^* u_2 \right]_{-\infty}^{+\infty} + \\ &+ i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} u_2 \frac{\partial u_1^*}{\partial x} dx = \int_{-\infty}^{\infty} u_2 \hat{p}_x^* u_1^* dx \end{aligned}$$

Бу интегрални ҳисоблашда бўлак-бўлак интеграллаш усулидан фойдаланилди ҳамда $u_1^*(\pm\infty) = u_2(\pm\infty) = 0$ тенг эканлиги ҳисобга олинди.

Импульс операторининг қўшмаси эса $\hat{p}_x^* = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ Шундай қилиб, $\hat{p}_x$ оператор чизиқли ва ўз-ўзига қўшма оператор экан. Текшириб кўриш мумкинки, $\frac{\partial}{\partial x}$ оператор чизиқли, аммо ўз-ўзига қўшма эмас.

Энди физик катталиклар операторларини тузишда чизиқли ва ўз-ўзига қўшма операторларнинг диққатга сазовор бўлган хусусиятларини кўриб чиқайлик:

$\hat{A}$ эрмит оператор дейилади, агар у ўз-ўзига қўшма оператори $\hat{A}^+$ га тенг бўлса,

$$\hat{A} = \hat{A}^+ \quad (5.1.5.)$$

Айнан шунинг учун эрмит операторларини **ўз-ўзига қўшма операторлар** деб юритилади.

1. $\hat{C} = \hat{A} + \hat{B}$ эрмит операторларнинг йиғиндиси ҳам эрмит оператор бўлади.
2. Эрмит операторининг бирор бир ҳақиқий сонга кўпайтмаси ҳам эрмит оператор бўлади.
3. $\hat{D} = \hat{A} \cdot \hat{B}$ икки эрмит операторнинг кўпайтмаси эрмит оператор бўлиши учун $\hat{A}$ ва $\hat{B}$ операторлар албатта ўз-ўзига коммутатив бўлиши лозим.

Шундай қилиб, физик катталиклар учун операторли ифодани тузишда ўта эҳтиёткорлик талаб қилинади.

2.2. Физик катталикларнинг ўртача қийматлари ва операторлари орасидаги боғланиш

Квант механикасида операторлар қўлланишининг асосий ғояси шундан иборатки, ҳар бир физик катталикка уни тавсифловчи чизиқли ва ўз-ўзига қўшма оператор мослаштирилади, яъни исталган физик катталик бирор оператор ёрдамида ифодаланади:

$$L \rightarrow \hat{L}. \quad (5.2.1.)$$

Масалан, $\mathbf{r}$ радиус-векторга уни ифодаловчи $\hat{r}$, x ўқи бўйича

импульс компонентаси p_x га эса $p_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ оператор мослаштирилади,

ёки $L = L(p_x, p_y, p_z, x, y, z)$ импульслар ва координаталар функцияси бўлган L классик катталик берилган бўлса, у ҳолда $\hat{L}$ чизиқли ва ўз-ўзига қўшма операторнинг кўриниши

$$\hat{L} = L(p_x, p_y, p_z, x, y, z)$$

бўлади.

Исталган физик катталикнинг ўртача қийматини қандай ҳисоблаш учун заррачанинг ҳолатини тавсифловчи тўлқин функция ва шу физик катталикка мос келувчи операторни тўғри танлаб олиш керак.

Ўлчанаётган физик катталиклар билан операторлар ўртасидаги боғланишни тўлқин функцияси орқали ифодалаш учун ансамблдаги катталикнинг ўртача қийматини ҳисоблаш формуласидан фойдаланилади

Квант механикада ψ тўлқин функция орқали ифодаланган ансамблдаги $\hat{L}$ чизиқли ва ўз-ўзига қўшма операторга мос келувчи L катталикнинг $\bar{L}$ ўртача қиймати ушбу

$$\bar{L} = \int \psi^* \hat{L} \psi dx \quad (5.2.2)$$

формула орқали аниқланади. $\hat{L}$ операторнинг (2.4) даги ўз-ўзига қўшмалик хоссасига асосланиб, (2.7) ифодани эквивалент кўринишда ёзиш мумкин, яъни

$$\bar{L} = \int \psi \hat{L}^* \psi^* dx \quad (5.2.3)$$

Бу формулани ҳосил қилишда (2.4) да $u_1^* = \psi^*, u_2 = \psi$ тенг деймиз ҳамда (2.7) ва (2.7') ни таққослаш натижасида

$$\bar{L} = \bar{L}^* \quad (5.2.4)$$

яъни ўз-ўзига қўшма оператор билан ифодаланган катталиқнинг ўртача қиймати ҳақиқийдир.

Агарда ўртача квадратик оғишни $(\Delta \hat{L})^2$ оператор орқали ифодаланса

$$(\Delta \hat{L})^2 = (\hat{L} - \bar{L})^2 \quad (5.2.5)$$

ва ўртача қийматни ҳисоблаш формуласидан фойдаланилса унинг кўриниши қуйидагича бўлади, яъни

$$\overline{(\Delta \hat{L})^2} = \int \psi^* (\Delta \hat{L})^2 \psi dx \quad (5.2.6)$$

натижа олинади.

Демак, $\hat{L}$ оператор маълум бўлса, у ҳолда ўртача квадратик оғишни ҳисоблаш мумкин. $\hat{L}$ операторнинг ўз-ўзига қўшмалик шартидан фойдаланилса $\overline{(\Delta \hat{L})^2}$ катталиқнинг мусбат ёки нолга тенглигини исботлаш мумкин.

Шу мақсадда (5.2.4) формуладан фойдаланилса ва (5.2. 6) да $\psi^* = u_1^*$ ва десак,

$$\overline{(\Delta \hat{L})^2} = \int (\Delta \hat{L} \psi)(\Delta \hat{L}^* \psi^*) dx = \int |\Delta \hat{L} \psi|^2 dx \quad (5.2.7)$$

натижага келинади. Маълумки, $|\Delta \hat{L} \psi|^2 \geq 0$, у ҳолда (5.2. 7) дан

$$\overline{(\Delta \hat{L})^2} \geq 0 \quad (5.2.8)$$

келиб чиқади. Шундай қилиб, ўртача квадратик оғиш ҳар доим мусбат катталиқга ёки нолга тенг бўлади.

5.3. Операторларнинг хусусий функциялари ва хусусий қийматлари

Юқоридаги формулалар ёрдамида физик катталиқнинг $\bar{L}$ ўртача қиймати ва $\overline{(\Delta L)^2}$ ўртача квадратик оғишини ҳисоблайдиган формулаларни олган эдик. Аммо бу формулалар L катталиқнинг алоҳида ўлчашлардаги қийматлари тўғрисида бирор маълумотни бера олмайди. Бу масалани ҳал

килиш мақсадида шундай ψ_L ҳолатга мурожаат қилайликки, бу ҳолатда кизиқтирувчи катталиқ битта L қийматни қабул қилсин. Шундай ҳолатда, ўртача квадратик оғиш $\overline{(\Delta L)^2} = 0$ бўлади. маълумки, бу ҳолатлар учун

$$\int |\Delta \hat{L} \psi_L|^2 dx = 0$$

Интеграл остидаги катталиқ мусбат бўлганлиги сабабли

$$|\Delta \hat{L} \psi_L|^2 = 0$$

келиб чиқади.

Комплекс соннинг модули нолга тенг бўлиши учун, шу соннинг ўзи нолга тенг бўлиши керак. Шунинг учун

$$\Delta \hat{L} \psi_L = 0 \quad (5.3.1.)$$

бўлади. $\Delta L = L - \bar{L}$ экани эсланса ва кўрилаяётган ҳолатда $\bar{L} = L$ ҳисобга олинса, (5.3.1.) дан

$$\hat{L} \psi_L = L \psi_L \quad (5.3.2.)$$

натижага келинади.

Шундай қилиб, берилган ҳолатнинг ψ_L тўлқин функциясини аниқлаб берувчи чизиқли тенглама ҳосил қилинди, бу ҳолатда $\hat{L}$ оператор билан тавсифланган катталиқ ягона L қийматни қабул қилади.

Кўпчилик ҳолларда $\hat{L}$ оператор дифференциал оператор бўлганлиги сабабли, тенглама ҳам чизиқли, бир жинсли дифференциал тенглама бўлади.

Математика курсидан маълумки, фақатгина чегаравий шартлар мавжуд бўлган ҳолдагина дифференциал тенглама ягона ечимга эга бўлиши мумкин.

Иккинчи томондан, берилган чегаравий шартларда $\hat{L} \psi_L = L \psi_L$ чизиқли дифференциал тенглама L параметрининг барча қийматларида эмас, балки фақат танланган $L = L_1, L_2, \dots$ қийматларидагина тривиал бўлмаган ечимга эга бўлади.

Ушбу танланган $L_1, L_2, \dots$ параметрлар хусусий қийматлар дейилади, ва шу қийматларга мос бўлган тегишли $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots$ ечимлар эса хусусий функциялар номи билан аталади.

Мисол: Икки учи бириктирилган торнинг кўндаланг тебраниши тўғрисидаги масалани кўриб чиқамиз.

Бу ҳолда ҳаракат тенгламаси

$$\frac{d^2 U}{dx^2} + k^2 U = 0 \quad (5.3.3.)$$

кўринишга эга бўлади.. Агарда $\hat{L} = \frac{d^2}{dx^2}$ десак, $L = k^2$ бўлади. Ечим $0 \leq x \leq l$ соҳада мавжуддир, бунда l - торнинг узунлигини ифодалайди ва тенгламанинг чегаравий шартлари қуйидагича бўлади: агарда $x=0$ ва $x=l$ бўлса, $U=0$ бўлади. Физикавий нуқтаи назардан тебраниш жараёнида торнинг икки учи тебранмайди. Бу масаланинг хусусий ечимлари $U_n(x) = \sin \frac{\pi n}{l} x$ бўлади, хусусий қийматлари эса

$$L_n = k_n^2 = \frac{\pi^2 n^2}{l^2}$$

бўлади ва бунда $n = 1, 2, 3, \dots$ га тенг.

Квант механикасида тўлқин функциясининг аргументлари бутун соҳа бўйича ўзгариши билан ажралиб туради, яъни $-\infty < x < +\infty$, $-\infty < y < +\infty$, $-\infty < z < +\infty$ соҳада $\psi(x, y, z)$ функция ўзгаради. Шу туфайли квант механикаси масалаларида тўлқин функция учун чегаравий шартларни классик физикадаги тебраниш масалаларидаги каби бевосита ифодамай олимаймиз.

Аммо квант механикасида заррачалар сонини сақланишидан фойдаланиб, чегаравий шартларга эквивалент бўлган табиий талабларни келтириб чиқариш мумкин. Маълумки, заррачалар сонини сақланиш талаби соҳанинг бирор нуқтасида заррачани топиш эҳтимоллигини вақтга боғлиқ эмаслигидан келиб чиқади, яъни

$$\frac{d}{dt} \int \psi^* \psi dV = 0 \quad (5.3.4.)$$

бу ерда интеграл ψ функция аргументларини ўзгариш соҳаси бўйича олинади, демак бу соҳада заррачани топиш эҳтимоллиги барқарордир. Юқоридаги шарт бажарилиши учун тўлқин функцияси қуйидаги шартларни қаноатлантириши керак.

1. ўзгарувчиларни ўзгариш соҳасида чекли бўлиши ;
2. узлуксиз бўлиши;
3. бир қийматли бўлиши.

Қисқача айтганда квант механикасида тўлқин функция чекли, узлуксиз ва бир қийматли бўлиши керак.

Юқорида кўриб чиқилган талаблар асосида (5.3.3.) тенгламанинг ечимлари кўп ҳолатларда барча L қийматлар учун мавжуд эмас. Балки тенгламанинг ечимлари фақат танланган баъзи-бир $L = L_1, L_2, \dots, L_n$ қийматлар учун ўринлидир. Шу тариқа заррачаларнинг сонини сақланишидан келиб чиқадиган табиий талаблар асосида тенгламанинг хусусий функциялари ва хусусий қийматлари масаласига келамиз.

Квант механикасида қуйидаги постулат ўринлидир: $\hat{L}$ операторнинг хусусий қийматлари бўлган $L_1, L_2, \dots, L_n$ тўплам $\hat{L}$ оператор билан тавсифланган L механик катталикни ўлчаш натижалари тўплами билан таққосланади.

$L_1, L_2, \dots, L_n$ хусусий қийматларга мос бўлган ҳолатлар $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots$ тўлқин функциялари билан аниқланади.

Бу ҳолатларнинг ҳар бирида $(\Delta \bar{L})^2 = 0$ бажарилади ва L катталик $L_1, L_2, \dots, L_n$ дан фақат битта катталикни қабул қилади. Ихтиёрий катталик қийматлари тўпламини шу катталикнинг спектри дейилади. Спектр икки хил бўлиши мумкин: узлукли, яъни дискрет ва узлуксиз. Агар спектрда $L_1, L_2, \dots, L_n$ алоҳида қийматлар мавжуд бўлса, у ҳолда дискрет спектр билан ишланади ва бу ҳолда физик катталик квантланган қийматларни қабул қилади. Агар L барча қийматларни қабул қилса, у ҳолда спектр узлуксиз бўлади.

Физик катталикларни тавсифловчи операторларнинг муҳим бир хусусиятини кўришга ўтайлик. Бу хусусиятнинг мавжудлиги, физик катталикларнинг ўртача қийматлари ҳақиқий сонлар билан ифодаланиши кераклиги билан, яъни улар учун

$$\bar{L} = \bar{L}^*$$

шарт бажарилиши билан боғлиқдир.

5- мавзу бўйича талабалар мустақил шуғулланишлари учун саволлар

1. Операторларни таърифланг ва мазмунини аниқ мисолларда кўрсатиб беринг.
2. Чизикли ва ўз- ўзига қўшма (эрмит) операторларини таърифланг ва мисоллар келтиринг.
3. Операторларнинг чизикли ва ўз-ўзига қўшма операторлар бўлиши қандан физикавий принциплар (тамойиллар) га асосланади.
4. Физик катталикларнинг ўртача қийматлари ва ўртача квадратик оғишни аниқлаш формулаларини тушунтиринг.
5. Операторларнинг хусусий қийматлари ва хусусий функцияларини аниқлашни тушунтиринг.
6. Операторларни хусусий қийматлар спектрининг икки ҳоли, яъни дискрет ва узлуксиз қийматлар спектри қандай ҳолларда ҳосил бўлади?
7. Физик катталикларнинг операторларининг хусусий қийматларининг ҳақиқийлиги физик катталикларнинг ўртача қийматларининг қандай ҳоссаси билан боғланган.
8. Физик катталиклар операторларининг хусусий функциялари ва хусусий қийматлари орасидаги боғланиш тенгламалари асосан қандай турдаги математик тенгламалар билан ифодаланади?.
9. Операторларнинг хусусий функциялари, тўлқин функцияларга қўйиладиган чегаравий шартлар қандай физикавий қонунга асосланади ва тўлқин функцияга қандай шартлар қўйилади?

5- мавзу бўйича талабалар билимини текшириш учун назорат тестлари.

1.Операторнинг таърифи тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.	
L - оператор деб $\psi(x)$ функцияга таъсир қилиб янги $\varphi(x)$ функцияни ҳосил қилувчи математик амалга айтилади.	
L - оператор деб $\psi(x)$ функцияга таъсир қилиб янги $\varphi(x)$ функцияни ҳосил қилувчи математик амалга айтилади.	
L - оператор деб $\psi(x)$ функцияга таъсир қилиб янги $\varphi(x)$ функцияни ҳосил қилувчи математик амалга айтилади.	
L - оператор деб $\psi(x)$ функцияга таъсир қилиб янги $\varphi(x)$ функцияни ҳосил қилувчи математик амалга айтилади.	
2. А ва В операторларнинг йиғиндиси деб қандай С операторга айтилади.	
А ва В операторларнинг йиғиндиси деб шундай С операторга айтиладики С операторнинг $\psi(x)$ функцияга таъсири А ва В операторларнинг $\psi(x)$ функцияга таъсирларининг йиғиндисига тенг бўлади. $C \psi(x) = A \psi(x) + B \psi(x)$	
А ва В операторларнинг йиғиндиси деб шундай С операторга айтиладики С операторнинг $\psi(x)$ функцияга таъсири А ва В операторларнинг $\psi(x)$ функцияга таъсирларининг йиғиндисига тенг бўлади. $C \psi(x) = A \psi(x) + B \psi(x)$	
А ва В операторларнинг йиғиндиси деб шундай С операторга айтиладики С операторнинг $\psi(x)$ функцияга таъсири А ва В операторларнинг $\psi(x)$ функцияга таъсирларининг йиғиндисига тенг бўлади. $C \psi(x) = A \psi(x) + B \psi(x)$	
А ва В операторларнинг йиғиндиси деб шундай С операторга айтиладики С операторнинг $\psi(x)$ функцияга таъсири А ва В операторларнинг $\psi(x)$ функцияга таъсирларининг йиғиндисига тенг бўлади. $C \psi(x) = A \psi(x) + B \psi(x)$	
3. А ва В операторларнинг кўпайтмаси деб қандай С операторга айтилади.	
$C \psi(x) = A(B \psi(x))$	$C \psi(x) = A(B \psi(x))$
$C \psi(x) = A(B \psi(x))$	$C \psi(x) = A(B \psi(x))$
4. Қандай шарт бажарилганда А ва В операторларнинг ўринларини алмаштириш мумкин?	
Агар $AB - BA = 0$ бўлса А ва В операторларнинг ўринларини алмаштириш мумкин.	
Агар $AB - BA = 0$ бўлса А ва В операторларнинг ўринларини алмаштириш мумкин.	
Агар $AB - BA = 0$ бўлса А ва В операторларнинг ўринларини алмаштириш мумкин.	
Агар $AB - BA = 0$ бўлса А ва В операторларнинг ўринларини алмаштириш мумкин.	
5. Операторларнинг чизиклилиқ шarti тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.	
$L(c_1\psi_1 + c_2\psi_2) = c_1L\psi_1 + c_2L\psi_2$	$L(c_1\psi_1 + c_2\psi_2) = c_1L\psi_1 + c_2L\psi_2$
$L(c_1\psi_1 + c_2\psi_2) = c_1L\psi_1 + c_2L\psi_2$	$L(c_1\psi_1 + c_2\psi_2) = c_1L\psi_1 + c_2L\psi_2$
6. L операторнинг ўз-ўзига қўшмалик шarti тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.	
$\int \psi_1^* L \psi_2 dx = \int \psi_2 L^* \psi_1^* dx$	$\int \psi_1^* L \psi_2 dx = \int \psi_2 L^* \psi_1^* dx$
$\int \psi_1^* L \psi_2 dx = \int \psi_2 L^* \psi_1^* dx$	$\int \psi_1^* L \psi_2 dx = \int \psi_2 L^* \psi_1^* dx$
7. Эрмит оператори деб қандай операторга айтилади?	
L оператор Эрмит оператори бўлиши учун L оператор чизикли ва ўз-ўзига қўшма оператор бўлиши керак.	

L оператор Эрмит оператори бўлиши учун L оператор чизиқли ва ўз-ўзига қўшма оператор бўлиши керак.
L оператор Эрмит оператори бўлиши учун L оператор чизиқли ва ўз-ўзига қўшма оператор бўлиши керак.
L оператор Эрмит оператори бўлиши учун L оператор чизиқли ва ўз-ўзига қўшма оператор бўлиши керак.
8. Қандай шарт бажарилганда иккита Эрмит операторининг қўпайтмаси Эрмит оператори бўлади?
Иккита Эрмит операторининг қўпайтмаси Эрмит оператори бўлиши учун бу икки оператор ўз-ўзига коммутатив оператор бўлиши керак.
Иккита Эрмит операторининг қўпайтмаси Эрмит оператори бўлиши учун бу икки оператор ўз-ўзига коммутатив оператор бўлиши керак.
Иккита Эрмит операторининг қўпайтмаси Эрмит оператори бўлиши учун бу икки оператор ўз-ўзига коммутатив оператор бўлиши керак.
Иккита Эрмит операторининг қўпайтмаси Эрмит оператори бўлиши учун бу икки оператор ўз-ўзига коммутатив оператор бўлиши керак.
9. Квант механикада операторларнинг қўлланилишининг асосий ғояси тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.
Квант механикада операторларнинг қўлланилишининг асосий ғояси шундан иборатки, ҳар бир физик катталиқга уни тавсифловчи чизиқли ва ўз-ўзига қўшма оператор мос қўйилади., яъни исталган физик катталиқ бирор оператор ёрдамида ифодаланади.
Квант механикада операторларнинг қўлланилишининг асосий ғояси шундан иборатки, ҳар бир физик катталиқга уни тавсифловчи чизиқли ва ўз-ўзига қўшма оператор мос қўйилади., яъни исталган физик катталиқ бирор оператор ёрдамида ифодаланади
Квант механикада операторларнинг қўлланилишининг асосий ғояси шундан иборатки, ҳар бир физик катталиқга уни тавсифловчи чизиқли ва ўз-ўзига қўшма оператор мос қўйилади., яъни исталган физик катталиқ бирор оператор ёрдамида ифодаланади
Квант механикада операторларнинг қўлланилишининг асосий ғояси шундан иборатки, ҳар бир физик катталиқга уни тавсифловчи чизиқли ва ўз-ўзига қўшма оператор мос қўйилади., яъни исталган физик катталиқ бирор оператор ёрдамида ифодаланади
10. L катталиқнинг ўртача қийматини ифодаловчи формула тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.
$\bar{L} = \int \psi^* L \psi dx$ $\bar{L} = \int \psi^* L \psi dx$ $\bar{L} = \int \psi^* L \psi dx$ $\bar{L} = \int \psi^* L \psi dx$
11. Дифференциаль тенглама ягона ечимга эга бўлиши учун қандай шартлар берилган бўлиши керак.
Дифференциаль тенглама ягона ечимга эга бўлиши учун фақатгина чегаравий шартлар мавжуд бўлиши керак.
Дифференциаль тенглама ягона ечимга эга бўлиши учун фақатгина чегаравий шартлар мавжуд бўлиши керак.
Дифференциаль тенглама ягона ечимга эга бўлиши учун фақатгина чегаравий шартлар мавжуд бўлиши керак.
Дифференциаль тенглама ягона ечимга эга бўлиши учун фақатгина чегаравий шартлар мавжуд бўлиши керак.
12. Хусусий қийматлар деб операторнинг хусусий функциялари ва хусусий қийматларини ўзаро боғловчи чизиқли дифференциал тенгламанинг қандай ечимларига айтилади.
Хусусий қийматлар деб операторнинг хусусий функциялари ва хусусий қийматларини ўзаро боғловчи чизиқли дифференциал тенгламанинг берилган чегаравий шартларни

қаноатлантирувчи танланган $L_1, L_2, \dots, L_n$ қийматларидаги тривиал бўлмаган ечимларига айтилади.
Хусусий қийматлар деб операторнинг хусусий функциялари ва хусусий қийматларини ўзаро боғловчи чизикли дифференциал тенгламанинг берилган чегаравий шартларни қаноатлантирувчи танланган $L_1, L_2, \dots, L_n$ қийматларидаги тривиал бўлмаган ечимларига айтилади.
Хусусий қийматлар деб операторнинг хусусий функциялари ва хусусий қийматларини ўзаро боғловчи чизикли дифференциал тенгламанинг берилган чегаравий шартларни қаноатлантирувчи танланган $L_1, L_2, \dots, L_n$ қийматларидаги тривиал бўлмаган ечимларига айтилади.
Хусусий қийматлар деб операторнинг хусусий функциялари ва хусусий қийматларини ўзаро боғловчи чизикли дифференциал тенгламанинг берилган чегаравий шартларни қаноатлантирувчи танланган $L_1, L_2, \dots, L_n$ қийматларидаги тривиал бўлмаган ечимларига айтилади.
13. Тўлқин функциянинг нормаллашганлик шarti тўғри асосланган жавобни аниқланг.
Квант механикада фазонинг чекли соҳасининг бирор бирор нуктасида микрозаррачани топиш эҳтимоллигининг барқарорлик шarti асосида тўлқин функциянинг нормаллашганлик шarti киритилади. $\frac{d}{dt} \int \psi^* \psi dx = 0$
Квант механикада фазонинг чекли соҳасининг бирор бирор нуктасида микрозаррачани топиш эҳтимоллигининг барқарорлик шarti асосида тўлқин функциянинг нормаллашганлик шarti киритилади. $\frac{d}{dt} \int \psi^* \psi dx = 0$
Квант механикада фазонинг чекли соҳасининг бирор бирор нуктасида микрозаррачани топиш эҳтимоллигининг барқарорлик шarti асосида тўлқин функциянинг нормаллашганлик шarti киритилади. $\frac{d}{dt} \int \psi^* \psi dx = 0$
Квант механикада фазонинг чекли соҳасининг бирор бирор нуктасида микрозаррачани топиш эҳтимоллигининг барқарорлик шarti асосида тўлқин функциянинг нормаллашганлик шarti киритилади. $\frac{d}{dt} \int \psi^* \psi dx = 0$
14. $\frac{d}{dt} \int \psi^* \psi dx = 0$ шart бажарилиши учун тўлқин функцияга қандай шartлар қўйилади?
1. Ўзгарувчиларнинг ўзгариш соҳасининг чекли бўлиши. 2. Узлуксиз бўлиши. 3. Бир қийматли бўлиши каби шарлар қўйилади.
1. Ўзгарувчиларнинг ўзгариш соҳасининг чекли бўлиши. 2. Узлуксиз бўлиши. 1. Ўзгарувчиларнинг ўзгариш соҳасининг чекли бўлиши. 2. Узлуксиз бўлиши. 3. Бир қийматли бўлиши каби шарлар қўйилади 3. Бир қийматли бўлиши каби шарлар қўйилади.
1. Ўзгарувчиларнинг ўзгариш соҳасининг чекли бўлиши. 2. Узлуксиз бўлиши. 3. Бир қийматли бўлиши каби шарлар қўйилади

15. Квант механикада операторларнинг хусусий қийматлари тўплами шу оператор билан тавсифланувчи механик катталиқни ўлчаш натижалари билан қандай боғланган.
L операторнинг хусусий қийматлари бўлган $L_1, L_2, \dots, L_n$ тўплам L оператор билан тавсифланган L - механик катталиқнинг ўлчаш натижалари тўплами билан таққосланиб аниқланади.
L операторнинг хусусий қийматлари бўлган $L_1, L_2, \dots, L_n$ тўплам L оператор билан тавсифланган L - механик катталиқнинг ўлчаш натижалари тўплами билан таққосланиб аниқланади.
L операторнинг хусусий қийматлари бўлган $L_1, L_2, \dots, L_n$ тўплам L оператор билан тавсифланган L - механик катталиқнинг ўлчаш натижалари тўплами билан таққосланиб аниқланади.
L операторнинг хусусий қийматлари бўлган $L_1, L_2, \dots, L_n$ тўплам L оператор билан тавсифланган L - механик катталиқнинг ўлчаш натижалари тўплами билан таққосланиб аниқланади.
16. L - операторнинг хусусий қийматлар тўплами шу катталиқ аниқланадиган ҳолат билан қандай боғланади?
L - операторнинг хусусий қийматлари тўплами $L_1, L_2, \dots, L_n$ га мос бўлган ҳолатлар $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ тўлқин функциялар билан аниқланади. Бу ҳолатларнинг ҳар бирида $(\Delta L)^2 = 0$ бўлгани учун, ҳар бир хусусий қийматга битта тўлқин функция мос келади. $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ функциялар тўплами L - операторнинг хусусий функциялар тўплами дейилади.
L - операторнинг хусусий қийматлари тўплами $L_1, L_2, \dots, L_n$ га мос бўлган ҳолатлар $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ тўлқин функциялар билан аниқланади. Бу ҳолатларнинг ҳар бирида $(\Delta L)^2 = 0$ бўлгани учун, ҳар бир хусусий қийматга битта тўлқин функция мос келади. $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ функциялар тўплами L - операторнинг хусусий функциялар тўплами дейилади
L - операторнинг хусусий қийматлари тўплами $L_1, L_2, \dots, L_n$ га мос бўлган ҳолатлар $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ тўлқин функциялар билан аниқланади. Бу ҳолатларнинг ҳар бирида $(\Delta L)^2 = 0$ бўлгани учун, ҳар бир хусусий қийматга битта тўлқин функция мос келади. $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ функциялар тўплами L - операторнинг хусусий функциялар тўплами дейилади
L - операторнинг хусусий қийматлари тўплами $L_1, L_2, \dots, L_n$ га мос бўлган ҳолатлар $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ тўлқин функциялар билан аниқланади. Бу ҳолатларнинг ҳар бирида $(\Delta L)^2 = 0$ бўлгани учун, ҳар бир хусусий қийматга битта тўлқин функция мос келади. $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ функциялар тўплами L - операторнинг хусусий функциялар тўплами дейилади

6 – мавзу. Хусусий функцияларнинг асосий хоссалари

6.1. Хусусий функцияларнинг ортогоналлиги ва ортонормаллиги

Ҳозир дискрет спектрга эга бўлган ўз-ўзига қўшма операторларнинг баъзи - бир муҳим хоссалари кўриб чиқилади. Масалани соддалаштириш мақсадида иккита U_1 ва U_2 комплекс функциялардан фойдаланилади.

Агарда

$$\int U_1^* U_2 dx = 0 \quad (6.1.1.)$$

бўлса ва интеграл ўзгарувчиларнинг ўзгариши бутун соҳа бўйича бўлса, у ҳолда бу функцияларни ортогонал функциялар дейилади.

Ўз-ўзига қўшма операторларнинг бар хил хусусий қийматларига мос келувчи хусусий функциялар ортогонал эканлиги кўрсатилади, яъни

$$\int \psi_m^* \psi_n dx = 0 \quad (6.1.2.)$$

шарт бажарилиши керак. Операторнинг хусусий функциялари хоссасига биноан,

$$\hat{L}\psi_m = L_m\psi_m \quad \text{ва} \quad \hat{L}\psi_n = L_n\psi_n \quad (6.1.3.2.19)$$

Биринчи тенгламанинг қўшмаси ҳосил қилинади:

$$\hat{L}^*\psi_m^* = L_m\psi_m^* \quad (6.1.4.)$$

Бу ерда эслатиб ўтайлик $L_m = L_m^*$. (6.1.3.) тенгламанинг иккинчисини ψ_m^* га, (6.1.4.) тенгламани эса ψ_m га кўпайтирилади, кейин эса биринчи тенгламадан иккинчиси айирилади. Натижада

$$\psi_m^* \hat{L}\psi_n - \psi_n \hat{L}^*\psi_m^* = (L_n - L_m)\psi_m^* \psi_n. \quad \text{Бу тенгликни ўзгарувчиларни}$$

бутун соҳа ўзгариши бўйича интегралланса,

$$\int \psi_m^* \hat{L}\psi_n dx - \int \psi_n \hat{L}^*\psi_m^* dx = (L_n - L_m) \int \psi_m^* \psi_n dx \quad (6.1.5.)$$

натижани олинади. $\hat{L}$ операторларнинг ўз-ўзига қўшмалик шартини ҳисобга олинса, яъни

$$\int \psi_m^* \hat{L}\psi_n dx = \int \psi_n \hat{L}^*\psi_m^* dx$$

бўлади ва (2.20) тенгликнинг чап томони нолга тенг. Демак,

$$(L_n - L_m) \int \psi_m^* \psi_n dx = 0 \quad L_n \neq L_m \quad \text{бўлгани учун,}$$

$$\int \psi_m^* \psi_n dx = 0 \quad (6.1.6.)$$

ортогоналлик шартни келиб чиқади.

Иккинчи томонидан дискрет спектрга тегишли функциялар ҳар доим квадратик интегралланувчидир, шу туфайли уларни 1 га нормаллаштириш мумкин, яъни

$$\int \psi_n^* \psi_n dx = 1 \quad (6.1.7.)$$

Охирги тенгликни (2.21) тенглик билан бирлаштириб ёзиш мумкин.

$$\int \psi_m^* \psi_n dx = \delta_{mn} \quad (6.1.8.)$$

бунда δ_{mn} -Кронекер белгиси бўлиб, у қуйидагича аниқланади.

$$\delta_{mn} = 1 \text{ агарда } n=m$$

$$\delta_{mn} = 0 \text{ агарда } n \neq m \quad (6.1.9.)$$

(6.1.8.) шартни қаноатлантирувчи функциялар системасини ортогонал ва нормаллаштирилган функциялар системаси дейиш мумкин.

Шуни айтиш керакки, биргина L_n хусусий қийматга бир нечта чизиқли боғланмаган $\psi_{n_1}, \psi_{n_2}, \dots, \psi_{n_f}$ хусусий функциялар мос келиши мумкин. Бундай ҳолларда, агар бу чизиқли боғланмаган хусусий функцияларнинг сони f та бўлса, унда L_n хусусий қийматни f марта айниган дейилади ва f карралаи айланиш тўғрисида гап юритиш мумкин.

Модомики, $\hat{L}$ чизиқли оператор экан, унда шу функцияларнинг ҳар қандай чизиқли комбинацияси ҳам L_n билан берилган тенгламани қаноатлантиради. Хусусий функцияларни шундай танлаш мумкинки, улардан ортогонал бўлган хусусий функциялар системасини тузиш мумкин:

$$\int \psi_{nk'}^* \psi_{nk} dx = \delta_{k'k} \quad (6.1.10.)$$

Дискрет спектрли операторлар мисолида кўриляётган муаммонинг асосий негизини баён этгандан сўнг, олган хулосаларни узлуксиз спектрли

операторларга ҳам татбиқ қилиш қийин эмас. Бундай умумлаштириш, математикада исботланган узлуксиз спектрга мос бўлган хусусий функцияларнинг қуйидаги хоссалари билан боғлиқдир.

$$\delta(L' - L) \quad (6.1.11.)$$

бунда $\delta(L' - L)$ - Дирак дельта (δ) функцияси дейилади.

δ - функция одатдаги функция эмас, уни расмий жиҳатдан қуйидагича тушунтириш мумкин:

$$\delta(L - L') = \begin{cases} \infty, & \text{агар } L = L' \\ 0, & \text{агар } L \neq L' \end{cases} \quad (6.1.12.)$$

аммо уни шундай "ғалати" кўринишга эғалигига қарамай, унинг учун ушбу шарт бажарилади:

$$\int \delta(L - L') dL' = 1 \quad (6.1.13. \text{ таърифдан})$$

ажойиб хусусият келиб чиқади, агар $L = L'$ нуқта $[a, b]$ интервалнинг ташқарида бўлса,

$$\int_a^b f(L') \delta(L - L') dL' = 0 \quad (6.1.14.) \text{ ифодаланади. Агар}$$

$L = L'$ нуқта $[a, b]$ интервалнинг ичида жойлашган бўлса,

$$\int_a^b f(L') \delta(L - L') dL' = f(L) \quad (6.1.15.)$$

келиб чиқади. Демак, узлуксиз спектр учун δ - функция дискрет спектрдаги δ_{mn} Кронекер белгиси ролини ўйнайди.

Математикадан маълумки, фақат дискрет спектрга эга бўлган ўз-ўзига қўшма операторларнинг барча ортонормаллашган хусусий функциялари Гильберт фазосида тўлиқ тўпламни ташкил этади.

Соддароқ қилиб айтганда, исталган квадратик интегралланувчи функцияни операторнинг хусусий функциялари бўйича қаторга ёйиш мумкин:

$$\psi(x) = \sum_n C_n \psi_n(x) \quad (6.1.16.)$$

(6.1.16.) формуладан фойдаланган ҳолда C_n қатор коэффициентларини осон аниқлаш мумкин. (6.1.16.) тенгликнинг иккала томонини чапдан $\psi_m^*(x)$ функцияга скалар равишда кўпайтирилади ва бутун фазо бўйлаб интегралланади:

$$\int \psi_m^*(x) \psi(x) dx = \sum_n C_n \int \psi_m^*(x) \psi_n(x) dx \quad (6.1.17.)$$

ψ_n функцияни ортогоналлигини ва нормаллашганлиги ҳисобга олинса,

(6.1.17.) ифоданинг ўнг томонидаги йиғинди белгиси ичида турган интеграл бўлади, шундай қилиб

$$\sum_n C_n \int \psi_m^*(x) \psi_n(x) dx = \sum_n C_n \delta_{mn} = C_m$$

Индекс m ни n га алмаштирилса, қуйидаги

$$C_n = \int \psi_n^*(x) \psi_n(x) dx \quad (6.1.18.)$$

коэффициент аниқланади ва (6.1.17.) даги барча C_n коэффициентларни топиш мумкин.

6.2. Ўлчаш натижаларининг эҳтимоллигини ҳисоблаш

Аввалги параграфларда $\hat{L}$ оператор билан тавсифланувчи ихтиёрий катталиқнинг $\bar{L}$ ўртача қийматини ҳисоблашни ва шу катталиқнинг $L_1, L_2, \dots, L_n$ ихтиёрий қийматларини аниқлаш масаласини ҳал этган эдик. Энди кўрилатган ψ_n ҳолатдаги L физик катталиқнинг $L = L_n$, қийматини топилиш эҳтимоллигини ҳисоблаш масаласини кўриб чиқайлик. Ҳисоблашларнинг асосий ғояси шу ҳолатларнинг суперпозиция принципига бўйсунishiга асосланган. $\hat{L}$ операторнинг хусусий функциялари ψ_n бўлсин.

Эрмит операторнинг ҳар хил хусусий қийматларига мос келувчи хусусий функцияларнинг ортогоналлиги ҳамда нормаллашганлигидан фойдаланилса, исталган квадратик интегралланувчи функцияни операторнинг хусусий функцияси бўйича қаторга ёйиш мумкин:

$$\psi(x) = \sum_n C_n \psi_n(x) . \quad (6.2.1)$$

Комплекс кўшма функция учун эса

$$\psi^*(x) = \sum_m C_m^* \psi_m^*(x) \quad (6.2.2.)$$

га эга бўлинади. Бу формулаларда n ва m лар бир хил қийматларни қабул қилади.

Олинган ψ ва ψ^* ифодаларни L катталиқнинг ўртача қийматини ҳисоблаш формуласига қўйилса, қуйидаги натижага келинади:

$$\bar{L} = \int \psi^* \hat{L} dx = \sum_n \sum_m c_m c_n \int \psi_m^* \hat{L} \psi_n dx \quad (6.2.3.)$$

ψ_n функция $\hat{L}$ операторнинг хусусий функцияси бўлганлиги ҳисобга олинса, у ҳолда

$$\hat{L} \psi_n = L_n \psi_n \quad (6.2.4.)$$

бўлади. (6.2.4.) формуладан, ҳамда ψ_m^* ва ψ_n функцияларнинг ортогоналлигидан фойдаланилса, (6.2.3.) формула ўрнига

$$\bar{L} = \sum_n \sum_m c_m^* c_n L_n \delta_{mn} = \sum_n c_m^* c_n L_n$$

ифодага эга бўлинади, яъни

$$\bar{L} = \sum_n |c_n|^2 L_n \quad (6.2.5.)$$

Иккинчидан, (6.2.1) ни (6.2.2.) га кўпайтириб, ўзгарувчиларнинг бутун фазо ўзгаришни бўйича интеграллаб:

$$1 = \int \psi^* \psi dx = \sum_n \sum_m c_m^* c_n \int \psi_m^* \psi_n dx = \sum_m \sum_n C_m^* C_n \delta_{mn} = \sum_n |C_n|^2, \quad (6.2.6.)$$

қуйидаги натижани олинади:

$$\sum_n |C_n|^2 = 1$$

Энди кўриляётган $\hat{L}$ операторга мос физик катталиқнинг ўртача қийматини ҳисоблаш формуласидан фойдаланиб:

$$\bar{L} = \sum_n W(L_n) L_n \quad (6.2.7.)$$

ифода олинади. Бу ерда $W(L_n)$ катталиқ, L_n ҳолатнинг эҳтимоллиги бўлиб, қуйидаги шартга бўйсунди:

$$\sum W(L_n) = 1 \quad (6.2.8.)$$

Юқорида ҳисоблашлардан муҳим ҳулосага келинади: (6.2.7.) ва (6.2.8.) даги формулаларни (6.2.5.) ва (6.2.6.) формулалар билан таққосланганда

$$W(L_n) = |C_n|^2 \quad (6.2.9.)$$

натижа келиб чиқади. Шундай қилиб, (6.2.9.) тенгликдан кўриниб турибдики, қатор коэффицентлари модулининг квадрати $|C_n|^2$ кўриладиётган ψ ҳолатидаги L физик катталикининг L_n хусусий қийматига мос келувчи ψ_n ҳолатда заррачанинг топилиш эҳтимолидир. Агар C_n коэффицентларга берилган бундай изохни қабул қилсак, у ҳолда L физик катталики фақат дискрет қийматларидан иборатлигини тан олиш лозим.

Демак, ҳар қандай физик катталик эҳтимоллик тақсимотини қандай топиш мумкинлиги ҳам равшанлашди. Бунинг учун, шу физик катталик операторининг хусусий қийматлари масаласини ҳал қилиш ва кўриладиётган ҳолатдаги ψ тўлқин функцияни хусусий функциялари бўйича қаторга ёйиш керак экан. Қатор коэффицентларининг модули квадрати эса қидириладиётган эҳтимоллик тақсимотини беради.

Дискрет спектрли операторлар мисолида кўриладиётган муаммонинг асосий негизини баён этгандан сўнг, олган ҳулосаларни узлуксиз спектрли операторларга ҳам тадбиқ қилиш қийин эмас. Бундай умумлаштириш, математикада исботланган узлуксиз спектрга мос бўлган хусусий функцияларнинг қуйидаги хоссалари билан боғлиқдир:

$$\int \psi^*(x, L') \psi(x, L) dx = \delta(L' - L) \quad (6.2.10.)$$

Кўриладиётган ψ ҳолатни $\hat{L}$ операторнинг $\psi(x, L)$ хусусий функциялари бўйича интеграл алмаштириш кўриб чиқилади:

$$\psi(x) = \int C(L) \psi(x, L) dL \quad \text{ва} \quad \psi^*(x) = \int C^*(L) \psi^*(x, L) dL \quad (6.2.11.)$$

ψ ҳолатдаги L нинг ўртача қиймати ҳисобланади:

$$\bar{L} = \int \psi^* L \psi dx = \int \int C^*(L') \psi^*(x, L') dL' \hat{L} \int C(L) \psi(x, L) dL dx \quad (6.2.12.)$$

$\psi(x, L)$ функция $\hat{L}$ операторнинг хусусий функцияси бўлганли сабабли қуйидаги

$$\hat{L} \psi(x, L) = L \psi(x, L) \quad (6.2.13.)$$

тенглик ўринли. $\bar{L}$ ни ҳисоблаш учун (6.2.13) ифодани (6.2.12.) га қўйилса ва интеграллаш тартибини ўзгартирилса, қуйидаги натижага келинади:

$$\bar{L} = \iint C^*(L') C(L) L' dL' \int \psi^*(x, L') \psi(x, L) dL dx \quad (6.2.14.)$$

Энди (2.42) дан фойдаланилса,

$$\bar{L} = \iint C^*(L') C(L) L dL' dL \delta(L' - L)$$

ифодага келинади. δ - функцияларнинг хоссасидан эса

$$\bar{L} = \int |C^*(L)|^2 L dL$$

натижа олинади. Энди тегишли формуладан фойдаланиб, ҳолат векторининг 1 га нормаллаш шартини қатор коэффицентлари орқали ифодалайлик:

$$\begin{aligned} 1 &= \int \psi^* \psi dx = \int dx \int C^*(L') \psi^*(x, L') dL' \cdot \int C(L) \psi(x, L) dL \\ &= \iint C^*(L') C(L) dL' dL \delta(L' - L) = \iint |C(L)|^2 dL \end{aligned}$$

Яъни:
$$\int |C(L)|^2 dL = 1.$$

Агар ихтиёрий узлуксиз катталиқнинг қиймати L ва $L + dL$ оралиқда жойлашган бўлса, у ҳолда унинг эҳтимоллиги $w(L)dL$ га тенг бўлиб, ўртача қийматнинг умумий ифодасига биноан

$$\bar{L} L = \int w(L) dL \quad (6.2.15.)$$

бўлади, агар

$$\int w(L) dL = 1 \quad (6.2.16.) \text{ шарт бажарилса.}$$

(6.2.15.) ва (6.2.16.) формулаларни (6.2.13.) ва (6.2.14.) билан таққосланса

$$w(L) dL = |C(L)|^2 dL \quad (6.2.17.)$$

натижага келинади. Охирги ифодадан кўриниб турибдики, $|C(L)|^2$ катталиқ $\psi(x, L)$ ҳолатда заррачанинг узлуксиз спектридаги $(L, L + dL)$ интервалда топилиш эҳтимоллигини билдиради.

Энди яна бир қизиқарли масалани кўриб чиқайлик. Маълум бўлдики, ҳар қандай физик катталиқнинг аниқ қиймати учун заррачанинг маълум

бир ҳолати мавжуд экан. Аммо заррача бир вақтнинг ўзида бир нечта физик катталикларнинг аниқ қийматларига мос келадиган ҳолатда бўла оладими, деган савол туғилиши табиий.

Фараз қилайлик, L ва M катталиклар бир вақтда аниқ қийматларга эга бўлган физик катталиклар бўлсин. Улар битта ҳолатда бўлиши учун шу ҳолат тўлқин функцияси $\hat{L}$ ва $\hat{M}$ операторларнинг умумий хусусий функцияси бўлиши керак. Умуман олганда $\psi_L \neq \psi_M$ бўлади, чунки $\hat{L}$ ва $\hat{M}$ операторларнинг хусусий функциялар учун тенгламаларнинг кўриниши

$$\hat{L}\psi_L = L\psi_L \quad \text{ва} \quad \hat{M}\psi_M = M\psi_M \quad (6.2.18.)$$

бўлиши керак. Шунинг учун, L нинг аниқ қийматидаги ψ_L ҳолатда $\overline{(\Delta L)^2} = 0$ M катталик ҳеч қандай аниқ қийматига эга бўла олмайди, яъни $\overline{(\Delta M)^2} > 0$ ифода бажарилади ва аксинчат M нинг аниқ қийматидаги ψ_M ҳолатда $\overline{(\Delta M)^2} = 0$ L катталик ҳеч қандай аниқ қийматига эга бўлмайди $\overline{(\Delta L)^2} > 0$.

Фақатгина хусусий ҳолларда, L ва M иккита катталик бир вақтнинг ўзида аниқ қийматга эга бўлиши мумкин, бунинг учун $\psi_M = \psi_L$, бўлиши керак. Иккита катталикларнинг операторлари ўз-ўзига коммутатив бўлса, унда бу физик катталикларнинг бир вақтдаги аниқ қийматларига тўғри келувчи заррачанинг ҳолатини ҳар доим топиш мумкин. Бошқача айтганда, операторлар учун қуйидаги математик шарт бажарилиши керак:

$$\hat{L}\hat{M} = \hat{M}\hat{L}. \quad (6.2.19.)$$

Демак, шундай физик катталикларни танлаш мумкинки, уларнинг қийматлари бир вақтнинг ўзида берилиши заррача ҳолатини тўла аниқлаб беради. Бундай физик катталикларга мос бўлган операторлар ўз-ўзига коммутатив бўлиши шарт, ана шунда уларни бир вақтнинг ўзида кузатиш ёки ўлчаш мумкин.

6- мавзу бўйича талабалар мустақил шуғулланишлари учун саволлар

1. Қандай функциялар ортононал функциялар деб аталади?
2. Қандай функциялар ортонормал функциялар деб аталади?
3. Хусусий функцияларнинг ортогоналлиги тўғрисидаги теоремани исботланг.
4. Дискрет спектр учун Кронеккер белгисини ифодасимни ёзинг ва тушунтиринг.
5. Ўлчаш натижаларининг эҳтимоллиги қандай ҳисобланишини тушунтиринг.
6. Нормаллаш шарти ва шу асосда нормаллаш коэффицентини ҳисоблашни тушунтиринг.
7. Коммутатив операторлар деб қандай операторларга айтилади.?
8. Антиккоммутатив операторлар деб қандай операторларга айтилади?
9. Иккита L ва M физик катталикларни бир вақтда аниқ ўлча шартини тушунтиринг.
10. Координата ва импульснинг шу координата ўқига проекциясини бир вақтда аниқ ўлчаш мумкинми?

6- мавзу бўйича талабалар билимини текшириш учун назорат тестлари.

1. Ортогонал функциялар деб қандай функцияларга айтилади?
Ихтиёрий ψ_1 ва ψ_2 комплекс функциялар учун $\int \psi_1^* \psi_2 dx = 0$ бажарилса ва интеграл ўзгарувчиларнинг бутун ўзгариш соҳалари бўйича олинса, бу функциялар ортогонал функциялар деб аталади.
Ихтиёрий ψ_1 ва ψ_2 комплекс функциялар учун $\int \psi_1^* \psi_2 dx = 0$ бажарилса ва интеграл ўзгарувчиларнинг бутун ўзгариш соҳалари бўйича олинса, бу функциялар ортогонал функциялар деб аталади.
Ихтиёрий ψ_1 ва ψ_2 комплекс функциялар учун $\int \psi_1^* \psi_2 dx = 0$ бажарилса ва интеграл ўзгарувчиларнинг бутун ўзгариш соҳалари бўйича олинса, бу функциялар ортогонал функциялар деб аталади.
Ихтиёрий ψ_1 ва ψ_2 комплекс функциялар учун $\int \psi_1^* \psi_2 dx = 0$ бажарилса ва интеграл ўзгарувчиларнинг бутун ўзгариш соҳалари бўйича олинса, бу функциялар ортогонал функциялар деб аталади.
2. Ўз-ўзига қўшма операторларнинг ҳар қил хусусий қийматларига мос хусусий функциялари қандай функциялар ҳисобланади?
Ўз-ўзига қўшма операторларнинг ҳар қил хусусий қийматларига мос хусусий

функциялари учун $L_n \neq L_m$ бўлганда $\int \psi_m^* \psi_n dx = 0$ шундай бўлса ψ_m ва ψ_n хусусий функциялар ўзаро ортогонал функциялар дейилади.
Ўз-ўзига қўшма операторларнинг ҳар ҳил хусусий қийматларига мос хусусий функциялари учун $L_n \neq L_m$ бўлганда $\int \psi_m^* \psi_n dx = 0$ шундай бўлса ψ_m ва ψ_n хусусий функциялар ўзаро ортогонал функциялар дейилади.
Ўз-ўзига қўшма операторларнинг ҳар ҳил хусусий қийматларига мос хусусий функциялари учун $L_n \neq L_m$ бўлганда $\int \psi_m^* \psi_n dx = 0$ шундай бўлса ψ_m ва ψ_n хусусий функциялар ўзаро ортогонал функциялар дейилади.
Ўз-ўзига қўшма операторларнинг ҳар ҳил хусусий қийматларига мос хусусий функциялари учун $L_n \neq L_m$ бўлганда $\int \psi_m^* \psi_n dx = 0$ шундай бўлса ψ_m ва ψ_n хусусий функциялар ўзаро ортогонал функциялар дейилади.
3. Қандай шарт бажарилганда ўз-ўзига қўшма операторларнинг хусусий қийматларига мос хусусий функциялари ортогонал ва нормаллаштирилган функциялар дейилади.?
Агар $\int \psi_m^* \psi_n dx = \delta_{mn}$ бажарилса (δ_{mn} - Кронеккер белгиси) ўз-ўзига қўшма операторларнинг ҳар ҳил хусусий қийматларига мос хусусий функциялари ортогонал ва нормаллаштирилган функциялар дейилади. $\delta_{mn} = 1$ агар $n = m$ бўлса. $\delta_{mn} = 0$ агар $n \neq m$
Агар $\int \psi_m^* \psi_n dx = \delta_{mn}$ бажарилса (δ_{mn} - Кронеккер белгиси) ўз-ўзига қўшма операторларнинг ҳар ҳил хусусий қийматларига мос хусусий функциялари ортогонал ва нормаллаштирилган функциялар дейилади. $\delta_{mn} = 1$ агар $n = m$ бўлса. $\delta_{mn} = 0$ агар $n \neq m$
Агар $\int \psi_m^* \psi_n dx = \delta_{mn}$ бажарилса (δ_{mn} - Кронеккер белгиси) ўз-ўзига қўшма операторларнинг ҳар ҳил хусусий қийматларига мос хусусий функциялари ортогонал ва нормаллаштирилган функциялар дейилади. $\delta_{mn} = 1$ агар $n = m$ бўлса. $\delta_{mn} = 0$ агар $n \neq m$
Агар $\int \psi_m^* \psi_n dx = \delta_{mn}$ бажарилса (δ_{mn} - Кронеккер белгиси) ўз-ўзига қўшма операторларнинг ҳар ҳил хусусий қийматларига мос хусусий функциялари ортогонал ва нормаллаштирилган функциялар дейилади. $\delta_{mn} = 1$ агар $n = m$ бўлса. $\delta_{mn} = 0$ агар $n \neq m$
4. Эрмит (ўз-ўзига қўшма) операторининг хусусий функцияларининг қандай хоссаларига асосланиб ихтиёрий квадратик интегралланувчи функцияни операторнинг хусусий функцияси бўйича қаторга ёйиш мумкин.
Эрмит (ўз-ўзига қўшма) операторининг хусусий функцияларининг ортогоналлиги ва нормаллашганлигига асосланиб ихтиёрий квадратик интегралланувчи функцияни операторнинг хусусий функцияси бўйича қаторга ёйиш мумкин. $\psi(x) = \sum_n C_n \psi_n(x)$
Эрмит (ўз-ўзига қўшма) операторининг хусусий функцияларининг ортогоналлиги ва нормаллашганлигига асосланиб ихтиёрий квадратик интегралланувчи функцияни операторнинг хусусий функцияси бўйича қаторга ёйиш мумкин. $\psi(x) = \sum_n C_n \psi_n(x)$
Эрмит (ўз-ўзига қўшма) операторининг хусусий функцияларининг ортогоналлиги ва нормаллашганлигига асосланиб ихтиёрий квадратик интегралланувчи функцияни операторнинг хусусий функцияси бўйича қаторга ёйиш мумкин. $\psi(x) = \sum_n C_n \psi_n(x)$
Эрмит (ўз-ўзига қўшма) операторининг хусусий функцияларининг ортогоналлиги ва нормаллашганлигига асосланиб ихтиёрий квадратик интегралланувчи функцияни

операторнинг хусусий функцияси бўйича қаторга ёйиш мумкин. $\psi(x) = \sum_n C_n \psi_n(x)$
5. Квадратик интегралланувчи функцияни Эрмит (ўз-ўзига қўшма) операторнинг хусусий функцияси бўйича ёйилган қатори $\psi(x) = \sum_n C_n \psi_n(x)$ даги C_n коэффициент- ларнинг маъноси тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.
Квадратик интегралланувчи функцияни Эрмит (ўз-ўзига қўшма) операторнинг хусусий функцияси бўйича ёйилган қатори $\psi(x) = \sum_n C_n \psi_n(x)$ даги C_n коэффициентлар модулининг квадратлари $C_n ^2$ - каралаётган ψ – ҳолатлардаги L -физик катталиқнинг L_n -хусусий қийматига мос келувчи ψ_n -ҳолатда заррачанинг топилиш эҳтимоллигини кўрсатади.
Квадратик интегралланувчи функцияни Эрмит (ўз-ўзига қўшма) операторнинг хусусий функцияси бўйича ёйилган қатори $\psi(x) = \sum_n C_n \psi_n(x)$ даги C_n коэффициентлар модулининг квадратлари $C_n ^2$ - каралаётган ψ – ҳолатлардаги L -физик катталиқнинг L_n -хусусий қийматига мос келувчи ψ_n -ҳолатда заррачанинг топилиш эҳтимоллигини кўрсатади
Квадратик интегралланувчи функцияни Эрмит (ўз-ўзига қўшма) операторнинг хусусий функцияси бўйича ёйилган қатори $\psi(x) = \sum_n C_n \psi_n(x)$ даги C_n коэффициентлар модулининг квадратлари $C_n ^2$ - каралаётган ψ – ҳолатлардаги L -физик катталиқнинг L_n -хусусий қийматига мос келувчи ψ_n -ҳолатда заррачанинг топилиш эҳтимоллигини кўрсатади
Квадратик интегралланувчи функцияни Эрмит (ўз-ўзига қўшма) операторнинг хусусий функцияси бўйича ёйилган қатори $\psi(x) = \sum_n C_n \psi_n(x)$ даги C_n коэффициентлар модулининг квадратлари $C_n ^2$ - каралаётган ψ – ҳолатлардаги L -физик катталиқнинг L_n -хусусий қийматига мос келувчи ψ_n -ҳолатда заррачанинг топилиш эҳтимоллигини кўрсатади
6. Физик катталиқнинг эҳтимоллик тақсимооти қандай топилади?
Физик катталиқ операторининг хусусий қийматларини аниқлаш, кўрилатган ҳолатдаги ψ – тўлқин функцияни хусусий функциялари бўйича қаторга ёйиш керак. Қатор коэффициентларининг модулининг квадрати эса қидирилатган эҳтимоллик тақсимоотини аниқлайди.
Физик катталиқ операторининг хусусий қийматларини аниқлаш, кўрилатган ҳолатдаги ψ – тўлқин функцияни хусусий функциялари бўйича қаторга ёйиш керак. Қатор коэффициентларининг модулининг квадрати эса қидирилатган эҳтимоллик тақсимоотини аниқлайди.
Физик катталиқ операторининг хусусий қийматларини аниқлаш, кўрилатган ҳолатдаги ψ – тўлқин функцияни хусусий функциялари бўйича қаторга ёйиш керак. Қатор коэффициентларининг модулининг квадрати эса қидирилатган эҳтимоллик тақсимоотини аниқлайди.
Физик катталиқ операторининг хусусий қийматларини аниқлаш, кўрилатган ҳолатдаги ψ – тўлқин функцияни хусусий функциялари бўйича қаторга ёйиш керак. Қатор коэффициентларининг модулининг квадрати эса қидирилатган эҳтимоллик тақсимоотини аниқлайди.

7. Ўз-ўзига қўшма операторларнинг хусусий қийматларига мос хусусий функцияларнинг ортогонал ва нормаллашганлик шarti тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.
$\int \psi_m^* \psi_n dx = \delta_{mn}$, бу ерда δ_{mn} – Кронеккер белгиси. $\delta_{mn} = 1$, агар $m = n$ бўлса, $\delta_{mn} = 0$, агар $m \neq n$ бўлса
$\int \psi_m^* \psi_n dx = \delta_{mn}$, бу ерда δ_{mn} – Кронеккер белгиси. $\delta_{mn} = 1$, агар $m = n$ бўлса, $\delta_{mn} = 0$, агар $m \neq n$ бўлса
$\int \psi_m^* \psi_n dx = \delta_{mn}$, бу ерда δ_{mn} – Кронеккер белгиси. $\delta_{mn} = 1$, агар $m = n$ бўлса, $\delta_{mn} = 0$, агар $m \neq n$ бўлса
$\int \psi_m^* \psi_n dx = \delta_{mn}$, бу ерда δ_{mn} – Кронеккер белгиси. $\delta_{mn} = 1$, агар $m = n$ бўлса, $\delta_{mn} = 0$, агар $m \neq n$ бўлса
9. Дискрет спектрга эга бўлган ўз-ўзига қўшма бўлган операторларнинг хусусий функциялари Гильберт фазосида қандай тўпламни ташкил этади?
Дискрет спектрга эга бўлган ўз-ўзига қўшма бўлган операторларнинг барча ортонормаллашган хусусий функциялари Гильберт фазосида тўлиқ (тўла) тўпламни ташкил этади.
Дискрет спектрга эга бўлган ўз-ўзига қўшма бўлган операторларнинг барча ортонормаллашган хусусий функциялари Гильберт фазосида тўлиқ (тўла) тўпламни ташкил этади.
Дискрет спектрга эга бўлган ўз-ўзига қўшма бўлган операторларнинг барча ортонормаллашган хусусий функциялари Гильберт фазосида тўлиқ (тўла) тўпламни ташкил этади.
Дискрет спектрга эга бўлган ўз-ўзига қўшма бўлган операторларнинг барча ортонормаллашган хусусий функциялари Гильберт фазосида тўлиқ (тўла) тўпламни ташкил этади.

7- мавзу. Заррачаларнинг координата, импульс, импульс моменти операторлари

7.1. Заррачанинг координата ва импульс операторлари

Квант механикада ҳар бир физик катталиққа маълум операторни мос қўйиш мумкин. Бу операторлар чизиқли ва ўз-ўзига қўшма бўлиши шарт.

Операторларнинг чизиқлилиқ хоссаси суперпозиция принципининг бажарилишидан келиб чиқади, ўз-ўзига қўшмаллиги эса, физик катталиқлар операторларининг ҳақиқий сонлар билан ифодаланиши кераклиги билан боғлиқдир.

Ҳар бир физик катталиқ операторини танлаб олишда умумий характерга эга бўлган физик мулоҳазалардан фойдаланиш зарур, бундай операторлар ёрдамида олинган динамик ўзгарувчиларни тажриба натижалари билан мослаштиришади.

Классик механикада муҳим динамик характеристикалар сифатида моддий нуқтанинг координатаси, унинг тезлиги, энергияси каби катталиқлар танлаб олинади. Квант механикада эса заррачанинг тезлиги унинг импульси билан алмаштирилади, энергияси эса импульслар орқали ифодаланган бўлади.

Энди квант механикада муҳим рол ўйнайдиган физик катталиқларга мос операторларнинг кўринишини аниқлайлик.

Асосий операторларнинг кўриниши аввало Декарт координаталар системасида берилади, кейинчалик эса бошқа координаталар системасидаги кўринишларига ҳам тўхталилади.

Оператор тушунчасидан фойдаланган ҳолда, координата ва унга боғлиқ бўлган физик катталиқнинг ўртача қийматини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\bar{r} = \int \psi^*(r,t) \hat{r} \psi(r,t) dx$$

Бундаги $\hat{r}$ оператор қуйидаги маънода тушунилади:

$$\hat{x} \psi(r,t) = x \psi(r,t), \quad \hat{y} \psi(r,t) = y \psi(r,t), \quad \hat{z} \psi(r,t) = z \psi(r,t). \quad (7.1.1.)$$

Демак, координата операторларини ҳолат функциясига таъсири шу ҳолат функциясига координатани кўпайтириш орқали амалга оширилади.

Берилган координаталарга мос ҳолда импульс операторларининг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\hat{P}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, \hat{P}_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}, \hat{P}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z} \quad (7.1.2.)$$

Юқоридаги иккала операторнинг вектор кўринишлари эса, -

$$\hat{r} = r \quad \text{ва} \quad \hat{P} = -i\hbar \nabla$$

бўлади, бунда ∇ - градиент оператори бўлиб, Декарт координаталар системасида

$$\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

кўринишга эга.

Классик механикада заррачани характерловчи катталиклардан энг муҳими координата ва импульс бўлганлиги сабабли, уларни квант механикасида операторлар билан алмаштирилади. Бу операторларни $\psi(x, y, z)$ тўлқин функциясига таъсирини кўриб чиқайлик:

$$\hat{x}(\hat{P}_x \psi) = x(-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial x}) = -i\hbar x \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$\hat{P}_x(\hat{x} \psi) = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}(x \psi) = -i\hbar - i\hbar x \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Иккинчи қатор биринчидан айирилса, қуйидаги натижага келинади:

$$(x \hat{P}_x - \hat{P}_x x) \psi = -i\hbar \psi$$

Ёки

$$y \hat{P}_y - \hat{P}_y y = i\hbar$$

(2.57') Шунга ўхшаш қуйидагиларни ҳам олиш мумкин:

$$z \hat{P}_z - \hat{P}_z z = i\hbar. \quad (7.1.3.)$$

Ушбу алмаштириш қоидалари Гейзенбергнинг ўрин алмаштириш муносабатлари дейилади. Кўриниб турибдики,

$$x \hat{P}_y - \hat{P}_y x = 0, y \hat{P}_x - \hat{P}_x y = 0, z \hat{P}_x - \hat{P}_x z = 0. \quad (7.1.4.)$$

Шунга ўхшаш йўл билан, ихтиёрий $F(r)$ функция учун ўрин алмаштириш муносабатларини келтириб чиқариш мумкин:

$$F \hat{P}_y - \hat{P}_y F = i\hbar \frac{\partial F}{\partial x} \quad (7.1.5)$$

$$F \hat{P}_y - \hat{P}_y F = i\hbar \frac{\partial F}{\partial y} \quad (7.1.6)$$

$$F \hat{P}_y - \hat{P}_y F = i\hbar \frac{\partial F}{\partial z} \quad (7.1.7)$$

Юқорида келтириб чиқарилган муносабатлардан шу нарсани қайд этиш мумкинки, квант механикада бир вақтнинг ўзида импульс ва координата аниқ қийматларга эга бўладиган ҳолат мавжуд эмас. Бошқача айтганда, (7.1.3.) ва (7.1.5.) муносабатлар маълум бўлган Гейзенбергнинг ноаниқлик муносабатларининг оператор формасидаги кўринишини билдиради.

Энди $\hat{P}_y$ оператор учун хусусий функциялар ва хусусий қийматлар масаласини кўриб чиқайлик. Бу ҳолда ушбу тенгликка эгамиз:

$$\hat{P}_y \psi = p_y \psi$$

бунда $\hat{P}_y$ қиймат $\hat{P}_y$ операторнинг хусусий қийматини билдиради $\hat{P}_y$ операторнинг кўринишидан фойдаланиб,

$$-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial x} = p_y \psi$$

тенгламага келинади. Бу тенгламани интеграллаш натижасида қуйидаги ечимни олиш мумкин: $\psi_p = N \exp\left(i \frac{p_x x}{\hbar}\right)$, бу ерда N - доимий сон.

Барча соҳаларда бу ечим узлуксиз, бир қийматли ва чекли бўлиши учун P_y нинг ҳақиқий сон бўлиши етарли. Шу туфайли P_y хусусий қийматларнинг спектри узлуксиз спектр бўлади ва унинг ўзгариш соҳаси $-\infty < p_x < \infty$ бўлади. ψ_p функцияни δ - функцияга нормаллашганлиги талаб қилинса, тўлқин функциясидаги доимий га тенг бўлади. Шундай қилиб,

Импульс операторининг x -ўқига проекциясининг $N = (2\pi\hbar)^{-\frac{1}{2}}$ нормаллашган ва ортогонал хусусий функцияларининг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\psi_p = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp\left(i \frac{p_x x}{\hbar}\right)$$

яъни ψ_{p_x} импульс операторининг хусусий функциялари де-Бройл тўлқинларининг ўзгинаси экан.

7.2. Заррачанинг импульс моменти оператори

Заррача ёки бутун ёпиқ системанинг энг муҳим характеристикаларидан бири ҳаракат миқдори моменти яъни импульс моменти ҳисобланади.

Классик механикада заррачанинг импульс моменти, деб майдон марказидан заррачагача ўтказилган радиус-векторни заррача импульсига (ҳаракат миқдори) вектор кўпайтмаси тушунилади:

$$M = [rp] . \quad (7.2.1.)$$

Квант механикада қабул қилингандек, (2.60) ифодани оператор кўринишда қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\hat{M} = [\hat{r}\hat{p}] \quad (7.2.2.)$$

Марказий симметрик майдонда импульс моменти ҳаракат интегрالي бўлади ва сақланувчи катталиқ бўлиб ҳисобланади. Маълумки, марказий симметрик майдонда марказдан чиқувчи ҳамма йўналишлар ўз-ўзига тенг кучли бўлади. Шунинг учун системанинг бундай майдондаги ҳаракатида майдон марказига нисбатан импульс моменти сақланади. Шунингдек, бирор ўққа нисбатан симметрик майдонда импульс моментининг симметрия ўқига проекцияси ҳам сақланади. Импульс моменти проекцияларининг оператор кўринишдаги ифодалари қуйидагича ёзилади:

$$\begin{aligned} \hat{M}_x &= y p_z - z p_y = i\hbar \left(z \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial z} \right) \\ \hat{M}_y &= z p_x - x p_z = i\hbar \left(x \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial x} \right) \\ \hat{M}_z &= x p_y - y p_x = i\hbar \left(y \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (7.2.3.)$$

Бу тенгламалар Декарт координатасидаги x, y, z компоненталари учун ёзилган. Декарт координаталари системаси сферик координаталар системаси билан қуйидагича боғланган:

$$\begin{aligned} x &= r \sin \theta \cos \varphi & r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ y &= r \sin \theta \sin \varphi & \theta &= \arccos \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ z &= r \cos \theta & \varphi &= \arctg \frac{y}{x} \end{aligned} \quad (7.2.4.)$$

(7.2.3.) тенгламаларни сферик координаталар системасида r, θ, φ компоненталари орқали ёзиш мумкин. Мисол тариқасида импульс моменти операторининг компонентасини сферик координаталар системасидаги кўриниш келтириб чиқарилади.

Маълумки,

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad (7.2.5.)$$

Бу формулада $\frac{\partial}{\partial r}, \frac{\partial}{\partial \theta}$ ва $\frac{\partial}{\partial \varphi}$ лар сферик координата компоненталари бўйича M_φ олинган хусусий ҳосилаларни билдиради. Агарда $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ эканлиги ҳисобга олинса,

$$\frac{\partial r}{\partial z} = \frac{z}{r} = \cos \theta \quad (7.2.6.)$$

бўлади. $\cos \theta = \frac{z}{r}$ тенгликдан фойдаланилса, яна битта формулага эга

бўлинади:

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = -\frac{\sin \theta}{r} \quad (7.2.7.)$$

ва ннҳоят

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0.$$

Шундай қилиб (7.2.6.) ва (7.2.7.) ларни (7.2.5.) қўйилса, қуйидаги натижага келинади.

$$\frac{\partial}{\partial z} = \cos \theta \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \quad (7.2.8.)$$

Худди шундай усулни T ; ҳосила учун қўлланилса,

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \\ &= \sin \varphi \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos \theta \sin \varphi}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\cos \varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi}\end{aligned}\quad (7.2.9.)$$

ифода ҳосил бўлади. Олинган (7.2.8) ва (7.2.9) формулаларни (7.2.3.) даги биринчи формулага олиб бориб қўйилса ва (7.2.4.) алмаштиришлардан фойдаланилса, элементар алгебраик ҳисоблашлардан сўнг ушбу натижа олинади:

$$\widehat{M}_x = i\hbar \left(\sin \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} + \operatorname{ctg} \theta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right). \quad (7.2.10.)$$

Шунга ўхшаш ҳисоблашларини амалга ошириб, қуйидаги формулаларни ҳам келтириб чиқариш мумкин:

$$\widehat{M}_y = -i\hbar \left(\sin \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} - \operatorname{ctg} \theta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right). \quad (7.2.11.)$$

$$\widehat{M}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}. \quad (7.2.12.)$$

(7.2.10.), (7.2.11.) ва (7.2.12.) тенгликлар сферик координаталар системасидаги импульс момент операторининг r, θ, φ компоненталари орқали ифодаланишидир.

Энди импульс моментининг квадрати учун ифода аниқланилади. Квант механикада импульс моменти квадрати оператори унинг координата ўқларидаги проекциялари квадрати операторларининг йиғиндисига тенг:

$$\widehat{M}^2 = \widehat{M}_x^2 + \widehat{M}_y^2 + \widehat{M}_z^2 \quad (7.2.13.)$$

Юқоридаги (7.2.10.) - (7.2.11.) формулаларни эътиборга олиб, импульс моменти квадратининг оператори учун

$$\widehat{M}^2 = -\hbar^2 \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] \quad (7.2.14.)$$

ифода ҳосил қилинади.

Олинган (7.2.14.) ифодани Лаплас оператори $\nabla_{\theta,\varphi}^2$ орқали ёзиш мумкин. Сферик координаталар системасини икки компонентаси θ, φ учун Лаплас оператори

$$\nabla_{\theta,\varphi}^2 = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (7.2.15.)$$

бўлгани учун

$$\hat{M}^2 = -\hbar^2 \nabla_{\theta,\varphi}^2 \quad (7.2.16.)$$

тенг бўлади.

Шундай қилиб, сферик координаталар системасида заррача ҳаракати учун импульс моменти проекцияларининг операторлари ва импульс моменти квадрати оператори учун ифодалари аниқлаб берилди.

7- мавзу бўйича талабалар мустақил шуғулланишлари учун саволлар

- 1.** Заррачанинг координата операторининг маъноси ва таъсири мазмунини аниқланг.
- 2.** Импульс операторининг кўринишини ва координата ўқларига проекция операторларини аниқланг.
- 3.** Координата ва импульс проекциялари операторлари учун Гейзенберг ўрин алмаштириш муносабатларини ёзинг.
- 4.** Импульс операторининг хусусий функциялари ва хусусий қийматларини аниқлаш усулини тушунтиринг.
- 5.** Импульс операторининг хусусий функцияси қандай тўлқинни ифодалайди.
- 6.** Заррачаларнинг импульс моменти оператори ва импульс моментининг координата ўқларига проекциялари операторининг кўринишини аниқланг.
- 7.** Импульс операторининг координата ўқларига проекциялари операторининг сферик координаталар системасидаги ифодасининг келтириб чиқазинг.

8. Импульс моменти квадрати оператори декарт координата системасидаги ифодасини ёзинг.
9. Импульс моменти операторининг сферик координаталар системасидаги ифодасини олинг.
10. Лаплас операторининг сферик координаталар системасидаги ифодасини ёзинг.

**7- мавзу бўйича талабалар билимини текшириш учун назорат
тестлари.**

1. Импульс операторининг Декарт координат системасидаги проекциялари ифодалари тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.
$P_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, P_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}, P_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z}$
$P_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, P_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}, P_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z}$
$P_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, P_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}, P_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z}$
2. Импульс операторининг вектор кўриниши тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.
$\vec{P} = -i\hbar \nabla$, бу ерда $\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$, набла оператор
$\vec{P} = -i\hbar \nabla$, бу ерда $\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$, набла оператор
$\vec{P} = -i\hbar \nabla$, бу ерда $\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$, набла оператор
$\vec{P} = -i\hbar \nabla$, бу ерда $\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$, набла оператор
3. Координата ва импульснинг бир ҳил проекцияларига мос операторлар учун Гейзенбергнинг ўрин алмаштириш ифодамуносабатлари тўғри ёзилган жавобни аниқланг.
$xP_x - P_x x = i\hbar, yP_y - P_y y = i\hbar, zP_z - P_z z = i\hbar$
$xP_x - P_x x = i\hbar, yP_y - P_y y = i\hbar, zP_x - P_z x = i\hbar$
$xP_x - P_x x = i\hbar, yP_y - P_y y = i\hbar, zP_x - P_z z = i\hbar$
$xP_x - P_x x = i\hbar, yP_y - P_y y = i\hbar, zP_x - P_z z = i\hbar$
4. Координата ва импульснинг ҳар ҳил проекцияларига мос операторлар учун Гейзенбергнинг ўрин алмаштириш ифодамуносабатлари тўғри ёзилган жавобни аниқланг
$xP_y - P_y x = 0, yP_z - P_z y = 0, zP_x - P_x z = 0$
$xP_y - P_y x = 0, yP_z - P_z y = 0, zP_x - P_x z = 0$
$xP_y - P_y x = 0, yP_z - P_z y = 0, zP_x - P_x z = 0$

$xP_y - P_yx = 0, \quad yP_z - P_z y = 0, \quad zP_x - P_x z = 0$
5. Импульс операторининг x ўқиға проекцияси операторининг хусусий функцияси ифодаси тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.
$\psi_{p_x} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp\left(i \frac{p_x x}{\hbar}\right)$
$\psi_{p_x} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp\left(i \frac{p_x x}{\hbar}\right)$
$\psi_{p_x} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp\left(i \frac{p_x x}{\hbar}\right)$
$\psi_{p_x} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp\left(i \frac{p_x x}{\hbar}\right)$
6. Импульснинг проекцияси операторининг хусусий функцияси қандай тўлқинни ифодалайди.
Де-Бройл тўлқини
Электромагнит тўлқин
Гравитацион тўлқин
Ихтиёрий тўлқин
7.Классик механикада заррачанинг импульс моменти таърифи ва формуласи тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.
Классик механикада заррачанинг импульс моменти деб майдон марказидан заррача жойлашган нуқтага ўтказилган радиус вектор $\vec{r}$ нинг заррача импульси (ҳаракат миқдори) га вектор кўпайтмасига айтилади. $\vec{M} = [\vec{r}\vec{P}]$
Классик механикада заррачанинг импульс моменти деб майдон марказидан заррача жойлашган нуқтага ўтказилган радиус вектор $\vec{r}$ нинг заррача импульси (ҳаракат миқдори) га скаляр кўпайтмасига айтилади.
Классик механикада заррачанинг импульс моменти деб майдон марказидан заррача жойлашган нуқтага ўтказилган радиус вектор $\vec{r}$ нинг заррача импульси (ҳаракат миқдори) га ихтиёрий кўпайтмасига айтилади.
Классик механикада заррачанинг импульс моменти деб майдон марказидан заррача жойлашган нуқтага ўтказилган радиус вектор $\vec{r}$ нинг заррача импульси (ҳаракат миқдори) модулига кўпайтмасига айтилади.
8.Квант механикада импульс моменти оператори қандай киритилади?
Квант механикада импульс моменти оператори сифатида заррачанинг координата оператори ва импульс операторининг вектор кўпайтмаси билан аниқланувчи вектор оператор қабул қилинган. $\vec{M} = [\vec{r}\vec{P}]$
Квант механикада импульс моменти оператори киритилмайди
Квант механикада импульс моменти оператори сифатида заррачанинг координата оператори ва импульс операторининг скаляр кўпайтмаси билан аниқланувчи вектор оператор қабул қилинган.
Квант механикада импульс моменти оператори сифатида заррачанинг координата оператори ва импульс операторининг йиғиндиси билан аниқланувчи оператор қабул қилинган.
9.Декарт координат системасида импульс моменти квадрати операторини формуласи тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.
$M^2 = M_x^2 + M_y^2 + M_z^2$
$M^2 = M_x^2 M_y^2 M_z^2$
$M^2 = M_x^2 - M_y^2 - M_z^2$
$M^2 = \hbar M_x^2 + \hbar M_y^2 + \lambda M_z^2$
Сферик координат системасида импульс моменти квадрати операторини хусусий қийматлари ва хусусий функцияларини аниқлаш тенгламаси тўғри кўрсатилган

жавобни аниқланг.			
$\left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] + \lambda \psi = 0$			
$\left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right]^2 + \lambda \psi = 0$			
$\left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] + \lambda^2 \psi = 0$			
$\left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] + \lambda \psi = 0$			
10.Сферик координат системасида сферик функцияни ифодаси тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.			
$Y_{lm}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(l- m)(2l+1)}{4\pi(l+ m)}} P_l^{ m }(\cos \theta) e^{im\varphi}$	$Y_{lm}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(l- m)(2l+1)}{4\pi(l+ m)}} P_l^{2 m }(\cos \theta) e^{im\varphi}$		
$Y_{lm}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(l- m)(2l+1)}{4\pi(l+ m)}} P_l^{ m }(\cos^2 \theta) e^{im\varphi}$	$Y_{lm}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(l- m)(2l+1)^2}{4\pi(l+ m)}} P_l^{ m }(\cos \theta) e^{2im\varphi}$		
11.Импульс моменти квадрати операторини хусусий қийматлари ифодаси тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.			
$M_\phi^2 = \hbar^2 \ell(\ell+1)$ бу ерда $\ell = 0,1,2,\dots$		$M_\phi^2 = \hbar^2 \ell(\ell+1)^2$ бу ерда $\ell = 0,1,2,\dots$	
$M_\phi^2 = \hbar^2 \ell^2(\ell+1)$ бу ерда $\ell = 0,1,2,\dots$		$M_\phi^2 = \hbar^2 \ell(\ell+1)^3$ бу ерда $\ell = 0,1,2,\dots$	
12.Импульс моментининг z ўқиға проекцияси оператори хусусий қийматлари ва хусусий функцияларини боғловчи тенглама тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.			
$-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial z} = M_\phi \psi$	$-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial z} = M_\phi^2 \psi$	$-i\hbar^2 \frac{\partial \psi}{\partial z} = M_\phi \psi$	$-i\hbar \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = M_\phi \psi$

8 – мавзу. Импульс моменти квадрати ва кинетик энергия

операторларининг хусусий функциялари

8.1. Импульс моменти квадрати операторининг хусусий қиймати ва хусусий функциялари

Квант механикасида импульс момент квадрати оператори фундаментал аҳамиятга эга эканлигидан, унинг хусусий қийматини ва хусусий функциясини аниқлаш масаласи долзарб масалалардан бири ҳисобланиши келиб чиқади.

$\hat{M}^2$ оператор учун олинган (7.2.14.) ифодани фақат θ ва φ бурчакларга таъсир қилишини ҳисобга олинса, у ҳолда тўлқин функциянинг ушбу бурчакларнинг ўзига боғлиқ қисминигина қараш мумкин, яъни

$$\psi = \psi(\theta, \varphi) \quad (8.1.1.)$$

$\hat{M}^2$ операторнинг хусусий қийматларини аниқлаб берувчи тенглама эса

$$\hat{M}^2 \psi = M^2 \psi \quad (8.1.2.)$$

кўринишда бўлади. (7.2.14.) даги $\hat{M}^2$ нинг қийматини (8.1.2.) қўйилса ва

$$\lambda = \frac{M^2}{\hbar^2} \quad (8.1.3.)$$

белгилаш киритилса, мос тенглама қуйидаги кўринишни олади:

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \lambda \psi = 0. \quad (8.1.4.)$$

Математик физика тенгламалари курсидан маълумки, (8.1.4.) тенглама сферик функциялар тенграмаси ҳисобланади. Бу тенграманинг ечимлари $(\psi(\theta, \varphi) \text{ тўлқин функцияси})$ $0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ оралиқларда чекли, бир қийматли ва узлуксиз бўлиши керак. Тўлқин функциясига қўйилган юқоридаги шартларни бажарилиши учун λ қуйидаги тенгликни қаноатлантириши керак:

$$\lambda = l(l+1) \quad (8.1.5.)$$

бунда l - бутун номанфий сон бўлиб, $l = 0, 1, 2, \dots$ қийматларни қабул қилади ва l сонининг ҳар бир қиймати учун (8.1.4.) тенглама $(2l+1)$ та илдизга эга бўлади.

Бу илдизлар сферик функцияларнинг ўзгинасидир:

$$Y_{lm}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(l-|m|)(2l+1)}{4\pi(l+|m|)}} P_l^m(\cos \theta) e^{im\varphi} \quad (8.1.6.)$$

Бунда m -бутун сон бўлиб, қуйидаги қийматларни қабул қилади:

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l \quad (8.1.7.)$$

ва ҳаммаси бўлиб $(2l + 1)$ та қийматга эга бўлади. $P_l^m(\cos \theta)$ функция умумлашган Лежандр полиноми дейилади ва у қуйидаги ифодага тенг:

$$P_l^{|m|}(\cos \theta) = (1 - \xi^2)^{\frac{|m|}{2}} \frac{d^{|m|}}{d\xi^{|m|}} P_l(\xi), \quad \xi = \cos \theta \quad (8.1.8.)$$

Бу ерда $P_l(\xi)$ - Лежандр полиноми дейилади ва у

$$P_l(\xi) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{d\xi^l} [(\xi^2 - 1)^l] \quad (8.1.9.)$$

кўринишга эга бўлади. (8.1.6.) формуладаги $P_l^{|m|}(\cos \theta)$ олдидаги кўпайтма шундай танлаб олинадики, $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ функциялар ортогонал бўлиши билан бир қаторда улар сфера сиртида бирга нормалашган бўлиши керак, яъни

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} Y_{l'm'}^* Y_{lm} \sin \theta d\theta d\varphi = \delta_{l'l} \delta_{m'm}. \quad (8.1.10.)$$

Юқорида олинган натижаларни кўрилатган масала учун қўлланилади. Аввал қайд этилганидек, (8.1.4.) тенглама ечимининг чекли, бир қийматли ва узлуксиз бўлиши учун $\lambda = l(l+1)$ шартни қаноатлантириши керак. (8.1.3) ва (8.1.5.) формулалардан импульс моменти квадрати операторнинг хусусий қийматлари

$$M_l^2 = \hbar^2 l(l+1), l = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (8.1.11.)$$

га тенг бўлиши керак. Бу қийматларга тегишли бўлган хусусий функциялар эса,

$$\psi_{lm}(\theta, \varphi) = Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm l \quad (8.1.12.)$$

га тенг.

Юқоридаги (8.1.11.) ва (8.1.12.) ифодадан импульс моментининг квадрати

$(2\ell+1)$ каррали айниганлиги кўриниб турибди. Бу айтишининг моҳиятини тушунтириш осон. $\hat{M}^2$ операторнинг хусусий функцияларини бир вақтнинг ўзида $\hat{M}_z$ операторнинг ҳам хусусий функциясидир, яъни

$$\hat{M}_z \psi = M_z \psi \quad (8.1.13.)$$

$\hat{M}_z$ нинг қийматини (2.71) формуладан (2.88) формулага қўйилса

$$-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial z} = M_z \psi \quad (8.1.14.)$$

тенглама ҳосил қилинади ва ψ_{lm} функцияни e^{imp} га пропорционаллигини ҳисобга олинса,

$$-i\hbar m \psi_{lm} = M_z \psi_{lm}$$

ифодага келинади, яъни ψ_{lm} функция (8.1.14.) тенгламани қаноатлантиради ва $\hat{M}_z$ операторнинг хусусий қийматлари

$$M_z = \hbar m, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l \quad (8.1.15.)$$

га тенг бўлади, яъни ҳаммаси бўлиб $(2l+1)$ та ҳар хил қийматга эга бўлади. Шундай қилиб, l ҳолатга тўғри келган импульс моментга мос бўлган энергия сатҳи $(2l+1)$ каррали айниган бўлиб, бу айтишни, одатда, момент йўналишлари бўйича айтиш деб аталади, бошқача айтганда, импульс моменти танланган z йўналиш бўйича $(2l+1)$ та хусусий қийматга эга бўлар экан. (8.1.11.) ва (8.1.15.) тенгликлар мос ҳолда импульс моменти квадратининг ва импульс моментининг z ўқига проекциясининг хусусий қийматларининг квантланган қийматларга эга эканлигини кўрсатади.

Бирор танланган ҳолатларда M^2 ва M_y лар аниқ қийматларни қабул қилса, $\hat{M}_x$ ва $\hat{M}_y$ проекциялари шу ҳолатларда аниқ қийматларга эга емас. Ҳақиқатан ҳам, (8.1.6.) тўлқин функциялари M_x ва M_y операторларнинг хусусий функциялари бўла олмайди. Бу натижа, иккинчи томондан,

$\hat{M}_x, \hat{M}_y, \hat{M}_z$ операторларнинг ўз-ўзига коммутатив эмаслигидан ҳам келиб чиқади.

8.2. Энергия оператори. Гамильтониан

$\hat{T}$ кинетик энергия оператори. Эркин заррача кинетик энергиясининг кўриниши фазонинг бир жинслилиги ва изотроплилиги ҳамда Галилейнинг нисбийлик принципи билан боғлиқ бўлган умумий талаблар асосида аниқланади. Классик механикада бу талаблар заррача кинетик энергиясининг заррача импульсига квадратик боғлиқ бўлишига олиб келади:

$$T = \frac{P^2}{2m} = \frac{1}{2m} (P_x^2 + P_y^2 + P_z^2) \quad (8.2.1.)$$

Квант механикасида шу талабларнинг ўзи кинетик энергия ва импульснинг хусусий қийматлари ўртасида худди шундай муносабат ўрнатади. Эркин заррача учун бу хусусий қийматлар бир вақтнинг ўзида аниқ ўлчанадиган ва сақланувчи катталиклардир. Лекин (8.2.1.) муносабат энергия ва импульснинг барча хусусий қийматларида ўринли бўлиши учун у энергия ва импульс операторлари учун ҳам ўринли бўлиши керак:

$$\hat{T} = \frac{\hat{P}^2}{2m} = \frac{1}{2m} (\hat{P}_x^2 + \hat{P}_y^2 + \hat{P}_z^2) \quad (8.2.2.)$$

Бу ифодадаги $\hat{P}_x, \hat{P}_y, \hat{P}_z$ импульс операторларининг қийматларини қўйиб, эркин ҳаракатланаётган заррача учун кинетик энергия операторининг кўриниши топилади:

$$\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \quad (8.2.3.)$$

бунда ∇^2 - Лаплас оператори ва Декарт координаталар системасида

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

кўринишга эга. $\hat{T}$ операторнинг $\psi(x, y, z)$ хусусий функцияларини аниқлаш учун

$$\hat{T}\psi = T\psi \quad (8.2.4.)$$

тенглама ёзилади. Де-Бройл тўлқинини ифодаловчи функция бу тенгламани қаноатлантиради:

$$\psi_T(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \exp\left(i \frac{p_x x + p_y y + p_z z}{\hbar}\right) \quad (8.2.5.)$$

Олинган $\psi_T(x, y, z)$ функция импульс операторининг ҳам хусусий функцияси эканлиги ҳисобга олинса, T кинетик энергияни ва p_x, p_y, p_z импульсларни бир вақтнинг ўзида ўлчаш мумкинлиги келиб чиқади. $\hat{T}$ операторни квант механикасида кўп қўлланиладиган сферик координаталар системасида ҳам ёзиш мумкин. Бу системада ∇^2 оператор

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\nabla_{\theta, \varphi}^2}{r^2} \quad (8.2.6.)$$

кўринишга эга. Енди (8.2.3.) га (8.2.6.) қўйилса ва (7.2.14.) ҳисобга олинса

$$\hat{T} = \hat{T}_r + \frac{\hat{M}^2}{2mr^2} \quad (8.2.7.)$$

ифода олинади, бунда $\hat{M}^2$ - маълум бўлган импульс моменти квадратининг оператори, $\hat{T}_r$ эса:

$$\hat{T}_r = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) \quad (8.2.8.)$$

га тенг бўлади. $\hat{T}_r$ операторни радиус-вектор бўйича ҳаракатланувчи кинетик энергия оператори сифатида ва $\hat{M}^2 / 2mr^2$ операторни еса трансверсал бўйича ҳаракатланувчи кинетик энергия оператори деб қараш мумкин.

Тўла энергия оператори. Квант механикасидаги муҳим операторлардан яна бири бу тўла энергия оператори ҳисобланади ва у $\hat{H}$ орқали белгиланади. Классик механика сингари квант механикада ҳам тўла энергия оператори кинетик ва потенциал энергия операторлари йиғиндисидан иборатдир. Классик механикада заррачаларнинг ўз-ўзига таъсири заррачалар координаталарининг функцияси ҳисобланган $U(x, y, z)$ ўз-ўзига таъсир потенциал энергияси орқали тавсифланади. Квант

механикада ҳам заррачаларнинг ўз-ўзига таъсирини тавсифлаш учун системани тўла энергия оператори ҳудди шундай ҳадга эга бўлади:

$$\hat{H} = \hat{T} + U(x, y, z) \quad (8.2.9.)$$

(8.2.9.) ифодада биринчи ҳадни кинетик энергия оператори деб, иккинчи ҳадни эса потенциал энергия оператори деб қараш мумкин.

Квант механикасида заррачанинг тўла энергиясини кинетик ва потенциал энергияларнинг йиғиндиси сифатида қараш мумкин эмас, чунки кинетик энергия импульснинг функцияси бўлса, потенциал энергия эса координаталар функциясидир. Маълумки, аниқ импульсга ва аниқ координатага эга бўладиган квант ансамбльларнинг ҳолатлари бир вақтнинг ўзида мавжуд эмас. Заррачани алоҳида кинетик ва потенциал энергияларини ўлчаш орқали, заррачани тўлиқ энергиясини ўлчаш мумкин эмас. Тўла энергияни яхлит, ягона катталик сифатида бевосита ўлчаш зарур. Заррача тўла энергиясининг қийматлари $U(x, y, z)$ -потенциал энергия кўринишига, яъни заррачаларнинг турига ва заррачалар ҳаракат қилаётган куч майдонига боғлиқ. Айнан шу қийматларни аниқлаш квант механикасининг асосий масаласини ташкил этади.

Гамильтониан. Классик физикада импульслар ва координаталар орқали

ифодаланган тўла энергияни Гамильтон функцияси дейилади.

$\hat{T}$ кинетик энергия оператори квант механикасида импульс операторлари орқали берилган, шунинг учун $\hat{H}$ оператор

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(x, y, z) \quad (8.2.10.)$$

ни Гамильтон функциясининг оператори ёки қисқача қилиб **гамильтониан** дейилади. Квант механикасида гамильтонианни тузишда иккита ҳолни кўриб чиқиш керак. Биринчи ҳолда заррачага таъсир этувчи кучлар заррачанинг тезлигига боғлиқ эмас, демак F куч заррача координатаси ҳамда вақтнинг функцияси бўлиб, бирор $U(x, y, z, t)$ функциянинг градиенти сифатида берилиши мумкин:

$$F = -\nabla U(x, y, z, t) \quad (8.2.11.)$$

Агарда таъсир этувчи кучлар вақтга боғлиқ бўлмаса, у ҳолда $U(x,y,z)$ заррачанинг потенциал энергиясининг ўзгинаси. Бу ҳолда Гамильтон функцияси заррачанинг тўла энергияси билан мос келади ва $T+U(x,y,z)$ га тенг. Умумий ҳолда эса Гамильтон функцияси T кинетик энергия ва U куч функциясининг йиғиндисидан иборат бўлади, яъни $H=T+U(x,y,z,t)$ ва бу ҳолда потенциал энергия бўлмаганлиги учун H ҳам системани тўла энергияси бўла олмайди.

Энди иккинчи ҳолни кўриб чиқайлик, яъни таъсир этувчи кучлар заррачанинг тезлигига боғлиқ бўлсин. Мисол сифатида электромагнит майдонда ҳаракатланаётган зарядли заррачанинг гамильтонианини кўриб чиқайлик. Классик назарияда электромагнит майдонидаги зарядли заррачанинг Гамильтон функцияси

$$H = \frac{1}{2m} \left(p - \frac{e}{c} A \right)^2 + eV \quad (8.2.12.)$$

кўринишга эга. Бунда e - заррачанинг заряди, V -майдоннинг скалар потенциали, m - заррачанинг массаси, p - умумлашган импульс бўлиб,

$$p - \frac{e}{c} A = mv \quad \text{га тенг бўлади.}$$

Бунда A - вектор потенциал. Квант механикасида гамильтонианни олиш учун, $\hat{P}$ вектор ўрнига $\hat{P} = -i\hbar\nabla$ импульс оператори ади ва бу ҳол учун гамильтониан қуйидагича бўлади:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \left(\hat{P} - \frac{e}{c} A \right)^2 + eV \quad (8.2.13.)$$

Агарда электромагнит кучлардан ташқари U функция билан ифодаланган бошқа кучлар ҳам мавжуд бўлса, у ҳолда гамильтонианнинг умумий кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \left(\hat{P} - \frac{e}{c} A \right)^2 + eV + U$$

(2.104) ифодани қуйидаги оператор кўринишда очиб чиқилади.

$$\left(\hat{P} - \frac{e}{c} A \right)^2 = \left(\hat{P}_x - \frac{e}{c} A_x \right)^2 + \left(\hat{P}_y - \frac{e}{c} A_y \right)^2 + \left(\hat{P}_z - \frac{e}{c} A_z \right)^2. \quad (8.2.14.)$$

Операторлар кўпайтмасининг таърифига асосланиб, (8.2.14.) тенгликнинг ўнг томонидаги биринчи ҳади ҳисобланилади:

$$\left(\hat{p}_x - \frac{e}{c} A_x\right)^2 = \left(\hat{p}_x - \frac{e}{c} A_x\right) \left(\hat{p}_x - \frac{e}{c} A_x\right) = \hat{p}_x^2 - \frac{e}{c} \hat{p}_x A_x - \frac{e}{c} A_x \hat{p}_x + \frac{e^2}{c^2} A_x^2$$

Маълумки, Гейзенберг муносабатлари

$$\hat{p}_x A_x - A_x \hat{p}_x = i\hbar \frac{\partial A_x}{\partial x}$$

кўринишга эга, улардан фойдаланиб, қуйидаги ифода ҳосил қилинади:

$$\left(\hat{p}_x - \frac{e}{c} A_x\right)^2 = \hat{p}_x^2 - \frac{2e}{c} A_x \hat{p}_x + i\hbar \frac{e}{c} \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{e^2}{c^2} A_x^2$$

(2.105) формуладаги қолган икки ҳад учун шунга ўхшаш ҳисоблашларни бажариб, олинган натижаларни қўшгандан сўнг

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \hat{p}^2 - \frac{e}{c} A \hat{p} + i\hbar \frac{e}{2mc} \text{div} A + \frac{e^2}{2mc^2} A^2 + eV + U \quad (8.2.15.)$$

гамильтониан олинади. Шундай қилиб, Гамильтон функцияси (ёки энергия) оператори иккита муҳим хусусият билан боғлиқ, биринчиси, заррачаларнинг табиати билан боғланган бўлса, иккинчиси эса, уларга таъсир этувчи кучларнинг табиати билан боғлиқдир.

8- мавзу бўйича талабалар мустақил шуғулланишлари учун саволлар

1. Импульс моменти квадрати операторининг фақат θ ва φ бурчакларга таъсир этишини эътиборга олиб, бу оператор учун хусусий ва хусусий қийматларни боғловчи тенгламани ечиш усулини тушунтиринг.
2. M^2 - оператор учун хусусий ва хусусий қийматларни боғловчи тенгламанинг ечими бўлган сферик функциялар ифодасини тушунтиринг.
3. Умумлашган ва оддий Лежандр полиномининг ифодасини ёзинг ва мазмунини тушунтиринг.
4. M^2 - операторнинг хусусий қиймати орбитал квант сони l га боғланишини тушунтиринг.
5. M^2 ва M_z операторларнинг коммутатив оператор эканлигини исботланг.

6. Микрозарраларнинг кинетик энергия оператори T нинг декарт ва сферик координаталар системасидаги ифодасини ёзинг ва тушунтиринг.
7. Кинетик энергия операторининг хусусий функцияси қандай тўлқин билан ифодаланади.
8. Радиал кинетик энергия оператори кўринишини ёзинг.
9. Тўла энергия оператори ифодасини ёзинг.
10. Нима учун квант механикада заррачанинг тўла энергияни кинетик ва потенциал энергияларнинг йиғиндиси сифатида қараш мумкин эмаслигини тушунтиринг.

8- мавзу бўйича талабалар билимини текшириш учун назорат тестлари.

1. Импульс моментининг z ўқига проекцияси оператори хусусий қийматлари ифодаси тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг			
$M_z = \hbar m$, бу ерда $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \ell$		$M_z = \hbar m^2$, бу ерда $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \ell$	
$M_z = \hbar^2 m$, бу ерда $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 2\ell$		$M^2_z = \hbar m$, бу ерда $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 2\ell + 1$	
2. Декарт координат системасида кинетик энергия операторини формуласи тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.			
$T = \frac{1}{2m}(P_x^2 + P_y^2 + P_z^2) = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta$		$T = \frac{1}{2m}(P_x^2 + P_y^2 + P_z^2)^2 = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta$	
$T = \frac{1}{2m^2}(P_x^2 + P_y^2 + P_z^2) = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta$		$T = \frac{1}{2m}(P_x^2 + P_y^2 + P_z^2) = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta^2$	
3. Декарт координат системасида кинетик энергия операторини хусусий функцияси тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.			
$\psi(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(i \frac{p_x x + p_y y + p_z z}{\hbar}\right)$		$\psi(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-i \frac{p_x x + p_y y + p_z z}{\hbar}\right)$	
$\psi(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(\frac{p_x x + p_y y + p_z z}{\hbar}\right)$		$\psi(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{\frac{5}{2}}} \exp\left(i \frac{p_x x + p_y y + p_z z}{\hbar}\right)$	
4. Сферик координат системасида айланма ҳаракат учун кинетик энергия оператори ифодаси тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.			
$T = T_r + \frac{M^2}{2mr^2}$	$T = T_r + \frac{M}{2mr^2}$	$T = T_r + \frac{3M^2}{2mr^2}$	$T = T_r - \frac{M^2}{2mr^2}$
5. Сферик координат системасида радиал кинетик энергия оператори ифодаси тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.			
$T_r = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right)$		$T_r = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right)^2$	
$T_r = -\frac{\hbar}{2m} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right)$		$T_r = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right)$	

6. Гамильтон оператори ифодаси тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.	
$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(x, y, z)$	$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - U(x, y, z)$
$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta^2 + U(x, y, z)$	$H = \frac{\hbar^2}{2m} \Delta^2$
7. $M_z^2 = -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$ оператор билан ифодаланувчи механик катталиқнинг $\psi(\varphi) = A \sin^2 \varphi$ ҳолат функциясига ўртача қиймати тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.	
$M_z^2 = \frac{3}{4} \hbar^2$	$M_z^2 = \frac{2}{3} \hbar^2$
$M_z^2 = \frac{3}{4} \hbar$	$M_z^2 = \hbar^2$
8. $M_z^2 = -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$ оператор билан ифодаланувчи механик катталиқнинг $\psi(\varphi) = A \sin^2 \varphi$ ҳолат функцияда пропорционаллик коэффициенти тўғри ҳисобланган жавобни аниқланг.	
$A = \frac{2}{\sqrt{3\pi}}$	$A = \frac{2}{\sqrt{5\pi}}$
$A = \frac{4}{\sqrt{3\pi}}$	$A = \frac{1}{\sqrt{3\pi}}$
9. H ва P_x операторларнинг коммутатори тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.	
$HP_x - P_x H = i\hbar \frac{\partial U}{\partial x}$ (Бу ерда U – потенциал энергия). Коммутатив операторлар эмас.	
$HP_x - P_x H = 0$ (Бу ерда U – потенциал энергия). Коммутатив операторлар ҳисобланади.	
$HP_x - P_x H = i\hbar \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ (Бу ерда U – потенциал энергия). Коммутатив операторлар эмас.	
$HP_x - P_x H = i\hbar \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ (Бу ерда U – потенциал энергия). Коммутатив операторлар эмас.	
10. H ва X операторларнинг коммутатори тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.	
$HX - XH = -\frac{i\hbar}{\mu} P_x$ $HX - XH = 0$ $HX - XH = -\frac{\hbar^2}{\mu} P_x$ $HX + XH = +\frac{i\hbar}{\mu} P_x$	
11. Квант механикада тўла энергия оператори ифодаси ва кинетик ҳамда потенциал энергияларнинг қандай ўзгарувчиларга боғлиқ эканлиги тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.	
$H = T + U(x, y, z, t)$, Кинетик энергия импульсларга, потенциал энергия эса умумий ҳолда координата ва вақтга боғланган.	
$H = T - U(x, y, z)$, Кинетик энергия импульслар ва вақтга, потенциал энергия эса фақат координатага боғланган.	
$H = 2T$, Кинетик энергия импульс моментига, потенциал энергия эса умумий ҳолда координата ва вақтга боғланган.	
$H = 2U(x, y, z)$, Кинетик энергия импульсларга, потенциал энергия эса умумий ҳолда координата ва вақтга боғланган.	

3- боб. Шредингер тенгламаси ва унинг содда масалалар учун ечими

9 - мавзу. Шредингер тенгламаси. Гамильтон оператори. Стационар ҳолатлар учун Шредингер тенгламаси

9.1. Шредингер тенгламаси

Аввалги бобларда, заррачанинг бирор вақт моментидаги тўлқин функцияси маълум бўлган ҳолда, унинг шу моментдаги ҳар қандай физик катталигининг эҳтимоллик тақсимотини аниқлаш мумкин деб гап юритган эдик.

Ҳозирча энг муҳим нарсани, яъни вақт ўтиши билан тўлқин функциясининг ўзгаришини ва шу билан бирга физик катталиқнинг эҳтимоллик тақсимотлари вақт давомида қандай ўзгаришини билмаймиз.

Аниқки, заррача ҳолатининг вақт бўйича ўзгариши, унга таъсир қилувчи кучга боғлиқ бўлиши керак. Шунинг учун квант механикада тўлқин функциясини вақт бўйича ўзгаришини бошқарувчи, классик механикадаги Ньютон қонунларидек, динамик қонунни топиш зарур.

Шу сабабли, классик механиканинг асосий принципларини яна бир марта эслаб ўтиш ортиқчалик қилмайди. Классик механикада заррачанинг ҳолатларини таърифловчи физик катталиқлар ичида координата ва импульс алоҳида рол ўйнайди. Сабаби, бу катталиқларнинг бирор вақт моменти учун берилиши, заррачанинг кейинги ҳаракатини тўлиқ аниқлаб беради, бу эса бевосита Ньютон қонунларидан келиб чиқади:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} = -\frac{\partial U(\vec{r})}{\partial \vec{r}}, \quad \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\vec{p}}{m} \quad (9.1.1)$$

Бу тенгламалардан кўриниб турибдики, координата ва импульс катталиқларнинг вақт бўйича ўзгариш тезлиги шу катталиқларнинг ўзи билан аниқланар экан.

Айнан шу боғланиш туфайли заррачанинг турли вақтдаги ҳолатлари орасидаги сабабий боғланиш мавжуддир, яъни классик механикада заррачанинг ҳолати координата ва импульс катталиқлари билан тўлиқ аниқланади, яъни бу икки катталиқни бирор моментда берилиши уларни исталган моментда бир қийматли аниқлаш учун етарлидир. Шунинг учун ҳам барча физик катталиқлар шу асосий катталиқлар орқали ифодаланади.

Квант механикада эса заррачанинг ҳолати тўлқин функция орқали тўлиқ аниқланади. Агар табиатда ҳақиқатан ҳам заррачанинг турли моментдаги ҳолатлари орасида сабабий боғланиш мавжуд бўлса, бу ҳол тўлқин функциясининг вақт бўйича ўзгариши орқали ифодаланиши керак.

Математик жиҳатдан $\psi(x,0)$ ва $\psi(x,t)$ тўлқин функциялари орасидаги боғланишни аниқлаш зарур ва квант механикада ушбу боғланиш сабабият принципининг талабидан келиб чиқади.

Берилган ψ функцияни $t = 0$ вақтга чексиз кичик яқин бўлган Δt вақт momentiда кўриб чиқайлик. Уни қуйидаги қатор кўринишида ёзиш мумкин:

$$\psi(x, \Delta t) = \psi(x, 0) + \left(\frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} \right)_{t=0} \Delta t + \dots$$

Юқоридаги фикрларга асосан $\frac{\partial \psi}{\partial t}$ катталиқ $\psi(x, 0)$ дан аниқланиши керак, яъни

$$\left(\frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} \right)_{t=0} = L(x, 0) \psi(x, 0)$$

$t = 0$ вақт momenti ихтиёрий олингани сабабли, қуйидаги муносабатга келинади.

$$\frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = L(x, t) \psi(x, t) \quad (9.1.2.)$$

Бунда L оператор - **вақт бўйича силжиш оператори** дейилади ва бу оператор қуйидаги постулатлар ёрдамида аниқланади.

1. Суперпозиция принципига асосан бу оператор чизиқли оператор бўлиши керак.
2. L операторнинг таркибида вақт бўйича ҳосилалар ва интеграллар қатнашмаслиги керак.
3. L операторда вақт параметр сифатида қатнашиши керак.

Юқоридаги шартларни қаноатлантирувчи қидирилаётган L операторни тўғри танлаб олиш учун импульси аниқ қийматга эга бўлган заррачанинг эркин ҳаракатини кўриб чиқайлик.

Бундай ҳаракатнинг тўлқин функцияси сифатида де-Бройл тўлқин функциясини танлаб олиш мумкин,

$$\psi(x, y, z, t) = N \exp \left[-\frac{i}{\hbar} (Et - p_x x - p_y y - p_z z) \right]$$

Бунда $E = \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)$ га тенг.

ψ функция учун ёзилган ифода қуйидаги тенгламани қаноатлантиришини бевосита текшириш қийин эмас:

ёки
$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{i\hbar}{2m} \nabla^2 \psi$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} H \psi$$

Бунда H оператор сифатида эркин ҳаракатланувчи заррачанинг энергия операторини ёки гамильтонианини тушуниш керак:

$$H = T = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2$$

Демак бу ифодадан эркин ҳаракатни ифодаловчи ҳолат учун вақт бўйича силжиш оператори

$$L = \frac{1}{i\hbar} H \quad (9.1.3.)$$

кўринишида бўлиши керак.

Ушбу постулатни асос деб олган ҳолда тўлқин функцияси учун (3.1) тенгламани

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = H(x, t) \psi(x, t) \quad (9.1.4.)$$

кўринишда ифодалаш мумкин.

Бу (9.1.4.) тенглама Шредингер тенгламаси дейилади ва квант механика асосларини ташкил қилувчи тенгламалар каторига киради.

(9.1.4.) тенгламадаги H операторнинг қийматини ошкор равишда ва ташқи майдонни ҳисобга олган ҳолда ёзилганида, Шредингер тенгламаси

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U(x, y, z, t) \psi \quad (9.1.5.)$$

кўринишга келади. Шредингер тенгламасидаги $\hat{H}$ энергия оператори чизиқли оператор бўлганлиги сабабли тенгламанинг ўзи ҳам чизиқли тенглама бўлади.

Бундан Шредингер тенгламаси ечимларининг суперпозиция принципига бўйсунishi ва шу сабабли унинг бир нечта ечимларининг йиғиндисидан ташкил топган ечим ҳам тенгламани қаноатлантириши келиб чиқади. Иккинчидан, Шредингер тенгламасида $\frac{\partial \psi}{\partial t}$ ҳосиланинг олдида i мавҳум соннинг мавжудлиги катта аҳамиятга эга.

Классик физикада вақт бўйича биринчи тартибли, хусусий ҳосилали тенгламаларнинг ечимлари даврий эмаслиги аниқ, чунки улар қайтмас жараёнларни ифодалайди. Вақт бўйича биринчи тартибли, хусусий ҳосилали дифференциал тенглама бўлган Шредингер тенгламасида $\frac{\partial \psi}{\partial t}$ нинг олдида i мавҳум соннинг мавжудлиги туфайли бу тенглама даврий ечимларга эга бўлади. Шундай қилиб, вақт ўтиши билан тўлқин функциясининг ўзгариши ва шу билан бирга физик катталиكنинг эҳтимоллик тақсимотлари вақт давомида қандай ўзгаришини топиш усули аниқланди. Ушбу усулнинг моҳияти олинган вақтга боғлиқ Шредингер тенгламасини ечишдан иборатдир.

9.2. Эҳтимоллик оқими ва зичлиги

Шредингер тенгламасидан фойдаланиб, заррачалар сонини сақланиш қонунини ифодаловчи узлуксизлик тенгламасини келтириб чиқариш мумкин, яъни:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \text{div} \vec{j} = 0 \quad (9.2.1.)$$

бунда w - координаталари (x, y, z) нуқтадаги заррачалар сонининг ўртача зичлигини, $\vec{j}$ - эса заррачалар оқимининг ўртача зичлиги билдиради.

Бу тенгламани ҳосил қилиш учун (9.1.5.) тенгламанинг комплекс кўшма тенгламаси ёзилади:

$$-i\hbar \frac{\partial \psi^*}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi^* + U\psi^* \quad (9.2.2.)$$

(9.1.5.) тенгламани ψ^* га, (9.2.2.) тенгламани эса ψ га кўпайтириб ва олинган натижаларни бир-биридан айирсак, натижада қуйидаги ифодага келинади:

$$i\hbar \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} + \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \right) = -\frac{\hbar^2}{2m} (\psi^* \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \psi^*) \quad (9.2.3.)$$

Ҳосил бўлган тенгламани қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\psi \psi^*) = \frac{i\hbar}{2m} \operatorname{div} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) \quad (9.2.4.)$$

(9.2.4.) тенгламада $\psi \psi^*$ кўпайтма w эҳтимоллик зичлигини билдиради, яъни

$$w = \psi^* \psi \quad (9.2.5)$$

Қуйидаги белгилашни киритамиз:

$$\vec{j} = \frac{i\hbar}{2m} (\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi) \quad (9.2.6.)$$

у ҳолда (9.2.4.) тенгламани

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0 \quad (9.2.7.)$$

кўринишида ёзиш мумкин. Демак, $\vec{j}$ вектори эҳтимоллик оқимининг зичлиги бўлади.

Агарда (9.2.7.) тенгламада $w = \psi^* \psi$ заррачаларнинг ўртача зичлиги сифатида қаралса, у ҳолда $\vec{j}$ ни 1 сек да 1 см^2 юзадан ўтадиган заррачаларнинг ўртача оқими сифатида қараш мумкин. Шунинг учун, одатда (9.2.7.) тенгламани заррачалар сонини сақланиш қонуни маъносида талқин қилинади.

9.3. Стационар ҳолатлар. Стационар Шредингер тенгламаси.

Ташқи ўзгарувчан майдонлар бўлмаган ҳолда H гамильтониан вақтга боғлиқ бўлмайди ва у тўла энергия оператори билан мос келади.

Бу ҳолда (3.3) даги Шредингер тенгламаси

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = H(x,t) \psi(x,t) \quad (9.3.1.)$$

кўринишда бўлиб, ўзгарувчиларни ажратиш йўли орқали муҳим ечимларни олиш мумкин. Яъни, $\psi(x, t)$ функцияда x ва t ўзгарувчилар ажратилади:

$$\psi(x, t) = \psi(x)f(t) \quad (9.3.2)$$

(9.3.2.) ифодани (9.3.1.) тенгламага қўйиб алмаштиришлар ўтказиб қуйидаги иккита тенглама келтириб чиқарамиз:

$$i\hbar \frac{\partial f(t)}{\partial t} = Ef(t) \quad (9.3.3.)$$

$$H(x)\psi(x) = E\psi(x) \quad (9.3.3.)$$

(9.3.3.) тенгламанинг ечимини ошкор равишда қуйидагича ёзиш мумкин:

$$f(t) = C \exp\left(-\frac{i}{\hbar} Et\right) \quad (9.3.4.)$$

(9.3.3.) тенглама эса Гамильтон операторининг хусусий қийматларини аниқлаб берувчи тенглама ҳисобланади.

$\psi(x)$ тўлқин функциялари системанинг энергияси аниқ қийматларни қабул қиладиган ҳолатларига мос келади. Аниқ энергия қийматларга эга бўлган ҳолатларни квант механикасида стационар ҳолатлар деб юритилади. (9.3.2.), (9.3.3.) ва (9.3.4.) ифодаларга биноан стационар ҳолатларнинг тўлқин функциясини

$$\psi_n(x, t) = \psi_n(x) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_n t\right) \quad (9.3.5.)$$

кўринишда ёзиш мумкин, бунда $\psi_n(x, t)$ ечим E_n энергияли ҳолатга мос келувчи тўлқин функция. Юқоридаги (9.3.3.) тенглама эса стационар ҳолатлар учун Шредингер тенгламаси деб юритилади. —

(9.3.5.) ифодадан қуйидаги хулоса келиб чиқади: аниқ энергия қийматига эга бўлган ҳолатлар частота билан вақтга гармоник боғлиқ бўлади.

$$\omega_n = \frac{E_n}{\hbar} \quad (9.3.6.)$$

9- мавзу бўйича талабалар мустақил шуғулланишлари учун саволлар

1. Табиатдаги заррачанинг турли вақт моментларидаги ҳолатлари орасидаги сабабий боғланиш қандай принцип орқали аниқланади ?.
2. Вақт бўйича силжиш операторининг қандай постулатлар ёрдамида аниқланишини тушунтиринг.
3. Эркин ҳаракатланувчи заррачанинг кинетик энергия операторининг ифодасини ёзинг ва тушунтиринг.
4. Шредингернинг вақтга боғлиқ тенгламасини ёзинг ва тушунтиринг.
5. Шредингер тенгламаси ечимлари қандай принципга бўйсинади?
6. Шредингер тенгламаси нима сабабли даврий ечимларга эга бўлади?
7. Узлуксизлик тенгламасини ёзинг ва тушунтиринг .
8. Эҳтимоллик оқими зичлигини мазмунини тушунтиринг.
9. Қандай ҳолатлар стационар ҳолатлар дейилади?.
10. Стационар ҳолатлар учун Шредингер тенгламасини олиш кетма-кетлигини тушунтиринг.
11. Стационар ҳолатлар учун Шредингер тенгламасининг ечимининг маъносини тушунтиринг.

**9 - мавзу бўйича талабалар билимини текшириш учун назорат
тестлари.**

1. Нима учун Шредингер тенгламаси чизикли тенглама бўлади?
Шредингер тенгламасида Гамильтон оператори, ёки энергия оператори чизикли оператор бўлганлиги учун Шредингер тенгламаси ҳам чизикли тенглама бўлади.
Шредингер тенгламасида Гамильтон оператори, ёки энергия оператори коммутатив оператор бўлганлиги учун Шредингер тенгламаси ҳам чизикли тенглама бўлади.
Шредингер тенгламасида Гамильтон оператори, ёки энергия оператори ўзгармас оператор бўлганлиги учун Шредингер тенгламаси ҳам чизикли тенглама бўлади.
Шредингер тенгламасида Гамильтон оператори, ёки энергия оператори вақтга квадратик боғлиқ оператор бўлганлиги учун Шредингер тенгламаси ҳам чизикли тенглама бўлади.
2. Шредингер тенгламаси ечимларининг қандай принципига бўйсинишидан қандай хулоса келиб чиқади?
Шредингер тенгламаси ечимларининг суперпозиция принципига бўйсиниши сабабли тенгламанинг бир неча ечимлари йиғиндисидан ташкил топган ечим ҳам тенгламанинг ечими бўлади.
Шредингер тенгламаси ечимларининг чизиклилиги принципига бўйсиниши сабабли тенгламанинг бир неча ечимлари йиғиндисидан ташкил топган ечим ҳам тенгламанинг ечими бўлмайди
Шредингер тенгламаси ечимларининг чеклилиги принципига бўйсиниши сабабли тенгламанинг маълум шартларни қаноатлантирувчи ечимлари йиғиндисидан ташкил топган ечим ҳам тенгламанинг ечими бўлади
Шредингер тенгламаси ечимларининг ҳақиқийлиги принципига бўйсиниши сабабли тенгламанинг ечимлари квадратлари йиғиндисидан ташкил топган ечим ҳам тенгламанинг ечими бўлади
3. Шредингер тенгламасининг даврий ечимларга эга бўлиши сабаби тўғри изоҳланган жавобни аниқланг.
Шредингер тенгламасида $\frac{\partial \psi}{\partial t}$ олдидаги i -мавҳум соннинг мавжудлиги туфайли тенглама даврий ечимларга эга бўлади.
Шредингер тенгламасида $\frac{\partial \psi}{\partial t}$ ҳосиланинг мавжудлиги туфайли тенглама даврий ечимларга эга бўлади.
Шредингер тенгламасида Гамильтон операторининг чизиклилиги туфайли тенглама даврий ечимларга эга бўлади.
Шредингер тенгламасида Гамильтон операторининг коммутативлиги туфайли тенглама даврий ечимларга эга бўлади.
4. Қандай ҳолда Гамильтон функцияси заррачанинг тўла энергияси билан мос тушади?
Агар заррачага таъсир этаётган кучлар вақтга боғлиқ бўлмаса, Гамильтон функцияси тўла энергия билан мос тушади.
Агар заррачага таъсир этаётган кучлар вақтга боғлиқ бўлса, Гамильтон функцияси тўла энергия билан мос тушади.
Агар заррачага таъсир этаётган кучлар вақтнинг квадратига боғлиқ бўлса, Гамильтон функцияси тўла энергия билан мос тушади.
Агар заррачага таъсир этаётган кучлар тезликга боғлиқ бўлса, Гамильтон функцияси тўла энергия билан мос тушади.
5. Қандай ҳолда Гамильтон функцияси заррачанинг тўла энергияси билан мос тушмайди?

Агар заррачага таъсир этаётган кучлар вақтга боғлиқ бўлса, Гамильтон функцияси тўла энергия билан мос тушмайди.
Агар заррачага таъсир этаётган кучлар импульсга боғлиқ бўлса, Гамильтон функцияси тўла энергия билан мос тушмайди.
Агар заррачага таъсир этаётган кучлар вақтнинг квадратига боғлиқ бўлса, Гамильтон функцияси тўла энергия билан мос тушмайди.
Агар заррачага таъсир этаётган кучлар тезликга боғлиқ бўлса, Гамильтон функцияси тўла энергия билан мос тушмайди.
6. Гамильтон функцияси операторининг иккита муҳим хусусияти тўғри ифодаланган жавобни аниқланг.
Гамильтон функцияси операторининг иккита муҳим хусусияти мавжуд бўлиб, биринчиси зарраларнинг табиати билан боғлиқлиги, иккинчиси таъсир этувчи кучларнинг табиати билан боғлиқлиги.
Гамильтон функцияси операторининг иккита муҳим хусусияти мавжуд бўлиб, биринчиси зарраларнинг ўлчами билан боғлиқлиги, иккинчиси таъсир этувчи кучларнинг радиус векторга боғлиқлиги.
Гамильтон функцияси операторининг иккита муҳим хусусияти мавжуд бўлиб, биринчиси зарраларнинг тўла энергияси билан боғлиқлиги, иккинчиси таъсир этувчи кучларнинг табиати билан боғлиқлиги.
Гамильтон функцияси операторининг иккита муҳим хусусияти мавжуд бўлиб, биринчиси зарраларнинг кинетик энергияси билан боғлиқлиги, иккинчиси таъсир этувчи кучларнинг табиати билан боғлиқлиги.
7. Заррачаларнинг турли вақт моментларидаги ҳолатлари орасида қандай боғланиш мавжуд ва у қандай ифодаланади?
Заррачаларнинг турли вақт моментларидаги ҳолатлари орасида сабабий боғланиш мавжуд ва у тўлқин функциясининг вақт бўйича ўзгариши орқали ифодаланади.
Заррачаларнинг турли вақт моментларидаги ҳолатлари орасида умуман боғланиш мавжуд бўлмаслиги мумкин, лекин у тўлқин функцияси орқали ифодаланади.
Заррачаларнинг турли вақт моментларидаги ҳолатлари орасида чизикли боғланиш мавжуд ва заррачанинг тўлқин функцияси квадрати орқали ифодаланади.
Заррачаларнинг турли вақт моментларидаги ҳолатлари орасида квадратик боғланиш мавжуд ва у импульс орқали ифодаланади.
8. Заррачаларнинг тўлқин функциясининг вақт бўйича ўзгариши вақт бўйича силжиш оператори $\hat{E}$ орқали қандай ифодаланади?
$\frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = \hat{E}(x,t)\psi(x,t) \qquad i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = L(x,t)\psi(x,t)$
$-i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = L(x,t)\psi(x,t) \qquad \frac{\partial \psi^*(x,t)}{\partial t} = L(x,t)\psi^*(x,t)$
9. Вақт бўйича силжиш оператори қандай постулатлар асосида аниқланади?
1. Суперпозиция принципага асосан силжиш оператори чизикли оператор бўлиши керак. 2. Силжиш оператори таркибида вақт бўйича ҳосилалар ва интеграллар қатнашмаслиги керак. 3. Силжиш оператори таркибида вақт параметр сифатида қатнашиши керак.
1. Суперпозиция принципага асосан силжиш оператори чизикли оператор бўлиши керак. 2. Силжиш оператори таркибида вақтга боғлиқ бўлмаслиги керак.
1. Суперпозиция принципага асосан силжиш оператори чизикли оператор бўлиши керак. 2. Силжиш оператори таркибида вақт бўйича иккинчи тартибли ҳосилалар ва интеграллар қатнашмаслиги керак. 3. Силжиш оператори таркибида вақт ўзгарувчи сифатида қатнашиши керак.

1. Суперпозиция принципага асосан силжиш оператори коммутатив оператор бўлиши керак.			
2. Силжиш оператори таркибида вақт бўйича биринчи тартибли хосилалар ва интеграллар қатнашмаслиги керак.			
3. Силжиш оператори таркибида вақт қатнашмаслиги керак.			
10. Силжиш оператори L Гамильтон оператори орқали қандай ифодаланади?			
$L = \frac{1}{i\hbar} H$	$L = \frac{1}{\hbar} H$	$L = \frac{1}{\hbar} H$	$L = \frac{1}{\hbar^2} H$
11. Стационар Шредингер тенгламаси ифодаси тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.			
$H\psi(x) = E\psi(x)$	$i\hbar \frac{\partial \psi^2(x,t)}{\partial t^2} = H(x,t)\psi(x,t)$		
$(H + U)\psi(x,t) = 0$	$H(x,t)\psi(x,t) = \psi(x,t)$		
12. Шредингер тенгламаси қандай шарт бажарилганда классик механикадаги Гамильтон-Якоби тенгламасига ўтади.?			
Шредингер тенгламаси $\hbar \Rightarrow 0$ шарт бажарилганда классик механикадаги Гамильтон-Якоби тенгламасига ўтади			
Шредингер тенгламаси $\hbar = 0$ шарт бажарилганда классик механикадаги Гамильтон-Якоби тенгламасига ўтади			
Шредингер тенгламаси $\hbar > 0$ шарт бажарилганда классик механикадаги Гамильтон-Якоби тенгламасига ўтади			
Шредингер тенгламаси $\hbar < 0$ шарт бажарилганда классик механикадаги Гамильтон-Якоби тенгламасига ўтади			

10 -мавзу. Операторларни вақт бўйича дифференциаллаш. Квант механикада ҳаракат тенгламалари

10.1.Операторларни вақт бўйича дифференциаллаш

Шредингер тенгламаси асосида содда қоидаларни ўрнатиш имконияти туғилади, улар ёрдамида чексиз кичик вақт ичида у ёки бу механик катталиқнинг ўртача қийматининг ўзгаришини ҳисоблаш мумкин

L катталиқнинг $\bar{L}$ ўртача қийматидан вақт бўйича олинган ҳосилани $\frac{\partial \bar{L}}{\partial t}$ ҳисоблашимиз мумкин ва ўртача қийматларнинг вақт ўтиши билан ўзгаришини кўриб чиқишимиз мумкин.

Маълумки, квант механикада физик катталиқларнинг ўртача қийматлари ушбу формула ёрдамида аниқланади:

$$\bar{L}(t) = \int \psi^*(x, t) L \psi(x, t) dx \quad (10.1.1.)$$

бунда L - оператор кўрилатган физик катталиқ оператори бўлади.

Ўртача қийматнинг вақт бўйича ўзгариш тезлиги ифодасини ёзайлик ва (3.28) дан вақт бўйича ҳосила олайлик:

$$\frac{\partial \bar{L}}{\partial t} = \int \psi^* \frac{\partial L}{\partial t} \psi dx + \int \frac{\partial \psi^*}{\partial t} L \psi dx + \int \psi^* L \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (10.1.2.)$$

Биринчи ҳад $\frac{\partial L}{\partial t}$ қийматнинг ўртача қиймати бўлиб, $\bar{L}$ уларга ошқор

боғлиқ бўлмаса $\frac{\partial L}{\partial t}$ нолга тенг бўлади. Иккинчи ва учинчи

интегралларни Шредингер тенгламасидан фойдаланиб, соддароқ кўринишда ёзиш мумкин:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} H \psi \quad \frac{\partial \psi^*}{\partial t} = -\frac{1}{i\hbar} H^* \psi^* \quad (10.1.3.)$$

Олинган ифодаларни (3.20) тенгликка қўйиб мос алмаштиришлар ўтказиб қуйидаги кўринишдаги тенгламани оламиз

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \frac{\partial \bar{L}}{\partial t} + \frac{1}{i\hbar} \int \psi^* (LH - HL) \psi dx \quad (10.1.4.)$$

Агарда қуйидагича белгилаш киритилса:

$$[H, L] = \frac{1}{i\hbar} (LH - HL) \quad (10.1.5.)$$

Натижада ушбу тенглик ҳосил қилинади:

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \frac{\partial \bar{L}}{\partial t} + [\bar{H}, \bar{L}] \quad (10.1.6.)$$

Квант механикасида (10.1.6.) операторни Пуассон квант қавслари дейилади. Демак, L катталикининг ўртача қиймати $\bar{L}$ дан вақт бўйича олинган ҳосила $\frac{dL}{dt} = \frac{\partial L}{\partial t} + [H, L]$ оператор орқали ифодаланган қандайдир катталикининг ўртача қийматини беради.

Шунинг учун L оператор билан ифодаланган L катталикининг $\frac{dL}{dt}$ вақт бўйича олинган ҳосиласини $\frac{dL}{dt}$ оператори сифатида олиш керак, яъни:

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\partial L}{\partial t} + [H, L] \quad (10.1.7.)$$

Операторга бундай таъриф берилиши қуйидаги ифодага олиб келади:

$$\frac{d}{dt}(\bar{L}) = \frac{\partial \bar{L}}{\partial t} = \int \psi^* \frac{\partial L}{\partial t} \psi dx \quad (10.1.8.)$$

Ўртача қийматдан вақт бўйича олинган ҳосила вақт бўйича ҳосиланинг ўртача қийматига тенгдир. Агарда L катталик ошкор равишда вақтга боғлиқ бўлмаса, у ҳолда (9.4.5.) ва (9.4.6.) формулалар анча соддалашади, яъни қуйидаги натижа олинади. $\frac{d\bar{L}}{dt} = [\bar{H}, \bar{L}]$

$$\frac{dL}{dt} = [H, L] \quad (10.1.9.)$$

10.2. Квант механикасида ҳаракат тенгламалари

Координата ва импульс ўртача қийматларининг вақт бўйича ҳосилаларини ҳисоблаб, бу катталикларнинг вақт бўйича ўзгариш қонунлари келтириб чиқарилади.

Импульс ва координаталар вақтга ошкор равишда боғлиқ бўлмаган катталиклардир. Шунинг учун ушбу катталикларнинг вақт бўйича ўзгариши Пуассоннинг квант қавслари орқали ифодаланади, яъни

ушбу катталикларнинг операторлари ва қаралаётган механик системанинг гамильтониани орқали ифодаланади. Умуман олинганда, гамильтониан шу операторлар ва вақтнинг функцияси бўлади:

$$H = H(p_x, p_y, p_z, x, y, z, t) \quad (10.2.1.)$$

ва (9.1.5.) даги гамильтонианни (9.1.5.) га қўйилса изланаётган тенгламаларни оператор шаклида ёзиш мумкин:

$$\frac{dX}{dt} = [H, X] \quad (10.2.2)$$

$$\frac{dP_x}{dt} = [H, P_x] \quad (10.2.3.)$$

Ҳосил бўлган оператор шаклидаги тенгламалар Гамильтоннинг квант тенгламалари дейилади. Ҳаракат тенгламаларида координата ва уларнинг вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилалари орасидаги муносабатлари системанинг ҳаракати давомида ўз қийматларини ўзгартирмайди.

Классик механикада ҳаракат тенгламалари координата билан уларнинг вақт бўйича биринчи тартибли ҳосилалари орасидаги муносабатларни ифодалайди ва бу муносабатлари ҳаракат давомида ўз қийматларини ўзгартирмайди.

Ҳаракат тенгламаларининг биринчи интеграллари тезликлар ва импульслар орасидаги муносабатларини ўрнатади, иккинчи гуруҳ интеграллари эса импульснинг вақт бўйича ўзгариш қонунларини ифодалайди.

Квант механикада Гамильтоннинг квант тенгламалари худди шундай маънони беради, юқоридаги фикрларни тасдиқлаш учун Пуассоннинг қавсларини ошкор равишда очиб чиқиш лозим. магнит кучлари ҳисобга олинмаса, Гамильтонианнинг магнит кучлари ҳисобга олинмаган ҳолдаги кўриниши қуйидагича бўлади:

$$H = \frac{1}{2m} (P_x^2 + P_y^2 + P_z^2) + U(X, Y, Z, t) \quad (10.2.4.)$$

Тўлқин функциясини заррачанинг X, Y, Z координаталари ва t вақтнинг

функцияси сифатида қараб, операторларни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$X = x, Y = y, Z = z \quad (10.2.5)$$

$$P_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, P_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}, P_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z} \quad (10.2.6.)$$

Юқоридаги формулалардан фойдаланиб, $\frac{dX}{dt}$ аниқланади.

$$\frac{dX}{dt} = \frac{1}{i\hbar} (XH - HX) = \frac{1}{2mi\hbar} (XP_x^2 - P_x^2 X) \quad (10.2.7.)$$

Операторлар орасидаги боғланишлардан Пуассоннинг квант қавсларига ўтамыз.

$$[H, X] = \frac{1}{m} P_x$$

Бу натижадан фойдаланиб қуйидаги муносабатларни ёзамиз.

$$\frac{dX}{dt} = \frac{1}{m} P_x, \frac{dY}{dt} = \frac{1}{m} P_y, \frac{dZ}{dt} = \frac{1}{m} P_z$$

Квант механикада заррачанинг тезлиги ва импульси орасидаги оператор муносабат, классик механикадаги тезлик ва импульс орасидаги муносабатга ўхшаш бўлар экан.

Импульс операторининг вақт бўйича ўзгариши учун ҳам худди шунга ўхшаш ифодани оламиз.

$$\frac{dP_x}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial x} \quad \frac{dP_x}{dt} = F_x \quad (10.2.8.)$$

Импульс операторидан вақт бўйича олинган ҳосила куч операторига тенгдир. Бошқача айтганда, бу формулани Ньютон тенгламасининг оператор кўриниши сифатида қараш мумкин.

10- мавзу бўйича талабалар мустақил шуғулланишлари учун саволлар

1. L оператордан вақт бўйича олинган тўла дифференциал ифодасини чиқаринг ва мазмунини тушунтиринг.
2. Пуассоннинг квант қавсининг маъносини тушунтиринг.
3. “Ўртача қийматдан вақт бўйича олинган ҳосила ҳосиланинг ўртача қийматига тенг” эканлигини исботланг.
4. L катталиқ вақтга ошкор боғлиқ бўлмаган ҳолда L операторнинг вақт бўйича тўла дифференциали формуласи қандай берилади?
5. Импульс ва координаталар вақтга ошкор равишда боғлиқ бўлмаган ҳолда бу катталиқларнинг қандай ифодаланади?.
6. Гамильтоннинг квант тенгламаларини мазмунини тушунтиринг.
7. Квант механикада заррачанинг координатасининг вақт бўйича ўзгариш қонунини операторлар орқали ифодасини ёзинг ва тушунтиринг.
8. Квант механикада заррачанинг импульсининг вақт бўйича ўзгариш қонунини операторлар орқали ифодасини ёзинг ва тушунтиринг.

**10 - мавзу бўйича талабалар билимини текшириш учун назорат
тестлари.**

1. Импульснинг вақт бўйича ўзгаришининг оператор кўринишидаги ифодаси тўғри ёзилган жавобни аниқланг.			
$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}$	$\frac{d\vec{P}}{dt} = 0$	$\vec{F} = m\vec{a}$	$\frac{d\hat{P}_y}{dt} = \hat{F}_x$
2. L оператор билан ифодаланувчи L катталиқнинг вақт бўйича ўртачаси $\frac{dL}{dt}$ ни ифодаловчи $\frac{dL}{dt}$ операторнинг ифодасини ёзинг.			
$\frac{dL}{dt} = \frac{\partial L}{\partial t} + [HL]$			
$\frac{dL}{dt} = \frac{\partial L}{\partial t} - [HL]$			
$\frac{dL}{dt} = \frac{\partial L}{\partial t} + [LH]$			
$\frac{dL}{dt} = [HL]$			
3. H ва L операторларнинг квант Пуассон қавси ифодасини ёзинг.			
$[HL] = \frac{1}{i\hbar}(LH - HL)$		$[HL] = \frac{1}{i\hbar}(LH + HL)$	
$[HL] = \frac{2}{i\hbar}(LH - HL)$		$[HL] = \frac{2}{i\hbar}(LH^2 - HL)$	
4. Заррачанинг потенциал энергияси, фақат куч майдони марказидан заррача жойлашган нуктагача бўлган масофага боғлиқ бўлган майдонлар учун Гамильтон оператори, яъни H операторнинг ифодаси тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.			
$H = T + \frac{M^2}{2\mu r^2} + U(r)$		$H = T + \frac{M^2}{2\mu r^2}$	
$H = T + \frac{M^2}{4\mu r^2} + U(r)$		$H = T - \frac{M^2}{2\mu r^2} - U(r)$	
5. X – ўқи бўйлаб ҳаракатланаётган зарралар учун Гамильтоннинг квант тенламалари ифодалари тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.			
$\frac{dX}{dt} = [H, X]; \quad \frac{dP_x}{dt} = [H, P_x]$		$\frac{dX}{dt} = [H, Y]; \quad \frac{dP_x}{dt} = [H, P_x]$	
$\frac{d^2 X}{dt^2} = [H, X]; \quad \frac{d^2 P_x}{dt^2} = [H, P_x]$		$\frac{dX}{dt} = [X, H]; \quad \frac{dP_x}{dt} = [P_x, H]$	
6. Микрозаррачалар импульс операторининг куч оператори билан ёки потенциал энергия оператори билан боғланиш ифодаси тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.			
$\frac{d\vec{P}}{dt} = -\nabla U$	$\frac{d\vec{P}}{dt} = \nabla U$	$\frac{d\vec{P}}{dt} = \Delta U$	$\frac{d\vec{P}}{dt} = -\nabla^2 U$
7. $[HL] = 0$ тенгликнинг физикавий маъноси тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.			
Ихтиёрий L катталиқга мос L операторнинг Гамильтон оператори билан коммутативлиги L катталиқнинг ҳаракат интегралли бўлишини кўрсатади.			
Ихтиёрий L катталиқга мос L операторнинг Гамильтон оператори билан коммутативлиги L			

катталикнинг ҳаракат интегралли бўлмаслигини кўрсатади.
Ихтиёрий L катталикга мос L операторнинг Гамильтон оператори билан нокоммутативлиги L катталикнинг ҳаракат интегралли бўлишини кўрсатади.
Ихтиёрий L катталикга мос L операторнинг Гамильтон операторининг чизиқлилиги L катталикнинг ҳаракат интегралли бўлишини кўрсатади.
8. $\psi(x, y, z)$ - тўлқин функция билан ифодаланувчи ҳолатда заррача импульси p_x компонентасининг ўртача қийматини аниқлаш формуласини ёзинг .
$\bar{p}_x = -i\hbar \int \psi^*(x, y, z) \frac{\partial \psi(x, y, z)}{\partial x} dx dy dz$
$\bar{p}_x = \int \psi^*(x, y, z) \frac{\partial \psi(x, y, z)}{\partial x} dx dy dz$
$\bar{p}_x = -i\hbar \int \psi^*(x, y, z) \frac{\partial^2 \psi(x, y, z)}{\partial x^2} dx dy dz$
$\bar{p}_x = \hbar^2 \int \psi^*(x, y, z) \frac{\partial \psi(x, y, z)}{\partial x} dx dy dz$
9. $\psi(x, y, z)$ - тўлқин функция билан ифодаланувчи ҳолатда заррача импульси p_x^2 компонентасининг ўртача қийматини аниқлаш формуласини ёзинг .
$\bar{p}_x^2 = -\hbar^2 \int \psi^*(x, y, z) \frac{\partial^2 \psi(x, y, z)}{\partial x^2} dx dy dz$
$\bar{p}_x = \int \psi^*(x, y, z) \frac{\partial \psi(x, y, z)}{\partial x} dx dy dz$
$\bar{p}_x^2 = \hbar^2 \int \psi^*(x, y, z) \frac{\partial^2 \psi(x, y, z)}{\partial x^2} dx dy dz$
$\bar{p}_x^2 = -\hbar^2 \int \psi^*(x, y, z) \frac{\partial \psi(x, y, z)}{\partial x} dx dy dz$
10. H ва P_x операторларнинг коммутатори тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.
$HP_x - P_x H = i\hbar \frac{\partial U}{\partial x}$ (Бу ерда U – потенциал энергия). Коммутатив операторлар эмас.
$HP_x - P_x H = 0$ (Бу ерда U – потенциал энергия). Коммутатив операторлар ҳисобланади.
$HP_x - P_x H = i\hbar \frac{\partial U^2}{\partial x}$ (Бу ерда U – потенциал энергия). Коммутатив операторлар эмас.
$HP_x - P_x H = i\hbar \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ (Бу ерда U – потенциал энергия). Коммутатив операторлар эмас.
11. H ва X операторларнинг коммутатори тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.
$HX - XH = -\frac{i\hbar}{\mu} \mathcal{P}_x$
$HX - XH = 0$
$HX - XH = -\frac{\hbar^2}{\mu} P_x$
$HX + XH = +\frac{i\hbar}{\mu} P_x$

11 - мавзу. Сақланиш қонунлари

Физиканинг бошқа соҳалари каби, квант механикада ҳам заррачанинг ҳолатини ва бу ҳолат ўзгаришини ифодаловчи динамик катталикларнинг бир қатор сақланиш қонунлари фундаментал аҳамиятга эгадир. Шундай сақланиш қонунлари қаторига энергия, импульс ва импульс моменти сақланиш қонунларини ва улардан ташқари фақат квант механикага хос бўлган жуфтликнинг сақланиш қонунини ҳам киритиш мумкин.

Классик механикада вақтнинг бир жинслилигидан энергияни сақланиш қонуни, фазонинг бир жинслилигидан импульснинг сақланиш қонуни ва фазонинг изотроплигидан импульс моментининг сақланиш қонуни келиб чиқади. Квант механикада ушбу сақланиш қонунларини алоҳида-алоҳида кўриб чиқамиз.

11.1. Энергиянинг сақланиш қонуни.

Классик механикадаги каби квант механикада ҳам ҳаракат интеграллари мавжуд ва улар сақланувчан катталиклар ҳисобланади.

Аввалги параграфлардаги формулага асосан

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\partial L}{\partial t} + [H, L] = 0 \quad (11.1.1.)$$

Бўлса L катталик ҳаракат интеграли бўлади. Агарда L ошкор равишда вақтга боғлиқ бўлмаса, у ҳолда

$$\frac{dL}{dt} = [H, L] = 0 \quad (11.1.2.)$$

Демак, вақтга ошкор равишда боғлиқ бўлмаган ҳаракат интеграллари учун Пуассон қавслари нолга тенг бўлади.

Олинган (11.1.2.) формулани гамильтонианга қўлланилишини кўриб чиқамиз.. Оператор $L = H$ бўлганида

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + [H, H] = \frac{\partial H}{\partial t} \quad (11.1.3.)$$

ифодага келинади. Агарда гамильтониан ошкор ҳолда вақтга боғлиқ

бўлмаса, у ҳолда $\frac{\partial H}{\partial t} = 0$ га тенг бўлади ва $\frac{dH}{dt} = 0$ натижа олинади, демак $H = \text{const}$. Бу ҳолда гамильтониан тўла энергия операторига мос келади ҳамда вақтга боғлиқ бўлмаган куч майдонларида тўла энергия ҳаракат интеграли бўлади, $\frac{dH}{dt} = 0$ ифода квант механикасида энергиянинг сақланиш қонунини ифодалайди.

11.2. Импульснинг сақланиш қонуни

Импульснинг сақланиш қонунини қараймиз. Куч майдонининг турига қараб ҳаракат интегралларининг кўриниши ўзгаради. Эркин ҳаракатланаётган заррача учун потенциал энергия $U(X, Y, Z, t) = 0$ тенг бўлади ва Гамильтониан $H = \frac{1}{2m}(P_x^2 + P_y^2 + P_z^2)$ кўринишга эга бўлади.

Импульснинг сақланиш қонуни келтириб чиқариш учун $\frac{dP_x}{dt} = [H, P_x] = 0$

эканлигидан қуйидаги $\frac{dP_x}{dt} = 0$ натижага келамиз:

Ҳудди шундай импульс операторининг бошқа компоненталари учун ҳам қуйидаги натижаларини олиш мумкин:

$$\frac{dP_y}{dt} = 0, \quad \frac{dP_z}{dt} = 0 \text{ натижаларини олиш мумкин:}$$

Юқоридаги ифодалардан умумий ҳолда қуйидаги вектор кўринишда ёзиш мумкин: $\frac{d\vec{P}}{dt} = 0,$

Демак, квант механикасида заррачанинг импульси сақланувчи катталиқ бўлади ва $\frac{d\vec{P}}{dt} = 0$, формула квант механикасидаги импульснинг сақланиш қонунини ифодалайди. Импульс моментининг сақланиш қонунини қараб чиқамиз.

Импульснинг сақланиш қонунини ифодаланилишида, фазонинг бир жинслилик хоссасидан фойдаланилган эди, фазо бир жинслилик билан бир

қаторда изотроплик хоссасига ҳам эгадир, яъни фазонинг барча йўналишлари ўзаро тенг кучли бўлади.

11.3. Импульс моментининг сақланиш қонуни

Квант механикада импульс моменти оператори $\vec{M} = [\vec{r}\vec{p}]$ га тенг. Импульс моменти проекциялари учун ўрин алмаштириш қоидалари қуйидагича ёзилади.

$$\begin{aligned} M_z M_y - M_y M_z &= i\hbar M_x \\ M_z M_x - M_x M_z &= i\hbar M_y \\ M_x M_y - M_y M_x &= i\hbar M_z \end{aligned} \quad (11.3.1.)$$

Ушбу ўрин алмаштириш қоидалардан қуйидаги натижа келиб чиқади: заррачанинг импульс моменти проекциялари операторлари антикоммутатив бўлади, шунинг учун бир вақтнинг ўзида улар аниқ қийматга эга бўла олмайди. Лекин импульс моменти проекциялари операторлари импульс моментининг квадрати оператори билан ўзаро коммутатив бўлишади, яъни қуйидаги муносабатлар ўринлидир:

$$\begin{aligned} M_x \vec{M}^2 - \vec{M}^2 M_x &= 0 \\ M_y \vec{M}^2 - \vec{M}^2 M_y &= 0 \\ M_z \vec{M}^2 - \vec{M}^2 M_z &= 0 \end{aligned} \quad (11.3.2.)$$

Бу муносабатлар импульс моменти квадрати ва шу импульс моменти проекцияларидан бирортаси бир вақтнинг ўзида аниқ қийматларни қабул қила олишини кўрсатади.

Энди заррачанинг марказий куч майдонидаги ҳаракатида импульс моменти ҳаракат интегралли бўлади, чунки марказий куч майдонида фазонинг изотроплиги сақланиб қолади.

Маълумки, бу ҳолда, яъни марказий куч майдонида, потенциал энергия фақат куч майдони марказидан заррачагача бўлган масофанинг, яъни радиус векторнинг функциясидир,

$$H = T_r + \frac{M^2}{2mr^2} + U(r) \quad (11.3.2.)$$

Бу формулага кирган импульс моменти квадрати оператори ва бу оператор таркибидаги импульс моменти проекциялари операторлари фақат кутб ва азимутал бурчакларга боғлиқ, шу туфайли улар радиус векторга боғлиқ бўлган функцияларга таъсир этмайди.

Иккинчи томондан импульс моменти квадрати оператори ва импульс моменти проекциялари операторлари билан коммутатив. Шунинг учун бу операторлар Гамильтон оператори билан коммутатив бўлади.

$$\text{Демак, } \left[H, \vec{M} \right] = 0 \quad \frac{d\vec{M}^2}{dt} = 0$$

Шундай қилиб, агар заррача марказий симметрик майдонда ҳаракатланаётган бўлса, фазода марказдан чиқувчи ҳамма йўналишлар тенг кучли бўлади ва шунинг учун бу майдонда жойлашган заррача ҳаракатининг майдон марказига нисбатан импульс моменти сақланади.

Умуман олганда, ташқи майдонда жойлашган системанинг импульс моменти сақланмайди.

11.4. Жуфтликни сақланиш қонунини .

Юқорида қайд этилган сақланиш қонунлари, яъни энергия, импульс ва импульс моментининг сақланиш қонунлари, классик механикага хос бўлган сақланиш қонунларининг квант механикадаги эквиваленти деб қараш мумкин. Квант механикада ҳам ўзига хос бўлган сақланиш қонунлари ҳам мавжуд ва бу қонунлар классик механикада мавжуд эмас.

Шундай қонунлардан бири умумий характерга эга бўлиб, фазонинг хоссалари билан чамбарчас боғлангандир.

Бошқача айтганда, координата ўқларини параллел кўчириш ва бурилиш билан бир қаторда ёпиқ система учун гамильтониани ўзгартирмай қолдирувчи яна бир алмаштириш мавжуд.

Демак, ёпиқ системанинг гамильтониани координаталари қуйидаги алмаштиришларга нисбатан ўзгармаслиги керак:

1. Системани ихтиёрий масофага параллел кўчирганда;
2. Системани бир бутунлигича ихтиёрий ўқ атрофида ихтиёрий бурчакка бурганда;

3. Барча координаталарнинг ишораларини бараварига ўзгартиришдан, яъни ҳамма координата ўқларининг йўналишларини тескари ишорага ўзгартирилганда.

Бундай алмаштириш **инверсия** деб аталувчи алмаштириш дейилади.

Биринчи иккита алмаштиришлар билан импульс ва импульс моментининг сақланиш қонунлари боғлангандир.

Квант механикада инверсия алмаштиришлари билан яъна бир сақланиш қонуни боғланган.

Классик механикада Гамильтон функциясининг инверсияга нисбатан инвариантлиги маълум.

Квант механикасида эса аҳвол батамом бошқача бўлади.

Координаталар ишорасини ўзгартиришни ифодаловчи тегишли / инверсия операторини киритайлик, яъни

$$I\psi(\vec{r},t) = \alpha\psi(-\vec{r},t) \quad (11.4.1.)$$

бунда α қандайдир доимийдир.

Инверсия операторини функцияга икки маротаба кетма-кет таъсир қилсак, дастлабки ҳолатга келади, яъни функция аргументи умуман ўзгармайди. Бошқача айтганда

$$I^2\psi(\vec{r},t) = \alpha^2\psi(\vec{r},t) \quad (11.4.2.)$$

ҳосил бўлади, яъни $\alpha^2 = 1$, демак, $\alpha = \pm 1$

Шундай қилиб, ушбу оператор таъсирида инверсия операторнинг хусусий функциялари умуман ўзгармайди, ёки уларнинг фақат ишоралари ўзгаради. Биринчи ҳолда, заррачалар мусбат ички жуфтликка эга бўлади. Иккинчи ҳолда эса заррачалар манфий ички жуфтликка эга бўлади.

Гамильтон операторининг инверсияга нисбатан инвариантлиги жуфтликнинг сақланиш қонунини ифодалайди,

$$IH = HI \quad (11.4.3.)$$

Шундай қилиб, агар ёпиқ система ҳолати маълум мусбат ёки манфий жуфтликка эга бўлса, у ҳолда бу жуфтлик вақт ўтиши билан сақланади.

11- мавзу бўйича талабалар мустақил шуғулланишлари учун саволлар

1. Энергиянинг сақланиш қонуни фазонинг қандай ҳоссасига асосланади?
2. Импульснинг ва импульс моментининг сақланиш қонунлари фазонинг қандай ҳоссасига асосланади?
3. Энергиянинг сақланиш қонунини исботланг.
4. Импульснинг сақланиш қонунини исботланг.
5. Импульс моментининг сақланиш қонунини исботланг.
6. Қандай сақланиш қонуни фақат квант механиканинг ўрганиш соҳасида ўринли бўлади ва нима учун?
7. Жуфтликнинг сақланиш қонуни фазонинг қандай ҳоссасига асосланади?
8. Ёпиқ системанинг гамильтониани қандай алмаштиришларга нисбатан ўзгармас бўлади?
9. Инверсия операторининг мазмунини тушунтиринг ва инверсия операторининг хусусий қийматлари нечага тенг ва нима учун инверсия оператори таъсирида операторнинг хусусий функциялари кўриниши ўзгармайди, фақат ишораси ўзгаради.
10. Жуфтликнинг сақланиш қонунинг қайси операторнинг инқерсияга нисбатан инвариантлиги билан аниқланади?

11 - мавзу бўйича талабалар билимини текшириш учун назорат тестлари.

1. Марказий симметрик куч майдонида импульс моментининг сақланиш қонуни бажариладими?			
Заррача марказий симметрик куч майдонида ҳаракатланаётган бўлса , фазода майдон марказидан чиқаётган ҳамма йўналишлар тенг кучли бўлади, шу сабабли заррачанинг майдон марказига нисбатан импульс моменти сақланади, яъни импульс моментининг сақланиш қонуни бажарилади.			
Заррача марказий симметрик куч майдонида ҳаракатланаётган бўлса , фазода майдон марказидан чиқаётган ҳамма йўналишлар тенг кучли бўлмаганидан, заррачанинг майдон марказига нисбатан импульс моменти сақланмайди, яъни импульс моментининг сақланиш қонуни бажарилмайди.			
Заррача марказий симметрик куч майдонида ҳаракатланаётган бўлса , фазода майдон марказидан чиқаётган ҳамма йўналишлар тенг кучли бўлади, лекин заррачанинг майдон марказига нисбатан импульси сақланмайди шу сабабли импульс моментининг сақланиш қонуни бажарилмайди.			
Заррача марказий симметрик куч майдонида ҳаракатланаётган бўлса , фазода майдон марказидан чиқаётган айрим йўналишлар тенг кучли бўлмайди,шу сабабли заррачанинг майдон марказига нисбатан импульс моменти сақланмайди, ёки импульс моментининг сақланиш қонуни бажарилмайди.			
2. Қандай майдонларда импульснинг сақланиш қонуни бажарилмайди ?			
Ташки куч майдонларида жойлашган системалар учун импульснинг сақланиш қонуни бажарилмайди.			
Гравитацион куч майдонларида жойлашган системалар учун импульснинг сақланиш қонуни бажарилмайди.			
Кучли таъсир майдонларида импульснинг сақланиш қонуни бажарилмайди.			
Электромагнит куч майдонларида жойлашган системалар учун импульснинг сақланиш қонуни бажарилмайди.			
3. Импульснинг x ўқиға проекциясининг вақтға ошқор ҳолда боғлиқ эмаслигини ҳисобға олган ҳолда, заррача импульсининг x ўқиға проекциясини ҳаракат интегралли бўлиш шартини ёзинг.			
$\frac{dp_x}{dt} = [H, p_x] = 0, \quad p_x = const$		$\frac{dp_x}{dt} = [H, p_x] \neq 0, \quad p_x = const$	
$\frac{d^2 p_x}{dt^2} = [H, p_x] = 0, \quad p_x = const$		$\frac{dp_x}{dt} = [H^2, p_x] = 0, \quad p_x = const$	
4. Инверсия алмаштириши деб қандай алмаштиришларға айтилади.			
Инверсия алмаштириши деб фазода заррачалар системасидаги ҳамма заррачалар координаларининг ишораларини бирданиға тескариға ўзгартиришға, ёки координата ўқларининг йўналишини тескариға ўзгартиришға мос алмаштиришға айтилади.			
Инверсия алмаштириши деб фазода заррачалар системасидаги ҳамма заррачалар импульсларининг ишораларини бирданиға тескариға ўзгартиришға, ёки импульс ўқларининг йўналишини тескариға ўзгартиришға мос алмаштиришға айтилади.			
Инверсия алмаштириши деб фазода заррачалар системасидаги ҳамма заррачалар импульс моментининг ишораларини бирданиға тескариға ўзгартиришға, ёки координата ўқларининг йўналишини тескариға ўзгартиришға мос алмаштиришға айтилади.			
Инверсия алмаштириши деб фазода заррачалар системасидаги ҳамма заррачалар энергияларининг ишораларини бирданиға тескариға ўзгартиришға, ёки энергия ўқларининг йўналишини тескариға ўзгартиришға мос алмаштиришға айтилади.			
5. Инверсия операторининг хусусий қиймати ифодаси тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.			
$\alpha = \pm 1$	$\alpha = +1$	$\alpha = -1$	$\alpha = \pm \delta_{mn}$
6. Инверсия операторининг $\psi(r)$ функцияға таъсири натижасини ифодаловчи тенглама тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.			

$I\psi(\vec{r}, t) = \alpha\psi(-\vec{r}, t)$	$I\psi(\vec{r}, t) = \alpha\psi(\vec{r}, t)$
$I\psi^2(\vec{r}, t) = \alpha\psi(-\vec{r}, t)$	$I\psi(\vec{r}, t) = \alpha^2\psi(-\vec{r}, t)$
7. Инверсия оператори ва Гамильтон оператори ўртасида коммутативлик шarti бажариладими?	
Ҳа, бажарилади. $ИН = НI$	
Бажарилмайди. $ИН \neq НI$	
Куйидаги муносабат бажарилади. $ИН^2 = Н^2I$	
Куйидаги муносабат бажарилади. $ИН^2 \neq Н^2I$	
8. Квант механикада энергиянинг сақланиш қонуни ифодаси тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.	
$\frac{dH}{dt} = 0, H = const$	$\frac{d^2H}{dt} = 0, H = const$
$\frac{dH^2}{dt} = 0, H = const$	$\frac{dE_k}{dt} = 0, E_k = const$
9. Фазода заррачалар системасидаги ҳамма заррачалар координаталарининг ишораларини бирданига тескарига ўзгартиришга, ёки координата ўқларининг йўналишини тескарига ўзгартиришга мос алмаштириш қандай алмаштириш дейилади?	
Инверсия алмаштириши	Параллел кўчириш
Координата ўқларини буриш	Фазонинг бир жинслилигига мос алмаштириш.
10. Квант механикада қайси қонун вақтнинг бир жинслилик ҳоссасига асосланади?	
Энергиянинг сақланиш қонуни.	
Импульснинг сақланиш қонуни.	
Массанинг сақланиш қонуни.	
Импульс моментининг сақланиш қонуни.	
11. Квант механикада қайси қонун фазонинг инверсия ҳоссасига асосланади.	
Жуфтлиенинг сақланиш қонуни.	
Импульснинг сақланиш қонуни.	
Массанинг сақланиш қонуни.	
Импульс моментининг сақланиш қонуни.	
12. Квант механикада қайси қонун фазонинг биржинслилик ҳоссасига асосланади.	
Импульснинг сақланиш қонуни.	
Массанинг сақланиш қонуни.	
Импульс моментининг сақланиш қонуни.	
Энергиянинг сақланиш қонуни	
13. Квант механикада қайси қонун фазонинг изотроплик ҳоссасига асосланади.	
Импульс моментининг сақланиш қонуни.	
Энергиянинг сақланиш қонуни	
Импульснинг сақланиш қонуни.	
Массанинг сақланиш қонуни.	
14. Сақланиш қонунлари учун асос бўладиган фазонинг ҳоссалари аниқ кўрсатилган жавобни аниқланг.	
Фазонинг биржинслилик, изотроплик, инверсия ҳоссалари	
Фазонинг биржинслилик, инверсия ҳоссалари	
Фазонинг изотроплик, инверсия ҳоссалари	
Фазонинг биржинслилик, изотроплик ҳоссалари	
15. Сақланиш қонунлари учун асос бўладиган вақтнинг ҳоссалари аниқ кўрсатилган жавобни аниқланг.	
Вақтнинг бир жинслилик ҳоссаси	Вақтнинг инверсия ҳоссаси
Вақтнинг биржинслилик, инверсия ҳоссалари	Фазонинг изотроплик ҳоссаси

12- мавзу. Бир ўлчамли масалалар учун Шредингер тенгламаси ечими

12.1. Заррачанинг бир ўлчамли, чексиз чуқур потенциал чуқурликдаги ҳаракати.

Шредингер тенгламасини иккита содда масалаларни ечишга қўлаймиз, чунки Шредингер тенгламаси фақат содда потенциал майдонлар учун аниқ ечимларга эга эканлигини эътиборга олиб Шредингер тенгламасининг математик аппаратини талабаларга мукамалроқ ўргатамиз.

Дастлаб, заррачанинг бир ўлчовли оддий ҳаракатини кўриб чиқамиз. Потенциал энергияси

$$U(x) = \begin{cases} 0 & \text{агар } 0 < x < l \\ \infty & \text{агар } x < 0 \text{ ва } x > l \end{cases}$$

қуйидагича ифодаланган потенциал майдонда заррачанинг бир ўлчамли ҳаракатини текширамиз. Бундай потенциал майдонни чексиз **потенциал ўра** дейилади ва равшанки бундай ўрада заррача фақат $0 < x < l$ ораликда ҳаракатланиши мумкин.

Бу масалани ечишда қуйидагиларга эътибор қаратилади:

- 1) чекли ораликда жойлашган заррачанинг ҳаракатини ифодаловчи Шредингер тенгламасини ечишни ўрганиш;
- 2) Тенглама ечимининг характерли хоссаларини аниқлаш ва ўрганиш;
- 3) Квант механика ҳамда классик механика методлари ёрдамида олинган ечимларни ўзаро таққослаш ва таҳлил қилиш.

Классик заррачанинг потенциал ўрадаги ҳаракати текширилади, бу ҳолда заррача энергияси ихтиёрий қийматларни қабул қилаолади.

Агар заррачанинг тўла энергияси $0 < E < U(x)$ ораликда жойлашган бўлса, заррача потенциал ўрадан чиқиб кета олмайди.

Чунки заррача потенциал ўрадан чиқиб кета олиши учун у тўла энергиядан катта потенциал тўсиқни енгиб ўтиб, шу қийматли потенциал энергияга тенг бўлган тўла энергияга эга бўлиб қолиши керак.

Лекин бу ҳолда заррачанинг кинетик энергияси манфий қийматга эга бўлиб қолади ва табиийки бу мумкин эмас.

Классик заррачанинг қаралаётган ҳаракати мумкин бўлмаган ҳол ҳисобланади, чунки ҳеч қандай заррача манфий кинетик энергия билан ҳаракат қила олмайди.

Классик заррача потенциал ўра чеккасига етиб келиб унинг деворидан орқага қайтади, яъни тескари йўналишда ҳаракатланади ва ўранинг қарама-қарши деворига етиб бориб яна орқага қайтади ва ҳоказо.

Классик физика қонунларига асосан заррача потенциал ўра ташқарисида чиқа олмайди ва ўра ичида ҳар қандай нуқтада бир хил эҳтимол билан аниқланиши мумкин.

Квант механика қонунларига бўйсунадиган заррачанинг потенциал ўрадаги ҳаракатининг характери бошқача бўлади. Тўлқин функция фақат координатага боғлиқ бўлганлигидан стационар Шредингер тенгламаси қуйидагича ёзилади.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + U(x)\psi(x) = E\psi(x) \quad (12.1.1.)$$

Квантланишнинг асосий шартига кўра, заррача ҳаракатининг тўлқин функцияси узлуксиз ва бир қийматли бўлиши керак.

Демак, заррачанинг тўлқин функцияси x - ўқининг мусбат йўналиши бўйлаб координата ўқининг нолдан катта бўлган соҳасида текис ўзгариши учун потенциал ўранинг ўнг деворидан ташқарида ҳам давом эттирилиши керак.

Потенциал энергия чексиз катта бўлган ҳолда, яъни потенциал ўранинг чап деворидан ташқи қисмида заррачанинг ҳаракатини ўрганамиз.

Заррачанинг чап девордан ташқи соҳадаги ҳаракатига Шредингер тенгламасини ечмасдан туриб қуйидагича изоҳ берилади, яъни заррача мутлақо ўтиб бўлмайдиган $x < 0$ соҳага кириш эҳтимоли заррача қанча катта бўлса, шунчалик кичик бўлади.

Потенциал ўрадаги заррачанинг ҳаракати учун Шредингер тенгламасини ечишдан аввал, қаралаётган ҳол учун чегаравий шартларни аниқлаштирамиз.

Заррача потенциал ўра ташқарисида жойлаша олмаслигини эътиборга олиб, унинг потенциал ўрадан ташқаридаги тўлқин функцияси нолга тенг бўлишини аниқлаймиз. Узлуксизлик шартига асосан $x=0$ ва $x=l$ нуқталарда тўлқин функциянинг қиймати нолга тенг бўлиши керак , яъни

$$\psi(0)=\psi(l)=0 \quad (12.1.2)$$

Олинган шарт потенциал ўранинг ичида заррачанинг ҳаракатини ифодаловчи Шредингер тенгламасининг ечими учун чегаравий шарт ҳисобланади.

Бир ўлчамли стационар Шредингер тенгламаси чегараланган соҳа $0 \leq x \leq l$ да қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi \quad (12.1.3)$$

Тенгламани $-\frac{\hbar^2}{2m}$ бўлиб, қуйидаги белгилашни киритиб $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$

тенгламани қуйидагича

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0 \quad (12.1.4.)$$

(4.2) тенглама тўлқин тенглама кўринишига эга бўлганидан унинг умумий ечими ҳам турғун тўлқин характерига эга бўлади .

$$\psi = A \sin(kx + \alpha) \quad (12.1.5.)$$

(4.3) тенгламадаги номаълум бўлган α ва A катталиклар аниқланади.

Бошланғич шартларга асосан , $x=0$ нуқтада $\psi=0$ лигидан $\alpha=0$ эканлиги келиб чиқади. Юқоридаги шартларнинг иккинчисига асосан яъни, $\psi(l)=0$ га тенглигидан

$$kl = n\pi \quad (12.1.6.)$$

шарт келиб чиқади, бу ерда n нолдан катта бўлган бутун сон.

n квант сони дсб аталади ва юқоридагидан $n = 0$ бўлганида ψ тўлқин функциясининг нолга тенглиги келиб чиқади, бу эса бутун соҳада заррачанинг йўқлигини билдиради.

k - нинг ифодасини билган ҳолда ва (4.4) муносабатдан фойдаланиб, заррачанинг энергиясининг қийматларини аниқлаймиз, яъни:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2 \quad (12.1.7.)$$

(12.1.7.) формуладан кўриниб турибдики, заррачанинг энергияси n - нинг дискрет қийматларига мос қийматлар қабул қила олар экан, бошқача айтганда, Шредингер тенгламаси фақат шундай ечимларга эга бўладики, бу ечимлар маълум дискрет қийматларни қабул қила олгандагина (12.1.4.) тенглама чегаравий шартларини қаноатлантиради.

Шундай қилиб, чексиз чуқур потенциал ўрадаги заррачанинг энергияси дискрет қийматларни қабул қилади, яъни энергия квантланган бўлади. Энергиянинг дискретлиги ўз - ўзидан табиий равишда келиб чиқади. Заррача энергиясининг дискрет қийматларига мос сатҳлар **энергетик сатҳлар** деб аталади. Энг кичик энергияли ҳолат **асосий ҳолат** дейилади, юқорироқ энергияли ҳолатлар эса **уйғонган ҳолатлар** дейилади. –расмда тасвирланган ҳолат функцияси графигидан ҳолатлар номери n нинг физик маъноси аниқланади, $n-1$ сон $\psi_n(x)$ функциянинг тугунлар (ноллар) сонини ифодалайди.

Расмдаги графикларнинг таҳлили классик ва квант зарраларнинг табиатидаги принципал фарқларни ифодалайди. Потенциал ўра ичида жойлашган классик заррача ихтиёрий энергияга эга бўлиши мумкин ва унинг минимал энергияси $E = 0$ тенг бўлади. Квант заррачанинг спектри дискрет унинг минимал энергияси $E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}$ га тенг.

Чексиз чуқур потенциал ўра ичида заррачанинг тўлқин функцияси ифодасининг кўринишини аниқлаймиз.

(4.3) формулага ва бошланғич шартларга асосан n - энергетик сатҳга тегишли бўлган тўлқин функциясининг кўриниши

$$\psi_n = A_n \sin \frac{n\pi}{l} x \quad (12.1.8.)$$

бўлади. A_n доимийни қуйидаги нормаллаштириш шартидан аниқлаймиз.

$$\int_0^l |\psi_n|^2 dx = 1$$

аниқланади. У ҳолда бу формулага (4.7) ни қўйиш натижасида

$$|A_n|^2 \int_0^l \sin^2 \frac{n\pi}{l} x dx = |A_n|^2 \frac{l}{2} = 1$$

бўламиз. Бундан

$$A_n = \sqrt{\frac{2}{l}} \quad (12.1.9.)$$

келиб чиқади.

Шундай қилиб, E энергиянинг фақат (4.5) ифода билан аниқланувчи қийматларидагина Шредингер тенгламаси ечимга эга бўлар экан.

Энергиянинг бу қийматларини E нинг **хусусий қийматлари**, тенгламанинг уларга мос келган (12.1.8.) ечимлари эса масаланинг **хусусий функциялари** деб аталади. Турли энергетик ҳолатлар учун потенциал ўрадаги ҳар қил нуқталарда заррачанинг топилиш эҳтимоллик зичлиги расмда тасвирланади.

Классик механика нуқтаи назаридан потенциал ўрада ҳаракатланувчи заррача тенг эҳтимоллик билан ўранинг ихтиёрий нуқтасида жойлашиши мумкин. Квант сонларининг катта қийматларида квант эҳтимоллик зичлиги тақсимооти классик ҳолдаги қийматига ўтади.

Квант механика нуқтайи назаридан эса қуйидаги умумий характерга эга бўлган натижаларга келинади:

- 1) потенциал ўрада ҳаракатланувчи заррачанинг энергияси дискрет қийматларни қабул қилади;
- 2) асосий ҳолатда ҳам заррача тўлиқ тинч ҳолатда бўлмайди;
- 3) ҳаракат содир бўлаётган кичик соҳаларда ва заррачаларнинг массаси кичик бўлганида энергетик сатҳларнинг дискретлик характери намоён бўлади;

4) квант сонларининг катта қийматларида квант механика муносабатлари классик физика формулаларига ўтади.

12.2. Потенциал тўсиқдан ўтиш ва қайтиш

Заррачанинг бир ўлчовли ҳаракатининг муҳим кўринишларидан бири унинг потенциал тўсиқ орқали ҳаракати ҳисобланади..

Заррачага фазонинг бирор бир чекланган соҳасидагина кучлар таъсир қилади, бу соҳадан ташқарида эса заррача эркин ҳаракатланади деб ҳисобланади.

Тўғри бурчакли чексиз узунликдаги бир ўлчамли потенциал тўсиқдан заррачанинг ўтиши масаласини ўрганамиз.

Заррачанинг $U(x)$ потенциал энергияси x ўқининг $x > 0$ соҳасида маълум ўзгармас U_0 мусбат катталиққа ва $x < 0$ соҳада у нолга тенг бўлсин.

$U(x)$ потенциал энергия x координатанинг функцияси бўлгани учун x нинг мусбат йўналишдаги битта ўзгариш соҳаси, манфий йўналишда эса битта ўзгариш соҳаси бўлади.

Бу масалада Шредингер тенгламасини осон ечилади, чунки ўзгарувчи x нинг бу иккита соҳадаги қийматларига $U(x)$ нинг мос ўзгармас қийматлари тўғри тўғри келади, яъни:

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ U_0, & x > 0 \end{cases} \quad (12.2.1.)$$

x нинг $x < 0$ соҳаси 1-соҳа деб аталади ва бу соҳада Шредингер тенгламасининг ечимини мос ҳолда 1 индекс билан белгиланади, x нинг $x > 0$ соҳасини эса 2-соҳа деб белгиланади ва шу соҳага тегишли ечимни мос ҳолда 2 индекс билан белгиланади.

Ҳар бир соҳада Шредингер тенгламасининг ечимлари, яъни ψ_1 , ва ψ_2 лар аниқланади. x - нинг бутун ўзгариш соҳасида тўлқин функция узлуксиз ва бир қийматли бўлиши учун, $x = 0$ нуқтада иккала ечимлар ва ечимларнинг биринчи тартибли хосилалари қуйидаги чегаравий шартларга бўйсинади, яъни:

$$\psi_1(0) = \psi_2(0), \quad \psi_1'(0) = \psi_2'(0) \quad (12.2.2.)$$

Иккита соҳа учун стационар ҳолатдаги Шредингер тенгламаси қуйидаги кўринишларга эга бўлади.

$$\begin{aligned} \frac{d^2\psi_1}{dx^2} + k^2\psi_1 &= 0, x < 0 \\ \frac{d^2\psi_2}{dx^2} + q^2\psi_2 &= 0, x > 0 \end{aligned} \quad (12.2.3.)$$

Бу тенгламаларда

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad \text{ва} \quad q^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(E - U_0) \quad (12.2.4.)$$

каби белгилашлар киритилган. (4.11) тенгламаларнинг ечимлари қуйидагича ёзилади.

$$\begin{aligned} \psi_1 &= A_1 \exp(ikx) + B_1 \exp(-ikx), \\ \psi_2 &= A_2 \exp(ikx) + B_2 \exp(-ikx). \end{aligned} \quad (12.2.5.)$$

(12.2.5.) даги формулаларда $\exp(\pm ikx)$, кўринишдаги ҳадлар x ўқининг мусбат йўналишида тарқалувчи ясси тўлқинларни, $\exp(\mp ikx)$ тесқари йўналишда тарқалувчи ясси тўлқинларни тавсифлайди. A_1, B_1, A_2, B_2 доимийлар (12.2.2.) шартларни қаноатлантириши ва қўйилган масала учун олинган ечимларга мос келиши керак. 1-соҳада ҳам тушаётган тўлқин, ҳам қайтаётган тўлқин тарқалаётганини эътиборга олинса, (12.2.5.) формулада A_1 коэффициент тушаётган тўлқиннинг интенсивлигини, B_1 қайтаётган тўлқиннинг интенсивлигини ифодалайди.

Потенциал тўсиқга тушаётган заррачаларнинг оқимини ифодаловчи катталиқ киритайлик ва J_0 орқали тушаётган заррачалар оқимининг зичлиги белгиланади.

$$\text{У ҳолда:} \quad J_0 = \frac{\hbar k}{m} |A_1|^2 \quad (12.5.6.)$$

Масалани соддалаштириш мақсадида, заррачаларнинг оқими шундай танлаб олинганки, $A_1 = 1$ бўлсин. $x=0$ нуқтада 1-, 2-соҳаларнинг чегарасида тўлқин функциясининг ҳолатини кўриб чиқайлик. Юқоридаги шартлардан B_1, A_2 лар аниқланади. Биз кўраётган ҳолда 2-соҳада фақат

ўтаётган тўлқин тарқалишини ҳисобга олсак тўлқин чексизликдан қайтмайди, шунинг учун (12.2.5.) формулада $B_2=0$ деб олиш лозим. Заррачанинг 1-соҳадан 2-соҳага ўтиш шартларини кўриб чиқайлик.

Дастлаб заррачанинг E тўла энергияси унинг 2-соҳадаги потенциал энергиясидан катта бўлган ҳолни қараймиз. Бу ҳолда q ҳақиқий катталиқ, тўлқин функциясидаги ҳад тескари йўналишда тарқалувчи ясси тўлқинни ифодалайди. 1-соҳада x ўқининг манфий йўналишида қайтган тўлқин тарқалади.

2-соҳада эса қайтувчи тўлқиннинг ўзи йўқ, демак ўнгдан чапга тарқалувчи тўлқин ҳам бўлмайди. Агарда $E < U_0$ бўлса, (12.2.4.) формулага асосан q мавҳум катталиқ бўлади, у ҳолда $\exp(-iqx)$ функция $x \rightarrow -\infty$ да эхспоненсиал равишда ўсувчи функция бўлади, бу еса ўз навбатида тўлқин функцияни чекли бўлишига йўл қўймайди. Шу туфайли B_2 коэффициент q мавҳум бўлганда ҳам нолга тенг бўлиши керак.

Агар $E > U_0$ бўлса, (12.2.2.) даги муносабатлардан (12.2.5.) ни ҳисобга олиб, B_1, A_2 ларга нисбатан қуйидаги тенгламалар системаси ҳосил қилинади:

$$\begin{aligned} 1 + B_1 &= A_2 \\ k(1 - B_1) &= qA_2 \end{aligned}$$

Бу тенгламалардан B_1, A_2 , амплитудалар аниқлаб олинади:

$$B_1 = \frac{k - q}{k + q}, \quad A_2 = \frac{2k}{k + q} \quad (12.5.6.)$$

(12.5.6.) дан кўриниб турибдики, қайтган тўлқиннинг B_1 амплитудаси, $E > U_0$ бўлганига қарамасдан нолдан фарқлидир. Шундай хусусият заррачанинг тўлқин хусусиятлари билан чамбарчас боғлиқ. Тўлқин қисман 2-соҳага ўтганига қарамай, қисман қайтади.

Қайтган заррачалар оқимининг зичлигини тушаётган заррачалар оқимининг зичлигига нисбати қайтариш коэффициенти дейилади ва R орқали белгиланади. Агар қайтган заррачалар оқимининг зичлиги

$$J_R = \frac{\hbar k}{m} |B_1|^2$$

эканлигини ва (12.5.6.) ҳисобга олинса қидирилаётган қайтариш (акслантириш) коэффиценти

$$R = \left(\frac{k - q}{k + q} \right)^2 \quad (12.5.7.)$$

ифодага келинади. Бошқача айтганда, қайтариш (акслантириш) коэффиценти қайтаётган ва тушаётган тўлқинлар амплитудалари квадратининг нисбатига тенг бўлади, ёки тушаётган тўлқин амплитудасининг бирга тенглиги эътиборга олинса, (4.16) формула олинади. Шунга ўхшаш, 2-соҳага ўтаётган заррачалар дастасининг зичлиги

$$J_D = \frac{\hbar k}{m} |A_2|^2$$

эканлиги ҳисобга оламиз. Ўтаётган заррачалар оқимининг зичлигини тушаётган заррачалар оқимининг зичлигига нисбати ўтиш (тўсиқнинг шаффофлик) коэффиценти дейилади D орқали белгиланади, яъни:

$$D = \frac{4kq}{(k + q)^2} \quad (12.5.8.)$$

натижага келинади. (4.16) ва (4.17) формулалардан кўриниб турибдики:

$$D + R = 1$$

ва бу заррачалар сонини сақланиш қонунини ифодалайди. Бошқача айтганда, $D + R = 1$ эканлиги эҳтимолларни қўшиш теоремаси асосида кслиб чиқадиган ифоданинг айнан ўзи, чунки заррача соҳалар чегарасидан ёки қайтади, ёки ўтиб кетади, деб ишончли равишда тасдиқлаш мумкин.

$E < U_0$ бўлганида классик механика бўйича 1-соҳадан 2-соҳага ўтиш мумкин эмас.

Квант механика қонунларидан фойдаланиб, R ҳисобланилади. q катталик мавҳум ва уни $q = i\chi$ орқали ёзамиз.

$$\chi = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} \quad (12.5.9.)$$

Қайтган тўлқиннинг B_1 амплитудаси комплекс катталик бўлади ва қайтиш коэффиценти эса қуйидагича ифодаланади:

$$R = |B_1|^2 = \left(\frac{k - i\chi}{k + i\chi} \right)^2 = 1 \quad (12.5.10.)$$

Демак, $E < U_0$ бўлганида қайтиш коэффиценти бирга тенг, яъни тўла қайтиш бўлади. Бу кутилган натижага тамомила мос келади.

Шредингер тенгламасининг 1-соҳа учун йечимини қайтган тўлқин

$$\psi_R = \frac{k - i\chi}{k + i\chi} \exp(-ikx) = \exp(-i(kx + \delta)) \quad (12.5.11.)$$

кўринишида ёзиш мумкин, яъни у қайтиш тўлқин фазасининг силжишига олиб келади.

(12.5.11.) дан шу силжишни топиш мумкин:

$$\delta = \arctg \frac{2k\chi}{k^2 - \chi^2}$$

Қайтиш мавжуд бўлишига қарамай, 2-соҳадаги тўлқин функцияси нолдан фарқли бўлади ва у:

$$\psi_2(x) = A_2 \exp(-\chi x) = \frac{2k}{k + i\chi} \exp(-\chi x) \quad (12.5.12.)$$

кўринишга эга бўлади. Қайтиш тўла бўлса ҳам, заррачани иккинчи соҳада топишнинг маълум эҳтимолга эга бўлиши кутилмаган ҳолдир.

Шундай қилиб, $x > 0$ соҳада x нуқтадаги заррачанинг эҳтимоллик зичлиги

$$|\psi(x)|^2 = \frac{4k^2}{k^2 + \chi^2} \exp(-2\chi x) \quad (12.5.6.)$$

га тенг бўлади. Ҳосил бўлган (4.23) формуладан кўриниб турибдики, квант зарраларнинг хусусиятлари классик зарралардан кескин ажралиб туради.

Классик механиканинг қонунларига бўйсинувчи ҳаракатланаётган заррача учун $E < U_0$ бўлганда $x > 0$ соҳага ўтиш мумкин эмас эди.

Квант қонуниятларига бўйсинувчи, ҳаракатланаётган заррача эса $x > 0$ соҳага маълум эҳтимоллик билан ўтиши мумкин. Ёпиқ энергетик соҳаларга зарраларни ўтиши квант механикада специфик ҳодиса бўлиб, туннел эффекти деган ном олган.

12- мавзу бўйича талабалар мустақил шуғулланишлари учун саволлар

1. Заррачанинг бир ўлчамли, чексиз чуқур потенциал ўрадаги ҳаракати деб қандай кўринишдаги майдондаги ҳаракатга айтилади?.
2. Заррачанинг бир ўлчамли, чексиз чуқур потенциал ўрадаги ҳаракати қандай кетма – кетликда ўрганилади?.
3. Заррачанинг бир ўлчамли, чексиз чуқур потенциал ўрадаги ҳаракатини классик физика ва квант механикада ўрганилиш қонуниятларини ўзаро таққосланг.
4. Заррачанинг бир ўлчамли, чексиз чуқур потенциал ўрадаги ҳаракати учун стационар Шредингер тенгламасини ёзинг ва изоҳланг.
5. Заррачанинг бир ўлчамли, чексиз чуқур потенциал ўрадаги ҳаракати учун $x=0$ ва $x=l$ нуқталар учун узлуксизлик шартларини ёзинг ва тушунтиринг.
6. Бешинчи саволдаги узлуксизлик шартлари Шредингер тенгламаси ачимлари учун қандай шартлар ҳисобланади?.
7. $0 \leq x \leq l$ оралиқ (2-соҳа) учун стационар Шредингер тенгламаси ечимини ёзинг ва тушунтиринг.
8. Бир ўлчамли, чексиз чуқур потенциал ўрада $0 \leq x \leq l$ оралиқда ҳаракатланувчи заррачанинг энергия формуласини олинг ва тушунтиринг.
9. Қандай ҳолатлар “асосий ҳолат”, қандай ҳолатлар эса “уйғонган ҳолат” дейилади?.
10. Бир ўлчамли, чексиз чуқур потенциал ўрада $0 \leq x \leq l$ оралиқда ҳаракатланувчи заррачанинг нормаллашган тўлқин функцияси ифодасини ёзинг ва тушунтиринг, ҳамда $n = 1, 2, 3$ ҳолатлар учун тўлқин функциянинг ўзгариш графигини чизинг.
11. Бир ўлчамли, чексиз чуқур потенциал ўрада $0 \leq x \leq l$ оралиқда ҳаракатланувчи заррачанинг ҳаракатини квант механика асосида ўрганишда қандай натижаларга келинади?.

12. Заррачанинг фазонинг чекланган соҳасидаги кучлар таъсиридаги ҳаракатини ўрганишнинг физикавий сабаблари ва натижаларини тушунтиринг.
13. Тўғри бурчакли чексиз узунликдаги бир ўлчамли потенциал тўсиқдан ўтиш масаласи учун стационар Шредингер тенгламасини ечиш кетма-кетлигини тушунтиринг.
14. Тўғри бурчакли чексиз узунликдаги бир ўлчамли потенциал тўсиқдан ўтиш масаласи учун стационар Шредингер тенгламасини ечишдаги чегаравий шартларни ёзинг.
15. Қаралаётган биринчи ва иккинчи соҳалар учун стационар Шредингер тенгламасининг ечимларини олинг ва тушунтиринг.
16. Заррачалар оқими зичлигининг мазмунини тушунтиринг.
17. Заррачалар оқими зичлиги орқали потенциал тўсиқнинг қайтариш коэффицентини ифодасини ёзинг ва тушунтиринг.
18. Заррачалар оқими зичлиги орқали потенциал тўсиқдан ўтиш коэффицентини ифодасини ёзинг ва тушунтиринг.
19. Заррачаларнинг чексиз узунликдаги потенциал тўсиқ орқали ҳаракати ва бу ҳаракатда “ туннел эффекти” нинг киритилиш сабаби ва мазмунини тушунтиринг.

12 - мавзу бўйича талабалар билимини текшириш учун назорат тестлари.

1. Кенглиги l га тенг бўлган чексиз чуқур потенциал ўранинг n сатҳида жойлашган заррача учун тўлқин функция ифодаси тўғри ёзилган жавобни аниқланг?
$\psi_n(x) = A_n \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right)$
$\psi_n(x) = A_n \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$
$\psi_n(x) = A_n \sin^2\left(\frac{n\pi}{l}x\right)$
$\psi_n(x) = A_n \cos\left(\frac{n\pi}{l}x\right)$
2.Тўғри бурчакли , кенглиги $-l$ га тенг бўлган абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган

потенциал ўрада жойлашган μ-массали заррачанинг энергияси $E_2 = \frac{18\pi^2 \hbar^2}{\mu l^2}$ га тенг бўлса заррача нечанчи сатҳда жойлашганлиги тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.
$n = 6$ сатҳда жойлашган.
$n = 4$ сатҳда жойлашган.
$n = 9$ сатҳда жойлашган.
$n = 5$ сатҳда жойлашган.
3.Кенглиги l га тенг бўлган чексиз чуқур потенциал ўрада 2-сатҳда $(0, l)$ ораликда жойлашган заррача учун стационар Шредингер тенгламаси ифодаси тўғри ёзилган жавобни аниқланг?
$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2\psi}{dt^2} = E\psi$
$-\hbar^2 \frac{d^2\psi}{dt^2} = E\psi$
$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2\psi}{dt^2} = (E + U)\psi$
$-\frac{\hbar^2}{\mu} \frac{d^2\psi}{dt^2} = E\psi$
4.Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 2$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергияси $n = 4$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергиясидан неча марта кичик.
Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 2$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергияси $n = 4$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергиясидан 4 марта кичик.
Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 2$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергияси $n = 4$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергиясидан 6 марта кичик.
Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 2$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергияси $n = 4$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергиясидан 8 марта кичик.
Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 2$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергияси $n = 4$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергиясидан 2 марта кичик.
5.Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 2$ сатҳда $x = \frac{l}{6}$ нуқтада жойлашган заррачанинг тўлқин функцияси қийматини ҳисобланг.
Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 2$ сатҳда $x = \frac{l}{6}$ нуқтада жойлашган заррачанинг тўлқин функцияси
$\psi_2\left(\frac{l}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{2}{l}}$ га тенг.
Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 2$ сатҳда $x = \frac{l}{6}$ нуқтада жойлашган заррачанинг тўлқин функцияси $\psi_2\left(\frac{l}{6}\right) = \sqrt{\frac{2}{l}}$ га тенг.
Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал

ўрада $n = 2$ сатҳда $x = \frac{l}{6}$ нуктада жойлашган заррачанинг тўлқин функцияси $\psi_2\left(\frac{l}{6}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{l}} \text{ га тенг.}$
Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 2$ сатҳда $x = \frac{l}{6}$ нуктада жойлашган заррачанинг тўлқин функцияси $\psi_2\left(\frac{l}{6}\right) = \sqrt{3}\sqrt{\frac{2}{l}} \text{ га тенг.}$
6.Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 1$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергияси $n = 3$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергиясидан неча марта кичик.
Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 1$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергияси $n = 3$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергиясидан 9 марта кичик.
Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 1$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергияси $n = 3$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергиясидан 3 марта кичик
Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 1$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергияси $n = 3$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергиясидан 12 марта кичик
Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 1$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергияси $n = 3$ сатҳда жойлашган заррачанинг энергиясидан 6 марта кичик
7.Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 1$ сатҳда $x = \frac{l}{6}$ нукта жойлашган заррачанинг тўлқин функцияси қийматини ҳисобланг.
Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 1$ сатҳда $x = \frac{l}{6}$ нукта жойлашган заррачанинг тўлқин функцияси қиймати $\psi_1\left(\frac{l}{6}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{l}} \text{ га тенг.}$
Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 1$ сатҳда $x = \frac{l}{6}$ нукта жойлашган заррачанинг тўлқин функцияси қиймати $\psi_1\left(\frac{l}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\frac{2}{l}} \text{ га тенг.}$
Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 1$ сатҳда $x = \frac{l}{6}$ нукта жойлашган заррачанинг тўлқин функцияси қиймати $\psi_1\left(\frac{l}{6}\right) = \sqrt{\frac{l}{2}}$
Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 1$ сатҳда $x = \frac{l}{6}$ нукта жойлашган заррачанинг тўлқин функцияси қиймати

$\psi_1\left(\frac{l}{6}\right) = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{l}{2}}$
8. Абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган, кенглиги l га тенг, чексиз чуқур потенциал ўрада жойлашган заррачанинг тўлқин функцияси $\psi_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right)$ кўринишда ифодаланади, нормаллаштириш коэффиценти A нинг қиймати тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг. Нормаллаштириш коэффиценти сатҳ номерига қандай боғланган.
Нормаллаштириш коэффиценти A нинг қиймати $A = \sqrt{\frac{2}{l}}$ га тенг., Нормаллаштириш коэффиценти сатҳ номерига боғланмаган.
Нормаллаштириш коэффиценти A нинг қиймати $A = \sqrt{\frac{3}{l}}$ га тенг. Нормаллаштириш коэффиценти сатҳ номерига квадратик боғланган.
Нормаллаштириш коэффиценти A нинг қиймати $A = \sqrt{\frac{5}{l}}$ га тенг. Нормаллаштириш коэффиценти сатҳ номерига чизиқли боғланган.
Нормаллаштириш коэффиценти A нинг қиймати $A = \sqrt{\frac{5}{l^{\frac{1}{3}}}}$ Нормаллаштириш коэффиценти сатҳ номерига экспоненциал боғланган.
9. Кенглиги l – га тенг бўлган тўғри бурчакли потенциал чуқурликда $(0, l)$ ораликда жойлашган зарранинг тўлқин функцияси $\frac{n\pi}{l}x$ – нинг қандай қийматида энг кичик қийматини қабул қилади?
$x = 0$ ва $x = l$ қийматларида $x = \frac{2n}{l}$ $x = \frac{n}{l}$ $x = \frac{2l}{\pi}$
10. Кенглиги l га тенг бўлган тўғри бурчакли потенциал чуқурликдаги зарранинг $n = 1$ даги тўлқин функцияси $\frac{\pi}{l}x$ нинг қандай қийматида максимум бўлади?
$\frac{\pi}{2}$ $\frac{4\pi}{3}$ π 2π
11. Тўғри бурчакли , кенглиги l-га тенг бўлган абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган потенциал чуқурликда $n = 4$ сатҳда жойлашган μ массали заррачанинг энергияси ифодасини аниқланг.
$E_2 = \frac{8\pi^2\hbar^2}{\mu a^2}$ $E_2 = \frac{\gamma\pi^2\hbar^2}{\mu a_2}$ $E_2 = \frac{2\pi^2\hbar^2}{\mu a^2}$ $E_2 = \frac{\gamma\hbar^2}{2\mu a^2}$
12. Тўғри бурчакли , кенглиги $-l$ га тенг бўлган абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган потенциал чуқурликда $n = 8$ сатҳда жойлашган μ m массали заррачанинг энергияси ифодасини топинг.
$E_2 = \frac{32\pi^2\hbar^2}{\mu l^2}$ $E_2 = \frac{\gamma\pi^2\hbar^2}{\mu l_2}$ $E_2 = \frac{49\pi^2\hbar^2}{2\mu a^2}$ $E_2 = \frac{\gamma\hbar^2}{2\mu a^2}$
13. Тўғри бурчакли , кенглиги l-га тенг бўлган абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган потенциал чуқурликда жойлашган μ – массали заррачанинг энергияси 14. $E_n = \frac{25\pi^2\hbar^2}{2\mu l^2}$ га тенг бўлса заррача нечанчи сатҳда жойлашганлиги тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг.

$n = 5$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 6$
14. Тўғри бурчакли , кенглиги l -га тенг бўлган абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган потенциал чуқурликда $n = 6$ сатҳда жойлашган m массали заррачанинг энергияси $n = 2$ сатҳдаги заррача энергиясидан неча марта катталигини аниқланг.			
9 марта	3 марта	16 марта	2 марта
15. Кенглиги l –га тенг бўлган тўғри бурчакли потенциал чуқурликда $n = 1$ сатҳдаги зарранинг тўлқин функцияси X – нинг қандай қийматида максимум қийматга эга бўлади ?			
$x = \frac{l}{2}$	$x = \frac{2n}{l}$	$x = \frac{n}{l}$	$x = \frac{2l}{\pi}$
16.Тўғри бурчакли , кенглиги l -га тенг бўлган абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган потенциал чуқурликда n - энергетик сатҳдаги ҳолат учун $\overline{\Delta x^2}$ ни ифодасини аниқланг.			
$\overline{\Delta x^2} = \frac{l^2}{12} \left(1 - \frac{6}{\pi^2 n^2} \right)$		$\overline{\Delta x^2} = \frac{l^2}{6} \left(1 - \frac{6}{\pi^2 n^2} \right)$	
$\overline{\Delta x^2} = l \left(1 - \frac{2}{\pi^2 n^2} \right)$		$\overline{\Delta x^2} = \frac{l^2}{12} \left(\frac{6}{\pi^2 n^2} \right)$	
17. Тўғри бурчакли , кенглиги a -га тенг бўлган абсолют ўтказмас деворлар билан ўралган потенциал чуқурликда n - энергетик сатҳдаги ҳолат учун $\overline{\Delta p_x^2}$ ни ифодасини аниқланг.			
$\overline{\Delta p_x^2} = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{l^2}$	$\overline{\Delta p_x^2} = \frac{4\pi^2 \hbar^2 n^2}{l^2}$	$\overline{\Delta p_x^2} = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2l^2}$	$\overline{\Delta p_x^2} = \frac{2\pi^2 \hbar^2 n^2}{3l^2}$
18. n – энергетик сатҳда жойлашган чизикли гармоник осциллятор учун $\overline{x_n^2}$ ни аниқланг.			
$\overline{x_n^2} = \frac{\hbar}{\mu\omega_0} \left(n + \frac{1}{2} \right)$		$\overline{x_n^2} = \frac{2\hbar^2}{\mu\omega_0} \left(n + \frac{1}{2} \right)$	
$\overline{x_n^2} = \frac{\hbar}{\mu\omega_0} \left(n + \frac{1}{4} \right)$		$\overline{x_n^2} = \frac{3\hbar}{2\mu\omega_0} \left(n + \frac{1}{2} \right)$	
19.Кенглиги l га тенг бўлган чексиз чуқур потенциал ўрада жойлашган заррача учун тўлқин функциясида A_n пропорционаллик коэффиценти ифодаси n нинг қийматига боғлиқми ?			
Боғлиқ эмас	боғлиқ	Чизикли боғланган	Квадратик боғланган
20.Кенглиги l га тенг бўлган чексиз чуқур потенциал ўрада $n = 7$ сатҳда жойлашган заррача учун энергия ифодаси тўғри ёзилган жавобни аниқланг?			
$E_n = \frac{49\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}$	$E_n = \frac{7\pi^2 \hbar^2}{ml^2}$	$E_n = \frac{15\pi^3 \hbar^3}{2ml^2}$	$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \frac{1}{14}$

13- мавзу. Чизикли гармоник осциллятор.

Атом физикасида кенг фойдаланиладиган муҳим моделлардан бири чизикли гармоник осциллятор модели ҳисобланади.

Чизикли гармоник тебраниш деб системанинг ўз мувозанат ҳолати атрофида потенциал энергияси координатанинг квадратиға пропорционал бўлган ҳолда юз берадиган эркин тебранишиға айтилади.

Системанинг гармоник тебранишиға мисол тариқасида пружинаға осилган юкнинг, суюқлик юзида сузиб юрган жисмнинг ёки кристалл панжара атомининг тебранишини мисол қилиб келтириш мумкин.

Системанинг мувозанат ҳолатда гармоник тебраниши унинг потенциал энергиясининг минимум қиймати атрофида рўй беради.

Бир ўлчовли кичик амплитудалар билан тебранаётган системанинг потенциал энергиясининг минимум қиймати атрофида қаторға ёйилса,

$$U(x) = U(0) + \frac{1}{1!} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right) x + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right) x^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^3} \right) x^3 + \dots \quad (13.1)$$

ифода ҳосил бўлади. Бунда x - мувозанат ҳолатидан қанча масофаға силжишни билдиради.

Потенциал энергия – $U(x)$ нинг x бўйича биринчи ҳосиласи нолға тенг бўлади, чунки ушбу ҳосила потенциал энергия функцияси - $U(x)$ нинг минимум нуқтасида олинмоқда.

Агар мувозанат нуқтасини санок боши деб қабул қилинса, $U(0)$ ҳам нолға тенг бўлади.

Заррача мувозанат нуқта атрофида кичик тебранма ҳаракат қилаётган бўлса, юқоридаги қаторнинг x^2 га пропорционал бўлган нолдан фарқли бўлган биринчи ҳадига қараганда кейинги ҳадларининг миқдори жуда кичик, яъни нолға чексиз яқин бўлади.

Шунинг учун, гармоник тебранаётган системанинг потенциал энергиясини қуйидаги кўринишда олинади.

$$U(x) = \frac{m\omega^2}{2} x^2 \quad (13.2)$$

Бу ерда $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_{x=0} = m\omega^2$ га тенг. Стационар Шредингер тенгламасини

$$\hat{H}\psi = E\psi. \quad (13.3)$$

Гармоник осцилляторнинг тебранма ҳаракати учун учун Шредингер тенгламаси

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{m\omega^2}{2} x^2 \psi = E\psi \quad (13.4)$$

кўринишга эга бўлади, бунда ψ тўлқин функция $x \Rightarrow \pm\infty$ бўлганда $\psi(x) = 0$ бўлиши ва тўлқин функциясига қўйилган ҳамма қолган стандарт шартларни ҳам қаноатлантириши керак.

(4.40) тенгламани ечиш учун қуйидаги ўлчамсиз катталикларга ўтиш мақсадга мувофиқдир:

$$\xi = \frac{x}{x_0} \quad x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} \quad \lambda = \frac{2E}{\hbar\omega} \quad (13.5.)$$

Янги киритилган ўзгарувчилар учун Шредингер тенгламаси содда кўринишга келади:

$$-\frac{d^2\psi}{d\xi^2} + \xi^2 \psi = \lambda \psi \quad (13.6.)$$

Юқорида кўриб чиқилган масалалардан осциллятор масаласининг муҳим фарқли томони шундан иборатки, бу ҳол учун заррачанинг ҳаракати бирон бир девор билан чегараланмаган, олдинги мисолларда кўрилган чегаравий шартлар бу ерда мавжуд эмас. Тўлқин функциясига қўйиладиган бирдан-бир талаб, унинг квадратик интегралланувчи функция бўлиши кераклигидир.

Тўлқин функциянинг асимптотикасини аниқлаш мақсадида (13.6.) тенгламада x нинг жуда катта ($\xi \gg 1$) бўлган чегаравий ҳоли қаралади.

У ҳолда (13.6.) тенгламада ξ^2 га нисбатан λ , ни эътиборга олинмаса ҳам бўлади:

$$\frac{d^2\psi}{d\xi^2} - \xi^2 \psi = 0 \quad (13.7.)$$

$\xi \gg 1$ бўлганда (13.7) тенгламанинг ечими

$$\psi = f(\xi) \exp\left(\pm \frac{\xi^2}{2}\right) \quad (13.8.)$$

кўринишда бўлади, бу ерда $f(\xi)$ - ҳали номаълум бўлган бирорта функция, Ечимнинг экспоненциал қисмида бўлиши мумкин бўлган икки ишорадан бу ерда минус ишорани сақлаб қолиш лозим, чунки плюс

ишорали

$$\psi = \exp\left(+\frac{\xi^2}{2}\right)$$

ечим $x \Rightarrow \infty$ бўлганда чексиз ортади, бу эса ψ функцияга қўйиладиган табиий шартларга зид келади. Қаралаётган чегаравий ҳолни эътиборга олиб, (13.7.) тенгламанинг ечимини

$$\psi = \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) f(\xi) \quad (13.9)$$

кўринишда изланади, $f(\xi)$ функцияни (13.7.) тенгламани қаноатлантирадиган қилиб танлаб олиш керак. (13.9.) ечимни (13.7.) тенгламага қўйилади, бунинг учун даставвал ҳосилалар аниқланади ва тенгламага қўйилади.

Тўлқин функцияга қўйиладиган стандарт талабларни қаноатлантирувчи ечимлар олинади. Агар

$$\lambda = 2n + 1 \quad (13.10.)$$

бўлса, у ҳолда рекуррент формула асосида n - даражали ҳад билан тугалланувчи полином ҳосил қилинади. Осциллятор энергияси учун қуйидаги формула ҳосил қилинади:

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (13.11.)$$

Ҳосил бўлган (13.11.) формуладан кўриниб турибдики, осциллятор энергияси фақат дискрет қийматларни қабул қилиши мумкин, ва осциллятор учун энергетик сатҳлар бир-биридан бир хил масофада (яъни, эквидистант) жойлашади. Осцилляторнинг $n = 0$ даги энергиясининг

қиймати $E_n = \frac{\hbar\omega}{2}$ га тенг ва осцилляторнинг нолинчи энергияси дейилади

ва бу энергиянинг мавжудлиги Гейзенберг ноаниқлик муносабати асосида исботланади.

Шундай қилиб, осцилляторнинг тўлқин тенгламасининг ечими бўлган тўлқин функциялари, фақат осциллятор энергияси қийматларининг (13.11.) даги формула билан ифодаланган дискрет қаторига мос келадиганларигина чегаравий шартларни қаноатлантиради.

Олинган (13.11.) формула Бор посулатларидаги $E_n = \hbar\omega$ формуласидан фарқ қилишига эътибор қаратиш керак.

Квант осциллятор энергиясининг энг кичик қиймати (13.11.) га биноан нолдан фарқли бўлиб, $E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega$, га тенг бўлади ва E_0 , қийматни "нолинчи энергия" деб аталади. Бу номнинг келиб чиқиши $\frac{1}{2}\hbar\omega$, энергиянинг ҳатто абсолют нол температурада ҳам йўқолмаслиги билан боғлиқдир.

Энергия формуласидан келиб чиқадиган яна бир хулоса осциллятор энергиясининг квантланиши ҳам тўлқин функциясининг бутун фазода чекли бўлишининг табиий шарти натижасидир.

Мана шундай табиий шартларнинг содда натижаси сифатида квантланиш ҳосил қилиш имконияти Шредингер тенгламасининг ажойиб хусусиятларидан биридир.

Чизиқли осциллятор энергиясининг ҳар бир хусусий қийматига

$$\psi_n(\xi) = A_n \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) f_n(\xi) \quad (13.12.)$$

хусусий функция мос келади, бунда A_n - ўзгармас нормалловчи кўпайтувчи, $f_n(\xi)$, эса n -даражали полином бўлиб, унинг коэффициентлари $\lambda = 2n+1$ бўлганида рекуррент формула ёрдамида ҳисоблаб топилади. $f_n(\xi)$, полиномлари Чебишев-Эрмит полиномлари деб аталади ва $H_n(\xi)$, орқали белгиланади, уларни қуйидаги соддароқ кўринишда ифодалаш мумкин:

$$H_n(\xi) = (-1)^n e^{\xi^2} \frac{d^n}{d\xi^n} (e^{-\xi^2}) \quad (13.13.)$$

улар қуйидаги дифференциал тенгламани қаноатлантиради;

$$\frac{d^2 H_n}{d\xi^2} - 2\xi \frac{dH_n}{d\xi} + 2nH_n = 0 \quad (13.14.)$$

Чебишев-Эрмит полиномларнинг бир неча дастлабки полиномларини ҳосил қиламиз:

$$\begin{aligned} H_0(\xi) &= 1, \quad H_1(\xi) = 2\xi, \quad H_2(\xi) = 4\xi^2 - 2, \\ H_3(\xi) &= 8\xi^3 - 12\xi, \quad H_4(\xi) = 16\xi^4 - 48\xi^2 + 12 \end{aligned} \quad (13.15.)$$

Чизиқли осцилляторнинг хусусий функциялари қуйидаги муҳим хоссага эгадир, улар $-\infty$ дан $+\infty$ гача бўлган ораликда ортогоналдир, яъни $m \neq n$ бўлганида

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_m(x) \psi_n(x) dx = 0 \quad (13.16.)$$

шарт бажарилади.

Агар $m=n$ бўлса, у ҳолда $\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_m^2(x) dx$ интеграл чекли қийматга эга бўлиб, бу натижадан нормалловчи A_n кўпайтувчини ҳисоблаш учун фойдаланиш мумкин. Нормаллаш шarti қуйидагидан иборат:

$$A_n^2 \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\xi^2} H_n^2(\xi) d\xi = 1$$

Интегрални ҳисоблаб A_n , нормалловчи коэффициентни аниқлаймиз..

$$A_n = \sqrt[4]{\frac{m\omega}{\pi\hbar}} \sqrt{\frac{1}{2^n n!}} \quad (13.17.)$$

Шундай қилиб гармоник осциллятор учун тўлқин функциянинг кўриниши қуйидагича бўлади.

$$\psi_n(\xi) = \sqrt[4]{\frac{m\omega}{\pi\hbar}} \sqrt{\frac{1}{2^n n!}} e^{-\frac{\xi^2}{2}} H_n(\xi) \quad (13.17.)$$

Чизиқли гармоник осцилляторнинг тўлқин функцияларини квант сонинг $n=1,2,3$ қийматлари учун ҳисоблаб кўрамиз.

$$E_0 = \frac{\hbar\omega}{2} ; \quad \psi_0(x) = \frac{1}{(x_0\sqrt{\pi})^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}} \quad (13.18.)$$

$$, \quad E_1 = \frac{3\hbar\omega}{2} ; \quad \psi_1(x) = \frac{1}{(2x_0\sqrt{\pi})^{\frac{1}{2}}} \frac{2x}{x_0} e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}} \quad (13.19.)$$

$$E_2 = \frac{5\hbar\omega}{2} ; \quad \psi_2(x) = \frac{1}{(8x_0\sqrt{\pi})^{\frac{1}{2}}} \left[4\left(\frac{x}{x_0}\right)^2 - 2 \right] e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}} \quad (13.20.)$$

$$E_3 = \frac{7\hbar\omega}{2} \quad \psi_3(x) = \frac{\left(8\frac{x^3}{x_0^3} - 12\frac{x}{x_0} \right)}{\sqrt{48x_0}\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}} \quad (13.21)$$

$$E_4 = \frac{9\hbar\omega}{2} \quad \psi_4(x) = \frac{\left(16\frac{x^4}{x_0^4} - 48\frac{x^3}{x_0^3} + 12 \right)}{\sqrt{16x_0}24\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}} \quad (13.22)$$

Осцилляторнинг энергиясининг ҳар бир қийматига фақат битта тўлқин функция мос келади, чизиқли гармоник осцилляторнинг энергия сатҳлари айнамаган. Юқоридаги функцияларнинг графиклари қуйида тасвирланган, ундан ташқари майдонда квант заррача координатасининг Эҳтимоллик зичликлари тақсимооти берилган.

13- мавзу бўйича талабалар мустақил шуғулланишлари учун саволлар

1. Чизикли гармоник тебраниш қандай тебранишга айтилади?
2. Системанинг мувозанат ҳолатдаги гармоник тебраниши потенциал энергиянинг қандай қиймати атрофида юз беради?
3. Гармоник тебранаётган системанинг потенциал энергияси ифодасини ёзинг ва координатага боғланишини тушунтиринг.
4. Гармоник осцилляторнинг тебранма ҳаракати учун стационар Шредингер тенгламасини ёзинг ва тушунтиринг.
5. Ўлчамсиз катталиклар орқали ёзилган стационар Шредингер тенгламасини ёзинг ва тушунтиринг.
6. Чизикли гармоник осцилляторнинг энергияси формуласини ёзинг ва бош квант сонининг 0,1, 2,3 қийматлари учун энергияни ҳисобланг.
7. Чизикли гармоник осцилляторнинг тўлқин функцияси ифодасини ёзинг ва тушунтиринг.
8. Чебишев- Эрмит полиномларини ифодасини ёзинг ва бош квант сонининг 0,1,2,3,4 қийматлари учун ҳисобланг.
9. Чизикли гармоник осцилляторнинг тўлқин функциясини бош квант сонининг 0,1,3,4 қийматлари учун ҳисобланг ва координатага боғланиш графигини чизинг
10. Тўлқин функциянинг тугунларини таърифланг.
11. Чизикли гармоник осцилляторнинг тўлқин функцияси учун нормаллаш коэффициентларини ҳисобланг.
12. Чизикли гармоник осциллятор энергиясининг ҳар бир қийматига нечта тўлқин функция мос келади?

**13 - мавзу бўйича талабалар билимини текшириш учун назорат
тестлари.**

1.Гармоник осциллятор учун потенциал энергия ифодаси энергетик сатҳ номерига қандай қонуният билан боғланган.			
Боғлиқ эмас	Квадратик боғланган	Чизикли боғланган	Деярли боғлиқ эмас
2.Чизикли гармоник осцилляторнинг тўла энергиясини ўртача кинетик энергия орқали аниқланиш формуласини аниқланг?			
$E_m = 2E_k$			
$E_m = 3E_k$			
Тўла энергия ўртача кинетик энергияга тенг бўлади.			
Хар доим тўла энергия ўртача кинетик энергиядан 3 марта катта бўлади.			
3. $n = 8$ сатҳдаги чизикли гармоник осцилляторнинг ўртача потенциал энергиясининг қийматини аниқланг.			
$\bar{U}_n = \frac{17}{4} \hbar \omega_0$	$\bar{U}_n = \hbar \omega_0$	$\bar{U}_n = \frac{9}{4} \hbar \omega_0$	$\bar{U}_n = \frac{3}{2} \hbar \omega_0$
4. Чизикли гармоник осцилляторнинг ўртача кинетик энергиясининг чизикли гармоник осцилляторнинг тўла энергияси орқали қандай аниқланишини аниқланг?			
$\bar{T}_n = \frac{E_n}{2}$	$\bar{T}_n = E_n$	$\bar{T}_n = \frac{3}{2} E_n$	$\bar{T}_n = \frac{5}{2} E_n$
5. $n = 2$ сатҳда гармоник осцилляторнинг тўлқин функцияси ифодасидаги пропорционаллик коэффициенти қиймати тўғри кўрсатилган жавобни аниқланг?			
$\frac{1}{\sqrt{8x_0\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{x_0\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{4x_0\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{16x_0\sqrt{\pi}}}$
6.Чизикли гармоник осцилляторнинг ўртача кинетик энергияси чизикли гармоник осцилляторнинг тўла энергияси орқали қандай аниқланади?			
$\bar{T}_k = \frac{1}{2} \hbar \omega_0 \left(n + \frac{1}{2} \right)$		$\bar{T}_k = \frac{1}{2} \hbar \omega_0 \left(n - \frac{1}{2} \right)$	
$\bar{T}_k = \frac{1}{4} \hbar \omega_0 \left(n + \frac{1}{2} \right)$		$\bar{T}_k = \frac{1}{2} \hbar \omega_0 \left(n + \frac{1}{4} \right)$	
7.Чизикли гармоник осцилляторнинг $n = 0$ даги тўлқин функцияси ифодаси тўғри ёзилган жавобни аниқланг.			
$\psi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{x_0\sqrt{\pi}}} e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}}$		$\psi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2x_0\sqrt{\pi}}} e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}}$	
$\psi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{x_0\sqrt{\pi}}} e^{-\frac{x^2}{x_0^2}}$		$\psi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{x_0\sqrt{\sqrt{\pi}}}} e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}}$	
8. Чизикли гармоник осцилляторнинг $n = 1$ даги тўлқин функцияси ифодасини ёзинг.			
$\psi_1(x) = \frac{2x}{x_0\sqrt{2x_0\sqrt{\pi}}} e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}}$		$\psi_1(x) = \frac{2x}{\sqrt{2x_0\sqrt{\pi}}} e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}}$	
$\psi_1(x) = \frac{2x}{x_0\sqrt{2x_0\sqrt{\pi}}} e^{-\frac{x^2}{x_0^2}}$		$\psi_1(x) = \frac{2x}{x_0\sqrt{2x_0\sqrt{\sqrt{\pi}}}} e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}}$	
9. Чизикли гармоник осцилляторнинг $n = 2$ даги тўлқин функцияси ифодасини ёзинг.			

$\psi_2(x) = \frac{2\left(2\frac{x^2}{x_0^2} - 1\right)}{\sqrt{8x_0}\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}}$		$\psi_2(x) = \frac{\left(\frac{x^2}{x_0^2} - 1\right)}{\sqrt{8x_0}\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}}$	
$\psi_2(x) = \frac{2\left(\frac{x^2}{x_0^2} - 1\right)}{\sqrt{2x_0}\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}}$		$\psi_2(x) = \frac{2\left(\frac{x^2}{x_0^2} - 1\right)}{\sqrt{8x_0}\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}}$	
10. n – энергетик сатҳда жойлашган чизикли гармоник осциллятор учун $\overline{x_n^2}$ ни аниқланг.			
$\overline{x_n^2} = \frac{\hbar}{\mu\omega_0}\left(n + \frac{1}{2}\right)$	$\overline{x_n^2} = \frac{2\hbar^2}{\mu\omega_0}\left(n + \frac{1}{2}\right)$	$\overline{x_n^2} = \frac{\hbar}{\mu\omega_0}\left(n + \frac{1}{4}\right)$	$\overline{x_n^2} = \frac{3\hbar}{2\mu\omega_0}\left(n + \frac{1}{2}\right)$
11. Квант механика асосида қаралаётган осцилляторнинг “нолинчи” энергияси мавжудлиги квант осцилляторнинг қандай хусусиятини ифодалайди?			
Квант механика асосида ўрганилаётган осцилляторнинг абсолют нол температурада ҳам тинч ҳолатда бўлмаслигини, яъни абсолют нол температурада ҳам ҳаракатнинг тўхтамаслигини ифодалайди.			
Квант механика асосида квант осцилляторнинг умуман тинч ҳолатда бўлмаслигини, яъни фақат абсолют нол температурадагина ҳаракат тўхташини ифодалайди.			
Квант механика асосида квант осцилляторнинг абсолют нол температурада ҳам тинч ҳолатда бўлишини ифодалайди.			
Квант механика асосида квант осцилляторнинг ҳаракатининг ўзига ҳослигини кўрсатади.			
12. Чизикли гармоник осцилляторнинг ўртача потенциал энергияси тўла энергияси орқали ифодаланадими.?			
Ҳа, ифодаланади.		Йўқ, ифодаланмайди	
Боғланмаган		Чизикли боғлиқ	
13. Чизикли гармоник осцилляторнинг тўлқин функциясининг тугунлари сони бош квант сони билан қандай боғланган.?			
Чизикли гармоник осцилляторнинг тўлқин функциясининг тугунлари сони бош квант сони қиймати билан тенг бўлади			
Чизикли гармоник осцилляторнинг тўлқин функциясининг тугунлари сони бош квант сони қийматидан 2 марта катта бўлади			
Чизикли гармоник осцилляторнинг тўлқин функциясининг тугунлари сони бош квант сони қийматидан 2 марта кичик бўлади			
Чизикли гармоник осцилляторнинг тўлқин функциясининг тугунлари сони бош квант сони билан ўзаро боғланмаган.			
14. Чизикли гармоник осцилляторнинг тўла энергияси $E = \frac{21}{2}\hbar\omega_0$ га тенг бўлган ҳол учун, чизикли гармоник осцилляторнинг ўртача потенциал энергиясининг қийматини аниқланг.			
$\overline{U} = \frac{21}{4}\hbar\omega_0$	$\overline{U} = \frac{13}{2}\hbar\omega_0$	$\overline{U} = \hbar\omega_0$	$\overline{U} = \frac{13}{3}\hbar\omega_0$
15. Чизикли гармоник осцилляторнинг $n = 9$ даги тўла энергияси қийматини $n = 7$ даги кинетик энергия қийматидан неча марта катталигини аниқланг.			
2,53	5	2,14	15
16. Чизикли гармоник осцилляторнинг $n = 5$ даги тўла энергиясининг қиймати $n = 7$ сатҳдаги ўртача кинетик энергияси қийматидан неча марта фарқ қилишини аниқланг.			
1,47	3	5	7
17. Чизикли гармоник осцилляторнинг $n = 2$ сатҳдаги тўлқин функцияси x -нинг қандай қийматларида нолга тенг бўлади ва тўлқин функция неча тугунга эга бўлади.?			
$x_{12} = \pm \frac{x_0}{\sqrt{2}}$ нукталарда, тўлқин функция иккита тугунга эга.			

$x_{12} = \pm x_0$	нуқталарда, тўлқин функция иккита тугунга эга.
$x_{12} = \pm \frac{x_0}{\sqrt{3}}$	нуқталарда, тўлқин функция иккита тугунга эга.
$x_{12} = \pm \frac{1}{2} x_0$	нуқталарда, тўлқин функция иккита тугунга эга.
18. Чизикли гармоник осцилляторнинг $n = 1$ сатҳдаги тўлқин функцияси x -нинг қандай қийматларида нолга тенг бўлади ва тўлқин функция нечта тугунга эга бўлади.?	
$x = 0$	-нуқтада, тўлқин функция фақат битта тугунга эга
	тўлқин функция фақат битта ҳам тугунга эга эмас.
$x = -\frac{1}{2}$	-нуқтада, тўлқин функция фақат битта тугунга эга
$x = \frac{1}{2}$	-нуқтада, тўлқин функция фақат битта тугунга эга

Фойдаланилган адабиётлар.

1. М.М.Мусаханов, А.С.Рахматов , Квант механикаси – Т.,2011 й.
2. Д.И.Блохинцев , Основы квантовой механики – М.1983.
3. Г.Х. Хошимов, Р.Я.Расулов, Н.Х.Хошимов, Квант механика асослари – Т., 1995 й.
4. В.М.Шехтер, А.А.Ансельм , Атом и квантовая механика –М., 1984 г.

Глоссарий.

- 1. Абсолют қора жисм-** $0 < \omega < \infty$ частота интервалида тушувчи нурланишни тўлиқ ютувчи жисм.
- 2.Альфа нурланиш-** Ядро алмашилишларида чиқариладиган альфа заррачалардан ташкил топган корпускуляр нурланиш.
- 3. Атом** –химиявий элементларнинг хоссаларини сақловчи энг кичик қисм, микроскопик ўлчамли модда қисми (микрозаррача)
- 4. Атом ва молекулалар дифракцияси-** атом ва молекулалар дастасининг газ заррачалари ёки қаттиқ жисм сиртида сочилиш жадаллигининг йўналишга нотекис боғланиши.
- 5. Атом ёки молекулани уйғотиш-** Атом ёки молекуланинг фотонларни ютганида (фото уйғотиш) ёки электронлар ва бошқа элементар зарралар билан тўқнашиш натижасида пастки энергия сатҳидан юқориги энергия сатҳига квант ўтиши.
- 6. Атом орбиталлари** - атомлардаги ҳар бир электроннинг учта (бош, орбитал, магнит) квант сонларига боғлиқ тўлқин функциялари.
- 7. Атом радиуси-** Кристаллар ва молекулаларда атомлараро масофани тақрибан белгиловчи ўлчов.
- 8. Атом спектри-** Эркин атомнинг энергия сатҳлари орасида квант ўтишларда вужудга келувчи ютилиш ёки чиқариш спектри.
- 9. Атом тўқнашувлари-** атомлар, молекулалар ёки электронларнинг атом ядролари тузилишини ўзгаришга олиб келмайдиган ўзаро тўқнашувлари.
- 10. Атомнинг нурланиши** - атомнинг уйғотилган ҳолатдан кичикроқ энергияли ҳолга ўтиши.
- 11. Атомнинг орбитал магнит моменти-** атомнинг магнит моментининг атомдаги электронларнинг атом ичидаги ҳаракатига боғлиқ қисми.
- 12. Бальмер серияси** –водород (водородсимон) атомларда кузатиладиган спектрал серия.
- 13. Бирликларнинг Планк системаси-** асосий бирликлар сифатида ёруғликнинг вакуумдаги тезлиги, гравитацион доимий, Больцман доимийси, Планк доимийси асос қилиб олинган бирликлар системаси.
- 14. Бозонлар** – симметрик тўлқин функциялар билан ифодаланувчи ва спинлари Планк доимийсига бутун каррали бўлган зарралар.

- 15. Бор постулатлари-** Нильс Бор томонидан 1913 йилда атомнинг квант назариясида киритилган, атомнинг турғун ҳолатлари ва нурланишли квант ўтишлари мавжудлиги тўғрисидаги қоидалар.
- 16. Бор радиуси** - нормал водород атомида ядродан электронни энг катта эҳтимоллик билан аниқлаш мумкин бўлган нуқтагача бўлган масофа.
($a_0 = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$)
- 17. Бош квант сон-** Атомларда электронларнинг энергиясини белгиловчи квант сон.
- 18. Бреккет серияси-** Водород (водородсимон) атомларда спектрнинг инфрақизил соҳасида жойлашган спектрал серия.
- 19. Валент электронлар** - Атомнинг ташқи электрон қобиғида жойлашган электронлар.
- 20. Вақт бирлигида ўтиш эҳтимоллиги-** квант системаларда системанинг бир энергетик ҳолатдан бошқасига, вақт бирлигида ўтиш тезлигини ифодаловчи катталиқ.
- 21. Виннинг нурланиш қонуни-** Абсолют қора жисмнинг мувозанатли нурланиш спектрида энг катта энергияга мос келувчи тўлқин узунликини аниқловчи қонун.
- 22. Гамильтониан** – квант системасининг тўла энергия оператори.
- 23. Гамильтон функцияси-** Механик системанинг умумлашган координаталар ва умумлашган импульслари орқали ифодаланадиган функция.
- 24. Гамма квант-** одатда катта энергияга (10^5 эВ.дан катта) эга бўлган электромагнит майдон кванти.
- 25. Гармоник осциллятор** - гармоник қонуният асосида тебранувчи осциллятор.
- 26. Гармоник тебранишлар** - Ҳолат ўзгаришлар синус ёки косинус қонуни бўйича юз берувчи тебранишлар.
- 27. Гейзенберг тавсифи (тасаввури)** – физикавий система ҳолат векторининг вақт давомида ўзгариши ўрнига физикавий катталикларга мос операторлар эволюциясини қарашга асосланган квантмеханик ходисаларни тавсифлашнинг асосий усулларида бири.

- 28. Гейзенбергнинг ноаниқлик муносабати** - микроразрларнинг координатаси ва унга мос импульс проекциясини бир вақтда аниқлаш мумкин эмаслигини ифодаловчи ноаниқлик муносабати.
- 29. Глюон (инглизча-елим)** - спини бирга ва тинч ҳолатдаги массаси нолга тенг бўлган, кварклар орасидаги кучлик ўзаро таъсирни ташувчи электронейтрал заррача.
- 30. Гравитино-** тинч ҳолатдаги массаси нолга тенг, спини $3/2$ га тенг бўлган майдон кванти. (электронейтрал зарра деб фараз қилинади)
- 31. Грамм-атом-** кимёвий элементнинг атом массасига тенг бўлган, граммлардаги сони.
- 32. “Гўзаллик” квант сони**— Адронларни тавсифловчи аддитив квант сон.
- 33. Де –Бройл ғояси** – эркин ҳаракатлануви заррачанинг ҳаракати билан ясси тўлқиннинг ҳаракатини ўзаро мос келади деб қаровчи ғоя.
- 34. Де-Бройл тўлқини** - ҳаракатланаётган ҳар қандай заррача билан боғлиқ бўлган ва унинг квант табиатини ифодаловчи эҳтимолий ҳарактердаги тўлқин.
- 35. Дисперция** – сочилиш, таркибий қисмларга ажралиш.
- 36. Дьюлонг ва Пти қонуни-** қаттиқ жисмларнинг ўзгармас ҳажм ва хона температура (300 К)ларида иссиқлик сиғимини доимий ва 6 кал/моль К га тенг деб ҳисобловчи эмпирик қоида (қонун).
- 37. Жуфтлик-** микроразрчанинг фазовий инверсияга нисбатан тўлқин функциясининг симметрия ҳоссаларни акс эттирувчи квант тавсифи.
- 38. Зарра** – моддаларнинг элементар бўлаги.
- 39. Зарралар оқими-** берилган (муайян) сиртдан вақт бирлигида оқиб (ҳаракатланиб) ўтувчи зарралар сони.
- 40. Зарралар оқими зичлиги-** сферанинг кўндаланг қисми бирлигига тўғри келувчи ва вақт бирлигида сферанинг ҳажмига кирувчи зарралар сони.
- 41. Изотроп муҳит-** барча танланган йўналишларда физикавий ҳоссалари бир хил бўлган модда.
- 42. Инвариантлик-** физикавий шароитлар ўзгарганда физикавий катталикининг ўзгармаслиги.
- 43. Ионланиш-** электронейтрал атомлар ва молекулалардан ионлар ва эркин электронларнинг ҳосил бўлиши.

- 44. Ионланиш энергияси-** асосий энергетик ҳолатда турган атомнинг битта ташқи электронини узиб олиш учун сарфланадиган ишга тенг бўлган энергия миқдори.
- 45. Ички фотоэффект-** нурланаётган модданинг электрўтказувчанлиги ўзгарадиган ёки э.ю.к. ҳосил бўладиган фотоэффект.
- 46. Квализарра-** ўзини баъзи жиҳатлардан айнан квант зарра каби тутувчи кўп зарралар системасининг элементар уйғониши.
- 47. Квант газ-** зарраларнинг Де-Бройл тўлқин узунлиги уларнинг ўзаро таъсир радиусидан анча катта бўлган сийракланган газ.
- 48. Квант механика** – микродунё ходисаларини ўрганувчи, микрозарралар ва уларнинг системалари ҳаракатининг физикавий назарияси
- 49. Квант осциллятор-** энергетик спектри дискрет бўлган осциллятор.
- 50. Квант сон-** квант системанинг физикавий катталикларининг мумкин бўлган дискрет қийматларини белгиловчи бутун ёки ярим бутун сон.
- 51. Квант система-** квант механика қонунларига бўйсинувчи бир нечта ёки кўп сонли зарралар системаси.
- 52. Квант хромодинамика-** кварк ва глюонлар кучлик ўзаро таъсирининг “ранг” калибрлаш симметриясига асосланиб тузилган майдон квант назарияси.
- 53. Квант электродинамика-** майдон квант назариясининг электромагнит майдон ва зарядланган заррачаларнинг ўзаро таъсири ўрганиладиган бўлими.
- 54. Квант ўтиш-** квант система (атом ёки молекула)нинг бир ҳолатдан бошқасига сакрашсимон ўтиши.
- 55. Квант ҳолат-** ўзаро таъсирлашувчи зарралар системасининг мумкин бўлган дискрет турғун ҳолатларидан бири.
- 56. Квантлаш-** физикавий катталиклар қийматларининг квант механика қонунларига мос тарзда танланиши.
- 57. Кварклар-** Ҳозирги тасаввурларга асосан барча адронларнинг таркибий қисмларини ташкил этувчи фундаментал зарралар.
- 58. Кварконий-** антикварк жуфтидан ташкил топган атомсимон система.
- 59. Кирхгофнинг нурланиш қонуни-** муайян температурали жисмнинг электромагнит нурланиш чиқариши ва ютиши орасидаги боғланишни ўрнатувчи иссиқлик нурланиши асосий қонунларидан бири.

- 60. Когерент нурланиш**- тебранишлари вақтга боғлиқ бўлмаган доимий фаза фарқига эга бўлган электромагнит тебраниш.
- 61. Комптон нурланиши** - фотонларнинг Комптон сочилишида ҳосил бўладиган электронлардан иборат нурланиш.
- 62. Комптон эффекти**- Юқори частотали электромагнит нурланишнинг эркин ёки заиф боғланган электронларда сочилишида сочилган нурланишнинг тўлқин узунлиги тушувчи тўлқин узунлигидан катта бўладиган эластик сочилиш.
- 63. Комптон тўлқин узунлиги**- релятивистик квант жараёнлар учун ҳос бўлган узунлик ўлчамлигидаги катталик.
- 64. . Коммутатив (антикоммутатив) оператор** операторлар кўпайтмасининг операторларнинг ўрнини алмаштиришда натижаси ўзгармайдиган (ўзгарадиган) операторлар.
- 65. Корпускуляр нурланиш**- атом ядролари ва космик jismlar чиқазадиган, массаси нолдан фарқли бўлган зарядланган заррачалардан ташкил топган ионловчи нурланиш.
- 66. Кўп зарралар квант назарияси**- иккитадан ортиқ бўлган зарралардан ташкил топган квантомеханик системаларни тавсифлашга мўлжалланган квант назарияси бўлими.
- 67. Лептонлар**- кучлик ўзаро таъсирда иштирок этмайдиган элементар зарраларнинг умумий номи.
- 68. Майдон квант назарияси**- чексиз кўп сонли эркинлик даражаларига эга бўлган микрозаррачаларни, уларнинг ўзаро таъсири, бир-бирига айланишини тавсифлашга назарий асос бўлувчи релятивистик физикавий системаларнинг квант назарияси.
- 69. Майдон кванти**- фундаментал ўзаро таъсирларни бирини ташувчи зарра (масалан, фотон).
- 70. Микрозаррача** - ўрганиш мақсадига қараб структурасиз микрообъект сифатида қаралувчи, тинчлик массаси атом массалари билан таққосланувчи ёки улардан кичик бўлган заррача. (Микрозаррачаларга элементар зарралар, атомлар, молекулалар ва атом ядролари киради.)
- 71. Микрозаррачаларнинг сочилиши**- заррачаларнинг тўқнашуви натижасида, зарралар импульсининг, ички ҳолатининг ўзгариши ва бошқа зарраларнинг ҳосил бўлиш ҳодисаси.

- 72. Микроолам-** ўлчами $10^{-18} \text{ м} < R < 10^{-7} \text{ м}$ бўлган оламнинг соҳаси.
- 73. Макроолам** -ўлчами $10^{-7} \text{ м} < R < 10^{24} \text{ м}$ бўлган оламнинг соҳаси.
- 74. Мегаолам-** ўлчами $10^{24} \text{ м} < R < \infty$ бўлган оламнинг соҳаси
- 75. Мослик принципи-** квант сонларнинг катта қийматларида квант механиканинг физикавий хулосаларининг классик назария натижалари билан мос тушиш талаби.
- 76. Мувозанатли нурланиш** –жисмлар орасидаги фазода энергия зичлиги фақат температурага боғлиқ бўлган ўзгармас қийматни қабул қиладиган нурланиш ёки термодинамик мувозанат ҳолатида бўлган физикавий системадан чиқариладиган иссиқлик нурланиши.
- 77. Нолинчи энергия-** квант механик системанинг асосий ҳолат энергияси билан системанинг потенциал энергияси минимумига мос келувчи энергия орасидаги айирма.
- 78. Нурланиш-** энергиянинг тўлқин ёки заррачалар кўринишида тарқалиши.
- 79. Нурланишнинг спектрал зичлиги-** спектрал интервал бирлиги, бирлик частота интервалига тўғри келадиган нурланиш энергияси зичлиги.
- 80. Оператор** –конкрет ўринишдан қатъий назар маълум функциялар синфига таъсир этиб бошқа функцияларни ҳосил қилувчи математик амал.
- 81. Паули тенгламаси-** норелятивистик квант механиканинг ташқи электромагнит майдонда $\frac{1}{2}$ спинли зарядланган зарраларнинг ҳаракатини тавсифловчи тенглама.
- 82. Паули принципи** – фермионлар тизимида битта квант ҳолатда биттадан ортиқ зарра бўлиши мумкин эмас деб таъкидловчи тамойил.
- 83. Планк формуласи** – абсолют қора жисм нурланишининг кенг частоталар интервалида тажриба натижаларига мос келувчи, квант тасаввурлари асосида олинган формула.
- 84. Планк доимийси** $\hbar$ -элементар таъсир квантини ифодаловчи фундаментал, физикавий доимий ($\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ ж} \cdot \text{с}$)
- 85. Релей –Джинс қонуни** – Нурланишнинг спектрал зичлигини частотанинг квадратига тўғри пропорционал боғланишини ифодалайдиган абсолют қора жисмнинг, паст частоталар интервалида ўринли бўлган классик қонуни.

- 86. Ридберг доимийси** – атомларнинг нурланиш частоталари, энергия сатҳлари ифодаларига кирувчи фундаментал физикавий доимий. ($R = 1,09 \cdot 10^{-7} \text{ м}^{-1}$)
- 87. Субмикролам** – ўлчами $0 < R < 10^{-18} \text{ м}$ бўлган оламнинг соҳаси.
- 88. Спектрал чизик** – квант системасининг чиқариш ва ютиш спектрида муайян квант ўтишга мос чизик.
- 89. Спектрал чизикларнинг ажралиши** – энергетик сатҳларнинг ажралиши натижасида спектрал чизиклар ташкил этувчилари сонининг ортиши.
- 90. Спин** – квант табиатига эга бўлган элементар заррачаларнинг хусусий импульс моменти спин дейилади.
- 91. Спин квант сони** – элементар заррачаларнинг хусусий импульс моментини белгиловчи квант сон.
- 92. Спин-орбитал ўзаро таъсир** – квант система таркибига кирувчи зарраларнинг орбитал ва спин моментлари катталигига ва ўзаро вазиятига боғлиқ ўзаро таъсир.
- 93. Спин-орбитал ажралиш** – спин-орбитал ўзаро таъсир натижасида атомнинг энергетик сатҳлари ва спектрал чизикларининг ажралиши.
- 94. Стефан-Больцман қонуни** – абсолют қора жисм нурланиши энергияси зичлигининг абсолют температуранинг тўртинчи даражасига пропорционаллигини ифодаловчи формула.
- 95. Стационар ҳолат** – вақтга боғлиқ бўлмаган Гамильтон операторининг хусусий функцияси билан ифодаланувчи ҳолат.
- 96. Танлаш қоидалари** – квант системанинг бир ҳолатдан бошқасига ўтишида квант сонларнинг ўзгаришига қўйиладиган шартлар.
- 97. Тепки эдэктрони** – Комптон эффектида фотон билан тўқнашиш натижасида тезлик (кинетик энергия) олувчи электрон.
- 98. Туннел эффекти** – зарраларнинг потенциал тўсиқ ичидан ўтиш ходисаси.
- 99. Тўлқин функция** – маълум бир тасаввурда аниқланган микрозарра ёки уларнинг системасининг ҳолат функцияси. Квант системани тавсифловчи параметрларга боғлиқ бўлган ва системанинг турли ҳолатларда бўла олиш эҳтимоллигини белгилаб берувчи физик катталик.
- 100. Тўлқин группаси** – бир – биридан тўлқин узунлиги ва тарқалиш йўналиши билан фарқ қилувчи тўлқинлар суперпозицияси.

- 101. Тўлқин сони-** тўлқин вектори модули, тўлқиннинг тарқалиш йўналишидаги фазовий тўлқин даврини белгилайди.
- 102. Тўлқин тенглама-** ечимлари фазода турли табиатли тўлқинларнинг тарқалишини тавсифловчи хусусий ҳосилали дифференциал тенглама.
- 103. Уйғонган атом-** атомнинг асосий ҳолатига нисбатан каттароқ энергияга эга бўлган ҳолати.
- 104. Уйғонган ҳолат** –квант системасининг асосий ҳолатдан фарқ қилувчи ҳар қандай ҳолатига айтилади.
- 105. “Ультрабинафшавий ҳалокат”** –Классик тасаввурлар асосида олинган ва иссиқлик нурланиши энергияси зичлигининг чекли ҳажм ичида чексизга интилишини ифодаловчи, тажриба натижаларига зид бўлган ҳулоса.
- 106. Ферми** – узунликнинг 10^{-15} м. Га тенг бўлган бирликлар системасига киритилмаган бирлик
- 107. Фермионлар** –антисимметрик тўлқин функциялар билан ифодаланадиган, спинлари Планк доимийсига ярим қаррали зарралар.
- 108. Физикавий майдон-** физикавий катталикларнинг фазода узлуксиз тақсимланиши билан тавсифланувчи, чексиз эркинлик даражалари сонига эга бўлган материянинг алоҳида шакли.
- 109. Фотон-** электромагнит майдон кванти, тинч ҳолатдаги массаси нолга ва спини бирга тенг нейтрал элементар заррача.
- 110. Фотозэффект (ташқи фотозэффект)** –ёруғлик тўлқинлари таъсирида моддалардан электронларнинг ажралиб чиқиш ҳодисасига айтилади.
- 111. Фотозэлектронлар** –фотонларнинг модда билан фотозэлектрик ўзаро таъсирида ҳосил бўладиган электронлар нурланиши.
- 112. Фотозэффектнинг узун тўлқин чегараси (қизил чегараси)** - муайян модда учун ташқи фотозэффект мавжуд бўлаоладиган ёруғликнинг минимал частотаси (максимал тўлқин узунлиги)
- 113. Франк-Герц тажрибаси-** атомнинг ички энергиясининг узлуксиз ўзгармасдан, балки квантланган қийматлар олишини исботлаган тажриба.
- 114. Фундаментал ўзаро таъсирлар-** барча табиий жараёнларнинг асосида ётувчи гравитацион, электромагнит, заиф ва кучлик ўзаро таъсирлар.
- 115. Чиқиш иши** –электронни қаттиқ жисм ёки суюқлик атомларидан вакуумга чиқариш учун сарфланадиган энергия.

116. Шредингер тенгламаси- норелятивистик квант механиканинг асосий тенгламаси. Ечимлари квант системанинг ҳолатини вақт давомида ўзгаришини ифодаловчи тўлқин функцияларидан иборат.

117. Штарк эффекти- электромагнит нурланиш чиқараётган (ютаётган) моддага электр майдони таъсир этганда модданинг спектрал чизиқларининг ажралиши.

118. Штерн-Герлах тажрибаси- атомнинг ҳусусий магнит моментининг магнит майдон йўналишига проекциясининг дискрет қийматлар қабул қилишини тасдиқловчи тажриба.

119. Эйнштейн тенгламаси (формуласи) - фотоэффектда ҳар бир ютилган фотон учун ёзилган энергиянинг сақланиш қонунининг формуласи.

120. Электрон қобик –муайян бош квант сони қийматига эга бўлган ва ядродан бир ҳил масофада жойлашган атом электронлари тўплами (мажмуи)

121. Эрмит оператори –чизиқли ва ўз -ўзига қўшма оператор.

122. Электрон конфигурация –атомдаги электронларнинг электрон қобиклар бўйича тақсимооти.

1-илова. Фундаментал доимийлар.

Табиатда физикавий ҳодисаларни тадқиқ этишда фундаментал доимийлар асосий рол ўйнайди, бу доимийларга вакуумда ёруғликнинг тезлиги c , гравитацион доимий G , Планк доимийси h , ва бошқалар ҳамда уларнинг ўлчамсиз комбинациялари киради.

“Фундаментал” тушунчаси ҳеч бир чекловларсиз қабул қилинган ҳамда эксперимент билан қарама қаршиликга учрамагунча тўла амал қиладиган катталикларга нисбатан қўлланилади.

Бу доимийлар физиканинг асосий тенгламаларида катнашади, универсал, микроскопик табиатга эга, заррачалар ва физикавий майдонларнинг асосий хоссаларини ифодалайди.

Физикавий назарияларнинг миқдорий башоратлари ва назарияларнинг тўғрилиги фундаментал доимийларнинг аниқлик даражасига боғлиқ бўлганлигидан, фундаментал доимийларни юқори аниқликдаги қийматларини аниқлаш талаб этилади.

Физикавий фундаментал доимийлар физиканинг ҳамма бўлимларида, уларни ягона занжир сифатида боғлаган ҳолда, иштирок этади. 20-аср бошларида механик ва иссиқлик ҳодисалари (молекуляр физика ва термодинамика), электромагнетизм назариясини қамраб олувчи классик физикада қуйидаги фундаментал доимийлар маълум эди.

1. Нурланиш частотасига боғлиқ бўлмаган, ёруғликнинг вакуумдаги тезлиги $c = 3,00 \cdot 10^8$ м/с. Бу доимий электромагнит майдоннинг асосий тенгламаси ҳисобланган, Максвелл тенгламаларида таркибига киради. c - доимий вакуумда инвариант катталик ҳисобланади, яъни қандай инерциал санок системасига нисбатан аниқланаётганлигига боғлиқ эмас.

Инерциал санок системаси деб шундай системани тушинамизки унга нисбатан фазо биржинсли ва изотроп, вақт эса биржинсли бўлади. c - доимийнинг инвариантлиги тўғрисидаги тушунча махсус нисбийлик назарияси (МНН) да асосий тушунчалардан ҳисобланади.

2. Авогадро доимийси $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹, ёки бир моль газдаги молекулалар сони, бу сон макро ва микро физикани ўзаро боғловчи кўприк ҳисобланади. Авогадро доимийсининг миқдорининг катталиги атом ва молекулалар ўлчамининг ҳақиқатда жуда кичик эканлигини кўрсатади, лекин атом ва молекулалар ўлчамларининг жуда кичиклиги моддаларнинг кичик ўлчамли заррачалардан тузилганлигини эътиборга олмаслик мумкин деб ҳисоблаш имконини бермайди.

Универсал моляр газ доимийси $-R = N_A k$ дан фойдаланиб муҳим фундаментал доимий Больцман доимийсини киритамиз, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К, бу доимий атом ва молекулаларнинг ҳаотик ҳаракат энергияси $E \approx kT$ билан термодинамик температурани ўзаро боғлайди.

3. Элементар электр заряди катталиги $-e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, бу иккита маълум элементар зарра – электрон ва протоннинг заряди миқдорига тенг, бу заррачаларнинг зарядлари миқдори классик физикада фундаментал катталиклар ҳисобланади ва фақатгина зарядларининг ишораси билан фарқ қилади, электроннинг заряди манфий, протоннинг заряди эса мусбат. Элементар заряд e электролиз ходисасидаги тажрибаларда Фарадей доимийси $F = N_A e$ аниқлаш орқали аниқ ҳисобланади.

Электрон ва протон энг стабил зарралар ҳисобланади, уларнинг массалари ҳам фундаментал катталик ҳисобланади. $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг. $m_p = 1,67 \cdot 10^{-28}$ кг., бу зарраларнинг массаларини электрон ва протон оқимлари (дасталари)ни электр ва магнит майдонларида оғишларини ўрганиш тажрибаларида ўлчаш мумкин.

4. Гравитацион доимий $-G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н м²/ кг² –гравитацион кучларнинг катталигини характерлайди, сон қиймати бир-биридан 1 м. масофада жойлашган, 1 кг. массали иккита нуктавий жисмлар орасида таъсир қилувчи тортишиш кучининг сон қийматига тенг.

5. Янги фундаментал физикавий қонунларнинг очилишига имконият яратган, фундаментал доимий – Планк доимийси $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Жс деб аталади. h импульс моменти ўлчамлигига эга ва таъсир кванти деб

аталади. Планк доимийси қайси ҳолатларда квант қонунларидан фойдаланиш зарур, қайси ҳолатларда эса классик физика қонунлари билан чекланиш мумкин эканлигини кўрсатувчи критерия ҳисобланади. Бу хулоса, агар физикавий ҳодисаларни ўрганишда таъсир ўлчамлилигидаги ўзгарувчиларнинг катталиклари h нинг катталигига, яъни $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Жс ($\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Жс) га таққосланарли бўлса ушбу ҳодисани квант физикаси доирасида ўрганиш мумкин, физикавий ҳодисаларни ўрганишда таъсир ўлчамлилигидаги ўзгарувчиларнинг катталиклари h нинг катталигидан, яъни $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Жс ($\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Жс) дан етарли даражада катта бўлса, бу ҳодисани классик физика доирасида ўрганиш мумкин деган тасдиқни ифодалайди.

Амалиётда биринчи ҳолат микроскопик ҳодисалар, яъни атомлар ва молекулалар физикасини ўрганиш жараёнида ўз тасдиғини топади, иккинчи ҳолат эса макроскопик системаларнинг бир бутун ҳолдаги ҳаракатини ўрганишда тадбиқ этилади.

Планк доимийсининг киритилиши классик физика методлари билан ҳал этиб бўлмайдиган қатор физикавий муаммоларни ўрганиш билан боғланган. Булар жумласига абсолют қора жисмнинг нурланиш қонунлари, фотоэффект ҳодисаси, Комптон эффекти ва атомларнинг ўлчамлари ҳамда уларнинг стабиллиги муаммоларини киритиш мумкин.

19-асрнинг охирларида жисмларнинг нурланиши жуда изчиллик билан ўрганилган, тадқиқотлар натижасида мувозанатли нурланиш энергиясининг спектрал зичлиги $\rho_\omega(T)$ нинг частота ω ёки тўлқин узунлиги λ га боғланиши ҳар қил температураларда 1- расмда кўрсатилган эгри чизиқ орқали ифодаланиши кўрсатилган.

Нурланиш қонунлари Планк томонидан ўрганилган ва нурланаётган осциллятор $E = \hbar\omega$ га миқдордаги порциялар кўринишида энергия чиқаради (ютади) деб ҳисобланади.

Худди шу ғоя асосида фотоэффект ҳодисаси ва атомларнинг ўлчамлари ҳамда стабиллиги масаласи тушунтирилади.

Атом физикасидаги муҳим параметрлардан бири электрон массасининг протон массасига нисбати, $\frac{m_e}{m_h}$ ёки аниқроғи $\left(\frac{m_e}{M}\right)^{\frac{1}{2}}$ (бу ерда M -ядро массаси) ҳисобланади. $\left(\frac{m_e}{M}\right)^{\frac{1}{2}}$ -катталиқ атом-молекуляр оламдаги энергетик поғоналар орасидаги энергетик фарқни аниқлаб беради.

Одатда физикавий бирликлар сифатида, ҳар хил санок системасидаги ўлчамлари билан фарқ қилувчи, узунлик, вақт ва масса қабул қилинади. Улар орқали бошқа физик катталикларнинг ўлчамлиликлари аниқланади.

Учта фундаментал физикавий доимийлар $\hbar, e, m_e$ лар орқали ҳамма асосий физик катталикларнинг ўлчамликларини ҳосил қилиш мумкин. Узунлик бирлиги сифатида Бор радиуси, ёки водород атоми радиусини қабул қилсак, r_B ни $\hbar, e, m_e$ лар орқали қуйидагича аниқлаймиз.

$$r_B = \frac{\hbar^2}{m_e e^2}$$

Энергия бирлиги сифатида- Бор энергияси, ёки водород атомида асосий, уйғонмаган ҳолатдаги ($n=1$) электроннинг энергияси E_B эса $\hbar, e, m_e$ лар орқали қуйидагича аниқланади.

$$E_B = \frac{e^2}{r_B} = \frac{m_e e^4}{\hbar^2}$$

Вақт бирлиги сифатида- t_B эса $\hbar, e, m_e$ лар орқали қуйидагича аниқланади.

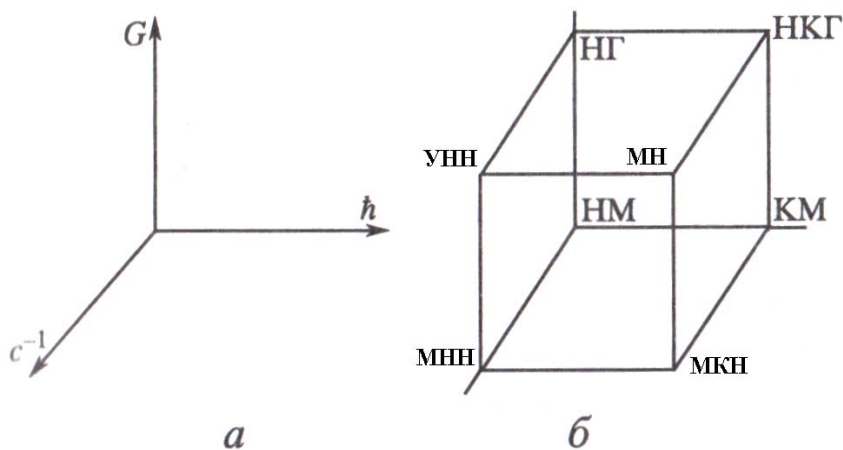
$$t_B = \frac{\hbar}{E_B} = \frac{\hbar^3}{e^4 m_e}$$

Тезлик бирлиги сифатида- v_B эса $\hbar, e, m_e$ лар орқали қуйидагича аниқланади.

$$v_B = \frac{r_B}{t_B} = \frac{e^2}{\hbar}$$

Асосий физикавий фанларни аниқ тасаввур қилиш учун табиий бирликлар сифатида фундаментал доимийлардан фойдаланилади.

Ортогонал координат ўқларда c^{-1} , $\hbar$, G нинг қийматларини жойлаштирамиз ва уларнинг ёрдамида физикавий назариялар кубини тасвирлаймиз.



1.2-расм.

1-расм

Координата боши гравитацияни хисобга олмаган ҳолдаги Ньютон механикаси (НМ) га мос келади. Ордината ўқида норелятивистик ньютон гравитация (НГ) назарияси жойлашади. Горизонтал текисликдаги ўқлар бўйлаб квант механика (КМ) ва махсус нисбийлик назарияси (МНН) жойлашади. Худди шу текисликда, 20- асрдаги физиканинг асосий эришган натижаларидан ҳосил бўлган майдоннинг квант назарияси (МКН) ни жойлаштирамиз. Норелятивистик Ньютон гравитацияси (НГ) ва махсус нисбийлик назариясининг бирикишидан умумий нисбийлик назарияси (УНН), квант механика (КМ) ва Ньютон гравитация (НГ) нинг синтези норелятивистик квант гравитация (НКГ) ни ҳосил қилади. Бу назариянинг объектлари, агар улар ҳақиқатдан ҳам мавжуд бўлса, $\approx 10^{17} \div 10^{18}$ Гэв энергия диапазонида жойлашади. Юқоридаги ҳамма фанларнинг бирлашиши мавжудлик назария (МН) ни ҳосил қилади, бу энг умумлашган физикавий назария бўлиб, келажакда яратилади.

Бу назария янада кенг энергетик соҳани қамраб олади ва $\approx 10^{19}$ Гэв энергия интервалида жойлашади ҳамда таркибида учта фундаментал доимий - $G, \hbar, c$ бўлади.

2-илова. Эгри чизикли координаталар.

Эгри чизикли координаталар системасида векторнинг проекцияларини қараб чиқамиз. Фараз қилайлик қандайдир эгри чизикли координаталар системаси берилган.

$$x = x(q_1, q_2, q_3), \quad y = y(q_1, q_2, q_3), \quad z = z(q_1, q_2, q_3)$$

Вектор кўринишида: $\vec{r} = (q_1, q_2, q_3)\vec{i} + y(q_1, q_2, q_3)\vec{j} + z(q_1, q_2, q_3)\vec{k}$

Шу асосда Ламе параметр (коэффициент) лар қуйидагича ифодаланган.

$$H_1 = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial q_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial q_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial q_1}\right)^2}$$

$$H_2 = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial q_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial q_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial q_2}\right)^2}$$

$$H_3 = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial q_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial q_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial q_3}\right)^2}$$

Хусусий ҳолда цилиндрик координаталар системасини қараймиз.

Бу системада: $x = \rho \cos \varphi$, $y = \rho \sin \varphi$, $z = z$

$$H_1 = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \rho}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \rho}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \rho}\right)^2} = \sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} = 1$$

$$H_2 = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \varphi}\right)^2} = \sqrt{\rho^2 \sin^2 \varphi + \rho^2 \cos^2 \varphi} = \rho$$

$$H_3 = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial z}\right)^2} = \sqrt{1} = 1$$

Сферик координаталар системасида Ламе коэффициентларини ҳисоблаймиз:

$$x = r \sin \theta \cos \varphi, \quad y = r \sin \theta \sin \varphi, \quad z = r \cos \theta.$$

$$H_1 = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2} = \sqrt{\sin^2 \theta \cos^2 \varphi + \sin^2 \theta \sin^2 \varphi + \cos^2 \theta} = 1$$

$$H_2 = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2} = \sqrt{r^2 \cos^2 \theta \cos^2 \varphi + r^2 \cos^2 \theta \sin^2 \varphi + r^2 \sin^2 \theta} = r$$

$$H_3 = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \varphi}\right)^2} = \sqrt{r^2 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi + r^2 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi} = r \sin \theta$$

Босишга рухсат берилди: 18.02.2017 йил.
Офсет қоғози гарнитураси “Times New Roman”
Қоғоз бичими 60 x 84. 1/16. Босма тобоғи 8,0.
Буюртма № Адади: 30 дона.

ГулДУ босмахонасида чоп этилди.
Гулистон ш. 4- мавзе. ГулДУ бош биноси