

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ю. П. Апаков, Об одном трёхмерном аналоге задачи Трикоми с параллельными плоскостями вырождения, *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2018, выпуск 1(21), 6–20

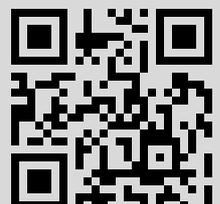
DOI: <https://doi.org/10.18454/2079-6641-2018-21-1-6-20>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 213.230.99.228

27 июля 2018 г., 08:08:18



DOI: 10.18454/2079-6641-2018-21-1-6-20

МАТЕМАТИКА

УДК 517.956.6

ОБ ОДНОМ ТРЁХМЕРНОМ АНАЛОГЕ ЗАДАЧИ ТРИКОМИ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ПЛОСКОСТЯМИ ВЫРОЖДЕНИЯ

Ю. П. Апаков

Наманганский инженерно-строительный институт, 160103. Узбекистан, г. Наманган,
ул. И.Каримова, 12

E-mail: apakov.1956@mail.ru

Для параболо- гиперболического уравнения исследуются трехмерный аналог задачи Трикоми с нехарактеристическими параллельными плоскостями изменения типов уравнения. Единственность решения задачи доказана методом априорных оценок, а существование решения задачи сведено к существованию решения системы интегральных уравнений Вольтерра второго рода.

Ключевые слова: параболо- гиперболическое уравнение, нехарактеристическая плоскость, задача Трикоми, преобразование Фурье, принцип максимума, априорная оценка, единственность, существование, система интегральных уравнений

© Апаков Ю. П., 2018

Введение

Задача Трикоми и другие задачи на сопряжения для уравнений параболо - гиперболического типа имеют многочисленные приложения. Первые результаты в этом направлении содержатся в работе М.И. Гельфанда [1], где рассмотрена задача о движении газа в канале, окруженном пористой средой. При этом в канале движение газа описывается волновым уравнением, а вне его – уравнением диффузии. В работах [2]-[4] приведены некоторые другие приложения таких задач. Задача Трикоми для эллиптико-гиперболического уравнения в трехмерном пространстве с помощью метода интегрального преобразования Фурье впервые исследована А.В.Бицадзе [5]. Затем появились ряд работ (см.[6]-[12]), где рассматривались краевые задачи для уравнений эллиптико- гиперболического типа в бесконечной цилиндрической области. Краевые задачи для смешанных уравнений параболо- гиперболического типа в трехмерном пространстве, используя интегральные преобразования рассматривались в работах [13]-[19]. В этой работе исследуется трехмерный аналог задачи Трикоми для параболо-гиперболического уравнения с параллельными плоскостями изменения типов.

Постановка задачи.

Пусть Ω – бесконечная цилиндрическая область трёхмерного евклидово пространства переменных x, y, z , ограниченная поверхностью $S = \bigcup_{n=1}^6 S_n$, где при $-\infty < z < +\infty$,

$$\begin{aligned} (S_1) \quad y = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (S_2) \quad y - \frac{2}{m_2+2}(x-1)^{\frac{m_2+2}{2}} = 0, \\ (S_3) \quad y + \frac{2}{m_2+2}(x-1)^{\frac{m_2+2}{2}} = 1, \quad (S_4) \quad y = 1, \quad 0 \leq x \leq 1, \\ (S_5) \quad y + \frac{2}{m_1+2}(-x)^{\frac{m_1+2}{2}} = 1, \quad (S_6) \quad y - \frac{2}{m_1+2}(-x)^{\frac{m_1+2}{2}} = 0, \end{aligned}$$

а

$$\begin{aligned} \Omega_1 = \Omega \cap (x < 0, \quad 0 < y < 1), \quad \Omega_0 = \Omega \cap (0 < x < 1, \quad 0 < y < 1), \\ \Omega_2 = \Omega \cap (x > 1, \quad 0 < y < 1), \quad D_i = \Omega_i \cap (z = 0), \quad i = 0, 1, 2, \\ \sigma_i = S_i \cap (z = 0), \quad i = \overline{1, 6}, \quad \bar{I}_1 = \overline{\Omega_1} \cap \overline{\Omega_0}, \quad \bar{I}_2 = \overline{\Omega_0} \cap \overline{\Omega_2}, \\ J_k = I_k \cap (z = 0), \quad k = 1, 2. \end{aligned}$$

Для уравнения

$$0 = \begin{cases} U_{xx} - U_y + U_{zz}, & \text{в } \Omega_0, \\ U_{xx} - (-x)^{m_1} (U_{yy} + U_{zz}), & \text{в } \Omega_1, \\ U_{xx} - (x-1)^{m_2} (U_{yy} + U_{zz}), & \text{в } \Omega_2, \quad m_i > 0, \quad i = 1, 2, \end{cases} \quad (1)$$

рассмотрим следующую задачу.

Задача T_2 . Найти регулярное решение уравнения (1) в области Ω_k , $k = 0, 1, 2$, обладающее следующими свойствами:

$$1) \quad U(x, y, z) \in C(\overline{\Omega_k}) \cap C^1(\Omega_k) \cap C_{x,y,z}^{2,1,2}(\Omega_0) \cap C^2(\Omega_1 \cup \Omega_2), \quad k = 0, 1, 2;$$

причем первые производные непрерывны вплоть до границы области Ω_j , $j = 1, 2$;

2) удовлетворяет граничным условиям

$$U|_{S_1} = \Phi_1(x, z), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad -\infty < z < +\infty, \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} U|_{S_2} &= \Psi_2(y, z), \quad 0 \leq y \leq \frac{1}{2}, \quad -\infty < z < +\infty, \\ U|_{S_6} &= \Psi_1(y, z), \quad 0 \leq y \leq \frac{1}{2}, \quad -\infty < z < +\infty, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} U(x, y, z) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} U_z(x, y, z) = 0. \quad (4)$$

Из условия $U(x, y, z) \in C^1(\Omega_0)$ следует, что для решения $U(x, y, z)$ при $x = 0$ и $x = 1$ выполняются непрерывные условия склеивания.

Отметим, что когда плоскостью разделения являлась только $x = 0$, то аналогичная задача исследована в работе [16]. Задача с параллельными плоскостями изменения типов для параболо- гиперболического уравнения исследуются впервые.

Следуя идее А.В.Бицадзе [5], решение поставленной задачи будем искать в классе интегралов Фурье, т.е. в виде

$$U(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} u(x, y, \lambda) e^{-i\lambda z} d\lambda. \quad (5)$$

Имеет место следующая

Лемма. Пусть функция $u(x, y, \lambda)$ в области D_k , $k = 0, 1, 2$, является решением уравнения

$$0 = \begin{cases} u_{xx} - u_y - \lambda^2 u, & \text{в } D_0 \\ u_{xx} - (-x)^{m_1} u_{yy} + \lambda^2 (-x)^{m_1} u, & \text{в } D_1 \\ u_{xx} - (x-1)^{m_2} u_{yy} + \lambda^2 (x-1)^{m_2} u, & \text{в } D_2 \end{cases} \quad (6)$$

таким, что интеграл (5) допускает двукратное дифференцирование по каждому из параметров x, y, z . Тогда функция $U(x, y, z)$, определяемая интегралом (5) является решением уравнения (1).

Обратно, если $U(x, y, z)$ есть решение уравнения (1), представимое интегралом (5) и удовлетворяет условиям (4), то $u(x, y, \lambda)$, определяемая по формуле

$$u(x, y, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x, y, z) e^{i\lambda z} dz, \quad (7)$$

является решением уравнения (6).

Доказательство. Проводится по схеме работы [5]. \square Приведенная лемма позволяет задачу T_2 свести к следующим эквивалентным ей плоским задачам.

Задача $T_{2\lambda}$. Найти регулярное решение уравнения (1) в областях $D_k, k = 0, 1, 2$, обладающее следующими свойствами:

$$1) u(x, y, \lambda) \in C(\overline{D_k}) \cap C^1(D_k) \cap C_{x,y}^{2,1}(D_0) \cap C^2(D_1 \cup D_2), \quad k = 0, 1, 2,$$

причем первые производные непрерывны вплоть до границы области $D_j, j = 1, 2;$

2) удовлетворяет граничным условиям

$$u|_{\sigma_1} = \varphi(x, \lambda), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} u|_{\sigma_2} &= \psi_2(y, \lambda), \quad 0 \leq y \leq \frac{1}{2}, \\ u|_{\sigma_6} &= \psi_1(y, \lambda), \quad 0 \leq y \leq \frac{1}{2}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где

$$\varphi(x, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(x, z) e^{i\lambda z} dz, \quad \psi_k(y, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_k(y, z) e^{i\lambda z} dz, \quad k = 1, 2.$$

Функции $\varphi(x, \lambda) \in C^2[0, 1]$, $\psi_k(y, \lambda) \in C^3[0, \frac{1}{2}]$, $k = 1, 2$ а также выполняются условия согласования $\varphi(0, \lambda) = \varphi'_x(0, \lambda) = \psi_1(0, \lambda) = 0$, $\varphi(1, \lambda) = \varphi'_x(1, \lambda) = \psi_2(0, \lambda) = 0$. Итак, доказательство существования решения задачи T_2 сводится к доказательству разрешимости задачи $T_{2\lambda}$ для любого действительного значения параметра λ .

Априорная оценка и единственность решения

Докажем единственность решения задачи $T_{2\lambda}$. Отметим, что для коэффициентов уравнения (6) в области D_k , $k = 1, 2$ известные условия принципа экстремума для гиперболических уравнений, указанные в работе [20], не выполняются. Поэтому доказать единственность решения задачи $T_{2\lambda}$ с помощью принципа экстремума сразу не удастся. Но, несмотря на это, можно получить оценку функции $u(x, y, \lambda)$, из которого следует единственность решения задачи $T_{2\lambda}$.

Для этого введем новую неизвестную функцию $\vartheta(x, y, \lambda)$ по формуле

$$u(x, y, \lambda) = \exp(|\lambda|y) \vartheta(x, y, \lambda) \quad (10)$$

Тогда функция $\vartheta(x, y, \lambda)$ будет решением уравнения

$$0 = \begin{cases} L_0[\vartheta] = \vartheta_{xx} - \vartheta_y - |\lambda|(1 + |\lambda|)\vartheta, & \text{в } D_0, \\ L_1[\vartheta] = -(-x)^{m_1} \vartheta_{yy} + \vartheta_{xx} - 2|\lambda|(-x)^{m_1} \vartheta_y, & \text{в } D_1, \\ L_2[\vartheta] = -(x-1)^{m_2} \vartheta_{yy} + \vartheta_{xx} - 2|\lambda|(x-1)^{m_2} \vartheta_y, & \text{в } D_2, \end{cases} \quad (11)$$

коэффициенты которого в области D_k , $k = 1, 2$ удовлетворяют известным условиям Агмона, Ниренберга, Проттера [20].

Теорема 1. (Принцип положительного максимума). Пусть $\vartheta(x, y, \lambda)$ обладает свойствами:

1) $\vartheta(x, y, \lambda) \in C(\overline{D_0}) \cap C^1(D_0)$, причем первые производные непрерывны вплоть до границы области D_j , $j = 1, 2$;

2) $\vartheta(x, y, \lambda)$ удовлетворяет в области D_0 неравенству $L_0[\vartheta] \geq 0$, а в D_k , неравенству $L_k[\vartheta] \geq 0$, $k = 1, 2$,

3)

$$\begin{aligned}
& \vartheta_x \left[x, (1-2\beta_1)(-x)^{\frac{1}{1-2\beta_1}}, \lambda \right] - (-x)^{\frac{2\beta_1}{1-2\beta_1}} \vartheta_y \left[x, (1-2\beta_1)(-x)^{\frac{1}{1-2\beta_1}}, \lambda \right] \geq 0 \\
& - \left[\frac{1}{2(1-2\beta_1)} \right]^{1-2\beta_1} \leq x \leq 0, \quad \beta_1 = \frac{m_1}{2(m_1+2)}, \\
& \vartheta_x \left[x, (1-2\beta_2)(x-1)^{\frac{1}{1-2\beta_2}}, \lambda \right] - \\
& - (x-1)^{\frac{2\beta_2}{1-2\beta_2}} \vartheta_y \left[x, (1-2\beta_2)(x-1)^{\frac{1}{1-2\beta_2}}, \lambda \right] \geq 0 \\
& 1 \leq x \leq 1 + \left[\frac{1}{2(1-2\beta_2)} \right]^{1-2\beta_2}, \quad \beta_2 = \frac{m_2}{2(m_2+2)},
\end{aligned} \tag{12}$$

т.е. является неубывающей функцией от x на характеристике σ_6 и σ_2 соответственно. Тогда функция $\vartheta(x, y, \lambda)$ своего положительного максимума в области \bar{D} достигает на $\bar{\sigma}_1$.

Доказательство. Согласно результатам работы [20] (см. §4, теорема 2') решение $\vartheta(x, y, \lambda)$ уравнения (11) в области D_k , $k=1, 2$ принимает свой положительный максимум в некоторой точке $(0, y_1) \in J_1$ и $(1, y_2) \in J_2$, тогда в этой точке $\vartheta_x(-0, y_1, \lambda) > 0$ и $\vartheta_x(1+0, y_2, \lambda) > 0$ соответственно. С другой стороны в силу теоремы 2 работы [21] и леммы 1 работы [22], получим $\vartheta_x(+0, y_1, \lambda) < 0$ и $\vartheta_x(1-0, y_2, \lambda) < 0$ что противоречит полученному выше неравенству.

Итак, функция $\vartheta(x, y, \lambda)$ своего максимума на отрезке J_1 и J_2 , включая точки $(0; 1)$ и $(1; 1)$ не достигает. Тогда из принципа максимума для гиперболических [20] и параболических [21] уравнений следует, что функция $\vartheta(x, y, \lambda)$ своего положительного максимума в \bar{D} достигает на $\bar{\sigma}_1$. Теорема 1 доказана. \square

В области D_k , $k=0, 1, 2$, определим функцию

$$W(x, y, \lambda) = \pm \vartheta(x, y, \lambda) + M \exp[4(1+|\lambda|x+2y)], \tag{13}$$

где $\vartheta(x, y, \lambda)$ - регулярное решение уравнения (11), $M = M_1 + M_2 = \text{const} \geq 0$.

Легко видеть, что $L_0[W] \geq 0$ области D_0 , $L_k[W] \geq 0$ области D_k , $k=1, 2$. Для того чтобы функция $W(x, y, \lambda)$ удовлетворяла условиям (12), достаточно положить

$$\begin{aligned}
M_1 &= \max_{\sigma_6} \left| \vartheta_x \left[x, (1-2\beta_1)(-x)^{\frac{1}{1-2\beta_1}}, \lambda \right] - \right. \\
& \quad \left. - (-x)^{\frac{2\beta_1}{1-2\beta_1}} \vartheta_y \left[x, (1-2\beta_1)(-x)^{\frac{1}{1-2\beta_1}}, \lambda \right] \right| \\
M_2 &= \max_{\sigma_2} \left| \vartheta_x \left[x, (1-2\beta_2)(x-1)^{\frac{1}{1-2\beta_2}}, \lambda \right] - \right. \\
& \quad \left. - (x-1)^{\frac{2\beta_2}{1-2\beta_2}} \vartheta_y \left[x, (1-2\beta_2)(x-1)^{\frac{1}{1-2\beta_2}}, \lambda \right] \right|.
\end{aligned} \tag{14}$$

При таком выборе для функции $W(x, y, \lambda)$ выполняются все условия теоремы 1. Следовательно, функция $W(x, y, \lambda)$ достигает своего максимума на $\bar{\sigma}_1$ и отсюда

$$W(x, y, \lambda) \leq \max_{\sigma_1} |W(x, y, \lambda)|.$$

Переходя к функции $\vartheta(x, y, \lambda)$, имеем

$$|\vartheta(x, y, \lambda)| \leq \max_{\sigma_1} |\vartheta(x, y, \lambda)| + 2(M_1 + M_2) \exp[2 + 4(1 + |\lambda|)]. \quad (15)$$

Из (14) переходя к функции $u(x, y, \lambda)$, находим

$$M_1 = M_3 [\max |\psi'_{1y}(y, \lambda)| + |\lambda| \max |\psi_1(y, \lambda)|], \quad M_3 = \left[\frac{1}{2(1 - 2\beta_1)} \right]^{2\beta_1}, \quad (16)$$

$$M_2 = M_4 [\max |\psi'_{2y}(y, \lambda)| + |\lambda| \max |\psi_2(y, \lambda)|], \quad M_4 = 1 + \left[\frac{1}{2(1 - 2\beta_2)} \right]^{2\beta_2}.$$

Наконец, из (15), учитывая (16) имеем

$$|u(x, y, \lambda)| \leq \exp(|\lambda|) \max |\varphi_1(x, \lambda)| + M_5 \exp(5|\lambda|) \cdot \\ \cdot \{ M_3 [\max |\psi'_{1y}(y, \lambda)| + |\lambda| \max |\psi_1(y, \lambda)|] + \\ M_4 [\max |\psi'_{2y}(y, \lambda)| + |\lambda| \max |\psi_2(y, \lambda)|] \}, \quad (17)$$

где

$$M_5 = 2 \exp(6).$$

Из оценки (17) следует единственность регулярного решения задач $T_{2\lambda}$ и T_2 . В самом деле, пусть $\Phi(x, z) = 0$, $\Psi_k(y, z) = 0$, $k = 1, 2$. Тогда $\varphi(x, \lambda) = 0$, $\psi_k(y, \lambda) = 0$, $k = 1, 2$. Следовательно, из (17) имеем, что $u(x, y, \lambda) \equiv 0$. Отсюда в силу (5) получим $U(x, y, z) \equiv 0$.

Существование решения

Перейдем к доказательству существования решения задачи $T_{2\lambda}$. Примем обозначения

$$u(0, y, \lambda) = \tau_1(y, \lambda), \quad u_x(0, y, \lambda) = v_1(y, \lambda), \\ u(1, y, \lambda) = \tau_2(y, \lambda), \quad u_x(1, y, \lambda) = v_2(y, \lambda). \quad (18)$$

В области D_0 , определим функцию

$$u(x, y, \lambda) = \exp(-\lambda^2 y) \omega(x, y, \lambda) \quad (19)$$

и решаем задачи

$$\begin{cases} \omega_{xx} - \omega_y = 0, & \omega|_{y=0} = \varphi(x, \lambda), \\ \omega_x|_{x=0} = \exp(\lambda^2 y) v_1(y, \lambda), & \omega|_{x=1} = \exp(\lambda^2 y) \tau_2(y, \lambda), \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} \omega_{xx} - \omega_y = 0, & \omega|_{y=0} = \varphi(x, \lambda), \\ \omega_x|_{x=0} = \exp(\lambda^2 y) \tau_1(y, \lambda), & \omega_x|_{x=1} = \exp(\lambda^2 y) v_2(y, \lambda). \end{cases} \quad (21)$$

Решение, задачи (20) и (21) выписывается в виде

$$\omega(x, y, \lambda) = \int_0^1 G_i(x, y; \xi, 0) \varphi(\xi, \lambda) d\xi - \\ - \int_0^y G_{i\xi}(x, y; 2 - i, \eta) \exp(\lambda^2 \eta) \tau_{[i - (-1)^i]}(\eta, \lambda) d\eta - \\ - \int_0^y G_i(x, y; i - 1, \eta) \exp(\lambda^2 \eta) v_i(\eta, \lambda) d\eta, \quad i = 1, 2. \quad (22)$$

где

$$G_k(x, y; \xi, \eta) = \frac{1}{2\sqrt{\pi(y-\eta)}} \sum_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \exp \left[-\frac{(x-\xi-4n)^2}{4(y-\eta)} \right] - (-1)^k \exp \left[-\frac{(x+\xi-4n)^2}{4(y-\eta)} \right] - \exp \left[-\frac{(x-\xi-2-4n)^2}{4(y-\eta)} \right] + (-1)^k \exp \left[-\frac{(x+\xi-2-4n)^2}{4(y-\eta)} \right] \right\}, \quad k = 1, 2,$$

-функция Грина смещенной задачи (20) и (21) (см.[23]).

Переходя к функции $u(x, y, \lambda)$ полагая, $x = 0$, затем $x = 1$, из (22) получим основное функциональное соотношение между функциями $\tau_i(y, \lambda)$ и $v_i(y, \lambda)$ принесенное из области D_0 в $x = 0$ и $x = 1$

$$\begin{aligned} \tau_i(y, \lambda) = & - \int_0^y \frac{1}{\sqrt{\pi(y-\eta)}} \exp [(\eta-y)\lambda^2] v_i(\eta, \lambda) d\eta - \\ & - \int_0^y \frac{k_i(y, \lambda)}{\sqrt{\pi(y-\eta)}} \exp [(\eta-y)\lambda^2] v_i(\eta, \lambda) d\eta - \\ & - \int_0^y \frac{1}{\sqrt{\pi(y-\eta)}} \exp [(\eta-y)\lambda^2] \tau_{[i-(-1)^i]}(\eta, \lambda) d\eta - \\ & - \int_0^y \frac{k_i(y, \lambda)}{\sqrt{\pi(y-\eta)}} \exp [(\eta-y)\lambda^2] \tau_{[i-(-1)^i]}(\eta, \lambda) d\eta + A_i(y, \lambda), \end{aligned} \quad (23)$$

здесь

$$A_i(y, \lambda) = \int_0^1 G_i(0, y; \xi, 0) \exp(-\lambda^2 y) \varphi(\xi, \lambda) d\xi$$

$k_i(y, \eta)$ – регулярная часть функции Грина $G_i(x, y; \xi, \eta)$, $i = 1, 2$.

Для получения соотношения между функциями $\tau_i(y, \lambda)$ и $v_i(y, \lambda)$ рассмотрим решение задачи Коши для уравнения (6) в области D_i , $i = 1, 2$ (см.[24])

$$\begin{aligned} u(x, y, \lambda) = & \gamma_1 \int_0^1 \frac{\tau_i[y + \sigma_i(2t-1)]}{[t(1-t)]^{1-\beta_i}} \bar{J}_{\beta_i-1} [2|\lambda| \sigma_i \sqrt{t(1-t)}] dt + \\ & + \gamma_2 [x - (i-1)] \int_0^1 \frac{v_i[y + \sigma_i(2t-1)]}{[t(1-t)]^{\beta_i}} \bar{J}_{-\beta_i} [2|\lambda| \sigma_i \sqrt{t(1-t)}] dt, \end{aligned} \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma_1 = \frac{\Gamma(2\beta_i)}{\Gamma^2(\beta_i)}, \quad \gamma_2 = \frac{\Gamma(2-2\beta_i)}{\Gamma^2(1-\beta_i)}, \quad \sigma_i = \frac{2}{m_i+2} [x - (i-1)]^{\frac{m_i+2}{2}}, \\ \bar{J}_{-q}(z) = \Gamma(1-q) \left(\frac{z}{2}\right)^q J_{-q}(z), \quad i = 1, 2, \end{aligned}$$

$J_q(z)$ – функция Бесселя первого рода.

В области D_i из решения (24) реализуя условия (9) и поступая как в работе [18] получим соотношения между функциями $\tau_i(y, \lambda)$ и $v_i(y, \lambda)$ в виде

$$\tau_i(y, \lambda) = \gamma_3 \int_0^y \frac{v_i(t, \lambda) dt}{(y-t)^{2\beta_i}} + \gamma_3 \int_0^y K_i(y, t, \lambda) v_i(t, \lambda) dt + F_i(y, \lambda) \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} K_i(y, t, \lambda) = & \int_t^y \left\{ \frac{s^{\beta_i}}{t^{\beta_i} (y-s)^{2\beta_i}} \frac{\partial}{\partial s} J_0 \left[2\sqrt{\mu t(s-t)} \right] - \right. \\ & - \left(\frac{s}{y} \right)^{\beta_i} \frac{1}{(s-t)^{2\beta_i}} \frac{\partial}{\partial s} I_0 \left[2\sqrt{\mu y(y-s)} \right] - \\ & \left. - \left(\frac{s}{ty} \right)^{\beta_i} \frac{\partial}{\partial s} I_0 \left[2\sqrt{\mu y(y-s)} \right] \int_t^s \frac{\xi^{\beta_i}}{(s-\xi)^{2\beta_i}} \frac{\partial}{\partial \xi} J_0 \left[2\sqrt{\mu t(\xi-t)} \right] d\xi \right\} ds, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} F_i(y, \lambda) = & \gamma_4 y^{1-\beta_i} \left\{ \frac{d}{dy} \int_0^y \frac{s^{2\beta_i-1} \psi_i\left(\frac{s}{2}, \lambda\right) ds}{(y-s)^{\beta_i}} - \right. \\ & \left. - \int_t^y \frac{t}{y} \frac{\partial}{\partial t} I_0 \left[2\sqrt{\mu y(y-t)} \right] \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{s^{2\beta_i-1} \psi_i\left(\frac{s}{2}, \lambda\right) dt}{(t-s)^{\beta_i}} \right\}, \end{aligned}$$

$$\gamma_3 = 2^{2\beta_i-1} (1-2\beta_i)^{2\beta_i} \gamma_4, \quad \gamma_4 = \frac{\Gamma(\beta_i)}{\Gamma(2\beta_i)\Gamma(1-\beta_i)}, \quad \mu = \frac{\lambda^2}{4}, \quad i = 1, 2.$$

В $x=0$ и $x=1$ исключая $\tau_1(y, \lambda)$ и $\tau_2(y, \lambda)$ из (23) и (25), затем применяя формулу обращения для уравнения Абеля, поменяв порядок интегрирования по формуле Дирихле, после несложных вычислений, получим системы интегральных уравнений Вольтерра второго рода относительно функции $v_1(y, \lambda)$ и $v_2(y, \lambda)$:

$$\begin{cases} v_1(y, \lambda) + \int_0^y K_{r1}(y, t, \lambda) v_1(t, \lambda) dt + \int_0^y K_{r2}(y, t, \lambda) v_2(t, \lambda) dt = F_{r1}(y, \lambda), \\ v_2(y, \lambda) + \int_0^y K_{\rho1}(y, t, \lambda) v_2(t, \lambda) dt + \int_0^y K_{\rho2}(y, t, \lambda) v_1(t, \lambda) dt = F_{\rho1}(y, \lambda), \end{cases} \quad (27)$$

где

1) при $0 < m_i < 2$, $i = 1, 2$, $r = 1$, $\rho = 2$;

$$\begin{aligned} K_{i1}(y, t, \lambda) = & -\frac{\gamma_3 \Gamma(1-2\beta_i)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}-2\beta_i\right) (y-t)^{\frac{1}{2}+2\beta_i}} - \frac{\lambda^2}{\pi} \int_0^1 \frac{e^{\lambda^2(t-y)\xi} d\xi}{\xi^{-\frac{1}{2}} (1-\xi)^{\frac{1}{2}}} + \\ & + \frac{\gamma_3}{\sqrt{\pi}} \int_t^y \frac{K_{i\eta}(\eta, t, \lambda) d\eta}{(y-\eta)^{\frac{1}{2}}}, \quad i = 1, 2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{j2}(y, t, \lambda) &= \frac{\gamma_3}{\sqrt{\pi}} \frac{d}{dy} \int_t^y \frac{d\eta}{(y-\eta)^{\frac{1}{2}} (\eta-t)^{2\beta_j}} \int_t^\eta e^{\lambda^2(z-\eta)} G_{j\xi}(j-1, \eta, 2-j, z) dz + \\
&+ \frac{\gamma_3}{\sqrt{\pi}} \frac{d}{dy} \int_t^y \frac{d\eta}{(y-\eta)^{\frac{1}{2}}} \int_t^\eta e^{\lambda^2(z-\eta)} G_{j\xi}(j-1, \eta, 2-j, z) K_1(t, z, \lambda) dz, \quad j = 1, 2, \\
F_{k1}(y, \lambda) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{d}{dy} \int_0^y \frac{1}{(y-\eta)^{\frac{1}{2}}} [A_k(\eta, \lambda) - F_k(\eta, \lambda) - \\
&- \int_0^\eta e^{\lambda^2(t-\eta)} G_{k\xi}(k-1, \eta, 2-k, t) F_1(t, \lambda) dt] d\eta, \quad k = 1, 2,
\end{aligned}$$

2) при $m_i = 2$, $i = 1, 2$, $r = 3$, $\rho = 4$;

$$\begin{aligned}
K_{(2+i)1}(y, t, \lambda) &= -\frac{\lambda^2}{\pi^{\frac{3}{2}} \gamma_3 + \pi} \int_0^1 e^{\lambda^2(t-y)\xi} \xi^{\frac{1}{2}} (1-\xi)^{-\frac{1}{2}} d\xi + \\
&+ \frac{\gamma_3}{\pi \gamma_3 + \sqrt{\pi}} \int_t^y \frac{K_{i\eta}(\eta, t, \lambda) d\eta}{(y-\eta)^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{\pi^{\frac{3}{2}} \gamma_3 + \pi} \frac{d}{dy} \int_t^y \frac{e^{\lambda^2(t-\eta)} k_i(\eta, t) d\eta}{(y-\eta)^{\frac{1}{2}} (\eta-t)^{\frac{1}{2}}}, \quad i = 1, 2, \\
K_{(2+j)2}(y, t, \lambda) &= \frac{\gamma_3}{\pi^{\frac{3}{2}} \gamma_3 + \pi} \frac{d}{dy} \int_t^y \frac{d\eta}{(y-\eta)^{\frac{1}{2}} (\eta-t)^{2\beta_j}} \int_t^\eta e^{\lambda^2(z-\eta)} G_{j\xi}(j-1, \eta, 2-j, z) dz + \\
&+ \frac{\gamma_3}{\pi^{\frac{3}{2}} \gamma_3 + \pi} \frac{d}{dy} \int_t^y \frac{d\eta}{(y-\eta)^{\frac{1}{2}}} \int_t^\eta e^{\lambda^2(z-\eta)} G_{j\xi}(j-1, \eta, 2-j, z) K_1(t, z, \lambda) dz, \quad j = 1, 2, \\
F_{(2+k)1}(y, \lambda) &= \frac{1}{\pi^{\frac{3}{2}} \gamma_3 + \pi} \frac{d}{dy} \int_0^y \frac{1}{(y-\eta)^{\frac{1}{2}}} [A_k(\eta, \lambda) - F_k(\eta, \lambda) - \\
&- \int_0^\eta e^{\lambda^2(t-\eta)} G_{k\xi}(k-1, \eta, 2-k, t) F_1(t, \lambda) dt] d\eta, \quad k = 1, 2,
\end{aligned}$$

3) при $m_i > 2$, $i = 1, 2$, $r = 5$, $\rho = 6$;

$$\begin{aligned}
K_{(4+i)1}(y, t, \lambda) &= \frac{(2\beta_i - \frac{1}{2}) \sin 2\beta_i}{\gamma_3 \pi^{\frac{3}{2}} (y-t)^{\frac{3}{2} - 2\beta_i}} \int_0^1 e^{\lambda^2(t-y)\xi} \xi^{-\frac{1}{2}} (1-\xi)^{2\beta_i-1} d\xi - \\
&- \frac{\lambda^2 \sin 2\beta_i \pi}{\gamma_3 \pi^{\frac{3}{2}}} \int_0^1 e^{\lambda^2(t-y)\xi} \xi^{-\frac{1}{2}} (1-\xi)^{2\beta_i-1} d\xi + \frac{\sin 2\beta_i \pi}{\pi} \int_t^y \frac{K_{i\eta}(\eta, t, \lambda) dt}{(y-\eta)^{1-2\beta_i}} + \\
&+ \frac{\sin 2\beta_i \pi}{\gamma_3 \pi^{\frac{3}{2}}} \frac{d}{dy} \int_t^y \frac{e^{\lambda^2(t-\eta)} k_i(t, \eta) d\eta}{(y-\eta)^{1-2\beta_i} (\eta-t)^{\frac{1}{2}}}, \quad i = 1, 2,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{(4+j)2}(y, t, \lambda) &= \frac{\sin 2\beta_j \pi}{\pi} \frac{d}{dy} \int_t^y \frac{d\eta}{(y-\eta)^{1-2\beta_j} (\eta-t)^{2\beta_j}} \int_t^y e^{\lambda^2(z-\eta)} G_{j\xi}(j-1, \eta, 2-j, z) dz + \\
&+ \frac{\sin 2\beta_j \pi}{\pi} \frac{d}{dy} \int_t^y \frac{d\eta}{(y-\eta)^{1-2\beta_j}} \int_t^y e^{\lambda^2(z-\eta)} G_{j\xi}(j-1, \eta, 2-j, z) K_{jt}(t, z, \lambda) dz, \quad j=1, 2, \\
F_{(4+k)1}(y, \lambda) &= \frac{\gamma_3 \sin 2\beta_k \pi}{\pi} \frac{d}{dy} \int_0^y \frac{1}{(y-t)^{1-2\beta_k}} [A_k(t, \lambda) - F_k(t, \lambda) - \\
&- \int_0^t e^{\lambda^2(z-t)} G_{k\xi}(k-1, y, 2-k, z) F_k(z, \lambda) dz] dt, \quad k=1, 2,
\end{aligned}$$

Нетрудно заметить, что ядро $K_{ij}(y, t, \lambda)$, непрерывно в $[0; 1] \times [0; 1]$ при $y \neq t$ и допускает оценку $|K_{ij}(y, t, \lambda)| = O(y-t)^{-p}$, где $0 < p < 1$ при $m \neq 2$, $p = 0$ при $m = 2$.

На основании исследования правой части (27) заключаем, что $F_{i1}(y, \lambda) \in C(\overline{J_k}) \cap C^2(J_k)$, $i = \overline{1, 6}$, $k = 1, 2$, причем $F'_{i1y}(y, \lambda)$ при $y \rightarrow 0$ может обращаться в бесконечность порядка меньше единицы.

Следовательно, системы интегральных уравнений (27) с непрерывным ядром при $m = 2$ и со слабой особенностью при $m \neq 2$, согласно общей теории разрешимо. А это доказывает разрешимость задачи $T_{2\lambda}$.

После определения функции $\tau_1(y, \lambda)$ и $\tau_2(y, \lambda)$ решение задачи $T_{2\lambda}$ в области D_0 находится как решение первой краевой задачи для уравнения (6)

$$\begin{aligned}
u(x, y, \lambda) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \int_0^y \exp[-\lambda^2(y-\eta)] \tau_1(\eta, \lambda) G_{\xi}^*(x, y; 0, \eta) d\eta - \right. \\
&- \int_0^y \exp[-\lambda^2(y-\eta)] \varphi_2(\eta, \lambda) G_{\xi}^*(x, y; 1, \eta) d\eta + \\
&\left. + \int_0^1 \exp(-\lambda^2 y) \varphi_1(\xi, \lambda) G_{\xi}^*(x, y; \xi, 0) d\xi \right\},
\end{aligned}$$

здесь

$$\begin{aligned}
G^*(x, y; \xi, \eta) &= \sum_{-\infty}^{+\infty} [V(x, y; \xi + 2n, \eta) - V(x, y; -\xi + 2n, \eta)], \\
V(x, y; \xi, \eta) &= \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{y-\eta}} \exp\left[-\frac{(x-\xi)^2}{4(y-\eta)}\right], & y > \eta \\ 0, & y < \eta \end{cases}
\end{aligned}$$

- функция Грина первой краевой задачи [25].

Определив функции $v_1(y, \lambda)$ и $v_2(y, \lambda)$ следовательно $\tau_1(y, \lambda)$ и $\tau_2(y, \lambda)$ решение задачи $T_{2\lambda}$ в области D_k , $k = 1, 2$, выписывается в виде (25)

В заключение отметим, что для существования интеграла (5) необходимо требовать от функций $\varphi(x, \lambda)$ и $\psi_k(y, \lambda)$, ($k = 1, 2$) удовлетворения следующим соотношениям

при больших значениях $|\lambda|$:

$$\varphi(x, \lambda) = O\left(\frac{1}{|\lambda|^\chi \exp(|\lambda|)}\right), \quad \psi_i(y, \lambda) = O\left(\frac{1}{|\lambda|^{\chi+1} \exp(|\lambda|)}\right),$$

$$\psi'_{ix}(y, \lambda) = O\left(\frac{1}{|\lambda|^\chi \exp(|\lambda|)}\right), \quad i = 1, 2,$$

тогда из (17) получим оценку

$$u(x, y, \lambda) = O\left(\frac{1}{|\lambda|^\chi}\right), \quad \chi > 3,$$

которая, обеспечивает существование интеграла (5). Из указанных оценок также следуют выполнение условий (3). Таким образом, доказана следующая

Теорема 2. Пусть функции $\Phi(x, z)$ и $\Psi_k(y, z)$, $k = 1, 2$ непрерывны и стремятся к нулю при $z \rightarrow \pm\infty$, а также $\Phi(0, z) = \Phi'_x(0, z) = \Psi_1(0, z) = 0$, $\Phi(1, z) = \Phi'_x(1, z) = \Psi_2(0, z) = 0$, $\Phi(x, z)$ дважды непрерывно дифференцируема по x , $\Psi_k(y, z)$, $k = 1, 2$ непрерывно дифференцируема по y до третьего порядка включительно.

Кроме того, для преобразования имеют место оценка (17). Тогда решение задачи T_2 существует и единственно в классе функций, представимых в виде интеграла Фурье.

Список литературы

- [1] Гельфанд И. М., “Некоторые вопросы анализа и дифференциальных уравнений”, *Успехи мат. наук*, **14**:3(87) (1956), 3-19. [Gelfand I.M., “Nekotorye voprosy analiza i differentsial’nykh uravneniy”, *Uspekhi math. Nauk*, **14**:3(87) (1956), 3-19].
- [2] Стручина Г. М., “Задача о сопряжении двух уравнений”, *Инж.-физ. журн.*, **4**:11 (1961), 99-104. [Struchina G. M., “Zadacha o sopryazhenii dvuh uravneniy”, *Inzh.-fiz. zhurn.*, **4**:11 (1961), 99-104].
- [3] Уфлянд Я. С., “К вопросу о распространении колебаний в составных электрических линиях”, *Инж.-физ. журн.*, **7**:1 (1964), 89-92. [Uflyand Ya. S., “K voprosu o rasprostronenii kolebaniy v sostavnykh elektricheskikh liniyakh”, *Inj.-fiz. zhurn.*, **7**:1 (1964), 89-92].
- [4] Джураев Т. Д., Сопуев А., Мамажанов М. М., *Краевые задачи для уравнений параболо-гиперболического типа*, Фан, Ташкент, 1986, 220 с. [Dzhuraev T. D., Sopusuev A., Mamazhanov M. M., *Kraevyye zadachi dlya uravneniy parabologo-giperbolicheskogo tipa*, Fan, Tashkent, 1986, 220 pp.].
- [5] Бицадзе А. В., “Об одном трехмерном аналоге задачи Трикоми”, *Сибир. мат. журн.*, **3** (1962), 642-644. [Bitsadze A. V., “Ob odnom tryohmernom analoge zadachi Tricomi”, *Sibir.math. zhurn.*, **7**:1 (1964), 89-92].
- [6] Нахушев А. М., “Об одном трехмерном аналоге задачи Геллерстедта”, *Дифференциальное уравнение*, **4**:1 (1968), 52-62. [Nakhushev A. M., “Ob odnom tryohmernom analoge zadachi Gellerstedta”, *Diff. urav.*, **4**:1 (1968), 52-62].
- [7] Ежов А. М., Пулькин С. П., “Оценка решения задачи Трикоми для одного класса уравнений смешанного типа”, *Докл. АН СССР*, **193**:5 (1970), 978-980. [Ejov A. M., Pulkin S. P., “Otsenka resheniya zadachi Tricomi dlya odnogo klassa uravneniy smeshannogo tipa”, *Dokl. AN SSSR*, **193**:5 (1970), 978-980].
- [8] Ежов А. М., “О решении пространственной задачи для уравнения смешанного типа с двумя плоскостями вырождения”, *Дифф. уравн. Труды пединститутов РСФСР*, 1973, №2, 84-102. [Ezhov A. M., “O reshenii prostranstvennoy zadachi dlya uravneniy smeshannogo tipa s dvumya ploskostyami virojdeniya”, *Diff. urav. Trudiy pedinstitutov RSFSR*, 1973, №2, 84-102].
- [9] Пономарев С. М., “К теории краевых задач для уравнений смешанного типа в трехмерных областях”, *Докл. АН СССР*, **246**:6 (1979), 1303-1306. [Ponomarev S. M., “K teorii kraevih zadach dlya uravneniy smeshannogo tipa v tryohmerniyh oblastiakh”, *Dokl. AN SSSR*, **246**:6 (1979), 1303-1306].

- [10] Салахитдинов М. С., Исломов Б., “Об одном трехмерном аналоге задачи Трикоми для уравнения смешанного типа”, *Функциональные методы в прикладной математике и математической физике*, Тезисы докл. Всесоюз. школы молодых ученых. 11-17 мая 1988. Т. 2, ТашГУ, Ташкент, 1988, 51-52. [Salaxitdinov M. S., Islomov B., “Ob odnom tryohmernom analoge zadachi Tricomi diya uravneniya smeshannogo tipa”, *Funksionalniye metodiy v prikladnoy matematike i matematicheskoy fiziki*, Tezisi dokl. Vsesoyuz. shkoliy molodiyh uchyonyih. 11-17 may 1988. V 2-h chast. V. 2, TashGU, Tashkent, 1988, 51-52].
- [11] Салахитдинов М. С., Исломов Б., “О трехмерном аналоге задачи Трикоми для уравнения смешанного типа”, *Докл. АН СССР*, **311:4** (1990), 797-801. [Salaxitdinov M. S., Islomov B., “O tryohmernom analoge zadachi Tricomi diya uravneniya smeshannogo tipa”, *Dokl. AN SSSR*, **311:4** (1990), 797-801].
- [12] Салахитдинов М. С., Исломов Б., “Краевые задачи для уравнения смешанного эллиптико-гиперболического типа в пространстве”, *УзМЖ*, 1993, № 3, 13-20. [Salahitdinov M. S., Islamov B., “Kraeviyе zadachi dlya uravneniy smeshannogo elliptiko-giperbolicheskogo tipa v prostranstve”, *UzMkh*, 1993, № 3, 13-20].
- [13] Джураев Т. Д., Сопуев А., “Об одной пространственной задаче для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа”, *Дифф. уравн.*, **17:1** (1981), 50-57. [Dzhuraev T. D., Sopuev A., “Ob odnoy prostranstvennoy zadache dlya uravneniya smeshannogo parabolо-giperbolicheskogo tipa”, *Diff. urav.*, **17:1** (1981), 50-57].
- [14] Сопуев А., “Оценка решения одной задачи Геллерстедта для смешанного уравнения параболо-гиперболического типа”, *Докл. АН УзССР*, 1982, № 7, 3-4. [Сопуев А., “Otsenka resheniya odnoy zadachi Gellerstedta dlya smeshannogo uravneniya parabolо-giperbolicheskogo tipa”, *Dokl. AN UzSSR*, 1982, № 7, 3-4].
- [15] Джураев Т. Д., Сопуев А., Апаков Ю. П., “Краевые задачи для параболо-гиперболического уравнения с характеристической линией изменения типа”, *Уравнения смешанного типа и задачи со свободной границей*, Институт математика АН УзССР, Фан, Ташкент, 1987, 56-65. [Dzhuraev T. D., Sopuev A., Apanov Yu. P., “Kraeviyе zadachi dlya parabolо-giperbolicheskogo uravneniya s karakteristikicheskoy liniyey izmeneniya tipa”, *Uravneniya smeshannogo tipa i so svobodnoy granitsey*, Institut matematiki AN UzSSR, Fan, Tashkent, 1987, 56-65].
- [16] Джураев Т. Д., Апаков Ю. П., “Задача Трикоми для параболо-гиперболического уравнения с нехарактеристической линией изменения типа в трехмерном пространстве”, *Известия АН УзССР. Серия физ.-мат. наук*, 1986, № 3, 21-27. [Dzhuraev T. D., Apanov Yu. P., “Zadachi Tricomi dlya parabolо-giperbolicheskogo uravneniya s neharakteristicheskoy liniyey izmeneniya tipa v tryohmernom prostranstve”, *Izvestiya AN UzSSR, Seriya fiz.-mat. Nauk*, 1986, № 3, 21-27].
- [17] Исломов Б., “Об одной трехмерной задаче для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа”, *Докл. АН УзССР*, 1989, № 9, 3-5. [Islomov B., “Ob odnoy tryohmernoй zadache dlya uravneniya smeshannogo parabolо-giperbolicheskogo tipa”, *Dokl. AN UzSSR*, 1989, № 9, 3-5].
- [18] Джураев Т. Д., Апаков Ю. П., “Задача Геллерстедта для параболо-гиперболического уравнения в трехмерном пространстве”, *Дифф. уравн.*, **26:3** (1990), 438-448. [Dzhuraev T. D. and Apanov Yu. P., “Gellerstedt’s problem for a parabolic-hyperbolic equation in three-dimensional space”, *Differential equations*, **26:3** (1990), 322-330].
- [19] Апаков Ю. П., “Трехмерный аналог задачи Трикоми для параболо-гиперболического уравнения”, *Сибирский журнал индустриальной математики*, **14:2(46)** (2011), 34-44. [Apanov Yu. P., “A Three - Dimensional Analog of the Tricomi Problem for a Parabolic-Hyperbolic Equation”, *Journal of Applied and Industrial Mathematics*, **6:1** (2012), 1-11].
- [20] Agmon S., Nirenberg L., Protter M. H., “A maximum principal for a class of hyperbolic equations and applications to equations of mixed elliptic-hyperbolic type”, *Communes Pure and Appl. Math*, **4** (1953), 455-470.
- [21] Ильин А. М., Калашников А. С., Олейник О. А., “Линейные уравнения второго порядка параболического типа”, *Успехи матем. наук*, **17:3** (1962), 21-73. [Ilin A. M., Kalashnikov A. S., Oleynik O. A., “Lineyniyе uravneniya vtorogo poriyadka parabolicheskogo tipa”, *Uspehi matem. nauk*, **17:3** (1962), 21-73].
- [22] Кружков С. Н., Якубов С., “О разрешимости одного класса задач с неизвестной границей для уравнения теплопроводности и поведении решений при неограниченном возрастании времени”, *Динам. сплош. среды*, 1978, № 36, 46-70. [Kruzhkov S. N., Yakubov S., “O razreshimosti odnogo klassa zadach s neizvestnoy granitsey dlya uravneniya teploprovodnosti i povidenii reshenii resheniy pri neogranichennom vozrastanii vremeni”, *Dina. splosh. srediy.*, 1978, № 36, 46-70].

- [23] Михлин С. Г., *Линейные уравнения математической физики*, Наука, М., 1964, 368 с. [Mihlin S. G., *Lineyniye uravneniya matematicheskoy fiziki*, Nauka, Moskva, 1964, 368 pp.]
- [24] Капилевич М. Б., “Об одном уравнении смешанного эллипτικο-гиперболического типа”, *Матем. сборник*, **30(72)** (1952), 11-38. [Kapilevich M. B., “Ob odnom uravnenii smeshannogo elliptiko-giperbolicheskogo tipa”, *Matem. sbornik*, **30(72)** (1952), 11-38].
- [25] Трикоми Ф., *Лекции по уравнениям в частных производных.*, Иност. литер., М., 1957, 444 с. [Trikomi F., *Lektsii po uravneniyam v chastnykh proizvodnykh*, Inost. liter., Moskva, 1957, 444 pp.]

Список литературы (ГОСТ)

- [1] Гельфанд И.М. Некоторые вопросы анализа и дифференциальных уравнений // Успехи мат. наук. 1956. Т. 14, вып. 3(87). С. 3-19.
- [2] Стручина Г.М. Задача о сопряжении двух уравнений // Инж.-физ. журн. 1961. Т. 4. № 11. С. 99-104.
- [3] Уфлянд Я.С. К вопросу о распространении колебаний в составных электрических линиях // Инж.-физ. журн. 1964. Т. 7. № 1. С. 89-92.
- [4] Джураев Т.Д., А. Сопуев, М.М. Мамажанов. Краевые задачи для уравнений параболо-гиперболического типа. Ташкент: Фан. 1986. 220 с.
- [5] Бицадзе А.В. Об одном трехмерном аналоге задачи Трикоми // Сибир. мат. журн. 1962. Т.3.-С.642-644.
- [6] Нахушев А.М. Об одном трехмерном аналоге задачи Геллерстедта // Дифференциальное уравнение. 1968. Т.4. № 1.-С. 52-62.
- [7] Ежов А.М., Пулькин С.П. Оценка решения задачи Трикоми для одного класса уравнений смешанного типа // Докл. АН СССР. 1970. Т.193, №5. С. 978-980.
- [8] Ежов А.М. О решении пространственной задачи для уравнения смешанного типа с двумя плоскостями вырождения // Дифференциальное уравнение. Труды пединститутов РСФСР. 1973. Вып.2. С. 84-102.
- [9] Пономарев С.М. К теории краевых задач для уравнений смешанного типа в трехмерных областях // Докл. АН СССР. 1979. Т. 246, № 6. С. 1303-1306.
- [10] Салахитдинов М.С., Исломов Б. Об одном трехмерном аналоге задачи Трикоми для уравнения смешанного типа // Функциональные методы в прикладной математике и математической физики: Тезисы докл. Всесоюз. школы молодых ученых. 11-17 мая 1988. В 2-х ч. Ташкент, ТашГУ, 1988. Ч.2. С. 51-52.
- [11] Салахитдинов М.С., Исломов Б. О трехмерном аналоге задачи Трикоми для уравнения смешанного типа // Докл. АН СССР. 1990. Т.311, № 4. С. 797-801.
- [12] Салахитдинов М.С., Исломов Б. Краевые задачи для уравнения смешанного эллипτικο-гиперболического типа в пространстве // УзМЖ. 1993. № 3. С. 13-20.
- [13] Джураев Т.Д., Сопуев А. Об одной пространственной задаче для уравнения смешанного параболо- гиперболического типа // Дифференциальное уравнение. 1981. Т. 17. № 1. С. 50-57.
- [14] Сопуев А. Оценка решения одной задачи Геллерстедта для смешанного параболо-гиперболического типа // Докл. АН УзССР. 1982. № 7.-С. 3-4.
- [15] Джураев Т.Д., Сопуев А., Апаков Ю.П. Краевые задачи для параболо- гиперболического уравнения с характеристической линией изменения типа // В кн. Уравнения смешанного типа и задачи со свободной границей. Институт математика АН УзССР. Ташкент: Фан. 1987.- С.56-65.

- [16] Джураев Т.Д., Апаков Ю.П. Задача Трикоми для параболо-гиперболического уравнения с нехарактеристической линией изменения типа в трехмерном пространстве // Известия АН УзССР. Серия физ.-мат. наук. 1986, № 3. С.21-27.
- [17] Исломов Б. Об одной трехмерной задаче для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа // Докл. АН УзССР. 1989. № 9.-С.3-5.
- [18] Джураев Т.Д., Апаков Ю.П. Задача Геллерстедта для параболо-гиперболического уравнения в трехмерном пространстве // Дифференциальное уравнение. 1990. Т.26. № 3.-С. 438-448.
- [19] Апаков Ю.П. Трехмерный аналог задачи Трикоми для параболо-гиперболического уравнения // Сибирский журнал индустриальной математики. Новосибирск, 2011. Том 14, № 2(46). С. 34-44.
- [20] Agmon S., Nirenberg L., Protter M.H. A maximum principal for a class of hyperbolic equations and applications to equations of mixed elliptic-hyperbolic type // Communes Pure and Appl. Math. 1953. Vol.4. P. 455-470.
- [21] Ильин А.М., Калашников А.С., Олейник О.А. Линейные уравнения второго порядка параболического типа // Успехи матем. наук. 1962. Т. 17. Вып. 3. С. 21-73.
- [22] Кружков С.Н., Якубов С. О разрешимости одного класса задач с неизвестной границей для уравнения теплопроводности и поведении решений при неограниченном возрастании времени // Динам. сплош. среды. 1978. Вып. 36. С.46-70.
- [23] Линейные уравнения математической физики. М.: Наука, 1964. 368 с.
- [24] Капилевич М.Б. Об одном уравнении смешанного эллиптического-гиперболического типа // Матем. сборник. 1952. Т. 30(72). С.11-38.
- [25] Трикоми Ф. Лекции по уравнениям в частных производных. М.: Иностранная литература, 1957. 444 с.

Для цитирования: Апаков Ю. П. Об одном трехмерном аналоге задачи Трикоми с параллельными плоскостями вырождения // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*. 2018. № 1(21). С. 6-20. DOI: 10.18454/2079-6641-2018-21-1-6-20

For citation: Apanov Yu. P. About three-dimensional analogue of the problem of Tricomi with parallel planes of extinction, *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki*. 2018, **21**: 1, 6-20. DOI: 10.18454/2079-6641-2018-21-1-6-20

Поступила в редакцию / Original article submitted: 28.12.2017

В окончательном варианте / Revision submitted: 16.03.2018

DOI: 10.18454/2079-6641-2018-21-1-6-20

MATHEMATICS

35M10

ABOUT THREE-DIMENSIONAL ANALOGUE OF THE PROBLEM OF TRICOMI WITH PARALLEL PLANES OF EXTINCTION

Yu. P. Apakov

Namangan Engineering and Construction Institute, 160103, Uzbekistan, Namangan, I. Karimov str, 12

E-mail: apakov.1956@mail.ru

Three-dimensional analogue of the problem of Tricomi with non-characteristic parallel planes of change of types of the equation is investigated for a parabolic-hyperbolic equation. The uniqueness of the solution of the problem is proved by the method of a priori estimates, and the existence of the solution of the problem is enlightened to the existence of a solution of the system of the second type Voltaire integral equation.

Key words: Tricomi problem, parabolic-hyperbolic equation, non-characteristic plane, Fourier transform, maximum principle, apriori estimate, uniqueness, existence, system of integral equations.

© Apakov Yu. P., 2018