

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДВИЖЕНИЕ МОБИЛЬНОГО РОБОТА

*М.М. Абдуллаев к.т.н., доцент., А.А. Ирнасов магистрант.
Ташкентский государственное технический университет*

Аннотация.

В статье рассматривается система управления движением робота. Представлен мобильный робот, который имеет два независимо управляемых моторизованных колеса, а третье колесо робота считается безынерционным, лишенным трения и закрепленным на шасси робота на вертикальной саморазворачивающейся вилке. Показано движение робота в горизонтальной плоскости. Приведен общий вид шасси мобильного робота с ведущими колесами с радиусом r , безынерционным колесом и рабочими двигателями. Получено математическое описание движения трехколесного мобильного робота с двумя ведущими колесами, а также в случае, когда ведущие колеса находятся впереди центра масс, мобильный робот может осуществлять устойчивое прямолинейное движение со скоростью, не превосходящей некоторого предельного значения. С ростом напряжения, подаваемого на двигатели, скорость робота увеличивается.

Ключевые слова: мобильный робот, системы управления, программирования, микроконтроллер.

MATHEMATICAL DESCRIPTION MOBILE ROBOT MOVEMENT

Abdullaev M.M., Irnasov A.A.

Abstract.

The article discusses the control system of the robot. A mobile robot is presented, which has two independently controlled motorized wheels, and the third wheel of the robot is considered to be inertia-free, free from friction and fixed on the robot chassis on a vertical self-developing fork. The movement of the robot in the horizontal plane is shown. A general view of a mobile robot chassis with driving wheels with a radius r , a speedless wheel and working engines is given. A mathematical description of the movement of a three-wheeled mobile robot with two driving wheels, as well as in the case when the driving wheels are ahead of the center of mass, the mobile robot can carry out a stable straight-line movement with a speed not exceeding a certain limit value. As the voltage applied to the motors increases, the speed of the robot increases.

Keywords: mobile robot, control systems, programming, microcontroller.

Введение: Задача о движении колесного робота относится к довольно сложному разделу теоретической механики, который посвящен исследованию движения систем абсолютно твердых тел с неголономными связями. Связи — это ограничения, накладываемые на координаты и скорости точек механической системы. С математической точки зрения связи выражаются дифференциальными уравнениями. В случае, когда эти дифференциальные уравнения не могут быть проинтегрированы и сведены к уравнениям только для координат точек системы, связь называется неголономной. Особенностью неголономных систем является, в частности, особая методика составления дифференциальных уравнений движения,

разработанная П. Аппелем, П.В. Воронцом и С.А. Чаплыгиным. **Методика исследований:** Рассмотрим мобильный робот, который имеет два независимо управляемых моторизованных колеса, а третье колесо робота считается безынерционным, лишенным трения и закрепленным на шасси робота на вертикальной само разворачивающейся вилке. Движение робота происходит в горизонтальной плоскости. На рисунке 3 приведен общий вид шасси мобильного робота, где обозначено: 1 и 2 – ведущие колеса с радиусом r , 3 – безынерционное колесо, 4 и 5 – рабочие двигатели.

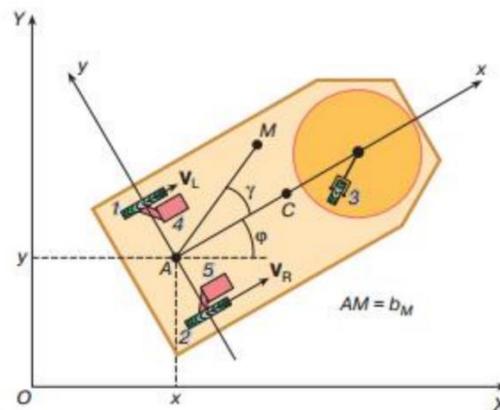


Рисунок 1 - общий вид шасси мобильного робота

При принятых допущениях движение робота полностью определяется координатами $\{x, y\}$ точки А – центра отрезка, соединяющего ведущие колеса шасси, и углом поворота ϕ , отсчитываемым от оси X. Движение всех колес происходит без проскальзывания. Ведущие колеса 1 и 2 имеют радиус r и приводятся во вращение одинаковыми двигателями 4 и 5, на которые подаются управляющие напряжения: U_L – для левого колеса 1 и U_R – для правого колеса 2 (см. Рисунок 1.). Поворот робота осуществляется с помощью разности указанных управляющих напряжений[1]. Движение робота рассматривается относительно неподвижной системы координат ОХУ. Подвижная система координат Аху с началом в точке А жестко связана с шасси робота. Ось x перпендикулярна отрезку, соединяющему центры ведущих колес, и является осью симметрии шасси. Положительное направление оси x совпадает с направлением движения робота. Центр масс робота находится в точке С; абсциссу точки С в подвижной системе обозначим через a . При положительных значениях a центр масс и третье колесо находятся впереди ведущих колес.

При равенстве напряжений, подаваемых на двигатели ведущих колес, дифференциальные уравнения движения мобильного робота имеют вид (1)

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -\mu V + \alpha \Omega^2 + p, \\ \frac{d\Omega}{dt} &= -\mu \frac{l^2}{r^2} \Omega - \frac{\alpha}{\rho^2} V \Omega, \end{aligned} \quad (1)$$

где, V – скорость точки A , Ω – угловая скорость робота, μ – параметр, пропорциональный коэффициенту сил вязкого трения, ρ – радиус инерции робота относительно оси, проходящей через центр масс, a – расстояние между центрами ведущих колес робота, r – положительный параметр, пропорциональный сумме напряжений, подаваемых на ведущие колеса робота.

В случае постоянства параметра r уравнения (1) описывают неуправляемое движение робота. При положительных значениях параметра a уравнения (1) имеют единственную особую точку (2)

$$V = \frac{r}{\mu}, \quad \Omega = 0. \quad (2)$$

Частное решение (2) отвечает прямолинейному поступательному движению робота с постоянной скоростью V . Это движение асимптотически устойчиво «в большом», то есть все решения уравнений (1) через некоторый промежуток времени будут сколь угодно мало отличаться от решения (2). Фазовый портрет системы (1) в этом случае показан на Рисунке 2, причем частное решение (2) представляет собой устойчивую особую точку типа «узел».

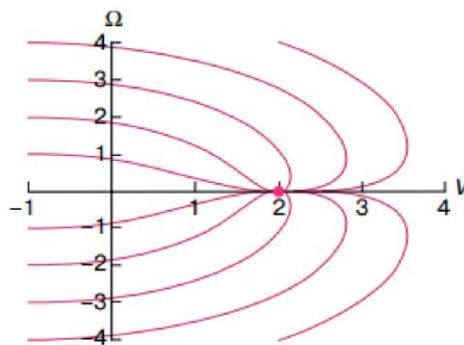


Рисунок2 – фазовый портрет системы (1) при $a > 0$

Ситуация меняется, когда параметр отрицателен, то есть центр масс и третье колесо находятся позади ведущих колес робота. При увеличении напряжения, подаваемого на двигатели, и росте его скорости при условии (3), на плоскости V, Ω происходит бифуркация рождения двух новых особых точек системы (1).

$$r = \mu V = -\frac{1}{\alpha} \left(\frac{\mu l \rho}{r} \right)^2 \quad (3)$$

Особые точки (4) являются устойчивыми узлами или фокусами. Механический смысл решений (4) состоит в таком вращательном движении робота с постоянной угловой скоростью, при котором точка A описывает окружность радиуса $R = V^*/\Omega^*$. При этом особая точка (2) становится неустойчивой и превращается в седло.

$$V = V^* = -\frac{\mu l^2 \rho^2}{\alpha r^2}, \quad \Omega = \pm \Omega^* = \pm \sqrt{-\frac{p}{\alpha} - \left(\frac{\mu l \rho}{\alpha r}\right)^2} \quad (4)$$

Соответствующий фазовый портрет для системы дифференциальных уравнений (1) построен на рисунке 3.

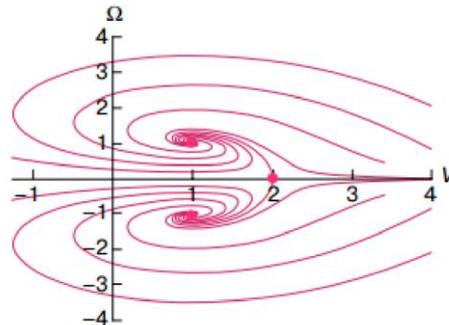


Рисунок 3 - фазовый портрет для системы (1) при $a < 0$

Обсуждаемые математические результаты означают, что в случае, когда ведущие колеса находятся впереди центра масс, мобильный робот может осуществлять устойчивое прямолинейное движение только со скоростью, не превосходящей некоторого предельного значения. С ростом напряжения, подаваемого на двигатели, скорость робота увеличивается. После достижения установленного предельного значения прямолинейное движение становится неустойчивым; робот «закручивается», и он стремится к одному из вращательных движений (3). Каким будет финальное движение «правым» или «левым», заранее предсказать невозможно [2]. Это определяется малыми возмущениями, существующими при движении робота. В случае, когда третье колесо находится впереди ведущих колес, робот может устойчиво двигаться по прямой с любой скоростью. Разумеется, специальная система управления может стабилизировать движение робота и в случае, когда ведущие колеса находятся впереди, однако алгоритм этой системы управления должен учитывать природу неустойчивости, определяемую дифференциальными уравнениями (1).

Результаты исследований: Для реализации поставленной задачи, составлю наглядную схему архитектуры системы управления (Рисунок 4).

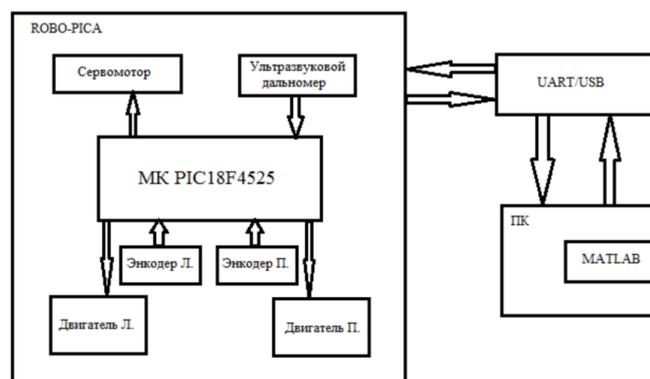


Рисунок 4 – Архитектура системы управления

Согласно составленной схеме (см. Рисунок 4), более подробно опишем аппаратную часть нашей системы. Головой разрабатываемой системы является микроконтроллер PIC18F4525 (Рисунок 5).

Он управляет двигателями, сервомотором, а также принимает и обрабатывает показания подключенных к нему датчиков [3].

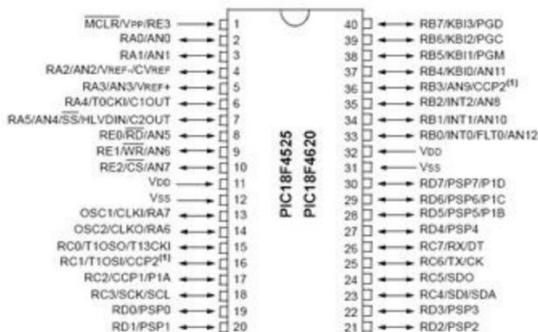


Рисунок 5 – Микроконтроллер PIC18F4525 и его распиновка

Микроконтроллер управляет платой ROBO PICA. Плата имеет 8 программируемых портов, 2 порта для подключения DC-моторов, 3 порта для подключения сервоприводов, пьезоэлемент (Рисунок 6). К плате также можно подключить жидкокристаллический экран, который идет в комплекте.



Рисунок 6 – плата ROBO PICA

Для программирования микроконтроллера в составе набора есть программатор, подключаемый к персональному компьютеру по USB. (Рисунок 7)



Рисунок 7 – программатор для ROBO PICA

К нашему микроконтроллерному блоку подключены два двигателя постоянного тока (ДПТ) DC3V-6В (Рисунок 8) с характеристиками:

- Рабочее напряжение: 3 - 6 (В);
- Максимальный крутящий момент: 800 (см/мин);
- Ток нагрузки: 70 (мА) (на макс.);
- Двухместный ось мотор-редуктор;
- Размер: 7x2.2x1.8 (см).



Рисунок 8 – ДПТ DC3V-6В

Управление двигателем осуществляется за счет энкодеров HC-020K (Рисунок 9). Они имеют следующие характеристики:

- Питание: 4,5 - 5,5 (В);
- Частота измерений: 100 (КГц);
- Диаметр диска: 24 (мм);
- Разрешение диска: 20 линий.

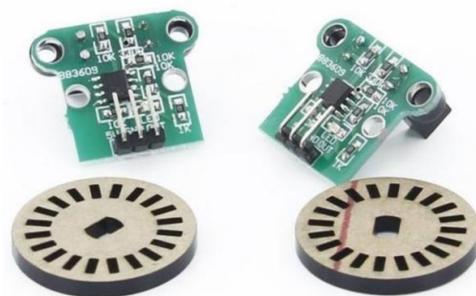


Рисунок 9 – энкодеры HC-020K с акриловыми дисками

Для поворота дальномера было решено использовать сервомотор DS3218 (Рисунок 10), который обладает следующими характеристиками:

- Напряжение: 4.8 - 6.8 (В);
- Угол поворота 270 градусов;
- Крутящий момент:
При 5В: 19 (кг/см);
- Скорость:
0.16 (сек/60°);
- Материал редуктора: медь и алюминий;
- Размер: 40 x 20 x 40.5 (мм).



Рисунок 10 - сервомотор DS3218

Измерение расстояния осуществляется за счет ультразвукового дальномера HY-SRF05 (Рисунок 11) с характеристиками:

- Рабочее напряжение 5(В);
- Угол обзора приблизительно 15 градусов;
- Расстояние обнаружения 2-450 (см);
- Точность приблизительно 2 (мм);



Рисунок 11 – Ультразвуковой дальномер HY-SRF05

Обработка данных осуществляется в программе MATLAB, в соответствии с написанной программой. В результате, проведя несколько экспериментов, опытным путем получить 2D изображение местности, в которой будет находиться разработанный мобильный робот.

Выводы: В данной работе были получены математические описания движения трехколесного мобильного робота с двумя ведущими колесами, а также конкретно описана его аппаратная часть.

Литература

1. *Беленький В.З.* Оптимальное управление: принцип максимума и динамическое программирование -М., Российская экономическая школа, 2017.С. 54-31.
2. *Ермолов А.Н.* Автономный искусственный интеллект. -М., ВЦ АН, 2016. С. 321-264.
3. SLAM – URL: <http://robocraft.ru/blog/technology/724.html>
Дата обращения: 05.05.2017.