O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI FANLAR AKADEMIYASI
MIRZO ULUG‘BEK NOMIDAGI O‘ZBEKISTON MILLIY
UNIVERSITETI QOSHIDAGI MATEMATIKA INSTITUTI

O‘ZBEKISTON MATEMATIKA JURNALI

Jurnalga 1957 yilda asos solingan (1991 yilgacha "O‘zbekiston fanlar akademiyasining axboroti. Fizika-matematika fanlari seriyasi"deb nomlangan). Yilda 4 marta chiqadi

1. 2017

УЗБЕКСКИЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

УзМЖ

Основан в 1957 г. (до 1991 г. под названием "Известия Академии наук Узбекистана. Серия физико-математических наук"). Выходит 4 раза в год

ТАШКЕНТ - 2017

Uzbek Mathematical
Journal, 2017,№1, pp.44-54

УДК 512.554

Локальные и 2-локальные дифференцирования некоторых филиформных алгебр Лейбница

Аюпов Ш.А., Кудайбергенов К.К., Юсупов Б.Б.

Ushbu maqolada ba'zi filiform Leibniz algebralarining lokal va 2-lokal differensiallashlari o'rganilgan.

In this paper we study local and 2-local derivations on some filiform Leibniz algebras.

Локальные дифференцирования были впервые рассмотрены в работе Р. Кэйдисона в 1990 году [1] и, независимо в работе Д.Ларсона и А.Сурура [2]. В этих работах были получены некоторые условия, при которых локальное дифференцирование является дифференцированием. В своей работе Р.Кэйдисон рассматривал локальные дифференцирования на алгебрах фон Неймана и в некоторых полиномиальных алгебрах. Было доказано, что каждое непрерывное локальное дифференцирование из алгебры фон Неймана в дуальный бимодуль является дифференцированием.

В 1997 году П. Шемрл ввел понятие 2-локального дифференцирования [3]. Он описал 2-локальные дифференцирования алгебры $B(H)$ – всех ограниченных линейных операторов на бесконечномерном сепарабельном гильбертовом пространстве H. Аналогичное описание для конечномерного случая появилось позже в 2003 году в работе корейских математиков С.Ким и Ж.Ким [4].

Пусть L – алгебра Ли. Линейный оператор d на L называется дифференцированием, если $d([x,y]) = [d(x),y] + [x,d(y)]$ для всех $x,y \in L$. Исследование локальных и 2-локальных дифференцирований конечномерных алгебр Ли было рассмотрено в работах Ш.А.Аюпова, К.К.Кудайбергенова и И.С.Рахимова [5], [6], [7]. В работе [8], З. Чен и Д. Ванг изучили 2-локальные автоморфизмы конечномерных алгебр Ли и доказали, что если L простая алгебра Ли одной из типов $A_l\,(l \geq 1), D_l\,(l \geq 4)$, или $E_k\,(k = 6,7,8)$ над алгебраически замкнутым полем, то всякий 2-локальный автоморфизм на L, является автоморфизмом. В [7] этот результат был расширен для произвольных конечномерных полупростых алгебр Ли над алгебраически замкнутым полем. Локальные и

2-локальные дифференцирования конечномерных алгебр Лейбница до сих пор не исследованы.

В этой работе мы рассмотрим локальные и 2-локальные дифференцирования конечномерных филиформных алгебр Лейбница.

Алгебра L над полем F называется алгеброй Лейбница, если для любых $x, y, z \in L$ выполняется тождество:

$$[x, [y, z]] = [[x, y], z]] - [[x, z], y]$$

где $[-, -]$ умножение на L.

Рассмотрим ряд следующего вида:

$$L^1 = L, \ldots, L^{n+1} = [L^n, L],\ n \geqslant 1.$$

Напомним, что n-мерная алгебра Лейбница L называется нуль-филиформной, если

$$\dim L^i = n + 1 - i,\ 1 \leq i \leq n + 1.$$

Алгебра Лейбница L называется филиформной, если

$$\dim L^i = n - i, \quad 2 \leq i \leq n.$$

Линейный оператор $d : L \to L$ называется дифференцированием, если

$$d([x, y]) = [d(x), y] + [x, d(y)], \quad \forall\ x, y \in L.$$

Пусть $\Delta : L \to L$ – некоторое отображение (не обязательно линейное). Если для произвольных элементов $x, y \in L$ найдется дифференцирование $\Delta_{x,y} : L \to L$ такое, что $\Delta(x) = \Delta_{x,y}(x)$ и $\Delta(y) = \Delta_{x,y}(y)$, то Δ называется 2-локальным дифференцированием.

В произвольной n-мерной нуль-филиформной алгебре Лейбница L существует базис $e_1, e_2, ..., e_n$ такой, что умножение в алгебре L имеет вид:

$$NF_n : [e_i, e_1] = e_{i+1} \qquad 1 \leq i \leq n - 1,$$

где отсутствующие произведения равны нулю (см. [9, Лемма 1]).

Матрицы дифференцирований алгебры NF_n имеют следующий вид (см. [10, предложение 3.2])

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \alpha_2 & 2\alpha_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \alpha_3 & \alpha_2 & 3\alpha_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \alpha_4 & \alpha_3 & \alpha_2 & 4\alpha_1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_{n-1} & \alpha_{n-2} & \alpha_{n-3} & \alpha_{n-4} & \cdots & (n-1)\alpha_1 & 0 \\ \alpha_n & \alpha_{n-1} & \alpha_{n-2} & \alpha_{n-3} & \cdots & \alpha_2 & n\alpha_1 \end{pmatrix}.$$

Теорема 1. *Всякое 2-локальное дифференцирование алгебры NF_n является дифференцированием.*

Доказательство. Сначала рассмотрим 2-локальное дифференцирование Δ на NF_n такое, что $\Delta(e_1) = 0$.

Предположим, что Δ такое 2-локальное дифференцирование, что $\Delta(e_1) = 0$. Возьмем произвольный элемент $x = t_1e_1 + t_2e_2 + ... + t_ne_n \in NF_n$. Существует дифференцирование $d_{e_1,x}$ такое, что

$$\Delta(e_1) = d_{e_1,x}(e_1), \quad \Delta(x) = d_{e_1,x}(x).$$

Имеем

$$0 = \Delta(e_1) = d_{e_1,x}(e_1) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i e_i.$$

Отсюда $\alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_n = 0$, и поэтому $d_{e_1,x} = 0$. Следовательно $\Delta = 0$.

Пусть теперь Δ произвольное 2-локальное дифференцирование алгебры NF_n. Существует дифференцирование d такое, что $\Delta(e_1) = d(e_1)$. Тогда $\Delta - d$ является 2-локальным дифференцированием и $(\Delta - d)(e_1) = 0$. Из рассмотренного выше случая имеем $\Delta \equiv d$. Это означает, что Δ является дифференцированием. Теорема доказана.

Известно [9, Теорема 2], что всякая n-мерная комплексная естественным образом градуированная не Лиева алгебра Лейбница изоморфна одной из следующих попарно неизоморфных алгебр:

- $F_n^1 : [e_1, e_1] = e_3, \quad [e_i, e_1] = e_{i+1}, \quad 2 \le i \le n-1$
- $F_n^2 : [e_1, e_1] = e_3, \quad [e_i, e_1] = e_{i+1}, \quad 3 \le i \le n-1.$

Далее приведем общий вид дифференцирований алгебр F_n^1, F_n^2 (см.

[11, предложение 4.1 и 4.4]):

$$
F_n^1 : \begin{pmatrix}
\alpha_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
\alpha_2 & \alpha_1+\alpha_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
\alpha_3 & \alpha_3 & 2\alpha_1+\alpha_2 & \cdots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\alpha_{n-1} & \alpha_{n-1} & \alpha_{n-2} & \cdots & (n-2)\alpha_1+\alpha_2 & 0 \\
\alpha_n & \beta & \alpha_{n-1} & \cdots & \alpha_3 & (n-1)\alpha_1+\alpha_2
\end{pmatrix},
$$

$$
F_n^2 : \begin{pmatrix}
\alpha_1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
\alpha_2 & \beta & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
\alpha_3 & 0 & 2\alpha_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
\alpha_4 & 0 & \alpha_3 & 3\alpha_1 & \cdots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\alpha_{n-1} & 0 & \alpha_{n-2} & \alpha_{n-3} & \cdots & (n-2)\alpha_1 & 0 \\
\alpha_n & \gamma & \alpha_{n-1} & \alpha_{n-2} & \cdots & \alpha_3 & (n-1)\alpha_1
\end{pmatrix}.
$$

Теорема 2. *Алгебры F_n^1 и F_n^2 допускают 2-локальные дифференцирования, не являющиеся дифференцированиями.*

Доказательство приведем для алгебры $L = F_n^1$; для алгебры F_n^2 доказательство аналогично. Возьмем на $\mathbb{C}^2$ однородную, но не аддитивную функцию, например

$$
f(z_1, z_2) = \begin{cases} \frac{z_1^2}{z_2}, & \text{если } z_2 \neq 0, \\ 0, & \text{если } z_2 = 0. \end{cases}
$$

Рассмотрим отображение $\Delta : L \to L$, определенное по правилу

$$
\Delta(x) = f(x_1, x_2)e_n, \text{ где } x = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i \in L. \tag{1}
$$

Так как F не является аддитивным, то Δ не является дифференцированием.

Покажем, что Δ является 2-локальным дифференцированием. Возьмем

$$
x = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i, \quad y = \sum_{i=1}^{n} y_i e_i.
$$

Дифференцирование D будем искать в виде:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \alpha_n & \beta & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Предлоложим, что $\Delta(x) = D(x)$ и $\Delta(y) = D(y)$. Тогда получим следующую систему уравнений относительно α_n и β :

$$\begin{cases} x_1\alpha_n + x_2\beta = f(x_1, x_2), \\ y_1\alpha_n + y_2\beta = f(y_1, y_2). \end{cases} \tag{2}$$

Случай 1. $x_1y_2 - x_2y_1 = 0$. В этом случае, так как правая часть системы (2) однородна, то она имеет бесконечно много решений.

Случай 2. $x_1y_2 - x_2y_1 \neq 0$. В этом случае, система (2) имеет единственное решение. Теорема доказана.

Пусть L – нильпотентная алгебра. Для элемента $x \in L \setminus [L, L]$ рассмотрим оператор правого умножения $R_x : L \to L$, определенный по правилу

$$R_x(y) = [y, x],\ y \in L.$$

Известно, что каждый линейный оператор на конечномерном пространстве имеет жорданову нормальную форму. Используя порядок жордановых ячеек жордановой нормальной формы данного линейного оператора запишем последовательность размерностей жордановых клеток $C(x) = \{n_1, n_2, ..., n_k\}$ в убывающем порядке. Установим лексикографический порядок на множестве всех таких последовательностей. Характеристической последовательностью алгебры L называется последовательность

$$C(L) = \max_{x \in L \setminus [L,L]} C(x).$$

Если характеристическая последавательность n-мерной алгебры Лейбница L равна $C(L) = (n-2, 1, 1)$, то она называется 2-филиформной алгеброй Лейбница.

Известно [12], что n-мерная 2-филиформная алгебра Лейбница изоморфна одной из следующих взаимно не изоморфных алгебр:

$\mu_1 : [e_1, f_1] = f_2, \quad [e_i, e_1] = e_{i+1}, \quad 1 \le i \le n-3,$

$\mu_2 : [e_1, f_1] = e_2 + f_2, \quad [e_i, e_1] = e_{i+1}, \quad 1 \le i \le n-3, \quad [e_i, f_1] = e_{i+1}, \quad 2 \le i \le n-3.$

Дифференцирования алгебр μ_1 и μ_2 имеют соответственно следующие виды (см. [13 предложение 2 и 3]):

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & 2a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & 3a_1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n-2} & a_{n-3} & a_{n-4} & \cdots & (n-2)a_1 & c_1 & 0 \\ b_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & d_1 & 0 \\ b_2 & b_1 & 0 & \cdots & 0 & d_2 & a_1 + d_1 \end{pmatrix}$$

и

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & 2a_1 + b_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & 3a_1 + 2b_1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n-2} & a_{n-3} & a_{n-4} & \cdots & (n-2)a_1 + (n-3)b_1 & c & 0 \\ b_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_1 + b_1 & 0 \\ b_2 & b_1 & 0 & \cdots & 0 & d_2 & 2a_1 \end{pmatrix}.$$

Пусть $L = \mu_1$ или μ_2. Рассмотрим отображение $\Delta : L \to L$, определенное по правилу

$$\Delta(x) = f(x_1, x_{n-1}) f_2, \qquad x = \sum_{i=1}^{n-2} x_i e_i + x_{n-1} f_1 + x_n f_2 \in L,$$

где f – однородная не аддитивная функция. Как и доказательстве Теоремы 2 мы можем проверить, что Δ является 2-локальным дифференцированием, не являющимся дифференцированием.

Таким образом, мы имеем

Теорема 3. *Алгебры μ_1 и μ_2 допускают 2-локальные дифференцирования, не являющиеся дифференцированиями.*

Теперь изучим локальные дифференцирования некоторых филиформных алгебр Лейбница.

Пусть $\Delta : L \to L$ – линейный оператор. Если для произвольного элемента $x \in L$ найдется дифференцирование $\Delta_x : L \to L$ такое, что

$\Delta(x) = \delta_x(x)$, то Δ называется локальным дифференцированием.

Теорема 4. *Пусть Δ – линейный оператор на μ_1, соответственно на μ_2. Тогда Δ является локальным дифференцированием, тогда и только в тогда, когда его матрица имеет вид:*

$$\begin{pmatrix} \gamma_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} & \cdots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \gamma_{n-2,1} & \gamma_{n-2,2} & \gamma_{n-2,3} & \cdots & \gamma_{n-2,n-1} & 0 \\ \gamma_{n-1,1} & 0 & 0 & \cdots & \gamma_{n-1,n-1} & 0 \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & 0 & \cdots & \gamma_{n,n-1} & \gamma_{nn} \end{pmatrix} \qquad (3)$$

и

$$\begin{pmatrix} \gamma_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & 0 & \cdots & & 0 & 0 \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdots & \cdot & \cdot \\ \gamma_{n-2,1} & \gamma_{n-2,2} & \gamma_{n-2,3} & \cdots & \gamma_{n-2,n-2} & \gamma_{n-2,n-1} & 0 \\ \gamma_{n-1,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & \gamma_{n-1,n-1} & 0 \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & 0 & \cdots & 0 & \gamma_{n,n-1} & \gamma_{nn} \end{pmatrix}, \qquad (4)$$

соответственно.

Доказательство. Необходимость. Рассмотрим случай алгебры μ_1. Пусть Δ – локальное дифференцирование алгебры μ_1 и

$$\Delta = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} & \cdots & \gamma_{1,n-1} & \gamma_{1n} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} & \cdots & \gamma_{2,n-1} & \gamma_{2n} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} & \cdots & \gamma_{3,n-1} & \gamma_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{n-2,1} & \gamma_{n-2,2} & \gamma_{n-2,3} & \cdots & \gamma_{n-2,n-1} & \gamma_{n-2,n} \\ \gamma_{n-1,1} & \gamma_{n-1,2} & \gamma_{n-1,3} & \cdots & \gamma_{n-1,n-1} & \gamma_{n-1,n} \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \gamma_{n3} & \cdots & \gamma_{n,n-1} & \gamma_{nn} \end{pmatrix}.$$

Шаг 1. Возьмем дифференцирование D_{e_2} такое, что $\Delta(e_2) = D_{e_2}(e_2)$.

Тогда

$$\begin{aligned}\Delta(e_2) = & \sum_{j=1}^{n-2}\gamma_{j,2}e_2 + \gamma_{n-1,2}f_1 + \gamma_{n2}f_2,\\ D_{e_2}(e_2) = & \ 2a_1e_2 + \sum_{j=2}^{n-3}a_je_{j+1} + b_1f_2.\end{aligned}$$

Сравнив правые части мы, получим $\gamma_{1,2} = \gamma_{n-1,2} = 0$.

Шаг 2. Пусть i такой индекс, что $3 \leq i \leq n-2$. Возьмем дифференцирование D_{e_i} такое, что $\Delta(e_i) = D_{e_i}(e_i)$. Тогда

$$\begin{aligned}\Delta(e_i) = & \sum_{j=1}^{n-2}\gamma_{j,i}e_j + \gamma_{n-1,i}f_1 + \gamma_{ni}f_2,\\ D_{e_i}(e_i) = & \ ia_1e_i + \sum_{j=i}^{n-3}a_je_{j+1}.\end{aligned}$$

Сравнив коэффициенты при базисых элементах для $\Delta(e_i)$ и $D_{e_i}(e_i)$, получим, что $\gamma_{1i} = \gamma_{2i} = ... = \gamma_{i-1,i} = 0$.

Шаг 3. Возьмем дифференцирование D_{f_1} такое, что $\Delta(f_1) = D_{f_1}(f_1)$. Тогда

$$\begin{aligned}\Delta(f_1) = & \sum_{j=1}^{n-2}\gamma_{j,n-1}e_j + \gamma_{n-1,n-1}f_1 + \gamma_{n,n-1}f_2,\\ D_{f_1}(f_1) = & \ c_1e_{n-2} + d_1f_1 + d_2f_2.\end{aligned}$$

Сравнив коэффициенты правых частей, получим $\gamma_{1,n-1} = \gamma_{2,n-1} = ... = \gamma_{n-3,n-1} = 0$.

Шаг 4. Возьмем дифференцирование D_{f_2} такое, что $\Delta(f_2) = D_{f_2}(f_2)$. Тогда

$$\begin{aligned}\Delta(f_2) = & \sum_{j=1}^{n-2}\gamma_{j,n}e_j + \gamma_{n-1,n}f_1 + \gamma_{n,n}f_2,\\ D_{f_2}(f_2) = & \ (a_1 + d_1)f_2.\end{aligned}$$

Приравнивая коэффициенты при базисых элементах, получим,что $\gamma_{1,n} =$

$\gamma_{2,n} = ... = \gamma_{n-1,n} = 0$. Таким образом, оператор Δ имеет (3).

Достаточность. Пусть оператор Δ имеет (3). Возьмем произвольный элемент x :

$$x = x_1e_1 + x_2e_2 + ... + x_{n-2}e_{n-2} + x_{n-1}f_1 + x_nf_2.$$

Координаты $\Delta(x)$ равны соответственно

$$\begin{aligned}
\Delta(x)_i &= \sum_{j=1}^{i} \gamma_{ij}x_j,\ 1 \leq i \leq n-3,\\
\Delta(x)_{n-2} &= \sum_{j=1}^{n-2} \gamma_{n-2,j}x_j + \gamma_{n-2,n-1}x_{n-1},\\
\Delta(x)_{n-1} &= \gamma_{n-1,1}x_1 + \gamma_{n-1,n-1}x_{n-1},\\
\Delta(x)_n &= \gamma_{n1}x_1 + \gamma_{n2}x_2 + \gamma_{n,n-1}x_{n-1} + \gamma_{nn}x_n.
\end{aligned}$$

Координаты $D(x)$ равны соответственно

$$\begin{aligned}
D(x)_i &= \sum_{j=1}^{i-1} a_{i+1-j}x_j + ia_1x_i \quad 1 \leq i \leq n-3,\\
D(x)_{n-2} &= \sum_{j=1}^{n-3} a_{n-j}x_j + (n-2)a_1x_{n-2} + c_1x_{n-1},\\
D(x)_{n-1} &= b_1x_1 + d_1x_{n-1},\\
D(x)_n &= b_2x_1 + b_1x_2 + d_2x_{n-1} + (a_1 + d_1x_n).
\end{aligned}$$

Так как $\Delta(x) = D(x)$, то

$$\begin{cases}
\sum\limits_{j=1}^{i-1} a_{i+1-j}x_j + ia_1x_i = \sum\limits_{j=1}^{i} \gamma_{ij}x_j, \qquad 1 \leq i \leq n-3,\\
\sum\limits_{j=1}^{n-3} a_{n-j-1}x_j + (n-2)a_1x_{n-2} + c_1x_{n-1} = \sum\limits_{j=1}^{n-2} \gamma_{n-2,j}x_j + \gamma_{n-2,n-1}x_{n-1},\\
b_1x_1 + d_1x_{n-1} = \gamma_{n-1,1}x_1 + \gamma_{n-1,n-1}x_{n-1},\\
b_2x_1 + b_1x_2 + d_2x_{n-1} + (a_1 + d_1x_n) = \gamma_{n1}x_1 + \gamma_{n2}x_2 + \gamma_{n,n-1}x_{n-1} + \gamma_{nn}x_n.
\end{cases} \tag{5}$$

Рассмотрим возможные пять случаев.

Случай 1. Пусть $x_1 \neq 0$. В этом случае положим $c_1 = d_1 = d_2 = 0$.

Остальные $a_1, a_2, \ldots, a_{n-3}, b_1, b_2$ определяются однозначно из (5).

Случай 2. Пусть $x_1 = 0,\ x_2 \neq 0$. Тогда положим $c_1 = d_1 = d_2 = b_2 = 0$. Остальные $a_1, a_2, \ldots, a_{n-3}, b_1$ определяются однозначно из (5).

Случай 3. Пусть $x_1 = x_2 = ... = x_{k-1} = 0,\ x_k \neq 0, \quad 3 \leq k \leq n-2$. Положим $c_1 = d_1 = d_2 = 0$. Остальные $a_k,\ 1 \leq k \leq n-3$ определяются однозначно из (5).

Случай 4. Пусть $x_1 = x_2 = ... = x_{n-2} = 0,\ x_{n-1} \neq 0$. Положим $a_1 = 0$. Числа c_1, d_1, d_2 определяются однозначно из (5).

Случай 5. Пусть $x_1 = x_2 = \ldots = x_{n-1} = 0$, $x_n \neq 0$. В этом случае достаточно определить a_1, d_1 из (5). Теорема доказана.

Аналогично доказывается следующая

Теорема 5. *Пусть Δ линейный оператор на NF_n. Тогда Δ является локальным дифференцированием, тогда и только в тогда, когда он имеет вид:*

$$\begin{pmatrix} \gamma_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} & \cdots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \gamma_{n-1,1} & \gamma_{n-1,2} & \gamma_{n-1,3} & \cdots & \gamma_{n-1,n-1} & 0 \\ \gamma_{n,1} & \gamma_{n,2} & \gamma_{n,3} & \cdots & \gamma_{n,n-1} & \gamma_{nn} \end{pmatrix}.$$

Описание локальных дифференцирований алгебр F_n^1 и F_n^2 было получено в [14].

Литература

1. R.V. Kadison, Local derivations, *J. Algebra*, **130** (1990) 494–509.

2. D. R. Larson, A. R. Sourour, Local derivations and local automorphisms of $B(X)$, *Proc. Sympos. Pure Math.* **51** (1990) 187–194.

3. P. Šemrl, Local automorphisms and derivations on $B(H)$, *Proc. Amer. Math. Soc.,* **125** (1997) 2677–2680.

4. S. O. Kim, J. S. Kim, Local automorphisms and derivations on M_n, Proc. Amer. Math. Soc., **132** (2004) 1389–1392.

5. Sh. A. Ayupov, K. K. Kudaybergenov, I. S. Rakhimov, 2-Local derivations on finite-dimensional Lie algebras, *Linear Algebra and its Applications,* **474** (2015), 1-11.

6. Sh. A. Ayupov, K. K. Kudaybergenov, Local derivations on finite dimensional Lie algebras, *Linear Algebra and its Applications*, **493** (2016) 381–398.

7. Sh. A. Ayupov, K. K. Kudaybergenov, 2-Local automorphisms on finite-dimensional Lie algebras, *Linear Algebra and its Applications*, **507** (2016) 121-131.

8. Z. Chen, D. Wang, 2-Local automorphisms of finite-dimensional simple Lie algebras, *Linear Algebra and its Applications*, **486** (2015) 335–344.

9. Sh. A. Ayupov, B. A. Omirov. On some classes of nilpotent Leibniz algebras, Siberian Mathematical Journal, Vol.**42(1)** (2001), pp. 15-24.

10. Casas J.M., Ladra M., Omirov B.A., Karimjanov I.A. Classification of solvable Leibniz algebras with null-filiform nilradical, Linear and Multilinear algebra, **61(6)** (2013) 758 - 774.

11. Casas J.M., Ladra M., Omirov B.A., Karimjanov I.A. Classification of solvable Leibniz algebras with naturally graded filiform nilradical, Linear Algebra and its Applications, **438** (2013) 2973-3000.

12. Camacho L.M., Gomez J.R., Gonzalez A.J., Omirov B.A., Naturally graded 2-liform Leibniz algebras, Comm. Algebra **38(10)** (2010), 3671-3685.

13. Абдурасулов К.К., Адашев Ж.К., Саттаров А.М., Разрешимые алгебры Лейбница с 2-филиформным нильрадикалом, Uzbek Mathematical Journal, 2016 (4), 16-23 .

14. Алаудинов А.К., Курбанбаев Т.К., Локальные дифференцирования естественным образом градуированной не Лиевой алгебры Лейбница, Труды конференции "Проблемы современной топологии и ее приложения" Ташкент, 5-7 мая 2016 г.

Институт математики при НУУз
Каракалпакский госуниверситет
Национальный университет Узбекистана им. М.Улугбека

Mundarija

Abdullayev R.Z., Мадаминов Б.А. log- *integrirlanuvchi algebraning izomorflik mezoni* 3

Alauadinov A.K., Kurbanbayev T.K. *Tabiiy ravishda graduirlangan Li bo'lmagan Leybnits algebralari lokal differentsiallashlari* 10

Amanov D. *Elliptik-giperbolik tipdagi tenglama uchun uchta ulash sharti bo'lgan chegaraviy masala* 18

Aripov M., Matyakubov A.S. *Manbaga ega nodivergent ko'rinishdagi krot-diffuziya sistemasi modeli uchun chekli tezlikda tarqalish effekti* 27

Ahmadaliyev G.N., Baxromova X.S., Davlatova F. $\frac{d^4}{dx^4} - 2\frac{d^2}{dx^2} + 1$ *differensial operatorning diskret analogini qurish va uning xossalari* 36

Ayupov Sh.A., Kudaybergenov K.K., Yusupov B.B. *Ba'zi filiform Leybnits algebralari lokal va 2-lokal differensiallashlari* 44

Jabborov N.M., Bayshemirov J.D., Jian-Gan Tan, Xolmuradov A.E. *Bosim bo'yicha muvozanatlangan ikki tezlikli gidrodinamika masalalari uchun qo'shimcha saqlanish qonunlari* 55

Jurayev T.F. *Ba'zi $F(X)$ ko'rinishdagi kompaktlarning xossalari haqida* 67

Ibragimov Z. *Gonchar sinfidan bo'lgan funksiyalarni barcha $\mathbb{C}^n$ fazoga davom etishi* 77

Islomov B.I., Yunusov O.M. *Yuklangan giperbolik tenglama uchun maxsus sohada chegaraviy masala* 86

Karimov K.T. *Ikkita singulyar koeffitsientli uch o'lchovli elliptik tenlama uchun Dirixle masalasi* 96

Nuraliyev F.A. *Sobolev fazosida xosilali optimal interpolyatsion formulaning koeffitsiyentlari* 106

Raimova G.M. *Chiziqsiz elliptik tenglamalarga qo'yilgan Dirixle masalasini yechish uchun ehtimoliy modellar* 114

Salohitdinov M.S., Ruziyev M.X. *Singulyar koeffisientli aralash tirdagi tenglama uchun chegaralanmagan cohada chegaraviy masala* 124

Tursunov F.R. *O'zgarmas koeffitsiyentli birinchi tartibli chiziqli elliptik tenglamalar sistemasi uchun chegaralanmagan sohada Koshi masalasining regulyarizatsiyasi* 129

Xolboyev A.G., Azamov A.A., Kuchkorov A.Sh. *Muntazam ko'pyoqliklarning qirralari bo'ylab "sekin"quvuvchilar ishtirokida qochish-quvish masalasi* 140