

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY VA O‘RTA MAXSUS TA‘LIM VAZIRLIGI**

**ISLOM KARIMOV NOMIDAGI
TOSHKENT DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI**

ENERGETIKANING MATEMATIK MASALALARI
fanidan

MA‘RUZALAR MATNI

I-QISM

TOSHKENT 2017

Tuzuvchilar: Gayibov T.Sh., Pulatov B.M., Reymov K.M. – Toshkent, ToshDTU, 2017.-76 b.

Ushbu "Energetikaning matematik masalalari" fanidan ma'ruzalar to'plami ta'limning 5310200 – Elektr energetikasi (energiyani ishlab chiqarish, uzatish va taqsimlash) yo'nalishi talabalari uchun tuzilgan.

Ma'ruzalar matnida energetik qurilmalarning vazifalari, ularning ishlash prinsiplari, qonuniyatlari va ularda sodir bo'ladigan jarayonlarning ba'zi bir masalalarining matematik yo'l bilan hal etilishi, EES lar, ularning ishlash jarayonidagi qonunlar va shu qonunlarni energetik masalalarini yechishda qo'llash va tadqiq qilish, elektr energetika tizimlari holatlarini optimallashtirishning vazifalari va usullari **keltirilgan**.

Ma'ruzalar matni ToshDTU o'quv-uslubiy kengashi tomonidan chop etishga ruxsat berilgan.

Taqrizchilar: Xudayarov M.B. -	«O'zbekenergo» AJ ilmiy- texnika markazi katta ilmiy xodimi, t.f.n.
Rismuxamedov D.A.-	Toshkent davlat texnika universiteti «Energetika» fakulteti «Energetikada tizimlarni boshqarish va nazorat qilish» kafedrası mudiri.

1-MA'RUZA

Kirish. Fanning asosiy vazifalari

Reja:

1. Fanning vazifasi
2. Elektr sistemalarining matematik tahlil qilishni talab qiluvchi masalalar
3. Elektr sistemalarining rejimlari
4. Nazorat savollari

Ma'lumki, fundamental va amaliy fanlarning taraqqiyotini fizik anglashda matematik asoslashni, matematik modellash usullarini keng qo'llashni va masalalarni yechishda hozirgi zamon EHM laridan foydalanish talab qilinmoqda.

Fanning vazifasi:

matematikani elektr energetika mutaxassisining amaliy ishlari bilan bog'lash;

energetika sohasida oshirilayotgan hisob-kitob va tadqiqot ishlari uchun amaliy qo'llanma berish.

Elektr sistemalarini qulaylashtirish va loyihalash masalalarini turli matematik usullarni qo'llamasdan yechish mumkin emas. Elektr ta'minotining matematik tahlil qilinishni talab qiluvchi masalalari quyidagilar:

-elektr sistemasi barcha elementlarini ratsional tanlash (generator va transformatorlarning soni va quvvatini, o'tkazgichlar, shinalar va kabellar ko'ndalang kesim yuzalarini, kompensatsiyalovchi qurilmalarni, elektr apparatlarini va boshqalar.);

- tashqi va ichki elektr sistemalari kuchlanishlarini ratsional tanlash: (quyidagi usullardan foydalangan holda)

1. $U = 4,34 (l + 0,016 \cdot P)^{1/2}$ (kV); bu yerda $l = (\text{km})$; $P = (\text{kVt})$;

2. $U = (P - 1 - \text{jadvaldan})$ va hokazo.

- elektr yuklamalarining asosiy ko'rsatkichlarini hisoblash:

$$\Delta P = \frac{P^2 + Q^2}{U^2} \cdot R \quad (1.1)$$

$$\Delta Q = \frac{P^2 + Q^2}{U^2} \cdot X \quad (1.2)$$

$$\Delta U = \frac{P \cdot R + Q \cdot X}{U} \quad (1.3)$$

$$\Delta E = \Delta P \cdot t \quad (1.4)$$

- bosh pasaytirish podstantsiyasi va kompensatsiyalovchi qurilmalarning korxonalaridagi joylashish qulay o‘rinlarini hisoblash:

transformatorlar, o‘zgartirgichlar, elektr liniyalari va yuklamalar) va sistema holatini yoki rejimning boshqaruvchi, o‘zgartiruvchi, rostlovchi va kuzatuvchi elementlarni oladi.

Elektr energetika masalalarida amaliy matematika usullarini qo‘llashni ko‘rib chiqishdan oldin elektr ta‘minoti sistemi ishlashining ifodali modelini qurish kerak. Sistemaning ishi asosan quvvat (energiyaning miqdori bilan xarakterlanadi.

Elektr energiyasi - elektr sistemi ishining miqdoriy ko‘rsatkichidir.

Energiya sifati asosan iste‘mol qilayotgan kuchlanishning kattaligi va chastotasi, ko‘p fazali sistemalarda kuchlanishning simmetriyalik darajasi va kuchlanish xarakteristikasining sinusoidallik shakli bilan xarakterlanadi.

Elektr sistemi rejimi - bu uning xohlagan vaqtdagi yoki vaqt intervalidagi holatidir.

Rejim parametrlari - bu elektr ta‘minoti sistemalari rejimlari o‘zgarishi bilan bog‘liq ko‘rsatkichlardir. Rejim parametrlaridan bo‘lib, elektr ta‘minoti sistemasining turli nuqtalaridagi kuchlanishlar, elementlardagi toklar, E.Yu.K. va kuchlanish vektorlari orasidagi burchak, aktiv, reaktiv, to‘la quvvat va energiya va hokazolar hisoblanadi.

Elektr sistemalarining parametrlaridan bo‘lib generator, transformatorlar, liniyalarning va o‘zgartirgichlarning aktiv, reaktiv, to‘la qarshiliklari, o‘tkazuvchanliklari, transformatorlarning transformatsiya koeffitsiyentlari, kuchaytirish koeffitsiyentlari, elektr mashinalarning chulg‘amlarining vaqt doimiysi, kuchlanishlarning transformatsiya pog‘onalari hisoblanadi.

Elektr sistemalarini tahlil qilayotganda va matematik holatlarini tuzayotganda uch xil rejim kuzatiladi:

- normal turg‘un rejim, sistema loyihalangan va texnik - iqtisodiy ko‘rsatkichlar aniqlangan holat;

- shikastlanishdan keyingi turg‘un rejim, bu shikastlanishdan keyin biror element yoki bir necha elementlar o‘chirilgandan so‘nggi holat (normal va shikastlanishdan keyingi turg‘un rejim parametrlarni vaqt

bo'yicha o'zgarmasliklari bilan xarakterlanadi, shuning uchun bu rejimlar parametrlari orasidagi bog'liqlik algebraik tenglamalar bilan ifodalanadi);

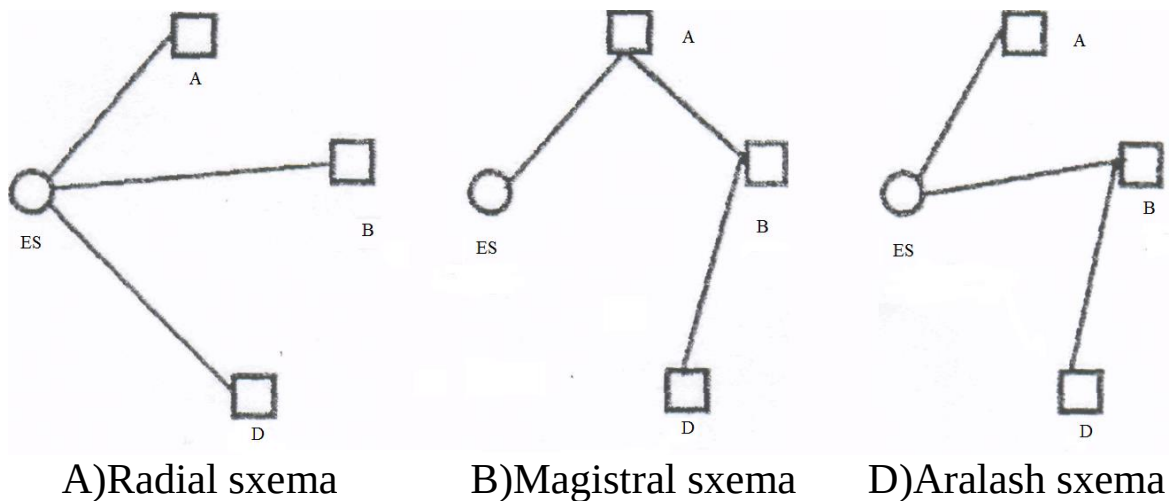
- o'tkinchi rejim, bunda vaqt mobayida sistema bir holatdan boshqa holatga o'tadi.

(bu rejimda sistemaning barcha parametrlari vaqt mobaynida o'zgaradi va sistemaning holati differensial tenglama bilan ifodalanadi).

Elektr sistemalarning rejimlarini ifodalovchi tenglamalarni yechish uchun kerakli matematik bilimlarga ega bo'lish lozim.

- kompensatsiyalovchi qurilmalarning qulay turi va quvvatlarini hisoblash:

- elektr ta'minotining ishonchiligini hisobga olgan holda elektr ta'minoti sxemasi va uskunalarini ratsional tanlash:



1.1-rasm. Elektr tarmoqning ulanish sxemalari.

Elektr sistemalarining texnik-iqtisodiy tadqiqqlarida, loyihalashda va ishlatishda turli matematik usullarning keng qo'llanilishi raqamli EHM lardan unumli foydalanish imkonini beradi.

Nazorat savollari:

1. Fanning vazifasi nimalardan iborat?
2. Qanday masalalarni tahlil qilishni talab qiladi?
3. Elektr sistemasining ishlashini ifodalash modeli nimadan iborat?
4. Elektr sistemasining parametrlariga nima kiradi?

2-MA'RUZA

Elektr sistemalarining matritsa ko'rinishidagi holat tenglamalarini tuzish. Om va Kirxgof qonunlarining matritsa ko'rinishlari

Reja:

1. Matritsa. Matritsalarining maxsus turlari
2. Matritsalarini qo'shish va ayirish
3. Matritsalarini ko'paytirish
4. Om va Kirxgof qonunlarining matritsa ko'rinishlari
5. Nazorat savollari

Chiziqli algebradan ma'lumotlar

Matritsalar. Matritsalarining maxsus turlari

$m \times n$ ko'rinishidagi matritsa deb sonlarni to'g'ri burchakli jadval ko'rinishiga aytiladiki, bunda sonlar m qator va n ustunlar shaklida yoziladi a_{ij} . A matritsaning elementlari; a_{ij} - i - qatorning va j - ustunning kesishgan joyidagi element.

Misol:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Matritsani yozish uchun quyidagi belgilardan foydalanish mumkin:

$$A, [a_{ij}]$$

Matritsa $m \times n$ agar $m = n$ bo'lsa, kvadrat matritsa deyiladi, $m = n$ bo'lmasa to'g'ri burchakli matritsa deyiladi.

Matritsa A^t berilgan A matritsaga nisbatan transponirlangan deyiladi, agar matritsa A elementlari matritsa A^t elementlariga a_{ij} barcha i va j larda teng bo'lsa:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

misol:

agar
$$A = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 5 \end{vmatrix} \quad A^T = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} \quad (2.2)$$

Ikki bir xil o'lchamdagi A va B matritsalar teng hisoblanadi, ya'ni $A=B$ agar ularning elementlari teng bo'lsa, ya'ni $a_{ij} = b_{ij}$.

Matritsalarining maxsus turlari. Barcha elementlari nolga teng matritsa nol matritsa deyiladi va O simvoli yoki (0) ko'rinishida belgilanadi.

Bosh diagonal elementlarigina noldan farqli kvadrat matritsalar diagonal matritsalar deyiladi, va quyidagicha tasvirlanadi.

$$\bar{C} = \begin{vmatrix} c_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & c_n \end{vmatrix} \quad (2.3)$$

Ya'ni $C = \text{diag } C = [\delta_{ij} \ C_1]$

bu yerda δ_{ij} Kronekker belgisi.

Agar diagonal matritsaning barcha elementlari birga teng bo'lsa, ya'ni $S_{ij} = 1$ unday matritsa birlik matritsa deyiladi va quyidagicha belgilanadi

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Matritsa-qator yoki vektor-qator - bu o'lchami $1 \times m$ bo'lgan matritsa bo'lib, bir qator va m ustundan iborat bo'ladi

Matritsa-ustun yoki vektor-ustun - bu o'lchami $n \times 1$ bo'lgan matritsa bo'lib, n qator va bir ustundan iborat bo'ladi.

$a_{ij} = a_{ji}$ shart bajarilgan matritsalar simmetrik matritsalar deyiladi.

Matritsalar ustida amallar

Qo'shish. Ikki A va B matritsalarining yig'indilari shunday holda aniqlanadilarki, bunda ikkala matritsa ham bir xil o'lchamga ega bo'ladilar. Yig'indi matritsaning elementlari qo'shilayotgan matritsalarining mos elementlarining yig'indisi ko'rinishida aniqlanadi, ya'ni

$$C = A + B: c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}. \quad (2.5)$$

Yig'indini aniqlashdan quyidagi xossalar kelib chiqadi:

$$A+B=B+A \quad A+(B+A)=(A+B)+C \quad (2.6)$$

A matritsaning k soniga ko'paytmasi shunday matritsani $k \cdot A$, u matritsaning elementlari quyidagi ko'rinishda aniqlanadi.

Matritsani songa qo'shish va ko'paytirish distributivdir:

$$k(A+B) = k \cdot A + k \cdot B, \quad (k+1) \cdot A = k \cdot A + 1 \cdot A \quad (2.7)$$

va kommutativdir $k \cdot 1 \cdot A = 1 \cdot k \cdot A$.

Matritsalarini songa qo'shish va ko'paytirish amallari matritsalarini farqi tushunchasini kiritish imkonini beradi. Barcha A qo'shish amaliga teskari amal

-A mavjud va quyidagicha aniqlanadi $-A = (-1) A$, ikki matritsa A va B orasidagi farq quyidagicha yoziladi $S = A - B$.

Matritsalarini ko'paytirish. Ikki matritsa A va B larining ko'paytmasi shunda va faqat shunda aniqlanilganki, bunda A matritsaning ustunlar soni B matritsaning qatorlar soniga teng bo'ladi. Agar matritsa A ning o'lchami $m \cdot r$ bo'lsa va matritsa B ning o'lchami $r \cdot n$ bo'lsa, u holda matritsa $C = AB$ o'lchami $m \cdot n$ ko'rinishda bo'ladi va uning elementlari s_{ij} quyidagi formuladan aniqlanadi

$$C_{ij} = \sum a_{ik} \cdot b_{kj} \quad (2.8)$$

va qo'yidagi qoida bo'yicha aniqlanadi

c_{ij} elementni olish uchun A matritsaning i qatori elementlarini mos ravishda V matritsa j ustuni elementlariga ko'paytiriladi va hosil qilingan ko'paytmalar qo'shiladi.

Umumiy holda matritsalarini ko'paytirish kommutativ emas, ya'ni

$$AB \neq BA.$$

Yana shu yerda, agar $AB = BA$ bo'lsa, matritsalar A va B ko'chiruvchan deyiladi.

Misol:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\alpha = 2$. Topish kerak $A^T B + \alpha C$.

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & -4 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad A^T B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & -4 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \\ 0 \cdot 1 + 4 \cdot 3 - 4 \cdot 2 \\ 3 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\alpha C = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad A^T B + \alpha C = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix}$$

Misol: Agar $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ $AB = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ va $B = (2 \ 4 \ 1)$. AB va BA matritsalarini

topish talab etilsin. Unda

$$AB = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} (2 \ 4 \ 1) = \begin{pmatrix} 1 \cdot 2 & 1 \cdot 4 & 1 \cdot 1 \\ 4 \cdot 2 & 4 \cdot 4 & 4 \cdot 1 \\ 3 \cdot 2 & 3 \cdot 4 & 3 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 8 & 16 & 4 \\ 6 & 12 & 3 \end{pmatrix}$$

$$BA = (2 \ 4 \ 1) \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} = (2 \cdot 1 + 4 \cdot 4 + 1 \cdot 3) = (2 + 16 + 3) = (21).$$

Misol: $A = (1 \ 2)$ $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$

$$AB = (1 \ 2) \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = (3 + 10 \quad 4 + 12) = (13 \ 16)$$

Isbotsiz ravishda matritsalarini ko'paytirish xossalari keltiramiz:

$$A \cdot 0 = 0 \cdot A = 0$$

$$A \cdot E = E \cdot A = A$$

$$(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$$

$$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$$

$$(A \cdot B)C = A(B \cdot C)$$

$$(A^T \cdot B^T) = B^T \cdot A^T$$

(2.9)

Berilgan kvadrat matritsaga teskari deb shunday matritsaga aytiladiki, bunda teskari matritsa xuddi berilgan matritsa bilan bir xil o'lchamda bo'ladi va quyidagi shartni qanoatlantiradi:

$$A \times A^{-1} = A^{-1} \times A = E \quad (2.10)$$

Teskari matritsa A^{-1} ko'rinishida bo'ladi. Barcha matritsalar ham teskari matritsaga ega bo'lavermaydi. Teskari matritsaga ega bo'lish imkoniyati matritsaning xarakteristikasi - Aniqllovchi bilan xarakterlanadi.

Nazorat savollari:

1. Matritsaga ta'rif bering.
2. Matritsalarining qanday maxsus turlarini bilasiz?
3. Matritsalarini qo'shish va ayirish qanday amalga oshiriladi?
4. Qanday qilib matritsalarini ko'paytiramiz?
5. Ko'paytirish xossalarini keltiring.

3-MA'RUZA

Determinantlar. Ularning xossalari. Algebrik to'ldiruvchilar va minor matritsalar

Reja:

1. Ikkinchi va uchinchi tartibli determinantlar, ularning xossalari
2. Determinant xossalari
3. Algebrik to'ldiruvchilar va minorlar
4. n-tartibli determinant haqida tushuncha

Ikkinchi va uchinchi tartibli determinantlar, ularning xossalari

Ikkinchi tartibli determinant. To'rtta sondan iborat ushbu jadvalni va uni matritsa, aniqrog'i, ikkinchi tartibli kvadrat deb ataymiz;

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

$\Delta = a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}$ son (3.1) matritsaning determinanti yoki oddiy qilib, ikkinchi tartibli determinant deb ataladi (3.1) matritsaning determinanti bunday belgilanadi:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad (3.2)$$

Shunday qilib, tarifga va belgilashga asosan quyidagiga egamiz:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12} \quad (3.3)$$

matritsa bilan uning (3.2) determinantini chalkashtirmaslik lozim, chunki matritsa bor yo‘g‘i to‘rtta sondan iborat jadval bo‘lib, determinant esa shu jadvaldan (3.3) da ko‘rsatilgani kabi birgina sonidir.

Determinantni tashkil qiladigan sonlar uning elementlari deb ataladi. Ikkinchi tartibli determinant ikkita qator va ikkita ustunga ega. Istalgan elementning belgilanishida birinchi indeks shu element turgan qator tartibini, ikkinchi indeks esa ustun tartibini ko‘rsatadi.

a_{11}, a_{12} elementlar birinchi qatorni, a_{21}, a_{22} elementlar ikkinchi qatorni tashkil etadi.

a_{11}, a_{21} elementlar birinchi ustunni, a_{12}, a_{22} elementlar ikkinchi ustunni tashkil etadi.

a_{11}, a_{22} elementlar joylashgan diagonal determinantning bosh diagonal a_{21}, a_{12} elementlar joylashgan diagonal esa yordamchi diagonal deb ataladi.

Shunday qilib,

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad (3.4)$$

1-misol. $\begin{vmatrix} 8 & 1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 8 \cdot 5 - 3 \cdot 1 = 37.$

Uchinchi tartibli determinant. Uchinchi tartibli kvadrat matritsani, ya’ni 3 x 3 ta sondan iborat. Ushbu jadvalni qaraymiz:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Bu matritsaning tartibli determinanti deb quyidagi

$\Delta = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{23}a_{32}a_{11}$ songa aytiladi.

Uchinchi tartibli determinant bunday belgilanadi.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (3.5)$$

Shunday qilib.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} a_{33} + a_{12} a_{23} a_{31} + a_{13} a_{21} a_{32} - a_{31} a_{22} a_{13} - a_{12} a_{21} a_{33} - a_{23} a_{32} a_{11} \quad (3.6)$$

Uchinchi tartibli determinant uchun qator, ustun, bosh va yordamchi diagonallar tushunchalari ikkinchi tartibli determinantdagi kabi kiritiladi. (3.6) ifodani xotirlab qo'yish uchun bunday yo'l tutamiz. Determinantdagi (3.6) ifodaga musbat ishora bilan kiradigan har bir ko'paytmaning uchta elementini punktir chiziq yordamida tutashtiramiz. (3.6) ifoda manfiy ishora bilan kiradigan ko'paytmalar uchun ham shunday qilamiz. Oson qoladigan sxema (uchburchak hosil bo'ladi) (1-shakl)



$$\quad (3.7)$$

Determinantning xossalari

Bu xossalarni uchinchi tartibli determinant uchun keltiramiz.

- a) Determinantning qatorlaridagi elementlari va ustunlardagi elementlari o'rinlari almashtirilganda uning miqdori o'zgarmaydi:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (3.8)$$

Bu xossani hisoblash uchun yuqorida determinantlarga (3.6) formulani tatbiq etish va olingan ifodalarning to'g'riligiga ishonch hosil qilish kifoyadir. Bu xossa determinantning qator va ustunlari elementlarining teng huquqligini belgilab beradi. Shu sababli barcha keyingi xossalarni qatorlar uchun ham, ustunlar uchun ham ta'riflab, ularni bir so'z bilan qator deb ataymiz.

- b) Agar determinantning ikkita parallel qator elementlarining o'rinlari almashtirilsa, uning ishorasi qarama-qarshi ishoraga almashadi.

Masalan:

$$\begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (3.9)$$

Bu xossa ham oldingi xossa kabi isbotlanadi.

d) Agar determinantning ikkita bir xil elementli qatorga ega bo'lsa, u nolga teng. Xaqiqatdan, ikkita parallel bir xil elementli qatorlarning o'rinlarini almashtirish bilan determinant o'zgarmaydi, biroq b) xossaga asosan uning ishorasi o'zgaradi.

Demak, $\Delta = -\Delta$, ya'ni $2\Delta=0$ yoki $\Delta=0$. Masalan,

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0$$

e) Determinantning biror qatorining barcha elementlarini istalgan λ songa ko'paytirish determinantning bu songa ko'paytirishga teng kuchlidir;

$$\begin{vmatrix} \lambda a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ \lambda a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ \lambda a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (3.10)$$

Bu xossa determinantlarga (3.6) formulani tatbiq etish bilan tekshiriladi. Ushbu da'vo bu xossaning natijasi bo'ladi; biror qator elementlarning umumiy ko'paytuvchisini determinant belgisidan tashqariga chiqarish mumkin.

f) Agar determinant nollardan iborat bo'lgan qatorga ega bo'lsa, u nolga teng.

Bu xossa oldingi xossadan $\lambda=0$ bo'lganda kelib chiqadi.

g) Agar determinant ikkita parallel proporsional qatorga ega bo'lsa, u nolga teng. Haqiqatan, agar ikkita parallel qatorning hadlari proporsional bo'lsa, u holda e) xossaga asosan, bu qatorlar elementlarning umumiy ko'paytuvchisini determinant belgisidan tashqariga chiqarish mumkin. Natijada ikkita parallel bir xil qator qoladi, u esa b) xossaga asosan nolga teng.

Masalan:

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 6 & 8 & 4 \\ 7 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \\ 7 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

h) Agar determinant biror qatorning har bir elementi ikkita qo'shiluvchining yig'indisidan iborat bo'lsa, u holda bu determinant ikki determinant yig'indisidan iborat bo'ladi.

Masalan:

$$\begin{vmatrix} a_{11} + b_1 & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} + b_2 & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} + b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (3.11)$$

Bu xossa determinantlarga (5) formulani qo'llash bilan tekshiriladi.

i) Agar biror qator elementlariga boshqa parallel qatorning elementlarini istalgan umumiy ko'paytuvchiga ko'paytirib qo'shilsa, determinant o'zgarmaydi.

Masalan:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} + \lambda a_{12} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} + \lambda a_{22} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} + \lambda a_{32} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (3.12)$$

Bu xossani o'ng tomonga h) va g) xossalarni qo'llab tekshirish mumkin;

Algebraik to'ldiruvchilar va minorlar. Navbatdagi xossalarni ta'riflash uchun minor va algebraik to'ldiruvchi tushunchalarini kiritamiz. Determinant biror elementning minori deb, shu determinantdan bu element turgan qator va ustunni o'chirishdan hosil bo'lgan determinantga aytiladi. Soddalik uchun quyidagi uchinchi tartibli determinantni olamiz;

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (3.13)$$

Determinant a_{ik} elementning minori M_{ik} ($i, k = 1, 2, 3$) bilan belgilanadi. Masalan,

a_{11} elementning minori $M_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ son, a_{32} elementning minori esa $M_{32} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix}$ son bo'ladi va h.k. Determinantning biror a_{ik} elementi turgan qator va ustun tartib raqamlarining yig'indisi $i+k$ juft yoki toq son bo'lishiga bog'liq ravishda bu element juft yoki toq joyda tartibi deb ataladi. Masalan, a_{11} element determinantda juft joyni egallagan, chunki u birinchi qator va birinchi ustun kesishgan joyda turibdi, $1+1=2$ esa juft son. a_{32} element esa toq joyni egallagan, chunki $3+2=5$ toq son va h.k. Determinant biror elementning algebraik to'ldiruvchisi deb uning bu determinantda juft yoki toq joy egallaganiga bog'liq ravishda musbat yoki manfiy ishora bilan olingan minorga aytiladi. a_{ik} elementning algebraik to'ldiruvchisi A_{ik} bilan belgilanadi.

Masalan: a_{11} elementning algebraik to'ldiruvchisi $A_{11} = (-1)^{1+1} \times M_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ son bo'ladi, chunki a_{11} element juft joyda turibdi, a_{32} elementning algebraik to'ldiruvchisi

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \times M_{32} = - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} \quad (3.14)$$

son bo‘ladi, chunki a_{32} element toq joyda turibdi, va h.k

Determinantning algebraik to‘ldiruvchilarga bog‘liq xossalari bilan tanishishda davom etamiz.

Determinant biror qator elementlari bilan ularning algebraik to‘ldiruvchilariga ko‘paytmalari yig‘indisiga teng. Shunday qilib, ushbu tenglik o‘rinli:

$$\begin{aligned} \Delta &= a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13}, & \Delta &= a_{21}A_{21} + a_{22}A_{22} + a_{23}A_{23} \\ \Delta &= a_{31}A_{31} + a_{32}A_{32} + a_{33}A_{33}, & \Delta &= a_{12}A_{12} + a_{22}A_{22} + a_{32}A_{32} \\ \Delta &= a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + a_{31}A_{31}, & \Delta &= a_{13}A_{13} + a_{23}A_{23} + a_{33}A_{33} \end{aligned} \quad (3.15)$$

j) Determinantning biror qatori elementlarini parallel qator mos elementlarining algebraik to‘ldiruvchilariga ko‘paytmalari yig‘indisi nolga teng.

Masalan:

$$a_{11}A_{21} + a_{12}A_{22} + a_{13}A_{23} = 0$$

ekanligini isbotlaymiz. Haqiqatan ham,

$$a_{11}A_{21} + a_{12}A_{22} + a_{13}A_{23} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 0, \quad (3.16)$$

ana shuni isbotlash talab qilingan edi.

n-tartibli determinant haqida tushuncha

n- tartibli matritsani, ya’ni $n \times n$ ta sondan iborat ushbu jadvalni ko‘ramiz;

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Bu matritsaning n-tartibli determinanti deb bunday belgilanadigan songa aytiladi:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (3.19)$$

n-tartibli determinant uchun yuqorida aytilgan barcha xossalar, jumladan, determinantni biror qator elementlari bo‘yicha yoyish formulasi bu yerda ham o‘rinli.

Istalgan tartibli determinantni hisoblashda ayni shu formuladan foydalaniladi.

Misol. Ushbu to'rtinchi tartibli determinantni ikkinchi qator elementlari bo'yicha yoyish yo'li bilan hisoblanadi:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 \\ 5 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 6 & 3 \\ 1 & 5 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

Yechish. Quyidagiga egamiz:

$$\begin{aligned} \Delta &= a_{21}A_{21} + a_{22}A_{22} + a_{23}A_{23} + a_{24}A_{24} = -5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -1 & 6 & 3 \\ 5 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} + \\ &+ 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 5 & 2 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 6 \\ 1 & 5 & -1 \end{vmatrix} = -5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -1 & 6 & 3 \\ 5 & -1 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 5 & 2 \end{vmatrix} = 18 \end{aligned}$$

Ajratib ko'rsatilgan so'zlar: Determinant, ikkinchi tartibli determinant, bosh diagonal, yordamchi diagonal, uchinchi tartibli determinant, xossalari, qator, algebraik to'ldiruvchi va minorlar.

Nazorat savollari:

1. Matritsaga ta'rif bering.
2. Ikkinchi va uchinchi tartibli determinantlarga ta'rif bering va ularning xossalarini sanab o'ting.
3. Determinantning qanday xossalari mavjud?
4. Algebraik to'ldiruvchilar va minorlarga ta'rif bering.
5. n-tartibli determinantni tushuntiring.

4-MA'RUZA

Kvadrat matritsalarining xossalari.

Reja:

1. n - tartibli aniqlovchi
2. Minor va algebraik to'ldiruvchi
3. Teorema 1
4. Aniqlovchini ochish teoremasi
5. Teorema 3
6. Kramer formulalari
7. Nazorat savollari

n - tartibli aniqlovchi deb shunday kvadrat matritsadan olingan songa aytiladiki, bunda quyidagi qoidalaridan foydalaniladi:

1. Aniqlovchi $n!$ a'zolarining algebraik yig'indisidan iborat.

2. Yig'indining har bir a'zosi p elementning ko'paytmalari shaklida bo'lib, ular matritsaning har qatorini har ustunidan oladi.

3. Yig'indi a'zosi musbat ishora bilan olinadi, agar ko'paytmaga kiruvchi elementning birinchi va ikkinchi indeksleri elementlar yig'indisi musbat bo'lsa (ikkalasi ham juft yoki ikkalasi ham toq bo'lsa) va teskari holda manfiy qilib olinadi.

(Ko'chirish (K) - 1, 2, 3 ... n -sonlarni ma'lum bir tartibda joylashtirishdir n sonlarning mumkin bo'lgan ko'chirishlar soni $n!$ ga teng.

Misol:

1) $n = 2$ K ko'chirishlar soni - $n! = 2! = 1 \cdot 2 = 2$, K: 1, 2; 2,1.

2) $n = 3$, $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$; K: 1,2,3; 1,3,2; 3,1,2; 2,1,3; 2,3,1; 3,2,1.

A matritsasining aniqlovchisi $|A|$, $\det A$ yoki D ko'rinishida belgilanadi.

minor va algebraik to'ldiruvchi

Aniqlovchi $|A|$ element a_{ij} ning minori M_{ij} deb shunday $(n-1)$ -tartibli Aniqlovchiga aytiladiki bunda u i -qator va j -ustuni o'chirishidan hosil bo'ladi

Misol:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad M_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad M_{21} = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (4.1)$$

Algebraik to'ldiruvchi A_{ij} element a_{ij} uchun uning minori $(-1)^{i+j}$ ishora bilan olinadi, ya'ni. $A_{ij} = (-1)^{i+j} * M_{ij}$.

Aniqlovchining asosiy xossalari

1. Aniqlovchi transponirlanganda, ya'ni qator elementlari ustun yoki ustun elementlari qator qilib yozilganda uning qiymati o'zgarmaydi.

Bu xossa aniqlovchini qatori va ustuniga tegishli barcha xulosalarni tasdiqlaydi. Boshqacha qilib aytganda aniqlovchining qatori va ustunlari teng huquqli.

2. Aniqlovchining ikki qatorini (ustunini) o'rni almashtirilganda Aniqlovchining ishorasi qarama-qarshisiga o'zgaradi.

Xulosa. Bir xil qiymatga teng ikki qatorli (ustunli) Aniqlovchining qiymati nolga teng.

Haqiqatdan ham ikkinchi xossaga ko'ra ikki qator (ustun) almashtirilganda

$D = -D$ bu yerdan $2D = 0$ yoki $D = 0$.

3. Agar aniqlovchining biror ustun yoki qator barcha elementlari nolga teng bo'lsa bu aniqlovchi nolga teng bo'ladi.

Bu xossa aniqlovchining ta'rifidan kelib chiqadi.

4. Aniqlovchi qatori (ustunn) barcha elementlari umumiy ko'paytmasini aniqlovchi belgisi tashqarisiga chiqarish mumkin.

Misol:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \alpha \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (4.2)$$

$a_{12}=1$ bo'lganligi uchun va boshqa elementlar nolga teng bo'lishligi uchun a_{12} dan boshqa barcha elementlarning algebraik to'ldiruvchilari nolga teng.

Teorema 2. (Aniqlovchini ochish teoremasi).

Har bir aniqlovchi biror qator elementi element algebraik to'ldiruvchisi ko'paytmalari yig'indisiga teng.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{n1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad a_{11} + A_{11} + a_{21} + A_{21} + \dots + a_{n1} + A_{n1} \quad (4.3)$$

Isbot uchun aniqlovchini 1- qator uchun aniqlovchini hisoblaymiz:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} + 0 + \dots + 0 & a_{12} \dots a_{1n} \\ 0 + a_{21} + \dots + 0 & a_{22} \dots a_{2n} \\ \dots & \dots \\ 0 + 0 + \dots + a_{n1} & a_{n2} \dots a_{nn} \end{vmatrix} \quad (4.4)$$

Xossaga asoslanib

$$A = A^{(1)} + A^{(2)} + \dots + A^{(n)}$$

Bu yerda

$$A^{(1)} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{n1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad A^{(2)} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{n1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Bundan kelib chiqadiki

$$A = a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + \dots + a_{n1}A_{n1} \quad (4.6)$$

Ushbu teoremani kichik tartibli aniqlovchilarni hisoblash uchun ham tatbiq etish mumkin.

To'rtinchi tartibli aniqlovchini hisoblash talab qilinadi

$$D = \begin{vmatrix} -5 & 1 & -4 & 1 \\ 1 & 4 & -1 & 5 \\ -4 & 1 & -8 & -1 \\ 3 & 2 & 6 & 2 \end{vmatrix}$$

$$D = (-5) * (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 4 & -1 & 5 \\ 1 & -8 & -1 \\ 2 & 6 & 2 \end{vmatrix} + 1(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 5 \\ -4 & -8 & -1 \\ 3 & 6 & 2 \end{vmatrix} + (-4) * (-1)^{1+3} * \begin{vmatrix} 1 & 4 & 5 \\ -4 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} +$$

$$+ 1 * (-1)^{1+4} \begin{vmatrix} 1 & 4 & -1 \\ -4 & 1 & -8 \\ 3 & 2 & 6 \end{vmatrix} = -5 * 74 - (-15) - 4 * (-31) - 33 = -264$$

Isbot. Berilgan aniqlovchi

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1i} & \dots & a_{1k} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2i} & \dots & a_{2k} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{ni} & \dots & a_{nk} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (4.7)$$

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1i} & \dots & a_{1i} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2i} & \dots & a_{2i} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{ni} & \dots & a_{ni} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (4.8)$$
$$D^{\circ} = a_{1i}A_{1k} + a_{2i}A_{2k} + \dots + a_{ni}A_{nk} = 0 \quad (4.9)$$
[illegible]

Sistema (4.10) yechimi deb noma'lumlarning shunday yig'indisiga aytiladikn $x_1=\alpha_1$, $x_2=\alpha_2$, $x_n=\alpha_n$ ularni tenglamalar sistemasiga qo'yganda sistema tenglikka aylanadi. Qabul qilamizki, noma'lumlar oldilaridagi koeffitsiyentlardan tuzilgan aniqllovchi noldan farq qiladi:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (4.11)$$

Sistemaning birinchi tenglamasini A_{11} ga, ikkinchisini A_{21} ga va x.q. oxirgisini A_{n1} ga ko'paytiramiz va ularni qo'shamiz. Quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$x_1(a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + \dots + a_{n1}A_{n1}) + x_2(a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + \dots + a_{n2}A_{n1}) + x_n(a_{1n}A_{11} + a_{2n}A_{21} + \dots + a_{nn}A_{n1}) = b_1A_{11} + b_2A_{21} + \dots + b_nA_{n1} \quad (4.12)$$

yoki

$$x_1D = b_1A_{11} + b_2A_{21} + \dots + b_nA_{n1} \quad (4.13)$$

$x_2, x_3, \dots, x_n$ noma'lumlar oldidagi koeffitsiyentlar (4.12) da Teorema 3 ga asosan nolga teng bo'lganligi uchun va x_1 oldidagi koeffitsiyent Teorema 2 ga asosan D ga teng. O'ng tomonini belgilaymiz:

$$D_1 = b_1A_{11} + b_2A_{21} + \dots + b_nA_{n1} \quad (4.14)$$

Bu yerda

$$x_2D = D_2; \dots; x_nD = D_n \quad (4.15)$$

bu yerda $D_1 - D$ aniqllovchidan i – ustunni ozod hadlar ustuni bilan almashtirishdan hosil bo'lgan aniqllovchi. (4.12) va (4.15) dan kelib chiqadiki,

$$x_1 = \frac{D_1}{D}; \quad x_2 = \frac{D_2}{D}; \quad \dots; \quad x_n = \frac{D_n}{D} \quad (4.16)$$

Formulalar (4.16) Kramer formulalari deyiladi.

Misol:

Quyidagi chiziqli tenglamalar sistemasi yechilsin

$$x + 2y + 3z = 1$$

$$2x + 3y + z = 0$$

$$3x + y + 2z = 0$$

sistema aniqllovchisi

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 18 \neq 0$$

qo'shimcha aniqlovchilar

$$D_x = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 5; \quad D_z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -1;$$
$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix} = -1;$$

Kramer formulasi asosida

$$x = D_x / D = -5/18$$

$$y = D_y / D = 1/18$$

$$z = D_z / D = 7/18$$

Nazorat savollari:

1. Aniqlovchi deb qanday songa aytiladi?
2. Minorga ta'rif bering.
3. Aniqlovchining asosiy xossalari?
4. 1-teoremani ayting.
5. Aniqlovchini ochish teoremasini ayting.
6. Kramer formulalarini keltiring.

5-MA'RUZA

Blok matritsalar. Kompleks matritsalar

Reja:

1. Blok matritsalar
2. Kompleks matritsalar
3. Kompleks matritsalarining xossalari
4. Kompleks matritsalar ustida amallar
5. Nazorat savollari

Gorizontal va vertikal chiziqlar yordamida matritsalar bloklar yoki nim matritsalariga bo'linishi mumkin. Bloklarga bo'lingan matritsalarini qo'shish yoki ko'paytirish odatdagi formal qoidalarga mos olib boriladi.

Misol:

1. Kvadrat matritsa

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} \quad (5.1)$$

ni quyidagi ko‘rinishda tasvirlash mumkin:

$$A = \begin{vmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{vmatrix} \quad (5.2)$$

Bu yerda:

$$A_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad A_2 = \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{vmatrix} \quad A_3 = \begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{vmatrix} \quad A_4 = \begin{vmatrix} a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} \quad (5.3)$$

2. $A=[A_1/A_2]$ bo‘laklash va mos holda $B=[B_1/B_2]$

Bunda $A \cdot B$ ko‘paytma ekvivalent

$$A_1 \cdot B_1 + A_2 \cdot B_2$$

3. Bo‘laklash

$$A = \begin{vmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{vmatrix} \text{ va } X = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix} \quad (5.4)$$

Unda $A \cdot X$ ekvivalent

$$\begin{vmatrix} A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 \\ A_3 \cdot x_1 + A_4 \cdot x_2 \end{vmatrix} \quad (5.5)$$

Matritsani o‘rgana borib uning elementlarini ham hisobga olish kerak va takliflar kiritish kerak. Bilamizki, matritsalarining elementlari butun, xakikiy va kompleks bo‘ladilar.

Matritsalarining barcha xossalari ularning barcha turlariga mos keladilar.

$$\text{Misol: } Y = \begin{vmatrix} \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ y_{m1} & y_{m2} & \cdots & y_{mn} \end{vmatrix} \quad (5.6)$$

y_{ij} – butun, haqiqiy yoki kompleks son: $y_{ij}=g_{ij}+jb_{ij}$

Barcha kompleks matritsa Y elementi $y_{ij}=g_{ij}+jb_{ij}$ umumiy holda $Y=G+jB$ ko‘rinishida tasvirlanishi mumkin, bunda G matritsa elementlari g_{ij} , matritsa V elementlari b_{ij} .

Kompleks matritsalarining aniqllovchilari odatda kompleks yoki haqiqiy bo‘ladilar.

Misol:

$$A = \begin{vmatrix} 2 + j3 & 1 - j2 \\ 1 + j2 & 2 - j3 \end{vmatrix}$$

$$D=(2+j3)*(2-j3)-(1-j2)*(1+j2)=13-5=8$$

Barcha kompleks matritsalar uchun

$$Z = \begin{vmatrix} z_{11} + j z'_{11} & z_{12} + j z'_{12} & \dots & z_{1n} + j z'_{1n} \\ z_{n1} + j z'_{n1} & z_{n2} + j z'_{n2} & \dots & z_{nn} + j z'_{nn} \end{vmatrix} \quad (5.7)$$

Lekin aniqlovchi $\det Z$ ni xuddi $\det z' + \det z''$ ko'rinishida aniqlash noto'g'ri.

EHM larda standart kompleks sonlarni hisoblash dasturlari bo'lmaganda kompleks matritsalar blok haqiqiy sonlar ko'rinishida tasvirlash mumkin. Kvadrat kompleks matritsa $Y=G+jV$ ni quyidagicha ifodalash mumkin.

$$\begin{vmatrix} G & -B \\ B & G \end{vmatrix} \quad (5.8)$$

Matritsa – qator $X = x' + jx''$ va ustun $U = u' + ju''$ quyidagicha ifodalanadi:

$$X = \begin{vmatrix} x' \\ x'' \end{vmatrix} \quad U = \begin{vmatrix} u' \\ u'' \end{vmatrix} \quad (5.9)$$

Yuqoridagi shakl almashtirishlari matritsalarini qo'shish va ko'paytirish amallari yordamida tekshirish qiyin emas.

Misol:

1. $Y=G+jB$, $U'' = u' + ju''$ - ustun kompleks ko'rinishda
 $Y * U = (G + jB) * (U' = jU'') = (GU' - BU'') + j(GU'' + BU') = I' + jI'' = I$

Bu yerda $I' = GU' - BU''$, $I'' = GU'' + BU'$

Almashtirilgan ko'rinishda:

$$Y * U = \begin{vmatrix} G & -B \\ B & G \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} U' \\ U'' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} G * U' & -BU' \\ B * U & G * U'' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} I' \\ I'' \end{vmatrix} = I \quad (5.10)$$

2. Ikki matritsani ko'paytirish

$$Y = G + jB \quad \text{va} \quad Z = R + jx \quad (5.11)$$

$$Y * Z = (G + jB) * (R + jx) = (GR - Bx) + j(BR + Gx) = A' + jA'' = A \quad (5.12)$$

$$\begin{vmatrix} G & -B \\ B & G \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} R & -x \\ x & R \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} GR - Bx & -(Gx + BR) \\ BR + Gx & -Bx + GR \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A' & -A' \\ A'' & A' \end{vmatrix} \quad (5.13)$$

Nazorat savollari:

1. Qanday qilib matritsalarini bloklarga bo'lish mumkin?
2. Butun, haqiqiy va kompleks matritsalar?
3. Matritsalarini qo'shish va ko'paytirish amallari qanday bajariladi?

6-MA'RUZA

Graflar nazariyasining elektr sistemalari holat tenglamalarini yechishda qo'llanilishi

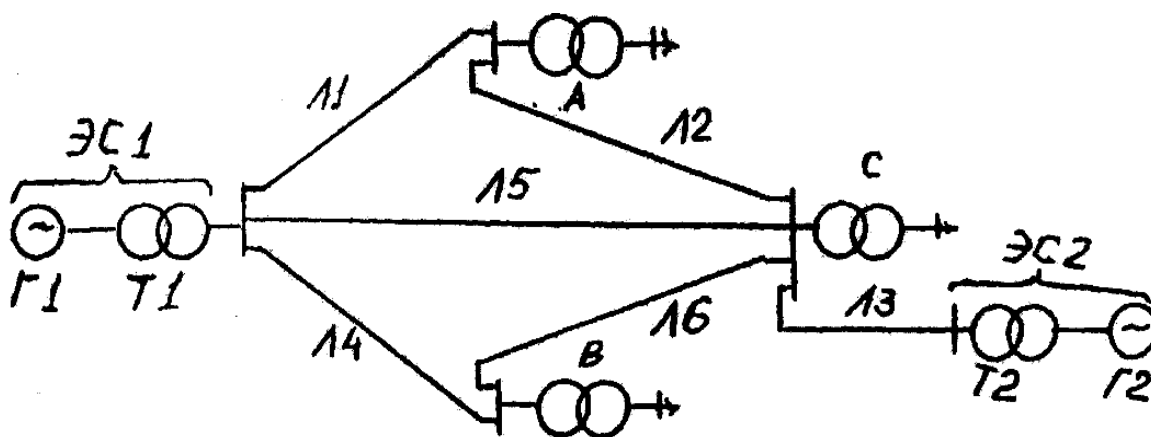
Reja:

1. Elektr sistemalarining almashtirish sxemalari
2. Elektr sistemalarining holat tenglamalari
3. Yo'naltirilgan grafning analitik ifodasi
4. Elektr sistemasining kontur tenglamasi
5. Nazorat savollari

A. Elektr sistemalarining almashtirish sxemalari

Elektr sistemalarining turg'un rejimlarini hisoblashda mos ravishda almashtirish sxemalari tuziladi. Bu almashtirish sxemalari real sistemning har bir alohida elementlarini almashtirish sxemalari va ulanishlariga mos keladi.

6.1-rasmda elektr sistemasining prinsipial sxemasi keltirilgan:

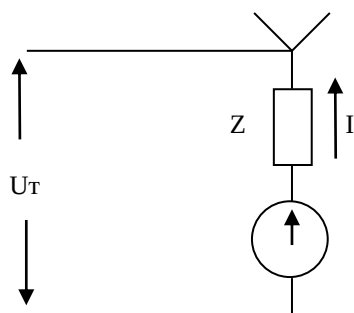


6.1-rasm. Elektr sistemasining prinsipial sxemasi

Sistema o‘zaro bir-birlari bilan bir nominal kuchlanishli oltita (L1-L6) elektr uzatish liniyasi orqali ulangan ikki elektrostansiya (ES1, ES2) va uch pasaytiruvchi podstansiyadan iborat.

Elektr sistemalarining turg‘un holat tenglamalarini tuzishda sistemaning alohida elementlari elektr zanjirining elementlari tok yoki kuchlanish manbasi va qarshiliklar ko‘rinishida tasvirlanadilar.

Elektr energiyasining manbalari quyidagicha tasvirlanadi:
kuchlanish manbasi



$\dot{Y}=I$ tok manbasi

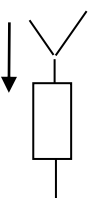
$\dot{Y}$



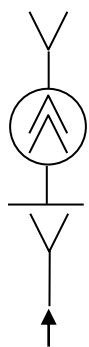
$\dot{Y}$ - beriluvchi tok

Yuklamalar (elektr energiyasi iste‘molchilari):
- qarshilik

I



Z

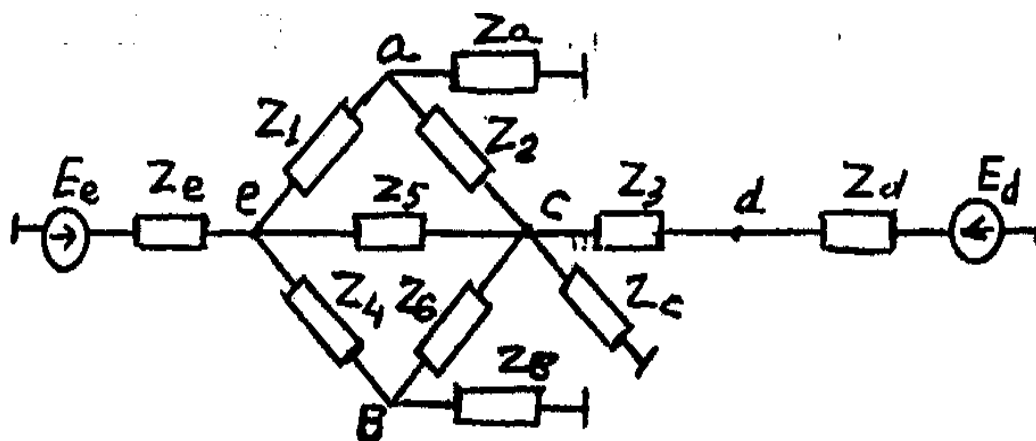


$\dot{Y} = -I$ – teskari tok manbai

- beriluvchi tok ko'rinishida

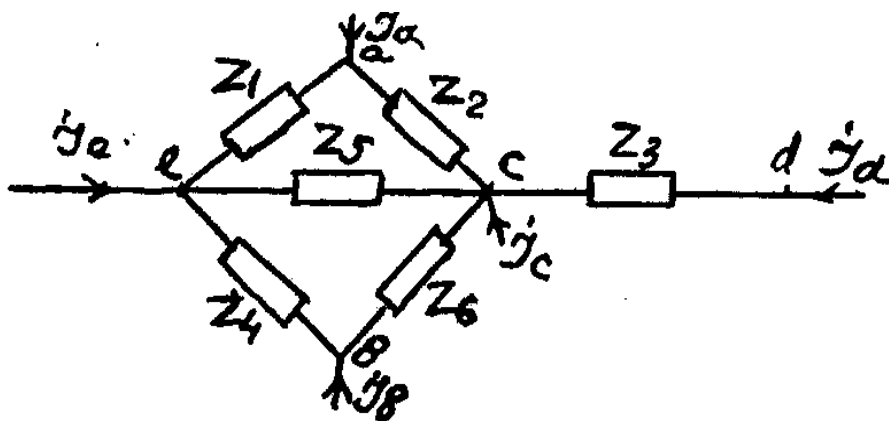
Generatorlar, transformatorlar va elektr uzatish liniyalari almashtirish sxemalarida qarshilik ko'rinishida tasvirlanadi. Ba'zi hollarda transformatorlarning almashtirish sxemalari mos manbalar yoki yuklamalar bilan umumlashtirilishi ham mumkin.

6.2-(a), (b) rasmlarda berilgan elektr sistemasining almashtirish sxemalarining variantlari ko'rsatilgan:



6.2(a)-rasm. Elektr sistemasining almashtirish sxemasi

- elektr stansiya generatorlari kuchlanish manbasi ko'rinishida, podstansiya transformatorlari qarshilik ko'rinishida tasvirlangan:



6.2(b)-rasm. Elektr sistemasining almashtirish sxemasi

- elektr stansiyalari berilgan tok ko‘rinishida tasvirlangan.

Shunday qilib, turg‘un rejimlarini hisoblash uchun ishlatiluvchi elektr ta‘minot sistemalarining almashtirish sxemalari ko‘rinishi bo‘yicha elektr zanjirini ifodalaydi. Bu bildiradiki, elektr sistemalarining almashtirish sxemalariga elektr zanjirlarini xarakterlovchi tarmoq, tugun va kontur kabi tushunchalar qo‘llanilishi mumkin.

Tarmoq deb zanjirning E.Yu.K. va qarshiliklar ketma-ket ulanishidan hosil bo‘ladigan bo‘lagiga aytiladi.

Tugun – ikki yoki undan ko‘p tarmoqlarning ulanish nuqtasi.

Kontur – zanjirning shunday bir necha tarmoqlarning ketma-ket ulanishida hosil bo‘lgan bo‘lagiki, bunda konturning birinchi tarmog‘ining boshlanishi konturga kiruvchi oxirgi tarmoqning oxiri bilan bir tugunda ulangan bo‘ladi

Elektr ta‘minoti sistemalarning almashtirish sxemalaridagi qarshilik turg‘un rejimlarini hisoblayotganda odatda o‘zgarmas deb qabul qilinadi, ya‘ni tok kuchlanishning miqdoriga bog‘lik emas deb hisoblanadi. Bunda elektr sistemasining almashtirish sxemasi chiziqli elektr zanjirini ifodalaydi. Shuning uchun elektr ta‘minoti sistemasining turg‘un holat rejimining matematik ifodasi chiziqli elektr zanjirining holat tenglamasi deyiladi.

B. Elektr ta‘minoti sistemalarining holat tenglamalari

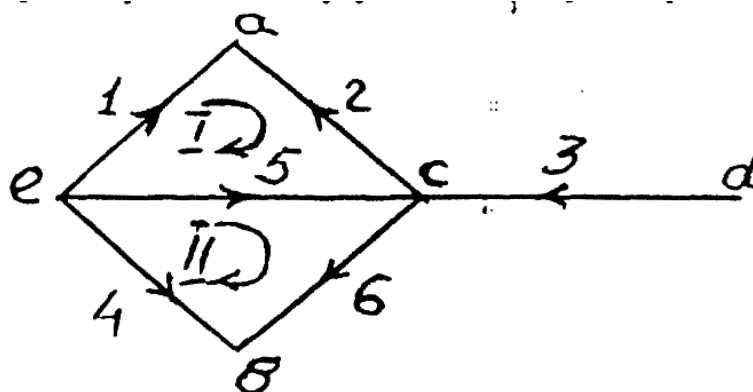
Elektr ta‘minoti sistemalarining almashtirish sxemalarining tuzilish graf ko‘rinishida ifodalash mumkin. Graf ko‘plab uch (tugun) va qirralardan (tarmoqlar) iborat bo‘lib, qirralar ma‘lum bir (yoki barcha) uchlar juftligini ulagan bo‘lishi mumkin .

Grafning ixtiyoriy qismiga nimgraf deyiladi. Ikki ixtiyoriy uchni ulab qirralar turkumiga nimgraf deyiladi va u graf yo‘lini belgilaydi.

Agar graf yo‘lining boshlang‘ich va oxirgi uchlari mos kelsa, bu graf yopiq va tashkil qilgan deyiladi.

Agar grafda shunday yo‘l topish mumkin bo‘lsaki, u grafning ixtiyoriy ikki uchini bog‘lasa u graf bog‘langan graf deyiladi, aks holda bog‘lanmagan deyiladi. Agar graf qirrasi ma‘lum bir belgilangan yo‘nalishga ega bo‘lsa, bu graf yo‘naltirilgan deyiladi. Elektr ta‘minoti sistemasining almashtirish sxemasi odatda bog‘langan graf tugunlarga (uchlarga) tarmoqlardan (qirralardan) iborat bo‘ladi. Tarmoqlarning har birini ifodalovchi barcha kattaliklar (toklar, E.Yu.K., kuchlanishlar tushuvlari) ma‘lum yo‘nalishiga ega bo‘ladilar (usiz berilgan sxemaning rejimi hisoblanmaydi).

6.1-rasm da berilgan sxema uchun bog‘langan yo‘naltirilgan grafni chizish mumkin.



6.3-rasm. Bog‘langan yo‘naltirilgan graf sxemasi

Bu yerda tarmoqlarning yo‘nalishi, tarmoq va tugunlari ko‘rsatilgan. Sxemalarini graf ko‘rinishida ifodalaganda qarshilik va E.Yu.K. maxsus belgilanishlariga extiyoj yo‘q.

Yo‘naltirilgan grafni analitik ifodalash uchun ikki matritsani hisoblash mumkin:

- tarmoqlarning tugunlarda ulanishlar matritsasi (birinchi insedensiya (ulanishlar) matritsasi M);
- tarmoqlarning mustaqil konturlarda ulanishlar matritsasi (ikkinchi insedensiya (ulanishlar) matritsasi N).

a) Tarmoqlarni tugunlarda ulanishlar matritsasi M- bu to‘g‘ri burchakli matritsa bo‘lib, uning qatorlar soni grafning uchlari soniga, ustunlar soni esa qirralar soniga teng.

Matritsani quyidagicha ifodalaymiz:

$$M_{\Sigma} = (m_{ij}); i=1, \dots, n.$$

Matritsa M_{Σ} ning elementlari quyidagi uchtdan bitta qiymatni qabul qiladi:

- $m_{ij} = +1$ agar tugun i tarmoq j ning boshlangich uchi bo‘lsa;
- $m_{ij} = -1$ agar tugun i tarmoq j ning oxirgi uchi bo‘lsa;
- $m_{ij} = 0$ agar tugun i tarmoq j ning uchi bo‘lmasa.

M_{Σ} matritsaning har bir qatori tarmoqlar qaysi mos uchlar bilan ulanganligini ko‘rsatadi, har bir ustuni esa qaysi tugunlar ko‘rilayotgan tarmoqning uchlari ekanini ko‘rsatadi.

Agar matritsa M_{Σ} da shunday bir tugunga mos qator belgilansa va balanslovchi deb qabul qilinsa (bu qator matritsaning eng oxirgi qatori bo'lishi kerak), u holda bu shart quyidagicha yoziladi:

$$[m_t * 1] * \begin{bmatrix} M \\ M_{\sigma} \end{bmatrix} = 0 \quad m_t = [1111 \dots 1] \quad (1) \quad (6.1)$$

Hosil bo'lgan M matritsa balanslovchi tugunsiz ulanishlari matritsasi bo'ladi

3-rasmda ko'rsatilgan yo'naltirilgan graf uchun M_{Σ} matritsa quyidagicha:

$$M_{\Sigma} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array} \\ \underbrace{1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6}_{\text{tarmoqlar}} \end{array} \left. \vphantom{\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}} \right\} \text{tugunlar} \quad (6.2)$$

Tugunni balanslovchi deb qabul qilib, M_{Σ} matritsadan oxirgi qatorni olib tashlab M matritsani hosil qilamiz.

$$M_{\Sigma} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

b) Tarmoqlarni mustaqil konturlarda ulanishlar matritsasi to'g'ri burchakli matritsa bo'lib, uning qatorlar soni mustaqil konturlar soniga (K), ustunlar soni esa tarmoqlar soniga teng.

Matritsa quyidagicha belgilanadi:

$N=(n_{ij}); i=1, \dots, K; J=1, \dots, n$

N matritsaning elementlari quyidagicha aniqlanadi:

$n_{ij}=+1$ agar tarmoq j kontur i ga kirs va ularning yo'nalishlari bir xil bo'lsa;

$n_{ij}=-1$ agar tarmoq j kontur i ga kirs va ularning yo'nalishlari bir xil bo'lsa;

$n_{ij}=0$ agar tarmoq j kontur i ga kirmasa

N matritsaning har bir qatori mustaqil konturga qaysi tarmoqlar kiradi ular kontur yo‘nalishga nisbatan qanday yo‘nalganligini ko‘rsatadi, har bir ustun esa ushbu tarmoq qanday mustaqil konturlarga kiradi va uning yo‘nalishi konturlar yo‘nalishi bilan mos kelish kelmasligini ko‘rsatadi.

3-rasmda keltirilgan yo‘naltirilgan graf uchun N matritsasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$N = \left\{ \begin{array}{cccccc} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} I \\ II \end{array} \quad \text{mustaqil konturlar} \quad (6.4)$$

$\underbrace{1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6}_{TAPMOK/JAP}$

M va N matritsalar elektr zanjirining holat tenglamasini matritsa ko‘rinishda yozish imkonini beradi. Kirxgofning 1-qonuniga bog‘liq bo‘lmagan tenglamalar sistemasini M matritsasi yordamida quyidagicha yozish mumkin:

$$M \cdot I = Y$$

bu yerda : $I = (I_i) \quad i=1, \dots, m$ tarmoqlardagi toklar ustuni,

$Y = (Y_i) \quad i=1, \dots, m-1$ tugunlarga beriluvchi toklar ustuni.

Kirxgofning 2-qonuniga bog‘liq bo‘lmagan tenglamalar sistemasi N matritsasi yordamida quyidagicha yozish mumkin:

$$N \cdot U_t = 0$$

bu yerda: $U_t = (U_{ti})$, $i=1, \dots, m$ sxema tarmoqlaridagi kuchlanishlar tushuvi ustuni.

Kirxgofning 2-qonuni tenglamalariga tarmoqlardagi toklarni kiritish uchun Om qonunidan foydalanamiz.

Ixtiyoriy ko‘rinishdagi m o‘zaro induktivligi bo‘lmagan tarmoqlardan iborat simmetrik rejimda ishlayotgan elektr sistemasi uchun qonunlarni ifodalovchi matritsa tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$U_t = Z_t \cdot I - E \quad (6.5)$$

bu yerda $Z_t = \text{diag}(Z_{ti})$, $i=1, \dots, m$ -tarmoqlar qarshiliklari diagonal matritsasi;

$i=1, \dots, m$ – tarmoqlar E.Yu.K. ustuni.

$$N \cdot (Z_t \cdot I - E) = 0$$

yoki

$$N \cdot Z_t \cdot I = E_k \quad (6.6)$$

bu yerda $E_k = N \cdot E$ - kontur E.Yu.K.lari ustuni

Kontur E.Yu.K.lari ustuni alohida mustaqil konturga kiruvchi tarmoqlar E.Yu.K.lari algebraik yig'indasidan iborat bo'ladi

Kirxgofning 1 va shakl o'zgartirilgan 2 qonunlarini tenglamalari asosida elektr zanjirining umumlashgan holat tenglamasini hosil qilamizki, bunda u elektr sistemasining elementlari ulanishlari va kattaliklarini o'z ichiga olgan bo'ladi:

$$\left. \begin{array}{l} \text{MIY} \\ N * Z_t * I = E_k \end{array} \right\} \quad (6.7)$$

Barcha tenglamalar asosida elektr ta'minoti sistemasining umumlashgan holat tenglamasini quyidagicha hosil qilamiz:

$$A \cdot I = F \quad (6.8)$$

Bunda A va F umumiy matritsaning bloklari deyiladi:

$$A = \begin{bmatrix} M \\ NZ_m \end{bmatrix}; \quad F = \begin{bmatrix} Y \\ E_k \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

bu yerda A matritsasi kvadrat matritsasi bo'lib odatda maxsus emas matritsadir, shuning uchun hosil qilingan holat tenglamasini tarmoq toklariga nisbatan yechish mumkin.

Berilgan elektr ta'minoti sistemasining umumiy holat tenglamasini tuzamiz.

$$Nz_T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z_1 & & & & & \\ & Z_2 & & & & \\ & & Z_3 & & & \\ & & & Z_4 & & \\ & & & & Z_5 & \\ & & & & & Z_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 - Z_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

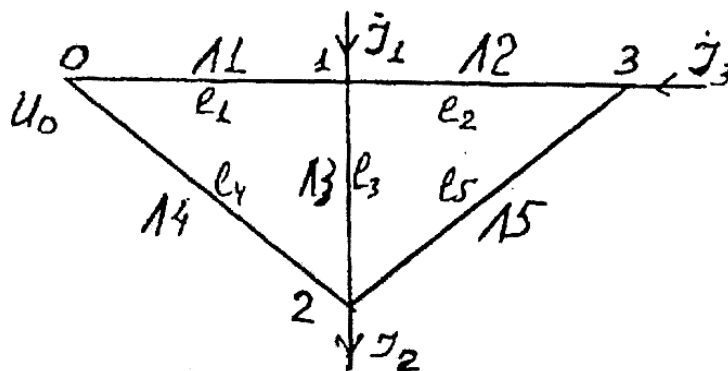
$$E_k = NE = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_3 \\ E_4 \\ E_5 \\ E_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 - E_2 - E_3 \\ -E_4 + E_5 - E_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_k \\ E_k \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ Z1 & -Z2 & 0 & 0 & -Z5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Z4 & Z5 & Z6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \\ I4 \\ I5 \\ I6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ya \\ Ye \\ Yc \\ Yd \\ Ek1 \\ Ek2 \end{bmatrix}$$

Bu yerda shtrix chiziqlar bilan A va Z matritsalarining bloklari ko'rsatilgan. Hosil qilingan umumiy matritsa ko'rinishidagi tenglama elektr sistemasini kontur tenglamalari deyiladi.

Elektr ta'minoti sistemalarning tugun tenglamalarini tuzish bilan quyidagi misol yordamida tanishamiz.

Berilgan quyidagi elektr ta'minotini sxemasi sistema va rejim parametrlari:



6.4-rasm. Elektr ta'minoti sxemasi

$$U_0 = 120 \text{ kV}$$

$$I_1 = 110 \text{ A}$$

$$I_2 = 90 \text{ A}$$

$$I_3 = 100 \text{ A}$$

$$r_0 = 0,12 \text{ Ohm/km}$$

$$x_0 = 0,4 \text{ Ohm/km}$$

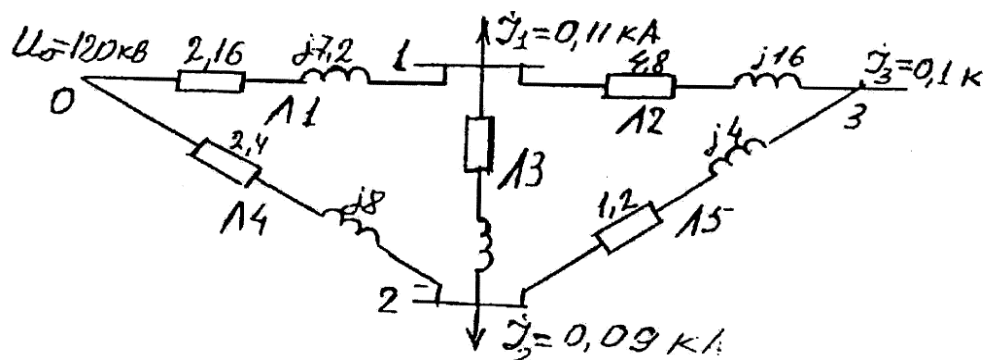
$$L_1 = 18 \text{ km.}$$

$$L_2 = 40 \text{ km}$$

$$L_3 = 15 \text{ km}$$

$$L_4 = 20 \text{ km}$$

$$L_5 = 10 \text{ km}$$



6.4-rasm. Elektr ta'minotining ekvivalent almashtirish sxemasi

$$\begin{cases} \frac{(U_1 - U_0)}{Z_{01}} + \frac{(U_1 - U_3)}{Z_{13}} + \frac{(U_1 - U_2)}{Z_{12}} = -I_1 \\ \frac{(U_2 - U_0)}{Z_{01}} + \frac{(U_2 - U_1)}{Z_{12}} + \frac{(U_2 - U_3)}{Z_{23}} = -I_2 \\ \frac{(U_3 - U_1)}{Z_{13}} + \frac{(U_3 - U_2)}{Z_{23}} = I_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2.16 + j7.2} + \frac{1}{4.8 + j16} + \frac{1}{1.8 + j6} \right) U_1 - \frac{1}{1.8 + j6} U_2 - \frac{1}{4.8 + j16} U_3 = \frac{1}{2.16 + j7.2} 120 - 0.11 \\ -\frac{1}{1.8 + j6} U_1 + \left(\frac{1}{2.4 + j8} + \frac{1}{1.8 + j6} + \frac{1}{1.2 + j4} \right) U_2 - \frac{1}{1.2 + j4} U_3 = \frac{1}{2.4 + j8} 120 - 0.09 \\ -\frac{1}{4.8 + j16} U_1 - \frac{1}{1.2 + j4} U_2 + \left(\frac{1}{4.8 + j16} + \frac{1}{1.2 + j4} \right) U_3 = 0.1 \end{cases}$$

Nazorat savollari:

1. Elektr energiyasining manbalari qanday tasvirlanadi?
2. Tarmoq, tugun va kontur tushunchalariga ta'rif bering?
3. ETS almashtirish sxemalarining tuzilishi qanday ko'rinishda ifodalash mumkin?
4. M_z va N matritsalar qanday matritsalar?
5. Elektr sistemasining umumlashgan holat tenglamasi formulasini keltiring?
6. ETS kontur va tugun tenglamasini tuzish qanday amalga oshiriladi?

7-MA'RUZA

Chiziqli tenglamalar sistemasini matritsa ko'rinishida yozish

Reja:

1. Matritsa o'zgartirishlari
2. Teskari matritsa yordamida aniqlovchini topish
3. Teskari matritsaning xossalari
4. Nazorat savollari

Matritsa o'zgartirishlari

Sistema m chiziqli va n o'zgaruvchilardan iborat tenglamalarni o'z ichiga oladi ($x_1, x_2, \dots, x_n$)

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$\begin{aligned} a_{21} + a_{22} + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ a_{m1} + a_{m2} + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned} \quad (7.1)$$

matritsa ko‘rinishida yozish qulay

$$A \cdot x = B \quad (7.2)$$

Bu yerda A to‘g‘ri burchakli matritsa sistema (7.1) koeffitsiyentlari, A va B mos ravishda noma‘lumlar ustun matritsalar va o‘ng tarafni ifodalaydi:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

Agar bo‘lsa, tenglamalar sistemasi to‘la aniqlangan (noma‘lumlardan tenglamalar ko‘p), agar (noma‘lumlar tenglamalardan ko‘p) sistema to‘la aniqlanmagan deyiladi. Agar $m < n$ va rang $r = m$ bo‘lsa, tenglama (7.2) ning yechimi $n - m$ erkinlik darajasiga ega deyiladi ya‘ni $(n - m)$ noma‘umlarning qiymatini ixtiyoriy berishimiz mumkin. Qolgan noma‘umlarni qiymatlarini esa sistemaning yechib aniqlashimiz mumkin.

Matritsa A ni bloklarga bo‘lib, $[A_1, A_2, \dots, A_n]$ ko‘rinishida yozish mumkin.

$A_1x_1 + A_2x_2 + \dots + A_n x_n = B$, bu yerda

$$A_i = \begin{bmatrix} a_{1i} \\ a_{2i} \\ \dots \\ a_{mi} \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Teskari matritsa yordamida aniqlovchilarni topish bilan tanishamiz.

Berilgan kvadrat matritsa $A_{n \times n}$ elementlari a_{ij} . Talab qilinadi A teskari B matritsani topish. Ya‘ni n noma‘lum elementli teskari $A^{-1} = B$ matritsani topish.

$$A \cdot B = B \cdot A = E$$

yoki

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot x = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (7.4)$$

Oxirgi tenglamani yozishimiz mumkin:

$$AxB_1=e_1, AxB_2=e_2, \dots, Ab_n=e_n \quad (7.5)$$

Bu yerda

$$B_I = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ \dots \\ b_{ni} \end{bmatrix} \quad e_I = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

Ustun blok matritsa (7.3)ning har bir tenglamasi n noma'lumli n tenglamalar sistemasini ifodalaydi.

Nazorat savollari:

1. Qanday matritsa to'g'ri burchakli matritsa deyiladi?
2. To'la aniqlangan va to'la aniqlanmagan matritsa?
3. Qanday qilib murakkab o'zgaruvchilarni almashtirish bilan tenglamalar sistemasini yechish mumkin?

8 MA'RUZA

Elektr sistemalarining chiziqli holat tenglamalarini yechish usullari

Reja:

1. Tenglamalarni teskari matritsa usulida yechish
2. Chiziqli tenglamalar sistemasini Gauss usulida yechish
3. Nazorat savollari

Elektr sistemalarining holat tenglamalarini yechish usullarini ikki guruhga bo'lish mumkin: aniq va iteratsion (tarkibiy)

Tenglamalarni teskari matritsa usulida yechish.

Berilgan n noma'lumli n tenglamali chiziqli sistema :

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1n} \cdot x_n &= b_1 \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \dots + a_{2n} \cdot x_n &= b_2 \\ a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + \dots + a_{nn} \cdot x_n &= b_n \end{aligned} \quad (8.1)$$

yoki matritsa holida

$$A \cdot X = B \quad (8.2)$$

Agar A matritsa maxsus bo'lmasa, ya'ni $\det(A) \neq 0$, u holda matritsa ko'rinishidagi tenglamalar sistemasi bir yechimga ega bo'ladi.

$\det(A) \neq 0$ bo'lgan shartda teskari matritsa A mavjud bo'ladi

Misol. Tenglamalar sistemasi yechilsin.

$$3X_1 - X_2 = 5$$

$$-2X_1 + X_2 + X_3 = 0$$

$$2X_1 - X_2 + X_3 = 15$$

Matritsa holida

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 \\ 0 \\ 15 \end{vmatrix}$$

$$\det A = 5 \neq 0$$

$$A^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 4/5 & -1/5 \\ 2 & 12/5 & -3/5 \\ 0 & 1/5 & 1/5 \end{vmatrix}$$

Noma'lumlarni hisoblaymiz :

$$\begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 4/5 & -1/5 \\ 2 & 12/5 & -3/5 \\ 0 & 1/5 & 1/5 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 15 \\ 15 \\ 15 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \cdot 5 + 4/5 \cdot 0 - 1/5 \cdot 15 \\ 2 \cdot 5 + 12/5 \cdot 0 - 3/5 \cdot 15 \\ 0 \cdot 5 + 1/5 \cdot 0 + 1/5 \cdot 15 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{vmatrix}$$

Teskari matritsa usulini chiziqli tenglamalar sistemasi yechimini topishda qo'llashda noma'lumlarning soni ortishi bilan hisoblash qiyinlashadi.

Chiziqli tenglamalar sistemasini Gauss usulida yechish.

Gauss usuli yoki noma'lumlarni ketma- ket yo'qotish usuli eng ko'p tarqalgan noma'lumlarni aniq hisoblash usullaridan biri bo'lib, sistemada noma'lumlarni birin-ketin yo'qotishga asoslangan. Gauss usulini hisoblash sxemasi turlichadir. Ulardan biri bilan tanishib chiqamiz.

To'rtinchi tartibli to'rt noma'lumli tenglamani ko'ramiz.

$$\begin{cases} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + a_{13} \cdot x_3 + a_{14} \cdot x_4 = b_1 \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + a_{23} \cdot x_3 + a_{24} \cdot x_4 = b_2 \\ a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 + a_{33} \cdot x_3 + a_{34} \cdot x_4 = b_3 \\ a_{41} \cdot x_1 + a_{42} \cdot x_2 + a_{43} \cdot x_3 + a_{44} \cdot x_4 = b_4 \end{cases} \quad (8.3)$$

Aniqllovchi va teskari matritsani Gauss usulida hisoblash.

A matritsa berilgan, Aniqllovchisi

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (8.4)$$

bunda $a_{11} \neq 0$. element a_{11} ni birinchi qatordan chiqaramiz.

$$D = a_{11} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (8.5)$$

Keyingi har bir qatordan birinchi qatorni mos holda shu qatorning birinchi elementiga ko'paytirib ayiramiz. Aniqllovchining xossasiga asosan bunda Aniqllovchining qiymati o'zgarmaydi.

$$D = a_{11} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} = a_{11} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (8.6)$$

Agar $a_{22}^{(1)} \neq 0$ bo'lsa, qolgan $(n-1)$ tartibli aniqllovchilarni ham xuddi shu tartibda hisoblaymiz.

Jarayon aniqllovchining miqdori bosh elementlarning ko'paytmasi shakliga kelguncha davom ettiriladi.

$$D = a_{11} * a_{22}^{(1)} * \dots * a_{nn}^{(n-1)} \quad (8.7)$$

Agar biror qadamda element $a_{ij}^{(k)} = 0$ yoki $a_{ij}^{(k)}$ nolga yaqin bo'lsa, (hisoblash aniqligi hisobiga) qator yoki ustunlarni shunday joylashtirish kerakki bunda chap yuqori joyda yo'qolmaydigan element bo'lsin.

Teskari matritsaning elementlarini olish uchun asosiy nisbatni e'tiborga olamiz:

$$A = A^{-1} = E \quad (8.8)$$

Bu yerda A maxsus bo'lmagan matritsa bo'lib uning elementlari a_{ij} bizga ma'lum. $A=[X_{ij}]$ ning teskari matritsasini topish uning x_{ij} elementlarini topishdan iboratdir.

Matritsani bloklarga bo'lishimiz mumkin

$$A = [X_1, X_2, \dots, X_n] = [e_1, e_2, \dots, e_n]$$

va chiziqli tenglamalar sistemasi ko‘rinishida yozamiz

$$A * X_1 = e_1, A * X_2 = e_2, \dots, A * X_n = e_n, \quad (8.9)$$

Bu yerda

$$x_1 = \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ \dots \\ x_{n1} \end{bmatrix}, \quad e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}; \quad x_2 = \begin{bmatrix} x_{12} \\ x_{22} \\ \dots \\ x_{n2} \end{bmatrix}, \quad e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}; \quad x_n = \begin{bmatrix} x_{1n} \\ x_{2n} \\ \dots \\ x_{nn} \end{bmatrix}, \quad e_n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (8.10)$$

Nazorat savollari:

1. Qanday shart bajarilsa teskari matritsa mavjud bo‘ladi?
2. Gauss usuli yana qanday nomlanadi va nimaga asoslangan?
3. Jarayon qanday shaklga kelguncha davom ettiriladi?

9-MA’RUZA

Chiziqli tenglamalar sistemasini Gauss usulida hisoblash

Reja:

1. Gauss usulining to‘g‘ri va teskari yurish jarayoni
2. Sistemaning matritsasi uchburchak ko‘rinishi
3. Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini yechish algoritmi
4. Nazorat savollari

Aniq usullar orasida eng keng tarqalgani noma’lumlarni ketma-ket yo‘qotishga asoslangan Gauss usuli va uning takomillashgan ko‘rinishlaridir. Gauss usuli, shuningdek, determinant va teskari matritsani hisoblashda ham samarali foydalaniladi.

Gauss usuli

Gauss usuli sistemaning matritsasini uchburchak ko‘rinishga keltirishga asoslangan. Bu noma’lumlarni sistema tenglamalaridan ketma-

ket tarzda yo‘qotish orqali amalga oshiriladi. Avvalo, birinchi tenglama yordamida x_1 sistemaning barcha tenglamalarida yo‘qotiladi. So‘ngra, ikkinchi tenglama yordamida x_2 uchinchi va undan keyingi tenglamalarda yo‘qotiladi. Ushbu jarayon Gaussning to‘g‘ri yurishi deb atalib, u oxirgi tenglamaning chap qismida had noma‘lumli bitta had qolguncha, ya‘ni sistemaning matritsasi uchburchak ko‘rinishiga kelguncha davom ettiriladi.

Gauss usulining teskari yurishi qidirilayotgan noma‘lumlarning qiymatlarini ketma-ket hisoblashdan iborat. Oxirgi tenglamani yechib, yagona noma‘lum x_n topiladi. So‘ngra uning qiymatidan foydalanib, bitta oldingi tenglamadan x_{n-1} topiladi va h.k. Eng oxiri birinchi tenglamadan x_1 topiladi.

Gauss usulining qo‘llanilishini quyidagi sistema uchun ko‘ramiz:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &= b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &= b_3. \end{aligned} \quad (9.1)$$

Ikkinchi tenglamada x_1 ni yo‘q qilish uchun o‘nga birinchi tenglamani $-\frac{a_{21}}{a_{11}}$ ga ko‘paytirib qo‘shamiz. So‘ngra, birinchi tenglamani $-\frac{a_{31}}{a_{11}}$ ga ko‘paytirib, hosil bo‘lgan tenglamani uchinchi tenglamaga qo‘shib, unda ham x_1 yo‘q qilamiz. Natijada (9.1) ga teng kuchli bo‘lgan quyidagi tenglamalar sistemasi hosil bo‘ladi:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= b_1, \\ a_{22}^{(1)}x_2 + a_{23}^{(1)}x_3 &= b_2^{(1)}, \\ a_{32}^{(1)}x_2 + a_{33}^{(1)}x_3 &= b_3^{(1)}. \end{aligned} \quad (9.2)$$

Bu yerda $a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - \frac{a_{i1}}{a_{11}}a_{1j}, \quad i, j = 2, 3, \quad b_i^{(1)} = b_i - \frac{a_{i1}}{a_{11}}b_1, \quad i = 2, 3.$

Bundan so‘ng (9.2) sistemaning uchinchi tenglamasida x_2 ni yo‘qotish lozim. Buning uchun ikkinchi tenglamani $-\frac{a_{32}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}$ ga ko‘paytiramiz

va paydo bo'lgan tenglamani uchinchi tenglamaga qo'shamiz. Natijada quyidagi sistema paydo bo'ladi:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= b_1, \\ a_{22}^{(1)}x_2 + a_{23}^{(1)}x_3 &= b_2^{(1)}, \\ a_{33}^{(2)}x_3 &= b_3^{(2)}. \end{aligned} \quad (9.3)$$

Bu yerda
$$a_{33}^{(2)} = a_{33}^{(1)} - \frac{a_{32}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}} a_{23}^{(1)}, \quad b_3^{(2)} = b_3^{(1)} - \frac{a_{32}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}} b_2^{(1)}.$$

(9.3) sistemaning matritsasi uchburchak ko'rinishda. Shu bilan Gauss usulining to'g'ri yurishi tugaydi.

Yuqoridagilardan ko'rinadiki, noma'lumlarni yo'qotish jarayonida a_{11} , $a_{22}^{(1)}$ va h.k. koeffitsiyentlarga bo'lish amallari bajariladi. Shu sababli ular noldan farq qilishi shart. Agar bu shart bajarilmasa, mos ravishda sistemadagi tenglamalarning o'rinlarini almashtirish lozim. Bu operatsiyaning bajarilishi sistemani yechishni EHMda amalga oshirish uchun hisoblash algoritmda ko'zda tutilgan bo'lishi shart.

Teskari yurish (9.3) sistemaning uchinchi tenglamasini yechish bilan boshlanadi:

$$x_3 = \frac{b_3^{(2)}}{a_{33}^{(2)}}.$$

Bu qiymatdan foydalanib, ikkinchi tenglamadan x_2 ni va so'ngra birinchi tenglamadan x_1 ni topish mumkin:

$$x_2 = \frac{1}{a_{22}^{(1)}}(b_2^{(1)} - a_{23}^{(1)}x_3), \quad x_1 = \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3).$$

Hisoblashlarni jadvalga joylashtirish qulay (jadval).

9.1-jadval

x_1	x_2	x_3	Ozod hadlar	Σ	Sxema qismlari
a_{11}	a_{12}	a_{13}	b_1	C_1	A
a_{21}	a_{22}	a_{23}	b_2	c_2	
a_{31}	a_{32}	a_{33}	b_3	c_3	
1	A_{12}/a_{11}	a_{13}/a_{11}	b_1/a_{11}	C_1/a_{11}	
	$a_{22}^{(1)}$	$a_{23}^{(1)}$	$b_2^{(1)}$	$c_2^{(1)}$	A_1
	$a_{32}^{(1)}$	$a_{33}^{(1)}$	$b_3^{(1)}$	$c_3^{(1)}$	
	1	$a_{23}^{(1)} / a_{22}^{(1)}$	$b_2^{(1)} / a_{22}^{(1)}$	$c_2^{(1)} / a_{22}^{(1)}$	
		$a_{33}^{(2)}$	$b_3^{(2)}$	$c_3^{(2)}$	A_2
			$b_3^{(2)} / a_{33}^{(2)}$	$c_3^{(2)} / a_{33}^{(2)}$	
		1	(x_3)	$(\bar{x}_3)$	
1	1	1	x_3	$\bar{x}_3$	B
			x_2	$\bar{x}_2$	
			x_1	$\bar{x}_1$	

Bu yerda hisoblashlarning to‘g‘riligini tekshirib borish uchun Σ ustunida joylashgan va dastlabki matritsa qatorlaridagi elementlar hamda ozod hadning yig‘indisidan iborat bo‘lgan «nazorat yig‘indilari»dan

$$c_i = \sum_{j=1}^3 a_{ij} + b_i, \quad i = 1, 2, 3$$

foydalaniladi:

Har qanday tartibli chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini yechish uchun hisoblash algoritmi yuqoridagi kabi tuziladi. 9.1-jadvalda n tartibli chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi – (9.1) ni Gauss usuli yordamida yechish algoritmining blok–sxemasi keltirilgan.

Blok sxemaning chap qismi to‘g‘ri yurishga mos keladi. Indeksning ma‘nosi bilan tanishamiz: n – x_k yo‘qotilayotgan tenglamaning nomeri; j – ustunning nomeri; k – qolgan n_k tenglamalardan yo‘qotilayotgan noma‘lumning nomeri (shuningdek x_k yo‘qotishda foydalanilayotgan tenglamaning nomeri).

Tenglamalarning o‘rinlarini almashtirish (ya‘ni mos koeffitsiyentlarning o‘rinlarini almashtirish) amali nol elementga bo‘linishning oldini olish uchun xizmat qiladi.

1. Gauss usuli yana qanday nomlanadi va u nimaga asoslangan?
2. Gauss usuli to'g'ri yurishi qanday amalga oshiriladi?
3. Gauss usuli teskari yurishi qanday amalga oshiriladi?
4. Har qanday tartibli chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini yechish uchun hisoblash algoritmi qanday tuziladi?

Chiziqli tenglamalar sistemasini iteratsiya usulida hisoblash

1. Ketma-ket yaqinlashish usuli
2. Sistemaning yechimi
3. Iteratsiyaning yaqinlashish sharti
4. Zeydal usuli
5. Nazorat savollari

Berilgan quyidagi tenglamalar sistemasi

[illegible]

$$A * X = B$$
$$a_{ij} = a^{\text{`}}_{ij} + a^{\text{``}}_{ij} \quad (10.2)$$

42

$$\begin{aligned} a_{11} * x_1 &= b_1 - [a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \dots + a_{1n} * x_n] \\ a_{22} * x_2 &= b_2 - [a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \dots + a_{2n} * x_n] \\ &\vdots \\ a_{nn} * x_n &= b_n - [a_{n1} * x_1 + a_{n2} * x_2 + \dots + a_{nn} * x_n] \end{aligned} \quad (10.3)$$

Tenglamalarni mos ravishda tenglamaning chap tarafidagi noma'lumlar oldidagi koeffitsiyent a_{ij} ga bo'lib berilgan sistemaga ekvivalent sistemani hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} a_{11} * \beta_1 &= b_1 - [a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \dots + a_{1n} * x_n] \\ a_{22} * \beta_2 &= b_2 - [a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \dots + a_{2n} * x_n] \\ &\vdots \\ a_{nn} * \beta_n &= b_n - [a_{n1} * x_1 + a_{n2} * x_2 + \dots + a_{nn} * x_n] \end{aligned} \quad (10.4)$$

Bu yerda

$$\beta_1 = b_i / a_{ii} \quad , \quad a_{ii} = a_{ii}'' / a_{ii}'$$

$$a_{ij} = a_{ij} / a_{ii}' \quad , \quad (i=1,2,\dots,n) \quad \quad (j=1,2,\dots,n)$$

quyidagi matritsalarini kiritamiz:

$$\alpha = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \dots \\ \beta_n \end{bmatrix} \quad (10.5)$$

sistema (10.4) matritsa holatida

$$X = \beta - \alpha \cdot X \quad (10.6)$$

(10.6) sistemani iteratsiya usulida yechish uchun boshlang'ich yoki nol qiymatlarini ixtiyoriy qabul qilamiz:

$$x^{(0)} = \beta \quad (x_1^{(0)} = \beta_1, x_2^{(0)} = \beta_2, \dots, x_n^{(0)} = \beta_n)$$

Keyin ketma – ket vektorlarni (qator matritsa) hisoblaymiz:

$$X_1^{(1)} = \beta - \alpha \cdot X^{(0)} \quad (\text{birinchi yaqinlashish})$$

$$X_1^{(2)} = \beta - \alpha \cdot X^{(1)} \quad (\text{ikkinchi yaqinlashish}) \text{ va h.k.}$$

Ixtiyoriy $(k + 1)$ yaqinlashish quyidagi formuladan hisoblanadi:

$$X_1^{(\kappa+1)} = \beta - \alpha \cdot x^{(\kappa)} \quad (10.7)$$

Agar yaqinlashishlar $x^{(0)}, x^{(1)}, \dots, x^{(n)}$, quyidagicha chegaralangan bo'lsa

$$x = \lim_{k \rightarrow \infty} x^{(k)}$$

U holda bu chegara (10.5) tenglamalar sistemasining yechimi bo'ladi. Haqiqatda esa (10.6) chegaraga o'tib quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x^{(k+1)} = \beta + \alpha \lim_{k \rightarrow \infty} x^{(k)} \quad (10.8)$$

Yoki

$$\bar{x} = \beta + \alpha \cdot \bar{x}$$

Ya'ni chegaraviy vektor $\bar{x}$ ni sistema (10.5)ning yechimi hisoblanadi.

Misol.

$$3 * X = 6$$

$$(2 + 3) * X = 6 \quad 2 * X = 6 - X$$

$$X = 3 - 0,5 * X$$

$$X^{(0)} = 3$$

$$X^{(1)} = 3 - 0,5 * 3 = 3 - 1,5 = 1,5$$

$$X^{(2)} = 3 - 0,5 * 1,5 = 3 - 0,75 = 2,25$$

$$X^{(3)} = 3 - 0,5 * 2,25 = 3 - 1,125 = 1,875$$

$$X^{(4)} = 2,063$$

Agar $|X^{(k)}| \leq \xi$ bo'lsa, bu yerda ξ berilgan aniqlik biz etarli aniqlikda sistemaning yechimini hisoblagan bo'lamiz.

Umumiy holda barcha (10.5) ko'rinishidagi va $X^{(0)}, X^{(1)}, \dots, X^{(k)}$, yechimlar asosida qurilgan sistema ham chegaraga yoki yechimga ega bo'la olmaydi.

Misol, agar $X = 6 - 2 * X$ ko'rinishidagi tenglama berilgan bo'lsa uning uchun ketma – ketliklarni ko'rishga harakat qilamiz.

$$X^{(1)} = 6 - 2 * 6 = (-12), \quad X^{(2)} = 6 - 2 * (-12) = 18,$$

$$X^{(3)} = 6 - 2 * 18 = -30,$$

$$X^{(4)} = 6 - 2 * (-30) = 66, \quad X^{(5)} = 6 - 2 * 66 = -126,$$

$$X^{(6)} = 6 - 2 * (-126) = 246,$$

Ko'rib turibmizki, ketma-ketlik uzoqlashadi, ya'ni chegaraga bormaydi, lekin berilgan tenglama yechimga ega.

Berilgan sistemalarni hisoblamasdan iteratsiya yo'li bilan yechimga bora olish yoki olmaslikni jarayonni yaqinlashish shartidan foydalanib quyidagi ko'rinishda baholaymiz.

Teorema. Agar (10.5) sistemada quyidagi shartlardan birortasi bajarilsa:

$$1) \sum_i |\alpha_{ij}| < 1 (i = 1, \dots, n) \quad (10.9)$$

$$\text{yoki } \sum_j |\alpha_{ij}| < 1 (i = 1, \dots, n) \quad (10.10)$$

U holda (10.6) jarayon birgina shu sistemaning yechimiga boshlang'ich shartidan qat'i nazar yaqinlashadi.

Xulosa. Berilgan sistema iteratsiya usulida yechimga yaqinlashadi, agar quyidagi shart bajarilsa

$$|\alpha_{ij}| > \sum_j |\alpha_{ij}| \quad (I = 1, \dots, n)$$

$$|\alpha_{ij}| > \sum_j |\alpha_{ij}| \quad (J = 1, \dots, n)$$

yoki diagonal koeffitsiyenti moduli sistema tenglamalarining noma'lumlarini boshqa koeffitsiyentlarining yig'indisini modulidan katta bo'lsa.

Misol. Berilgan sistemani yeching (yakinashtiring)

$$\begin{cases} 4X_1 + 6X_2 - 8X_3 + 4X_4 = 6 & (A) \\ 2X_1 - 4X_2 - 10X_3 + 2X_4 = 4 & (B) \\ 10X_1 - 6X_2 + 2X_3 - 8X_4 = 2 & (B) \\ 20X_1 + 4X_2 - 2X_3 + 4X_4 - 8 & (I) \end{cases}$$

Iteratsiya usulini qo'llash uchun qulay ko'rinishga olib kelamiz va yaqinlashish shartini ta'minlaymiz.

(G) tenglamani birinchi qilib yozamiz. (B) tenglamani uchinchi qilib yozamiz. (A) tenglamadan (B) tenglamani ayiramiz va natijani ikkinchi tenglama qilib yozamiz. (A) tenglamadan (B) tenglamani ayirib , o'ngga (V) tenglamani qo'shib va uni 2 ga ko'paytirib va (G) tenglamani ayiramiz, ya'ni (A) – (B) + 2M(V) – (G) hosil bo'lgan natijani to'rtinchi qilib yozamiz.

Shunday qilib quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\begin{cases} 20X_1 + 4X_2 - 2X_3 + 4X_4 = -8 \\ 2X_1 + 10X_2 - 2X_3 + 0X_4 = 2 \\ 2X_1 - 4X_2 - 10X_3 + 2X_4 = 4 \\ 2X_1 - 6X_2 + 8X_3 - 20X_4 = -14 \end{cases}$$

Ushbu sistema uchun iteratsiya jarayonini yaqinlashishi bajarilgan .

Iteratsiya usulining modifikatsiyasi qilib Zeydel (tezlashtirilgan iteratsiya usuli) metodini qurish mumkin. Bu usulning g'oyasi ($k+1$) yaqinlashishdagi noma'lumlar $x_i^{(k+1)}$ ni hisoblayotganda shunga qadar k yaqinlashishda qiymati aniqlangan $x_1^{(k)}$, $x_2^{(k)}$, ..., $x_{i-j}^{(k)}$, noma'lumlarning miqdoridan foydalaniladi.

Berilgan sistema $X = \beta - \alpha \cdot X$ uchun $(k+1)$ qadamdagi noma'lumlarning qiymatlari quyidagi formuladan aniqlanadi.

$$\left. \begin{aligned} X_1^{(k+1)} &= \beta_1 - [\alpha_{11}\chi_1^{(k)} + \alpha_{12}\chi_2^{(k)} + \dots + \alpha_{1i}\chi_i^{(k)} + \alpha_{1n}\chi_n^{(k)}] \\ X_2^{(k+1)} &= \beta_2 - [\alpha_{21}\chi_1^{(k)} + \alpha_{22}\chi_2^{(k)} + \dots + \alpha_{2i}\chi_i^{(k)} + \alpha_{2n}\chi_n^{(k)}] \\ &\dots\dots\dots \\ X_i^{(k+1)} &= \beta_i - [\alpha_{i1}\chi_1^{(k)} + \alpha_{i2}\chi_2^{(k)} + \dots + \alpha_{ij}\chi_j^{(k)} + \alpha_{in}\chi_n^{(k)}] \\ &\dots\dots\dots \\ X_n^{(k+1)} &= \beta_n - [\alpha_{n1}\chi_1^{(k)} + \alpha_{n2}\chi_2^{(k)} + \dots + \alpha_{ni}\chi_i^{(k)} + \alpha_{nn}\chi_n^{(k)}] \end{aligned} \right\} \quad (10.11)$$

Yuqorida aytilgan yaqinlashish shartlari Zeydel usuli uchun ham o'zgarmaydi.

Nazorat savollari:

1. Qanday sharoitda iteratsiya usulidan foydalanish qulay?
2. Sistemani yechish uchun boshlang'ich yoki nol qiymatlarini qanday qabul qilamiz?
3. Sistemaning yechimi formulasi qanday?
4. Yaqinlashish sharti nimadan iborat?
5. Zeydel usulining g'oyasi.

11-MA'RUZA

Elektr sistemalari turg'un holatlarining nochiziqli tenglamalarini yechish usullari

Reja:

1. Nochiziqli tenglamalar xossalari
2. Ko'phadlarning bo'linishi
3. Ko'phadlarni yaxlit bo'lish. Bezu teoremasi
4. Ko'phadda argumentni almashtirish
5. Ketma-ket bo'lish jarayoni
6. Xosilani hisoblash

7. Viet formulasi yordamida ko‘phadlarning ildizlarini taqriban hisoblash

8. Nazorat savollari

A. Nochiziqli (algebraik) tenglamalarning xossalari

Quyidagi ko‘rinishdagi tenglamaga nochiziqli (algebraik) tenglama deyiladi:

$$A_0 \Pi^n + A_1 \Pi^{n-1} + \dots + A_{n-1} \Pi + A_n = 0 \quad (11.1)$$

bu yerda $A_0, A_1, \dots, A_{n-1}, A_n$ - berilgan haqiqiy yoki kompleks son (tenglama koefitsiyentlari)

$n = \{F, U, S, \dots\}$ - aniqlanayotgan noma'lum (elektr sistemasining parametrlari)

Berilgan tenglamaning chap qismidagi ifoda ko‘phad deyiladi. Agar $f(a)=0$ bo‘lsa, songga funksiya $f(n)$ ning yechimi deyiladi. Berilgan nochiziqli tenglama koefitsiyentlari xohlagan haqiqiy yoki kompleks son xususiy hollarda esa nolga teng bo‘lish mumkin. n – ko‘phadning darajasi deyiladi.

Gauss teoremasi n – darajali ko‘phad aniq n haqiqiy yoki kompleks yechimga (ildizga) ega.

B. Ko‘phadlarning bo‘linishi

Agar quyida berilgan ko‘phadning darajasi n

$$P(\Pi) = A_0 \Pi^n + A_1 \Pi^{n-1} + \dots + A_n \quad (11.2)$$

quyida berilgan ko‘phadning darajasi m dan katta yoki teng bo‘lsa

$$Q(\Pi) = B_0 \Pi^m + B_1 \Pi^{m-1} + \dots + B_m \quad (11.3)$$

U holda $P(\Pi)$ ni (umumiy holda qoldiq bilan) $Q(\Pi)$ ga bo‘lish mumkin. Natijada quyidagi ifoda hosil bo‘ladi:

$$P(\Pi) = Q(\Pi)q(\Pi) + r(\Pi) \quad (11.4)$$

bu yerda $q(\Pi)$ va $r(\Pi)$ ko'phadlar bo'lib, mos holda xususiylar va qoldiq deyilib xususiylarning darajasi $n-m$ ga teng qoldiqning darajasi esa m dan kichik.

V. Ko'phadlarni bo'lish (yaxlit bo'lish)

Agar ko'phadni ko'phadga bo'lganda $r(\Pi)=0$ bo'lsa, u holda ko'phad $P(\Pi)$ ko'phad $P(\Pi)$ ga qoldiqsiz bo'linadi, butun bo'linadi yoki bo'linadi deyiladi. Bu holda bo'linuvchi ko'phad $P(\Pi)$ ning har bir yechimi bo'linuvchi ko'phad $P(\Pi)$ ning yechimi ham hisoblanadi. Maxsus o'rinli ko'phadni chiziqli ikkihad $P-a$ ga bo'lish egallaydi. Bunday bo'linishdan hosil bo'lgan qoldiq birinchi tartibga ega bo'lib, ma'lum bir son V ni ifodalaydi.

$$P(\Pi) = (\Pi - a)Q(\Pi) + B \quad (11.5)$$

Agar $a=b$ bo'lsa, Bezu teoremasiga asosan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$P(a) = B$$

Bezu teoremasi Ko'phad $P(\Pi)$ ni ikkihad $\Pi-a$ ga bo'lishdan qoldiq berilgan ko'phadning $\Pi=a$ dagi qiymatiga teng. Xususiylar holda agar a soni ko'phad $P(\Pi)$ ning yechimi bo'lsa, u holda qoldiq nolga teng bo'ladi, ko'phad $P(\Pi)$ ikkihad $\Pi-a$ ga bo'linadi

G. Algebraik tenglamaning darajasini pasaytirish

Qabul qilamizki, $P(\Pi)$ ko'phadni yechishda $\Pi=a$ ildizni topish imkoniga ega bo'ldik. U holda ko'phad $P(\Pi)$ ikki had $\Pi-a$ ga qoldiqsiz bo'linadi:

$$P(\Pi) = (\Pi - a)Q(\Pi) \quad (11.6)$$

Qolgan ildizlar ko'phad $R(P)$ ning ildizlari hisoblanadi. Shunday qilib masala ko'phad $Q(\Pi)$ ning ildizlarini topishga aylandi:

$$Q(\Pi) = 0$$

Ko'phad $Q(\Pi)$ ning darajasi berilgan $P(\Pi)$ ko'phadning darajasidan bittaga kichik.

Xulosa qilib aytganda, algebraik tenglamalarning bitta ildizi tenglamaning darajasini bittaga kamaytirish imkoniyatini beradi.

D. Ko‘phadda argumentni almashtirish

Algebrik tenglamalarni yechish mobaynida ko‘pchilik hollarda noma’lumni almashtirishga to‘g‘ri keladi:

$$\Pi = R + a \quad (11.7)$$

Ko‘phadda $P(\Pi)$ noma’lum o‘rniga uning yangi qiymatini qo‘yib, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$P(R + a) = A_0(R + a)^n + A_1(R + a)^{n-1} + \dots + A_{n-1}(R + a) + A_n \quad (11.8)$$

Qavslarni ochib, mos elementlarini birlashtirgandan so‘ng quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$P(R + a) = B_0 R^n + B_1 R^{n-1} + \dots + B_{n-1} R + B_n \quad (11.9)$$

Bu yerda $B_0, B_1, B_2, \dots, B_n$ - ba’zi yangi sonli koeffitsiyentlar.

J. Ketma – ket bo‘lish jarayoni

Berilgan Π argumentli ko‘phadda Π ni $P = \Pi - a$ bilan almashtirib quyidagini hosil qilamiz:

$$P(\Pi) = B_0(\Pi - a)^n + B_1(\Pi - a)^{n-1} + \dots + B_{n-1}(\Pi - a) + B_n \quad (11.10)$$

$\Pi - a$ ni qavsdan chiqarib oxirigidan boshqa elementlarni guruplab quyidagini hosil qilamiz:

$$P(\Pi) = [B_0(\Pi - a)^{n-1} + B_1(\Pi - a)^{n-2} + \dots + B_{n-1}](\Pi - a) + B_n \quad (11.11)$$

Shunday qilib b_Π element $P(\Pi)$ ni $\Pi - a$ ga bo‘lishdan qoldiq hisoblanadi, kvadrat qavsning ichidagi ifoda xususiyya teng va uni birinchi xususiyy deymiz:

$$q_1(\Pi) = B_0(\Pi - a)^{n-1} + B_1(\Pi - a)^{n-2} + \dots + B_{n-1} \quad (11.12)$$

Yana oxirgidan tashqari elementlarni guruhlab va $\Pi - a$ ni qavsdan chiqarib quyidagini hosil qilamiz:

$$q_1(\Pi) = [B_0(\Pi - a)^{n-2} + B_1(\Pi - a)^{n-3} + \dots + B_{n-2}](\Pi - a) + B_{n-1} \quad (11.13)$$

Shunday qilib $b_{\Pi-1}$ elementning birinchi xususiy $Q_1(\Pi)$ ni $\Pi - a$ ga bo'lishdan hosil bo'lgan xususiy yoki ikkinchi xususiy deyiladi:

$$q_2(\Pi) = B_0(\Pi - a)^{n-2} + B_1(\Pi - a)^{n-3} + \dots + B_{n-2} \quad (11.14)$$

Amallar ko'rsatadiki, barcha tanishilgan hisoblar berilgan $P(\Pi)$ ko'phadi ikkihad $\Pi - a$ ga bo'lishi ko'rsatadi.

Z. Hosilani hisoblash

Berilgan ko'phad $P(\Pi)$ ni daraja $\Pi - a$ bo'yicha Teylor qatoriga yechamiz (tarqatamiz). Hisobga olamizki, $\Pi + 1$ dan boshlab barcha ko'phad xosilalari nolga teng:

$$P(\Pi) = P(a) + P'(a)(\Pi - a) + \frac{1}{2!}P''(a)(\Pi - a)^2 + \dots + \frac{1}{n!}P^{(n)}(a)(\Pi - a)^n \quad (11.15)$$

$P(\Pi)$ ni $\Pi - a$ ga solishtirib ko'rib quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$P(a) = b_n; P'(a) = b_{n-1}; P''(a) = 2b_{n-2}; P^{(k)}(a) = k!b_{n-k}; P^{(n)}(a) = n!b_0 \quad (11.16)$$

Yuqoridagi formulalar yordamida xosilaning qiymatlari hisoblanadi.

I. Viet formulasi yordamida ko'phadning ildizlarini taqriban hisoblash

Ushbu usul ko'phadning eng katta va eng kichik ildizlarini oson topish imkoniyatini beradi. Boshqa usullardan ushbu usulning afzalligi shundaki, bunda kam sonli hisoblashlar bilan hisoblar natijasiga erishiladi, kamchiligi esa hisoblash aniqligidan kichik. Viet formulasi $P(\Pi)$ ko'phadning ildizlari $n_1, n_2, \dots, n_n$ ni ko'phadni ko'effitsiyentlari $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$ bilan bog'laydi:

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{A_1}{A_0} &= \Pi_1 + \Pi_2 + \dots + \Pi_n \\ \frac{A_2}{A_0} &= \Pi_1 \Pi_2 + \Pi_3 \Pi_4 + \dots + \Pi_{n-1} \Pi_n \\ -\frac{A_3}{A_0} &= \Pi_1 \Pi_2 \Pi_3 + \Pi_2 \Pi_3 \Pi_4 + \dots + \Pi_{n-2} \Pi_{n-1} \Pi_n \\ &\dots \\ (-1)^{n-1} \frac{A_{n-1}}{A_0} &= \Pi_1 \Pi_2 \Pi_3 \Pi_4 \dots \Pi_{n-1} + \Pi_1 \Pi_2 \Pi_3 + \dots + \Pi_1 \Pi_2 \dots \Pi_n \\ (-1)^n \frac{A_n}{A_0} &= \Pi_1 \Pi_2 \dots \Pi_n \end{aligned} \right. \quad (11.17)$$

Eng katta va eng kichik ildizlar quyidagicha hisoblanadi:

Eng katta ildizni hisoblash

Agar $|n_1| \geq |n_2| \geq \dots \geq |n_n|$ bo'lsa, ya'ni $|n_1|$ boshqa ildizlar modullaridan sezilarli katta bo'lsa, **Viet** formulasiga asosan $n_2, n_3, \dots, n_n$ elementlarni hisobga olmaslik mumkin. U holda:

$$-\frac{A_1}{A_0} \approx \Pi_1 \quad (11.18)$$

Shunday qilib, eng katta ildiz quyidagi tenglamani qanoatlantiradi.

$$A_0\Pi + A_1 = 0$$

Agar birinchi ikki ildiz boshqa ildizlardan sezilarli katta bo'lsa, ya'ni $|n_1| \geq |n_2| \geq |n_3| \geq \dots \geq |n_n|$, u holda Vietning birinchi ikki formulasidan quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} -\frac{A_1}{A_0} &= \Pi_1 + \Pi_2 \\ \frac{A_2}{A_0} &= \Pi_1 \Pi_2 \end{aligned} \quad (11.19)$$

Shunday qilib, eng katta ikkita ildiz quyidagi tenglamani qanoatlantiradi:

$$A_0 \Pi^2 + A_1 \Pi + A_2 = 0 \quad (11.20)$$

Analogik tarzda modullarning eng katta ildizi taqriban quyidagi tenglamani qanoatlantiradi:

$$A_0 \Pi^3 + A_1 \Pi^2 + A_2 \Pi + A_3 = 0 \quad (11.21)$$

Yuqorida tenglama ushbu Viet formulasidan kelib chiqadi:

$$-\frac{A_1}{A_0} \approx \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3; \frac{A_2}{A_0} \approx \Pi_1 \Pi_2 + \Pi_1 \Pi_3 + \Pi_2 \Pi_3; -\frac{A_3}{A_0} = \Pi_1 \Pi_2 \Pi_3 \quad (11.22)$$

Eng kichik ildizni hisoblash

Berilgan ko'phadda argument $\frac{A_1}{A_0} = \Pi_1$ bilan almashtirib va eng katta ildizni topishdagi natijalarni qo'llaganlardan so'ng $R = \frac{1}{\Pi}$ dan argument P ga o'tib quyidagi natijaga erishamiz:

Agar ildiz $|\Pi_n|$ ni moduli berilgan $P(\Pi)$ ko'phadning boshqa ildizlari modullaridan eng kichik bo'lsa, uni taqriban quyidagicha hisoblash mumkin:

$$A_{n-1} \Pi + A_n = 0 \quad (11.23)$$

Agar ildizlar Π_{n-1} va Π_n ni modullari boshqa ildizlar modullaridan sezilarli kichik bo'lsa Π_{n-1} va Π_n larning qiymatlari taqriban quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$A_{n-2} \Pi^2 + A_{n-1} \Pi + A_n = 0 \quad (11.24)$$

Analogik holda boshqa eng katta va eng kichik modulli ildizlar uchun ham Viet formulalarini qo'llash mumkin.

Misol:

Quyidagi ko'phadning ildizlarini toping:

$$P(\Pi) = \Pi^4 + 39 \Pi^3 + 958 \Pi^2 - 1080 \Pi - 2000$$

Eng katta ildizni quyidagi tenglamadan topishga urinamiz:

$$\Pi = 39 = 0 \quad \Pi_1 = -39$$

Lekin $\Pi_1 = -39$ ni berilgan ko'phadga qo'ysak, $\Pi_1 = -39$ ildiz emasligiga amin bo'lamiz.

Ikkinchi tenglamalarni ko'ramiz:

$$\Pi^2 + 39 \Pi + 958 = 0$$

Tenglama ildizlarini hisoblaymiz:

$$\Pi_1 = -19,5 + \sqrt{24,04}$$

$$\Pi_2 = -19,5 - \sqrt{24,04}$$

Ular berilgan ko'phadni qanoatlantiradi.

Eng kichik ildizini quyidagi tenglamadan topishga urinamiz:

$$-1080\Pi - 2000 = 0$$

Lekin $\Pi_4 = -1,85$ ni berilgan ko'phadga qo'ysak, $\Pi_4 = -1,85$ ildiz emasligiga amin bo'lamiz.

Ikkinchi tenglamani ko'ramiz.

$$958\Pi^2 - 1080\Pi - 2000 = 0$$

Tenglamaning ildizini hisoblaymiz.

$$\Pi_4 = -0,99; \quad \Pi_3 = 2,12$$

Ular berilgan ko'phadni qanoatlantiradi.

Nazorat savollari:

1. Qanday tenglama nochiziqli tenglama deyiladi?
2. Ko'phadga ta'rif bering.
3. Gauss teoremasini tushuntirib bering.
4. Qaysi shart bajarilganda ko'phad qoldiqsiz bo'linadi deyiladi?
5. Qanday qilib algebraik tenglamaning darajasini bittaga kamaytirish mumkin?
6. Tenglamaning eng katta va eng kichik ildizlarini topish usuli haqida so'zlab bering.

12-MA'RUZA

Elektr energetikada optimallashtirish masalasi. Chiziqli dasturlash

Reja:

1. Approksimatsiya va interpolatsiya usullari.
2. Interpolatsion polinomlarining turlari
3. Langrajning interpolatsion polinomi
4. Nyutonning interpolatsion polinomi.
5. Nazorat savollari.

Elektr sistemalari ishlashlarining qulay shartlarini qanoatlantirishning elektr energiyasini ishlab chiqish, o'zgartirish, uzatish va iste'molchilar xo'jaligidagi bajarilishi shart bo'lgan iqtisodiy masalalarini minimallashtirish bilan bog'liq. Elektr sistemasining minimallashtirish deyilganda elektr stansiyalari va iste'molchilari orasida aktiv va reaktiv quvvatning qulay tarqalishini reaktiv quvvat manbalaridan bo'lgan sinxron kompensator, boshqariluvchi reaktorlar va statik kondensator batareyalari ishlab chiqayotgan reaktiv quvvatning qulay tarqalishi tushuniladi.

Approksimatsiya va interpolatsiya usullarini elektr ta'minoti sistemasi hisoblarida qo'llanishi.

Elektr ta'minoti masalalarining ko'p variantligi texnik-iqtisodiy hisoblarini amalga oshirishni talab qiladiki, bu hisoblar qabul qilingan texnik yechimni iqtisodiy tasdiqlab beradi. Tanlov texnik-iqtisodiy ko'rsatkichlarni har tomonlama iqtisodiy tahlil asosida olib boriladi.

Elektr sistemalarining variant va parametrlarini tanlash ikki usulda amalga oshiriladi.

O'zini oqlash vaqti usuli:

$$T_{OK} = \frac{K_a - K_{\delta}}{C_{\delta} - C_a} \quad (12.1)$$

K_l, K_b - variantlarda kapital mablag' sarflari,

C_l, C_b - yillik ishlatish sarf-xarajatlari

6, Keltirilgan yig'indi sarf-xarajatlari.

$$Z_i = E_n - K_n + Si \quad (12.2)$$

Elektr sistemasi sohasi loyixalanayotganda yoki ishlatilayotganda hisobchi qo'lda yoki EHM yordamida keltirilgan yig'indi sarfi xarajatlari bilan elektr ta'minoti sistemasi parametri (liniyalar, simlarning ko'ndalang kesim yuzalari, kuchlanishlar, quvvatlar va boshqalar) orasidagi bog'liqlikni hisoblaydilar. Bu bog'liqlik jadval yoki grafik ko'rinishida tasvirlash mumkin.

Yillik yig'indi sarf - xarajatlar quyidagicha tasvirlanadi:

$$Z = f(P) = f(F, U, S...)$$

Bu yerda $P = f(F, U, S...)$ - qulaylashtirilayotgan parametrlar.

Interpolyatsiya nazariyasi asosida berilgan ko'phad $P(\Pi)$ ma'lum nuqtalarida berilgan funksiya $f(P)$ bilan bir xil qiymatlar qabul qilinadi ya'ni shu nuqtalarida quyidagi farq nolga teng bo'ladi

$$P(\Pi) - f(P) = 0$$

Bu yerda $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ interpolyatsiya tugunlari

Darajali interpolyatsion polinom (ko'phad) quyidagi ko'rinishga ega.

$$P(\Pi) = C_0 \Pi^n + C_1 \Pi^{n-1} + C_2 \Pi^{n-2} + \dots + C_n \quad (12.3)$$

$C_0, C_1, \dots, C_n$ —koeffitsiyentlardan aniqlanadi.

Isbot qilinganki barcha $f(P)$ interpolyatsion funksiya ega dirlar. Interpolyatsion polinomlarning bir necha turlari mavjud: darajali, Lagranj va Nyutonning interpolyatsion polinomlari.

Elektr sistemalari hisoblari uchun qo'llaniluvchi Lagranjning interpolyatsion polinomi quyidagi ko'rinishga ega:

$$P(\Pi) = \sum_{m=0}^n Y_m \frac{(\Pi - \Pi_0) \dots (\Pi - \Pi_{m-1})(\Pi - \Pi_{m+1}) \dots (\Pi - \Pi_n)}{(\Pi_m - \Pi_0) \dots (\Pi_m - \Pi_{m-1})(\Pi_m - \Pi_{m+1}) \dots (\Pi_m - \Pi_n)} \quad (12.4)$$

Agar funksiya $y = f(P)$ jadval ko'rinishida berilgan bo'lsa:

$$\begin{array}{ccccccc} P & P_0 & P_1 & P_2 & \dots & P_n \\ U & U_0 & U_1 & U_2 & \dots & U_n \end{array}$$

U holda Lagranjning interpolyatsion polinomi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$P(\Pi) = \frac{(\Pi - \Pi_1) \dots (\Pi - \Pi_n)}{(\Pi_0 - \Pi_1) \dots (\Pi_0 - \Pi_n)} Y_0 + \frac{(\Pi - \Pi_0) \dots (\Pi - \Pi_n)}{(\Pi_1 - \Pi_0) \dots (\Pi_1 - \Pi_n)} Y_1 + \dots + \frac{(\Pi - \Pi_0) \dots (\Pi - \Pi_{n-1})}{(\Pi_n - \Pi_0) \dots (\Pi_n - \Pi_{n-1})} Y_n \quad (12.5)$$

To'rt interpolyatsiya tugunli funksiya uchun Lagranjning formulasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$P(\Pi) = -\frac{1}{W} (D_1 \Pi^3 - D_2 \Pi^2 + D_3 \Pi - D_4) \quad (12.6)$$

$$W = \begin{vmatrix} \Pi_0^3 & \Pi_0^2 & \Pi_0 & 1 \\ \Pi_1^3 & \Pi_1^2 & \Pi_1 & 1 \\ \Pi_2^3 & \Pi_2^2 & \Pi_2 & 1 \\ \Pi_3^3 & \Pi_3^2 & \Pi_3 & 1 \end{vmatrix} - \text{Vandermond Aniqlovchisi}$$

$$\mathcal{D}_1 = \begin{vmatrix} \Pi_0^3 & \Pi_0^2 & 1 & Y_0 \\ \Pi_1^3 & \Pi_1^2 & 1 & Y_1 \\ \Pi_2^3 & \Pi_2^2 & 1 & Y_2 \\ \Pi_3^3 & \Pi_3^2 & 1 & Y_3 \end{vmatrix} ; \quad \mathcal{D}_2 = \begin{vmatrix} \Pi_0^3 & \Pi_0^2 & 1 & Y_0 \\ \Pi_1^3 & \Pi_1^2 & 1 & Y_1 \\ \Pi_2^3 & \Pi_2^2 & 1 & Y_2 \\ \Pi_3^3 & \Pi_3^2 & 1 & Y_3 \end{vmatrix}$$

$$\mathcal{D}_3 = \begin{vmatrix} \Pi_0^3 & \Pi_0^2 & 1 & Y_0 \\ \Pi_1^3 & \Pi_1^2 & 1 & Y_1 \\ \Pi_2^3 & \Pi_2^2 & 1 & Y_2 \\ \Pi_3^3 & \Pi_3^2 & 1 & Y_3 \end{vmatrix} ; \quad \mathcal{D}_4 = \begin{vmatrix} \Pi_0^3 & \Pi_0^2 & 1 & Y_0 \\ \Pi_1^3 & \Pi_1^2 & 1 & Y_1 \\ \Pi_2^3 & \Pi_2^2 & 1 & Y_2 \\ \Pi_3^3 & \Pi_3^2 & 1 & Y_3 \end{vmatrix}$$

Qulay nuqtani abssissasi $\Pi_{\mathfrak{O}}$ ni topish uchun soddalashtirilgan formuladan xosila olib uni nolga tenglaymiz:

$$\Pi_{\mathfrak{O}} = \frac{\mathcal{D}_2 \pm \sqrt{\mathcal{D}_2^2 - 3\mathcal{D}_1\mathcal{D}_3}}{3\mathcal{D}_1} \quad (12.7)$$

Nyutonning interpolatsion formulasi quyidagicha:

a. Agar Π_0 boshlang'ich nuqta deb qabul qilinsa ($h=const$):

$$P(\Pi) = y_0 + g\Delta y_0 + \frac{g(g-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \dots + \frac{g(g-1)\dots(g-(n-1))}{n!}\Delta^n y_0 \quad (12.8)$$

$$g = \frac{\Pi - \Pi_0}{h}; \quad \Delta y_0 = (y_0 - y_1); \quad \Delta^2 y_0 = \Delta y_1 - \Delta y_0 = (y_2 - y_1) - (y_1 - y_0);$$

$$\Delta^3 y_0 = \Delta^2 y_1 - \Delta^2 y_0 = (\Delta y_2 - \Delta y_1) - (\Delta y_1 - \Delta y_0);$$

$$\Delta^n y_0 = \Delta y^{n-1} - \Delta y^{n-1};$$

h – interpolatsiya qadami.

b. Agar P_n boshlangiya nuqta deb qabul kilinsa: ($h=const$)

$$P(\Pi) = y_n + g\Delta y_{n-1} + \frac{g(g+1)}{2!}\Delta^2 y_{n-2} + \frac{g(g+1)(g+2)}{3!}\Delta^3 y_{n-3} + \dots + \frac{g(g+1)\dots(g+n-1)}{n!}\Delta^n y_0 \quad (12.9)$$

d. Bir xil qadamda ega $f(P)$ funksiya uchun

$$\begin{aligned}
P(\Pi) &= y_0 + [\Pi_0; \Pi_1](\Pi - \Pi_0) + [\Pi_0; \Pi_2](\Pi - \Pi_0)(\Pi - \Pi_1) + [\Pi_0; \Pi_n](\Pi - \Pi_0)(\Pi - \Pi_1)\dots(\Pi - \Pi_{n-1}); \\
[\Pi_0; \Pi_1] &= \frac{y_1 y_0}{\Pi_1 \Pi_0}; [\Pi_1; \Pi_2] = \frac{y_2 - y_1}{\Pi_2 - \Pi_1}; \dots \\
[\Pi_0; \Pi_2] &= [\Pi_0; \Pi_1; \Pi_2] = \frac{[\Pi_1; \Pi_2] - [\Pi_0; \Pi_1]}{\Pi_2 - \Pi_0}; \\
[\Pi_1; \Pi_2; \Pi_3] &= \frac{[\Pi_2; \Pi_3] - [\Pi_1; \Pi_2]}{\Pi_3 - \Pi_1};
\end{aligned} \tag{12.10}$$

Nyuton interpolatsion formulasini Lagranj interpolatsion formulasidan afzal bo'lib yangi tugunlar qo'shilganda hisoblar qaytadan bajarilmaydi.

Nazorat savollari:

1. ETS variant va parametrlarini tanlash nechta usulda amalga oshiriladi?
2. Darajali interpolatsion polinom qanday ko'rinishga ega bo'ladi?
3. Langrajning formulasini keltiring?
4. Nyutonning interpolatsion formulasi qanday yoziladi, uning afzalligi nimadan iborat?

13-MA'RUZA

Eng kichik kvadratlar usuli

Reja:

1. Eng kichik kvadratlar usuli
2. Eng kichik kvadratlarning chiziqli va kvadrat interpolatsiyasi
3. Nazorat savollari

Interpolyatsiya usullarini yordamida doimo ham jadval ko'rinishida berilgan funksiyaga qulay yaqinlashib bo'lmaydi.

Buning ikki xil sababi bor:

Birinchidan agar interpolatsiya tugunlari soni juda ko'p bo'lsa, interpolatsiya ko'phadi juda murakkab bo'ladi,

Ikkinchidan jadval holatida berilgan funksiya qiymatlari tasodifan biror xatoga ega bo'lsalar, bu xato interpolatsiya polinomida ham qatnashib ketadi.

Eng kichik kvadratlar usulini ko'p marotaba qo'llanilishidan shunday xulosaga kelishimiz mumkinki, eng muhimi bo'lib tajriba yoki hisoblashlar natijasida olingan ma'lumotlarni hisoblari tanlangan yoki

berilgan almashtiruvchi tenglamaning turiga bog‘liq. Shu bilan birga chegaralanamizki, qachonki almashtiruvchi funksiya quyidagi ko‘phad ko‘rinishida bo‘ladi:

$$P(\Pi) = A_0 + A_1\Pi + A_2\Pi^2 + A_3\Pi^3 + \dots + A_m\Pi^m \quad (13.1)$$

Masala shundan iborat bo‘ladiki, bunda $A_0, A_1, \dots, A_m$ koeffitsiyentlarning shunday qiymatlarini topish kerakki, bu qiymatlarda imkon qadar $F(P)$ funksiya grafigi berilgan nuqtalar $(P_1, Y_1); (P_2, Y_2) \dots (P_n, Y_n)$ ga yaqin masofa o‘tsin.

h tugunlar soni $P(\Pi)$ funksiya darajasi $m+1$ dan sezilarli katta, shuning uchun barcha berilgan nuqtalardan funksiya $P(\Pi)$ ning grafigi o‘tmaydi.

Agar berilgan nuqtalarning koordinatalarini funksiya $P(\Pi)$ tenglamasiga qo‘ysak, quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} A_0 + A_1\Pi_1 + A_2\Pi_1^2 + \dots + A_m\Pi_1^m - y_1 &= \delta_1 \\ A_0 + A_1\Pi_2 + A_2\Pi_2^2 + \dots + A_m\Pi_2^m - y_2 &= \delta_2 \\ \text{-----} & \\ A_0 + A_1\Pi_n + A_2\Pi_n^2 + \dots + A_m\Pi_n^m - y_n &= \delta_n \end{aligned} \quad (13.2)$$

Bu yerda $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ tuzatmalar

Eng kichik kvadratlarning prinsiplar Funksiya $f(P)$ ning eng yaxshi qiymatlari tuzatmalar summasining eng kam qiymatiga mos keladi, ya’ni:

$$\sum_{i=1}^n \delta_i^2 = \sum_{i=1}^n (A_0 + A_1\Pi_i + \dots + A_n\Pi_i^m - y_i)^2 \rightarrow \min \quad (13.3)$$

Ko‘p o‘zgaruvchanli funksiyaning minimumini aniqlash sharti bo‘lib, funksiya dan olingan xususiy hosilani nolga tenglash hisoblanadi:

$$\begin{aligned} 2 \sum_{i=1}^n (A_0 + A_1\Pi_i + \dots + A_n\Pi_i^m - y_i) &= 0 \\ 2 \sum_{i=1}^n (A_0 + A_1\Pi_i + \dots + A_n\Pi_i^m - y_i)\Pi_i &= 0 \\ \text{-----} & \\ 2 \sum_{i=1}^n (A_0 + A_1\Pi_i + \dots + A_n\Pi_i^m - y_i)\Pi_i^m &= 0 \end{aligned} \quad (13.4)$$

Natijada berilgan n tenglamali $m+1$ noma'lumli sistemaning o'rniga $A_0, A_1, \dots, A_m$ larga nisbatan chiziqli va noma'lumlar soni tenglamalar soniga teng sistema hosil qilinadi:

$$\begin{aligned}
 A_0 n + A_1 \sum_{i=1}^n \Pi_i + A_2 \sum_{i=1}^n \Pi_i^2 + \dots + A_m \sum_{i=1}^n \Pi_i^m &= \sum_{i=1}^n Y_i \\
 A_0 \sum_{i=1}^n \Pi_i + A_1 \sum_{i=1}^n \Pi_i^2 + A_2 \sum_{i=1}^n \Pi_i^3 + \dots + A_m \sum_{i=1}^n \Pi_i^{m+1} &= \sum_{i=1}^n \Pi_i Y_i \\
 \text{-----} \\
 A_0 \sum_{i=1}^n \Pi_i^m + A_1 \sum_{i=1}^n \Pi_i^{m+1} + A_2 \sum_{i=1}^n \Pi_i^{m+2} + \dots + A_m \sum_{i=1}^n \Pi_i^{2m} &= \sum_{i=1}^n \Pi_i^m Y_i
 \end{aligned} \tag{13.5}$$

Yuqorida keltirilgan chiziqli tenglamalar sistemasini ma'lum teskari matritsa, Gauss va ketma-ket yaqinlashishi usullari bilan hisoblash mumkin.

Eng kichik kvadratlarning chiziqli va kvadrat interpolyatsiyasi:

$$y = A_0 + A_1 P \tag{13.6}$$

ko'rinishidagi bog'liqlik, agar n ta berilgan nuqtalardan juda kichik farqlansa, tajribalar yoki hisoblar yordamida topilgan natijalar $n=1$ quyidagi tartibli chiziqli tenglamalar sistemasini yechish natijasida hosil qilinadi. Bunda tenglamalar sistemasi A_0 va A_1 larga bog'liq ikki noma'lumli ikkinchi tartibli tenglamalar sistemasiga aylanadi.

$$\begin{aligned}
 A_0 n + A_1 \sum_{i=1}^n \Pi_i &= \sum_{i=1}^n Y_0 \\
 A_0 \sum_{i=1}^n \Pi_i + A_1 \sum_{i=1}^n \Pi_i^2 &= \sum_{i=1}^n \Pi_i Y_i
 \end{aligned} \tag{13.7}$$

Yuqoridagi tenglamalar sistemasini yechib A_0 va A_1 ni topiladi.

Interpolyatsiyada $m=2$ masala ikkinchi tartibli

$$y = A_0 + A_1 \Pi + A_2 \Pi^2 \tag{13.8}$$

Ushbu ko'phad grafigi berilgan n nuqtada eng kichik farqqa ega bo'ladi. Tenglamalar sistemasi $m=2$ da quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi.

$$\begin{aligned}
A_0 n + A_1 \sum_{i=1}^n \Pi_i + A_2 \sum_{i=1}^n \Pi_i^2 &= \sum_{i=1}^n Y_i \\
A_0 \sum_{i=1}^n \Pi_i + A_1 \sum_{i=1}^n \Pi_i^2 + A_2 \sum_{i=1}^n \Pi_i^3 &= \sum_{i=1}^n \Pi_i Y_i \\
A_0 \sum_{i=1}^n \Pi_i^2 + A_1 \sum_{i=1}^n \Pi_i^3 + A_2 \sum_{i=1}^n \Pi_i^4 &= \sum_{i=1}^n \Pi_i^2 Y_i
\end{aligned}
\tag{13.9}$$

Yuqorida tenglamalar sistemasini yechib A_0 , A_1 , A_2 noma'lumlar topiladi.

Nazorat savollari:

1. Nima uchun berilgan funksiyaga qulay yaqinlashavermaydi?
2. Qanday shart bajarilganda ko'p o'zgargan funksiyaning minimumini aniqlash shart deyiladi?
3. Eng kichik kvadrat chiziqli va kvadrat interpolatsiya formulalar?

14-MA'RUZA

Funksiyalarni bir o'lchovli minimallashtirishning Lagranj usuli.

Raja:

1. Funksiyalarni bir o'lchovli minimallashtirish usullari
2. Funksiyalarni bir o'lchovli minimallashtirishning Lagranj usuli
3. Lagranj usuli
4. Nazorat savollari

Berilgan (a,b) interval uchun shunday P nuqtani topish talab qilinadiki, unda berilgan funksiya o'zining eng kichik qiymatiga ega bo'ladi.

Funksiya $f(P)$ interval $[a,b]$ nuqta P .

Agar funksiya $f(P)$ kesimda faqat bitta minimal nuqtaga ega bo'lsa, u holda funksiyaga minimum funksiya deyiladi.

Funksiyalarni minimallashtirishning bir necha usullari mavjud :

- vatar usuli;
- urinma (Nyuton) usuli;
- vatar va urinma usullarining kombinatsiyasi;
- dixotamiya (ikkiga bo'lish) usuli;
- iteratsiya (ketma-ket yaqinlashish) usuli;
- Nyuton–Rafson usuli va boshqalar.

Biroq amalda bunday oddiy usullar yordamida yechish mumkin bo'lmagan tenglamalar ko'plab uchraydi. Odatda ularni yechish uchun iteratsion, ya'ni ketma-ket yaqinlashish usullari qo'llaniladi. Iteratsion usul yordamida tenglamaning ildizini topish algoritmi quyidagi ikki bosqichdan iborat:

ildizning taxminiy qiymatini yoki u yotgan kichik oraliqni aniqlash;
taxminiy ildizni berilgan darajagacha aniqlashtirish.

Ildizning taxminiy qiymati (boshlang'ich yaqinlashish)ni turli yo'llar yordamida aniqlanishi mumkin: fizik tasavvurlardan kelib chiqib; shunga o'xshash masalani boshqa dastlabki ma'lumotlar bilan grafik usullar yordamida yechish orqali. Agar dastlabki yaqinlashishni ushbu yo'llar bilan topishning imkoni bo'lmasa, u holda $F(x)$ funksiya qiymatining ishoralari turlicha, ya'ni $F(a) F(b) < 0$ bo'lgan, bir-biriga yaqin joylashgan ikkita a va b nuqtalar olinadi. Bunday holda a va b nuqtalar orasida $F(x)=0$ bo'lgan kamida bitta nuqta mavjud. Boshlang'ich yaqinlashish x_0 sifatida $[a,b]$ oraliqning o'rtasidagi nuqtani, ya'ni $x_0=(a+b)/2$ ni qabul qilish mumkin.

Iteratsiya jarayoni boshlang'ich yaqinlashish x_0 ni ketma-ket aniqlashtirishdan iboratdir. Aniqlashtirishdagi har bir bunday qadam iteratsiya deyiladi. Iteratsiyalar natijasida ildizning taxminiy qiymatlari ketma-ketligi $x_1, x_2, \dots, x_n$ aniqlanadi. Agar bu qiymatlarning ortib borishi bilan ildizning haqiqiy qiymatiga yaqinlashib borsa, u holda iteratsiya jarayoni yaqinlashadi deyiladi.

Funksiyalarni bir o'lchovli minimallashtirishning Lagranj usuli

Issiqlik elektr stansiyalariga ega energetik tizim holatining aktiv quvvat bo'yicha optimallik mezonini Lagranj usuli orqali ko'rsak.

Sarf tavsifi $B_i=f(P_i)$ deb har bir soatdagi shartli yoqilg'i sarfi B_i ning, $[P_{min} P_{max}]$ oralig'ida o'zgaruvchi, aktiv quvvat P_i ga bog'lanishi tushuniladi. Boshlang'ich sarf B_0 minimal aktiv quvvat P_{min} ni ishlab chiqarish uchun sarflanadi (14.1-rasm).

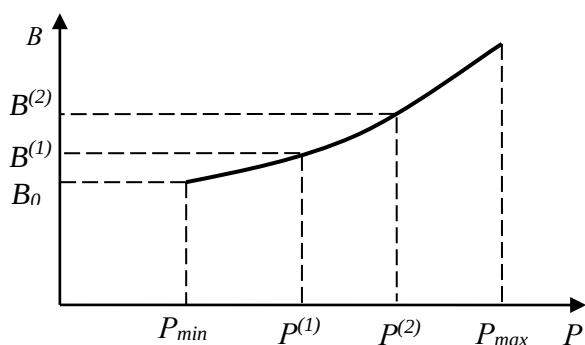
Sarf tavsifi bo'yicha nisbiy o'sish tavsifi $b_i=\varphi(P_i)$ ni aniqlash uchun sonli differensiallash usulidan foydalanish mumkin. Bu holda (14.1.,14.2.-rasm)

$$b = \frac{dB}{dP} \cong \frac{\Delta B}{\Delta P} = \frac{B^{(2)} - B^{(1)}}{P^{(2)} - P^{(1)}} \quad (14.1)$$

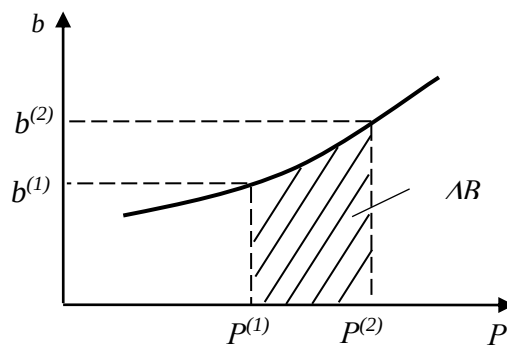
Nisbiy o'sish tavsifi (NO'T) mavjud bo'lganda undan sarf tavsifini hosil qilish sonli integrallash usuli yordamida amalga oshiriladi. Agar (14.2. rasm) da ajratib ko'rsatilgan figurani egri chiziqli trapetsiya deb olsak, u holda uning yuzasi ΔB quyidagicha aniqlanadi

$$\Delta B = \frac{1}{2}(b^{(2)} + b^{(1)})(P^{(2)} - P^{(1)}) \quad (14.2)$$

Bunda $B^{(2)} = B^{(1)} + \Delta B$.



14.1.-rasm



14.2.-rasm

Ikkita stansiya umumiy yuklama P_s ga ishlagan holatda (14.3.-rasm) har bir onda quyidagi quvvat balansi sharti bajarilishi lozim:

$$P_s = P_1 + P_2 \quad (14.3)$$

14.3.-rasm

Bu holda tizimdagi umumiy yoqilg'i sarfi:

$$B_{\Sigma} = B_1 + B_2 \quad (14.4)$$

Agar birinchi stansiya ixtiyoriy $P_1^{(0)}$ qiymatgacha yuklatilsa, ikkinchi stansiyaning quvvati $P_2^{(0)} = P_s - P_1^{(0)}$ ga teng bo'ladi.

Stansiyalar o'rtasidagi taqsimotning optimalligini baholash uchun birinchi stansiyaning $P_1^{(0)}$ qiymatdan ΔP ga yuksizlantiramiz va ikkinchi stansiyaning ΔP ga yuklaymiz:

$$P_1^{(1)} = P_1^{(0)} - \Delta P, \quad P_2^{(1)} = P_2^{(0)} - \Delta P. \quad (14.5)$$

Bunday jarayon birinchi stansiyadagi yoqilg'i sarfining $\Delta B_1^{(1)}$ ga kamayishiga va ikkinchi stansiyadagi yoqilg'i sarfining $\Delta B_2^{(1)}$ ga ortishiga olib keladi. Agar $\Delta B_2^{(1)} > \Delta B_1^{(1)}$ bo'lsa, ikkala stansiyalarning umumiy yoqilg'i sarfi $\Delta \Delta B^{(1)}$ qiymatga ortadi:

$$\Delta \Delta B^{(1)} = B_2^{(1)} - \Delta B_1^{(1)} > 0 \quad (14.6)$$

Birinchi stansiyaning yuklashini ΔP ga yuklab ikkinchi stansiyaning huddi shu qiymatga yuksizlantirganimizda $P_1^{(2)} = P_1^{(0)} + \Delta P$, $P_2^{(2)} = P_2^{(0)} - \Delta P$ bo'lib, undan $\Delta \Delta B^{(2)} = B_2^{(2)} - \Delta B_1^{(2)} < 0$ kelib chiqadi, ya'ni iqtisodiy samaraga erishamiz. Shu tarzda davom ettirsak, eng optimal holat $\Delta B_2 = \Delta B_1$ bo'lganda ta'minlanishini ko'ramiz.

Quvvat balans shartidan: $\Delta P_2 = \Delta P_1$; $\frac{\Delta B_1}{\Delta P_1} = \frac{\Delta B_2}{\Delta P_2}$ yoki $b_1 = b_2$ ekanligini aniqlashimiz mumkin. Energetika tizimida bir nechta stansiya mavjud bo'lsa, bu shart quyidagicha ifodalanadi: $b_1 = b_2 = \dots = b_n$.

Shunday qilib, Lagranj usulida energetika tizimi aktiv yuklamasini taqsimlashning optimallik mezonini nisbiy o'sishlarning tengligini ko'rsatadi.

Nazorat savollari:

1. Funksiya minimallashtirish turlarini keltiring.
2. Funktsiyalarni bir o'lchovli minimallashtirishning Lagranj usuli qanday?
3. Lagranj usulida nisbiy o'sish tavsiflarining tengligini isbotlang.
4. Lagranj usulining afzalliklari va kamchiliklari.

15-MA'RUZA

Funksiyalarni bir o'lchovli minimallashtirishning Gradient usuli

Reja:

1. Funktsiyalarni bir o'lchovli minimallashtirishning Gradient usuli
2. Gradient usulining g'oyasi
3. IES ning ish holatini gradient usulida optimallashtirish
4. Nazorat savollari

Funksiyalarni bir o'lchovli minimallashtirishning Gradient usuli

Har qanday funksiya $F(x)$ ni minimallashtirishning gradient usuli barcha erkin noma'lumlarning boshlang'ich qiymatlari $x^{(0)}$ ni qabul qilishni nazarda tutadi. Bunda, umumiy holatda, $F(x)$ funksiyasining minimumlik sharti, ya'ni $\frac{\partial F}{\partial x} = 0$ bajarilmaydi. Shu sababli, optimal yechimga yaqinlashish maqsadida qandaydir $\Delta x^{(0)}$ qadamni amalga oshirib, navbatdagi iteratsiya uchun boshlang'ich qiymat hosil qilinadi:

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \Delta x^{(0)} \quad (15.1)$$

Shu tariqa k -chi iteratsiyada $k+1$ -chi iteratsiya uchun boshlang'ich qiymat hosil qilinadi:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \Delta x^{(k)} \quad (15.2)$$

Funksiyaning antigradienti funksiyaning kamayish yo'nalishini ko'rsatganligi sababli funksiya minimumiga tomon borish uchun ushbu yo'nalishda qadamni amalga oshirish va buning uchun $\Delta x^{(k)}$ ni quyidagicha aniqlash mumkin:

$$\Delta x^{(k)} = -h^{(k)} \frac{\partial F(x^{(k)})}{\partial x} \quad (15.3)$$

(15.1) ni (15.2) ga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\Delta x^{(k+1)} = x^{(k)} - h^{(k)} \frac{\partial F(x^{(k)})}{\partial x} \quad (15.4)$$

Bu yerda $h^{(k)}$ — $\Delta x^{(k)}$ ning qiymatini belgilovchi qadam. Antigradient yo'nalishida qadam ikkita usulda – oddiy tanlab olish va eng tez tushish usullarida aniqlanishi mumkin.

Oddiy tanlab olish usulida har bir iteratsiyada qadam h maqsad funksiyasi $F(x)$ ni iteratsiyadan iteratsiyaga kamayib borish sharti, ya'ni $F(x^{(k)}) > F(x^{(k+1)})$ ni bajariladigan qilib tanlanadi. Biror iteratsiyada bu shart bajarilmay qolganda, uning bajarilishi qadam h ni sun'iy tarzda kamaytirish hisobiga ta'minlanadi.

Eng tez tushish usulida har bir k -chi iteratsiyada qadam h quyidagi funksiyaning bir o'lchamli minimallashtirish asosida aniqlanadi:

$$h_{onm}^{(\kappa)} \rightarrow \min_h F(x^{(k)} + h\Delta x^{(k)}) \quad (15.5)$$

IES ning ish holatini gradient usulida optimallashtirish

Ushbu usulni quyidagi ko'rinishda shakllantiriluvchi energetika tizimining holatini optimallashtirish masalasini yechishda qo'llanilishi bilan tanishamiz:

$$\begin{aligned} B &= \sum_{i=1}^n B_i(P_i) \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^n (P_i) - \sum_{j=1}^m (P_j) &= 0 \end{aligned} \quad (15.6)$$

Masalani yechishning ushbu varianti (15.6) chegaraviy shartni hisobga olish uchun balanslovchi stansiyaning ajratishni ko'zda tutadi. Bunda quvvatni rostlash diapazoni katta bo'lgan stansiyalarning biri balanslovchi stansiya sifatida ajratilib (masalan 1- stansiya), uning quvvati (15.6) shartdan foydalanib, quyidagicha topiladi:

$$P_1 = \sum_{j=1}^m (P_j) - \sum_{i=2}^n (P_i) . \quad (15.7)$$

Shunday qilib, P_1 bog'langan o'zgaruvchi bo'lib qoladi. Qolgan stansiyalarning quvvatlari erkin o'zgaruvchilar hisoblanib, ularning gradientlari (15.7) ni e'tiborga olib, quyidagicha aniqlanadi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial P_i} &= \frac{\partial B(P_i)}{\partial P_i} + \frac{\partial B}{\partial P_1} \frac{\partial P_1}{\partial P_i}, \quad i = \overline{2, n} \\ \frac{\partial B}{\partial P_i} &= b_i - b_1, \quad i = \overline{2, n} . \end{aligned} \quad (15.8)$$

Bu yerda b_1, b_i — balanslovchi va i - chi elektr stansiyalarida yoqilg'i sarfining nisbiy o'sishi.

Elektr stansiyalarining (balanslovchi stansiyadan tashqari) $k+1$ - chi iteratsiyadagi qiymatlari quyidagicha aniqlanadi:

$$P_i^{(x+1)} = P_i^{(k)} + h_i^{(k)} \frac{\partial B^{(k)}}{\partial P_i}, i = \overline{2, n} \quad (15.9)$$

Shunday qilib, hisoblash algoritmi quyidagicha.

Hisoblashlar quvvatlari erkin noma'lum hisoblanuvchi elektr stansiyalari uchun boshlang'ich qiymatlar $P_i^{(0)}$ ($i = 2, n$) qabul qilishdan boshlanadi. Ular (15.7) formula bo'yicha balanslovchi stansiyaning quvvatini topish hamda elektr stansiyalarining terilgan sarf xarakteristikalarini va (15.8) bo'yicha gradientni aniqlash imkonini beradi. Shundan so'ng (15.9) bo'yicha birinchi iteratsiya bajariladi.

Ushbu tartibdagi hisoblashlar iteratsiya jarayonining yaqinlashish sharti

$$\left| P_i^{(k+1)} - P_i^{(k)} \right| \leq \varepsilon, i = \overline{1, n} \quad (15.10)$$

bajarilguncha davom ettiriladi. Bu yerda ε – hisoblash aniqligi (oldindan qabul qilinuvchi kichik son).

Energetika tizimining holatini gradient usulida optimallashtirish algoritmlarining samaradorligi bilan yuqorida ko'rib o'tilgan tizimning umumiy aktiv yuklamasi 500 MVt ni ikkita issiqlik stansiyalari o'rtasida optimal taqsimlash masalani yechish misolida tanishamiz.

IESlarning sarf xarakteristikalarini:

$$B_1 = 100 + 0,2P_1 + 0,001P_1^2 \quad \text{t.sh.yo./soat,}$$

$$B_2 = 60 + 0,2P_2 + 0,002P_2^2 \quad \text{t.sh.yo./soat,}$$

Hisoblash aniqligini $\varepsilon = 0,01$ MVt qabul qilaylik.

Masalani birinchi variant buyicha yechishda balanslovchi stansiya sifatida 1- IESni qabul qilamiz. Erkin o'zgaruvchining boshlang'ich qiymati sifatida $P_2^{(0)} = 200$ MVt qabul qilaylik.

Energotizimda aktiv quvvat balansi shartidan foydalanib, balanslovchi stansiyaning quvvati va energotizimda umumiy shartli yoqilg'i sarfini aniqlaymiz:

$$P_1^{(0)} = 500 - P_2^{(0)} = 500 - 200 = 300 \text{ MVt,}$$

$$B = B_1^{(0)} + B_2^{(0)} = 450 \text{ t.sh.yo./soat.}$$

Qadamni oddiy tanlab olish usuli, Boshlang'ich qadam sifatida $h_2^{(0)} = 200$ qabul qilamiz va birinchi iteratsiyani amalga oshiramiz:

$$\frac{\partial B^{(0)}}{\partial P_2} = \frac{\partial \bar{B}^{(0)}}{\partial P_2} + \frac{\partial B^{(0)}}{\partial P_1} \frac{\partial P_1^{(0)}}{\partial P_2} = b_2^{(0)} - b_1^{(0)} = 0,2 + 0,004 P_2^{(0)} + (0,2 + 0,002 P_1^{(0)}) =$$

$$= 0,2 + 0,004 \cdot 200 - (0,2 + 0,002 \cdot 300) = 1 - 0,8 = 0,2 \quad ,$$

$$P_2^{(1)} = P_2^{(0)} - h \cdot \frac{\partial B^{(0)}}{\partial P_2} = 200 - 0,2 \cdot 200 = 160 \text{ MVt},$$

$$P_1^{(1)} = P_{\#} - P_2^{(1)} = 500 - 160 = 340 \text{ MVt},$$

$$B^{(1)} = 426,8 \text{ t.sh.yo./soat.} \quad B^{(0)} > B^{(1)} .$$

Ikkinchi iteratsiyani amalga oshiramiz.

$$\frac{\partial B^{(1)}}{\partial P_2} = \frac{\partial \bar{B}^{(1)}}{\partial P_2} + \frac{\partial B^{(1)}}{\partial P_1} \frac{\partial P_1^{(1)}}{\partial P_2} = b_2^{(1)} - b_1^{(1)} = 0,2 + 0,004 P_2^{(1)} + (0,2 + 0,002 P_1^{(1)}) =$$

$$= 0,2 + 0,004 \cdot 160 - (0,2 + 0,002 \cdot 340) = -0,04 \quad ,$$

$$P_2^{(2)} = P_2^{(1)} - h \cdot \frac{\partial B^{(1)}}{\partial P_2} = 160 + 200 \cdot 0,04 = 168 \text{ MVt},$$

$$P_1^{(2)} = P_{\#} - P_2^{(2)} = 500 - 168 = 332 \text{ MVt},$$

$$B^{(2)} = 426,672 \text{ t.sh.yo./soat.} \quad B^{(1)} > B^{(2)} .$$

Keyingi iteratsiyalar ham shu tarzda davom ettiriladi. Iteratsiyalarni bajarish natijasida olingan natijalar 15.1- jadvalda keltirilgan.

15.1-jadval

Iteratsiya nomeri	P_1 , MVt	P_2 , MVt	B , t.sh.yo./soat
0	300,0	200,0	430,0
1	340,0	160,0	426,8
2	332,0	168,0	426,672
3	333,6	166,4	426,6678
4	333,28	166,72	426,6671
5	333,28	166,72	426,6670

Nazorat savollari:

1. Funksiya minimallashtirish turlarini keltiring.
2. IES ning ish holatini Gradient usulida optimallashtirish usuli qanday?
3. Gradient usulining afzalliklari va kamchiliklari.

16-MA'RUZA

Funksiyalarni bir o'lchovli minimallashtirishning Nyuton usuli (urinma)

Reja:

1. Funksiyalarni bir o'lchovli minimallashtirishning Nyuton usuli (urinma)
2. Nyuton usulining asosiy afzalliklari
3. Nyuton usulining g'oyasi
4. Nazorat savollari

Masalaning haqiqiy yechimiga iteratsiya jarayonining yaqinlashish tezligi bo'yicha eng yaxshi optimallashtirish usullaridan biri, muayyan shartlar bajarilgan hollarda, Nyuton usuli hisoblanadi. Uning asosiy afzalliklaridan biri optimal natijani olish uchun bajarilishi talab etiluvchi iteratsiyalar soni har qanday gradient usullaridagiga nisbatan kamligidir.

Usulning ma'nosi bilan quyidagi bir noma'lumli unimodal funktsiyani minimallashtirish misolida tanishib o'tamiz:

$$F(x) \rightarrow \min. \quad (16.1)$$

Hisoblashlar noma'lumning boshlang'ich qiymati $x^{(0)}$ ni qabul qilishdan boshlanadi. $x^{(0)}$ nuqtasining atrofida minimallashtiriluvchi funktsiya $F(x)$ ni Teylor qatoriga yoyib, hosil bo'lgan funktsiyaning ikkinchi tartibli hosilagacha bo'lgan qismini saqlab qolib, qolgan qismini nulgga teng deb qabul qilish orqali kvadrat funktsiya $\varphi(x)$ keltirib chiqariladi:

$$\varphi(x) = F(x^{(0)}) + \frac{\partial F(x^{(0)})}{\partial x} (x - x^{(0)}) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F(x^{(0)})}{\partial x^2} (x - x^{(0)})^2 \rightarrow \min \quad (16.2)$$

$x^{(0)}$ nuqtasida $F(x)$ va $\varphi(x)$ funktsiyalarining x bo'yicha hosilalari bir xil bo'ladi.

$\Delta x = x - x^{(0)}$ belgilab olib, (16.2) funktsiyasi minimumining zaruriy shartidan quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{\partial \varphi(\Delta x)}{\partial \Delta x} = \frac{\partial F(x^{(0)})}{\partial x} + \frac{\partial^2 F(x^{(0)})}{\partial x^2} \Delta x = 0 \quad (16.3)$$

yoki

$$\Delta x^{(1)} = - \left[\frac{\partial^2 F(x^{(0)})}{\partial x^2} \right]^{-1} \times \left[\frac{\partial F(x^{(0)})}{\partial x} \right] \quad (16.4)$$

Mos holda $\varphi(x)$ funksiyasining minimal qiymati ta'minlanuvchi nuqtani quyidagi shartdan foydalanib topishimiz mumkin:

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \Delta x^{(1)} \quad (16.5)$$

Ushbu tartibdagi hisoblash jarayoni quyidagi iteratsiya jarayonining yaqinlashish sharti bajarilgunga qadar davom ettiriladi:

$$\left| \frac{\partial F(x)}{\partial x} \right| \leq \varepsilon.$$

Umumiy holatda Nyuton usuli bo'yicha noma'lumning navbatdagi iteratsiyadagi qiymatini hisoblashni rekurent ifodasini quyidagi ko'rinishda ifodalash mumkin:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \left[\frac{\partial^2 F(x^{(k)})}{\partial x^2} \right]^{-1} \times \left[\frac{\partial F(x^{(k)})}{\partial x} \right] \quad (16.6)$$

Quyidagi ko'rinishda shakllantiriluvchi energotizimning holatini ushbu usulda optimallashtirish masalasi ham shu tarzda yechiladi:

$$B = \sum_{i=1}^n B_i(P_i) \rightarrow \min \quad (16.7)$$

$$\sum_{i=1}^n (P_i) - \sum_{j=1}^m (P_j) = 0. \quad (16.8)$$

Bu erda n, m — mos holda, elektr stansiyalari va yuklamali tugunlar soni.

Energotizimda quvvat balansini hisobga oluvchi (16.8) ko'rinishdagi chegaraviy shartni jarima funksiyasi yordamida e'tiborga olib, sharli minimallashtirish masalasini quyidagi funksiyani shartsiz minimallashtirish masalasiga keltiriladi:

$$L = \sum_{i=1}^n B_i(P_i) + III(P_i, i = \overline{1, n}) \rightarrow \min \quad (16.9)$$

Bu yerda $III(R_i, i = \overline{1, n})$ — quyidagi ifoda bo'yicha aniqlaniluvchi jarima funksiyasi

$$III(P_i, i = \overline{1, n}) = \frac{\alpha}{2} \left(\sum_{i=1}^n P_i - \sum_{j=1}^m P_j \right)^2 \quad (16.10)$$

α — yetarlicha katta son (masalan $\alpha=1000$) etib tanlanuvchi yuk (jarima) koeffitsienti.

(16.10) funksiyasini boshlang'ich nuqta atrofida Teylor qatoriga yoyish natijasida hosil bo'luvchi kvadratik funksiyani quyidagi ko'rinishda ifodalash mumkin:

$$\varphi(P_i) = L(P_i^{(0)}) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial L(P_i^{(0)})}{\partial P_i} \Delta P_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 L(P_i^{(0)})}{\partial P_i^2} \cdot \Delta P_i^2 \rightarrow \min \quad (16.11)$$

Bu funksiyaning minimum nuqtasida uning ΔP_i bo'yicha gradienti nulgga teng:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \Delta P_i} = \left[\frac{\partial L(P_i^{(0)})}{\partial P_i} \right] + \left[\frac{\partial^2 L(P_i^{(0)})}{\partial P_i^2} \right] \times [\Delta P_i] = 0 \quad (16.12)$$

Umumiy holatda n ta noma'lum va n ta tenglamadan iborat bo'lgan chiziqli tenglamalar sistemasini yechib, noma'lum quvvatlarning navbatdagi iteratsiyadagi qiymatlarini quyidagi formula bo'yicha aniqlaymiz:

$$[P_i^{(1)}] = [P_i^{(0)}] + [\Delta P_i^{(1)}] \quad (16.13)$$

Shu tartibda iteratsiya jarayoni quyidagi yaqinlashish sharti bajarilgunga qadar davom ettiriladi.

$$|\Delta P_i^{(k)}| \leq \varepsilon, i = \overline{1, n}$$

Ushbu usulning samaradorligi bilan yuqorida ko'rib o'tilgan energotizimning umumiy aktiv yuklamasi 500 MVt ni ikkita IESlar o'rtasida optimal taqsimlash misolida tanishamiz.

Quvvat balansi ko'rinishidagi chegaraviy shartni jarima funksiyasi yordamida hisobga olib, quyilgan masalani quyidagi funksiyani shartsiz minimumini aniqlash masalasiga keltiramiz:

$$L = \sum_{i=1}^n B_i(P_i) + III(P_i, i = 1, 2, \dots, n) \rightarrow \min$$

$\alpha = 2000$, $P_1^{(0)} = 600$, $P_2^{(0)} = 200$ MVt qabul qilib, yuqoridagi funksiyani boshlang'ich nuqta atrofida Teylor qatorida yoyish orqali quyidagi kvadratik funksiyani hosil qilamiz:

$$\begin{aligned}\varphi = L^{(0)} + \frac{\partial L^{(0)}}{\partial P_1} \cdot \Delta P_1 + \frac{\partial L^{(0)}}{\partial P_2} \cdot \Delta P_2 + \\ + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial^2 L^{(0)}}{\partial P_1^2} \cdot \Delta P_1^2 + \frac{\partial^2 L^{(0)}}{\partial P_1 \partial P_2} \cdot \Delta P_1 \cdot \Delta P_2 + \frac{\partial^2 L^{(0)}}{\partial P_2 \partial P_1} \cdot \Delta P_2 \cdot \Delta P_1 + \frac{\partial^2 L^{(0)}}{\partial P_2^2} \cdot \Delta P_2^2 \right) \rightarrow \min\end{aligned}$$

Hosil bo‘lgan kvadratik funksiya minimumligining zaruriy shartidan foydalanib, quyidagi chiziqli tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L^{(0)}}{\partial P_1^2} & \frac{\partial^2 L^{(0)}}{\partial P_1 \partial P_2} \\ \frac{\partial^2 L^{(0)}}{\partial P_2 \partial P_1} & \frac{\partial^2 L^{(0)}}{\partial P_2^2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial L^{(0)}}{\partial P_1} \\ \frac{\partial L^{(0)}}{\partial P_2} \end{bmatrix}.$$

Bundan

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L^{(0)}}{\partial P_1^2} & \frac{\partial^2 L^{(0)}}{\partial P_1 \partial P_2} \\ \frac{\partial^2 L^{(0)}}{\partial P_2 \partial P_1} & \frac{\partial^2 L^{(0)}}{\partial P_2^2} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \frac{\partial L^{(0)}}{\partial P_1} \\ \frac{\partial L^{(0)}}{\partial P_2} \end{bmatrix}$$

Bu yerda

$$\frac{\partial L^{(0)}}{\partial P_1} = 0,25 + 0,001P_1^{(0)} + 2000 \cdot (P_1^{(0)} + P_2^{(0)} - 800) = 0,85$$

$$\frac{\partial L^{(0)}}{\partial P_2} = 0,15 + 0,002P_2^{(0)} + 2000 \cdot (P_1^{(0)} + P_2^{(0)} - 800) = 0,55$$

$$\frac{\partial^2 L^{(0)}}{\partial P_1^2} = 0,001 + 2000 = 2000,001 ,$$

$$\frac{\partial^2 L^{(0)}}{\partial P_1 \partial P_2} = 2000 , \quad \frac{\partial^2 L^{(0)}}{\partial P_2 \partial P_1} = 2000 ,$$

$$\frac{\partial^2 L^{(0)}}{\partial P_2^2} = 0,002 + 2000 = 2000,002 .$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 2000,001 & 2000 \\ 2000 & 2000,002 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 0,85 \\ 0,55 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -100 \\ 100 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} P_1^{(1)} \\ P_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1^{(0)} \\ P_2^{(0)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta P_1^{(1)} \\ \Delta P_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 600 \\ 200 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -100 \\ 100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 500 \\ 300 \end{bmatrix} \text{ MVt,}$$

$B=530 \text{ t.sh.yo./soat.}$

Shunday qilib, ushbu holatda bitta iteratsiyada masalaning optimal yechimi hosil bo'ldi.

Nazorat savollari:

1. Qanday funksiya unimodal funksiya deyiladi?
2. Funksiya minimallashtirish turlarini keltiring.
3. Nyuton usulining g'oyasi?

17-MA'RUZA

Chiziqli dasturlash masalalarini yechish usullari: grafik, grafik-analitik, simpleks usullari.

Reja:

1. Chiziqli dasturlash masalalarini yechish usullari
2. Grafik-analitik usuli
3. Dixotomiya (oralniqni teng ikkiga bo'lish usuli) usuli
4. Vatar usuli
5. Nazorat savollari

Dixotomiya (oralniqni teng ikkiga bo'lish usuli) usuli

Usul g'oyasi : $[a,b]$ oralniq olinadi

$Y=f(P)$

Bu usul egri chiziqli tenglamalarning ildizlarini topishning eng oddiy usullaridan biridir. Uning ma'nosi quyidagicha: faraz qilaylik, qidirilayotgan ildiz $x=c$ joylashgan oralniq $[a,b]$ ($a < x < b$) aniqlangan. Ildizning boshlang'ich yaqinlashishi c_0 sifatida oralniqning o'rtasidagi nuqta $c_0=(a+b)/2$ ni qabul qilamiz. So'ngra funksiyaning $[a,c_0]$ va $[c_0,b]$ oralniqlarining chekkalaridagi, ya'ni a , c_0 , b nuqtalardagi qiymatlarini tekshiramiz. Ulardan chekkalarida $F(x)$ funksiya turli ishorali qiymatlarga ega bo'ladiganida qidirilayotgan ildiz mavjuddir. Shu sababli, uni yangi oralniq sifatida qabul qilamiz. $[a,b]$ oralniqning $F(x)$ funksiyaning ishorasi o'zgarmaydigan ikkinchi yarmini tashlab yuboramiz. Ildizning birinchi iteratsiyadagi qiymati sifatida yangi oralniqning o'rtasini qabul qilamiz. Shunday qilib, har bir iteratsiyadan keyin ildiz joylashgan oralniq ikki marta kichiklashadi, ya'ni n ta iteratsiyadan keyin u $2n$ marta qisqaradi.

Usulning ma'nosi bilan chuqurroq tanishish uchun uning geometrik tasvirini ko'rib o'tamiz.

Bu yerda dastlab ildiz joylashgan oraliq $[a, b]$ ma'lum bo'lib, $F(x) < 0$,

$F(b) > 0$. Ildizning boshlang'ich yaqinlashishi sifatida $c_0 = (a+b)/2$ ni qabul qilamiz. Ko'rilayotgan holda $F(c_0) < 0$ bo'lganligi sababli $c_0 < c < b$, va bundan keyin $[c_0, b]$ oraliqni olamiz.

Navbatdagi yaqinlashish: $c_1 = (c_0 + b)/2$. Bunda $F(c_1) > 0$ va $F(b) > 0$ bo'lganligi sababli $[c_1, b]$ oraliqni tashlab yuboramiz.

Bundan keyingi yaqinlashishlarni ham shu tariqa topamiz: $c_2 = (c_0 + c_1)/2$ va h.k.

Usul goyasi : $[a, b]$ oraliq olinadi

$Y = f(P)$



17.1-rasm.

Keyin bu oraliq ikkiga bo'linadi. Funksiyaning chegaradagi qiymatlari hisoblanadi. B_1 nuqta topiladi va yangi interval tuziladi $[a, b]$. Berilgan $f(P)$ funksiyaning $[a, b]$ intervalda uzluksizligi va $f(a) \cdot f(b) < 0$ funksiyaning yechimining yakkaligini ta'minlaydi.

Iteratsiya jarayonini n - iteratsiyadan so'ng $F(x)$ funksiyaning qiymati modul bo'yicha oldindan berilgan kichik son ϵ dan kichik bo'lguncha, ya'ni shart bajarilguncha davom ettiramiz.

Jarayonning yaqinlashishini, shuningdek, paydo bo'lgan oraliqning uzunligi bo'yicha ham tekshirish mumkin: agar u ruhsat etilgan xatolikdan kichik bo'lib qolsa, u holda hisoblash to'xtatiladi.

17.1-rasmda $F(x) = 0$ ko'rinishidagi egri chiziqli tenglamaning ildizini topishda amalga oshiriluvchi iteratsiya jarayonining blok-sxemasi keltirilgan. Bu yerda oraliqning torayib borishi a yoki b chegaralarni c ildizning joriy qiymatiga almashtirish orqali amalga oshiriladi. Ushbu holda $F(a)$ funksiyaning qiymati bir marta hisoblanadi, chunki bizga $F(x)$ funksiyaning oraliqning chap chegarasidagi ishorasi kerak bo'lib, u iteratsiya jarayonida o'zgarmaydi.

Oraliqni teng ikkiga bo'lish usuli bo'yicha hisoblash jarayoni anchagina sekin bo'lib, u har doim yaqinlashadi, ya'ni undan

foydalanilganda yechim har doim berilgan aniqlikda hosil bo'ladi.

Vatar usuli

Faraz qilaylik, $F(x)$ funksiyaning ishorasi o'zgaruvchi $[a,b]$ oralig'i ma'lum. Bunda $F(a)>0$, $F(b)<0$ bo'lsin.

Ushbu usulda iteratsiya jarayoni shundan iboratki, $F(x)=0$ tenglamaning ildiziga yaqinlashishlar sifatida kesuvchining abssissa o'qi bilan kesishish nuqtalari $c_0, c_1, c_2, \dots$ qabul qilinadi.

Avvalo AB kesuvchining tenglamasini topamiz:

Bu tenglamadan kesuvchining abssissa o'qi bilan kesishish nuqtasi c_0 ($x=c_0, y=0$) uchun formulani hosil qilamiz:

Bu usulda ixtiyoriy nuqta emas, $M(a, f(a))$ grafik vatari va $X \in N[v; f(b)]$ bilan kesishgan nuqtasi olinadi.

$$X_1 = a - \frac{f(a) \cdot (b-a)}{f(b)-f(a)} = v - \frac{f(b) \cdot (b-a)}{f(b)-f(a)}$$

$$\text{So'ngra } X_2 = X_1 - \frac{[f(X_1)(b-X_1)]}{[f(b)-f(X_1)]}$$

Bu usulni davom ettirib, kerakli aniqlikka erishamiz: $X_{n-1} - X_n < \varepsilon$

Masalan: $y = -2x^3 + 5x + 6$ $\varepsilon = 0.01$

Interval $[1, 542, 1]$ $1,5 < \xi < 2,1$

$$X_1 = 1,5 - \frac{f(2,1)}{f(2,1)-f(1,5)} \cdot (2,1-1,5) = 1,5 - \frac{6,75}{(-2,092-6,75)} \cdot (2,1-1,5) = 1,9614$$

$$f(x) = f(1,9614) = -15,09 + 15,80 = 0,711$$

$$x_2 = 1,9614 - \frac{f(x_1)}{f(x_1)-f(2,1)} \cdot (2,1-1,9614) = 1,9899$$

$$f(1,9899) = -15,758 + 15,945 = 0,1906$$

$$x_3 = 1,9899 - \frac{0,1906}{f(1,9899)-f(2,1)} \cdot (2,1-1,9899) = 1,999938$$

Nazorat savollari:

1. Chiziqli dasturlash masalalarini yechish usullari qanday?
2. Funksiya minimallashtirish turlarini keltiring.
3. Dixotomiya usulining g'oyasi?
4. Vatar usulini g'oyasi?
5. Grafik-analitik usulini g'oyasi?

Foydalaniladigan adabiyotlar

1. Якубов М. Энергетиканинг математик масалалари.-Т: «Fan va texnologiya», 2010.- 156 б.
2. Курбацкий В.Г. Математические задачи электроэнергетики. Методические указания для самостоятельной работы студентов Благовещенск. Издательство АмГУ 2013 г.
3. Сошинов, А. Г. Математические задачи электро-энергетики: учеб. пособие / А. Г. Сошинов, К. Н. Бахтиаров. – Волгоград: ИУНЛ ВолгГТУ, 2012. – 48 с.
4. Лазарев Ю. Моделирование процессов и систем в МАТЛАБ. Учебный курс. СПб.: Питер; Киев: Издательская группа БХВ, 2005.
5. Черных И.В. Моделирование электротехнических устройств в MATLAB, SimPowerSystems и Simulink. 1-е издание, 2007 год, 288 стр.
6. Дьяконов В.П. Matlab 6.5 SP1/7 + Simulink 5/6. Основы применения. М.: СОЛОН-Пресс, 2005. - 800с.
7. Дьяконов В.П. Matlab 6.5 SP1/7 + Simulink 5/6 в математике и моделировании. М.: СОЛОН-Пресс, 2005. - 576с.
8. “Matlab-Modelling, Programming and Simulations”,edited by Emilson Pereira Leite.Published by Sciyo 2010.
9. “Optimization Modeling with Spreadsheets”,Second Edition.Kenneth R.Baker.Copyright 2011 by John Wiley&Sons,Inc.
10. www.energystrategy.ru
11. www.uzenergy.uzpak.uz

MUNDARIJA

Ma'ruza mavzulari

1- Ma'ruza	Kirish. Fanning asosiy vazifalari.....	3
2- Ma'ruza	Elektr sistemalarining matritsa ko'rinishidagi holat tenglamalarini tuzish. Om va Kirxgof qonunlarining matritsa ko'rinishlari.....	6
3-Ma'ruza	Determinantlar. Ularning xossalari. Algebrik to'ldiruvchilar va minor matritsalar.....	10
4-Ma'ruza	Kvadrat matritsalar va ularning xossalari.....	16
5-Ma'ruza	Blok va kompleks matritsalar.....	21
6-Ma'ruza	Graflar nazariyasining elektr sistemalar holat tenglamalarini yechishda qo'llanilishi.....	24
7-Ma'ruza	Kontur toklari va tugun kuchlanishlari tenglamalari. Tugun kuchlanishlari tenglamalari tuzish.....	33
8-Ma'ruza	Elektr sistemalarining chiziqli holat tenglamalarini yechish usullari. Teskari matritsa usuli.....	35
9-Ma'ruza	Chiziqli tenglamalar sistemasini Gauss usulida hisoblash	38
10-Ma'ruza	Chiziqli tenglamalar sistemasini iteratsiya usulida hisoblash.....	42
11-Ma'ruza	Elektr sistemalari turg'un holatlarining nochiziqli tenglamalarini yechish usullari.....	46
12-Ma'ruza	Elektr energetikada optimallashtirish masalasi. Chiziqli dasturlash.....	53
13-Ma'ruza	Eng kichik kvadratlar usuli.....	57
14-Ma'ruza	Funksiyalarni bir o'lchovli minimallashtirishning Lagranj usuli.	60
15-Ma'ruza	Funksiyalarni bir o'lchovli minimallashtirishning Gradient usuli.....	63
16-Ma'ruza	Funksiyalarni bir o'lchovli minimallashtirishning Nyuton usuli..	68
17-Ma'ruza	Chiziqli dasturlash masalalarini yechish usullari: grafik, grafik-analitik, simpleks usullari.....	72
	Foydalaniladigan adabiyotlar.....	75

Muharrir: Miryusupova Z.M.