

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

**“GRAFIK TASVIRLAH ASOSLARI”
FANIDAN**

(MA'RUZA MATNLAR TO'PLAMI)

“Muhandislik grafikasi va uni o'qitish metodikasi” kafedrası

dotsent v/b Mirzaliyev Zafar Eraliyevich

TOSHKENT 2019

Oddiy geometrik shakl va sirtlarni parametrlash asoslari.

Darsning maqsadi ; Geometrik shakl va sirtlarni parametrlash, ularni amaliyotda tutgan o'rnini maqsadi va vazifalari haqida ma'lumot berish.

Parametrlash bo'yicha umumiy ma'lumotlar.

Geometrik figuraning berilish shartiga qarab uning holat va ko'rinishiga qarab shakl parametri mavjud. Figuraning tekislikda yoki fazodagi holatini yoki o'rnini aniqlovchi parametrlar **holat parametrlari** deyiladi. Geometrik figuraning tekislikdagi yoki tekislikdagi formasini aniqlaydigan parametrlar **shakl parametrlari** deyiladi.

Nuqta, to'g'ri chiziva tekis shakllarni tekislikdagi parametrini aniqlash.

1. Nuqtaning parametrlari.

1.1. To'g'ri chiziqda nuqta holat parametriga ega bo'lib, ∞^1 nuqtalar mavjud, ya'ni to'g'ri chiziqda cheksiz ko'p nuqtalar bo'lib, ular bir parametrlidir.

$A_0A_1=01, A_0A_2=021, A_0A_3=03, \dots$ bo'ladi.

1.2. Tekislikda nuqta ikki parametrli bo'lib ∞^2 tarzida belgilanadi, ya'ni tekislikda cheksiz ko'p nuqtalar bo'lib, ular ikki parametrlidir. Masalan, A nuqtaning X_A va Y_A koordinatalari uni tekislikdagi holatini aniqlaydi.

2. To'g'ri chiziq parametrlari.

2.1. Tekislikda to'g'ri chiziq to'plami ikkita parametr bilan aniqlanadi va ∞^2 deb belgilanadi. Masalan, to'g'ri chiziqni kesmalar bo'yicha tenglamasi bilan berilsa, bunda a, b lar to'g'ri chiziqni holatini aniqlovchi parametrlari bo'ladi yoki to'g'ri chiziqni OX, OY o'qlari bilan hosil qilgan α va β burchaklari ham to'g'ri chiziqni holat parametrlari bo'la oladi (4-rasm).

3. Tekislik parametrlari.

Fazoda tekislik holati uch parametr bilan aniqlanadi va u ∞^3 deb belgilanadi. Masalan, to'g'ri chiziq fazoda kesmalari orqali bilan berilsa, bunda a, b, c parametrlari tekislikni holatini belgilaydi yoki ixtiyoriy tekislikni XOY koordinatalar tekisligini og'ish burchagi α , YOZ koordinatalar tekisligini og'ish burchagi β , XOZ koordinatalar tekisligini og'ish burchagi γ bo'lsa, uchta α, β, γ parametrlar tekislikni fazodagi holatini belgilaydi. Demak, nuqta, to'g'ri chiziq va tekisliklar tekislikda va fazoda faqat holat parametrlariga ega.

4- ilova

Nuqta, to'g'ri chiziva tekis shakllarni fazodagi parametrini aniqlash.

1.3. Fazoda nuqta uch parametrli bo'lib ∞^3 bilan belgilanadi. Fazodagi ixtiyoriy nuqta o'zining uchta X_A, Y_A, Z_A koordinatalari bilan aniqlanadi.

2.2. To'g'ri chiziq fazoda to'rtta holat parametri bilan aniqlanadi va u ∞^4 deb belgilanadi. Masalan, A va V nuqtalarning har biri fazoda uchta parametr bilan aniqlansa, to'g'ri chiziqni holatini aniqlash oltita parametr ishlatiladi. Ammo A va V nuqtalarni tutashtirish sharti ikkita parametrni yo'qotadi.

4. Aylanani shakl va holat parametrlari.

4.1. Aylananing tekislikdagi holat parametrini uning markazi aniqlaydi. Markaz esa nuqta bo'lganligi uchun u tekislikda ikki parametrlidir. Aylanani shakl parametri uning radiusi R bilan aniqlanadi. Demak, aylana tekislikda ikkita holat va bitta shakl parametri mavjud - ∞^3 .

4.2. Aylananing fazodagi holatini uning markazi aniqlaydi. Markaz esa fazoda uch parametrlidir. Ma'lumki, aylana tekislikda uch parametrlidir (2 ta holat va 1 ta) bo'lib, aylana tekisligi uch parametrlidir bo'lgani uchun aylana fazoda 6 parametrlidir bo'ladi. Bulardan 5ta holat va 1 ta shakl parametrlaridir.

5. Parabolaning holat va shakl parametrlari.

5.1. Ixtiyoriy parabola tekislikda va fazodagi shakl parametrlarini uning uchidan fokusigacha bo'lgan P – parametri aniqlaydi. Demak, parabolaning shakl parametri ∞^1 ga teng.

5.2. Tekislikda parabolaning holat parametrini parabola uchi (nuqta) va o'qining yo'nalishi aniqlaydi. Demak, tekislikda parabolaning holat parametri ∞^3 bo'ladi.

6. Ellips va giperbolalarning shakl parametrlarini ularning o'qlarini miqdori a, b lar aniqlaydi: $x^2/a^2 + u^2/b^2 = 1$.

6.1. Ellips va giperbolalarning holat parametr i va o'qlarining yo'nalishi 2 ta

Chizma geometriya va chizmachilik fanlaridan yetuk mutaxassislarni tayyorlashda ularni ilmiy faoliyatga jalb qilish asosiy vazifalardan biri hisoblanadi. Chizma geometriyada o'rganiladigan "Geometrik shakllarni parametrlash" mavzusi aynan talabalarni ilmiy fikr yuritishga, masala yuzasidan mushohada qilishga undaydigan material hisoblanadi.

Ma'lumki, barcha tekis va fazoviy figuralarning tekislikdagi shakli (ko'rinishi)ga cheksiz ko'p nuqtalar yoki to'g'ri chiziqlar yoki tekisliklar to'plamidan tashkil topgan deb qarash mumkin. Shuning uchun boshlang'ich geometrik elementlar tushunchasiga nuqta, to'g'ri chiziq va tekisliklarni kiritish mumkin.

Buyum chizmasi uning asli (originali)ning shakli va o'lchamlarini o'zida to'liq ko'rsatib berilishini ta'minlashi kerak. Fazodagi figuralarning shakli va holatini parametrlar yordamida berish mumkin. Chizma geometriya fanida parametrlash ilk bora atoqli rus olimlari – N.F.Chetveruxin, I.I.Kotov, N.N.Rijov va ularning shogirdlari ishlarida qo'llanilgan [3, 4, 5].

To'plamlar nazariyasining asosiy tushuncha va masalalaridan quyidagilarni keltiramiz.

1. Birorta ham elementga ega bo'lmagan to'plamlar *bo'sh to'plamlar* deb ataladi.

2. To'plamlar bir xil elementlardan tashkil topganda ular *teng* deb hisoblanadi. Bunda tasvirlashda elementlar har qanday tartibda hisoblangan bo'lishi mumkin. Shunday qilib, $\{3, 5, 4, 2\}$ va $\{2, 3, 4, 5\}$ to'plamlar bir-biri bilan tengdir: $\{3, 5, 4, 2\} = \{2, 3, 4, 5\}$.

3. *To'plamlar kesishishi* deb o'tkazish operatsiyasida ishtirok etuvchi to'plamlarning har biriga tegishli bo'lgan elementlardangina tashkil topgan to'plamlarga aytiladi [6].

Masalan, P va Q tekisliklar l to'g'ri chiziq bo'ylab kesishishadi. Bunda l to'g'ri chiziq P va Q to'plamlarning kesishish chizig'i sanaladi. Bu jarayon ramziy tarzda quyidagicha yoziladi: $l = P \cap Q$.

4. *To'plamlar birlashuvi* deb o'tkazish operatsiyasida ishtirok etgan to'plamlarning hech bo'lmaganda bittasiga tegishli bo'lgan barcha elementlardan tashkil topgan to'plamga aytiladi.

O'zaro kesishuvchi P va Q tekisliklarning birlashmasi deb, P va Q yoqlardan tashkil topgan ikki yoqli burchakka aytiladi: $P \cup Q$. Shuningdek, l qirra P va Q tekisliklarning bevosita kesishuv chizig'i sanaladi. Ramziy ravishda bu quyidagicha ifodalanadi: $P \cup Q = P \cup Q^1$.

Shuni hisobga olish o'rinliki, kesishuv va birlashuv operatsiyalarida qatnashuvchi to'plamlarga chegara belgilanmagan.

5. *Ikki to'plamning har xilligi* deb, elementlarning operatsiyada ishtirok etuvchi to'plamlardan biriga tegishli bo'lishi va bu elementlarni ikkinchi to'plamga tegishli bo'lmasligiga aytiladi.

Masalan, ikki ko'plik l - to'g'ri chiziq va P - tekislik, shuningdek, l to'g'ri chiziqni P tekislik bilan kesishgan A nuqtasi ($A = l \cap P$) berilgan bo'lsin. l va P to'plamlarning farqi (har xilligi) A nuqtadan tashqari l to'g'ri chiziqning yoki P tekislikning barcha nuqtalari bo'ladi. Ramziy tarzda l va P to'plamlarning farqi $l \setminus P$ kabi yoziladi.

Geometriyada chiziqlar va sirlarga alohida xususiyatga ega bo'lgan fazoviy nuqtalar to'plami holatida qaraladi. Masalan, aylana tekislikdagi bitta nuqtadan bir xil masofada joylashgan shu yuzadagi nuqtalar to'plamidan tashkil topgan.

Shuningdek, to'plamga tegishli bo'lgan atama ham chiquvchi deb hisoblanadi. A nuqta AB kesmaga tegishli, C nuqta P tekislikka tegishli. Tekislikka tegishli bo'lgan nuqtalar *tekis fazo* deb yuritiladi.

Shuningdek, *tegishli* termini o'rniga *elementi hisoblanadi* iborasi qo'llaniladi. Masalan, C nuqta P to'plamning elementi hisoblanadi. Ramziy tarzda bu $C \in P$ kabi ifodalanadi.

To'plamlar xos va xosmas bo'lishi mumkin. Xos element uchun uning elementi hisoblangan natural son mavjud bo'ladi. Masalan, uchburchakning uchlari soni 3 ga, uning elementlari soni ham 3ga teng. Xos hisoblanmagan to'lam cheksiz hisoblanadi. Masalan, to'g'ri chiziq kesmasiga tegishli bo'lgan nuqtalar to'plami cheksizdir. To'plamni uning barcha elementlarini o'tkazish orqali yoki tasvirlash orqali berish mumkin. Masalan, R radius ko'plik(to'plam)lari uchun R radiusning ko'rilyotgan nuqtadan markazgacha bo'lgan masofasi uning o'ziga xos xususiyati sanaladi.

Agar A to'plam elementi B to'plamga tegishli bo'lsa, u holda A to'plam B to'plamning ostidagi to'plam hisoblanadi. Masalan, l to'g'ri chizig'i Q tekislikka tegishli bo'lib, har qanday nuqtasi Q ga tegishli bo'lgan *ost to'plam* sanaladi. Ramziy tarzda bu quyidagicha ifodalanadi: $l \in Q$.

¹ Ushbu maqolada simvolik belgi $\cup$ - to'plamlarning birlashuvi deyiladi.

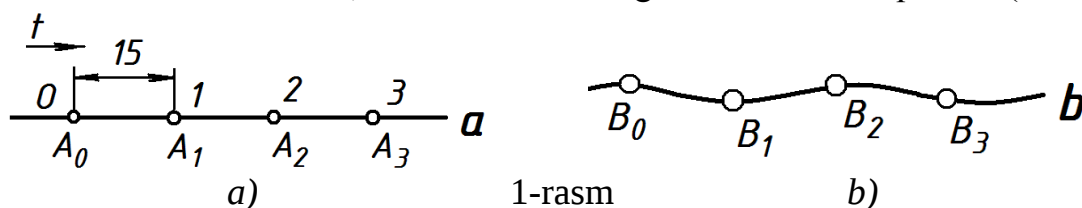
Endi muhokama uchun parametr tushunchasini keltiramiz. Parametr bu – bir qator to‘plamlar elementlarining o‘zaro farqlarini aniqlashga qaratilgan kattalikdir. Parametrlar –mustaqil kattaliklar bo‘lib, ulardan matematika, fizika hamda fan va texnikaning boshqa sohalarida foydalaniladi. Geometrik masalalarda to‘plamlardan yagona figurani yoki ost to‘plam figurani ajratib olish va belgilash uchun parametrlardan foydalaniladi.

Figuralarni parametrlash deb figurani ajratish imkonini beruvchi parametrlarni tanlash va miqdorini hisoblash jarayoniga aytiladi.

Ma’lumki, fazo cheksiz ko‘p geometrik figuralar to‘plamidan tuzilgan. Bu figuralar to‘plamidan aniq biror figurani ajratib olish uchun yordamchi qo‘shimcha shartlar kiritishga to‘g‘ri keladi. Bunday qo‘shimcha shartlardan biri geometrik figuralarning holatini (vaziyatini) va shaklini (ko‘rinishini) aniqlovchi parametrlarini hisoblash zarur bo‘ladi. Biror geometrik figuraning tekislikdagi yoki fazodagi holatini aniqlovchi parametrni - *figuraning holat parametri* deb nomlaymiz va uni P_h deb belgilaymiz.

Biror geometrik figuraning tekislik yoki fazodagi shaklini aniqlovchi parametrni - *figuraning shakl parametri* deb nomlaymiz va uni P_{sh} deb belgilaymiz. Figuralarning holat va shakl parametrlar to‘plamini P parameter deb belgilaymiz va u figuraning holat hamda shakl parametrlari yig‘indisiga teng bo‘ladi: $P=P_h+P_{sh}$. Nuqta, to‘g‘ri chiziq, tekisliklar oddiy geometrik tushunchalarga kiradi va ular shakl parametriga ega emas. Ularning faqat holat parametrlari mavjud. Quyida nuqtaning to‘g‘ri chiziq, tekislik va fazodagi holat parametrlarini aniqlashga oid namunalar keltiriladi.

1. Nuqtaning to‘g‘ri chiziqdagi holat parametri. Nuqtaning to‘g‘ri chiziqdagi holati bitta parametr bilan aniqlanadi. Shuning uchun to‘g‘ri chiziq ustidagi nuqtalar bir parametrli nuqtalar to‘plami deb yuritiladi. To‘g‘ri chiziq ustida cheksiz ko‘p nuqtalar to‘plami mavjud bo‘lgani uchun ∞^1 (cheksiz darajasi bir) deb yoziladi. Masalan, a to‘g‘ri chiziq ustidagi har bir nuqtaning holati $A_0A_1=01, A_1A_2=12, A_2A_3=23, \dots$ bitta kesmaning holati bilan aniqlanadi (1-rasm, a).

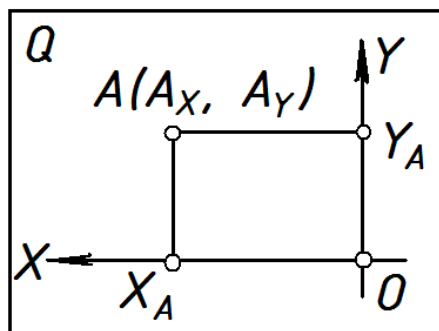


Agar A_1 nuqta A_0 dan 15 mm uzoqlikda joylashgan desak, uning a to‘g‘ri chiziqdagi o‘rni bitta parametr orqali aniqlanganligini bilamiz. Yoki A_1 nuqta t vaqtda harakatlansa ham bitta parametr orqali uning a to‘g‘ri chiziqdagi holati aniqlanayapdi. Nuqtaning o‘rni ikkita usulda (15 mm masofa yoki t vaqt) aniqlasak ham uning o‘rni bitta parametr bilan topildi.

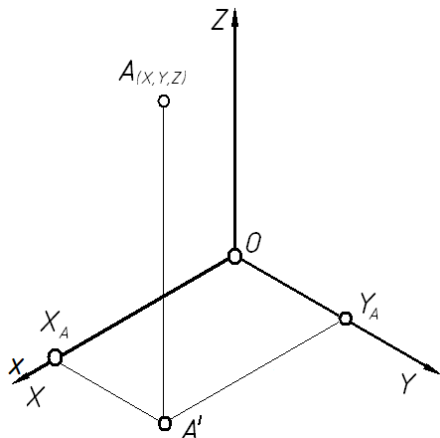
Shuningdek, b egri chiziqdagi B_1 (yoki $B_2, B_3, \dots$) nuqtaning o‘rni ham bitta holat parametri bilan aniqlanadi (1-rasm, b).

Demak, nuqta to‘g‘ri (yoki egri) chiziqda bir parametrli to‘plam bo‘lib, uning holat parametri $P_h=1$ bo‘ladi.

2. Nuqtaning tekislikdagi holat parametri. Nuqtaning tekislikdagi holati ikkita parametri bilan aniqlanadi. Shuning uchun nuqta *tekislikda ikki parametrli nuqtalar to'plami* deb yuritiladi va ∞^2 bilan belgilanadi. Biror A nuqta Q tekislikka tegishli bo'lsin (2-rasm). Bu nuqtaning holat parametrlarini aniqlash uchun Q tekislikka XOY dekart koordinat sistemasi kiritib, A nuqtaning X_A va Y_A koordinatalarini belgilaymiz. Bu ikki koordinata A nuqtaning Q tekislikdagi holatini aniqlaydi. X_A va Y_A koordinatalarni o'zgartirish bilan Q tekislikdagi A_i ($i=1, 2, 3, \dots$) nuqtalar to'plamini hosil qilish mumkin.



2-rasm



3-rasm

Demak, nuqta tekislikda ikki parametrli to'plam bo'lib, uning holat parametri $P_h=2$ bo'ladi.

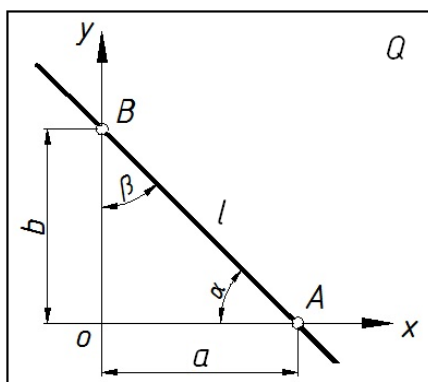
3. Nuqtaning fazodagi holat parametri. Nuqtaning fazodagi holati uchta parametri bilan aniqlanadi. Shuning uchun nuqta fazoda uch parametrli to'plam deb yuritiladi va ∞^3 bilan belgilanadi.

Masalan, fazodagi biror A nuqtaning holatini aniqlash uchun bu fazoga OXYZ koordinata sistemasi kiritilsa, nuqtaning holati X_A , Y_A va Z_A uchta koordinata orqali aniqlanadi (3-rasm).

Demak, nuqtaning fazoda uch parameterli to'plam bo'lib, uning holat parametri $P_h=3$ bo'ladi.

4. To'g'ri chiziqning tekislikdagi holat parametri. To'g'ri chiziqning tekislikdagi holati ikkita parametri bilan aniqlanadi. Shuning uchun to'g'ri chiziq tekislikda *ikki parametrli to'plam* deb yuritiladi va ∞^2 deb belgilanadi. Bunda ∞^2 tekislikda cheksiz ko'p to'g'ri chiziqlar mavjudligini ifodalab, har bir to'g'ri chiziqning holati ikkita parametr bilan aniqlanadi.

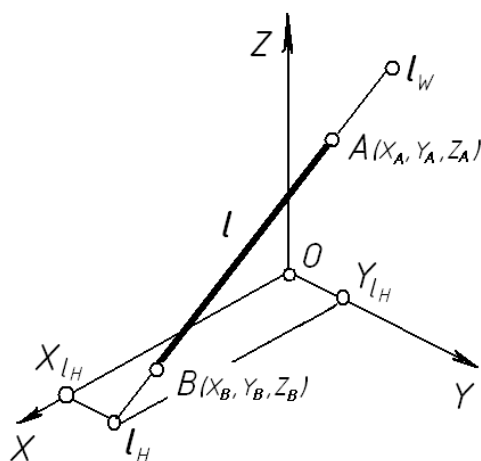
Masalan, Q tekislikdagi l to'g'ri chiziqni holatini aniqlash uchun XOY dekart koordinata sistemasi kiritilsa, l to'g'ri chiziq OX o'q bilan α ($l \wedge OX = \alpha$) va OY o'q bilan β ($l \wedge OY = \beta$) burchaklar hosil qiladi (4-rasm). Bu burchaklarning har xil qiymati to'g'ri chiziqlarni turli holatlarini belgilaydi, ya'ni α va β burchaklarni o'zgartirish bilan l to'g'ri chiziqning Q tekislikdagi joylashgan o'rnini o'zgarib boradi.



4-rasm

Agar l to'g'ri chiziqli kesmalar bo'yicha tenglamasi $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ko'rinishida berilsa, u holda to'g'ri chiziqli holat parametrlarini - to'g'ri chiziqli kesmalar bo'yicha tenglamasidagi $OA=a$, $OB=b$ kesmalar miqdoridan yoki ℓ to'g'ri chiziqli $OX \wedge \ell = \alpha$, $OY \wedge \ell = \beta$ burchaklari miqdorlari bilan aniqlash mumkin. Demak, to'g'ri chiziqli tekislikda $P_h=2$ parametr bilan aniqlanadi.

5. To'g'ri chiziqli fazodagi holat parametrlari.



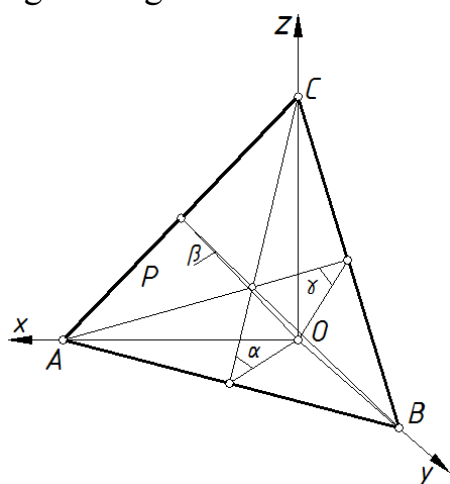
5-rasm

holati 4 ta parametr bilan aniqlanadi. Shuning uchun to'g'ri chiziqli fazoda to'rt parametrli to'plam deb yuritiladi va ∞^4 deb belgilanadi.

Masalan, fazodagi biror l to'g'ri chiziqli holat parametrlarini aniqlash uchun fazoga $OXYZ$ sistemasini kiritamiz (5-rasm). l to'g'ri chiziqli ustida A va B nuqtalar tanlaymiz. Bu nuqtalarning har birining holati fazoda 3 ta $A(X_A, Y_A, Z_A)$ va $B(X_B, Y_B, Z_B)$ parametrlar bilan aniqlanadi. Natijada l to'g'ri chiziqli fazoda holati 6 parametrga ega bo'layapti. Ammo A va B nuqtalarni tutashtirib, davom ettirish natijasida 2 ta parametr yo'qoladi ($6-2=4$).

Ya'ni, l to'g'ri chiziqli H gorizont va W profil proyeksiyalar tekisliklarini kesib, 2 ta nuqtani beradi ($l \cap H \rightarrow l_H$, $l \cap W \rightarrow l_W$). Har bir nuqtaning tekislikdagi holat parametri 2 ga tengligini e'tiborga olsak l to'g'ri chiziqli fazoda 4ta holat parametriga ega ekanligini bilamiz. Demak, to'g'ri chiziqli fazodagi holati $P_h=4$ parametri orqali aniqlanadi. Yoki fazodagi A nuqta uchta X_A, Y_A, Z_A parametrga ega bo'lib, B nuqtani to'g'ri chiziqli holatini bitta parametr (AB uzunlik) bilan aniqlash mumkin.

So'nggi nazariy masalamiz tekislikni fazodagi parametrini aniqlashga bag'ishlangan.



6-rasm

6. Tekislikning fazodagi holat parametrlari.

Tekislikni fazodagi holati 3 ta parametr bilan aniqlanadi. Shuning uchun tekislik fazoda uch parametrli to'plam deb yuritiladi va ∞^3 deb belgilanadi. Masalan, biror P tekislikni holat parametrlarini aniqlash uchun tekislikni $OXYZ$ dekart koordinata sistemasiga joylashtiramiz. Unda tekislik OX, OY, OZ o'qlar bilan kesishib a, b va c kesmalar hosil qiladi (6-rasm). Tekislik kesmalar bo'yicha tenglamasi bilan berilgan holda $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ bo'ladi. Kesmalarni o'zgarishi P tekislikni turli vaziyatlarda joylashganligini bildiradi. Shuningdek, P tekislik proyeksiyalar

tekisliklari (H, V, W) bilan hosil qilgan $P \wedge XOY = \alpha$, $P \wedge XOZ = \beta$ va $P \wedge YOZ = \gamma$ burchaklari orqali ham berilishi mumkin. Bunda α, β, γ burchaklarni o'zgarishi bilan tekislik holati ham o'zgaradi. Demak, tekislikning fazodagi holati uning 3ta

parametri orqali aniqlanadi. Tekisliklar fazoda uch parametrli to'plam deb yuritiladi va ∞^3 deb belgilanadi.

Oddiy geometrik shakllar: nuqta, to'g'ri chiziq, tekisliklarning holat parametrlarini 1-jadvaldan ham ko'rish mumkin.

1-jadval

T.r.	Oddiy geometrik shakllar nomi	Holat parametrlari		
		To'g'ri chiziqda	Tekislikda	Fazoda
1	Nuqta	1	2	3
2	To'g'ri chiziq		2	4
3	Tekislik			3

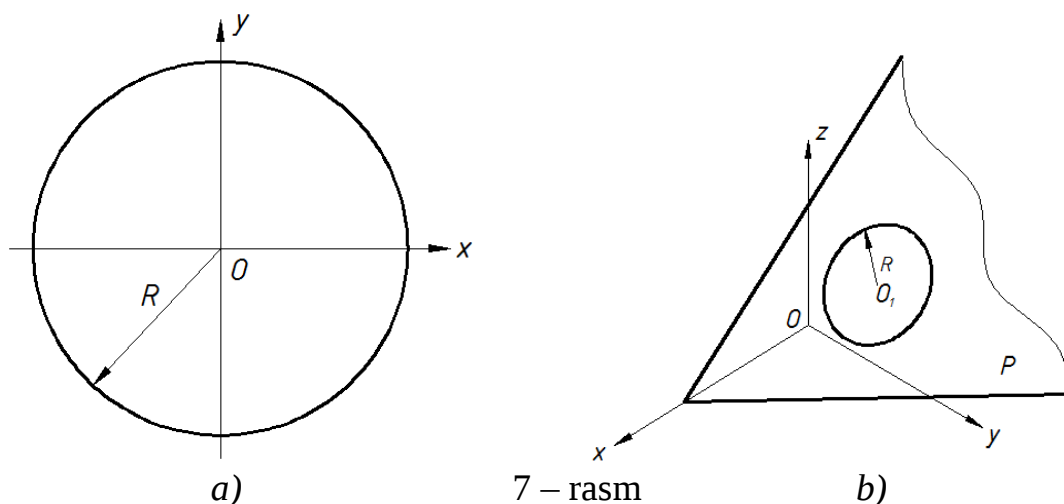
Yuqoridagi nazariy materiallar asosida turli geometrik figuralarning holat va shakl parametrlarini aniqlashga oid masalalar bilan tanishamiz. Bunday to'plamlar nazariyasini geometrik shakllarda qo'llanishi masalalari talabani mantiqiy fikrlashga, ilmiy mushohada yuritishga majbur qiladi.

1-masala. *Aylananing tekislik va fazodagi parametrlarini aniqlang.* Ma'lumki ixtiyoriy aylana markazi O nuqta va R radiusi berilgan bo'lsa uning holatini va shaklini aniqlash mumkin. Bunda O nuqta aylananing holatini, R radiusi esa shaklini aniqlaydi. Har bir tanlangan R - radius uchun tekislikda va fazoda ma'lum shaklga ega bo'lgan biror aylana mos keladi. Demak, aylananing shakl parametri R tekislikda va fazoda bir parametrli to'plam ∞^1 bo'ladi.

Aylananing tekislikdagi holat parametri uning shu tekislikdagi markazini berilish holati bilan aniqlanadi. Aylana markazi nuqta bo'lgani uchun uning holat parametri tekislikda 2 ga teng. Demak, tekislikda aylana holat parametri ikki parametrli to'plam ∞^2 bo'ladi (7-rasm, a).

Yuqoridagilardan xulosa qilsak, tekislikda aylananing shakl va holat parametrlari 3 parametrli ($\infty^1 \times \infty^2 = \infty^3$) to'plam bo'lib, ulardan bittasi shakl va ikkitasi holat parametrlaridir.

Aylananing fazodagi holat parametrini uning fazodagi markazini holati aniqlaydi. Ma'lumki aylana markazi nuqta bo'lib, uning fazodagi holati 3 ta parametr bilan aniqlanadi (7-rasm, b). Demak aylananing fazodagi holati ∞^3 nuqtalar to'plamidan iborat. Aylana biror tekislikka tegishli bo'ladi, tekislik esa fazoda 3 parametrli bo'ladi. Demak, aylana fazoda 6 parametrli ($\infty^1 \times \infty^2 \times \infty^3 = \infty^6$) bo'lib, ulardan bittasi shakl (R radiusi), beshtasi holat (aylana markazi O va u joylashgan P tekislik) parametri bo'ladi.



7 – rasm

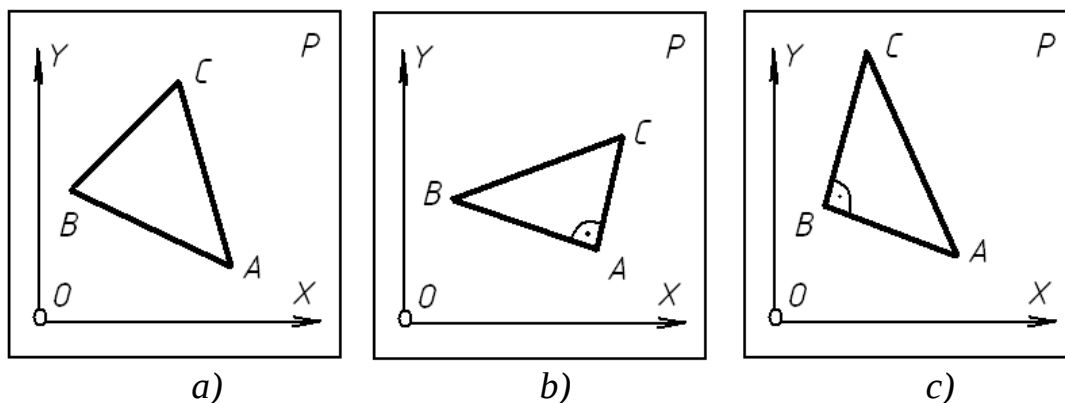
2-masala. P tekislikda tomonlari turli uzunlikka ega bo'lgan ABC uchburchakning ($AB=36$, $BC=30$, $CA=33$) holat va shakl parametrlari aniqlansin (8-rasm, a).

A , B , C nuqtalarning har biriga 2tadan jami 6ta parametr kerak bo'ladi. Yoki tekislikdagi ABC uchburchak A uchining holat parametri 2ga teng. AB (yoki BC , yoki CA) to'g'ri chiziqlarning OX (yoki OY) bilan koordinata o'qi bilan hosil qilgan α (yoki β) burchagi ham 1 parametrga egallaydi. ABC uchburchakning berilgan $AB=36$, $BC=30$, $CA=33$ uzunliklari yana 3ta shakl parametrlarini egallaydi. Mazkur ABC uchburchak tekislikda quyidagi oltita parametr bilan aniqlanmoqda: $A(X_A, Y_A)=\infty^2$, $AB(\alpha \text{ yoki } \beta)=\infty^1$, $AB(36)=\infty^1$, $BC(30)=\infty^1$, $CA(33)=\infty^1$. Demak, uchburchakning holat parametri ∞^3 va shakl parametri ham ∞^3 bo'ladi, jami 6ta parametrga ega bo'ladi: $\infty^2 \times \infty^1 \times \infty^3 = \infty^6$.

Quyidagi 3-4 masalalarning shartlari va chizmalarini keltiramiz. Ularning shakl va holat parametrlarini aniqlash talabalarning mantiqiy fikrlashi uchun vazifa bo'lib qoladi.

3-masala. P tekislikda katetlari turli uzunlikka ega bo'lgan ABC to'g'ri burchakli uchburchakning ($AB=32$, $CA=20$) holat va shakl parametrlari aniqlansin (8-rasm, b).

4-masala. P tekislikda katetlari o'zaro teng bo'lgan ABC to'g'ri burchakli uchburchakning ($AB=32$, $BC=32$) holat va shakl parametrlari aniqlansin (8-rasm, c).



8-rasm

Bunday masalalardan, masalan, kvadrat, to'g'ri to'rtburchak, turli ko'pburchaklarning holat va shakl parametrlarini aniqlashga oid yuzlab keltirish mumkin. Ularning barchasi yuqorida keltirilgan nazariy materiallarga tayangan holda, shuningdek, geometrik shaklning o'ziga xos jihatlarini e'tiborga olgan holda yechiladi. Demak talabadan parametrlash qoidalari va geometrik shakllarning xususiyatlarini kombinatsion tatbiq qilishni bilish talab etiladi. Bu albatta talabani ilmiy fikrlashga undaydi. Keyingi ishlarimizda sirtlarning parametrlarini aniqlashga doir fikrlarimiz bilan o'rtoqlashamiz.

Nazorat uchun savol va topshiriqlar;

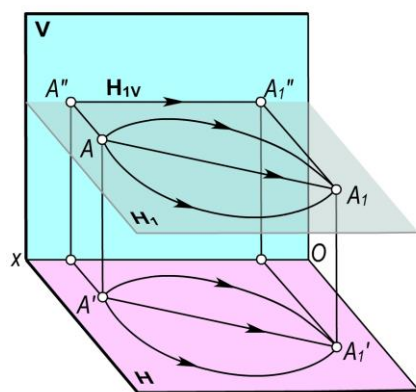
1. «Parametrlash» tushunchasiga qanday izoh berasiz?
2. Parametrlashga oid qanday hayotiy misollar keltira olasiz?
3. Geometrik obraz deganda nimani tushunasiz?
4. Tekislik va fazo terminlari to'g'risida qanday tushinchaga egasiz?
5. Fazoda nuqta necha parametrdan aniqlanadi?
6. Fazoda kesma necha parametrdan aniqlanadi?

Mavzu. Epyurni qayta tuzish usullarining mohiyati va uning amaliy ahamiyati. Parallel ko'chirish usulida metrik va pozitsion masalalar yechish.

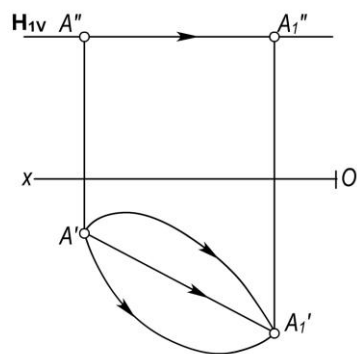
Tekis–parallel harakatlantirish usulida geometrik shaklni proyeksiyalar tekisliklari sistemasiga nisbatan vaziyati maqsadga muvofiq ravishda o'zgartirish uchun uning barcha nuqtalarining harakatlanish trayektoriyalari bir–biriga parallel tekisliklarda harakatlantirish yo'li bilan bajariladi.

Harakatlantirish tekisliklarining vaziyati va geometrik shakl nuqtalari harakatlanish trayektoriyasining xarakteriga qarab tekis–parallel harakatlantirish usuli *parallel harakatlantirish* va *aylantirish* usullariga bo'linadi.

Parallel harakatlantirish usuli. Bu usulda fazoda berilgan geometrik shaklning har bir nuqtasi proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgan gorizontaal yoki frontal tekisliklarda harakatlantiriladi. Shuning natijasida hosil bo'lgan yangi proyeksiyasi proyeksiyalar tekisligiga nisbatan vaziyati o'zgaradi. 138,a,b–rasmda A nuqta H_1 gorizontaal tekislikda harakatlantirilib A_1 vaziyatga keltirilgan. Bunda A nuqta A_1 vaziyatga qanday trayektoriya (to'g'ri yoki egri chiziqlar) bo'ylab harakatlantirilishidan qat'iy nazar, uning A'' frontal proyeksiyasi (A_1'' vaziyatga) tekislikning H_{1V} izi bo'yicha harakatlanadi. Shuningdek 138,a,b–rasmdagi B nuqta V_1 frontal tekislikda B_1 vaziyatga har qanday trayektoriya bo'yicha harakatlantirilmasin, uning B' proyeksiyasi V_{1H} izi bo'yicha harakatlanib, B'_1 vaziyatni egallaydi.

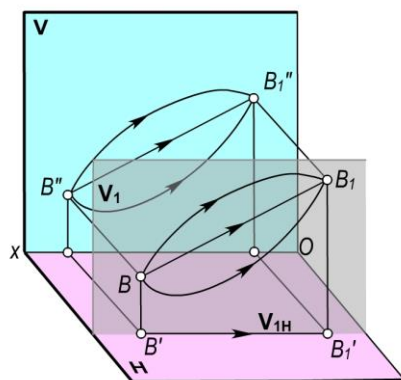


a)

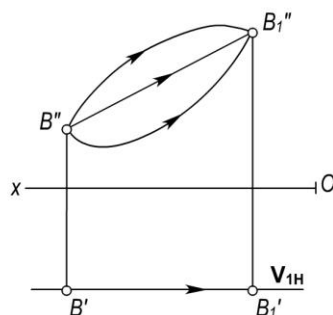


b)

138-rasm.



a)



b)

138-rasm.

Yuqorida bayon etilganlardan quyidagi xulosaga kelish mumkin:

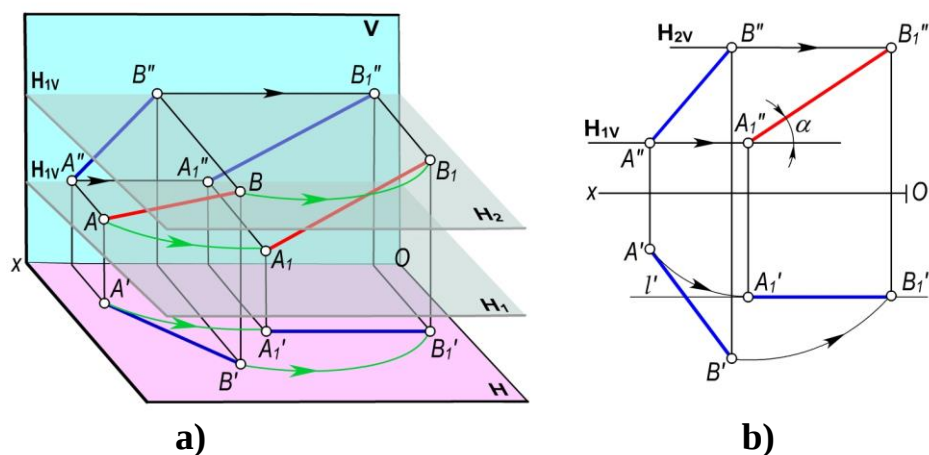
- Fazoda nuqtani gorizontalar proyeksiyalar tekisligiga parallel tekislikda har qanday trayektoriya bo'yicha harakatlantirilsa ham, uning frontal proyeksiyasi Ox o'qiga parallel to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.
- Fazoda nuqtani frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel tekislikda har qanday trayektoriya bo'yicha harakatlantirilsa ham, uning gorizontalar proyeksiyasi Ox o'qiga parallel to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.

Parallel harakatlantirish usulining bu xususiyatlaridan foydalanib ayrim masalalarning yechilishini ko'rib chiqamiz.

1-masala. Umumiy vaziyatda berilgan AB kesmani V tekislikka parallel vaziyatga keltirilsin (139,a,b-rasm).

Yechish. $AB \parallel V$ bo'lishi uchun chizmada $A'B' \parallel Ox$ bo'lishi kerak. Demak, bu misolni yechish uchun H tekislikda (139,a-rasm) ixtiyoriy A_1' nuqta tanlab, u orqali Ox o'qiga parallel l' to'g'ri chiziq o'tkazamiz va unga $A_1'B_1' = A'B'$ kesmani o'lchab qo'yamiz. Kesmaning yangi frontal proyeksiyasini parallel harakatlantirish xususiyatiga muvofiq aniqlaymiz: kesmaning A'' va B'' proyeksiyalari mos ravishda H_{1V} va H_{2V} bo'yicha Ox o'qiga parallel ravishda harakatlanadi va A_1'' , B_1'' vaziyatlarga keladi. Natijada, V tekislikka parallel $A_1B_1(A_1'B_1', A_1''B_1'')$ to'g'ri chiziq kesmasining proyeksiyalari hosil bo'ladi.

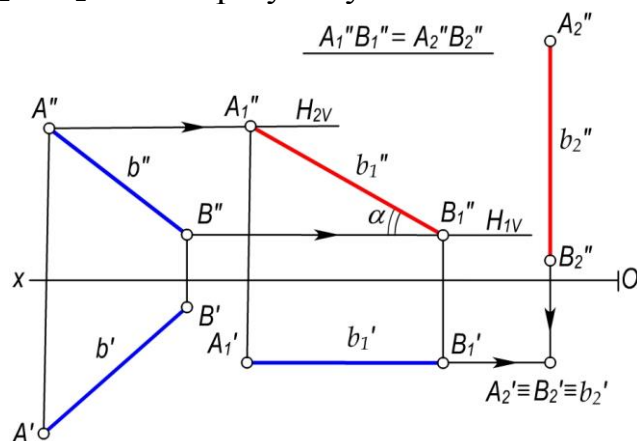
Shuningdek, AB kesma V tekislikka parallel bo'lishi bilan birga uning haqiqiy o'lchami va H tekislik bilan tashkil etgan α burchagi aniqlanadi.



139-rasm.

2-masala. Umumiy vaziyatdagi $AB(A'B', A''B'')$ kesma H tekislikka perpendikulyar vaziyatga keltirilsin (140-rasm).

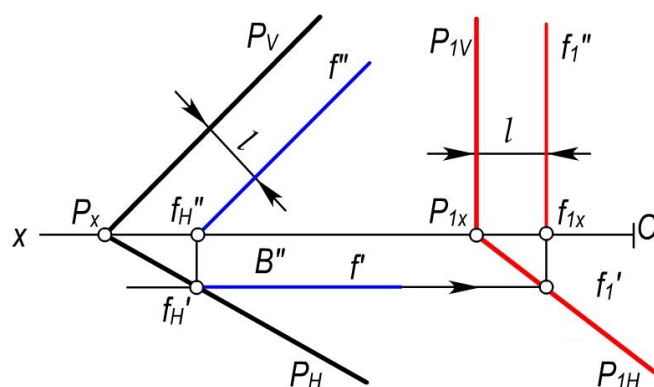
Yechish. Dastlab AB kesmani harakatlantirib, V tekislikka parallel $A_1B_1(A_1'B_1', A_1''B_1'')$ vaziyatga keltiramiz. So'ngra ixtiyoriy B_2'' nuqta tanlab olamiz va bu nuqtadan $b_2'' \perp Ox$ to'g'ri chiziq o'tkazamiz va unga $A_2''B_2'' = A_1''B_1''$ kesmani o'lchab qo'yamiz. Kesmaning gorizontaal proyeksiyasi b_1' chiziq bo'yicha harakatlanib, $A_2'' \equiv B_2'' \equiv b_2''$ bo'lib proyeksiyalanadi.



140-rasm.

3-masala. Umumiy vaziyatda berilgan $P(P_H, P_V)$ tekislik H tekisligiga perpendikulyar vaziyatga keltirilsin (141-rasm).

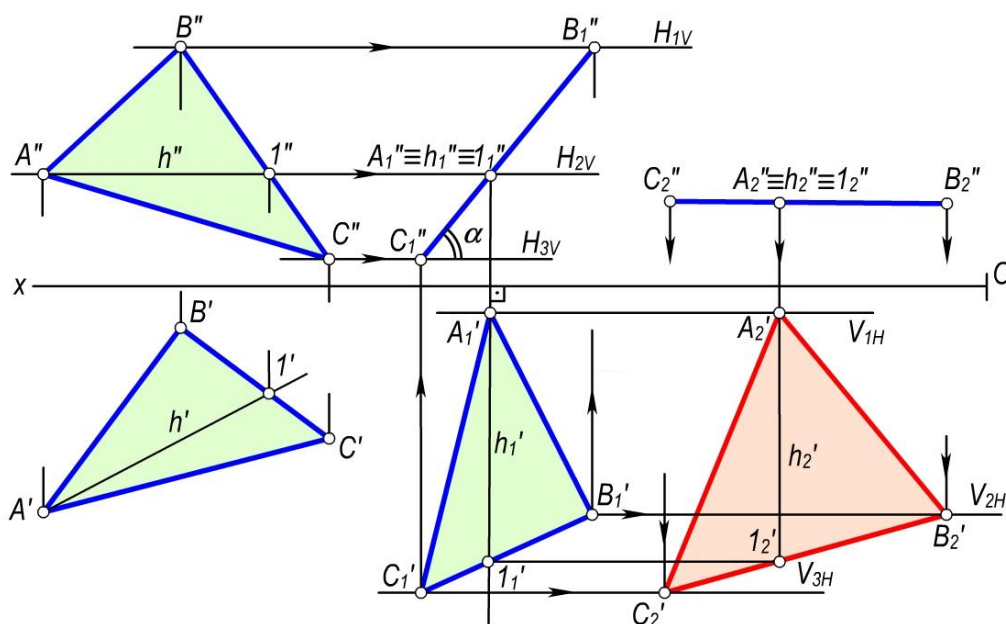
Yechish. P tekislikning ixtiyoriy $f(f', f'')$ frontali o'tkaziladi. So'ngra Ox o'qida ixtiyoriy nuqtadan $f_1'' \perp Ox$ qilib o'tkazamiz va chizmada ko'rsatilgan ℓ masofada tekislikning frontal izi $P_{1V} \perp Ox$ (yoki $P_{1V} \parallel f_1''$) qilib o'tkazamiz. Tekislikning P_{1H} gorizontaal izi P_{1x} va f_1' nuqtalardan o'tadi.



141-rasm

4-masala. Umumiy vaziyatdagi $\triangle ABC$ ($\triangle A'B'C'$, $\triangle A''B''C''$) tekislikni H tekislikka parallel vaziyatga keltirilsin (142-rasm).

Echish. 1. $\triangle ABC$ ni avval V tekislikka perpendikulyar vaziyatga keltiramiz. Buning uchun uchburchakning h (h' , h'') gorizontali o'tkazamiz. Chizmada ixtiyoriy A_1' nuqta tanlab, bu nuqtadan $h_1' \perp Ox$ qilib $\triangle A_1'B_1'C_1' = \triangle A'B'C'$ yangi gorizantal proyeksiyasini yasaymiz.



142-rasm.

2. $\triangle ABC$ ning yangi vaziyati V tekislikka perpendikulyar bo'lgani uchun uning frontal proyeksiyasi $C_1''A_1''B_1''$ kesma tarzida proyeksiyalanadi.

3. Ixtiyoriy C_2'' nuqta tanlab, bu nuqtadan Ox o'qiga parallel to'g'ri chiziq o'tkazamiz va unga $C_2''A_2''B_2'' = C_1''A_1''B_1''$ bo'lgan kesmani o'lchab qo'yamiz. Parallel harakatlantirishning qoidasiga muvofiq uchburchak gorizantal proyeksiyasining A_2' B_2' va C_2' nuqtalari mos ravishda V_{1N} , V_{2N} va V_{3N} frontal tekisliklarning izlari bo'yicha harakatlanishidan $\triangle A_2'B_2'C_2'$ hosil bo'ladi. Natijada,

$\Delta A_2B_2S_2$ H ga parallel bo‘ladi va berilgan uchburchakning haqiqiy o‘lchamiga teng bo‘lgan proyeksiyasi hosil bo‘ladi.

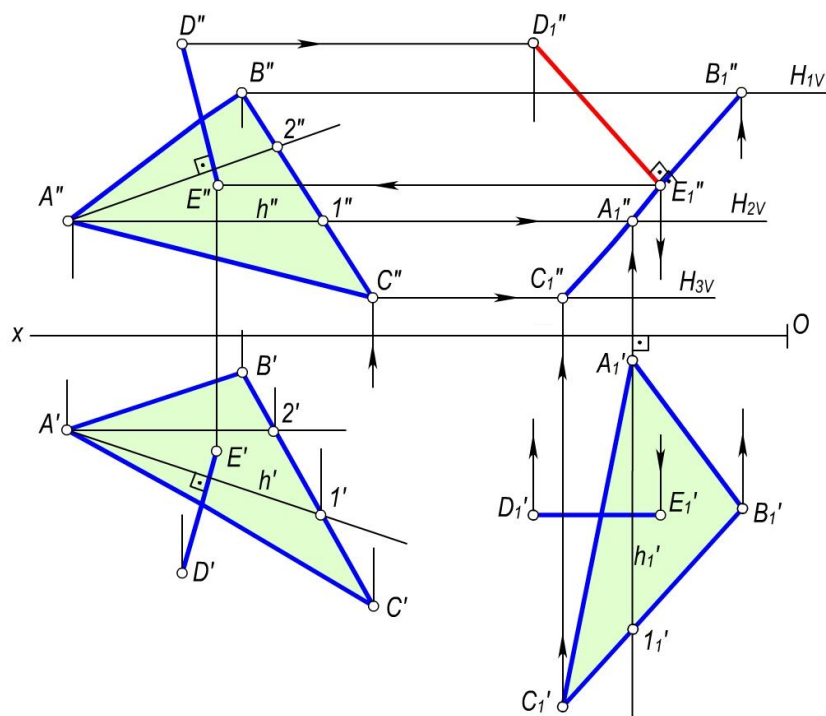
Chizmadagi α burchak ΔABC ning H tekislik bilan hosil qilgan burchagini ko‘rsatadi.

4–masala. $D(D', D'')$ nuqtadan $\Delta ABC(\Delta A'B'C', \Delta A''B''C'')$ tekislikkacha bo‘lgan masofa aniqlansin (143,a–rasm).

Yechish.

1. ΔABC ni parallel harakatlantirib, proyeksiyalar tekisliklarining biriga, masalan, V tekislikka perpendikulyar vaziyatga keltiramiz. Buning uchun mazkur uchburchakni $h(h', h'')$ gorizontali ni V tekislikka perpendikulyar vaziyatga keltirib, $A_1'l_1'=A'l'$ va $\Delta A_1'B_1'S_1'=\Delta A'B'S'$ qilib yasaladi. D' nuqtaning D_1' vaziyati ham planimetrik yasashlarga asosan yasaladi. Bunda uchburchakning yangi frontal proyeksiyasi $C_1''A_1''B_1''$ kesma tarzida proyeksiyalanadi. Parallel harakatlantirishning qoidalariga asosan D nuqtaning yangi D'_1 va D''_1 proyeksiyalarini aniqlaymiz.

2. Masofaning haqiqiy o‘lchami D_1'' nuqtadan $C_1''A_1''B_1''$ kesmaga tushirilgan $D_1''E_1''$ perpendikulyar bilan o‘lchanadi. Izlangan masofaning gorizontaal proyeksiyasi $D_1'E_1'$ esa Ox o‘qiga parallel bo‘ladi.



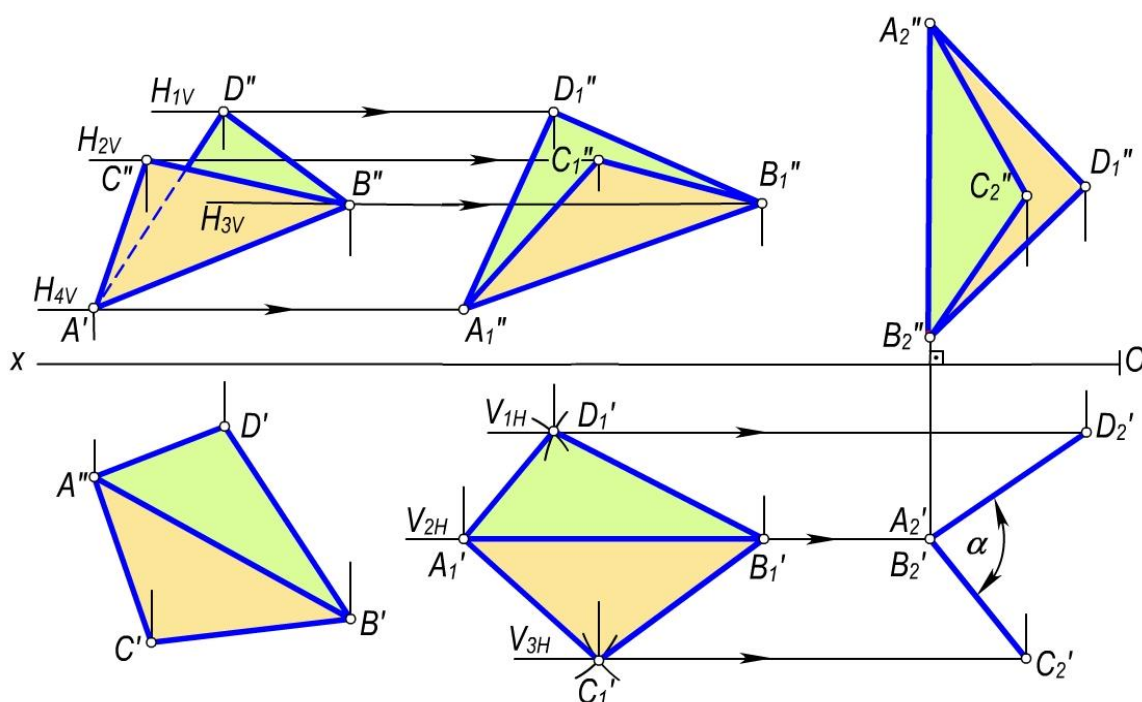
143-rasm.

3. Izlangan masofaning proyeksiyalarini tekislikning berilgan proyeksiyalarida yasash uchun D nuqtaning D' va D'' proyeksiyalaridan tekislikning $h(h', h'')$ gorizontali va $f(f', f'')$ frontaliga tushirilgan perpendikulyarlar proyeksiyalari bilan aniqlanadi. Parallel harakatlantirishning qoidasiga muvofiq E nuqtaning E'' va E' proyeksiyalarini ko‘rsatilgan yo‘nalish bo‘yicha D' va D'' proyeksiyalardan tekislikka tushirilgan perpendikulyarning proyeksiyalarida topamiz.

5–masala. $CABD(C'A'B'D', C''A''B''D'')$ ikki yoqli burchakning haqiqiy kattaligi parallel harakatlantirish usulidan foydalanib aniqlansin (144–rasm).

Yechish:

1. AB qirrani V tekislikka parallel qilib joylashtiriladi. Buning uchun chizma maydonining ixtiyoriy joyida $A'B'-A_1'B_1'$ va $A_1'B_1' \parallel Ox$ qilib joylashtiriladi.
2. A_1' va B_1' nuqtalarga nisbatan D_1', C_1' nuqtalarni planimetrik yasashlardan foydalanib yasaymiz. Hosil bo'lgan A_1, C_1', B_1' va D_1' nuqtalar yangi gorizontaal proyeksiya bo'ladi.
3. Parallel harakatlantirish qoidasiga asosan A'', C'', B'' va D'' nuqtalar Ox o'qiga parallel chiziqli bo'yicha harakat qilganligidan A_1'', C_1'', B_1'' va D_1'' yangi frontal proyeksiyalari yasaladi.
4. AB qirrani H tekisligiga perpendikulyar qilib joylashtiriladi. Buning uchun $A_1''B_1''=A_2''B_2''$ ni chizmaning ixtiyoriy joyida $A_2''B_2'' \perp Ox$ qilib joylashtiramiz. $A_2''B_2''$ yangi frontal proyeksiya bo'ladi.
5. C_2'' va D_2'' nuqtalar esa A_2'' va B_2'' nuqtalarga nisbatan planimetrik yasashlar bilan yasaladi.
6. Parallel ko'chirish qoidasiga asosan A_1', C_1', B_1' va D_1' nuqtalar Ox ga parallel harakat qilib, $A_2'' \equiv B_2''$, C_2' va D_2' nuqtalarning yangi gorizontaal proyeksiyalarini hosil qiladi.
7. Bu nuqtalar o'zaro tutashtirilsa, $\angle D_2'A_2'C_2' = \alpha$ chiziqli burchak AB qirradagi ikki yoqli burchakni o'lchaydi. Bu misolni AB qirrani H ga parallel qilib olishdan boshlab ham yechish mumkin.²



144-rasm.

² Sh.Murodov va boshqalar "Chizma geometriya" darslik "Iqtisod-moliya".2006 yil, 89-93 betlar

Example 3.5 A straight line AB of 50 mm length is inclined at 45° to the HP and 30° to the VP . Draw the projections of line AB if its end point A is 15 mm from HP and 10 mm from the VP . Assume the line to be in the first quadrant.

Solution (Figure 3.23):

50 mm AB to'g'ri chiziq 45° yoki 30° berilgan. AB dlinoy v 50 mm naklonena na 45° k xp i 30° k VP . Koordinata nuqtalari berilgan AB kesmaning haqiqiy kattaligi va tekislik bilan hosil qilgan burchaklari aniqlansin.³

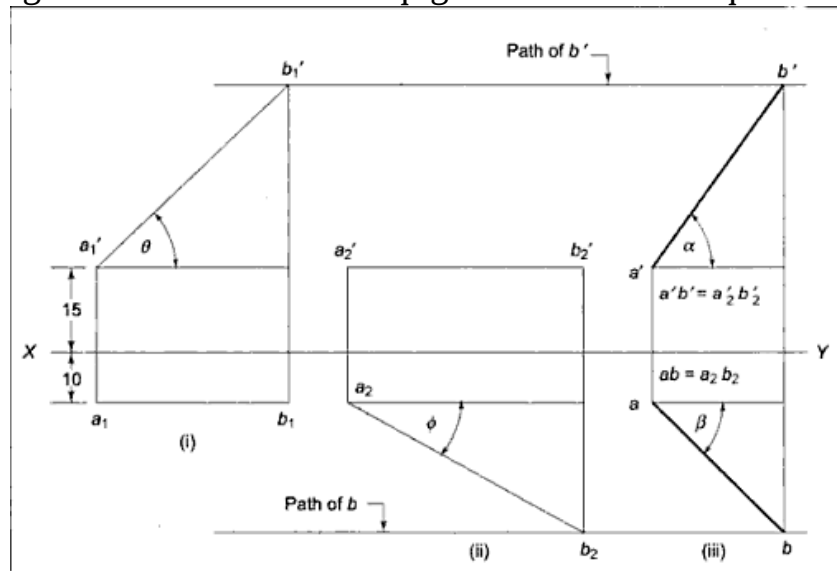


Figure 3.23 Example 3.5-Explanation of Solution

B/BX/B JADVALI

Tekis parallel-xarakatlanish usuli to'g'risida nimalarni bilasiz?

Tekis parallel-xarakatlanish usuli to'g'risida nimalarni bilishni xohlaysiz?

Bilaman	Bilishni xohlayman	Bilib oldim
---------	--------------------	-------------

³ M.B.Shah, B.C.Rana. Engineering Drawing, India by Sai Print-O-Pac Pvt.Ltd, India, (63 betdagi mazmunidan foydalanildi)

--	--	--

Aylantirish usuli. Aylantirish usuli to'g'risida ma'lumot

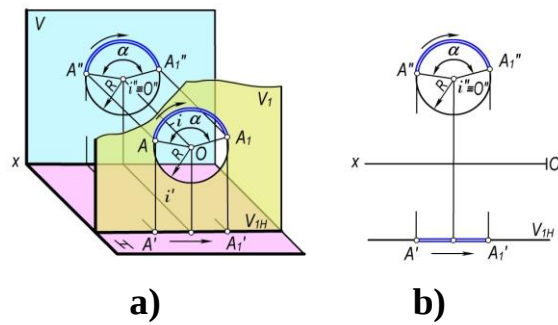
Aylantirish usuli parallel harakatlantirish usulining xususiy holi hisoblanadi. Bu usulda geometrik shaklga tegishli nuqtaning trayektoriyasi ixtiyoriy bo'lmay, balki berilgan biror o'qqa nisbatan aylana bo'yicha harakatlanadi. Aylana markazi berilgan o'qda joylashgan bo'lib, aylanish radiusi esa harakatlanuvchi nuqta bilan aylanish o'qi orasidagi masofaga teng bo'ladi yoki aylanish tekisligini aylanish o'qi bilan kesishgan nuqtasi bo'ladi.

Aylanish o'qlari proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan perpendikulyar, parallel, shuningdek, proyeksiyalar tekisligiga tegishli va boshqa vaziyatlarda bo'lishi mumkin.

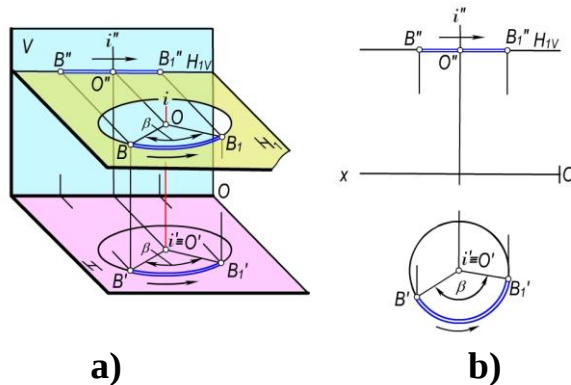
Quyida turli vaziyatlarda joylashgan aylanish o'qlari atrofida aylantirish usullarni ko'rib chiqamiz.

aylanish o'qi atrofida harakatlantirsak, mazkur nuqta v tekislikka parallel V_1 tekislikda radiusi OA ga teng aylana bo'yicha harakatlanadi. Shuningdek, A nuqtaning harakatlanish trayektoriyasining gorizontaal proyeksiyasi V_1 tekislikning V_{1N} izi bo'yicha harakat qiladi. Chizmada V_1 tekislik V tekislikka parallel bo'lgani uchun A nuqtaning frontal proyeksiyasi aylana bo'yicha, gorizontaal proyeksiyasi $V_{1N} \parallel Ox$ bo'yicha harakat qiladi (145–rasm, b).

B nuqtaning H tekislikka perpendikulyar i o'qi atrofida aylantirilishi 146–rasm, a da ko'rsatilgan. B nuqta B_1 vaziyatga radiusi OB ga teng aylana bo'yicha H tekislikka parallel bo'lgan N_1 tekislikda harakatlanadi. Bunda N_1 tekislik H tekislikka parallel bo'lgani uchun B nuqta harakatlanish trayektoriyasining gorizontaal proyeksiyasi aylana bo'yicha, frontal proyeksiyasi N_1 tekislikning N_{1V} izi bo'yicha Ox ga parallel bo'lib harakatlanadi. (146,b–rasm).



145-rasm.



146-rasm.

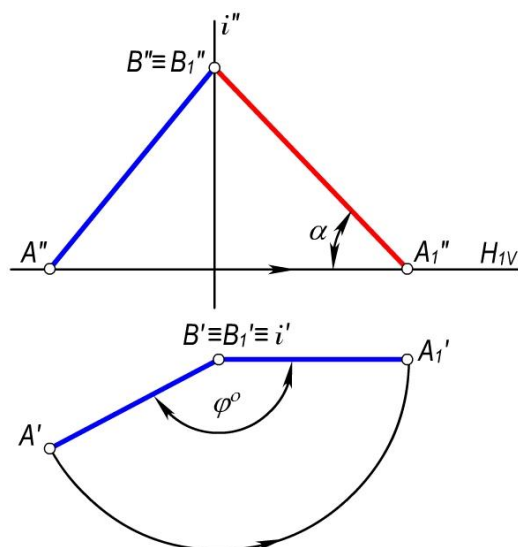
Yuqorida bayon qilinganlardan quyidagi xulosalarga kelamiz:

1-xulosa. Agar A nuqta frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirilsa, mazkur nuqtaning frontal proyeksiyasi aylana bo'yicha, gorizontaal proyeksiyasi Ox o'qiga parallel to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.

2-xulosa. Agar nuqta gorizontaal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirilsa, nuqtaning gorizontaal proyeksiyasi aylana bo'yicha, frontal proyeksiyasi Ox o'qiga parallel to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.

Nuqtani proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirish qoidalariga asosan umumiy vaziyatda joylashgan geometrik shakllarni xususiy yoki talab qilingan vaziyatga keltirish mumkin.

1-masala. Umumiy vaziyatdagi $AB(A'B', A''B'')$ kesmani V tekislikka parallel vaziyatga keltirilsin. (147-rasm).



147-rasm.

Yechish. AB kesmaning biror, masalan B uchidan $i \perp H$ aylantrish o'qi o'tkaziladi. So'ngra bu o'q atrofida kesmaning $A'B'$ gorizontaal proyeksiyasini $A'B' \parallel Ox$ vaziyatga kelguncha aylantiramiz. Bunda AB kesmaning A'' nuqtasi $N_{1V} \parallel Ox$ bo'yicha harakatlanib, A''_1 vaziyatni egallaydi. Shaklda hosil bo'lgan AB kesmaning yangi $A'_1B'_1$ va $A''_1B''_1$ proyeksiyalari uning V tekislikka parallelligini ko'rsatadi. Shakldagi α burchak AB kesmani H tekislik bilan hosil etgan burchagi bo'ladi.

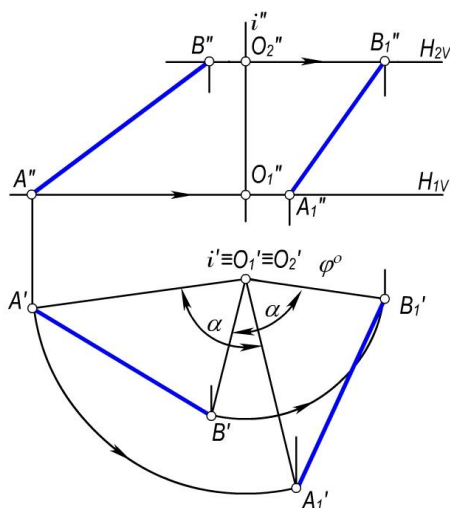
2–masala. $AB(A'B', A''B'')$ kesmani $i \perp H$ o‘q atrofida α burchakka aylantirish talab qilinsin (148–rasm).

Yechish. Kesmani α burchakka aylantirish uchun uning A' va B' proyeksiyalarini berilgan i o‘qi atrofida $A'O_1$ va $B'O_2$ radiuslari bo‘yicha α burchakka aylantirish kifoya qiladi.

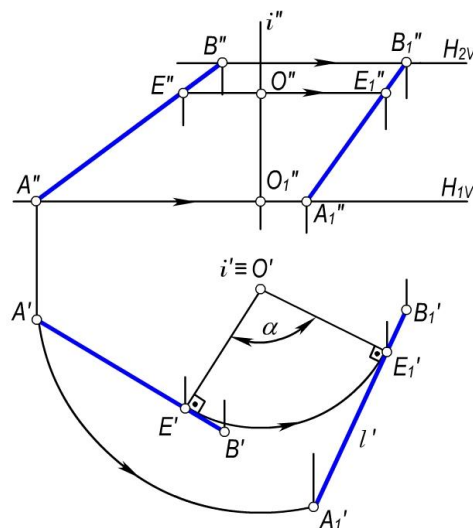
Aylantirish usulining qoidasiga muvofiq kesma uchlarining A'' va B'' proyeksiyalari $N_{1V} \parallel O_x$ va $N_{2V} \parallel O_x$ bo‘yicha harakatlanadi. Natijada, hosil bo‘lgan $A_1B_1(A'_1B'_1, A''_1B''_1)$ kesma AB kesmaning α burchakka aylantirilgan vaziyati bo‘ladi. Bu misolni quyidagicha yechish ham mumkin: AB kesmaning $A'B'$ gorizontal proyeksiyasiga i aylanish o‘qining gorizontal proyeksiyasi i' dan unga perpendikulyar o‘tkaziladi. (149–rasm). Hosil bo‘lgan $E'O'$ aylantirish radiusni talab qilingan α burchakka aylantiriladi va E'_1O' ga perpendikulyar qilib, ℓ' chiziq o‘tkaziladi. Bu chiziqqa shakldagi $A'E'=A'_1E'_1$ va $E'B'=E'_1B'_1$ kesmalar o‘lchab qo‘yiladi. So‘ngra $A'_1B'_1$ ning frontal proyeksiyasi $A''_1B''_1$ yasalanadi. Natijada AB kesmaning α burchakka aylantirilgan vaziyatining yangi $A'_1B'_1$ va $A''_1B''_1$ proyeksiyalari hosil bo‘ladi.

3–masala. Izlari bilan berilgan umumiy vaziyatdagi P tekislikni $i \perp H$ o‘qi atrofida α burchakka aylantirilish talab qilinsin (150–rasm).

Yechish. P tekislikning $h(h', h'')$ gorizontali i aylanish o‘qi orqali o‘tkaziladi va $h \cap i \Rightarrow O(O', O'')$ aniqlanadi. So‘ngra O' nuqtadan P_N ga $O'E'$ perpendikulyar tushiriladi. Hosil bo‘lgan $O'E'$ berilgan P tekislikni i o‘q atrofida aylantirish radiusi bo‘ladi. Tekislikning P_N gorizontal izi $O'E'$ radius bo‘yicha α burchakka aylantirilganda, u P_{1N} vaziyatni egallaydi.



148-rasm.

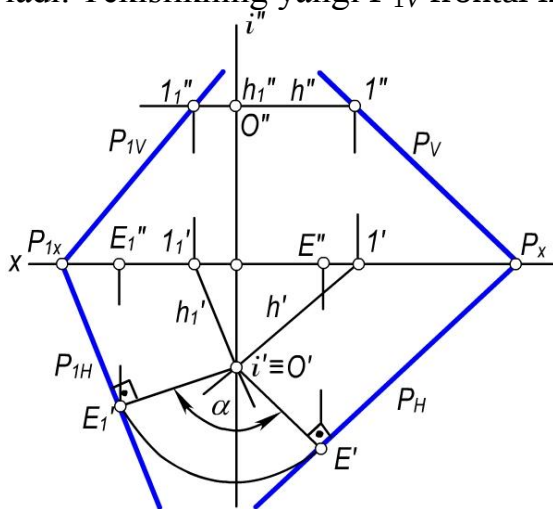


149-rasm.

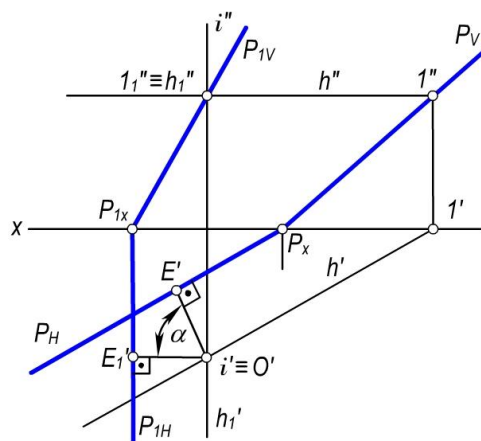
Tekislikning yangi P_{1V} frontal izini aniqlash uchun uning gorizontalidan foydalanamiz. Ma'lumki, P tekislik α burchakka aylantirilganda uning $h(h', h'')$ gorizontali $h_1(h'_1, h''_1)$ vaziyatni egallaydi. Shuning uchun tekislikning P_{1V} izini yasashda P_{1x} va $1_1''$ nuqtalar tutashtiriladi.

4–masala. Umumiy vaziyatdagi $P(P_H, P_V)$ tekislikni $i(i', i'') \perp H$ o‘q atrofida aylantirib frontal proyeksiyalovchi tekislik vaziyatiga keltirish talab etilsin (150–shakl).

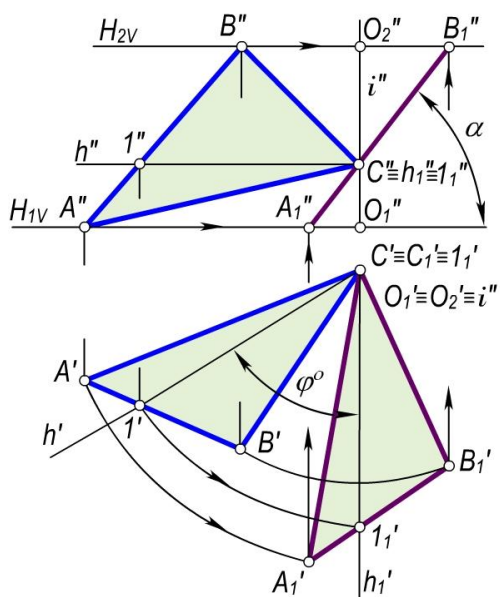
Yechish. P tekislikning $h(h', h'')$ gorizontali $i(i', i'')$ o'qi orqali o'tkaziladi va gorizontaling i' o'qi bilan kesishish nuqtasi $O(O', O'')$ topiladi. Tekislik bilan uning $h(h', h'')$ gorizontali O' atrofida aylantirilib, proyeksiyalovchi, ya'ni $h_1' \perp Ox$ vaziyatga keltiriladi. Gorizontaling h'' frontal proyeksiyasi esa $h_1'' \equiv 1_1''$ vaziyatda bo'ladi. Tekislikning yangi P_{1V} frontal izi P_{1X} va $1_1''$ nuqtalardan o'tadi.



150-rasm.



150-rasm.



151-rasm.

5-masala. $\triangle ABC (\triangle A'B'C', \triangle A''B''C'')$ tekislikning H tekislik bilan tashkil etgan α burchagini aniqlansin (151-rasm).

Yechish. Izlangan α burchakni aniqlash uchun berilgan $\triangle ABC$ tekislikni frontal proyeksiyalovchi vaziyatga keltirish kerak bo'ladi. Buning uchun uchburchakning biror, masalan, C nuqtasidan $i' \perp H$ aylanish o'qi o'tkaziladi va bu o'q atrofida uchburchakni $h_1' \perp V$ (epyrda $h_1' \perp V$) vaziyatga kelguncha aylantiriladi. Bunda, uchburchakning A, B va C nuqtalari ham φ° burchakka harakatlanadi. Chizmada uchburchak uchlarning yangi A'_1, B'_1 va C'_1 proyeksiyalari orqali uning $A''_1B''_1C''_1$ frontal proyeksiyalarini aniqlanadi. Bu nuqtalar o'zaro tutashtirilsa, $A''_1B''_1C''_1$

kesma (uchburchakning yangi frontal proyeksiyasi) hosil bo'ladi. Bu kesmaning Ox o'qi bilan tashkil etgan α burchagi $\triangle ABC$ ni H tekislik bilan hosil etgan burchagiga teng bo'ladi.⁴

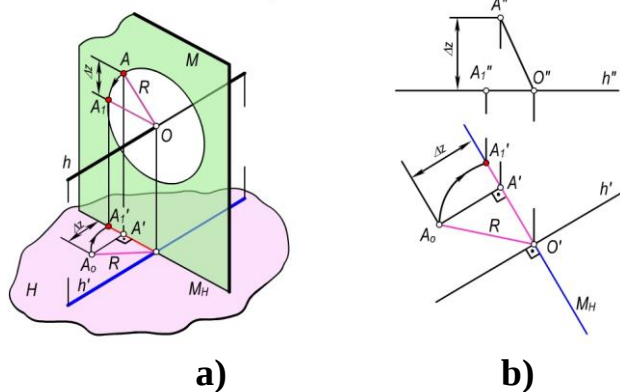
Geometrik shaklni proyeksiyalar tekisligiga parallel o'q atrofida aylantirish. Umumiy vaziyatda joylashgan tekis geometrik shakllarni

⁴ Sh.Murodov va boshqalar "Chizma geometriya" darslik "Iqtisod-moliya".2006 yil, 94-98 betlar

proyeksiyalar tekisliklariga parallel bo'lgan o'qlar atrofida aylantirib, ba'zi metrik masalalarni yechish mumkin. Bunda, aylanish o'qi sifatida umumiy vaziyatda joylashgan geometrik shaklning asosiy chiziqlari – gorizontali yoki frontallaridan foydalaniladi. Geometrik shaklni uning gorizontali atrofida aylantirib, H tekislikka parallel vaziyatga, shuningdek, uni frontali atrofida aylantirib, V tekislikka parallel vaziyatga keltirish mumkin.

Geometrik shakl proyeksiyalar tekisligiga parallel o'q atrofida aylantirilganda uning har bir nuqtasi aylanish o'qiga perpendikulyar bo'lgan tekislikda aylana bo'ylab harakatlanadi. Masalan, A nuqtani h gorizontali atrofida aylantirilganda radiusi OA ga teng aylana bo'yicha $M \perp h$ tekislikda harakatlanadi (152,a–rasm). Bunda, uning gorizontali proyeksiyasi gorizontalinig h' gorizontali proyeksiyasiga perpendikulyar to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.

Chizmada tasvirlangan $A(A', A'')$ nuqtani $A_1(A_1', A_1'')$ vaziyatga kelguncha aylantirish uchun aylanish markazi $O(O', O'')$ nuqtani aniqlash kerak (152,b–rasm). Bu nuqta aylanish o'qi h ning M tekislik bilan kesishish nuqtasi bo'ladi. Chizmada aylantirish radiusi R ning haqiqiy o'lchamni aniqlash uchun H tekislikda to'g'ri burchakli $\triangle O'A'A_0$ yasaymiz. Buning uchun AO radiusning $A'O'$ gorizontali proyeksiyasini to'g'ri burchakli uchburchakning bir kateti, OA kesma uchlari applikatalarining Δz ayirmasini ikkinchi kateti qilib olamiz. Bu uchburchakning gipotenuzasi izlangan aylantirish radiusi R bo'ladi. A nuqtaning aylantirilgandan keyingi yangi vaziyatining A_1' gorizontali proyeksiyasi aylanish markazi O' nuqtada bo'lgan va $O'A_0=R$ radiusli aylana yoyining $M(M_H)$ tekislikning izi bilan kesishgan A_1' nuqtasi bo'ladi. A nuqtaning yangi A_1'' frontal proyeksiyasi esa h'' to'g'ri chiziqda bo'ladi.

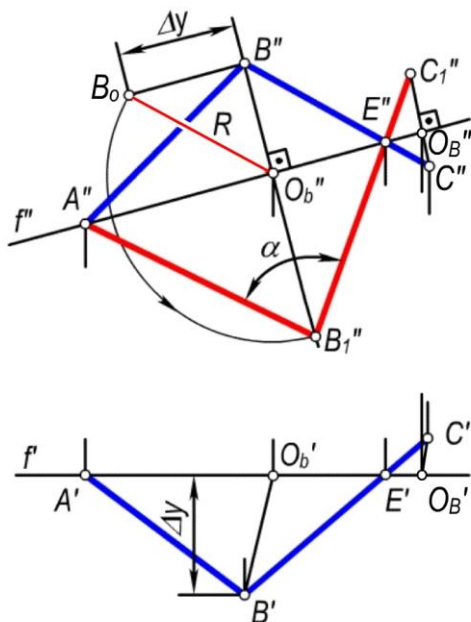


152-rasm.

1–masala. Umumiy vaziyatdagi $\angle ABC(\angle A'B'C', \angle A''B''C'')$ ning haqiqiy o'lchami aniqlansin (153–rasm).

Echish. Berilgan burchakning gorizontali yoki frontalidan foydalaniladi. Mazkur burchakning haqiqiy o'lchamini aniqlash uchun chizmada uning $f(f', f'')$ frontali o'tkazilgan. Rasmda hosil bo'lgan $\angle ABE(\angle A'B'E', \angle A''B''E'')$ ning haqiqiy o'lchamini aniqlash uchun B nuqtani aylantirish radiusining haqiqiy o'lchamini aniqlash kifoya. Buning uchun B'' nuqtadan f'' ga perpendikulyar o'tkaziladi va aylanish markazining $O_B(O'_B, O''_B)$, so'ngra aylantirish radiusining $BO_B(B'O'_B, B''O''_B)$ proyeksiyalari aniqlanadi. To'g'ri burchakli $\triangle O''_B B'' B''_O$ yasash bilan radiusning haqiqiy o'lchami $O''_B B''_1 = R$ aniqlanadi. B nuqtaning yangi vaziyatini

yasash uchun O''_B dan R radius bilan $O''_B B''_1$ perpendikulyarning davomi bilan kesishguncha yoy o'tkaziladi va hosil bo'lgan B''_1 bilan A'' va E'' nuqtalarni tutashtiriladi. Chizmada hosil bo'lgan α berilgan burchakning haqiqiy o'lchami bo'ladi.

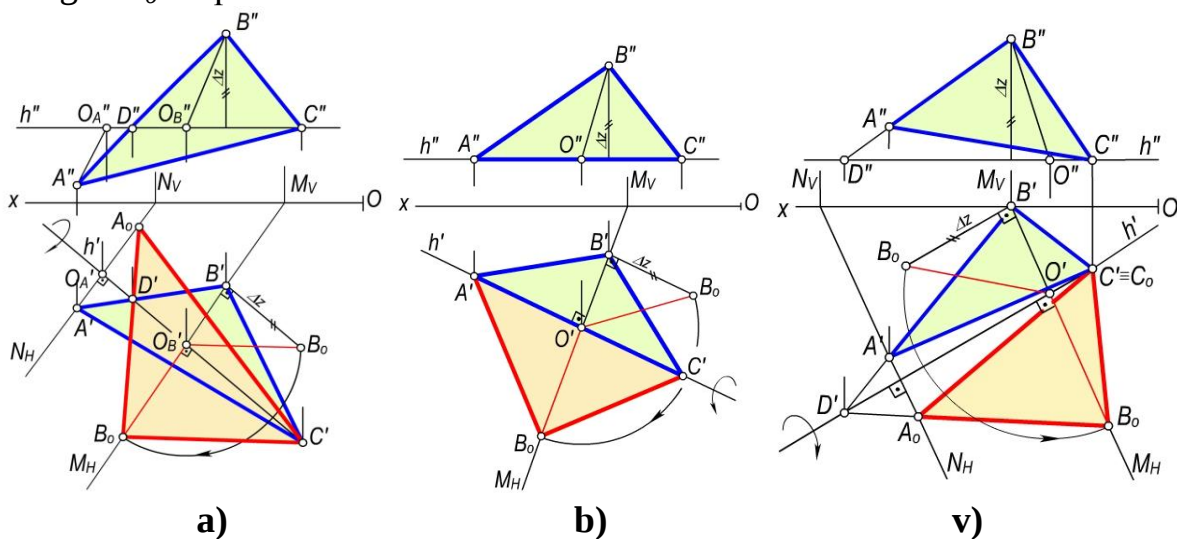


153-rasm.

2-masala. Umumiy vaziyatdagi ΔABC ($\Delta A'B'C'$, $\Delta A''B''C''$) ning haqiqiy o'lchami aniqlansin.

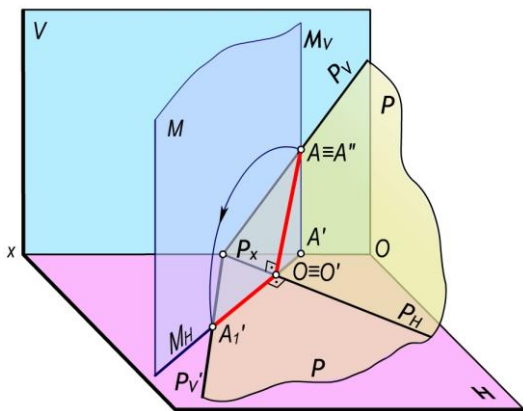
Yechish. Uchburchak gorizontali $h(h', h'')$ o'tkaziladi. ΔABC ning haqiqiy o'lchamini aniqlash uchun uning $B(B', B'')$ va $C(C', C'')$ uchlari aylantirish radiuslarining haqiqiy o'lchamlari aniqlanadi.

Chizmada B nuqtaning aylantirish radiusini aniqlash uchun uning $O'B'$ va $O''B''$ proyeksiyalaridan foydalanib, to'g'ri burchakli $\Delta O'_o B'B'_o$ ni yasaymiz. Bu uchburchakning $O'B'_o$ gipotenuzasi B nuqtaning aylantirish radiusi bo'ladi. B nuqtaning yangi vaziyati aylantirish markazining gorizontaal proyeksiyasi O' dan radiusi $O'B'_o$ ga teng qilib o'tkazilgan yoyning harakat tekisligining M_H izi bilan kesishgan B_o nuqtasi bo'ladi.



154-rasm.

Uchburchakning S va D nuqtalari aylanish o'qiga tegishli bo'lgani uchun ularning fazoviy vaziyatlari o'zgarmaydi. Uchburchak A nuqtasi aylantirish radiusining haqiqiy o'lchamini ham B nuqta aylantirish radiusining haqiqiy



155-rasm.

o'lchamini topish kabi aniqlash mumkin. Ammo uchburchakning A nuqtasi h o'qi atrofida B nuqta kabi harakatlenganda $N(N_H)$ tekislikka va uchburchakning AB tomoniga tegishli bo'lib qoladi. Uchburchakning AB tomoni esa qo'zg'almas D nuqtadan o'tadi. Shuning uchun chizmada A nuqtaning yangi vaziyatini aniqlash uchun B_0 va D' nuqtalar o'zaro tutashtiriladi va A' nuqtadan $C'D'$ ga tushirilgan perpendikulyar bilan kesishguncha davom ettirilib, A_0 nuqta topiladi. Agar A_0 , B_0 va C' nuqtalar

o'zaro tutashtirilsa, uchburchakning haqiqiy kattaligi hosil bo'ladi.

Agar uchburchakning biror tomoni (masalan, AC) gorizontal vaziyatda berilgan bo'lsa, masala 154,b-rasmda ko'rsatilgan kabi yechiladi.

154,v-rasmda aylanish o'qi gorizontal bo'lib, uchburchak konturidan tashqarida C nuqta orqali o'tkazilgan. Bu holda uchburchakning haqiqiy kattaligi uning gorizontal proyeksiyasi bilan ustma-ust tushmaydi, natijada, masalaning yechimi yaqqolroq bo'ladi.⁵

Ustma-ust qo'yish (jipslashtirish) usullari to'g'risida tushunchalar

Aylanish o'qi sifatida umumiy vaziyatdagi tekislikning gorizontal yoki frontal izlaridan biri qabul qilinadi (155–rasm). Bu holda tekislik biror izi atrofida aylantirilib, proyeksiyalar tekisliklarining biriga jipslashtiriladi. Agar aylanish o'qi sifatida tekislikning gorizontal izi qabul qilinsa, bu tekislikni gorizontal proyeksiyalar tekisligi bilan jipslashtirish mumkin. Shuningdek, tekislikni frontal izi atrofida aylantirib, uni frontal proyeksiyalar tekisligiga jipslashtiriladi.

Tekisliklarni proyeksiyalar tekisligiga jipslashtirish yo'li bilan mazkur tekislikka tegishli bo'lgan tekis shakllarning haqiqiy o'lchamini aniqlash mumkin yoki umumiy vaziyatida berilgan tekislikka tegishli bo'lgan har qanday geometrik masalalarni yechish mumkin.

Nazorat uchun savol va topshiriqlar;

1. Proyeksiyalarni qayta qurishning qanday usullari mavjud?
2. Tekis-parallel harakatlantirish usulining ma'nosi nimadan iborat?
3. Aylantirish usulining ma'nosi nimadan iborat?

⁵ Sh.Murodov va boshqalar "Chizma geometriya" darslik "Iqtisod-moliya".2006 yil, 99-101 betlar

4. Gorizontal (yoki frontal) proyeksiyalovchi o‘q atrofida aylanayotgan nuqtaning proyeksiyalari qanday harakatlanadi?
5. Nuqtaning aylanish radiusi, markazi va aylanish harakat tekisliklari deganda nimalar tushuniladi?
6. Kesmaning haqiqiy uzunligini yasash uchun uni qanday vaziyatga kelguncha aylantirish kerak.?
7. Uchburchakni gorizontal (yoki frontal) proyeksiyalovchi holga keltirish uchun uni qaysi o‘q atrofida aylantirish kerak?
8. Izlari bilan berilgan tekislikni aylantirib frontal proyeksiyalovchi holga keltirish uchun nima qilish kerak?
9. Tekislikni izlari atrofida aylantirishdan ko‘zlangan maqsad nima?
10. Proyeksiyalar tekisliklarni almashtirish usulining mohiyati nimadan iborat?