

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS
TA'LIM VAZIRLIGI**

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI

Fizika –matematika fakulteti

5130100- “Matematika” kafedrası

MUZAFFAROV DILSHOD

**“Lokal bo`lmagan potentsiyalga ega model operator uchun Faddeyev va
Vaynberk tenglamalari” mavzusida**

5130100-“Matematika” ta’lim yo’nalishi bo’yicha bakalavr
darajasini olish uchun

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

**“Ish ko’rildi va himoya qilishga
ruxsat berildi”**

**Ilmiy rahbar _____ dots. T.H.Rasulov
“ _____ ” _____ 2019 y.**

**Kafedra mudiri
_____ dots.N.H.Mamatova
“ _____ ” _____ 2019 y.**

**Taqrizchi _____ dots. Teshayev N
“ _____ ” _____ 2019 y.**

**“Himoya qilishga ruxsat berildi”
Fakultet dekani _____ M.I.Daminov
“ _____ ” _____ 2019 y.**

Buxoro-2019

Mundarija.

Kirish.....3

I BOB. Lokal bo'lmagan potensialga ega model operator uchun Faddeyev tenglamasi.

I.1. Lokal bo'lmagan potensialga ega model operatorlar chiziqli, chegaralangan va o'z-o'ziga qo'shma operator sifatida.....11

I.2. Model operatorlar uchun Faddeyev tenglamasi va uning simmetrik varianti.....	19
I.3. Faddeyev tenglamasining tadbiqlari.....	27
I bob xulosasi.	
II BOB Lokal bo'lmagan potensialga ega model operator uchun Vaynberg tenglamasi.	
II.1. Model operatorlar uchun Vaynberg tenglamasi.....	45
II.2. Vaynbergn tenglamasining tadbiqlari.....	49
II bob xulosasi.	
Xotima.....	53
Foydalanilgan adabiyotlar.....	54

Kirish.

Biz uchun dolzarbligi va ahamiyatini
yo`qotmaydigan masala bu – farzand-
larimizni mustaqil fikrli, bilim va
hayotiy pozitsiyaga ega chinakam va-

tanparvar insonlar etib tarbiyalash
vazifasidir.

SH. M. MIRZIYOYEV

Prezidentimiz Shavkat Mirziyoyev 2019-yilga “Faol investitsiyalar va ijtimoiy rivojlanish yili” deb nom berdilar va joriy yilda amalga oshiriladigan ishlar rejasi belgilab berildi.

O‘zbekiston Respublikasi prezidenti “2017-2021 yillarda O‘zbekiston Respublikasini rivojlantirishning beshta ustuvor yo‘nalishi bo‘yicha Harakatlar strategiyasini “Faol investitsiyalar va ijtimoiy rivojlanish yili”da amalga oshirishga oid Davlat dasturi to‘g‘risida”gi farmonni imzoladi. Farmon bilan umumiy qiymati 16,9 trillion so‘m va 8,1 milliard AQSh dollariga teng loyihalarni amalga oshirishni nazarda tutuvchi hamda quyidagilarga qaratilgan 2017-2021 yillarda O‘zbekiston Respublikasini rivojlantirishning beshta ustuvor yo‘nalishi bo‘yicha Harakatlar strategiyasini “Faol investitsiyalar va ijtimoiy rivojlanish yili”da amalga oshirishga oid davlat dasturi tasdiqlandi:

davlat va jamiyat qurilishi tizimini takomillashtirish sohasida – parlamentning muhim qarorlar qabul qilish va qonunlar ijrosini nazorat etish faoliyatini kuchaytirish, ijro etuvchi hokimiyat tizimini optimallashtirish, ma'muriy islohotlarni davom ettirish, davlat boshqaruvida zamonaviy menejment uslublarini keng qo‘llash, davlat xizmatlarini rivojlantirish, davlat xizmatiga malakali mutaxassislarni jalb etishga qaratilgan yagona kadrlar siyosatini shakllantirish, mahalliy davlat hokimiyati organlarining vakolat va mas'uliyatini qayta ko‘rib chiqish, ularning mustaqilligini oshirish;

qonun ustuvorligini ta'minlash va sud-huquq tizimini yanada isloh qilish sohasida – sud hokimiyatining haqiqiy mustaqilligiga erishish, aholi tinchligi, xavfsizligini va qonuniyligni ta'minlash, jinoyatchilikning barvaqt oldini olish bo‘yicha zarur choralar ko‘rish, jinoyat qonunchiligini takomillashtirish va liberallashtirish;

iqtisodiyotni rivojlantirish va investitsiyalarni faol jalb etish sohasida – makroiqtisodiy barqarorlikni ta'minlash, sogʻlom raqobat uchun zarur sharoitlarni yaratish, ishbilarmonlik va investitsiya muhitini tubdan yaxshilash, iqtisodiyotda davlat ishtirokini jiddiy ravishda kamaytirish, yuqori iqtisodiy oʻsish sur'atlarini saqlab qolish, “xufiyona” iqtisodiyotga qarshi kurashish va uning ulushini keskin qisqartirish, valyuta siyosatini erkinlashtirishni davom ettirish;

ijtimoiy rivojlanish sohasida – aholi oʻrtasida ishsizlikni kamaytirish, odamlarning daromadlarini oshirish, fan va uzluksiz ta'limni rivojlantirish, tibbiy xizmatlar sifatini yaxshilash va ular bilan aholini qamrab olishni kengaytirish, xotin-qizlar va yoshlarni ijtimoiy qoʻllab-quvvatlashni kuchaytirish, odamlarning turmush sharoitlarini yaxshilash, ularni munosib turar joy bilan ta'minlash va farovonligini oshirish, jamiyatda sogʻlom turmush tarzini qaror toptirish, jismoniy tarbiya va sportni yanada ommalashtirish, turizmni rivojlantirish;

xavfsizlik, millatlararo totuvlik va diniy bagʻrikenglikni ta'minlash, shuningdek, tashqi siyosat sohasida – mamlakatimiz mudofaa qudratini oshirish, Oʻzbekiston Respublikasi Qurolli Kuchlarining salohiyatini mustahkamlash, milliy mudofaa sanoati kompleksini shakllantirish, ekologik xavfsizlikni ta'minlash, suv va boshqa tabiiy resurslardan oqilona foydalanish, ochiqlik, oʻzaro teng va manfaatli hamkorlik tamoyillariga asoslangan tashqi siyosiy faoliyat samaradorligini yanada oshirish.

Oʻzbekiston Respublikasi Prezidenti Shavkat Mirziyoyev raisligida 2019-yil 19-mart kuni yoshlarga eʼtiborni kuchaytirish, ularni maʼdaniyat, sanʼat, jismoniy tarbiya va sportga keng jalb etish, ularga axborot texnologiyalaridan foydalanish koʻnikmalarini singdirish, yoshlar oʻrtasida kitobxonlikni targʻib qilish, xotin-qizlar bandligini oshirish masalalariga bagʻishlangan video selektor yigʻilishi oʻtkazildi. Mamlakatimiz aholisining 30 foizini 14 yoshdan 30 yoshgacha boʻlgan yigit-qizlar tashkil etadi. Ularning taʼlim olishi, kasb-hunar egallashi uchun keng sharoit yaratilgan. Shu bilan birga, yoshlarning boʻsh vaqtlarini mazmunli

o`tkazishni tashkil etish dolzarb masala hisoblanadi. Yoshlar qanchalik ma`naviy barkamol bo`lsa, turli yot illatlarga qarshi immuniteti ham shunchalik kuchli bo`ladi. Ma`lumki davlatimiz rahbari ijtimoiy, ma`naviy-ma`rifiy sohalardagi ishlarni yangi tizim asosida yo`lga qo`yish bo`yicha 5 ta muhim tashabbusni ilgari surgan edi.

Birinchi tashabbus — yoshlarning musiqa, rassomlik, adabiyot, teatr va san`atning boshqa turlariga qiziqishlarini oshirishga, iste`dodini yuzaga chiqarishga xizmat qiladi.

Ikkinchi tashabbus — yoshlarni jismoniy chiniqtirish, sport sohasida qobiliyatini namoyon qilishlari uchun zarur sharoitlar yaratishga yo`naltirilgan.

Uchinchi tashabbus — aholi va yoshlar o`rtasida kompyuter texnologiyalari va internetdan samarali foydalanishni tashkil etishga qaratilgan.

To`rtinchi tashabbus — yoshlar ma`naviyatini yuksaltirish, ular o`rtasida kitobxonlikni keng targ`ib qilish bo`yicha tizimli ishlarni tashkil etishga yo`naltirilgan.

Beshinchi tashabbus — xotin-qizlarni ish bilan ta`minlash masalalarini nazarda tutadi.

Ana shu ezgu g`oya Prezidentimizning Sirdaryo viloyatiga tashrifi chog`ida boshlanib, qisqa vaqtda ulkan ishlar amalga oshirildi. Sirdaryo viloyatidagi tuman va shaharlar kutubxonalariga 300 ming nusxada badiiy adabiyotlar yetkazib berildi. Musiqa va san`at maktablari cholg`u asboblari, sport obyektlari jihozlar bilan ta`minlandi. Bu ishlar Namangan viloyatida ham davom ettirilib, “Ma`rifat karvoni” tashkil etildi. Yoshlar uchun 25 ming dona kitob, 80 turdagi sport jihozlari va musiqa asboblari yetkazib berildi. Bir so`z bilan aytganda, ushbu 5 ta tashabbus xalqimiz, ayniqsa, yoshlarimiz tomonidan kata qiziqish bilan kutib

olindi. Maʼdaniyat vazirligi va Xalq taʼlimi vazirligiga hokimliklar bilan birgalikda tuman (shahar) maʼdaniyat markazlari va umumtaʼlim maktablarida yoshlarning qiziqishlaridan kelib chiqib, qoʻshimcha 1,5 mingta toʻgʻarak tashkil etish vazifasi qoʻyildi. Musiqa va sanʼat sohasida oliy maʼlumotli kadrlarni koʻpaytirish masalasiga ham eʼtibor qaratildi. Mamlakatimizda 12 mingdan ziyod sport inshootlari borligi, lekin yoshlarni jismoniy tarbiya va ommaviy sportga qamrab olish darajasi yetarli emasligi qayd etildi. Axborot texnologiyalari va kommunikatsiyalarini rivojlantirish vazirligiga ilgʻor xalqaro tajribalar asosida barcha shahar va tuman markazlarida Raqamli texnologiyalar oʻquv markazlarini tashkil etish boʻyicha topshiriq berildi. Bu markazlarda elektron tijorat va dasturlash bepul oʻrgatiladi, axborot texnologiyalari sohasida tadbirkorlik bilan shugʻullanish boʻyicha innovatsion koʻnikmalar beriladi, “startap” loyihalariga yordam koʻrsatiladi. Yoshlarda bolalik chogʻidan kitobga mehr uygʻotish, mustaqil fikr va keng dunyoqarashni shakllantirish ularning hayot yoʻllarida mustahkam zamin boʻladi. Axborot va ommaviy kommunikatsiyalar agentligiga barcha shahar va tumanlarda koʻchma kitob pavilyonlarini joylashtirish, Qoraqalpogʻiston Respublikasi va barcha viloyatlarda “Bibliobus”larni yoʻlga qoʻyish orqali qishloq va ovullar aholisiga kutubxona xizmati koʻrsatish vazifasi qoʻyildi.

Yigʻilishda xotin-qizlarni ish bilan taʼminlash masalalari ham muhokama qilindi. Shu maqsadda 2019-2020 – yillarda barcha tumanlarda sendvich panellardan 195 ta tikuv – tirikotaj korxonalarini qurish belgilangan. Ularni qurish uchun aholi zich yashaydigan, mehnat resurslari koʻp joylar tanlab olingan. Bu korxonalarni tashkil etish natijasida xotin-qizlar uchun 24 mingdan ortiq doimiy ish oʻrni yaratish koʻzda tutilgan.

Prezidentimiz va Vazirlar Mahkamasining oliy taʼlim tizimini isloh qilish, kadrlar tayyorlash jarayonini yanada jadallashtirish boiyicha qarorlari va “yoʻl xaritasi” tasdiqlangan. Mazkur hujjatlar ijrosi doirasida oliy taʼlim muassasalarining yirik ishlab chiqarish korxonalari, davlat tashkilotlari, tadbirkorlik subyektlari, ilmiy-tadqiqot institutlari va markazlari bilan hamkorligi

yo'lga qo'yildi. Natijada tashkilot va korxonalarning 4 mingdan ortiq malakali amaliyotchi-mutaxassislari oliy o'quv yurtlarining ta'lim jarayoniga jalb etilgan.

Shuningdek, keyingi 2 yil davomidagi xalqaro hamkorlik natijasida mamlakatimizda yangi oliy ta'lim muassasalari faoliyati yo'lga qo'yildi, 30 dan ortiq o'quv yurtida xorijiy oliy ta'lim muassasalari bilan hamkorlikda kadrlar tayyorlanmoqda.

Oliy ta'lim tizimini zamonaviy usullar yordamida samarali boshqarish, sohada moddiy-texnik bazani kuchaytirish, o'quv-metodik ishlarni takomillashtirish bo'yicha jiddiy choralar ko'rishimiz zarur. Iqtisodiyot tarmoqlarining real ehtiyojidan kelib chiqib, oliy ta'lim tizimini rivojlantirishning strategiyasini belgilash, davlat ta'lim standartlari va malaka talablarini qayta ishlab chiqish, talabalarning malakaviy amaliyotini samarali tashkil etish lozim, dedi Prezident.

Uchrashuvda pedagog kadrlar malakasini oshirish va ularni tabaqalashtirgan holda rag'ibatlantirish tizimini joriy etish haqida ham so'z yuritildi. Oliy ta'lim vazirligi magistratura talabalarini Fanlar akademiyasining mos yo'alishdagi ilmiy-tadqiqot institutlarida stajirovka olishini yo'lga qo'yish, tabiiy fanlar va muhandislik yo'nalishlaridagi magistratura talabalarini byudjet hisobidan davlat buyurtmasi asosida tayyorlashni yolg'a qo'yish zarurligi ta'kidlandi.

Oliy ta'lim muassasalari talabalari o'rtasida o'tkaziladigan fan olimpiadalari tizimini takomillashtirish, g'oliblarni munosib taqdirlash va rag'batlantirish, xususan, mamlakat miqyosidagi g'oliblarni tegishli mutaxassisliklar bo'yicha magistraturaga, xalqaro olimpiada g'oliblarini esa keyinchalik doktoranturaga ham sinovsiz qabul qilish choralarini ko'rish belgilandi. Moliyaviy barqaror oliy o'quv yurtlarini o'zini-o'zi moliyalashtirish tizimiga bosqichma-bosqich olkazish lozimligi qayd etildi.

Shavkat Mirziyoyev olim va pedagoglarning ijtimoiy sharoitlarini yaxshilash masalalariga alohida e'tibor qaratdi.

Uchrashuvda akademiklar, oliy o'quv yurtlari rektorlari va talaba yoshlar so'zga chiqib, ta'lim tizimida amalga oshirilayotgan islohotlar, mavjud

muammolar va ularni bartaraf etish yuzasidan fikr-mulohazalarini bildirdi.

Bitiruv malakaviy ishining dolzarbligi : Zamonaviy matematik fizikaning bir qator masalalari panjaradagi lokal bo'lmagan potensialga ega 3 zarrachali model operatorlar uchun Faddeyev va Vaynberg tenglamalarini o'rganish masalasiga keltiriladi. Bunday tenglamalar odatda uch zarrachali model operatorlarning muhim spektrini joylashish o'rnini o'rganishda, diskret spektrining chekli yoki cheksiz ekanligini o'rganishda hamda diskret spektr uchun asimtotik formula topishda keng tadbiquga ega. Shu sababli maskur bitiruv ishida o'rganilgan mavzu dolzarb hisoblanadi.

Bitiruv malakaviy ishining maqsadi : Bitiruv malakaviy ishining asosiy maqsadi panjaradagi lokal bo'lmagan potensialga ega 3 zarrachali model operatorni $[a; b]^2$ da aniqlangan kvadrati bilan integrallanuvchi funksiyalarning Gilbert fazosida chiziqli chegaralangan va o'z-o'ziga qo'shma operator sifatida aniqlash, uning xos funksiyasiga mos Faddeyev va Vaynberg tenglamalarini qurish. Qurilgan tenglamalar yordamida hal qilinadigan masalalarni tadqiq qilish.

Bitiruv malakaviy ishining vazifalari : Ishning asosiy vazifalari quyidagilardan iborat :

- 1) Lokal bo'lmagan potensialga ega 3 zarrachali model operatorlarni chiziqlilik, chegaralanganlikka va o'z-o'ziga qo'shmalikka tekshirish.
- 2) Qaralayotgan model operatorlar xos funksiyalar uchun Faddeyev tenglamasi va uning simmetrik variantini qurish.
- 3) Vaynberg tenglamasini qurish va uning tadbiqlarini o'rganish.

Bitiruv malakaviy ishining o'rganilganlik darajasi : Bitiruv malakaviy ishi to'liq o'rganilgan, unda olingan barcha natijalar qat'iy matematik isbotlangan.

Bitiruv malakaviy ishining obyekti : $L_2[a, b]^2$ Gilbert fazosi, uch zarrachali model operator, Faddeyev tenglamasi, Vaynberg tenglamasi, muhim spektr, diskret

spektr.

Bitiruv malakaviy ishining predmeti : Matematik analiz, chiziqli algebra, funksional analiz va kompleks analiz elementlari.

Bitiruv malakaviy ishining ilmiyligi farazi : Ish referativ xarakterga ega bo'lib, 3 zarrachali model operator spektri ikki zarrachali model operator spektri yordamida o'rganish g'oyasi ilgari surilgan.

Bitiruv malakaviy ishining amaliy ahamiyati : Bitiruv malakaviy ishida keltirilgan ma'lumotlardan bakalavriatning 3-,4-bosqich talabalarini funksional analiz, funksional analizning tanlangan boblari fanlarini, magistraturaning matematika mutaxassisligi bo'yicha magistrnlarni „o'z-o'ziga qo'shma operatorlar“, „operatorli matritsalarining spektrial nazariyasi“ fanlarini o'qitishda o'quv uslubiy qo'llanma sifatida foydalanish mumkin. Bundan tashqari undan operatorlar spektrial nazariyasi bo'yicha ilmiy tadqiqot ishlari olib borayotgan iqtidorli talabalar, magistrlar, yosh olimlar foydalanishlari mumkin.

Bitiruv malakaviy ishidan olingan asosiy natijalar: Bitiruv malakaviy ishida quyidagi asosiy natijalar olingan:

- 1) Uch zarrachali model operator xos funksiyalari uchun Faddeyev tenglamasi va uning simmetrik variant qurilgan;
- 2) Faddeyev tenglamasida paydo bo'ladigan operator va uch zarrachali model operator xos qiymatlari va ularning karraliklari orasidagi bog'lanish topilgan;
- 3) Yoyiluvchan operator spektri haqidagi teorema yordamida ikki zarrachali model operator spektridan foydalanib muhim spektr tavsiflangan;
- 4) Uch zarrachali model operator xos funksiyalariga mos Vaynberg tenglamasi qurilgan;

- 5) Vaynberg tenglamasi yordamida uch zarrachali model operator diskret spektrining chekli bo'lishini isbotlash mumkinligi asoslangan.

Bitiruv malakaviy ishining metodlari: Bitiruv malakaviy ishida olingan natijalarni isbotlashda funksional analiz va kompleks analiz usullaridan foydalaniladi.

Bitiruv malakaviy ishining tuzilishi va hajmi. Mazkur Bitiruv malakaviy ishi kirish, 2 ta bob, 5 ta reja, xotima va foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan tashkil topgan bo'lib, ishning hajmi sahifadan iborat. Bunda ta teorema, ta lemma, va ta adabiyotlardan foydalanilgan.

I BOB. Lokal bo'lmagan potensialga ega model operator uchun Faddeyev tenglamasi.

1.1-§ Lokal bo'lmagan potensialga ega model operatorlar chiziqli, chegaralangan va o'z-o'ziga qo'shma operator sifatida.

1.1.1-ta'rif. X fazodan olingan har bir x elementga Y fazoning yagona y elementini mos qo'yuvchi

$$Ax = y \quad (x \in X, y \in Y) \quad (1.1.1)$$

akslantirish operator deyiladi.

Umuman A operator X ning hamma yerida aniqlangan bo'lishi shart emas. Bu holda Ax mavjud va $Ax \in Y$ bo'lgan barcha $x \in X$ lar to'plami A operatorning aniqlanish sohasi deyiladi va $D(A)$ bilan belgilanadi, ya'ni:

$$D(A) = \{ \exists x \in X : Ax \text{ mavjud va } Ax \in Y \}. \quad (1.1.2)$$

$L_2([a; b]^2)$ - bilan $[a; b]^2$ da aniqlangan kvadrati bilan integrallanuvchi funksiyalarning Gilbert fazosini belgilaymiz. $L_2([a; b]^2)$ fazoda aniqlangan quyidagi

$$A: L_2([a; b]^2) \rightarrow L_2([a; b]^2) \quad (1.1.3)$$

$$(Af)(x, y) = U(x, y)f(x, y) - v_1(x) \int_a^b v_1(t)f(t, y)dt - v_2(y) \int_a^b v_2(t)f(x, t)dt$$

operatorni qaraymiz. Bunda $U(x, y)$ -haqiqiy qiymatli uzluksiz funksiyalar.

$v_1(x), v_2(x)$ – haqiqiy qiymatli uzluksiz funksiyalar.

Bu operatorni quyidagi shartlarga tekshirib ko'raylik.

1. A - chiziqli operator
2. A - chegaralangan operator
3. A - o'z-o'ziga qo'shma operator

Dastlab A operatorni chiziqlilikka tekshirib ko'ramiz.

1.1.2-ta'rif. Agar ixtiyoriy $x, y \in D(A) \subset X$ elementlar va ixtiyoriy $\alpha, \beta \in C$ sonlar uchun

$$A(\alpha x + \beta y) = \alpha Ax + \beta Ay \quad (1.1.4)$$

tenglik o'rinli bo'lsa, A ga chiziqli operator deyiladi.

A operator ta'rifdagi shartni bajarishini ko'rsatamiz:

$$\begin{aligned}
A(af + bg)(x, y) &= U(x, y)(af + bg) - v_1(x) \int_a^b v_1(t)(af + bg) dt - \\
&- v_2(y) \int_a^b v_2(t)(af + bg) dt = aU(x, y)f(x, y) - v_1(x)a \int_a^b v_1(t)f(t, y) dt - \\
&- v_2(y)a \int_a^b v_2(t)f(x, t) dt + bU(x, y)g(x, y) - v_1(x)b \int_a^b v_1(t)g(t, y) dt - \\
&- v_2(y)b \int_a^b v_2(t)g(x, t) dt = aAf(x, y) + bAg(x, y)
\end{aligned}$$

bundan ko'rinadiki A chiziqli operator ekan.

Endi A operatorni chegaralanganlikka tekshirib ko'ramiz:

1.1.3-ta'rif. Bizga X normalangan fazoning M to'plami berilgan bo'lsin. Agar shunday $C > 0$ son mavjud bo'lib, barcha $x \in M$ uchun $\|x\| \leq C$ tengsizlik o'rinli bo'lsa, M to'plam chegaralangan deyiladi.

1.1.4-ta'rif. X fazoni Y fazoga akslantiruvchi A chiziqli operator berilgan bo'lsin. Agar A ning aniqlanish sohasi $D(A) = X$ bo'lib, har qanday chegaralangan to'plamni yana chegaralangan to'plamga akslantirsa, A ga chegaralangan operator deyiladi.

Chiziqli operatorning chegaralanganligini tekshirish uchun quyidagi ta'rif qulaydir.

1.1.5-ta'rif. $A: X \rightarrow Y$ chiziqli operator bo'lsin. Agar shunday $C > 0$ son mavjud bo'lib, ixtiyoriy $x \in D(A)$ uchun

$$\|Ax\| \leq C \cdot \|x\| \quad (1.1.5)$$

tengsizlik bajarilsa, A chegaralangan operator deyiladi.

1.1.6-ta’rif. (1.1.5) tengsizlikni qanoatlantiruvchi C sonlar to‘plamining aniq quyi chegarasi A operatorning normasi deyiladi, va u $\|A\|$ bilan belgilanadi, ya’ni

$$\|A\| = \inf C.$$

Bu ta’rifdan ixtiyoriy $x \in D(A)$ uchun

$$\|Ax\| \leq \|A\| \cdot \|x\|$$

tengsizlik o‘rinli ekanligi kelib chiqadi.

1.1.1-teorema. X normalangan fazoni Y normalangan fazoga akslantiruvchi chiziqli chegaralangan A operatorning normasi $\|A\|$ uchun

$$\|A\| = \sup_{\|x\|=1} \|Ax\| = \sup_{x \neq \theta} \frac{\|Ax\|}{\|x\|} \quad (1.1.6)$$

tenglik o‘rinli.

Isbot. Quyidagicha belgilash kiritamiz

$$\alpha = \sup_{x \neq \theta} \frac{\|Ax\|}{\|x\|}. \quad (1.1.7)$$

A chiziqli operator bo‘lgani uchun

$$\alpha = \sup_{x \neq \theta} \frac{\|Ax\|}{\|x\|} = \sup_{x \neq \theta} \left\| A \frac{x}{\|x\|} \right\| = \sup_{\|x\|=1} \|Ax\|.$$

Ixtiyoriy $x \neq 0$ uchun

$$\frac{\|Ax\|}{\|x\|} \leq \alpha.$$

Demak, ixtiyoriy $x \in X$ uchun $\|Ax\| \leq \alpha \|x\|$. Bundan esa

$$\|A\| \leq \alpha. \quad (1.1.8)$$

Aniq yuqori chegara ta'rifiga ko'ra, ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son uchun, shunday $x_\varepsilon \neq \theta$ element mavjudki,

$$\alpha - \varepsilon \leq \frac{\|Ax_\varepsilon\|}{\|x_\varepsilon\|} \leq \|A\|$$

tengsizlik bajariladi. Bu yerdan $\varepsilon > 0$ ixtiyoriy bo'lgani uchun,

$$\alpha \leq \|A\|. \quad (1.1.9)$$

(1.1.8) va (1.1.9) lardan $\|A\| = \alpha$ tenglik kelib chiqadi. Δ

1.1.1-tasdiq. Chiziqli chegaralangan A operator uchun

$$\sup_{\|x\|=1} \|Ax\| = \sup_{\|x\| \leq 1} \|Ax\|$$

tenglik o'rinli.

X chiziqli normalangan fazoni Y chiziqli normalangan fazoga akslantiruvchi chiziqli chegaralangan operatorlar to'plamini $L(X, Y)$ bilan belgilaymiz. Xususan $X = Y$ bo'lsa $L(X, X) = L(X)$.

1.1.1-natija. Ixtiyoriy $A \in L(X, Y)$ va $x \in D(A)$, $\|x\| = 1$ uchun

$$\|Ax\| \leq \|A\| \quad (1.1.10)$$

tengsizlik o'rinli.

(1.1.10) tengsizlikning isboti (1.1.5) tengsizlikdan bevosita kelib chiqadi.

A operator chegaralanganlik shartini bajarishini tekshirib ko'ramiz.

$L_2([a; b]^2)$ -fazoda norma quyidagicha aniqlangan $\|x\|_2 = \sqrt{\int_a^b \|x(t)\|^2 dt}$.

$$\begin{aligned}
||Af||^2 &= \iint_a^b |U(x,y)f(x,y) - v_1(x) \int_a^b v_1(t)f(t,y)dt - \\
&- v_2(y) \int_a^b v_2(t)f(x,t)dt|^2 dx dy \leq 3(| \iint_a^b U(x,y)f(x,y) dx dy |^2 + \\
&+ | \iint_a^b v_1(x) (\int_a^b v_1(t)f(t,y)dt) dx dy |^2 + \\
&+ | \iint_a^b v_2(y) \left(\int_a^b v_2(t)f(x,t)dt \right) dx dy |^2) \leq \\
&\leq 3 \left[\iint_a^b |U(x,y)| \cdot |f(x,y)| dx dy \right]^2 + 3 \iint_a^b |v_1(x) \int_a^b v_1(t)f(t,y)dt|^2 dx dy + \\
&+ \iint_a^b |v_2(y) \int_a^b v_2(t)f(x,t)dt|^2 dx dy
\end{aligned}$$

Ushbu ifodalarni soddalashtirish uchun Koshi - Bunyakovskiyning

$$\left(\int_a^b x(t) \cdot y(t) dt \right)^2 \leq \int_a^b x^2(t) dt \cdot \int_a^b y^2(t) dt \quad (1.1.11)$$

integral tengsizligidan foydalanamiz. (Koshi – Bunyakovskiy tengsizligi esa osongina tekshirish mumkin bo‘lgan

$$\begin{aligned}
\left(\int_a^b x(t) \cdot y(t) dt \right)^2 &= \int_a^b x^2(t) dt \cdot \int_a^b y^2(t) dt - \frac{1}{2} \int_a^b \int_a^b [x(s)y(t) - y(s)x(t)]^2 ds dt \text{ ayniyatga asoslangan.)} \\
&\leq 3 \cdot \max\{U(x,y)\} \cdot ||f||^2 + 3 \cdot \int_a^b |v_1(x)|^2 dx \cdot \iint_a^b |v_1(t) \cdot f(t,y)|^2 dy +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 3 \cdot \int_a^b |v_2(y)|^2 dy \cdot \iint_a^b |v_2(t) \cdot f(x, t)|^2 dx \leq 3 \cdot \max\{U(x, y)\} \cdot \|f\|^2 + \\
& + 3 \cdot \int_a^b |v_1(x)|^2 dx \cdot \int_a^b |v_1(t)|^2 dt \cdot \iint_a^b |f(t, y)|^2 dt dy + \\
& + 3 \cdot \int_a^b |v_2(y)|^2 dy \cdot \int_a^b |v_2(t)|^2 dt \cdot \iint_a^b |f(x, t)|^2 dx dt = \\
& 3 \cdot \max\{U(x, y)\} \cdot \|f\|^2 + 3 \cdot \|v\|^2 \cdot \|v\|^2 \cdot \|f\|^2 + 3 \cdot \|v\|^2 \cdot \|v\|^2 \cdot \|f\|^2 = \\
& = (3 \cdot \max\{U(x, y)\} + 6 \cdot \|v\|^4) \cdot \|f\|^2
\end{aligned}$$

Yuqoridagilardan $\|Af\| \leq \sqrt{3 \cdot \max\{U(x, y)\} + 6 \cdot \|v\|^4} \cdot \|f\|$ kelib chiqadi.

Demak **A** chegaralangan operator ekan.

Endi **A** operatorni o'z-o'ziga qo'shma operatorlik shartiga tekshirib ko'ramiz.

1.1.7-ta'rif. H Hilbert fazosi va $A \in L(H)$ operator berilgan bo'lsin. Agar biror $A^* : H \rightarrow H$ operator va ixtiyoriy $x, y \in H$ lar uchun

$$(Ax, y) = (x, A^*y) \quad (1.1.12)$$

tenglik o'rinli bo'lsa, A^* operator A ga qo'shma operator deyiladi.

Hilbert fazosi holida A va A^* operatorlar aynan bitta fazoda aniqlangani uchun, ba'zan $A = A^*$ tenglik ham o'rinli bo'lishi mumkin.

1.1.8-ta'rif. Agar $A = A^*$ bo'lsa, ya'ni ixtiyoriy $x, y \in H$ uchun

$$(Ax, y) = (x, Ay) \quad (1.1.13)$$

tenglik o'rinli bo'lsa, A operator o'z-o'ziga qo'shma operator deyiladi.

A operator o'z-o'ziga qo'shma operator bo'lishi uchun ta'rifdagi tenglikni qanoatlantirishi kerak:

$$\begin{aligned}
 (Af, g) &= \\
 &= \iint_a^b \left[U(x, y) f(x, y) - v_1(x) \int_a^b v_1(t) f(t, y) dt - v_2(y) \int_a^b v_2(t) f(x, t) dt \right] \\
 &\quad \cdot \overline{g(x, y)} dx dy \\
 &= \iint_a^b U(x, y) f(x, y) \overline{g(x, y)} dx dy - \iint_a^b \left(v_1(x) \int_a^b v_1(t) f(t, y) dt \right) \overline{g(x, y)} dx dy \\
 &\quad - \iint_a^b \left(v_2(y) \int_a^b v_2(t) f(x, t) dt \right) \overline{g(x, y)} dx dy \\
 &= \iint_a^b \overline{U(x, y) \cdot g(x, y)} f(x, y) dx dy - \iint_a^b \overline{\left(v_1(x) \int_a^b v_1(s) g(s, y) ds \right)} f(x, y) dx dy \\
 &\quad - \iint_a^b \overline{\left(v_2(y) \int_a^b v_2(s) g(x, s) ds \right)} f(x, y) dx dy \\
 &= \iint_a^b \left[U(x, y) g(x, y) - v_1(x) \int_a^b v_1(s) g(s, y) ds - v_2(y) \int_a^b v_2(s) g(x, s) ds \right] \\
 &\quad \cdot f(x, y) dx dy = (f, Ag)
 \end{aligned}$$

Demak, $(Af, g) = (f, Ag)$ tenglik bajarildi. A operator o'z-o'ziga qo'shma operator ekan.

1.2-§. Model operatorlar uchun Faddeyev tenglamasi va uning simmetrik varianti.

Bizga $L_2([a; b]^2)$ funksiyalar fazosi berilgan. Bu fazoda quyidagi akslantirishni qaraymiz:

$$H: L_2([a; b]^2) \rightarrow L_2([a; b]^2) \quad (1.2.1)$$

$$(Hf)(x, y) = U(x, y)f(x, y) - v_1(x) \int v_1(t)f(t, y)dt - v_2(y) \int v_2(t)f(x, t)dt$$

$Hf = zf$ – xos qiymatga nisbatan tenglama.

$$U(x,y)f(x,y) - v_1(x) \int v_1(t)f(t,y)dt - v_2(y) \int v_2(t)f(x,t)dt = z \cdot f(x,y)$$

$$(U(x,y) - z)f(x,y) - v_1(x) \int v_1(t)f(t,y)dt - v_2(y) \int v_2(t)f(x,t)dt = 0$$

Quyidagicha belgilash kiritamiz:

$$g_1(y) = \int_a^b v_1(t)f(t,y)dt \quad (1.2.2)$$

$$g_2(x) = \int_a^b v_2(t)f(x,t)dt \quad (1.2.3)$$

$$(U(x,y) - z)f(x,y) - v_1(x)g_1(y) - v_2(y)g_2(x) = 0$$

ifodadan $f(x,y)$ ni topib olamiz.

$$f(x,y) = \frac{v_1(x)g_1(y) + v_2(y)g_2(x)}{(U(x,y) - z)}$$

Ushbu ifodani (1.2.2) va (1.2.3) ga qo'yamiz:

$$g_1(y) = \int_a^b v_1(t) \frac{v_1(x)g_1(y) + v_2(y)g_2(x)}{(U(t,y) - z)} dt \quad (1.2.4)$$

$$= g_1(y) \int_a^b \frac{v_1^2(t)}{(U(t,y) - z)} dt + v_2(y) \int_a^b \frac{v_1(t)g_2(t)}{(U(t,y) - z)} dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(1 - \int_a^b \frac{v_1^2(t)dt}{(U(t,y) - z)} \right) \cdot g_1(y) = v_2(y) \int_a^b \frac{v_1(t)g_2(t)}{(U(t,y) - z)} dt$$

$$\left(1 - \int_a^b \frac{v_1^2(t)dt}{(U(t,y) - z)} \right) := \Delta_1(y,z) \quad (1.2.5)$$

deb belgilash kiritamiz. Bu yerda $\Delta_1(y,z) \neq 0$

Xuddi shuningdek:

$$\begin{aligned}
 g_2(x) &= \int_a^b v_2(t) \frac{v_1(x)g_1(t) + v_2(t)g_2(x)}{(U(x,t) - z)} dt \\
 &= v_1(x) \int_a^b \frac{v_2(t)g_1(t)}{(U(x,t) - z)} dt + g_2(x) \int_a^b \frac{v_2^2(t)}{(U(x,t) - z)} dt \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \left(1 - \int_a^b \frac{v_2^2(t)dt}{(U(x,t) - z)} \right) \cdot g_2(x) = v_1(x) \int_a^b \frac{v_2(t)g_1(t)}{(U(x,t) - z)} dt \\
 &\quad \left(1 - \int_a^b \frac{v_2^2(t)dt}{(U(x,t) - z)} \right) := \Delta_2(x, z) \quad (1.2.6)
 \end{aligned}$$

deb belgilash kiritamiz. Bu yerda $\Delta_2(x,z) \neq 0$

U holda,

$$\begin{aligned}
 g_1(y) &= \frac{v_2(y)}{\Delta_1(y,z)} \int_a^b \frac{v_1(t)g_2(t)}{(U(t,y) - z)} dt \\
 g_2(x) &= \frac{v_1(x)}{\Delta_2(x,z)} \int_a^b \frac{v_2(t)g_1(t)}{(U(x,t) - z)} dt
 \end{aligned}$$

bo'ladi.

Bundan:

$$g_1(y) = (T_{12}(z) g_2)(y),$$

$$g_2(x) = (T_{21}(z) g_1)(x),$$

$$T(z) = \begin{pmatrix} 0 & T_{12}(z) \\ T_{21}(z) & 0 \end{pmatrix},$$

deb yozish mumkin.

$$\begin{cases} (T_{12}(z) g_2)(y) = \frac{v_2(y)}{\Delta_1(y, z)} \int_a^b \frac{v_1(t) g_2(t)}{(U(t, y) - z)} dt \\ (T_{21}(z) g_1)(x) = \frac{v_1(x)}{\Delta_2(x, z)} \int_a^b \frac{v_2(t) g_1(t)}{(U(x, t) - z)} dt \end{cases} \quad (1.2.7)$$

Oxirgi (1.2.7) tenglamaga odatdagi Faddeyev tenglamasi deyiladi.

1.2.1-lemma. $z < \min \sigma_{\text{ess}}(H)$ bo'lishi uchun $\forall x \in [a; b], \Delta(x, z) > 0$ bo'lishi zarur va yetarlidir.

Isbot: Bizga $L_2([a; b]^2)$ funksiyalar fazosi berilgan. Bu fazoda quyidagi akslantirishni qaraymiz:

$$H: L_2([a; b]^2) \rightarrow L_2([a; b]^2)$$

$$(Hf)(x, y) = U(x, y)f(x, y) - v_1(x) \int_a^b v_1(t)f(t, y)dt - v_2(y) \int_a^b v_2(t)f(x, t)dt$$

$Hf = zf$ – xos qiymatga nisbatan tenglama.

$$U(x, y)f(x, y) - v_1(x) \int_a^b v_1(t)f(t, y)dt - v_2(y) \int_a^b v_2(t)f(x, t)dt = z \cdot f(x, y)$$

$$(U(x, y) - z)f(x, y) - v_1(x) \int_a^b v_1(t)f(t, y)dt - v_2(y) \int_a^b v_2(t)f(x, t)dt = 0$$

Quyidagicha belgilash kiritamiz:

$$g_1(y) = \int_a^b v_1(t)f(t, y)dt \quad (1.2.8)$$

$$g_2(x) = \int_a^b v_2(t)f(x, t)dt \quad (1.2.9)$$

$$(U(x, y) - z)f(x, y) - v_1(x)g_1(y) - v_2(y)g_2(x) = 0 \quad (1.2.10)$$

(1.2.10) ifodadan $f(x,y)$ ni topib olamiz.

$$f(x,y) = \frac{v_1(x)g_1(y) + v_2(y)g_2(x)}{(U(x,y) - z)} \quad (1.2.11)$$

Ushbu ifodani (1.2.8) va (1.2.9) ga qo'yamiz:

$$\begin{aligned} g_1(y) &= \int_a^b v_1(t) \frac{v_1(x)g_1(y) + v_2(y)g_2(x)}{(U(t,y) - z)} dt \\ &= g_1(y) \int_a^b \frac{v_1^2(t)}{(U(t,y) - z)} dt + v_2(y) \int_a^b \frac{v_1(t)g_2(t)}{(U(t,y) - z)} dt \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(1 - \int_a^b \frac{v_1^2(t)dt}{(U(t,y) - z)} \right) \cdot g_1(y) = v_2(y) \int_a^b \frac{v_1(t)g_2(t)}{(U(t,y) - z)} dt \\ &\quad \left(1 - \int_a^b \frac{v_1^2(t)dt}{(U(t,y) - z)} \right) := \Delta_1(y, z) \end{aligned} \quad (1.2.12)$$

deb belgilash kiritamiz. Bu yerda $\Delta_1(y, z) \neq 0$.

Xuddi shuningdek:

$$\begin{aligned} g_2(x) &= \int_a^b v_2(t) \frac{v_1(x)g_1(t) + v_2(t)g_2(x)}{(U(x,t) - z)} dt = \\ &= v_1(x) \int_a^b \frac{v_2(t)g_1(t)}{(U(x,t) - z)} dt + g_2(x) \int_a^b \frac{v_2^2(t)}{(U(x,t) - z)} dt \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(1 - \int_a^b \frac{v_2^2(t)dt}{(U(x,t) - z)} \right) \cdot g_2(x) = v_1(x) \int_a^b \frac{v_2(t)g_1(t)}{(U(x,t) - z)} dt. \end{aligned} \quad (1.2.13)$$

Agar (1.2.13) tenglikda

$$\left(1 - \int_a^b \frac{v_2^2(t) dt}{(U(x, t) - z)}\right) := \Delta_2(x, z) \quad (1.2.14)$$

deb belgilash kiritamiz. Bu yerda $\Delta_2(x, z) \neq 0$.

U holda

$$g_1(y) = \frac{v_2(y)}{\Delta_1(y, z)} \int_a^b \frac{v_1(t) g_2(t)}{(U(t, y) - z)} dt \quad (1.2.15)$$

$$g_2(x) = \frac{v_1(x)}{\Delta_2(x, z)} \int_a^b \frac{v_2(t) g_1(t)}{(U(x, t) - z)} dt \quad (1.2.16)$$

bo'ladi.

(1.2.15) tenglikdan

$$\Delta_1(y, z) \cdot g_1(y) = v_2(y) \int_a^b \frac{v_1(t) g_2(t)}{(U(t, y) - z)} dt \quad (1.2.17)$$

ifodani hosil qilamiz. Ushbu (1.2.17) ifodada

$$\Delta_1(y, z) = \sqrt{\Delta_1(y, z)} \cdot \sqrt{\Delta_1(y, z)}$$

tenglikdan foydalanib shakl almashtirishlar bajaramiz:

$$\sqrt{\Delta_1(y, z)} \cdot \sqrt{\Delta_1(y, z)} \cdot g_1(y) = v_2(y) \int_a^b \frac{v_1(t) g_2(t)}{(U(t, y) - z)} dt$$

Ushbu tenglikdan

$$\sqrt{\Delta_1(y, z)} \cdot g_1(y) = \frac{v_2(y)}{\sqrt{\Delta_1(y, z)}} \int_a^b \frac{v_1(t) g_2(t)}{(U(t, y) - z)} dt \quad (1.2.18)$$

ekanligi kelib chiqadi. Quyidagicha belgilash kiritamiz:

$$\Psi_1(y) = \sqrt{\Delta_1(y, z)} \cdot g_1(y) \Rightarrow g_1(y) = \frac{\Psi_1(y)}{\sqrt{\Delta_1(y, z)}} \quad (1.2.19)$$

U holda

$$\Psi_1(y) = \frac{v_2(y)}{\sqrt{\Delta_1(y, z)}} \int_a^b \frac{v_1(t)g_2(t)}{(U(t, y) - z)} dt \quad (1.2.20)$$

kelib chiqadi.

Xuddi shuningdek, (1.2.16) tenglikdan

$$\Delta_2(x, z) \cdot g_2(x) = v_1(x) \cdot \int_a^b \frac{v_2(t)g_1(t)}{(U(x, t) - z)} dt \quad (1.2.21)$$

ni hosil qilamiz. Ushbu (1.2.21) ifodada

$$\Delta_2(x, z) = \sqrt{\Delta_2(x, z)} \cdot \sqrt{\Delta_2(x, z)}$$

tenglikdan foydalanib shakl almashtirishlar bajaramiz:

$$\sqrt{\Delta_2(x, z)} \cdot \sqrt{\Delta_2(x, z)} \cdot g_2(x) = v_1(x) \cdot \int_a^b \frac{v_2(t)g_1(t)}{(U(x, t) - z)} dt$$

Ushbu tenglikdan

$$\sqrt{\Delta_2(x, z)} \cdot g_2(x) = \frac{v_1(x)}{\sqrt{\Delta_2(x, z)}} \int_a^b \frac{v_2(t)g_1(t)}{(U(x, t) - z)} dt \quad (1.2.22)$$

ekanligi kelib chiqadi. Quyidagicha belgilash kiritamiz:

$$\Psi_2(x) = \sqrt{\Delta_2(x, z)} \cdot g_2(x) \Rightarrow g_2(x) = \frac{\Psi_2(x)}{\sqrt{\Delta_2(x, z)}} \quad (1.2.23)$$

U holda

$$\Psi_2(x) = \frac{v_1(x)}{\sqrt{\Delta_2(x,z)}} \int_a^b \frac{v_2(t)g_1(t)}{(U(x,t) - z)} dt \quad (1.2.24)$$

kelib chiqadi.

Endi (1.2.23) ni (1.2.20) ga qo'yamiz,

$$\Psi_1(y) = \frac{v_2(y)}{\sqrt{\Delta_1(y,z)}} \int_a^b \frac{v_1(t)\Psi_2(t)}{\sqrt{\Delta_2(t,z)}(U(t,y) - z)} dt.$$

Endi (1.2.19) ni (1.2.24) ga qo'yamiz,

$$\Psi_2(x) = \frac{v_1(x)}{\sqrt{\Delta_2(x,z)}} \int_a^b \frac{v_2(t)\Psi_1(t)}{\sqrt{\Delta_1(t,z)}(U(x,t) - z)} dt$$

$$(\hat{T}_{12}(z) \Psi_2)(y) = \frac{v_2(y)}{\sqrt{\Delta_1(y,z)}} \int_a^b \frac{v_1(t)\Psi_2(t)}{\sqrt{\Delta_2(t,z)}(U(t,y) - z)} dt$$

$$(\hat{T}_{21}(z) \Psi_1)(x) = \frac{v_1(x)}{\sqrt{\Delta_2(x,z)}} \int_a^b \frac{v_2(t)\Psi_1(t)}{\sqrt{\Delta_1(t,z)}(U(x,t) - z)} dt$$

$$\hat{T}(z) = \begin{pmatrix} 0 & \hat{T}_{12}(z) \\ \hat{T}_{21}(z) & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Psi = \hat{T}(z)\Psi \quad (1.2.25)$$

Oxirgi tenglikka simmetriklashtirilgan Faddeyev tenglamasi deyiladi.

1.3-§. Faddeyev tenglamasining tadbiqlari.

$$(Hf)(x,y) = U(x,y)f(x,y) - v_1(x) \int v_1(t)f(t,y)dt - v_2(y) \int v_2(t)f(x,t)dt$$

H operator bilan bir qatorda unga mos keluvchi kanal operatorlar deb ataluvchi,

$$H_\alpha = H_0 - V_\alpha, \alpha = 1,2$$

operatorlarni qaraymiz.

U holda

$$(H_1 f)(x, y) = U(x, y)f(x, y) - v_1(x) \int v_1(t)f(t, y)dt \quad (1.3.1)$$

$$(H_2 f)(x, y) = U(x, y)f(x, y) - v_2(y) \int v_2(t)f(x, t)dt \quad (1.3.2)$$

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$U_1(x, y) := U(x, y), \quad U_2(x, y) := U(y, x). \quad (1.3.3)$$

Endi H_α operatorga mos Fridriks modellari oilasini qaraymiz. Bu oila

$h_\alpha(x)$, $x \in [a; b]$ kabi belgilanib $L_2[a; b]$ Gilbert fazosida

$$h_\alpha(x): h_\alpha^0(x) - v_\alpha$$

formula yordamida ta'sir qiladi. Bunda

$$(H_\alpha^0(x)f_\alpha)(y) = U_\alpha(x, y)f_\alpha(y)$$

$$(v_\alpha f_\alpha)(y) = v_\alpha(y) \int v_\alpha(t)f_\alpha(t)dt$$

Aniqlanishiga ko'ra:

$$(h_1(x)f_1)(y) = U_1(x, y)f_1(y) - v_1(y) \int v_1(t)f_1(t)dt$$

$$(h_2(x)f_2)(y) = U_2(x, y)f_2(y) - v_2(y) \int v_2(t)f_2(t)dt.$$

Endi

$$(H_1 f)(x, y) = U(x, y)f(x, y) - v_1(x) \int v_1(t)f(t, y)dt,$$

$$(H_2 f)(x, y) = U(x, y)f(x, y) - v_2(y) \int v_2(t)f(x, t)dt$$

operatorlarni chiziqlilik, chegaralanganlik va o'z-o'ziga qo'shma operatorlik shartlariga tekshirib ko'raylik.

Bizga ma'lumki H operator chiziqli operator bo'lishi uchun $H(\alpha x + \beta y) = \alpha Hx + \beta Hy$ tenglikni qanoatlantirishi kerak. H_1 va H_2 operatorlar shu tenglikni qanoatlantirishini ko'rsatamiz.

$$\begin{aligned} H_1(af + bg)(x, y) &= U(x, y)(af + bg) - v_1(x) \int_a^b v_1(t) (af + bg) dt = \\ &= aU(x, y)f(x, y) - v_1(x)a \int_a^b v_1(t)f(t, y) dt + \\ &\quad + bU(x, y)g(x, y) - v_1(x)b \int_a^b v_1(t)g(t, y) dt = aH_1f(x, y) + bH_1g(x, y), \end{aligned}$$

bundan ko'rinadiki H_1 chiziqli operator ekan. Xuddi shuningdek,

$$\begin{aligned} H_2(af + bg)(x, y) &= U(x, y)(af + bg) - v_2(y) \int_a^b v_2(t) (af + bg) dt = \\ &= aU(x, y)f(x, y) - v_2(y)a \int_a^b v_2(t) f(x, t) dt + bU(x, y)g(x, y) - \\ &\quad - v_2(y)b \int_a^b v_2(t) g(x, y) dt = aH_2f(x, y) + bH_2g(x, y) \end{aligned}$$

bundan ko'rinadiki H_2 chiziqli operator ekan.

Endi H_1 va H_2 operatorlarni chegaralanganlikka tekshirib ko'ramiz. H operator chegaralangan bo'lishi uchun $\|Hf\| \leq M\|f\|$ tengsizlik bajarilishi kerak.

H_1 va H_2 operatorlar uchun ushbu tengsizlik o'rinli ekanligini ko'rsatamiz. $L_2([a; b]^2)$ -fazoda norma quyidagicha aniqlangan.

$$\|x\|_2 = \sqrt{\int_a^b \|x(t)\|^2 dt} \quad (1.3.4)$$

$$\begin{aligned} \|H_1 f\|^2 &= \int_a^b |U(x, y)f(x, y) - v_1(x) \int_a^b v_1(t)f(t, y)dt|^2 dy \leq \\ &\leq 3 \left(\left| \int_a^b U(x, y)f(x, y)dx dy \right|^2 + \left| \int_a^b v_1(x) \left(\int_a^b v_1(t)f(t, y)dt \right) dx dy \right|^2 \leq \right. \\ &\leq 3 \left[\int_a^b |U(x, y)| \cdot |f(x, y)| dx dy \right]^2 + 3 \int_a^b |v_1(x) \int_a^b v_1(t)f(t, y)dt|^2 dx dy. \end{aligned}$$

Ushbu ifodalarni soddalashtirish uchun Koshi - Bunyakovskiyning

$$\left(\int_a^b x(t) \cdot y(t) dt \right)^2 \leq \int_a^b x^2(t) dt \cdot \int_a^b y^2(t) dt \quad (1.3.5)$$

integral tengsizligidan foydalanamiz. (Koshi – Bunyakovski tengsizligi esa osongina tekshirish mumkin bo'lgan

$$\left(\int_a^b x(t) \cdot y(t) dt \right)^2 = \int_a^b x^2(t) dt \cdot \int_a^b y^2(t) dt - \frac{1}{2} \int_a^b \int_a^b [x(s)y(t) - y(s)x(t)]^2 ds dt$$

ayniyatga asoslangan.)

$$\leq 3 \cdot \max\{U(x, y)\} \cdot \|f\|^2 + 3 \cdot \int_a^b |v_1(x)|^2 dx \cdot \int_a^b |v_1(t) \cdot f(t, y)dt|^2 dy$$

$$\begin{aligned}
&\leq 3 \cdot \max\{U(x,y)\} \cdot \|f\|^2 + 3 \cdot \int_a^b |v_1(x)|^2 dx \cdot \int_a^b |v_1(t)|^2 dt \cdot \iint_a^b |f(t,y)|^2 dt dy = \\
&= 3 \cdot \max\{U(x,y)\} \cdot \|f\|^2 + 3 \cdot \|v\|^2 \cdot \|v\|^2 \cdot \|f\|^2 \\
&= (3 \cdot \max\{U(x,y)\} + 3 \cdot \|v\|^4) \cdot \|f\|^2
\end{aligned}$$

Yuqoridagilardan $\|Af\| \leq \sqrt{3 \cdot \max\{U(x,y)\} + 3 \cdot \|v\|^4} \cdot \|f\|$ kelib
chiqadi. Demak H_1 chegaralangan operator ekan.

Xuddu shuningdek,

$$\begin{aligned}
\|H_2 f\|^2 &= \iint_a^b |U(x,y)f(x,y) - v_2(y) \int_a^b v_2(t)f(x,t)dt|^2 dx dy \leq \\
&\leq 3(|\iint_a^b U(x,y)f(x,y)dx dy|^2 + |\iint_a^b v_2(y) \left(\int_a^b v_2(t)f(x,t)dt \right) dx dy|^2) \leq \\
&\leq 3 \left[\iint_a^b |U(x,y)| \cdot |f(x,y)| dx dy \right]^2 + \iint_a^b |v_2(y) \int_a^b v_2(t)f(x,t)dt|^2 dx dy \leq \\
&\leq 3 \cdot \max\{U(x,y)\} \cdot \|f\|^2 + 3 \cdot \int_a^b |v_2(y)|^2 dy \cdot \iint_a^b |v_2(t) \cdot f(x,t)|^2 dx \leq \\
&3 \cdot \max\{U(x,y)\} \cdot \|f\|^2 + 3 \cdot \int_a^b |v_2(y)|^2 dy \cdot \int_a^b |v_2(t)|^2 dt \cdot \iint_a^b |f(x,t)|^2 dx dt = \\
&3 \cdot \max\{U(x,y)\} \cdot \|f\|^2 + 3 \cdot \|v\|^2 \cdot \|v\|^2 \cdot \|f\|^2 \\
&= (3 \cdot \max\{U(x,y)\} + 3 \cdot \|v\|^4) \cdot \|f\|^2
\end{aligned}$$

Yuqoridagilardan

$$||H_2 f|| \leq \sqrt{3 \cdot \max\{U(x,y)\} + 3 \cdot ||v||^4} \cdot ||f||$$

kelib chiqadi. Demak H_2 chegaralangan operator ekan.

Endi H_1 va H_2 operatorlarni o'z-o'ziga qo'shma operatorlik shartiga tekshirib ko'ramiz. H operator o'z-o'ziga qo'shma operator bo'lishi uchun

$(Hx, y) = (x, Hy)$ tenglik bajarilishi kerak.

Dastlab H_1 operator uchun ushbu tenglik o'rinli ekanligini ko'rsatamiz.

$$\begin{aligned} (H_1 f, g) &= \iint_a^b \left[U(x, y) f(x, y) - v_1(x) \int_a^b v_1(t) f(t, y) dt \right] \cdot \overline{g(x, y)} dx dy = \\ &= \iint_a^b U(x, y) f(x, y) \overline{g(x, y)} dx dy - \iint_a^b \left(v_1(x) \int_a^b v_1(t) f(t, y) dt \right) \overline{g(x, y)} dx dy = \\ &= \iint_a^b \overline{U(x, y) \cdot g(x, y)} f(x, y) dx dy - \iint_a^b \overline{\left(v_1(x) \int_a^b v_1(s) g(s, y) ds \right)} f(x, y) dx dy = \\ &= \iint_a^b \left[\overline{U(x, y) g(x, y) - v_1(x) \int_a^b v_1(s) g(s, y) ds} \right] \cdot f(x, y) dx dy = (f, H_1 g) \end{aligned}$$

Demak, $(H_1 f, g) = (f, H_1 g)$ tenglik bajarildi. H_1 operator o'z-o'ziga qo'shma operator ekan.

Xuddi shu kabi H_2 operatorni ham o'z-o'ziga qo'shma operatorlik shartiga tekshiramiz.

$$\begin{aligned}
(H_2 f, g) &= \iint_a^b \left[U(x, y) f(x, y) - v_2(y) \int_a^b v_2(t) f(x, t) dt \right] \cdot \overline{g(x, y)} dx dy = \\
&= \iint_a^b U(x, y) f(x, y) \overline{g(x, y)} dx dy - \iint_a^b v_2(y) \int_a^b v_2(t) f(x, t) dt \overline{g(x, y)} dx dy = \\
&= \iint_a^b \overline{U(x, y) \cdot g(x, y)} f(x, y) dx dy - \iint_a^b \overline{v_2(y) \int_a^b v_2(s) g(x, s) ds} f(x, y) dx dy = \\
&= \iint_a^b \left[\overline{U(x, y) g(x, y) - v_2(y) \int_a^b v_2(s) g(x, s) ds} \right] \cdot f(x, y) dx dy = (f, H_2 g)
\end{aligned}$$

Demak, $(H_2 f, g) = (f, H_2 g)$ tenglik bajarildi. H_2 operator o'z-o'ziga qo'shma operator ekan.

Ta'sir formulasiga ko'ra v_α – bir o'lchamli integral operator. Shu sababli chekli o'lchamli qo'zg'alishlarda muhim spektrning o'zgarmasligi haqidagi Veyl teoremasiga ko'ra $h_\alpha(x)$ va $h_\alpha^0(x)$ operatorlarning muhim spektrlari ustma ust tushadi, ya'ni

$$\begin{aligned}
&\sigma_{\text{ess}}(h_\alpha(x)) \\
&= \sigma_{\text{ess}}(h_\alpha^0(x)). \quad (1.3.6)
\end{aligned}$$

$h_\alpha^0(x)$ – funksiya ko'paytirish operatori bo'lganligi uchun uning spektri va muhim spektrlari $U_\alpha(x, \cdot)$ funksiyaning qiymatlar sohasiga teng bo'ladi:

$$\sigma_{\text{ess}}(h_\alpha^0(x)) = [m_\alpha(x); M_\alpha(x)],$$

bu yerda

$$\begin{aligned}
m_\alpha(x) &:= \min_{y \in [a; b]} U_\alpha(x, y); & M_\alpha(x) \\
&:= \max_{y \in [a; b]} U_\alpha(x, y) & (1.3.7)
\end{aligned}$$

Keltirilgan malumotlarga ko'ra

$$\sigma_{\text{ess}}(h_{\alpha}(x)) = [m_{\alpha}(x); M_{\alpha}(x)] \quad (1.3.8)$$

tenglik o'rinlidir.

Ta'kidlash joizki, $x \in [a; b]$ o'zgaruvchining biror qiymatida $h_{\alpha}(x)$ operatorning muhim spektri $\{m_{\alpha}(x)\}$ nuqtaga aylanishi mumkin. Masalan $U(x, y)$ funksiyani

$$U(x, y) = 3 - \cos x - \cos(x + y) - \cos y$$

ko'rinishda tanlab, $x = \pi$ deb olinsa, u holda

$$U(\pi, y) = 3 - \cos(\pi) - \cos(\pi + y) - \cos y = 3 + 1 + \cos y - \cos y = 4$$

tenglik o'rinli bo'ladi. Bundan esa o'z navbatida $\sigma_{\text{ess}}(h_{\alpha}(\pi)) = 4$ tenglik kelib chiqadi. Har bir fiksirlangan $x \in [a; b]$ sohada analitik bo'lgan

$$\Delta_{\alpha}(x, z) = 1 - \int \frac{v_{\alpha}^2(t) dt}{v_{\alpha}(x, t) - z} \quad (1.3.9)$$

funksiyani kiritamiz. Odatda $\Delta_{\alpha}(x, z)$ funksiyaga $h_{\alpha}(x)$ Fridriks modeliga mos Fredgolm determinant deyiladi.

1.3.1-lemma. Har bir fiksirlangan $x \in [a; b]$ uchun $z \in \mathbb{C} \setminus [m_{\alpha}(x); M_{\alpha}(x)]$ soni $h_{\alpha}(x)$ operator uchun xos qiymat bo'lishi uchun $\Delta_{\alpha}(x, z) = 0$ bo'lishi zarur va yetarlidir.

(1.3.1)-lemma isboti. Faraz qilaylik $z \in \mathbb{C} \setminus [m_{\alpha}(x); M_{\alpha}(x)]$ soni $h_{\alpha}(x)$ operator uchun xos qiymat, $f_{\alpha}(y)$ esa unga mos xos funksiya bo'lsin. U holda $f_{\alpha}(y)$ funksiya $h_{\alpha}(x)f_{\alpha}(y) = zf_{\alpha}(y)$ xos qiymatga nisbatan tenglamani ya'ni

$$U_{\alpha}(x,y)f_{\alpha}(y) - v_{\alpha}(y) \int v_{\alpha}(t)f_{\alpha}(t)dt = zf_{\alpha}(x) \quad (1.3.10)$$

tenglamani qanoatlantiradi.

Istalgan $z \in C \setminus [m_{\alpha}(x); M_{\alpha}(x)]$ va $y \in [a; b]$ sonlar uchun $\Delta_{\alpha}(x,y) - z \neq 0$ munosabat bajariladi. Shu sababli (1) tenglamadan $f_{\alpha}(y)$ uchun

$$f_{\alpha}(y) = \frac{v_{\alpha}(y)C_{\alpha}}{U_{\alpha}(x,y) - z} \quad (1.3.11)$$

bu yerda:

$$C_{\alpha} = \int v_{\alpha}(t)f_{\alpha}(t)dt \quad (1.3.12)$$

ifodani topish mumkin. $f_{\alpha}(y)$ uchun topilgan (1.3.11) ifodani (1.3.13)ga qo'yamiz:

$$C_{\alpha} = \int v_{\alpha}(t) \frac{v_{\alpha}(t)C_{\alpha}}{U_{\alpha}(x,t) - z} dt$$

$$\left(1 - \int \frac{v_{\alpha}^2(t)dt}{v_{\alpha}(x,t)-z}\right) C_{\alpha} = 0; \quad \Delta_{\alpha}(x,z)C_{\alpha} = 0.$$

Ma'lumki ko'paytma nolga teng bo'lishi uchun ko'paytuvchilarning kamida bittasi nolga teng bo'lishi kerak. Demak $\Delta_{\alpha}(x,z) = 0$ yoki $C_{\alpha} = 0$. Agar $C_{\alpha} = 0$ bo'lsa, u holda (2) - tenglikka ko'ra $f_{\alpha}(y) = 0$. Bu esa $f_{\alpha}(y)$ funksiyaning xos funksiya ekanligiga zid. Shu sababli $C_{\alpha} \neq 0$. Demak, $\Delta_{\alpha}(x; z) = 0$ ekan. 1.3.1-lemma to'liq isbotlandi.

1.3.1-lemmadan quyidagi natija kelib chiqadi.

1.3.1-natija. $h_{\alpha}(x)$ operatorning diskret spektri uchun

$$\begin{aligned} & \sigma_{\text{disc}}(h_\alpha(x)) \\ &= \{z \in \mathbb{C} \setminus [m_\alpha(x); M_\alpha(x)] : \Delta_\alpha(x, z) = 0\} \end{aligned} \quad (1.3.13)$$

tenglik o'rinlidir. Fredgolm determinanti $\Delta_\alpha(x; \cdot)$ ning xossalarini keltiramiz.

1.3.2-lemma. Har bir fiksirlangan $x \in [a; b]$ uchun $\Delta_\alpha(x; \cdot)$ funksiya $(-\infty; m_\alpha(x))$ va $(M_\alpha(x); +\infty)$ oraliqlarda monoton kamayuvchi funksiya bo'ladi.

1.3.2-lemma isboti. Aniqlanishiga ko'ra $\Delta_\alpha(x; \cdot)$ funksiya $(-\infty; m_\alpha(x))$ va $(M_\alpha(x); +\infty)$ oraliqlarda hosilaga ega va

$$\frac{d}{dz} \Delta_\alpha(x; z) = 1 - \int \frac{v_\alpha^2(t) dt}{(U_\alpha(x, t) - z)^2}$$

tenglik o'rinlidir. Ko'rinib turibdiki, ixtiyoriy $z \in (-\infty; m_\alpha(x)) \cup (M_\alpha(x); +\infty)$

da $\frac{d}{dz} \Delta_\alpha(x; z) < 0$ munosabat bajariladi. Bundan esa 1.3.2-lemma isboti kelib chiqadi.

1.3.1-va 1.3.2-lemmalarga ko'ra $h_\alpha(x)$ operatorning xos qiymatlari (agar mavjud bo'lsa) albatta oddiy, ya'ni bir karrali bo'ladi.

1.3.3-lemma. $h_\alpha(x)$ operator $(M_\alpha(x); +\infty)$ oraliqlarda yotuvchi xos qiymatlarga ega emas.

1.3.3-lemma isboti. $\Delta_\alpha(x; \cdot)$ funksiyaning ta'rifiga ko'ra barcha $z \in (M_\alpha(x); +\infty)$ larda

$$\Delta_\alpha(x; z) = 1 - \int \frac{v_\alpha^2(t) dt}{U_\alpha(x, t) - z} > 0$$

tengsizlik o'rinli bo'ladi, ya'ni $(M_\alpha(x); +\infty)$ oraliqda $\Delta_\alpha(x; z) = 0$ tenglikni qanoatlantiruvchi z soni mavjud emas. Bu esa 1.3.1-lemmaga ko'ra $h_\alpha(x)$ operator $(M_\alpha(x); +\infty)$ oraliqlarda xos qiymatga ega emasligini ko'rsatadi. 1.3.3-lemma isbotlandi.

$L_2([a; b]^2)$ Gilbert fazosining

$$L_2([a; b]^2) = \int_a^b \oplus L_2([a; b]) dx \quad (1.3.14)$$

yoyilmasidan H_α operator ham

$$H_\alpha = \int_a^b \oplus h_\alpha(x) dx \quad (1.3.15)$$

operatorlar to'g'ri yig'indisiga yoyilishi kelib chiqadi. Ta'kidlash joizki, (1.3.14) yoyilmada integral belgisi ostida bir xil qatlamlar turibdi. Yoyiluvchi operatorlarning spektri to'g'risidagi teoremaga ko'ra

$$\sigma(H_\alpha) = \bigcup_{x \in [a; b]} \sigma(h_\alpha(x)) \quad (1.3.16)$$

tenglik o'rinlidir.

Ma'lumki,

$$[M; M] = \bigcup_{x \in [a; b]} [m_\alpha(x); M_\alpha(x)]$$

tenglik o'rinlidir. Agar σ_α orqali biror $x \in [a; b]$ soni uchun $\Delta_\alpha(x; z) = 0$ tenglamani qanoatlantiruvchi z lar to'plamini belgilasak, u holda

$$\sigma_\alpha = \bigcup_{x \in [a; b]} \sigma_{\text{disc}}(h_\alpha(x)) \quad (1.3.17)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

Shunday qilib quyidagi munosabatlar o'rinlidir:

$$\sigma(H_\alpha) = \sigma_\alpha \cup [m; M]; \quad \sigma(H_\alpha) = [m; M] \cup \bigcup_{x \in [a; b]} \sigma_{\text{disc}}(h_\alpha(x)) \quad (1.3.1)$$

8)

Oxirgi ikkita tenglikka e'tibor bersak, H_α operatorning spektri sof muhim spektrdan iborat, ya'ni

$$\sigma(H_\alpha) = \sigma_{\text{ess}}(H_\alpha)$$

Agar $h_\alpha(x)$ operator $(-\infty; m_\alpha(x))$ oraliqda ko'pi bilan bitta oddiy xos qiymatga ega bo'lishini hamda $(M_\alpha(x); +\infty)$ oraliqda xos qiymatlarga ega emasligini inobatga olsak $\sigma(H_\alpha)$ to'plam ko'pi bilan ikkita yopiq kesmalarning birlashmasidan iborat bo'lishi mumkinligi kelib chiqadi. Agar bu kesmalar kesishmasa muhim spektrda lakula, ya'ni bo'shliq paydo bo'ladi. Agar biror $x_0 \in [a; b]$ uchun $\int_a^b \frac{v_\alpha^2(t) dt}{U_\alpha(x_0, t) - m_\alpha(x_0)}$ integral uzoqlashuvchi bo'lsa, ya'ni

$$\int_a^b \frac{v_\alpha^2(t) dt}{U_\alpha(x_0, t) - m_\alpha(x_0)} = +\infty$$

bo'lsa, u holda $\Delta_\alpha(x_0; m_\alpha(x_0)) = -\infty$ bo'ladi. U holda

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} \Delta_\alpha(x_0; z) = 1 \text{ ekanligidan } \Delta_\alpha(x_0; \cdot) \text{ funksiya } (-\infty; m_\alpha(x_0)) \text{ oraliqda bitta}$$

nolga ega bo'lishini hosil qilamiz. 1.3.1-lemmaga ko'ra $h_\alpha(x)$ operator

$(-\infty; m_\alpha(x_0))$ oraliqda bitta xos qiymatga ega bo'lishini hosil qilamiz. Agar biror

$x_0 \in [a; b]$ uchun $\Delta_\alpha(x_0; m) < 0$ tengsizlik bajarilsa, u holda $h_\alpha(x)$ operator m

dan chapda yotuvchi yagona xos qiymatga ega bo'ladi va $\min \sigma(H_\alpha) < m$

tengsizlik bajariladi. Odatda σ_α to'plamga H_α operatorning ikki zarrachali

tarmog'i deyiladi, $[m; M]$ kesmaga esa uning uch zarrachali tarmog'i deyiladi.

Ishning asosiy natijalaridan birini bayon qilamiz.

1.3.1-teorema. H operatorning muhim spektri $\sigma_{\text{ess}}(H)$ uchun quyidagi tenglik o'rinli:

$$\sigma_{ess}(H) = \sigma(H_1) \cup \sigma(H_2) \quad (1.3.19)$$

Bundan tashqari, $\sigma_{ess}(H)$ to'plam ko'pi bilan 3 ta kesmalar birlashmasidan iborat bo'ladi.

1.3.1-teorema isbot. Avvalo $[m; M] \subset \sigma_{ess}(H)$ ekanligini isbotlaymiz. Faraz qilaylik $z_0 \in [m; M]$ -ixtiyoriy nuqta bo'lsin. $z_0 \in \sigma_{ess}(H)$ ekanligini isbotlaymiz. Buning uchun Veyl kriteriyasi deb nom olgan tasdiqdan foydalanish qulaydir. Yani, $z_0 \in \sigma_{ess}(H)$ ekanligini ko'rsatish uchun $\|(H - z_0)f_n\| \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$ munosabatni qanoatlantiruvchi $\{f_n\} \subset L_2([a; b]^2)$ ortonormal funksiyalar ketma-ketligini qurish yetarlidir.

$\omega(\cdot; \cdot)$ - funksiya $[a; b]^2$ kvadratda aniqlangan uzluksiz funksiya bo'lgani uchun shunday $(x_0; y_0) \in [a; b]^2$ nuqta topilib, $\omega(x_0; y_0) = z_0$ tenglik o'rinli bo'ladi.

Har bir $n \in \mathbb{N}$ natural soni uchun $(x_0; y_0) \in [a; b]^2$ nuqtaning quyidagi atrofini qaraymiz:

$$W_n := V_n(x_0) \times V_n(y_0)$$

bu yerda

$$V_n(x_0) := \left\{ x \in [a; b]: \frac{1}{n+1} < |x - x_0| < \frac{1}{n} \right\}$$

orqal $x_0 \in [a; b]$ nuqtaning o'yilgan atrofi belgilangan.

$\mu(\Omega)$ orqali Ω to'plamning Lebeg o'lchovini, $\chi_\Omega(\cdot)$ orqali esa Ω to'plamning xarakteristik funksiyasini belgilaymiz.

$\{f_n\} \subset L_2([a; b]^2)$ funksiyalar ketma-ketligini quyidagicha tanlaymiz:

$$f_n(x, y) := \frac{1}{\sqrt{\mu(W_k)}} \chi_{W_k}(x, y) \quad (1.3.20)$$

Ma'lumki, $n \neq m$ lar uchun $W_n \cup W_m = \emptyset$ tenglik o'rinli. Shu sababli

$$\begin{aligned} (f_n, f_m) &= \int_{W_n} f_n(x, y) \overline{f_m(x, y)} dx dy + \int_{W_m} f_n(x, y) \overline{f_m(x, y)} dx dy + \\ &+ \int_{[a; b](W_n \cup W_m)} f_n(x, y) \overline{f_m(x, y)} dx dy = 0 \end{aligned}$$

tenglik o'rinli. Demak, $\{f_n\}$ - ortogonal funksiylar ketma-ketligi ekan. Bundan tashqari $\|f_n\|^2 = 0$. Demak, $\{f_n\}$ - ortormal ketma-ketlik ekan. Shu ketma-ketlik uchun $\|(H - z_0)f_n\| \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$ ekanligini ko'rsatamiz. Har bir $n \in N$ uchun $(H - z_0)f_n$ ni qaraymiz va uning normasini baholaymiz:

$$\begin{aligned} \|(H - z_0)f_n\|^2 &= \iint_a^b |(H - z_0)f_n(x, y)|^2 dx dy = \\ &= \iint_a^b |(U(x, y) - z_0)f_n(x, y) - v_1(x) \int_a^b v_1(t) f_n(t, y) dt - \\ &- v_2(y) \int_a^b v_2(t) f_n(x, t) dt|^2 dx dy \leq 3 \iint_a^b |(U(x, y) - z_0)f_n(x, y)|^2 dx dy + \\ &+ 3 \iint_a^b |v_1(x) \int_a^b v_1(t) f_n(t, y) dt|^2 dx dy + 3 \iint_a^b |v_2(y) \int_a^b v_2(t) f_n(x, t) dt|^2 dx dy \\ &\leq 3 \sup_{(x, y) \in W_n} |U(x, y) - z_0|^2 \frac{1}{\mu(W_n)} \iint_{W_n} dx dy + 3 \|v_1\|^2 \cdot \max_{x \in [a; b]} |v_1(x)|^2 \cdot \\ &\cdot \mu(V_n(x_0)) + 3 \|v_2\|^2 \cdot \max_{x \in [a; b]} |v_2(x)|^2 \cdot \mu(V_n(x_0)) \end{aligned}$$

$V_n(x_0)$ to'planning qurilishiga ko'ra $\mu(V_n(x_0)) \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$. $\omega(\cdot; \cdot)$ funksiyaning uzluksizligi va $z_0 = \omega(x_0; y_0)$ shartga ko'ra,

$$\sup_{(x,y) \in W_n} |U(x,y) - z_0| \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$$

Demak, $\|(H - z_0)f_n\| \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$ ekan. z_0 nuqtaning ixtiyoriy ekanligidan $[m; M] \subset \sigma_{ess}(H)$ munosabatni hosil qilamiz.

Endi $\sigma_1 \subset \sigma_{ess}(H)$ ekanligini ko'rsatamiz. Faraz qilaylik $z_1 \in \sigma_1$ - ixtiyoriy nuqta bo'lsin. U holda shunday $x_1 \in [a; b]$ topilib, $z_1 \in \sigma_{disc}(h_1(x_1))$ bo'ladi. Shu sababli shunday nol bo'lmagan $\psi \in L_2[a; b]$ funksiya topilib, $(h_1(x_1) - z_1)\psi = 0$ tenglik o'rinli bo'ladi. $\{f_n\}$ funksiyalar ketma-ketligini quyidagicha tanlaymiz:

$$f_n(x, y) := \frac{\chi_{V_n(x_1)}(x)}{\sqrt{\mu(V_n(x_1))}} \cdot \frac{\psi(y)}{\|\psi\|}$$

Oson tekshirish mumkinki, ixtiyoriy $n \neq m$ lar uchun $(f_n, f_m) = 0$ bo'ladi.

Haqiqatdan ham,

$$\begin{aligned} \iint_a^b f_n(x, y) \overline{f_m(x, y)} dx dy &= \int_{V_n(x_1)} \int_a^b f_n(x, y) \overline{f_m(x, y)} dx dy + \\ &+ \int_{[a; b] \setminus (V_n(x_1) \cup V_m(x_1))} \int_a^b f_n(x, y) \overline{f_m(x, y)} dx dy = 0 \end{aligned}$$

Demak, $\{f_n\}$ - ortogonal ketma-ketlik ekan. Ikkinchi tomondan

$$\begin{aligned} \|f_n\|^2 &= \iint_a^b |f_n(x, y)|^2 dx dy = \frac{1}{\mu(V_n(x_1))} \int_{V_n(x_1)} dx \int_a^b \frac{|\psi(y)|^2}{\|\psi\|^2} dy = \\ &= \frac{1}{\mu(V_n(x_1))} \cdot \mu(V_n(x_1)) \cdot \frac{1}{\|\psi\|^2} \cdot \|\psi\|^2 = 1 \end{aligned}$$

Shunday qilib, $\{f_n\}$ - ortonormal ketma-ketlik ekan.

Endi $\|(H - z_1)f_n\| \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$ ekanligini isbotlaymiz.

$$\begin{aligned}
\|(H - z_1)f_n\|^2 &= 2 \iint_a^b |(U(x, y) - z_1)f_n(x, y) - \\
&- v_1(x) \int_a^b v_1(t)f_n(t, y)dt - v_2(y) \int_a^b v_2(t)f_n(x, t)dt|^2 dx dy \leq \\
&\leq 2 \iint_a^b |v_2(y) \int_a^b v_2(t)f_n(x, t)dt|^2 dx dy + \\
&+ 2 \iint_a^b |(U(x, y) - z_1)f_n(x, y) - v_1(x) \int_a^b v_1(t)f_n(t, y)dt|^2 dx dy \leq \\
&2 \|v_2\|^2 \sup_{x \in V_n(x_1)} |v_2(x)|^2 \mu(V_n(x_1)) + \frac{2}{\|\Psi\|^2} \int_a^b \frac{\chi_{V_n(x_1)}(x)}{\mu(V_n(x_1))} \cdot \|h_1(x) - z_1\|^2 dx \leq \\
&\leq 2 \|v_2\|^2 \sup_{x \in V_n(x_1)} |v_2(x)|^2 \mu(V_n(x_1)) + \frac{2}{\|\Psi\|^2} \sup_{x \in V_n(x_1)} \|h_1(x) - z_1\|^2
\end{aligned}$$

Ta'rifga ko'ra $(V_n(x_1)) \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$. Aniqlanishiga ko'ra

$$\sup_{x \in V_n(x_1)} \|h_1(x) - z_1\| \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$$

Shunday qilib $\|(H - z_1)f_n\| \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$ ekan. Demak, $z_1 \in \sigma_{ess}(H)$. Endi z_1 nuqtaning ixtiyoriyligidan $\sigma_1 \in \sigma_{ess}(H)$ munosabat kelib chiqadi.

Endi $\sigma_2 \in \sigma_{ess}(H)$ ekanligini isbotlaymiz. Faraz qilaylik, $z_2 \in \sigma_2$ - ixtiyoriy nuqta bo'lsin. U holda shunday $x_2 \in [a; b]$ nuqta topilib, $z_2 \in \sigma_{disc}(h_2(x_2))$ munosabat o'rinli bo'ladi. Shu sababli, shunday nolmas $\psi \in L_2[a; b]$ funksiya topilib,

$(h_2(x_2) - z_2)\psi = 0$ tenglik o'rinli bo'ladi. $\{f_n\}$ funksiyalar ketma-ketligini quyidagicha tanlaymiz:

$$f_n(x, y) := \frac{\chi_{V_n(x_2)}(y)}{\sqrt{\mu(V_n(x_2))}} \cdot \frac{\psi(x)}{\|\psi\|}$$

Ko'rsatish mumkinki, ixtiyoriy $n \neq m$ lar uchun $(f_n, f_m) = 0$ tenglik o'rinli bo'ladi. Haqiqatdan ham,

$$\begin{aligned} \iint_a^b f_n(x, y) \overline{f_m(x, y)} dx dy &= \int_a^b \int_{V_n(x_2)} f_n(x, y) \overline{f_m(x, y)} dx dy + \\ &+ \int_a^b \int_{[a; b] \setminus (V_n(x_1) \cup V_m(x_1))} f_n(x, y) \overline{f_m(x, y)} dx dy = 0 \end{aligned}$$

Demak, $\{f_n\}$ – ortogonal funksiyalar ketma-ketligi ekan. Ikkinchi tomondan

$$\begin{aligned} \|f_n\|^2 &= \iint_a^b |f_n(x, y)|^2 dx dy = \frac{1}{\mu(V_n(x_2))} \int_{V_n(x_2)} dy \int_a^b \frac{|\Psi(y)|^2}{\|\Psi\|^2} dx = \\ &= \frac{1}{\mu(V_n(x_2))} \cdot \mu(V_n(x_2)) \cdot \frac{1}{\|\Psi\|^2} \cdot \|\Psi\|^2 = 1 \end{aligned}$$

Shunday qilib, $\{f_n\}$ - ortonormal ketma-ketlik ekan.

Endi $\|(H - z_2)f_n\| \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$ ekanligini isbotlaymiz:

$$\begin{aligned} \|(H - z_2)f_n\|^2 &= 2 \iint_a^b |(U(x, y) - z_2)f_n(x, y) - \\ &- v_1(x) \int_a^b v_1(t) f_n(t, y) dt - v_2(y) \int_a^b v_2(t) f_n(x, t) dt|^2 dx dy \leq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\leq 2 \iint_a^b |v_1(x) \int_a^b v_1(t) f_n(t, y) dt|^2 dx dy \\
&+ 2 \iint_a^b |(U(x, y) - z_2) f_n(x, y) - v_2(y) \int_a^b v_2(t) f_n(x, t) dt|^2 dx dy \leq \\
&2 \|v_1\|^2 \sup_{x \in V_n(x_2)} |v_1(x)|^2 \mu(V_n(x_2)) + \frac{2}{\|\Psi\|^2} \int_a^b \frac{\chi_{V_n(x_2)}(x)}{\mu(V_n(x_2))} \cdot \|h_2(y) - z_2\|^2 dy \leq \\
&\leq 2 \|v_1\|^2 \sup_{x \in V_n(x_2)} |v_1(x)|^2 \mu(V_n(x_2)) + \frac{2}{\|\Psi\|^2} \sup_{x \in V_n(x_2)} \|h_2(x) - z_2\|^2.
\end{aligned}$$

Ta'rifga ko'ra $\mu(V_n(x_2)) \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$. Aniqlanishiga ko'ra

$$\sup_{x \in V_n(x_2)} \|h_2(x) - z_2\| \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$$

Demak, $z_2 \in \sigma_{ess}(H)$. Endi z_1 nuqtaning ixtiyoriyligidan $\sigma_2 \in \sigma_{ess}(H)$ munosabat kelib chiqadi.

Xulosa qilib aytganda $\sigma_1 \cup \sigma_2 \cup [m; M] \subset \sigma_{ess}(H)$.

Endi teskari munosabatni, ya'ni $\sigma_{ess}(H) = \sigma_1 \cup \sigma_2 \cup [m; M]$ tenglikni isbotlaymiz. Faddeyev tenglamasini qurishda hosil qilingan $T(z)$ operator

$C \setminus \sigma_1 \cup \sigma_2 \cup [m; M]$ da analitik funksiya bo'ladi. H operatorning o'z-o'ziga qo'shmaligidan va Faddeyev tenglamasi haqidagi tasdiqdan barcha $Im z \neq 0$ lar uchun $(I - T(z))^{-1}$ operator qiymatli funksiyaning mavjud ekanligi kelib chiqadi. Fredgolmning analitik teoremasiga ko'ra $(I - T(z))^{-1}$ operator qiymatli funksiya $C \setminus \sigma_1 \cup \sigma_2 \cup [m; M]$ to'plamning S diskret to'plamidan boshqa barcha nuqtalarida mavjud bo'ladi, S to'plamga chekli rangga ega qoldiqqa ega bo'ladi. Bu esa $\sigma(H) \setminus (\sigma(H_1) \cup \sigma(H_2))$ to'plam faqat yakkalangan va limitik nuqtasi

$\sigma(H_1) \cup \sigma(H_2)$ to'plamning chegarasi bo'lishi mumkin bo'lgan nuqtalardan tashkil topgan. Bundan $\sigma(H) \setminus (\sigma(H_1) \cup \sigma(H_2)) \subset \sigma(H) \setminus \sigma_{ess}(H)$, ya'ni $\sigma_{ess}(H) \subset \sigma(H_1) \cup \sigma(H_2)$ ekanligi kelib chiqadi.

Shunday qilib $\sigma_{ess}(H) = \sigma(H_1) \cup \sigma(H_2) = \sigma_1 \cup \sigma_2 \cup [m; M]$ tenglik o'rinli ekan.

Yaxshi ma'lumki, ixtiyoriy $x \in [a; b]$ uchun $h_\alpha(x)$ operator $m_\alpha(x)$ dan chapda yotuvchi ko'pi bilan bitta oddiy xos qiymatga ega, $M_\alpha(x)$ dan o'ngda yotuvchi xos qiymatlarga ega emas. Yoyiluvchi operatorlarning spektri haqidagi teoreмага ko'ra σ_α to'plam ko'pi bilan bitta kesmadan iborat bo'lishi mumkin. Demak, $\sigma_{ess}(H) = \sigma_1 \cup \sigma_2 \cup [m; M]$ to'plam ko'pi bilan uchta kesmalar birlashmasidan iborat bo'lishi mumkin. 1.3.1-teorema to'liq isbotlandi.

Xulosa.

1-bob lokal bo'lmagan potensialga ega uch zarrachali model operator uchun Faddeyev tenglamasi deb nomlangan bo'lib, u uchta bo'limdan tashkil topgan.

I.1 bo'limda panjaradagi lokal bo'lmagan potensialga ega 3 zarrachali model operator Gilbert fazosidagi chiziqli, chegaralangan va o'z-o'ziga qo'shma operator sifatida aniqlangan.

I.2 bo'limda o'rganilayotgan model operatorning xos funksiyalari uchun Faddeyev tenglamasi hamda uning simmetrik varianti qurilgan navbatdagi I.3 bo'limda Faddeyev tenglamasining ba'zi tadbirlari o'rganilgan.

I.1-I.3 bo'limlarda olingan barcha natijalar qat'iy matematik nuqtai nazardan isbotlangan. Bunda Faddeyev tenglamasi yordamida qurilgan kompakt operator va berilgan operator xos qiymatlari hamda karraliliklari orasidagi bog'lanish o'rganilgan. Keltirilgan barcha tushunchalarning ta'riflari hamda ular bilan bog'liq mashhur tasdiqlar lemmalar va teoremlar keltirilgan. Olingan natijalarni isbotlash jarayonida matematik analiz, chiziqli algebra, funksional analiz va kompleks analiz usullaridan foydalanilgan.

II BOB. Lokal bo'lmagan potensialga ega model operator uchun Vaynberg tenglamasi.

2.1-§. Model operatorlar uchun Vaynberg tenglamasi.

Bizga $L_2([a; b]^2)$ funksiyalar fazosi berilgan. Bu fazoda quyidagi akslantirishni qaraymiz:

$$H: L_2([a; b]^2) \rightarrow L_2([a; b]^2) \quad (2.1.1)$$

$$(Hf)(x, y) = U(x, y)f(x, y) - v_1(x) \int v_1(t)f(t, y)dt - v_2(y) \int v_2(t)f(x, t)dt$$

$Hf = zf$ – xos qiymatga nisbatan tenglamani qaraymiz va uni quyidagi ko'rinishda yozib olamiz:

$$U(x, y)f(x, y) - v_1(x) \int v_1(t)f(t, y)dt - v_2(y) \int v_2(t)f(x, t)dt = z \cdot f(x, y)$$

$$(U(x, y) - z)f(x, y) - v_1(x) \int v_1(t)f(t, y)dt - v_2(y) \int v_2(t)f(x, t)dt = 0$$

Qulaylik uchun quyidagicha belgilashlar kiritamiz:

$$g_1(y) = \int_a^b v_1(t)f(t, y)dt, \quad (2.1.2)$$

$$g_2(x) = \int_a^b v_2(t)f(x, t)dt. \quad (2.1.3)$$

U holda yuqoridagi tenglamani:

$$(U(x, y) - z)f(x, y) - v_1(x)g_1(y) - v_2(y)g_2(x) = 0$$

kabi yozish mumkin. Oxirgi ifodadan $f(x, y)$ ni topib olamiz:

$$f(x,y) = \frac{v_1(x)g_1(y) + v_2(y)g_2(x)}{(U(x,y) - z)}$$

Hosil bo'lgan ifodani (2.1.2) va (2.1.3) ga qo'yamiz:

$$\begin{aligned} g_1(y) &= \int_a^b v_1(t) \frac{v_1(x)g_1(y) + v_2(y)g_2(x)}{(U(t,y) - z)} dt \\ &= g_1(y) \int_a^b \frac{v_1^2(t)}{(U(t,y) - z)} dt + v_2(y) \int_a^b \frac{v_1(t)g_2(t)}{(U(t,y) - z)} dt \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(1 - \int_a^b \frac{v_1^2(t)dt}{(U(t,y) - z)} \right) \cdot g_1(y) = v_2(y) \int_a^b \frac{v_1(t)g_2(t)}{(U(t,y) - z)} dt \\ &\quad \left(1 - \int_a^b \frac{v_1^2(t)dt}{(U(t,y) - z)} \right) := \Delta_1(y,z) \end{aligned}$$

deb belgilash kiritamiz. Bu yerda $\Delta_1(y,z) \neq 0$.

Xuddi shuningdek:

$$\begin{aligned} g_2(x) &= \int_a^b v_2(t) \frac{v_1(x)g_1(t) + v_2(t)g_2(x)}{(U(x,t) - z)} dt = \\ &= v_1(x) \int_a^b \frac{v_2(t)g_1(t)}{(U(x,t) - z)} dt + g_2(x) \int_a^b \frac{v_2^2(t)}{(U(x,t) - z)} dt \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(1 - \int_a^b \frac{v_2^2(t)dt}{(U(x,t) - z)} \right) \cdot g_2(x) = v_1(x) \int_a^b \frac{v_2(t)g_1(t)}{(U(x,t) - z)} dt \end{aligned}$$

$$\left(1 - \int_a^b \frac{v_2^2(t)dt}{(U(x,t) - z)}\right) := \Delta_2(x, z)$$

deb belgilash kiritamiz. Bu yerda $\Delta_2(x, z) \neq 0$.

U holda

$$g_1(y) = \frac{v_2(y)}{\Delta_1(y, z)} \int_a^b \frac{v_1(t)g_2(t)}{(U(t, y) - z)} dt \quad (2.1.4)$$

$$g_2(x) = \frac{v_1(x)}{\Delta_2(x, z)} \int_a^b \frac{v_2(t)g_1(t)}{(U(x, t) - z)} dt \quad (2.1.5)$$

bo'ladi.

Belgilashga ko'ra

$$g_1(y) = \int_a^b v_1(t)f(t, y)dt \quad (2.1.4')$$

$$g_2(x) = \int_a^b v_2(t)f(x, t)dt \quad (2.1.5')$$

tengliklar o'rinli edi. Endi (2.1.4') va (2.1.5') ifodalarni mos ravishda (2.1.4) va (2.1.5) tengliklarga qo'yib ifodalarni soddalashtiramiz. Natijada

$$g_1(y) = \frac{v_2(y)}{\Delta_1(y, z)} \int_a^b \frac{v_1(t) \left(\int_a^b v_2(s)f(t, s)ds \right) dt}{(U(t, y) - z)} \quad (2.1.6)$$

$$g_2(x) = \frac{v_1(x)}{\Delta_2(x, z)} \int_a^b \frac{v_2(t) \left(\int_a^b v_1(s)f(s, t)ds \right) dt}{(U(x, t) - z)} \quad (2.1.7)$$

Hosil bo'lgan (2.1.6) va (2.1.7) ifodalarni

$$f(x,y) = \frac{v_1(x)g_1(y) + v_2(y)g_2(x)}{(U(x,y) - z)}$$

tenglikka etib qo'yamiz

$$f(x,y) = \frac{v_1(x) \frac{v_2(y)}{\Delta_1(y,z)} \int_a^b \frac{v_1(t) (\int_a^b v_2(s) f(t,s) ds) dt}{(U(t,y) - z)}}{(U(x,y) - z)} +$$

$$+ \frac{v_2(y) \frac{v_1(x)}{\Delta_2(x,z)} \int_a^b \frac{v_2(t) (\int_a^b v_1(s) f(s,t) ds) dt}{(U(x,t) - z)}}{(U(x,y) - z)}$$

Ushbu ifodani soddalashtirib,

$$f(x,y) = \frac{v_1(x)v_2(y)}{(U(x,y) - z)} \iint_a^b \left[\frac{v_1(t)v_2(s)}{\Delta_1(y,z)(U(t,y) - z)} + \frac{v_1(s)v_2(t)}{\Delta_2(x,z)(U(x,t) - z)} \right] \cdot f(t,s) ds dt$$

tenglikni hosil qilamiz. Oxirgi tenglikka Vayvberg tenglamasi deyiladi.

Shunday qilib quyidagi teorema o'rinli:

2.1.1-teorema: Agar $f \in L_2([a,b])^2$ funksiya H model operatorning z xos qiymatiga mos xos funksiya bo'lsa, u holda f funksiya Vaynberg tenglamasini qanoatlantiradi.

2.2-§. Vaynberg tenglamasining tadbiqlari.

$\tau_{ess}(H)$ orqali H operator muhim spektrning quyi chegarasini belgilaymiz. Shuni ta'kidlash joizki barcha $z < \tau_{ess}(H)$ va $x \in [a, b]$ lar uchun $\Delta_\alpha(x, z) > 0, \alpha = 1, 2$ munosabat o'rinlidir. shu sababli uning kvadrat ildizi mavjud bo'ladi.

Faraz qilaylik, $z < \tau_{ess}(H)$ — soni H operator uchun xos qiymat va $f \in L_2([a, b]^2)$ esa bu xos qiymatga mos keluvchi xos funksiya bo'lsin. U holda f funksiya $Hf = zf$ tenglamani yoki

$$u(x, y)f(x, y) - v_1(x) \int v_1(t) f(t, y) dt - v_2(y) \int v_2(t) f(x, t) dt = 0 \quad (2.2.1)$$

tenglamani qanoatlantiradi. $z \in [m, M]$ bo'lganligi uchun barcha $p, q \in [a, b]$ larda $u(p, q) - z \neq 0$ munosabat bajariladi. Shu sababli (2.2.1) tenglamadan $f(x, y)$ uchun

$$f(x, y) = \frac{v_1(x)g_1(y) + v_2(y)g_2(x)}{u(x, y) - z} \quad (2.2.2)$$

ifodani topamiz, bu yerda

$$g_1(y) = \int v_1(t) f(t, y) dt, \quad (2.2.3)$$

$$g_2(x) = \int v_2(t) f(x, t) dt. \quad (2.2.4)$$

Endi $f(x, y)$ uchun topilgan (2.2.2.) ifodani (2.2.3) va (2.2.4) tengliklarga qo'yamiz:

$$\begin{cases} g_1(y) = \int \frac{v_1^2(t)dt}{u(t,y)-z} g_1(y) + v_2(y) \int \frac{v_1(t)g_2(t)dt}{u(t,y)-z}; \\ g_2(x) = v_1(x) \int \frac{v_2(t)g_1(t)dt}{u(x,t)-z} + \int \frac{v_2^2(t)dt}{u(x,t)-z} g_2(x). \end{cases}$$

Hosil bo'lgan tenglamalar sistemasini soddalashtiramiz:

$$\Delta_1(y,z)g_1(y) = v_2(y) \int \frac{v_1(t)g_2(t)dt}{u(t,y)-z}; \quad (2.2.5)$$

$$\Delta_2(x,z)g_2(x) = v_1(x) \int \frac{v_2(t)g_1(t)dt}{u(x,t)-z}. \quad (2.2.6)$$

Har bir $x \in [a, b]$ va $z < \tau_{ess}(H)$ uchun $\Delta_\alpha(x, z) > 0$, $\alpha = 1, 2$ ekanligini inobatga olib uni

$$\begin{aligned} \sqrt{\Delta_1(y,z)} \sqrt{\Delta_1(y,z)} g_1(y) &= v_2(y) \int \frac{v_1(t)g_2(t)dt}{u(t,y)-z}; \\ \sqrt{\Delta_2(x,z)} \sqrt{\Delta_2(x,z)} g_2(x) &= v_1(x) \int \frac{v_2(t)g_1(t)dt}{u(x,t)-z} \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

ko'rinishida yozib olamiz. (2.2.7)– tenglamalar sistemasida

$$\sqrt{\Delta_\alpha(x,z)} g_\alpha(x) = \bar{g}_\alpha(x), \quad \alpha = 1, 2$$

almashtirish olamiz, ya'ni

$$g_\alpha(x) = \frac{\bar{g}_\alpha(x)}{\sqrt{\Delta_\alpha(x,z)}}, \quad \alpha = 1, 2. \quad (2.2.8)$$

U holda (2.2.7)– tenglamalar sistemasini $\bar{g}_1(y)$ va $\bar{g}_2(x)$ larga nisbatan quyidagicha yozib olish mumkin:

$$\begin{cases} \bar{g}_1(y) = \frac{v_2(y)}{\sqrt{\Delta_1(y, z)}} \int \frac{v_1(t) \bar{g}_2(t) dt}{\sqrt{\Delta_2(t, z)}(u(t, y) - z)}; \\ \bar{g}_2(x) = \frac{v_1(x)}{\sqrt{\Delta_2(x, z)}} \int \frac{v_2(t) \bar{g}_1(t) dt}{\sqrt{\Delta_1(t, z)}(u(x, t) - z)}. \end{cases} \quad (2.2.9)$$

(2.2.9), (2.2.8), (2.2.4) va (2.2.3) ifodalar yordamida (2.2.2) ifodadan

$$f = w(z)f$$

Vaynberg tenglamasi hosil bo'ladi.

Vaynberg tenglamasining tadbirlariga o'tamiz.

2.2.1-xossa. $z \leq \tau_{ess}(H)$ uchun $W(z)$ kompakt operator bo'lib, $w(z)$ operator qiymatli funksiya $z \in (-\infty; \tau_{ess}(H)]$ bo'yicha tekis operator topologiya bo'yicha uzluksiz bo'ladi.

Xulosa.

Bituruv malakaviy ishining ikkinchi bobi „Lokal bo'lmagan potensialga ega model operator uchun Vaynberg tenglamasi" deb atalgan bo'lib bu bob ikkita bo'limdan tashkil topgan. II.1 bo'limda uch zarrachali model operator xos funksiyalari uchun Vaynberg tenglamasi qurilgan. II.2 bo'lim esa Vaynberg tenglamasining asosiy tadbirlariga bag'ishlangan. II.1-II.2 bo'limlarda olingan barcha natijalar qat'iy matematik nuqtai nazardan isbotlangan. Keltirilgan barcha tushunchalarning ta'riflari hamda ular bilan bog'liq mashhur tasdiqlar lemmalar va teoremlar keltirilgan. Olingan natijalarni isbotlash jarayonida matematik analiz, chiziqli algebra, funksional analiz va kompleks analiz usullaridan foydalanilgan.

Xotima.

Bituruv malakaviy ishi mavzusi „Lokal bo'lmagan potensialga ega model operator uchun Faddeyev va Vaynberg tenglamalari” bo'lib, u ikkita bobga bo'lib o'rganilgan .

I bobda asosan lokal bo'lmagan potensialga ega uch zarrachali model operator chiziqlilik, chegaralanganlik va o'z-o'ziga qo'shmalikka tekshirilgan. Model operator uchun Faddeyev tenglamasi va uning simmetrik varianti qurilgan hamda Faddeyev tenglamasining tadbiqlari o'rganilgan. Bu tenglamaning muhim tadbiqlaridan biri-bu berilgan uch zarrachali model operatorning muhim spektrini o'rganishdir. Faddeyev tenglamasi simmetrik variantining muhim tadbiqlaridan biri esa-bu Birmanshvinger prinsipi hamda uning yordamida uch zarrachali model operator diskret spektrining chekli yoki cheksiz bo'lishini, cheksiz bo'lgan holda diskret spektr asimptotikasini hosil qilishdir.

II bob panjaradagi lokal bo'lmagan potensialga ega uch zarrachali model operator uchun Vaynberg tenglamasini o'rganish masalasiga bag'ishlangan. Qaralayotgan model operator va Vaynberg tenglamasiga mos kompakt operatorlarning xos qiymatlari ularning karraliklari xos funksiyalari orasidagi bog'lanish o'rganilgan, bundan tashqari uch zarrachali model operator diskret spektrini o'rganishda Vaynberg tenglamasining o'rni va ahamiyati bayon qilingan.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati.

1. Sh. M. Mirziyoyev. "Oliy ta'limni yanada rivojlantirish to'g'risida"gi qonuni.
2. SH. M. Mirziyoyev. "Tanqidiy tahlil, qat'iy tartib intizom". Toshkent
3. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining Konstitutsiyamizning 26 yilligiga bag'ishlangan tantanali marosimdagi nutqidan.
4. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yilda mamlakatimizni rivojlantirishning eng muhim ustuvor vazifalari to'g'risidagi parlamentga murojaatnomasi.
5. J.I.Abdullayev va boshqalar "Funksional analiz" Toshkent-Samarqand, 2009.
6. T.A.Sarimsokov «Функционал анализ курси» Укитувчи, Тошкент, 1986.
7. А.Н.Колмогоров, С.В.Фомин «Елементы теории функций и функционального анализа» Москва, Наука, 1981.
8. Н.И.Ахизер, И.М.Глазман «Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве» М. Наука, 1972.
9. B.D.Macluer "Elementary Functional analysis" Springer, 2009.
10. Brain Davies "Linear operators aud their spectra" Cambridge University Press, 2007.

11. Т.Х.Расулов, З.Д.Расулова «Спектр одного трехчастичного модельного оператора на решетке с нелокальными потенциалами» Сибирские электронные математические известия. 12(2015), С.168-184.
12. T.H.Rasulov, Z.D.Rasulova “Essential and discrete spectrum of a three-particle lattice Hamiltonian with non-local potentials” Nanosystem: Physics, chemistry, mathematics. 2014, 5(3), P.327-342.
13. В.Хейне, М.Коеп, Д.Уейр «Теория псевдопотенциала» Москва, Мир,1973.
14. <http://ziyonet//>.
15. <http://www.mathematics.com//>.
16. www.lib.homelinux.org/math
17. www.ilm.uz

