

G. G‘aymnazarov, H. Narjigitov, O.G.Gaimnazarov

ALLOMALARIMIZNING MATEMATIK MEROSI

G. G‘aymnazarov, H. Narjigitov, O.G.Gaimnazarov “Allomalarimizning matematik merosi” o‘quv qo‘llanma.

Taqrizchilar: 1. M. To‘xtasinov, fizika-matematika fanlari doktori,
professor (O‘zMU)
2. S.P.Allayarov, texnika fanlari nomzodi, dotsent (GulDU)
3. K.Jamuratov fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent (GulDU)

Texnik mas’ul muharrir O.N.Dushaboyev kata o‘qiyuvchi, doktorant (GulDU)

SO‘ZBOSHI

I bob. VIII-XII ASRDA YASHAB IJOD QILGAN ULUG‘ ALLOMALARNING MATEMATIK MEROSI

§ 1. Muhammad al-Xorazmiy (783-850).

Markaziy Osiyolik matematik olimlar orasida eng mashhurlaridan biri 783-850 yillarda yashab ijod qilgan Abu Abdulloh Muhammad Ibn Muso al-Xorazmiy.

Muso al-Xorazmiy Bag‘doddagi Donishmandlik uyida matematika bilan shug‘ullandi. Uning matematika bo‘yicha yozgan risolalari: «Kitob al-jabr val muqobala», «Hind hisobi haqida qisqacha kitob», «Astronomik jadvallar», «Kitobul-suratul-arz». «Hind hisobi haqida qisqacha kitob» asari Evropada hind pozitsion sistemasining tarqalishida muhim rol o‘ynadi. «Kitob al-jabr va al-muqobala» asarida algebra mustaqil fan sifatida (matematikaning bir bo‘limi) birinchi bo‘lib o‘rganib chiqildi. Bu risola ikki qismdan iborat bo‘lib, birinchi qismida algebraik miqdorlar ustida amallarni hisoblash bajarish qoidolari, birinchi va ikkinchi darajali tenglamalar ko‘rib chiqilgan. Qoidalar va yechimlar so‘z bilan bayon etilgan. Noma’lum ildiz yoki buyum deb noma’lumning kvadrati - kvadrat deb atalgan. Kvadrat tenglamalar geometrik usulda yechilgan. Ikkinchi qismda esa geometrik masalalar bayon etilgan. Unda 3π va 10 sonlarining bir-biriga yaqinligi hamda bundan tashqari, $\pi=3,1416$ kabi qiymatlari keltirilgan. Bu asar lotin tiliga XII asrda tarjima qilingan va ko‘p vaqtlar davomida Evropa mamlakatlarida matematika bo‘yicha asosiy qo‘llanma bo‘lib keldi. Al-Xorazmiyning nomi dastlab matematika olamiga hind hisob sistemasiga asoslangan arifmetika muallifi sifatida tanilgan bo‘lsa, so‘ngra qat’iy qoidalar asosida bajariladigan har qanday hisob sistemasining umumiy nomi (algoritm) sifatida mashhurdir. Al-Xorazmiyning nomi bilan Oyning ko‘rinmas tomonidagi krater ataladi.

2003 yilda Abu Abdulloh Muhammad ibn Muso al-Xorazmiy al-Majusiylar tavalludining 1220 yilligi nishonlandi

1.1. Al-Xorazmiy algebra asoschisi sifatida.

Algebra fan sifatida tenglamalar yechish masalasi bilan bog'liq ravishda rivojlanadi. Qadimda misrliklar, vavilonliklar va hindlar algebraning dastlabki elementlariga ega bo'lganlar: ular tenglamani masala shartlari bo'yicha tuza olish va ulardan ba'zilarini yecha olganlar. Aslida, ular hali miqdorlarni harf bilan belgilashlarni va umumiy formulalarni tuza olmaganlar.

«Algebra» so'zi birinchi marta IX asrda yashagan vatandoshimiz buyuk matematik va munajjim Muhammad ibn Muso Al-Xorazmiy ishlarida uchraydi. Al-Xorazmiy asli Xorazmdan bo'lib yoshligidan fan va ilmga qiziquvchan bo'lgan, keyinchalik matematika va astronomiya sohasida katta ilmiy kashfiyotlar ochgan.

Al-Xorazmiy algebraik tenglamalarni tuzish va ochishga bag'ishlangan «Hisob al-jabr val muqobala» asarini yozgan. Al-jabr so'zidan algebra so'zi paydo bo'lgan. Uning nomi algebra fani paydo bo'lishiga olib keldi va unda hali simvolik belgilashlar yo'q edi va barchasi so'zlar bilan yozilgan edi.

«Al-jabr» va «val muqobala» atamalari o'ng va chap tomonlarida musbat hadlar bo'lgan tenglamaga keltirishga imkon beruvchi eng oddiy va asosiy usullarni bildiradi. Al-jabr - amali (so'zma-so'z-taqqoslash, jiyoslash) tenglamaning chap va o'ng qismlarida o'xshash hadlarni ixchamlashdan iborat va tenglamani qulay ko'rinishga keltirish maqsadga ega.

Algebra uchun katta ilmiy yutuq – bu ko'rish va yozish uchun qulay harfiy belgilashlarning kiritilishidir. Hozirgi zamon harfiy belgilashlarning kiritilishidir. Hozirgi zamon harfiy belgilashlar sekin-asta yaratilgan. XI asrda arab matematigi al-Karxiy ba'zi algebraik miqdorlar uchun maxsus belgilar kiritgan, noma'lumni maxsus belgi bilan ifodalagan.

1.2. Muhammad al-Xorazmiyning ilmiy merosi.

O'rta asrning buyuk qomusiy olimi Abu Jafar Muhammad binni Musso al-Xorazmiy (783-850) o'zining tabiiy va ijtimoiy fanlardagi mashhur kashfiyotlari bilan insoniyat tarixida o'chmas iz qoldirdi. U matematika, astronomiya, geografiya, xuquqshunoslik fanlari bo'yicha muhim ishlar olib bordi. Biz bu yerda uning matematika, astronomiya va geografiya sohasidagi ilmiy merosiga doir ba'zi ma'lumotlarni keltiramiz.

“Algebra” fani uni nomi bilan yuritilishi hammamizga ma'lum. Uning matematikaga doir ishlaridan ikkitasi eng muhim deb hisoblanadi:

- 1) “Al-Kitob al-muxtasar fi xisob al-jabr va-l-muqobala”
- 2) “Kitob xisob al-adad al-Xindi” bilan birga “Kitob al-jam va-l-tafrik fi xisob al-Xind”

Bu ilmiy ishlar XII asrdayoq lotin tiliga tarjima qilindi va G'arbiy Yevropada arifmetika va algebraning rivojlanishiga asos bo'ldi. Uning birinchi asarida birinchi va ikkinchi darajali algebraik tenglamalar nazariyasi bayon etildi va u dunyoga mashhur bo'ldi. Hozirgi kunlardagi biz foydalanayotgan kvadrat tenglamani yechish usulini (formulasini) al-Xorazmiy o'sha vaqtda (825 yillarda) yaratgan edi.

Al-Xorazmiyning ikkinchi matematik asarida hisoblashlarni o'nli sistemada nolni tadbiqlab (birinchi marta) olib borgan ishlari jahon matematiklari orasida tez va keng ma'noda tarqaldi. Bunda u o'nli sistemaning boshqa sistemalariga nisbatan afzalliklarini ko'rsatib, boshqa sistemada yozilgan sonlarni o'nli sistema orqali ifodalash va amallarni bajarish qoidalarini ko'rsatib berdi, hamda bu bilan Yevropada qo'llanib kelinayotgan Rim raqamidagi va sonlarni so'z orqali yozib bajarishdagi noqulayliklarni yengillashtirdi.

Al-Xorazmiyning ilmiy merosining yana biri uning astranomik jadvali “Zij al-Sindxind”dir. Bu asarning lotin tiliga tarjima qilinishi G'arb mamlakatlarida astronomiya fanining vujudga kelishiga katta ta'sir ko'rsatdi. Bu asarda sonli jadvallar bilan birga astronomiya bo'yicha bir qator nazariy muhokama-mushohadalar berilgan. Bundan keyinchalik Ahmad al-Fargoniy (862 yilda vafot

etgan) “Geometriya yordamida astralyabiyadan foydalanish” nomli asarida foydalandi. Beruniy (973 yilda tug‘ilgan) ham al-Xorazmiyning “Oy nazariyasi” bo‘yicha olib borgan ishlaridan habardor bo‘lib Quyosh va Oyning diametrini hisoblashlari qanchalik aniqlaganiga baho berdi.

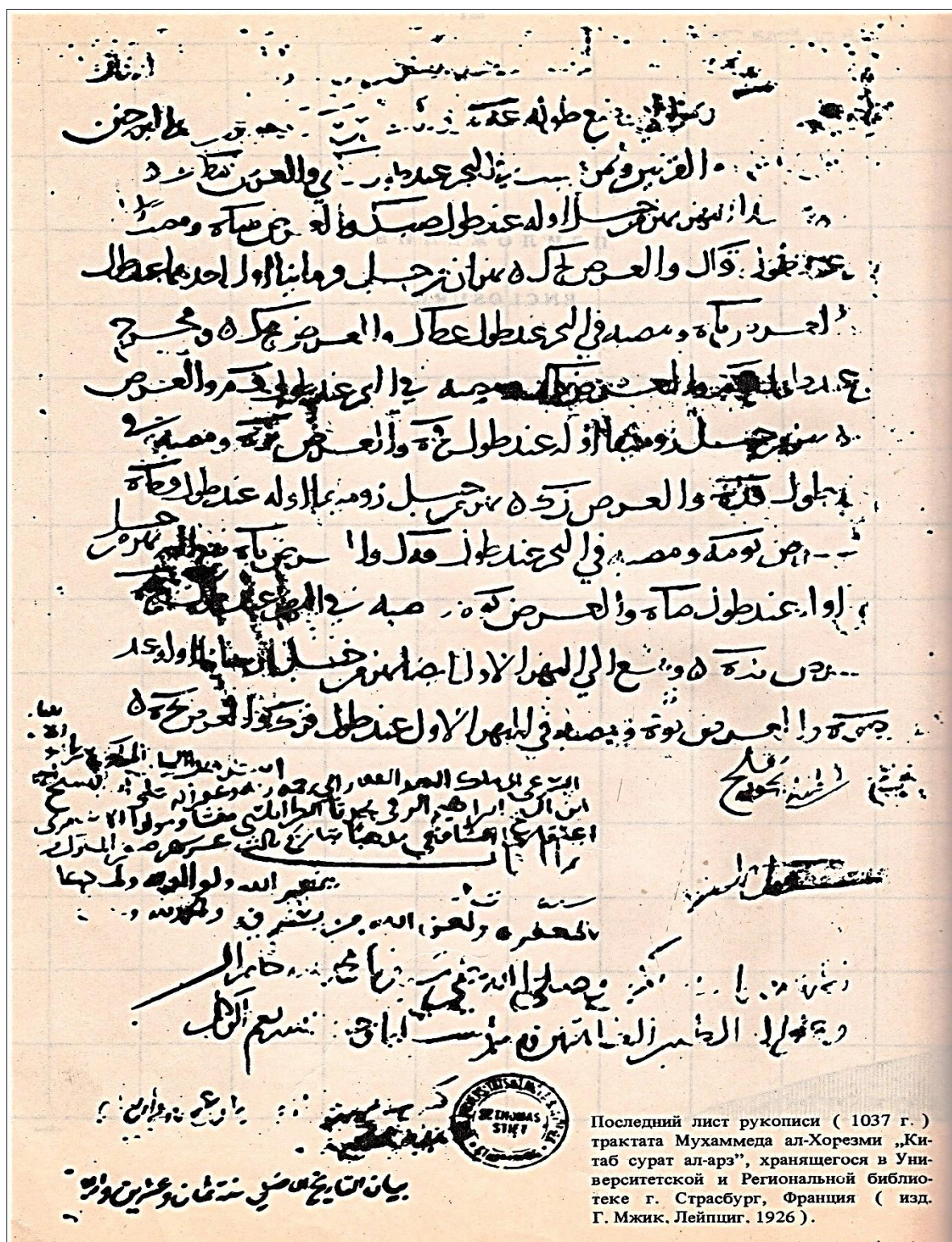
Agar I.Kepler (1571-1630) ning astranomik tekshirishlariga ahamiyat berilsa, unda u al-Xorazmiyning astranomik metodlaridan foydalanganligini ko‘rish mumkin. Masalan: “Ekstsentrik anomaliya”ni aniqlashni keltirish mumkin. Umuman aytganda al-Xorazmiyning astranomik jadvallaridan uning vafotidan keyin astranomlar 200 yil davomida foydalandilar.

Al-xorazmiyning yana bir mashhur ilmiy merosi dunyoning “Ma’mun xaritasi”ni (Ma’mun 813-833 yillar xalifalik qilgan) yaratishdan iboratdir (ulardan faqat 4 tasi saqlangan). Bu uning “Kitob surat al-Arz” asarida bayon etilgan. Bunda u dunyoni sharqdan g‘arbga o‘tuvchi 7 ta kenglikka, poyasga (“xaft iqlim”) bo‘ladi. Bunday 7 iqlimlik bo‘lish, kenglikni gradus bo‘yicha taqsimlash, geografiya faniga qo‘yilgan dastlabki qadam bo‘ldi. Al-Xorazmiy tomonidan tuzilgan xaritalar O‘rta Osiyo kartografiyasida eng avvalgilari bo‘lib hisoblanadi. Al-Xorazmiy xaritasida (“Jazirat al-yakut”) afsonaviy Atlantidaning tasvirlanganini ko‘ramiz. Uning xaritasida Atlantika okeanining tubidan o‘tuvchi “Er kamari” deb ataluvchi yagona tog‘ zanjiri tasvirlangan. Yerning shar shaklida ekanligi va uning aylanasi meridian bo‘yicha o‘lchash al-Xorazmiy hamda uning hamkasblari uchun abstrakt gipoteza bo‘lmay, amaliy yechilgan masaladan iborat edi.

Xalifa Ma’mun olimlarining hisoblashlaricha Yer sharining aylana uzunligi 47325 km. Hisoblashlarni “Bayt al-Hikmat” (“Hikmatlar uyi” yoki “Donishmandlar uyi”) mutaxassislari olib borgan edi. Xalifa Ma’mun davrida 2 marta eksperiment hisoblash olib borildi. Ikkinchi marta hisoblashda yer sharining aylana uzunligi 40252 km atrofida ekanligini aniqladi.

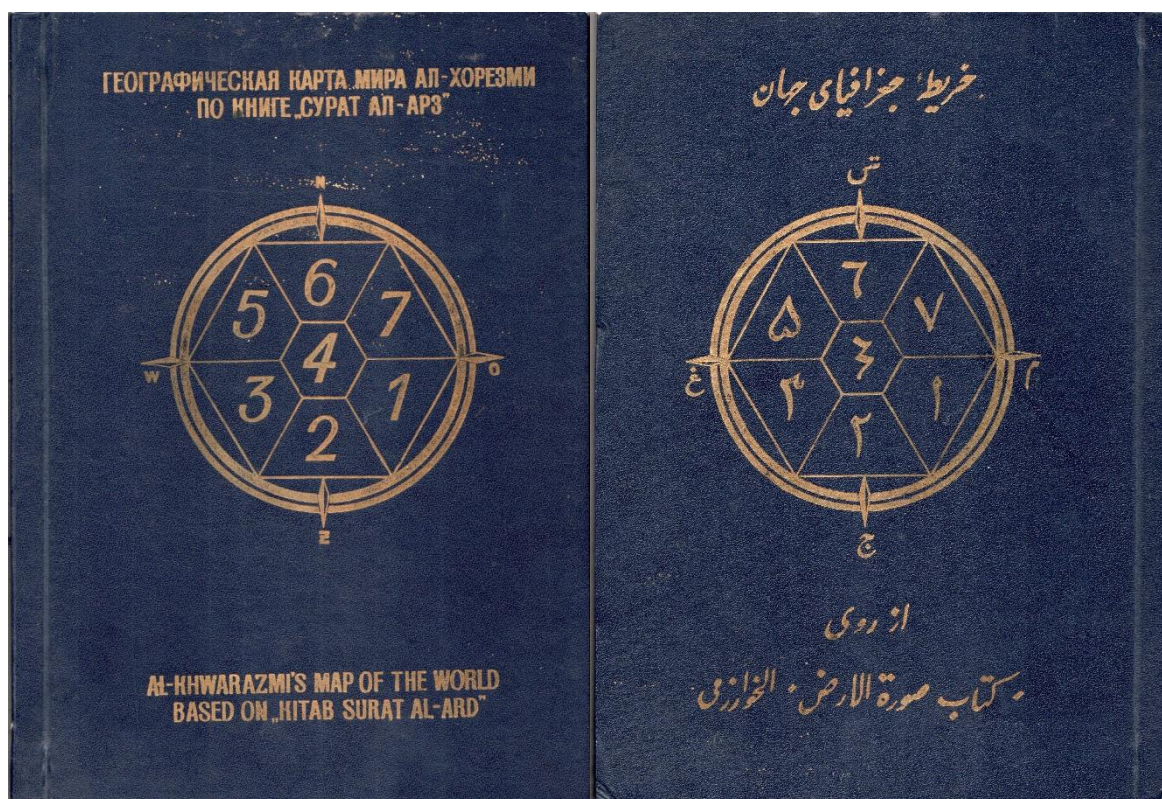
1967 yili Hindistondagi Aligarx universitetining falsafa doktori S.Raziya Jafri xonim al-Xorazmiyning Yer sirtining xaritasini rekonstruksiya (tiklash) bo‘yicha ko‘p yillik ilmiy tadqiqot ishini oxiriga yetkazdi. Al-Xorazmiyning “Kitob surat al-Arz” asarining teksti va undagi astronomik jadvallarning (“Zij”) kartografik interpretatsiya bo‘yicha analiz qilib S.Raziya Jafri xonim tarihdan birinchi marta dunyoning “Ma’mun xaritasi”ni to‘la tiklashga muvaffaq bo‘ldi. “Ma’mun xaritasi”ning interpretatsiyasi zamonaviy kartografiyaning printsiplariga va terminologiyalariga asoslanadi. S.Raziya Jafri xonimning ishlari bundan 1170 yil oldin

“Bayt al-Hikmat” jamoasi tuzgan dunyoning “Ma’mun haritasi”ning asl nusxasi (kopiyesi) deb qaralmaydi, albatta.

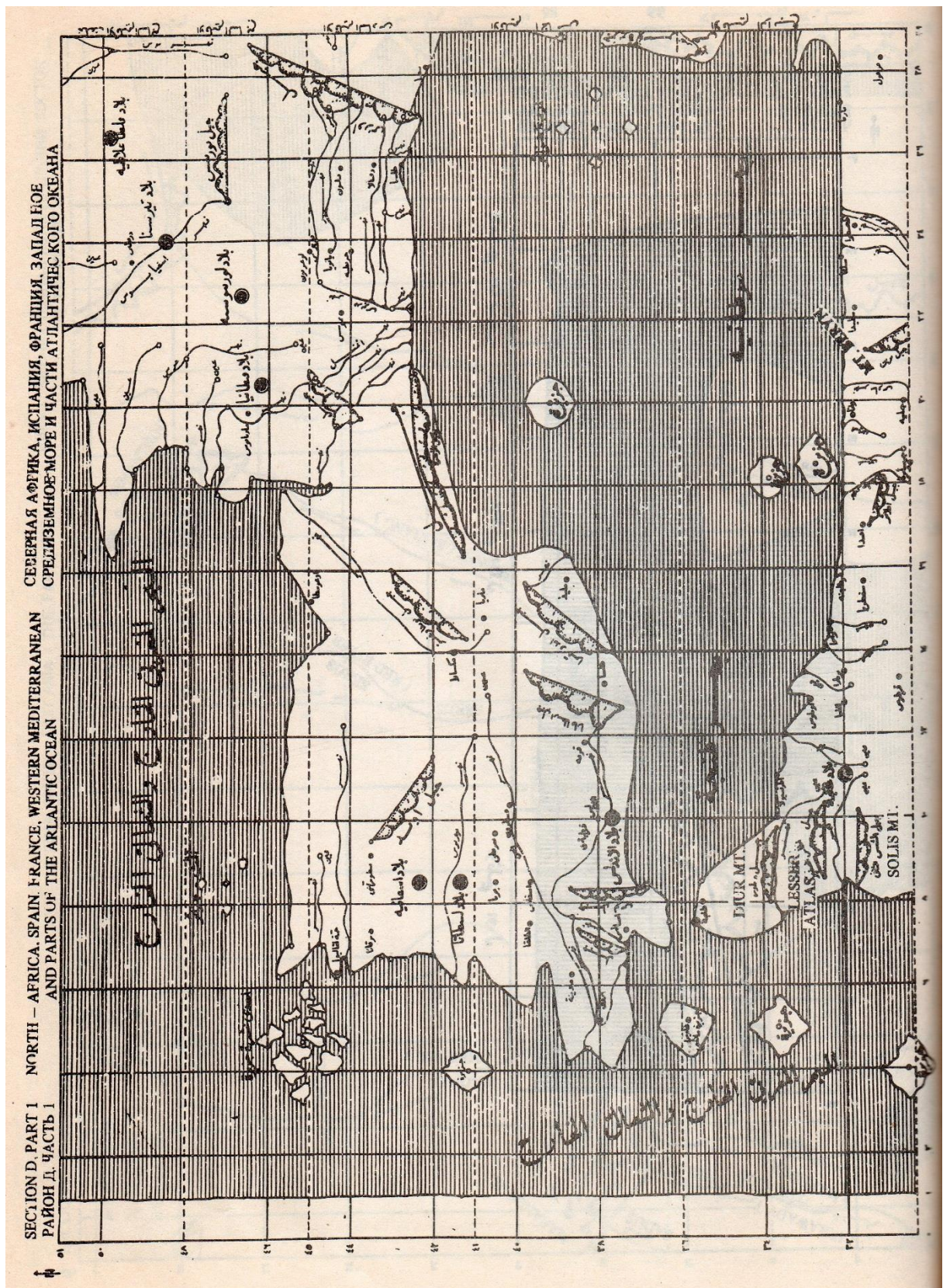


Muhammad al-Xorazmiyning “Yer shakli” kitobining qo‘lyozmasining (1037 yil) oxirgi beti.

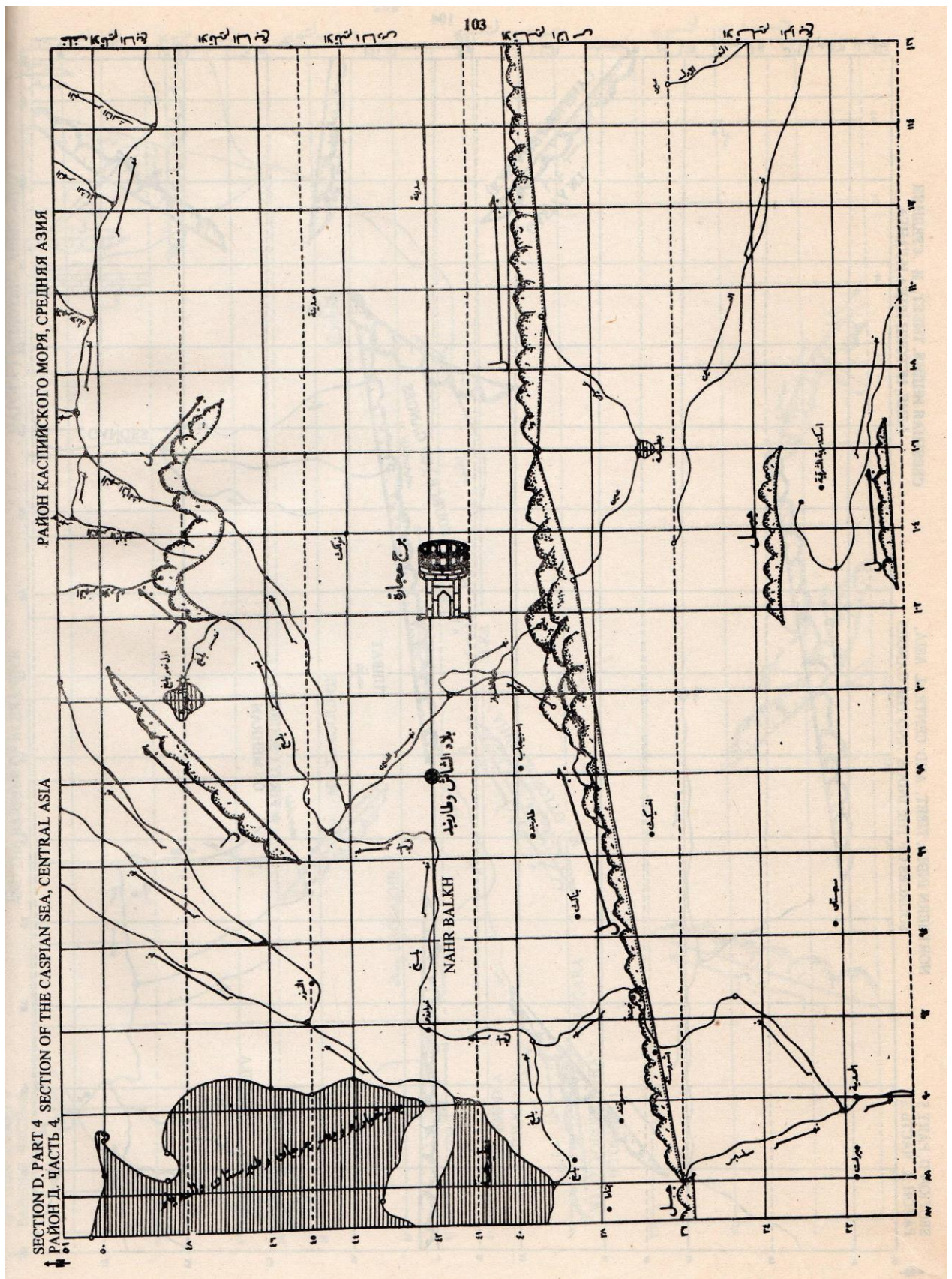
Bu qoʻlyozma Strasburg shahridagi (Fransiya) universitet va regional (mintaqaviy) kutubxonasida saqlanmoqda. (1926 yil Mjik, Leyptsig nashri)



Bu rasmda al-Xorazmiyning “Yer shakli” kitobida dunyoni 7 iqlimga boʻlish koʻrsatilgan



Al-Xorazmiyning dunyo geografik kartasidan (Atlantika okeani va boshqalar tasvirlangan)



Al-Xorazmiyning dunyo geografik kartasidan (Markaziy osiyo va boshqalar tasvirlangan)

1.3. Kvadrat tenglamani yechishning Muhammad al-Xorazmiy usuli.

Algebra fanining mustaqil fan sifatida rivojlanishida Xorazmiyning roli juda katta. **“Algebra”** atamasining o‘zi Xorazmiyning **“Al-jabr va-l-muqobala hisobihaqida qisqacha kitob”** nomli asaridagi **“al-jabr”** so‘zining lotincha yozilishidagi buzilgan shakli. Bu asar bizgacha 1342-yili ko‘chirilgan arabcha nusxada yetib kelgan. U Oksford (Angliya) universiteti kutubxonasida saqlanadi. Bu asar juda ko‘p Yevropa tillariga tarjima qilingan. Ulardan eng qadimgisi 1145-yili ingliz Robert Chester va 1160-yili italiyalik Gerardo qilgan lotinchatarjimalar hisoblanadi.

1486-yili Iogan Viddman birinchi marta Leyptsig (Germaniya) universitetida algebra kursidan ma’ruza o‘qiydi va algebradan darslik yozadi, Viddman darslikning ko‘p qismini Xorazmiyning yuqorida nomi tilga olingan risolasidan oladi.

Shuni ham eslatib o‘tish kerakki, O‘rta asrlarda yozilgan algebra qo‘llanmalarining ko‘pchiligida Xorazmiyning algebraga doir kitobidagi misol va masalalar uchraydi. Xorazmiyning bu asari rus tiliga ham, o‘zbek tiliga ham tarjima qilingan. Ruscha tarjimasini 1964-yili B.A. Rozenfeld o‘zbekcha tarjimasini 1983-yili Ashraf Ahmedov bajargan. Xorazmiy bu asarni nega yozganligini asarning bosh qismida quyidagicha izohlaydi: **“Men arifmetikaning sodda va murakkab masalalarini o‘z ichiga oluvchi al-jabr va-l-muqobala hisobi haqida qisqacha kitob yozdim, chunki u odamlarga meros taqsimlashda, vasiyatnoma yozishda, boyliklarni bo‘lishda va adliya ishlarida, savdo-sotiqda, turli xil munosabatlarda, kanal qazishda va geometrik hisoblashlarda juda ham zarur”**. Kitobning yozilishidan maqsad ma’lum bo‘ldi, undagi **“al-jabr”**, **“va-l-muqobala”** atamalari arabcha bo‘lib, quyidagi ikki amalni anglatadi: **“al-jabr”** - **“to‘ldirish”** – tenglamaning biror qismidagi ayriluvchi hadni uning ikkinchi qismiga qo‘shiluvchi qilib o‘tkazish. Masalan, $3x^2 - 4x + 2 = 2x^2 + 7$ tenglamaga **“al-jabr”** amalini qo‘llasak, tenglama ushbu ko‘rinishga keladi:

$$3x^2 + 2 = 2x^2 + 4x + 7$$

“al-muqobala” – “qarama-qarshi qo‘yish” – tenglamaning har ikkala qismidagi teng qo‘shiluvchilarni o‘zaro yeyishtirish. Masalan, yuqoridagi oxirgi tenglamaga “al-muqobala” amalini ishlatdik, u quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$x^2 = 4x + 5$$

Xorazmiy bu kitobda “ildiz”, “kvadrat”, “sodda son” kabi atamalarni (albatta, arab tilida, chunki Xorazmiy zamonida fan tili arab tili bo‘lgan) ishlatadi. “Ildiz”- noma’lum biz uni x orqali belgilaymiz. “Kvadrat” - “ildiz” ning kvadrati, ya’ni x^2 , “sodda son” – natural son. Xorazmiy bu munosabatlar orasida quyidagi oltita munosabat borligini aytadi.

- 1) Kvadratlar ildizlarga teng: $ax^2 = bx$
- 2) Kvadratlar songa teng: $ax^2 = c$
- 3) Ildizlar songa teng: $bx = c$
- 4) Kvadratlar va ildizlar songa teng: $ax^2 + bx = c$
- 5) Ildizlar kvadratlar va songa teng: $bx = ax^2 + c$
- 6) Kvadratlar ildizlar va songa teng: $ax^2 = bx + c$

Xorazmiy o‘z kitobining oltita bobida yuqoridagi tenglamalarni yechish usullarini bayon etadi. Masalan, to‘rtinchi bobda $x^2 + 10x = 39$ tenglama qaraladi. Xorazmiyning tenglamasini yechish hozirgi bizning yozuvda quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$x = \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 39} - \frac{10}{2} = \sqrt{25 + 39} - 5 = 8 - 5 = 3;$$

$$x = 3; \quad x^2 = 9$$

Beshinchi bobda $x^2 + 21 = 10$ tenglama yechiladi:

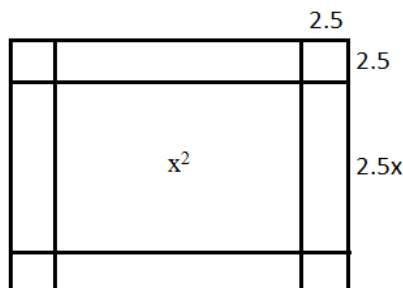
$$x^2 + 21 = 10;$$

$$x = \frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 21} = 5 \pm \sqrt{25 - 21} = 5 \mp \sqrt{4} = 5 \mp 2,$$

$$x_1 = 3, \quad x_1^2 = 9, \quad x_2 = 7, \quad x_2^2 = 49$$

Shu bobda Xorazmiy keltirilgan kvadrat tenglama uchun ikkita ildiz topadi. Bu haqda u quyidagicha yozadi: “Agar senga shu bobga tegishli masala uchrab

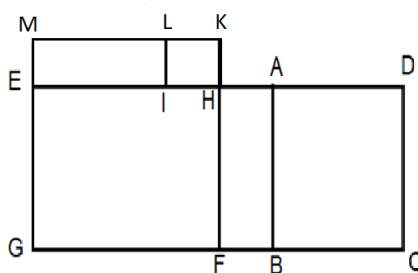
Xorazmiy o'zining bergan yechimining to'g'riligini geometrik usulda isbotlaydi. U $x^2 + 10x = 39$ tenglama uchun quyidagicha: tomoni x ga teng kvadrat oladi va uning tomonlarida balandligi $\frac{10}{4}$ ga teng to'rtta to'rtburchak yasaydi (1-rasm).



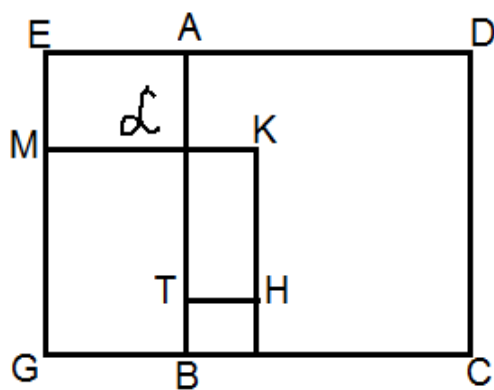
Bu shaklning burchaklariga tomoni $\frac{10}{4}$ ga teng to'rtta kvadratcha qo'shiladi. Hosil bo'lgan shakl kvadrat bo'lib, uning yuzi $39 + 4(\frac{10}{4})^2 = 64$ ga teng, uning tomoni $x + 2 \cdot \frac{10}{4} = 8$, ya'ni $x = 3$.

$x^2 + 21 = 10x$ tenglama uchun ikkita ildiz hosil bo'ladigan hollarning geometrik isbotini Xorazmiy quyidagicha isbotlaydi.

Avval birinchi $x = \frac{p}{2} - \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$ hol qaraladi. Tomonlari $GC = p$ va $CD = x$ bo'lgan $GCDE$ - to'g'ri to'rtburchak (2-rasm).



13



3-rasm

$ABCD = x^2$ kvadrat unga yondosh qilib yasalgan $GBAE = (p - x)x = q$ to'g'ri to'rtburchakdan hosil qilingan. GC ning o'rtasi F nuqtadan FH perpendikulyar o'tkazilib, u K nuqttagacha davom ettirilgan:

$$HK = AH = \frac{p}{2} - x \quad GFKM = \left(\frac{p}{2}\right)^2 \quad \text{va} \quad IHKL = \left(\frac{p}{2} - x\right)^2 \quad \text{kvadratlar}$$

yasalgan. Yasalishiga ko'ra $EILM$ va $FBAH$ to'g'ri to'rtburchaklar teng, chunki ularning mos tomonlari o'zaro teng. Shu sababli $IHKL$ kvadrat $GFKM$ kvadrat $GFHE$ va $EILM$ to'g'ri to'rtburchaklar yig'indisining ayirmasiga yoki $GFKM$ va $GBAE$ kattaliklarining ayirmasiga teng, ya'ni $\left(\frac{p}{2} - x\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$. Bundan

$$IH = AH = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{izlangan tomon esa} \quad AD = HD - HA \quad \text{ya'ni}$$

$$x = \frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Ikkinchi $x = \frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ hol uchun geometrik isbot 3-rasmda ko'rsatilgan,

bunda $GC = p$ tomonning O'rta nuqtasi $FBC = x$ kesmaning ichida yotadi, $AB = BC$. Tomoni $BF = x - \frac{p}{2}$ ga teng. $BFHI$ kvadrat $GFKM = \left(\frac{p}{2}\right)^2$ kvadrat

bilan $GBLM$ va $IHKL$ to'g'ri to'rtburchaklar yig'indisining ayrilganiga teng. O'z

navbatida $GBAE = q$, unda $BF = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ va $x = CF + FB$,

$$x = \frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

§2. Ahmad Farg‘oniyning matematik merosi.

O‘zbekiston Respublikasi birinchi Prezidenti I.A. Karimov 2014 yil 15-maydagi “O‘rta asr sharh allomalari va mutafakkirlarining tarixiy merosi uning zamonaviy sivilizatssiyasi rivojida roli va ahamiyati” mavzusidagi xalqaro konferentsiyasini ochilish marosimida nutqida “Ahmad Farg‘oniyning yutuqlaridan biri o‘rta asrdagi asosiy astronomik asbob – uskunar nazariyasini ishlab chiqqan va shuningdek, Nil daryosida ko‘p asrlar davomida suv sathini o‘lchaydigan asosiy vosita sifatida xizmat qilib kelgan mashhur inshootni yaratgani bo‘ldi” deb ta’kidlagan edi.

2.1. Ahmad Al-Farg‘oniyning hayoti va faoliyati.

Dunyoning qator fanlarining rivojlanishiga katta hissa qo‘shgan ulug‘ allomalardan biri IX asrda yashab ijod etgan hamda matematika, geometriya, astronomiya, geografiya va boshqa ko‘plab fanlar rivojiga salmoqli hissa qo‘shgan yurtdoshlarimizdan biri Ahmad Farg‘oniy hisoblanadi. Uning to‘liq ismi Abul Abbas Ahmad ibn Muhammad Kasr al-Farg‘oniy. U taxminan 797-yil Farg‘onaning Quva shahrida tug‘ilgan.

Sharqda Al-Farg‘oniy, Yevropada Alfraganus taxalluslari bilan mashhur bo‘lgan. Uning hayoti va ilmiy faoliyati to‘g‘risida juda oz ma’lumotlar yetib kelgan. Ahmad Farg‘oniy hayoti, ilmiy izlanishlari va kamoloti arab xalifalari — Abbosiylar sulolasi hukm surgan, Arab xalifaligi jahonning eng yirik saltanatlaridan biriga aylanib, uning ijtimoiy-siyosiy va madaniy hayotida Movarounnahr, Xorazm va Xurosondan kelgan ko‘plab mutafakkirlar muhim o‘ringa ega bo‘la boshlagan tarixiy davrda kechdi. Ahmad Farg‘oniy xalifa Horun ar-Rashid (786—809) vorislari al-Ma'mun (813—833), Mo‘tasim (833—842) va Mutavakkil (846—861) hukmronlik qilgan davrda yashadi; avval Marv, so‘ngra Bag‘dod, Damashq va Qohira shaharlarida ilmi hay’at (falakiyot — astronomiya), riyoziyot (matematika) va jug‘rofiya (geografiya) fanlari bilan shug‘ullandi hamda qator ilmiy asarlar yozib qoldirdi.

Ahmad Farg‘oniy dastavval (taxminan 811-yil) Farg‘onadan Marvga kelgan.

Ilk oʻrta asrlardayoq Marv shahri Oʻrta Osiyoning yirik madaniy va ilmiy-maʼrifiy markazlaridan biri boʻlgan. Bu maskanda oʻsha davrlardayoq Movarounnahr, Xorazm va Xurosondan koʻplab olimlari fozillar va mutafakkirlar toʻplanib, ajam, yaʼni Sharqning arablardan boshqa xalqlari madaniy hayotida muhim ahamiyat kasb etganlar. Hatto 651 -yilda soʻnggi Sosoniylar shahanshohi Yazdigard III ibn Shahriyor (632—651) arablar taʼqibidan qochib, poytaxt kutubxonasidagi kitoblarni oʻzi bilan Marvga olib kelgan. Xalifalik qoʻl ostiga oʻtgach ham Marv oʻzining qadimgi mavqeini yoʻqotmay, nafaqat ilmiy va madaniy markazga, balki fath etilgan sharqiy viloyatlarning siyosiy markaziga aylangan.

Horun ar-Rashid vafoti (809-yil)dan soʻng xalifalik taxtiga Muhammad al-Amin (809—813) chiqadi. Uning akasi Abdulloh bilan taxt uchun (809—813-yillarda) olib borgan kurashi (Horun ar-Rashid oʻgʻli Abdullohni 806-yilda Movarounnahr va Xurosonning noibi etib Marvga yuborgan edi) Abdullohning gʻalabasi bilan tugaydi. Muhammad al-Amin qatl etiladi. Oʻsha yili (813-yili) Abdulloh al-Maʼmun nomi bilan taxtga oʻtiradi. Biroq u xalifalik poytaxi "Bagʻdodga bormay, 819-yilga qadar Marvda yashaydi. U oʻz atrofiga olimlari fozillarni toʻplaydi. 819-yili al-Maʼmun barcha saroy aʼyonlari va olimlari bilan birga Marvdan Bagʻdodga koʻchadi. Ular orasida Ahmad Fargʻoniy ham boʻlgan. Bu davrda xalifalikda Horun ar-Rashid farmoni bilan bino qilingan ikkita rasadxona va boy kutubxona bor edi. Abu Rayhon Beruniy maʼlumotiga qaraganda, rasadxonalardan biri Bagʻdodning ash-Shammosiya mahallasida, ikkinchisi Damashq yaqinidagi Kasiyun togʻida joylashgan. Rasadxonalarda Honin ar-Rashid asos solgan ilmiy markaz — "Bayt ul-hikma" ("Donishmandlik uyi") olimlari ilmiy tadqiqotlar olib borardi. Ular orasida Ahmad al-Fargʻoniy ham boʻlgan. Ahmad al-Fargʻoniy avval Bagʻdoddagi rasadxonada tadqiqotlar olib bordi, soʻngra al-Maʼmun topshirigʻiga binoan Damashqdagi rasadxonada osmon jismlari harakati va oʻmini aniqlash, yangicha "Zij" yaratish ishlariga rahbarlik qildi.

Ahmad Fargʻoniy yunon astronomlari, jumladan, Ptolemeyning "Yulduzlar jadvali" asarida berilgan maʼlumotlarni koʻrib chiqish hamda oʻsha davrdagi barcha

asosiy joylarning jo'g'rofiy koordinatalarini yangitdan aniqlash yuzasidan olib borilgan muhim tadqiqotlarda faol ishtirok etdi. Shu munosabat bilan arab tilidagi ilmiy atamashunoslikka doir ishlarni, xususan, falakiyot, riyoziyot va jug'rofiyaga oid atamalami belgilab chiqishdek maxsus ilmiy ishlarni amalga oshirishda ham Ahmad Farg'oniyni xizmati katta. Bulardan tashqari, u ayrim astronomik asboblarni ixtiro etish, falakiyotga doir arab tilidagi boshlang'ich bilimlarni belgilash va tartibga solish ishlariga ham muhim hissa qo'shdi. 832—833-yillarda Ahmad Farg'oniyni Shorn (Suriya) shimolidagi Sinjor dashtida Tadmur va ar-Raqqa oralig'ida yer meridiani bir darajasining uzunligini o'lchashda qatnashdi. Ahmad Farg'oniyni hayoti va ilmiy ta'limi to'g'risidagi eng so'nggi ma'lumot 861 - yilga mansubdir. O'sha yili Abbosiy xalifa Abul Fazl Ja'far al-Mutavakkil (hukmronlik yillari 847 — 861) buyrug'iga binoan Ahmad Farg'oniyni Nil daryosidagi suv sathini o'lchaydigan inshoot barpo etish uchun Misrning Qohira yaqinidagi Fustat shahriga keladi va bu inshootni yasaydi. Ilmiy-texnik va me'moriy jihatdan g'oyat ulug'vor bu qurilma Nil daryosining Sayyolat ul-Rod mavzesida hozirga qadar saqlanib qolgan. Garchi Ahmad al-Farg'oniyni haqida ma'lumotlar juda oz bo'lsa-da, o'rta asrda sharq ilmiy dunyosida uning nomi mashhur bo'lgan. Ibn an-Nadim (X asr), Ibn al-Kiftiy (XII—XIII asr), Abul Faraj Bar Ebroy (XIII asr) va Hoji Xalifa (XVII asr) kabi Sharq tarixchi va fihristchi (biobibliograf) larni uning nomini o'z asarlarida qayd etganlar.

Yozma manbalarda qayd etilishicha, Ahmad Farg'oniyni ilk o'rta asr falakiyot, riyoziyot va jo'g'rofiya ilmlari yo'nalishida bir qancha ilmiy asarlar yozib qoldirgan. Uning asosiy astronomik asari "Samoviy harakatlar va umumiy ilmiy nujum" ("Kitob al-harakot as-samoviya va javomi' ilm an-nujum") dir. Bu asar "Astronomiya asoslari haqidagi kitob" nomi bilan ham malum bo'lib, 1145- va 1175-yillarda Yevropada lotin va ivrit tillariga tarjima qilingan. Shundan so'ng Ahmad Farg'oniyni nomi lotinlashtirilib, "Alfraganus" shaklida G'arbda shuhrat topgan. Uning "Astronomiya asoslari haqidagi kitob" asaridan bir necha asrlar davomida Yevropa universitetlarida astronomiya fani bo'yicha asosiy darslik sifatida foydalanilgan, chunki bu kitob o'sha zamondagi astronomiya bo'yicha eng

muhim va zarur bilimlarni o'z ichiga olgan. Uning geografiyaga oid bo'limi Yeryuzidagi mamlakat va shaharlar haqida eng boshlang'ich va zaruriy bilimlarga bag'ishlangan bo'lib, "Yerdagi malum mamlakatlar va shaharlarning nomlari va har bir iqlimdagi hodisalar haqida" deb atalgan. Asarda falakiyot va geografiya ilmlarining asosiy mazmuni, vazifalari va qismlari tushunarli dalillar asosida sodd qilish bayon etilgan. Xususan, Yerning dumaloqligi, bir xil osmon yoritqichlarining turli vaqtda ko'tarilishi, tutilishi va bu tutilishning har bir joydan turlicha ko'rinishi, masofalar o'zgarishi bilan ularning ko'rinishi ham o'zgarishi haqida qimmatli mulohazalar bildirilgan. Umuman Ahmad Farg'oniyni "Astronomiya asoslari haqidagi kitob" asari o'rta asr musulmon Sharqi mamlakatlarida, so'ng Ispaniya orqali Yevropa mamlakatlarida astronomiya ilmining rivojini boshlab berdi. Ahmad Farg'oniyni asarining lotincha tarjimasi birinchi marta 1493-yilda tosh bosma usulida nashr etildi. Yevropa Uyg'onish davrining mashhur olimi, nemis astronomi va matematigi Regiomontan (1436—1476) XV asrda Avstriya va Italiya uni versitetlarida astronomiyaga doir ma'ruzalarini Ahmad Farg'oniyni asari asosida o'qigan. Ahmad Farg'oniyni nomi italyan shoiri Dante Alighieri (1265—1321) va nemis shoiri Iogann Fridrix Shiller (1759—1805) tomonidan ham tilga olinadi. 1669-yili mashhur golland matematigi va arabshunosi Yakob Golius Ahmad Farg'oniyni asarining arabcha matnini yangi lotincha tarjimasi bilan nashr etganidan so'ng Ahmad Farg'oniyni va uning asarining shuhrati yanada ortdi.

Yevropa olimlaridan J. L. D'Alamber, K. Brokkelman, X.Zuter, I. Yu. Krachkovskiy, A. P. Yushkevich va B. A. Rozenfeld Ahmad Farg'oniyni ijodi va qoldirgan ilmiy merosiga yuqori baho berganlar.

Bizning davrimizgacha Ahmad Farg'oniyni 7 asari saqlanib qolgan (lekin bular hozirgi zamon tillariga tarjima qilinmagan). Asarlarining qo'lyozmalari jahonning turli shaharlari — Berlin, London, Parij, Tehron, Toshkent, Dushanba, Mashhad, Patna, Rampur, Halab va Qohiradagi yirik kutubxonalarda saqlanmoqda. Ahmad Farg'oniyni boy ilmiy merosini chuqur o'rganish O'zbekistonda mustaqillikdan keyin boshlandi. 1998-yili O'zbekiston Respublikasi Prezidenti Islom Karimov tashabbusi bilan Ahmad Farg'oniyni 1200 yilligi xalqaro

miqyosda keng nishonlandi. Farg‘ona shahrida Ahmad Farg‘oniy nomi bilan ataladigan istirohat bog‘i barpo etildi. Musulmon mamlakatlari bo‘ylab safarga chiqqan Zahiriddin Muhammad Bobur nomidagi ekspeditsiya a‘zolari 1997-yil 5-dekabirda Misrda bo‘lishib, Ahmad Farg‘oniy hayotini o‘rganishlari natijasida u Misrning Fustat shahrida vafot etganligi, Munattam tog‘ining sharqiy qismidan sal narida joylashgan Imom ash-Shofe qabristoniga dafn etilganligini aniqlashdi. Vaqt o‘tishi bilan uning qabri yo‘qolib ketgan. U yerdan olib kelingan tuproq Farg‘ona vodiysining Quva shahrida 1998-yilda barpo etilgan ramziy qabrga qo‘yildi va shu joyga Ahmad Farg‘oniyga haykal o‘rnatildi. YUNESKOning 1998-yildagi tadbirlari, O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining "Ahmad al-Farg‘oniy tavalludining 1200 yilligini nishonlash to‘g‘risida"gi qarori (1997-yil 27-noyabr)ga ko‘ra alloma hayoti va ijodiga bag‘ishlangan ilmiy anjumanlar, badiiy ko‘rgazmalar o‘tkazildi, yangi kitoblar nashr etildi, spektakllar (dramaturg Hayitmat Rasulning "Piri koinot", Yo‘ldosh Sulaymonning "Farg‘ona farzandi", Nurulloxon Hoji Abdulloh o‘g‘lining "Bashar allomasi") sahnalashtirildi, filmlar suratga olindi. XVI asrdayoq Oydagi 20 km li yirik kraterlardan biriga Ahmad Farg‘oniy nomi qo‘yildi. Farg‘ona shahridagi maydon, ko‘chaga Ahmad Farg‘oniy nomi berilgan.

O‘zbekiston respublikasining birinchi prizdidenti I.A.Karimov 2014-yil 15-maydagi “o‘rta asr sharq allomalari va mutaffakirlarining tarixiy merosi uning zamonaviy siliviztsiyasi rivojidadagi ro‘li va ahamiyati “mavzusidagi xalqaro konverensiyaning ochilish marosimidagi nutqida “Ahmad Farg‘oniyning yutuqlaridan biri o‘rta asrdagi asosiy astronomik asbob- uskunalar nazriyasini ishlab chiqqan va shuningdek, Nil daryosida ko‘p asrlar davomoda suv sathini o‘lchaydigan asosiy vosita sifatida xizmat qilib kelgan mashhur inshootni yaratgani bo‘ldi” deb ta kidl原因 edi. Ahmad Farg‘oniy “ Ma mun akademiyasi” da al-Xorazmiy bilan faoliyat ko‘rsatib dunyo xaritasini yaratdi.Bunda u yerni shar shaklida qarab uning sferasini tekislikka preksiyalash bilan shug‘ullangan. Ya'ni stereografik preksiya va uning xossalarini tekshirgan. **aniqlashdagi yoylar** uzunligini o‘lchash natijalari va ulami farsax, miliar bilan **o‘lchangan**

qiymatlarining gradus, minut, sekund, tertsiyalarga agʻdargan jadvali keltirgan. Bu jadvalda Beruniy Ahmad al-Fargʻoniyning oʻlchash natijalari Habash al-Hasibning natijalari bilan taqqoslab koʻrsatgan. Biz bu erda Axmad Fargʻoniyning matematika sohasida ilmiy merosiga toʻxtalib oʻtamiz.

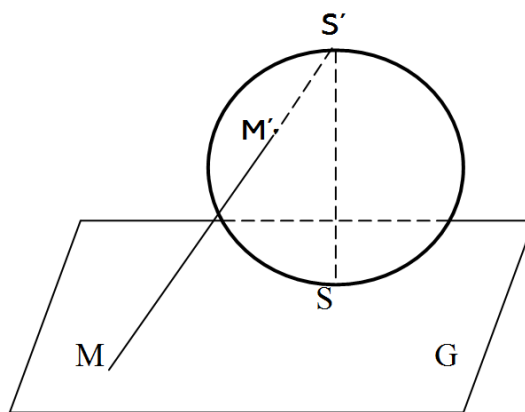
Matematika, geometriya, astronomiya va geografiya fanlarining rivojlanishiga asos solgan vatandoshimiz IX asrda yashab ijod qilgan Abul Abbos Axmad ibn Muxammad Kasir al-Fargʻoniydir (798-870 yildan keyin) u gʻarb mamlakatlarida al-Farganus nomi bilan mashhur boʻlgan.

Amerikani kashf qilishda X.Kolumb va Yer shari boʻylab XIII asrda sayohat qilishdi. (dengiz va okeanlarda) F.Magelan Axmad Farʻoniyning ilmiy tadqiqot ishlaridan keng foydalanganligini yozib qoldirgan.

Axmad Fargʻoniy “Maʼmun akadkmiyasida al-Xorazmiy bilan faoliyat koʻrsatib” dunyo xaritasini yaratdi. Bunda u Yerni shar shaklida qarab uning sferasini tekislikka proektsiyalash bilan shugʻullangan. Yaʼni stenografik proeksiya va uning xossalari tekshirdi.

Stenografik proeksiya Stereografik proeksiya tushunchasini keltirib oʻtamiz. Biror shar G tekislik ustida joylashgan boʻlsin. Shar sferasining S nuqtasiga tekislik urinib oʻtgan boʻlsin. Sferada S nuqtaga qarama-qarshi diametral nuqtani S' deb belgilaylik, yaʼni sfera ustidagi S va S' nuqtalar uning diametrlari uchida boʻlsin (1-chizma).

Sfera hamma nuqtalarining S' nuqtadan G tekislikdagi proeksiyalari **stereografik proeksiya** deyiladi. Masalan, sferadagi M' nuqtaning G tekislikdagi proeksiysi M nuqtadan iborat, bunda M nuqta G tekislik nuqtasi (1-chizmaga qarang). Sferadagi S' va S nuqtalar **sfera qutblari** deyiladi.



1-chizma

Agar G tekislikni unga parallel bo‘lib S' proeksiya markazidan (qutbdan) o‘tmaydigan tekislik bilan almashtirilsa, u holda qaralayotgan bunday proeksiya xossasi o‘zgarmaydi. Bu tekislikni sferaning **diametral tekisligi** deb qabul qilinadi (agar proeksiya markazini sferaning diametral qarama-qarshi nuqtalarini uning qutblari deb qabul qilinsa, bunday tekislik ekvatoridan iborat bo‘ladi).

Biror shar G tekislik ustida joylashgan bo‘lsin. Shar sferasining S nuqtasiga tekislik urunib o‘tgan bo‘lsin. Sferada S nuqtaga qarama-qarshi diametral nuqtani S' deb belgilaylik ya‘ni sfera ustidagi S va S' nuqtalar uning diametrlari uchida bo‘lsin. Sfera hamma nuqtalarining S' nuqtadan G tekislikdagi proektsiyalari stereografik proektsiya deyiladi. Masalan; sferadagi M' nuqtaning G tekislikdagi proektsiyasi M nuqtadan iborat, bunda M nuqta G tekislik nuqtasi. Sferadagi S' va S nuqtalar sfera qutblari deyiladi.

Stereografik proektsiyaning ba‘zi xossalarini ko‘rsatuvchi teoremlarni ko‘rib o‘tamiz.

Teorema 1. Sferada yotuvchi aylana G tekislikka aylana ko‘rinishda proektsiyalanadi yoki aylana proektsiya markazidan o‘tsa, u holda to‘g‘ri chiziq ko‘rinishda proektsiyalanadi.

Isboti. Bu teoremda “aylana” keng ma‘noda tushuniladi va bunda to‘g‘ri chiziq cheksiz katta radiusli aylana deb qaraladi.

XOY tekislikda ixtiyoriy aylana

$$A(x^2 + y^2) + Bx + Cy + D = 0 \quad (1)$$

Ko‘rinishda tenglama bilan ifoda etiladi. Aq0 bo‘lganda (1) tenglama

$$Bx + Cy + D = 0 \quad (2)$$

To'g'ri chiziqni aniqlaydi. Bu (2) to'g'ri chiziqqa sfera ustida mos keluvchi chiziqni aniqlash uchun (1) tenglikdagi x, y o'zgaruvchilarni

$$x = \frac{\xi}{1-\zeta}, y = \frac{\eta}{1-\zeta}, z = \frac{\xi+i\eta}{1-\zeta} \quad (3)$$

$$x^2 + y^2 = \frac{\xi^2 + \eta^2}{(1-\zeta)^2} = \frac{\zeta}{1-\zeta} \quad (4)$$

almashtirish bajaramiz.

U holda (1) tenglama

$$A \frac{\zeta}{1-\zeta} + B \frac{\xi}{1-\zeta} + C \frac{\eta}{1-\zeta} + D = 0 \quad (5)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Bu (5) dan

$$B\xi + C\eta + (A - D)\zeta + D = 0 \quad (6)$$

hosil bo'ladi.

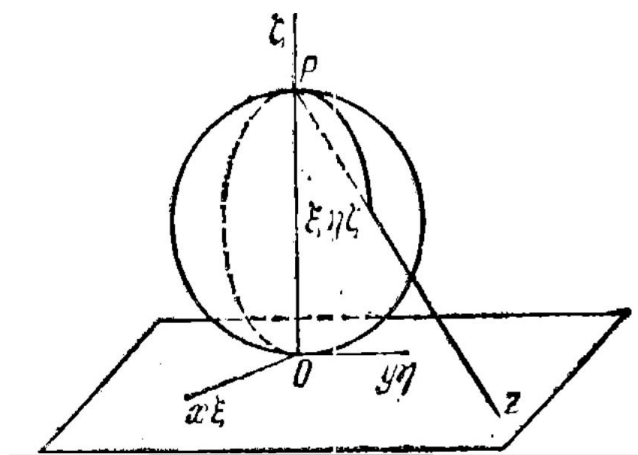
Hosil qilingan (6) tenglama ξ, η, ζ o'zgaruvchilarga nisbati birinchi darajali tenglama bo'lib uch o'lchovli fazoda tekislikni aniqlaydi

Shunday qilib ξ, η, ζ kordinatalar ikkita (6) va

$$\xi^2 + \eta^2 + \left(\zeta - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ yoki } \xi^2 + \eta^2 = \zeta(1-\zeta) \quad (7)$$

tenglamani qanoatlantiradi.

Bu (7) markazi $(0, 0, \frac{1}{2})$ nuqtada bo'lib radiusi $\frac{1}{2}$ ga teng bo'lgan uch o'lchovli fazodagi sfera tenglamasidan iboratdir.



Endi (7) ning hosil bo'lishini keltiramiz.

Buning uchun $z = x + iy$ kompleks sonning XOY tekislikdagi koordinatalari x, y bo'lgan nuqtalardan iborat ekanligini e'tiborga olamiz. Bu son sferada koordinatalari ξ, η, ζ bo'lgan nuqtani tasvirlasin, ya'ni tekislikdagi $M(x, y)$ nuqta sferadagi $N(\xi, \eta, \zeta)$ nuqtaga akslansin (proektsiyalansin). U holda markazi $Q(0, 0, \frac{1}{2})$ nuqtada bo'lib radiusi $\frac{1}{2}$ ga teng bo'lgan sfera tenglamasi (sfera diametri 1 ga teng deb olingan).

$$\xi^2 + \eta^2 + \left(\zeta - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ yoki } \xi^2 + \eta^2 = \zeta(1 - \zeta)$$

ko'rinishidan iborat bo'ladi, ya'ni (7) tenglama.

Demak, ξ, η, ζ koordinatalar (7) sfera tenglamasi va (6) tekislik tenglamasini qanoatlantiradi.

Endi (3) va (4) larni hosil bo'lishini tushuntiramiz. Uch o'lchovli fazoda $(0, 0, 1)$, (ξ, η, ζ) va $(x, y, 0)$ nuqtalar bir to'g'ri chiziqli yotgani uchun (chunki (x, y) tekislik nuqtasi sferaning (ξ, η, ζ) nuqtasining stereografik proektsiyasi $P(0, 0, 1)$ proektsiya markazi fazoda ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqli tenglamasiga asosan

$$\frac{\xi - 0}{x - 0} = \frac{\eta - 0}{y - 0} = \frac{\zeta - 1}{z - 1} \quad (8)$$

tenglik bajariladi. Bu (8) tengliklardan

$$x = \frac{\xi}{1-\zeta} \quad y = \frac{\eta}{1-\zeta} \quad z = \frac{\xi+i\eta}{1-\zeta} \quad \text{yoki } z = x + iy \quad (9)$$

hosil bo'ldi, ya'ni (9) tengliklar hosil bo'ldi.

Bu (9) tekislik nuqtalarini sfera nuqtalari orqali ifodalanishini ko'rsatadi, ya'ni sfera nuqtalari tekislik nuqtalariga akslantirishini ko'rsatadi. (mos ravishda)

Hosil qilingan (9) dan

$$x^2 + y^2 = \frac{\xi^2 + \eta^2}{(1-\zeta)^2} = \frac{\zeta}{1-\zeta}$$

$$|z|^2 = x^2 + y^2 = \frac{\xi^2 + \eta^2}{(1-\zeta)^2}$$

hosil bo'ldi ya'ni (4) hosil bo'ldi.

Oxirgi tenglikdan

$$\zeta = \frac{(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2 + 1} \quad (10)$$

hosil bo'ldi va bunga asosan (9) dan (ya'ni (3) dan)

$$\xi = \frac{x}{x^2 + y^2 + 1} \quad (11)$$

$$\eta = \frac{y}{x^2 + y^2 + 1} \quad (12)$$

koordinatalarni hosil qilamiz. Oxirgi (11), (12), (10) formulalar sfera nuqtalarining koordinatalari tekislikning nuqtalar koordinatalari bilan mos ravishda aniqlanishini ko'rsatadi, ya'ni tekislikning sferaga stereografik proektsiyasini ko'rsatadi. Teorema to'la isbot bo'ldi. Teorema isbotidagi (11), (12), (10) va (3) (yoki (9)) formulalar stereografik proektsiya formulalari deyiladi.

Teorema 2. Stereografik proektsiya sfera ustida yotuvchi egri chiziqlar orasidagi burchak egri chiziqlarning G tekislikdagi proektsiyalari orasidagi burchakka teng, ya'ni G tekislikdagi egri chiziqlar orasidagi burchaklar teng.

Isboti. Sferada ikkita egri chiziqni olib qaraylik. Ular qandaydir M nuqtada kesishsin va ularga M nuqtada o'tkazilgan urunmalar α burchak tashkil etsin.

M nuqtaning tekislikdagi stereografik proektsiyasi M' bo'lsin, bunda proektsiya markazi P nuqtadir. Sferadagi egri chiziqlarning tekislikdagi stereografik proektsiyalari ham egri chiziqlar bo'lib ularning M' nuqtadagi urinmalar orasidagi burchagi α ga teng ekanligini ko'rsatish mumkin, ya'ni stereografik proektsiyada burchakning qiymati saqlanishini ko'rsatish mumkin.

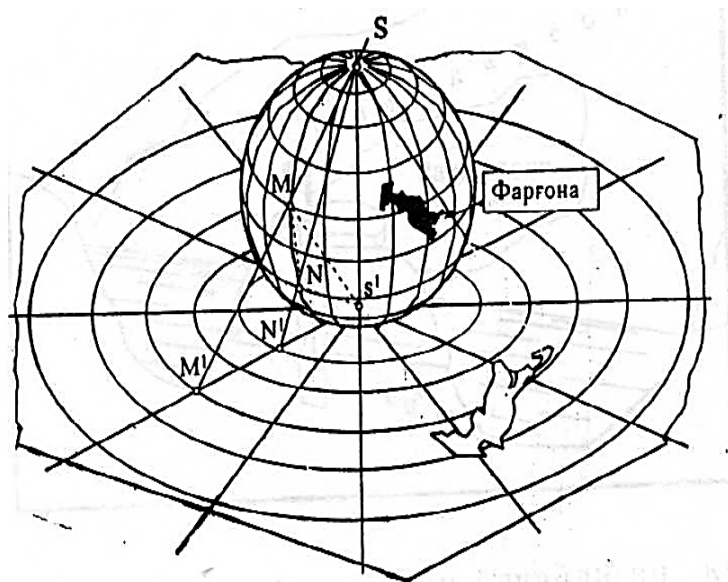
Buning uchun egri chiziqni kesuvchisi urinmaga intilishini e'tiborga olamiz, ya'ni urinmasi bilan mos tushishga intilishini e'tiborga olamiz. Bu vaqtda kesuvchilarning proektsiyalari ham huddi shunday tekislikdagi proektsiyalar ham urinmaga mos tushishga intiladi. Shu bilan teoremaning isboti tugaydi.

Quyidagi teoremani isbotsiz keltiramiz.

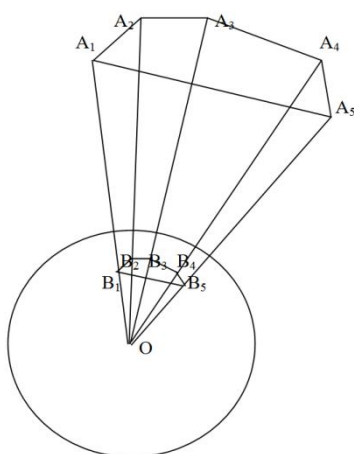
Teorema 3. Sfera qutblaridan o'tuvchi diametr atrofiga biror burchakka aylantirsa, u holda G tekislikda urinish nuqta atrofida sfera bilan G tekislik urinish nuqtasi atrofida shu burchakka aylantirish vujudga keladi.

Stereografik proektsiyaning yuqorida uchta teorema ko'rinishda keltirilgan xossasidan allomalar Er xaritasini chizishda keng foydalangan, lekin isbotlamagan. Teorema 1 ni IX asrda Bog'dodda yashab ijod qilgan Ahmad al-Farg'oni o'z zamonida isbotlagan. U o'zining "Kitob as-san'a al-asturlab" (Astrolyabiyani yasash haqida kitob) nomli kitobida to'liq isbotini bergan. (bu haqida [1], 119-betga qarang).

Stereografik proektsiyaga doir ma'lumotlar va A.Farg'oni tomonidan isbotlangan bir teorema haqida A.A'zamov [2] ishda ma'lumot keltirgan va shu bilan birga "Ahmad al-Farg'oniyaning geometriya sohasida hali topilmagan ishlari bo'lishi mumkin" deb ta'kidlaydi. Hamda A.A'zamov "Ahmad al-Farg'oniyaning geometriyaga doir risola yozgan bo'lishi kerak degan farazni o'rinli" deb ta'kidlaydi. ([2], 70-betga qarang)



Biz yuqorida ikki oʻlchovli (tekislikni) fazoni uch oʻlchovli (sfera)ga mos keltirishning (akslantirishning) bir usulini koʻrib oʻtdik.



Sferani ixtiyoriy ravishda oʻzaro kesishmaydigan qavariq koʻpburchaklarga ajratish **sferadagi karta** deyiladi. Sferik karta yasashning bir usuli quyidagicha. Faraz qilaylik F ixtiyoriy koʻpyoqlik boʻlsin. Uning ichida O nuqta olamiz va ixtiyoriy (O, R) sferani olib qaraymiz. Agar $A_1, A_2, \dots, A_n$ – biz qarayotgan koʻpyoqlikning biror yoqi boʻlsa, u holda koʻpyoqlikning $O A_1 A_2 \dots A_n$ burchagiga odatdagidek (O, R) sferadagi $O B_1 B_2 \dots B_n$ sferik n burchak mos keltiriladi (chizmaga qarang). F koʻpyoqlikning hamma yoqlari shunday koʻrib oʻtib sferik koʻpburchaklarning mos keltirilishidan sferadagi kartani hosil qilamiz.

Sferadagi xaritani yasashda quyidagi Eyler teoremasi muhim ahamiyatga ega. U sferadagi xaritan uchun ham va qavariq koʻpburchak uchun ham oʻrinlidir.

Teorema (Eyler) Agar b ixtiyoriy qavariq koʻpyoqlikning uchlari soni, p ularning qirralari soni va r yoqlari soni boʻlsa, u holda bu sonlar uchun

$$b-p+r=2$$

munosabat oʻrinli. ([3] ga qarang)

Masalan n burchakli piramida uchun $b=n+1$, $p=2n$, $r=n+1$. Xuddi shunday n burchakli prizma uchun $b=2n$, $p=3n$, $r=n+2$, oktaedr uchun $b=6$, $p=12$, $r=8$.

Ko'pgina amaliy masalalarni echishda Er shaklini shar deb hisoblash qulaydir. Bu sharni taxminan 10 million marta kichraytirib qit'alarni, okeanlarni, dengizlarni, ko'llarni, daryolarni, davlatlarni va boshqalarni tasvirlab globus hosil qilamiz. lekin globusdan foydalanish hamma vaqt qulay bo'lavermaydi. Shu sababli foydalanishga qulay bo'lishi uchun globusni sirtini tekislikda tasvirlaymiz, ya'ni Er kartasi chiziladi. Kartografiyaning (karta chizishning asosiy masalasi **imkon boricha** globus sirtini tekislikka **aniqroq** tasvirlashdan iborat. Bunda bir qator qiynchiliklar, noqulayliklar vujudga keladi va karta chizishda har xil usullar izlab topishni, yaratishni keltirib chiqaradi.

Qiyinchiliklarning asosiy sababining biri quyidagi misolda ko'rish mumkin. Rezina materialdan to'pning (futbol to'pi, voleybol to'pi va shunga o'xshaganlari) kesib olingan bir bo'lagini stol (tekis taxta)ga to'la yoyib bo'lmaydi (buni albatta uni cho'zmasdan yoki qisqartirmasdan bajarish qaraladi).

Matematikada biz uni ushbu teorema bilan ifodalaymiz va u sfera geometriyasida muhim teorema sifatida isbotlangan.

Teorema. Agar sfera ω qism to'plam ω sferik segmentni o'z ichiga olsa, u holda ω qism to'plamni masofani saqlagan holda tekis figuraga akslantirib bo'lmaydi.

Bu teorema sferani tekislab bo'lmaslik xossasi deyiladi.

Sferik sirtning tsilindr va konus sirtlardan farq qilishi shundan iborat. Sferaning har qanday bo'lagini tekislab bo'lmaydi, ya'ni uni "yoyib" yoki "egib" tekislikka yotqizib bo'lmaydi.

Bunday masalalar stereografik proektsiya (sferik geometriyadagi tushunchalar, tasdiqlar, teoremlar) yordamida va ularni tatbiqlash bilan echish mumkin. Biz quyida stereografik tushunchasi va u bilan bog'liq bo'lgan tasdiqlarning (teoremlarni) ahamiyatini keltiramiz.

Navigatsiyaning eng sodda masalasi dengizda, okeanda kema qatnovida harakat yo'nalishini tanlash va eng yaqin marshrutni (masofa yo'lini) aniqlashdan

iborat. Navigatsiya – bu lotincha soʻz boʻlib kemada suzishdir. Hozirgi zamonda bunday masalani echish faqat suvda suzuvchilar uchun emas, hatto samolyotda uchuvchilar uchun va kosmonavtlar uchun, davlatlarni kartasini yaratish uchun ham muhim boʻlib qoldi. Ana shunday masalalar sferik geometriya, stereometrik proektsiyalar bilan uzviy bogʻlangan.

Biz yuqorida Yerni shar deb oldik. Hisoblashlar haqiqiy Olamda aniqroq boʻlishi uchun astronomiya fanida Erni ellipsoid deb oladi va bu ellipsoidni ellipsning kichik oʻq atrofida aylanishidan hosil boʻlganini tanlaydilar. Bu erda Yer shari ellipsoid ham emasligini qayd etamiz.

Sfera bilan bogʻliq boʻlgan hozirgi zamon ilmiy tekshirishlardan birini qayd etamiz.

1904 yilda frantsuz matematigi Anri Puankare bashorati (gipotezasi) 2002-2003 yillarda Grigoriy Yakovlevich Perelman tomonidan isbot etildi. ([4], [5] ishlarga qarang).

A.Puankare gipotezasini keltiramiz. **Ixtiyoriy bir bogʻlamli uch oʻlchovli kompakt koʻpxillik** (chegarasi kirmaydi) uch oʻlchovli sferaga gomomorfdir.

2010 yilda Kleya matematika instituti (angliya) G.Ya.Perelmanga A.Puankare gipotezasini isbotlagani uchun bir million AQSh dollari bilan mukofotladi. Lekin bu mukofotni G.Ya.Perelman qabul qilib olmadi.

Bu haqida Perelman “Masalani echishda Amerika matematigi Gamiltonning bajargan xizmati menikidan hech qanday kam emas deb hisoblayman” deb eʼlon qildi.

Richard Gamiltonga va Demetrios Kristodulga 2011 yil matematika boʻyicha Shao mukofoti bir million AQSh dollari taqdim etilgan va u qabul qilib olingan.

Richard Gamilton yaratgan matematik nazariyani Grigoriy Perelman oʻz ishlarida Puankare gipotezasini isbotlashda rivojlantirdi ([4], [5] ishlarga qarang).

G.Ya.Perelmanning izohlashiga qaraganda Yau Shintun bilan hamkorlikda ishlagan Richard Gamilton oʻz ilmiy tekshirishlarida noaniq texnik

(hisoblashlarda) qiyinchiliklarga (noqulayliklarga duch kelib tekshirishlarni sezilarli darajada kechiktirgan.

Astronomiya xaqida malumot

Stenografik proeksiyasi asosida IX asrlarda kartografiya (xarita chizish) rivojlandi va natijada „Islom atlası” deb nomlangan xarita yaratildi. Bu xarita chizish mamun akademyasida (Beyl ulxika) bajargan edi. Bunda al-Xorazmiy , al-Fargʻoniy va boshqalar qatnashgan edi. Bu xaritada yerni shar shaklida xisoblab uning sferasida (sirtida) joylashgan Arabiston , Xind okeani , Misr , Surya , Oʻrta er dengizi , Mesopatmya , Iroq , Fors kermon , Armaniston , Azarbayjon , Tabariston , Kasbiy dengiz , Markaziy qumliklar , Xuroson va boshqalar aks ettirilgan edi.

Muxammad al-Xorazmiy „ Mamun xaritasi ” deb ataluvchi dunyo kartasini yaratdi va bunda al-Fargʻoniy xam ishtirok etdi. Bunday xaritadagi chizmalar va uning mazmunini izoxlovchi malumotlar al-Xorazmiyning „ Kitob surat al-arz” („yer suratining kitobi”) nomli asarida koʻrsatilgan.

Axmad al-Fargʻoniy yerning shar shaklida ekanligini astranoʻmik belgilar bilan asosli ravishda isbotladi va bunga xozirgi zamon geografiyasi xam asoslanadi. Al-Fargʻoniy yer xaritasini yaratishda „Mamun akademiyada” raxbarlik qilayotgan Muxamad al-Xorazmiy bilan birga ishlar ekan u matematik xisoblarni va geometrik chizmalarni oʻsha zamonga mos ravishda aniq bajardi. Markaziy Afrika (togʻlar, nil daryosi) Xind okeani, Tinch okeani, Atlantika okeani, Qizil dengiz, Xitoy dengizi va Tinch okean yarim orollari, Xindiston, Uzoq sharq, Ispaniya, Fransiya, Italiya, Gretsiya, Turkiya, Qora dengiz, Kaspiy dengiz, Suriya, Kavkaz, Markaziy Osiyo, Oʻrta yer dengizi va boshqalar.

Kopernik planetalar quyosh atrofida aylanma harakat qiladi deb xisoblagan lekin aylanma xarakat qanday turda boʻlish haqida xech narsa aytilmagan. Kopernik eramizdan oldin III asrda koʻrsatgan Aristorixning quidagi tasdigʻidan bexabar boʻlgan yoki tushunmagan “Er yolgʻiz oʻz oʻqi atrofida aylanib qolmay, balki quyosh atrofida xam xarakat qiladi. Quyosh va yulduzlar qoʻzgʻalmasdir.

Quyosh sferasining mazkazida bo‘lib, sferada esa yulduzlar turadi ” (T.Q. Niyoziy “ Ulug‘bek ”, 1962 “ Fan ” 28 bet)

Bu tasdiqdan Markaziy Osiyo allomalar Beruniy, Umar Xayyom va boshqalar xabardor edi: Masalan XII-XIII asrda yashagan taxminiy «Yerning quyosh atrofida aylangandek fasllar bo‘ladi» deb tasdiqlaydi.

Bu tasdiqlar aslida Kopernik (1473- 1543) planetalar quyosh atrofida aylanadi deb xisoblagan, lekin bazi mutaxassislar Kopernikkacha xech kim bu tasdiqlamagan deb xisoblaydi.

Beruniy (973-1050) planetalar quyosh atrofidagi ellips bo‘ylab qiladi deb bashorat qilgan va bu Kepler qonunlarning yaratishga sabab bo‘ldi.

Axmad Farg‘oniy astronomya bilan shug‘ullanar ekan u albatta geometrik figuralarni va uning xossalarini tekshirgan va bazi bir kashfiyotlar qilgan. Biz endi uning stenografik proeksiyasi soxasidagi kashfiyotga to‘xtab o‘tamiz. Bu kashfiyot bilan u yer xaritasini yaratishga asos soldi (shu kepper xaritasini yaratishda undan foydalanilmoqda) Ahmad Farg‘oniy kashfiyotini aniq keltirish uchun stenografik tushunchasini bayon etamiz.

Bundan tashqari yana u Misrda bo‘lib Nil daryosining suvini o‘tish masalalari bilan shug‘ullandi. Natijada u Nil daryosi suvini o‘lchaydigan asbob yaratdi.

Axmad Farg‘oniyning Nil daryosining suvini o‘lchash uchun yasagan qurilma asbobi dunyo miqyosida nihoyatda diqqatga sazovor bo‘ldi.

Bu o‘lchash bilan u Misrda qishloq xo‘jaligining ekinlarini samarali hosil berishini tashkil qilish mumkin ekanligini ko‘rsatdi. Uning nilometr qurilma asbobining asosiy tuzulishini keltirib o‘tamiz.

Roda orolida yaratilgan nilometr daryo sathidan past qilib qazilgan to‘g‘ri to‘rtburchakli quduqdan iborat bo‘lib balandlikdagikapomer orqali daryo bilan tutashtirilgan.

Quduqning ichki qismiga tosh terilgan va pastki qismiga tosh zinalar orqali tushish mumkin. Inshoatning o‘rta qismiga sakkiz burchakli tosh ustun o‘rnatilib, 19 tirsakka (1 tirsak taxminan 54 smga teng) bo‘lgan. Manba’lardan ma’lum

bo‘lishicha, agar sug‘orish mavsumida Nil daryosida suv sathi 12 tirsakkacha ko‘tarilsa, hosil bo‘lmaydi (kam bo‘ladi) mamlakatda ocharchilik kutiladi, 13 tirsakda bug‘doy hosil bermagan, 14 tirsakda ekinlar yaxshi hosil bergan. Nixoyat 16 tirsakda hosil nihoyatda ko‘p bo‘lib, mamlakatda mo‘l-ko‘lchilik bo‘lgan. Lekin suvning sathi 19 tirsakdan balandga ko‘tarilsa mamlakatda toshqinlar bo‘lishi, ekin maydonlari va hosilga zarar etkazishidan darak bergan.

Nilometr suvdan samarali foydalanishni va iqtisodiy masalalarni aniqlash imkonini beradi. Bunda axoliga (xalqqa) soliq solish masalasini xosilga mos darajada aniqlash zarurligini ko‘rsatardi.

Axmat farg‘oniyning yaratgan nilometr inshoati xozirgi kunda dunyo mamlakati fanida ham ahamiyatini yo‘qotgan emas.

Misr xukumati Axmad Farg‘oniyning bu mamlakatga qilgan xizmatini e‘tiborga olib 2007 yilda unga Nil daryosidagi Roda orolida xaykal o‘rnatdilar va uni ochishda O‘zbekiston Respublikasi prezidenti I.A.Karimov qatnashdi.

Axmad farg‘oniy asarlari Buyuk Britaniya, Frantsiya, AQSh, Marokash, Misr, Xindiston, Germaniya, Eron, Rossiya va boshqa bir qator mamlakatlarning kutubxonasida saqlanmoqda va ular bir necha tillarga tarjima qilgan xolda undan foydalangan. Masalan: XIIasrda Kremonalik Gerorda Axmad Farg‘oniyning “Javomi al-nujum val xarakat as-samoviy” asarini lotin tiliga tarjima qilgan.

XIII asrda o‘sha asar evropaning boshqa tillariga tarjima qilingan va bu asar XV asrgacha astronomiyadan asosiy darslik sifatida universitetlarda (o‘quv muassasalarida) o‘qitilib kelingan. Golland matematigi va arabshunosi Yakov Golus 1667 yilda Amsterdamda o‘sha kitobni arab va lotin tilida nashr qildirdi va bu bilan Axmad Farg‘oniy evropa bo‘ylab “al-Farganus” nomi mashhur qildi. Italiya adibi Donte ham o‘zining asarlarida “al-Farganus” ni qayd etdi. Polshalik mashhur astronom Yan Gaveley o‘zining 1647 yilda nashr qilgan “Stenografiya” kitobida XVI asardayoq oydagi kraterlardan birini Axmad Farg‘oniy nomi bilan atashni qayd etgan.

Astronomiya bilan shug‘illanish quyidagilarni taqozo qiladi:

1. Erdagi hayotni o'rganish, ya'ni dehqonchilik, chorvachilik, bog'dorchilik va boshqalarga doir bo'lgan masalalarni oldindan bashorat qilish. (Bunda osmon yoritgichlarining o'zaro ta'sirini o'rganish.)
 2. Savdo-sotiq masalasida bir mamlaktdan boshqa mamlaktlarga borishda yulduzlarga qarab (orientatsiyalab) yurish. (Bunda mamlakat noaylanish shaharlar.....) shu bilan birga harbiy yurishlar qilish bunda obu-havo sharoiti, qazilma boyliklari, tog'liklar, past-balandliklarni o'rganish.
- Quyosh tutulishi jarayoni tabiiy bir hol ekanligini birinchi marta Axmad Farg'oniy isbotlab bergan. (Ya'ni quyosh qachon va qaerlarda qanday bo'lishi xozirgi fanda aniqlangan va bu xaqda jadvallar tuzilgan.)

Matematik faoliyati

Axmad Farg'oniy 786-809 yillarda xaifa Xarun ar-Rashid xukmronlik davrida Bag'dodda tashkil qilingan "Bayt ul hikmat" "Donishmandlar uyi" da faoliyat ko'rsatdi. Kuyinchalik 813-833 yillarda ar-Rashid o'g'li al-Ma'mun xukmronlik qilgan davrda ham faoliyat ko'rsatdi. Bu "Donishmandlik uyi" ga al-Xorazmiy boshchilik qilar edi. Bu ilmiy markaz xozirgi yozma manba'larda "Ma'mun akademiyasi" deb yuritiladi.

X asrning oxiri va XI asrning boshlarida Horazm shahrida tashkil qilingan ilmiy markazda Abu Rayxon Beruniy, Ibn Sino, Masih va boshqalar faoliyat ko'rsatdi.

Xuddi shunday nom bilan shu kunlarda Hiva shahrida ilmiy maktab faoliyat ko'rsatmoqda.

ar-Rashid o'z poytaxti Bog'dodda tashkil qilgan "Donishmandlar uyi" o'sha davrda boy kutubxona, rasadxona (abservatoriya) va boshqa xonalardan iborat edi.

al-Ma'mun (813-833) davlatni boshqargan davrda Axmad Farg'oniy raxbarligida Damashq shahri yaqinida abservatoriya qurilgan edi.

Yuqorida qayd qilingan "Donishmandlar uyi" yoki "Ma'mun akademiyasi" ning shuxrati Axmad Farg'oniyning matematik va astronomiya sohasidagi kashfiyotlari bilan ilm ahliga manzur bo'ldi. Bunda u al-Xorazmiyning algebrasini va astronomiyasini rivojlantirdi. Ayniqsv uning al-Xorazmiy o'nlik pozitsion

sistemasini amalga tadbqiq qilib algebra, geometriya, trigonometriyalarni rivojlantirdi.

Axmad Fargʻoniy al-Xorazmiygacha foydalanib kelayotgan oltmishlik sistemasidan al-Xorazmiyning oʻnlik pozitsion sistemi afzal ekanligini koʻrsatdi. al-Xorazmiy “nol” “0” raqam xisoblashda al-Xorazmiy tomonidan kiritilgan “nol” “0” raqam muxim ekanligini koʻrsatdi. Masalan: Axmad Fargʻoniyning faoliyatida “nol” “0” belgisidan foydalanishni 247 sonni 658 ga koʻpaytirishni tushuntirgan.

Xorazmiy va Fargʻoniy etakchilik qilgan akademiklar faoliyatida algebra va trigonometriyani bir-biridan ajratib oʻrganib boʻlmagan.

Astronomik kashfiyotlar, amaliy oʻlchash ishlar matematikasiz, ayniqsa geometriya va trigonometriyasiz bajarib boʻlmaydi.

Shu asosda Axmad Fargʻoniyning astronomiya va geografiyaga doir kashfiyotlari geometriya va trigonometriyalar bilan birga rivojlanganligi tabiiydir.

Axmad Fargʻoniyning astronomiyaga doir yaratgan asari to IX asrda yaratilgan “Astronomiya asarlari” (kitob) XVII asrgacha evropa oʻquv muassasalarida (universitetlarida) oʻqitilib keldi.

Kartografiyaga (xarita chizish) doir ilmiy kashfiyotlari xatto shu kunlarda xam asosiy muhim ahamiyatga ega. Masalan: stenografik proektsiyaga doir isbotlagan uchta teoremasi xozirgi zamon matematikasining poydevoridandir. (Biz yuqorida stenografik proektsiya xaqida qayd qilgan edik.)

“Maʼmun akademiyasi” da al-Xorazmiy va al-Fargʻoniylar rahbarligida yaratilgan dunyo xaritasi Axmad Fargʻoniy isbotlagan teoremaga asoslangan.

Dunyo xaritasini chizishda Axmad Fargʻoniy shu bilan birga Axmad Fargʻoniy xisoblagan sayyoralar kattaliklari va ular orasidagi masofalarini oʻlchash natijalar, usullari evropada to kopernikgacha keng tarqalib keldi va tadbiquanib keldi.

Mashxur sharqshunos olimlardan Sarton, Donte, Krachkovskoy, Yushkevich, Bulgakevlarning qayd qilishlaricha Axmad Fargʻoniy astronomiya va geografiyalarni mustaqil fanga aylanishiga asos soldi.

Axmad Fargʻoniy va al-Xorazmiylar astronomik oʻlchashlarni diometri 50 metr boʻlgan seketsitda bajarishganlar. Shuning uchun ularning natijalari ulardan oldin oʻtganlarning natijalariga nisbatan juda aniq edi.

Keyinchalik shunday seketsitda (diometri 15 ga) shu usul Beruniy oʻlchashlar ochib bergan. Buni Beruniy 995-996 yillarda bajargan.

Beruniy al-Fargʻoniyning oʻlchash ishlarini va oʻlchash usullarini oʻz asarlarida bayon etgan.

Axmad Fargʻoniyning yozgan kitoblari va qoʻlyozmalari hozirgi kunlarda Berlin, London, Mashhad, Parij, Tehron, Rampur shaharlar kutubxonalarida saqlanmoqda.

Axmad Fargʻoniyning tomonidan yaratilgan astronomik oʻlchash va kuzatish usullari asboblari, vositalari Samarqand observatoriyasining asoschisi Mirzo Ulugʻbek, Rumi, Koshiy va Ali Qushchilar ijodlarida takomillashtirildi va rivojlantirildi.

VIII-IX asarlarda er oʻlchamlarini aniqlashga doir geofizik ishlari olib borilgan. Bagʻdod shahri sharqning siyosiy, maʼdaniy va ilmiy markazi boʻlib, bunda al-Xorazmiy, al-Fargʻoniy, al-Marvaziy, al-Marvarud kabi (34 bet) sharqning mashhur olimlari fanning turli sohasida ilmiy ishlar olib borgan.

Masalan: ular erni sharq qismida deb qarab uning aylanasi uzunligini xisoblash bilan shugʻullangan va bunda erning radiusini eʼtiborga olgan ham bu radius orqali erning boshqa kattaliklarni aniqlagan.

Axmad Fargʻoniy va Al-Xorazmiylarning yer radiusi xisoblash usullaridan foydalanib Beruniy yer radiusini 6339.6 km deb hisoblaydi.

Abu Rayxon Beruniy oʻzining bor kitobini Axmad Fargʻoniyga bagʻishlab „Fargʻoniyning astronomik tekshirishlari“ deb nomlaydi. Axmad Fargʻoniyning oʻlchash natijalari al-xisobning oʻlchash natijalardan yuqori aniqlikda ekanligini Beruniy oʻz kitobida qayd etdi.

Axmad Fargʻoniyning yer aylanmasining yoyini oʻlchash va xisoblashlarni hozirgi maʼlumotlar bilan taqqoslay koʻrilsa Fargʻoniy natijalari hozirgi zamon natijalari bilan deyarli bir xil ekanligini koʻrish mumkin.

Yevropa axli va jumladan Yevropa olimlari XVI asrning boshlarigacha yerning quyosh atrofidan bexabar bo'lganlar.

Vaxolanki sharq allomalaridan biri (XII-XIII asrlarda yashab ijod qilgan) yerning quyosh atrofida aylanishdan fasllar xosil bo'lgan deb tasdiqlagan.

Yer va boshqa planetalar quyosh atrofida ellips bo'ylab xarakat qilishini yapon, xind, xitoy, yaqin sharq va Markaziy Osiyolik olimlar juda yaxshi bilganlar va unga doir muhim kashfiyotlar yaratgan edilar.

Hatto eramizdan oldin III-asrda yashab ijod qilgan Aristorx Yer yolg'iz o'qi atrofida aylanib qolmay, balki quyosh atrofida xam xarakat qiladi.

Quyosh va yulduzlar qo'zg'almasdir. Quyosh sferaning markazida bo'lib sferada yulduzlar turadi deb tasdiqlaydi.

Buyuk allomalarning al-Xorazmiy va Farg'oniy meroslari ulardan keyin allomalar ishlarida davom ettirildi. Masalan Beruniy (973-1050) planetalar quyosh atrofida ellips bo'lib xarakat qilishini bashorat qildi. esa (XII-XIII asr) „Yerning quyosh atrofida aylanishdan fasllar xosil bo'ladi” deb tasdiqladi. Bu malumotlarni Kopernik juda kechikib tushungan va to'la tushunmagan. Yoki bulardan bexabar bo'lgan.

Boshqa fanlar yuzasidan ana shunday muloxazalar yuritish mumkin. Jumladan fizika va mexanikadan kitob yozgan ibn sino() atom tuzilishini tushuntirgan; Beruniy (XI asr) yorug'likning kvan va to'lqin xossalarini va yana xozirda Nyutonning (XVIII asr) birinchi va ikkinchi qonuni deb atalmish fizika qonunlari Abu Rayxon Beruniy tomonidan kashf qilingan.

Endi Axmad Farg'oniyning quyosh ishi xisobiga to'xtalib o'tamiz. Xorazmiy va Farg'oniylar boshchiligidagi „Donishmandlar uyi ” ning allomalari va ulardan keyingi allomalarning xisoblarida quyosh yillarining bosh qilib eramizdan oldingi yil xisoblarining ishonchlisi deb qabul qilgan.

Quyosh yilning aniq olchash ishlari juda qadim zamonlardan boshlangan. Ularni aniqlik doirasi turli zamonlarda xalqlar o'z xisoblalari bilan ish yuritganlar. Masalan bir vaqtlar bir yilni 360 sutka deb xisoblaganlar. Xindlar 365 sutka 6 soat 12 minut xisoblagan. Arablar 365 sutka 6 soat 10 minut deb

xisoblagan. Ulug‘bek 365 sutka 6 soat 10minut 8sekund deb xisoblagan. Xozirgi kunda 365 sutka 6 soat 9 minut 6 sekund deb xisoblanadi.

Yil boshlanishi xam xozirgi zamonlarda xar xil tarzda qabul qilingan. Masalan Iskandar erasining boshi bizning eragacha bo‘lgan 312 yilning oktyabriga, avgust erasining boshi bizning eragacha bo‘lgan 29 yilning 1 sentyabriga, Xijriy eraning boshi bizning eramizning 622 yil 16 iyulga to‘g‘ri keladi, Grigoriy yilining boshi 1 yanvardan boshlanadi.

Markaziy Osiyo mamlakatlarida esa quyosh (xijriy shamsiy) yili bo‘yicha yangi yil 22 martdan boshlanadi. Shu kunni Navruz kuni deb ataldi va kunduzi bilan kechasi tenglashdi.

Axmad Farg‘oniy boshchiligidagi Damashqdagi „Xikmatlar quyidagi“ allomalar muxim masalalardan biri xijriy qamariy, xijriy shamsiy va melodiy (grigoriy) yillari orasidagi munosabatni aniqlash bilan shug‘ullangan, yani biridan ikkinchisiga o‘tishni xisoblaganlar. Quidagi xammamizga tanish bo‘lgan jadvalni keltiramiz.

Bir necha yuz yillardan beri jaxon xalqlariga mashxur bo‘lgan al-Farobiy al-Xorazmiylarning ilmiy va madaniy meroslari keyingi avlod olimlarning ishlariga katta tasir ko‘rsatdi. Ular yil xisoblarini aniqlashning o‘ziga xos usullarini yaratdilar. Ularning nomlari jaxonilmiy ishlarida samimiy xurmat va extirom bilan qayd etildi.

Xulosa

Chaxminiy fasllar haqidagi tasdig‘i Kopernikning planetalar quyosh atrofida aylanish xulosasiga sabab bo‘ldi.

Beruniyning planetalar ellips bo‘lib harakat qiladi degan bashorati Keppler qonunlarining paydo bo‘lishiga sabab bo‘ldi.

Beruniyning jismlar harakatiga doir qonunlari. Nyutonning ”birinchi va ikkinchi qonun deb atalmish” jism harakatlari doir tasdiqlar Beruniy kashfiyotidan iboratdir. Beruniy qonunlari o‘z asarlarida bayon etilgan.

Ahmad Fargʻoniy “Maʼmun” akadkmiyasida al-Xorazmiy bilan faoliyat koʻrsatib dunyo xaritasini yaratdi. Bunda u Yerni shar shaklida qarab uning sferasini tekislikka proektsiyalash bilan shugʻullangan. Yaʼni stereografik proektsiya va uning xossalari tekshirgan.

Stereografik proeksiyasi asosida IX asrlarda kartografiya (xarita chizish) rivojlandi va natijada “Islom atlası” deb nomlangan xarita yaratildi. Bu xarita chizishni “Maʼmun” akademyasida (Bayt ul-hikma) bajargan edi. Bunda al-Xorazmiy, al-Fargʻoniy va boshqalar qatnashgan edi. Bu xaritada Yerni shar shaklida hisoblab uning sferasida (sirtida) joylashgan Arabiston, Hind okeani, Misr, Surya, Oʻrta Yer dengizi, Mesopotamiya, Iroq, Fors koʻrfazi, Armaniston, Ozarbayjon, Tatariston, Kaspiy dengiz, Markaziy qumliklar, Xuroson va boshqalar aks ettirilgan edi.

Muxammad al-Xorazmiy “Maʼmun xaritasi” deb ataluvchi dunyo xaritasini yaratdi va bunda al-Fargʻoniy ham ishtirok etdi. Bunday xaritadagi chizmalar va uning mazmunini izohlovchi maʼlumotlar al-Xorazmiyning “Kitob surat al-arz” (“Yer suratining kitobi”) nomli asarida koʻrsatilgan ([3]).

Ahmad al-Fargʻoniy Yerning shar shaklida ekanligini astronomik kuzatishlar bilan asosli ravishda isbotladi va bunga hozirgi zamon geografiyasi ham asoslanadi. Al-Fargʻoniy Yer xaritasini yaratishda “Maʼmun akademiyasida” rahbarlik qilayotgan Muxammad al-Xorazmiy bilan birga ishlar ekan u matematik hisoblarni va geometrik chizmalarni oʻsha zamonga mos ravishda aniq bajardi. Markaziy Afrika (togʻlar, Nil daryosi) Hind okeani, Tinch okeani, Atlantika okeani, Qizil dengiz, Xitoy dengizi va Tinch okean yarim orollari, Hindiston, Uzoq sharq, Ispaniya, Fransiya, Italiya, Gretsiya, Turkiya, Qora dengiz, Kaspiy dengiz, Suriya, Kavkaz, Markaziy Osiyo, Oʻrta yer dengizi va boshqalar bir-biriga nisbatan joylashishlarini koʻrsatdilar.

Nilometr suvdan samarali foydalanishni va iqtisodiy masalalarni aniqlash imkonini beradi. Bunda axoliga (xalqqa) soliq solish masalasini xosilga mos darajada aniqlashni maslahat beradi.

Ahmad Fargʻoniy yaratgan nilometr hozirgi kunda dunyo mamlakati fanida ham ahamiyatini yoʻqotgan emas.

Ahmad Fargʻoniy va al-Xorazmiylar astronomik oʻlchashlarni diametri 50 metr boʻlgan sekstanta bajarishganlar. Shuning uchun ularning natijalari ulardan oldin oʻtganlarning natijalariga nisbatan juda aniq edi. Keyinchalik shunday seketsitda (diametri 15 ga) shu usulda Beruniy oʻlchashlar ochib bergan. Buni Beruniy 995-996 yillarda bajargan. Beruniy al-Fargʻoniyning oʻlchash ishlarini va oʻlchash usullarini oʻz asarlarida bayon etgan.

Ahmad Fargʻoniyning yozgan kitoblari va qoʻlyozmalari hozirgi kunlarda Berlin, London, Mashhad, Parij, Tehron, Rampur shaharlari kutubxonalarida saqlanmoqda.

VIII-IX asarlarda Yer oʻlchamlarini aniqlashga doir geofizik ishlari olib borilgan. Bagʻdod shahri sharqning siyosiy, madaniy va ilmiy markazi boʻlib, bunda al-Xorazmiy, al-Fargʻoniy, al-Marvaziy, al-Marvarud kabi ([4], 34-bet) sharqning mashhur olimlari fanning turli sohasida ilmiy ishlar olib borgan.

Ahmad Fargʻoniy va Al-Xorazmiylarning yer radiusini hisoblash usullaridan foydalanib Beruniy Yer radiusini 6339.6 km deb hisoblaydi.

Abu Rayxon Beruniy oʻzining bir kitobini Ahmad Fargʻoniyga bagʻishlab “Fargʻoniyning astronomik tekshirishlari” deb nomlaydi. Ahmad Fargʻoniyning oʻlchash natijalari al-Xorazmiyning oʻlchash natijalardan yuqori aniqlikda ekanligini Beruniy oʻz kitobida qayd etdi.

Endi quyidagilarni qayd qilamiz:

Sferik proeksiyalash Yer sharini tekislikka proeksiyalashda, yaʼni Yer xaritasini chizishda keng foydalanildi. Demak, Yer xaritasini chizishda dastlabki usulni Ahmad Fargʻoniy tavsiya qilgan.

Yuqoridagi stereografik proeksiyaning ikkinchi teoremasiga asosan dengida suzuvchilar (kemalar harakati) uchun karta chiziladi va shu asosda harakat qiladi. Bu masalaga doir Abu Rayhon Beruniy “Qadimgi xalqlardan qolgan yodgorliklar” nomli kitobida muhim tekshirishlarni bayon etgan.

1950 yillarda A.V.Pogorelov isbotlagan “Lyubaya chast sfero‘neizgebaemaya” mashhur teorema Ahmad Farg‘oniyning 3-teoremasiga asoslangandir.

Beruniyning planetalar ellips bo‘ylab harakat qiladi degan bashorati Kepler qonunlarining paydo bo‘lishiga sabab bo‘ldi.

2.2. Ahmad Farg‘oniyning planetalar harakati va yer planetasi ustida suv oqimi harakatlariga doir ishlari.

Ahmad Farg‘oniyning yana bir kashkashflyotlaridan biri Misrda bolib, Nil daryosini suvini o‘lchash masalasi bilan shug‘ullangan. Natijada u nil daryosini suvini olchaydigan asbob yaratdi.

Quyosh va yulduzlar qo‘zg‘almasdir. Quyosh sferaning markazi bo‘lib sferada yulduzlar turadi deb tasdiqlaydi. Buyuk allomalrning al-Xorazmiy va Farg‘oniy meroslariulardan keyingi allomalar ishlarida davom ettirildi. Masalan Beruniy (973-1050) planetalar quyosh atrofida elepis bo‘ylab harakat qilishini bashorat qildi va (XII-XIII asr) “Yerning quyosh atrofida aylanishidan fasillar hosil bo‘ladi” deb tasdiqlai. Bu ma‘lumotni Kopemik juda kech ijkib tushungan va to‘la tushunmagan. Yoki bulardan behabar bo‘lgan.

Boshqa fanlar yuzasidan ham anashundey mulohaza yuritish mumkun. Jumladan fizika va mexanikada kitob yozgan Ibin Sino atom tuzulishini tushuntirgan, Beruniy (XI asr) yorug‘likning kvant va to‘liq xossalarini va yana hozirda Niyutoning (XVIII asr) birinchi va kikkinchi qonuni deb atalmish fizika qonunlari Abu Rayhon Beruniy tomonidan kashf qilingan.

Endi Ahmad Farg‘oniyning quyosh yili hisobiga to‘xtalib o‘tamiz. Xorazmiy va Farg‘oniy boshchiligidagi “ Donishmandlar uyi” ning allomalri va ulardan keyingi allomalrning hisobida quyosh yillarining bo‘sh qilib eramizdan oldingi yil hisoblarining ishonchlisi deb qabul qilgan.

Quyosh yilining aniq o‘lchash ishlari juda qadim zamonlardan boshlangan. Ulaming aniqlik doirasi turli zamonlarda xalqlar o‘z hisoblari bilan ish yaratganlar. Masalan bir vaqtlar bir yilni 360 sutka deb hisoblaganlar. Hindlar 365 sutka 6 soat

12 minut hisoblagan. Arablar 365 sutka 6 soat 10 minut deb hisoblagan. Ulugʻbek 365 sutka 6 soat 10 minut 8 sekund deb hisoblagan. Hozirgi kunda 365 sutka 6 soat 9 minut 6 sekund deb hisoblagan.

Yil boshi ham avvalgi zamonlarda xar xil qabul qilingan. Masalan Iskandar erasining boshi bizning eragacha boʻlgan 312 yilning oktabriga, avgust erasining boshi bizning eramizgacha boʻlgan 29 yilning 1 sentabriga, Xijriy eraning boshi |biaiing eramizning 322 yil 16 iyulga toʻgʻri keladi. Grigoriy yilining boshi 1 ^3 yanvardan boshlanadi.

Markaziy Osiyo mamlakatlarida esa quyosh (xijriy shamsiy) yili boʻyicha yangi yil 22 martdan boshlanadi. Shu kunni Navroʻz kuni deb ataldi va kunduzi bilan kecha tenglashadi.

Ahmad Fargʻoniy boshchiligidagi Damashqdagi “Hikmatlar quyidagi” allomalar muhim masalalardan biri xijriy qamariy, xijriy shamsiy va mellodiy (geregoriy) yillari orasidagi munosabatni aniqlash bilan shugʻullangan, biridan ikkinchisiga oʻtishni hisoblaganlar.

Bimecha yuz yillardan beri jahon xalqlariga mashxur boʻlgan al-Fargʻoniy , al-Xorazmiylarning ilmiy va madaniy meroslari keyingi avlod olimlarining ishlariga katta taʼsir koʻrsadi. Ularning nomlari jahon ilmiy ishlarida samimiy xurmat va ehtirom bilan qayt etiladi.

Ahmad Fargʻoniy asarlari Buyuk Britaniya, Fransiya, AQSH, Marokash, Nisr, Hindiston, Germaniya, Eron, Rossiya, Federatsiyasi va boshqa bir qator mamlakatlarning kutibxonasida saqlanmoqda va ular bir necha tillarga tarjima qilgan holda foydalanilmoqda. Masalan: XII asrda Kremonalik Gerorda Ahmad Fargʻoniyning “Javobul al-nujum val harakat as-samoniyy” asarini lotin tiliga tarjima qildi. XIII asrda Ahmad Fargʻoniyning “Javobul al-nujum val harakat as-samoniyy” asari Yevropaning boshqa tillariga tarjima qilgan va bu asar XV asrgacha astronomiyadan asosiy darslik sifatida universitetlarda (oʻquv maskanlarida) oʻqitilib kelingan. Golland matematigi va arabshunosi Yakob Golus 1667 yilda Amterdamda Ahmad Fargʻoniyning “Javobul al-nujum val harakat as- samoniyy” kitobni arab va lotin tilida nashr qilirirdi va bu bilan Ahmad Fargʻoniy Yevropa

bo'ylab "al-Farg'anus" nomini mashxur qildi. Italiya adibi Dante ham o'zining asarlarida "al-Farg'anus"ni qayt etgan. Polshalik mashxur astronom Yan Gaveley o'zining 1647 yilda nashr qilgan "Stereografiya" kitobida XVI asrdayoq oydagi kraterlardan birinchi Ahmad Farg'oniy nomi bilan atalishini qayt etgan.

Mutaxassislaming fikricha, hozirgi vaqtda Ahmad Farg'oniyni 8 ta asari ma'lum, ammo Rezoullah Ansoriyning yozishicha, uning qoldirgan asarlari soni 10 ta. Ahmad Farg'oniy asarlaridan "Al-Komil fil- ustrlop" ("Ustrlob to'g'risida mukammal ma'lumot"), "Fi sanoat al-Ustrlob ("Ustrlob san'ati to'g'risida"), "Yetti iqlim", "Astronomiya ilmiy asarlari" va "Javomi ilm an-nujum val harakat as-samoviy" ("samoviy harakatlar va astronomiya kitobi") kabilar butun jahon astronomlari orasida ma'lum va mashhur.

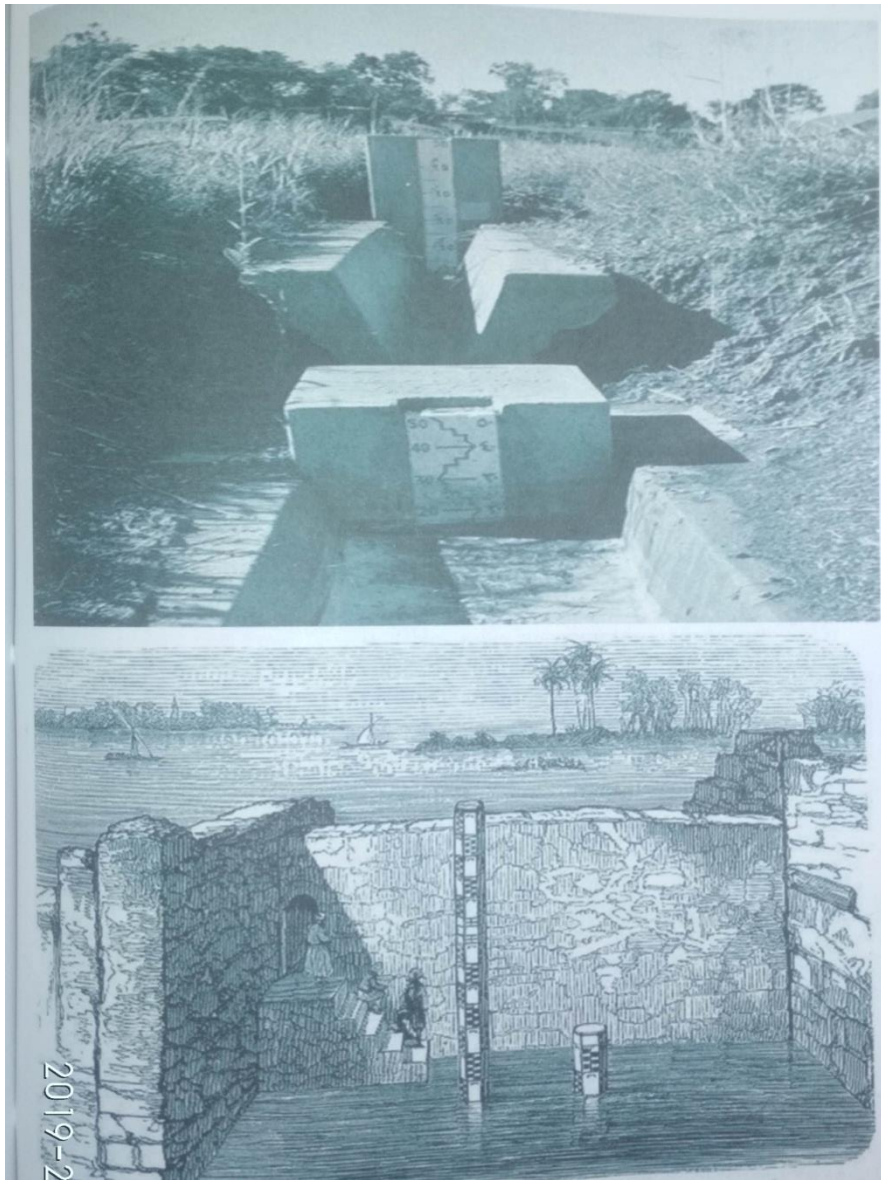
Darhaqiqat, Ahmad Farg'oniyni astronomiya fani rivojiga qo'shgan hissasi beqiyos. U yulduzlarning orasidagi, Yerdan Quyosh, Oy va boshqa sayyoralargacha bo'lgan masofani va ushbu osmon jismlarning hajmini aniqlab, jadval tuzgan. Ushbu jadvaldan barcha astronomlar, jumladan, yevropaliklar astronomiyaning asoschisi deb hisoblaydigan Nikolay Kopernik ham foydalangan. Shuningdek osmon jismlarining harakatlarini mukamal o'rgangan Ahmad Farg'oniy, Quyosh va Oy tutilish hodisalarini ham ilmiy asoslab bergan.

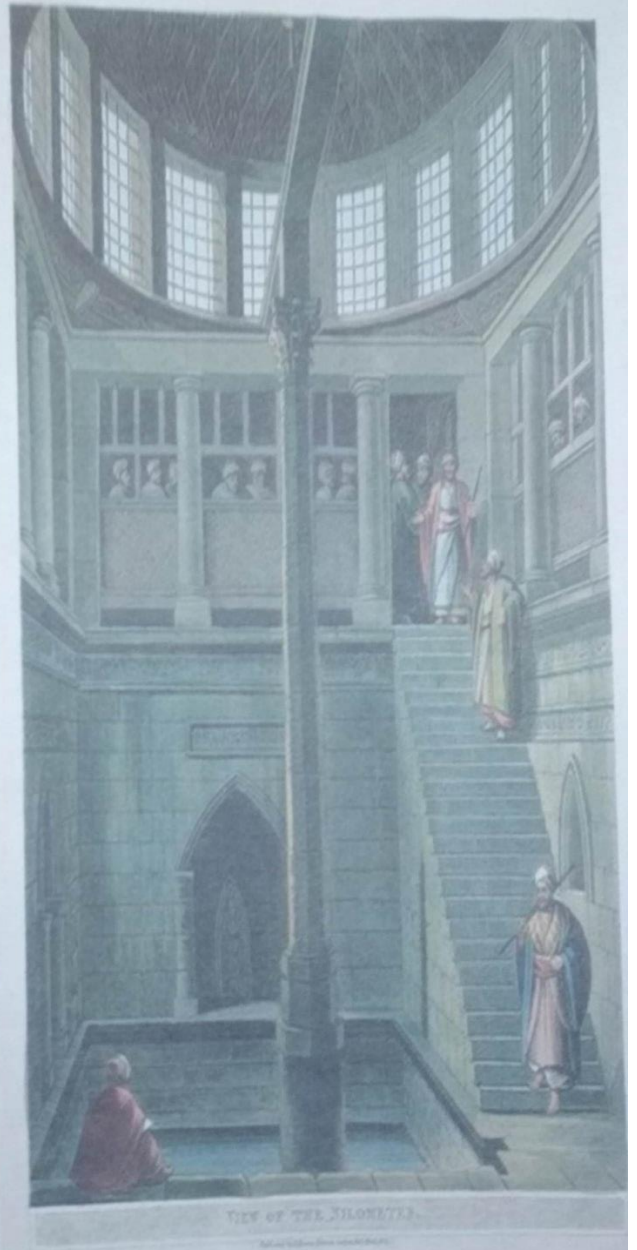
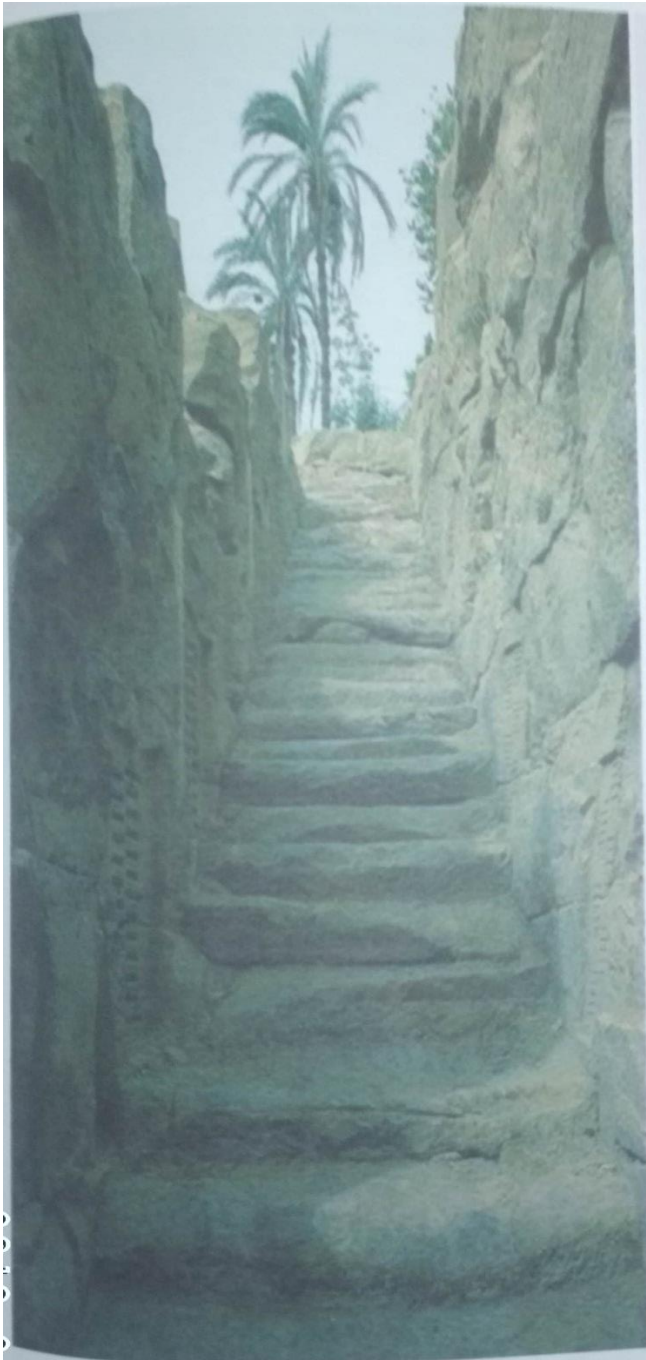
Ahmad Farg'oniy birinchi bo'lib ekvator doirasini Yeming ufq doirasi bilan ustma-ust tushadigan qutub doirasini, qutub tuni va qutub kuni mavjudligini hamda kun va tun tengligini ilmiy asoslab bergan bu haqida u shunday yozgan: "Ammo shunday bir joy borki, unda qutub bir darajada ko'rinadi va zenit bo'lib qoladi. Unda ekvator doirasi hamma vaqt Yerni ufq doirasi bilan ustma –ust tushadi. U holda osmonning ekvatorga nisbatan shimoliy yarmi Yer ustida abadiy ko'rinadi, janubiy yarimi esa abadiy ko'rinmaydi. Agar Quyosh Sarotonning boshida bo'lsa, tun 24 soat bo'lib, kun bo'lmaydi. Qutubning balandligi ekliptikaning ekvatorga og'ishiga teng bo'lgan joylarda Quyosh zenitdan bir yilda bir marta o'tadi".

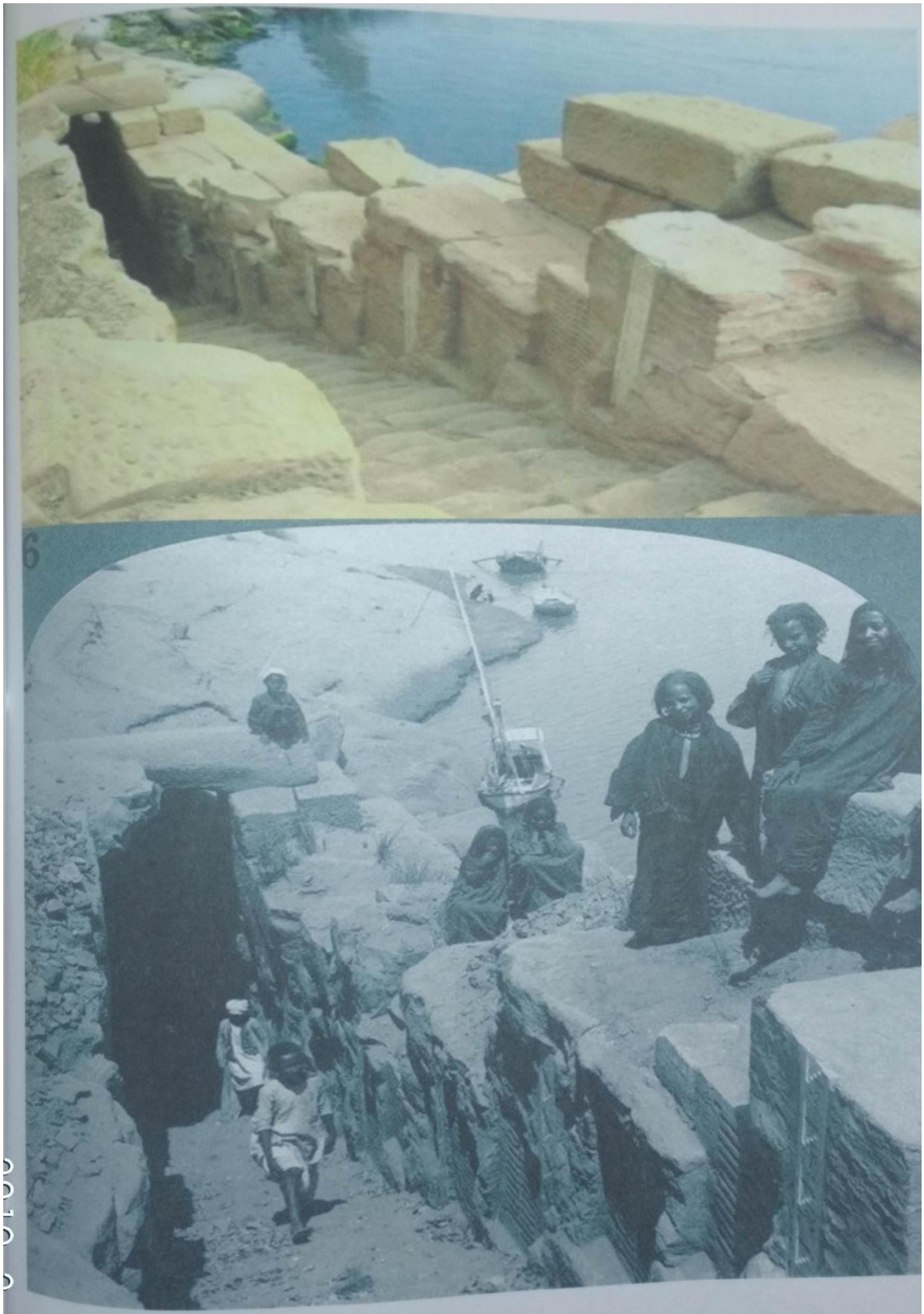
Ahmad Farg'oniy Yeming shar shaklida ekanligiga asoslangan holda Yer meridiyanining bir darajasi uzunligini aniqlashga muvofiq bo'lgan. Oradan 800 yil o'tgach, Amerikani kashf etgan mashhur sayyoh Xristofor Kolumb hamda XVI

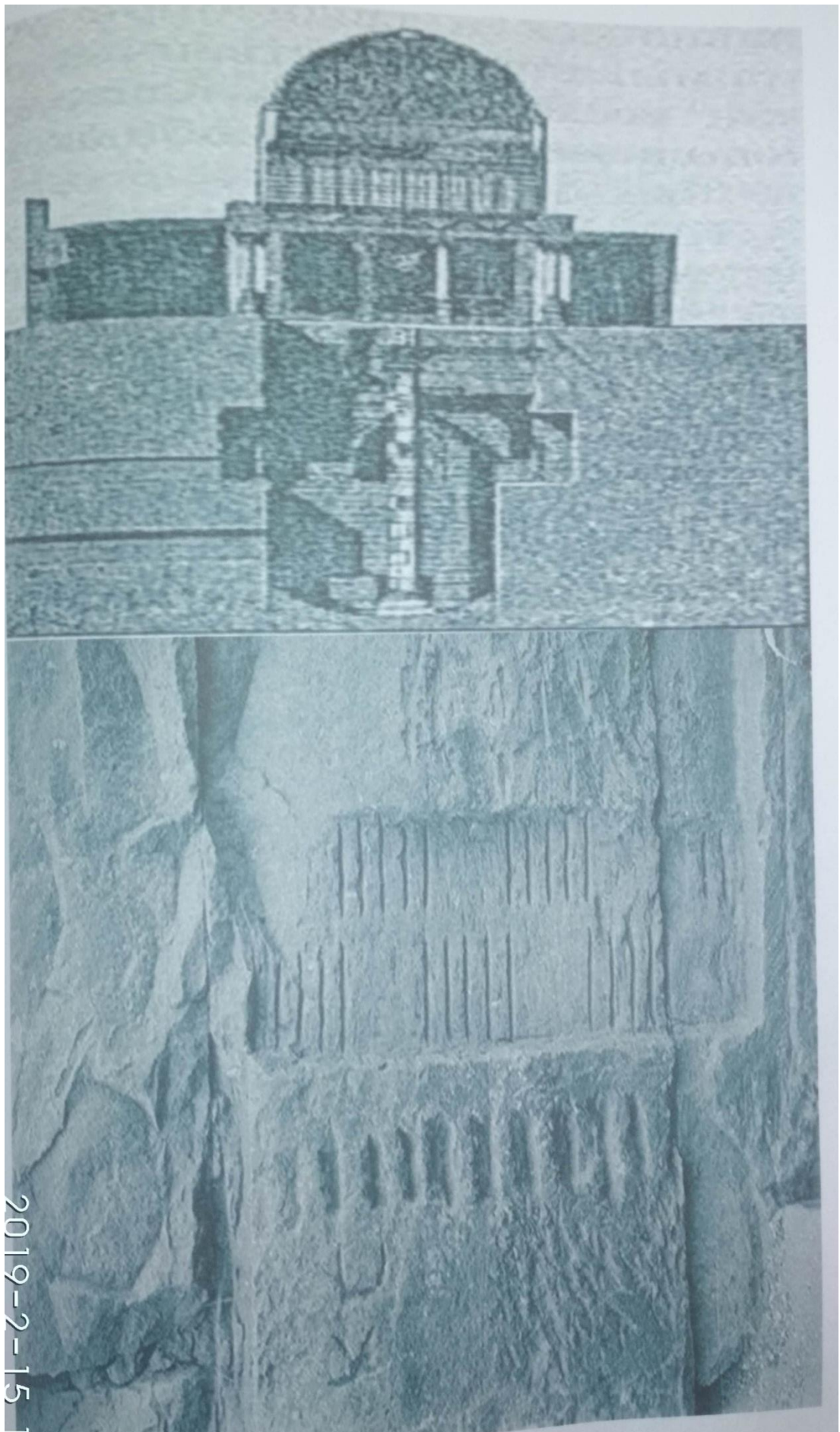
asrda yer shari bo‘ylab aylanma sayohatni amalga oshirgan Fernando Megellan Ahmad Farg‘oniyning Yer shari hajmini hisoblash uchun ishlatgan bir daraja meridiyan uzunligi haqidagi hisob-kitoblarning naqadar to‘g‘ri ekanligi haqida yozib qoldirgan.

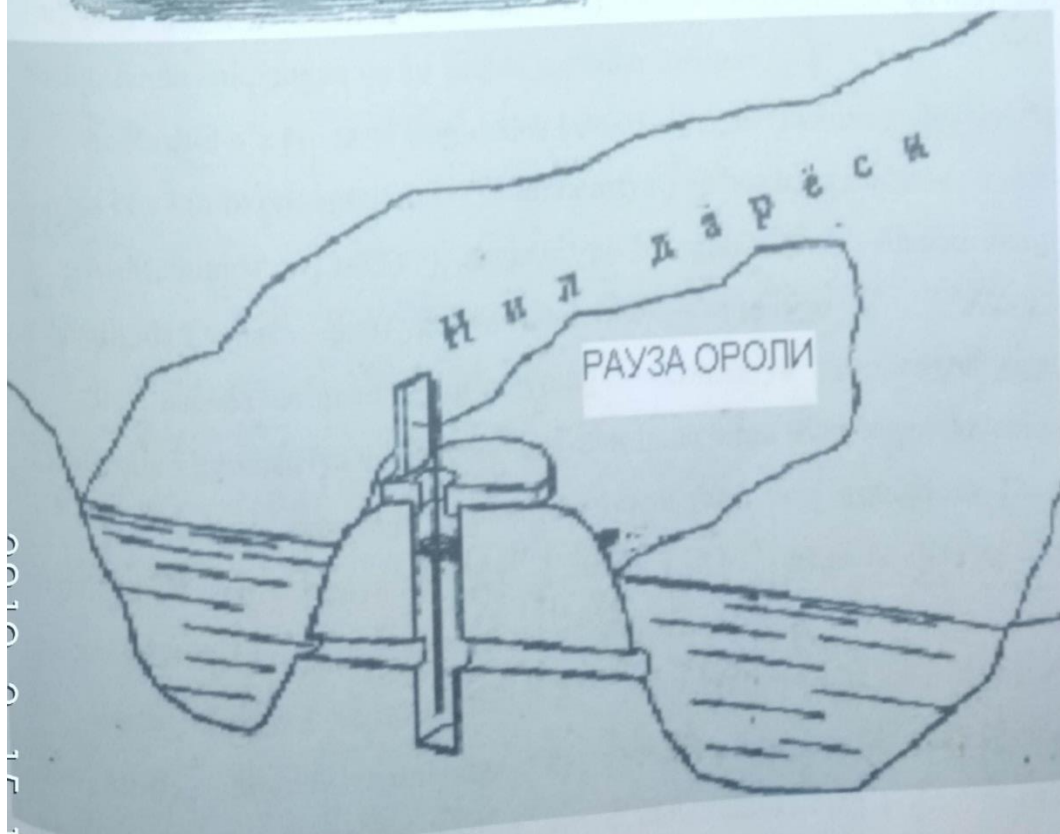
2.3 “Nilometr” asbob uskunasiga doir foto lavhalar











§3. Abu-Rayxon Beruniyning matematik merosi.

Abu Rayhon Beruniyning hayoti va ijodiy faoliyati.

Abu Rayhon Muhammad ibn Ahmad Beruniy Xorazm vohasidagi qadimgi shaharlardan biri bo'lgan Kot shahrida (hozirgi Qoraqalpog'istondagi Beruniy shahri) 973 yil 4 sentyabrda tug'ilgan. Uning bolalik va yoshlik davri Kot shahrida o'tgan. Kot shahri O'rta Osiyoning feodalizm davrida taraqqiy etgan markaziy shaharlaridan biri bo'lgan.

X asr oxirlarida Xorazm ikki qismga bo'lingan bo'lib, janubiy Xorazm – markazi Kot, Shimoliy Xorazm - markazi Urganch shahri edi. Bu katta shaharlarda ko'plab mashhur olimlar faning turli sohalarida ilmiy ishlar olib borar edilar. Xorazmning ikkala qismi hukmdorlari orasidagi taxt uchun kurash 995 yilda Urganch amiri Ma'mun g'alabasi bilan tugab, ikkala qism birlashtirilib, yagona bir davlatga birlashdi. Kot hukmdori Abdullohning engilishi, Kot shahrida ilmiy ish bilan shug'ullangan olimlar hayotiga salbiy ta'sir ko'rsatdi.

Beruniy yoshligidan aniq fanlarga qiziqar edi, undagi bunday iste'dodni sezgan Abu Nasr Ibn Iroq uni o'z tarbiyasiga oladi. Ibn Iroq Xorazmning hukmron doiralari qarindosh bo'lib, u X-XI asrlarning eng yirik matematik va astronomlaridan biri edi.

995 yil voqealaridan keyin Beruniy o'z vatani Xorazmni tashlab ketishga majbur bo'ladi. Bu davrda u yirik olim bo'lib tanilgan edi. Ro'y bergan bu voqealar uning ilmiy ishlariga putur etkazadi, u Kaspiy dengizi janubi – sharqiy qirg'og'iga joylashgan Jurjon shahriga boradi. Yo'lda Eronning hozirgi Tehron yaqinida joylashgan Ray shahrida to'xtab, O'rta Osiyolik olim, mashhur matematik va astronom Xo'jandiy bilan uchrashadi. Beruniy rasadxonada Xo'jandiy tomonidan yasalgan «Faxriy sekstanti» nomli katta astronomik asbob bilan qiziqadi va «Faxriy sektanti bayoni haqida» nomli asarni yozadi (995-997 yillar).

Beruniy 997-998 yillarda yana Kotda yashaydi, u Ma'mun II hukmdorligi davrida Kotda tashkil etilgan «Donishmandlik uyi» da o'sha zamonning yirik

olimlari, mashhur faylasuf, tabiatshunos, tabib Ibn Sino, faylasuf Abul Saxil Masihiy, olim va tabib Abul Hasan Xamar, adib Abu Mansur As –Saolibiy va boshqa qator olimlar bilan tanishadi. U 995-996 yillarda Kot shahrida diametri 15 zira' (Zira'-qadimgi o'lchov birligi 49 sm chamasida) bo'lgan doira va boshqa asboblardan astronomik o'lchash ishlari olib bordi.

Abu Rayhon Beruniy 998-1004 yillarda Jurjon shahrida yashab, o'zining eng katta asari «Qadimgi xalqlardan qolgan yodgorliklar» («Al-osorul boqiya anil kurinil homiya») nomli kitobini yozadi. 1010 yilda Xorazm shohi Ma'mun Beruniyning Xorazmga chaqiradi va uni fan sohasida asosiy maslahatchi qilib tayinlaydi. Beruniy Ma'mun «Donishmandlik uyi» ning a'zosi hisoblanib, unda 7 yil ilmiy ish olib bordi va juda ko'p fan masalalarini hal qildi. Lekin, o'z vatani Xorazmda uzoq yashay olmadi, chunki, 1017 yilda zolim shoh sulton Mahmud tomonidan Xorazm bosib olindi. Mashhur olimlarning ko'pi quvg'inlikka uchradi. Shu jumladan, mashhur olim Ibn Sino Jurjonga yashirindi, Beruniy asirlikka olinib, G'azna shahriga jo'natildi. Lekin, bu qiyinchiliklarga qaramasdan astronomiya to'g'risida va sayyoralar harakati haqida 1025 yilda «Geodeziya» asarini yozib tugatadi.

Sulton Mahmud Hindistonga harbiy yurish qilgan vaqtida saroy olimlarini o'zi bilan birga olib yurdi, Beruniy ham ko'p yillar davomida Hindistonda yashadi, bundagi xalqlarning yashash turmushiga karab to'plangan ma'lumotlarga asosan 1031 yilda «Hindiston» kitobini yozib tugatadi. Bu kitobda hindlarning matematika va astronomiya sohasidagi qilayotgan ishlari aks ettirilgan edi.

Beruniy Xorazmdan uzoq joylarda, G'aznada va Hindistonda yashab turgan vaqtlarida, yor-birolarlari bilan doimo aloqada bo'lib turdi, buning isboti shuki 1029-1034 yillar orasida yozgan «Astronomiyadan asosiy boshlang'ich ma'lumotlarni tushuntiruvchi kitob» («Kitob at-Tahfim») asari uning xorazmlik do'sti Husanning qizi Rayxonaga bag'ishlangan.

Beruniy o'zining o'lmas asari «Qonuni Masudiy»ni yozish bilan astronomiyaning o'z zamonigacha bo'lgan holatini fan tarixida yozib qoldirdi. Bu asarda astronomiya va matematikaga doir bilimlarni bayon qildi. Beruniyning

matematikaga tegishli va yozilgan asarlari bor. Bularga «Trigonometrik figuralarni soddalashtirish», «Yulduzlarni tekislikda tasvirlash», «Sfera nuqtalarini tekislikda tasvirlash», «Sferik yoyni aniqlash haqida», «Evklid ishlariga izohlar» asarlari shular jumlasidandir.

Beruniy 1048 yilda Gʻazna shahrida (hozirgi Afgʻoniston hududida) vafot etdi.

360 gradus haqida. Beruniy “Qonuni Masudiy” asarida quyidagilarni yozadi: “Bir sonlardan ifodalanuvchi narsalardan boʻlsa ham bu sonlarning hech biri oʻz holati boyicha ham va istilohlarga koʻra haqiqiy emas. Geometriya olimlarining doiralar aylanalarining uch yuz oltmish boʻlak deb ittifoq qilishlari, buning misolidir... Doira aylanasi diametriga nisbati bor, shuningdek, aylana sonining diametr soniga nisbatan, garchi bu nisbat nomaʼlum irratsional boʻlsa ham bordir”. Beruniyning bu gʻoyasini keyinchalik Umar Hayyom rivojlantiradi va u miqdorlarning nisbatlarini inson tafakkurida abstraksiyalangan miqdorlar boʻlib, sonlarga tegishli ekanligini takidlaydi. Yuqorida keltirilgan tarafdagi geometriya “astronomiya ilmini farazlar va taxminlardan haqiqatga keltiradi” degan jumladan korinadiki, Beruniy haqiqiy astronomiya deb, *osmon jismlarining* harakatini geometriyaga asoslab bayon qiladigan astronomiyanigina tan olgan.

Beruniy “Tafhim” asarida geometriyaga tarif berilgandan soʻng ketma-ket jism , fazo oʻlchamlari, tomonlar, sirt, chiziq va nuqta tariflanadi. Bular umumiy tushunchalardir; ulardan keyin sirt va chiziqning xususiy hollari – tekislik va toʻgʻri chiziq tariflanadi. Maʼlumki, Evklid “Negizlari”da ham bu tushunchalar tariflanadi, faqat u yerdagi tariflash tartibini avval – nuqta, keyin chiziq, sirt va jism tariflanadi. Beruniyda esa buni aksichadir. U jismni “sezgi hissi orqali qabul qilinadigan, oʻz-oʻzida mavjud [narsa]”, sirtni – jismning chegarasi, chiziqni – sirtning chegarasi, nuqtani esa – chiziqning nihoyasi , yaʼni oxiri deb tariflaydi. Beruniy tariflarini bunday tartibda joylashtirishidan ikki maqsadni olgʻa surgani aniq seziladi: birinchisi – chuqur ilmiy mantiqiy maqsad, ikkinchisi – pedagogic maqsad boʻlib, ikkisi bir-biri bilan chanbarchas bogʻlangan. Bu maqsadlarning birinchisiga koʻra yoʻnalish eng soddab abstraksiyadan murakkabiga qarab boʻlishi

kerak. Haqiqatdan ham matematik jism tushunchasi fizik xususiyatidan abstraksiyalanish natijasida hosil bo‘ladi; abstraksiyalashning bundan keyingi bosqichida jismning bir o‘lchami ya’ni chuqurligi e’tiborga olinmasdan, sirt to‘g‘risida tushuncha hosil qilinadi, bundan keyingi abstraksiyalashda sirtning bir o‘lchami – kengligi e’tiborga olinmasdan chiziq tushunchasi hosil qilinadi; abstraksiyalashning eng so‘nggi bosqichida chiziqning chiziqning uzunligi e’tiborga olinmasdan nuqta tushunchasi hosil qilinadi.

Beruniy *parallel chiziqlrni* “bir tekislikda yotib, oralaridagi masofa o‘zgarmas bolga ikki [chiziqdir]. Agar ular o‘z yo‘nalishlari bo‘yicha har ikki tomonga cheksiz davom ettirilsa, ular hech qaysi tomonda uchrashmaydi “, deb tariflaydi. Bu tarifning ikkinchi qismi Evkilidnikiga yo‘g‘ri keladi, birinchisi esa teng uzoqlashgan to‘g‘ri chiziqlar mavjudligini taqazo qiladi.

Ma’lumki, bu hol noevklid geometriyada geometriyada o‘rinli bo‘lmaydi va evklidning boshqa aksiomalari o‘rinli bo‘lgan holda undan V postulani keltirib chiqarish mumkin.

Beruniy o‘zining parallellar nazariyasini “Tafxim” asarida ochiq bayon qilgan emas, lekin u ushbu masala haqida maxsus asar yozib, unda o‘z qarashlarini mufassal yoritgan. Bu asar – “Miqdorlarning cheksiz bo‘linishi, ikkita o‘zaro yaqinlashuvchi va har qancha davom ettirilganda ham uchrashmaydigan chiziqlar holatiga o‘xshashligi haqida maqola” deb ataladi va u Beruniyning o‘z asarlariga o‘zi tuzgan ro‘yxatida eslatilgan.

Beruniyning fikricha agar biror to‘g‘ri chiziqqa monoton kamayib boruvchi perpendikulyar kesmalar o‘rnatilgan bo‘lib, bu kesmalarning ikkinchi uchlari bir to‘g‘ri chiziqda yotgan bo‘lsin, u holda ikkala to‘g‘ri chiziq kesmalarning kamayish tarafida bir-biriga yaqinlashuvchi bo‘lib, birinchi muqaddimaga ko‘ra, shu yo‘nalishda uchrashmasligi ko‘rsatiladi. Ma’lumki bu ikkala hol Lobachevskiy geometriyasida o‘rinli bo‘ladi.

Beruniyning parallellar nazariyasi **Evkilidnikidan tubdan farq qilib, Lobachevskiy noevkilid** geometriyasining yuzaga kelishida muhim bir bosqich bo‘ldi.

Beruniy planimetriyani bayon qilgandan so'ng, strereometriyaga o'tishdan ildin, nisbatlar nazariyasini bayon qiladi. Bunda uning son haqida tushunchani geometrik obektlarni ham o'z ichiga oluvchi umumiy fanga, ya'ni musbat haqiqiy sonlar tushunchasigacha kengaytirish borasidagi harakati yanada ani nomyon bo'ldi. Haqiqatdan ham nisbatlar nazariyasi arifmetiklashtirilgan geometrik obektlar – kesmlar nisbatiga asoslangan.

Olam tasviri. Osmon sferasi nima? Bu o'z makonida harakatlanuvchi yumaloq jismdir. Uning ichida narsalar bo'lib, ularning harakati [sfera] harakatidan farq qiladi. Biz buning markazidamiz va u sfera deb ataladi, uning harakati urchuq charxining harakatiga o'xshash. Uning faylasuflar ishlatadigan ikkinchi ismi – efirdir.

U bittami yoki ko'pmi? **Sferalar sakkizta.** Ular piyozning po'sti kabi bir-birining ichiga joylashgan. Ulardan eng kichigi va markazga yaqini **Oy** harakatlanadi, u [sferaning] qalinligi bo'yicha ko'tariladi va pastlaydi. Har bir sferaning yoritgichni ko'taradigan, balandlik bo'yicha qalinligi va eng uzoq hamda eng yaqin ikki masofasi bor. **Uning ustidagi ikkinchi sfera Utoridniki, uchinchi Zuxraniki, to'rtinchisi Quyoshniki, beshinchisi Murrixiki, oltinchisi Mushtariyniki, yettinchi Zuhalniki.** Bu sferalar yetti yoritgich, ya'ni sayyoralarniki. Ulardan yuqorida turg'on yulduzlar deb ataluvchi yoritgichlarning sferasi bor.

Sakkizinchi sferadan so'ng nima bor? Ba'zi kishilar sakkizinchi sferadan to'qqizinchi sokin sfera bor deyishadi. Hindlar o'z tillarida brahmanda ya'ni “Brahma tuhumi” deb atashadi. Ular buni harakatsiz deb hisoblaydilar, chunki uni birinchi harakatlanuvchi deyishadi. Birinchi harakatlantiruvchining o'zi esa harakatlanishi mumkin emas. Lekin u bunday jism bo'lsa, uni “sfera” deb atash xatodir.

Ba'zi qadimgilar sakkizinchi sferadan keyin nihoyasiz bo'shliq bor deb hisoblaydilar. Ba'zilar esa bu nihoyasiz jism deb hisoblaydilar. Arastu esa sferalardan so'ng jisim ham, bo'shliq ham yo'q deb hisoblagan.

Samo nima? ”Samo”[so‘zi arab] tilida sening tepangdagi hamma [narsani] bildiradi. Tor ma’noda bu so‘z bulutlar va uylarning tomlariga tegishli, keng ma’noda esa bu butun olam tomi, ya’ni oldin eslatilgan sferadir. Forslar uni o‘z tillarida ” osmon” deyishadi va u aylanma harakat qilganidan uni tegirmon toshiga o‘xshatib shunday deb atashadi.

Oy sferasi ichida nima bor ? Uning markazida Yer turadi va markaz haqiqatdan ham [olamda] eng past joydir. Yer umuman yumaloq, lekin undagi ko‘tariluvchi tog‘lar, chuqurliklar tufayli do‘ngliklar hosil bo‘ladi. Ammo ular Yerni shar shaklidan chiqarolmaydi, chunki tog‘larning kattaligi butun yerning kattaligiga nisbatan juda kichkina.

HANDASA(Geometriya). Handasa nima? Bu kattaliklar va ularning birlariga nisbatan miqdorlari haqidagi jismlarda mavjud bo‘lgan shakllar va ularning hossalarni o‘rganish haqidagi ta’limotdir. U son haqidagi fanni xususiydan umumiyga aylantiradi hamda astronomiya farazlar va taxminlardan haqiqatga keltiradi.

Jism nima? Bu sezgi hissi orqali qabul qilinadigan, o‘z ulushini oladi va o‘z o‘lchamlariga teng joyni to‘ldiradi hamda boshqa narsa u egallagan joyni egallashiga monelik qiladi.

Fazo o‘lchamlari nima? Ular uchta. Ular uzunlik , kenglik va chuqurlik deb ataladi. Bu nomlar o‘zgarmas o‘lchamlarga taalluqli emas, balki nisbiydir. Biri uzunlik, uni kesuvchisi – kenglik, har ikkalasini kesuvchisi – chuqurlik deb ataladi. Eng uzunini uzunlik, eng qisqasini – kenglik , past tomonga ketganini esa chuqurlik deb atash odat bo‘lib qolgan. Agar [uchinchisi] yuqoriga qarab ketgan bo‘lsa, uni balandlik deb ataydilar.

Olti tomon nima? Bu mana shu aytilgan o‘lchamlardan har birining ikki uchlaridir. Uzunlikni uchlaridan biri – oldi, ikkinchisi – oxiri, kenglikning uchlaridan biri – o‘ngi, ikkinchisi – chap, chuqurlikni uchlaridan biri – yuqorisi, ikkinchisi – past.

Sirt nima? Jism albatta barcha tomondan chegaralangan: uning chegarasini uning chegarasini uyning tomiga o‘xshatib sirt deb ataladi, chunki u jismning

ustidr. Uni “yoyilgan” deb ham atashadi, chunki u jismni ustiga yoyilganga o‘xshaydi. U faqat uzunlik va kenglikka ega, ya’ni jismga nisbatan bir o‘lchovi, xususan chuqurligi kam. Agar jism shaffof bo‘lmagan rangga bo‘yalsa, uning sirtida faqat uning rangi ko‘rinadi, rang ostidagi narsani esa ko‘z ilg‘amaydi, mana shu sirtni tasavvur qilishni yengillashtiradi. Agar idishga suv va yog‘ solinsa tasavvur yana ham yengillashadi, chunki ular aralashmaydi, faqat sirtlari bilan birbirlariga urinishadi. Sirt ikki hil bo‘ladi: biri – yassi, ikkinchisi – egri sirtidir.

Chiziq nima? Agar sirt chegaraga ega bo‘lsa, u albatta chiziq bo‘ladi. Chiziq faqat uzunlikka ega va u kenglikka ega emas, ya’ni sirtning o‘lchami jismnikidan bitta kam bo‘lgani kabi uning o‘lchami sirtnikidan bitta kam. Agar chiziq kenglikka ega bo‘lgasa, u sirt bo‘lar edi, biz esa uni sirtning chegarasi deb faraz qildik. Chiziqni suv va yog‘ solingan idishdagi ko‘rinma chiziq bo‘yicha yoki yer sirtidagi soya bilan nur orasidagi chiziq bo‘yicha shuningdek qog‘ozdagi ingichka chiziq bo‘yicha ham osongina tasavvur qilish mumkin. Agar ko‘rinma narsalarni tasavvur etishga o‘rgansang, asta-sekin hayoliy narsalarni tasavvur etishga o‘tish osonlashadi.

Nuqta nima? Agar chiziq nihoyatga ega bo‘lsa, bu nihoyat nuqtadir. Nuqtaning o‘lchami chiziqning o‘lchamidan bittaga kam: chiziq uzunlikka ega, nuqtaning esa na uzunligi, na kengligi va na chuqurligi bor. Nuqta nihoyatlarning nihoyatidir: shuning uchun u bo‘laklarga emas. Seziladigan narsalardan, nuqta haqida o‘tkir ignaning uchigina tasavvur bera oladi. Har qanday chiziq, sirt va nuqta ularni olib yuruvchi jismda bo‘ladi. Ularni jismdan alohida ajratib, faqat aqldagina tasavvur etish mumkin.

Tekislik va to‘g‘ri chiziq nima? Tekislik va to‘g‘ri chiziq – bu chegaralari oralig‘i eng qisqa bo‘lgan sirt va chiziqdir. Agar sirtida chiziqlar yonma-yon joylashsa, u sirt tekislik, agar nuqtalar yonma-yon joylashsa, u to‘g‘ri chiziqdir.

Matematika sohasida. Astronomiya, geografiya, geodeziya va boshqa tabiiy fanlarning rivojlanishi uchun takomillashgan matematik apparat talab qilinardi. Bu hol matematikaning taraqqiy etishiga sabab bo‘ldi. Ana shunday

obektiv sabablarga Beruniy bu masala bilan atroflicha shug'ullanadi va matematika, astronomiya kabi fanlar sohasida kata yutuqlarga erishadi.

Beruniy "Hind rashiklari haqida kitob" degan asarida o'rta asr arifmeikasida keng tarqalgan mashhur o'lchamli qoidani ko'rib chiqadi va besh, yeti va undan ortiq miqdorlarning hollari uchun o'lchamli qoidani umumlashtiruvchi qoidalarni bayon etdi va uni asosladi. Uning bu asari arifmetikani rivojlanishiga muhim ahamiyatga ega bo'ldi.

Astronomiyaga oid "Shakl va sferik sirtlarni bilish kaliti" nomli asarida bir qancha arifmetik masalalarni yechgan. Sonlardan uchinchi va yuqori darajali ildiz chiqarish haqida asar yozganligi ma'lum bo'lsada lekin bu asari hozirgacha topilmagan. Beruniy o'zining "Osori boqiya" degan asarida geometrik progressiya hadlarini yig'indisini topish usulini misollar bilan ko'rsatgan.

Beruniy o'z asaridagi geometriyaning hamma sohalari (planimetriya, streometriya va nisbatlar nazariyasi)da nodir asarlar yaratgan. Masalan "Munajjimlik san'atidan boshlang'ich tushunchalar" degan asarida va Abu Ali ibn Sino bilan bo'lgan yozishmalarida geometriyaning asosiy tushunchalari haqida qimmatli fikrlar bergan.

"doiradagi chizilgan ikki sinig chiziq xossasi yordamida uning vatarini aniqlash" degan mashhur geometric risolasi geometriya va trigonometriyaning turli muommolariga bag'ishlangan bo'lib, bunda Arximed teoremlariga muhim isbotlar keltiriladi. Bir qancha masalalarni shu teoremlar yordamida yechilishi ko'rsatilgan.

Abu Rayhon Beruniy " doiraga ichki chizilgan sinish chizig'ining hossalari yordamida undagi vatarlarni aniqlash haqida risola" degan asarning oxirida burchakni teng uchga bo'lish haqidagi kilassik masalaning ikki xil yechilishiga to'htaladi va unda "doirada vatarni jadval yordamida bo'laklarga bo'lishga malakamizni takominlashtirish uchun o'tmishdagi olimlarimizning shu haqidagi ishlariga ham to'xtalib o'tamiz"- deb yozadi.

Arximedning uzunlik etaloni (andozasi) yordamida o'sha masalani ajoyib usulda yechgan.

**Beruniy asarlarida quyidagi masalalar yechimi ko'rsatilgan
(namunalar keltiramiz)**

1-masala. Ixtiyoriy burchakning uchdan biriga teng burchak yasang (yoki vatar ma'lum bo'lgan yoyning uchidagi biriga tegishli vatarni aniqlang).

2-masala. Yer yuzasiga perpendukulyar bo'lgan ma'lum uzunlikdagi terak bir joydan sinib, uning singan bo'lagi egilgan holda uchi yerga tekkan. Agar terakning ostidan boshlab singan bo'lagining yerga tekkan uchigacha bo'lgan masofa ma'lum bo'lsa, uning qayerdan singanini toping.

3-masala. Ma'lum ikki nuqtadan shunday ikki nur chiqaringki, ular ma'lum burchak ostida kesishsin va hosil bo'lgan siniq chiziq kesmalarining ko'paytmasi berilgan tekis figuraning yuziga teng bo'lsin

4-masala. Ma'lum doiraga (aylanaga) shunday ichki uchburchak chizingi, uning perimetri berilgan kesmaga teng bo'lsin.

5-masala. Aylananing o'ndan bir bo'lagiga tegishli vatarni toping.

6-masala. Ixtiyoriy burchakning uchdan biriga teng burchak yasang (yoki vatari ma'lum bo'lgan yoyning uchdan biriga tegishli vatarni aniqlang). 29-chizmadagi aylananing AB yoyi(vatari) berilgan. Bu yoyning uchdan biriga teng yoyni yasash talab qilinadi.

7-masala Yer yuzasiga perpendikulyar bo'lgan ma'lum uzunlikdagi terak bir joyidan sinib, uning sindan bo'lagi egilgan holda uchi yerga tekkan uchigacha bo'lgan masofa ma'lum bo'lsa, uning qayerdan singanini toping.

8-masala. Eni ma'lum bo'lgan nahr (daryo)ning ikki sohilida ma'lum uzunlikda AN va BK teraklar bo'lgan. Bularning uchlarida turgan ikki qush, suv yuzasida ko'ringan baliq tomon uchib, unga baliq ko'ringan joyidan sohillargacha bo'lgan masofalarni va ikkala qushning uchib brogan yo'llarini toping.

9-masala Yarim aylananing ixtiyoriy ikki nuqtasini diametr uchlari bilan birlashtirishdan hosil bo'lgan ikki uchburchakning tomonlari berilgan. Shu uchburchaklar uzun tomonlarinining kesishish nuqtasidan diametrgacha bo'lgan masofani toping.

Beruniy asarlarida quyidagi teoremlar isbotlangan
(namunalar keltiramiz)

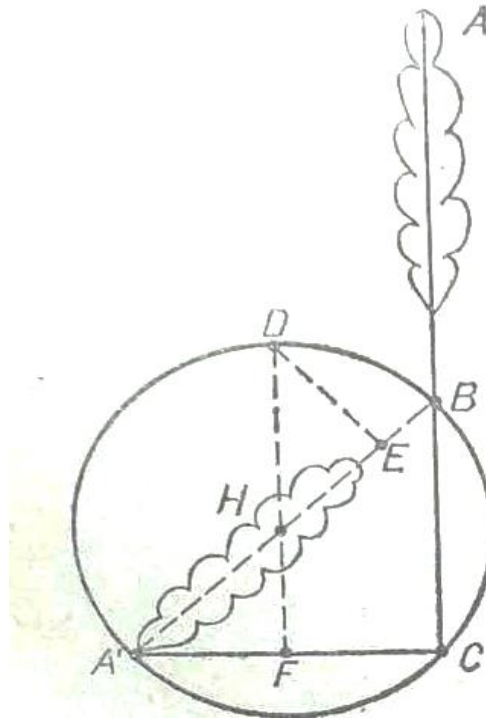
1-teorema Agar doira yoyiga ichki chizilgan va teng bo'lmagan ikki qismdan iborat sinik chiziqning katta qismiga shu yoyning o'rtasidan perpendikulyar tushirilsa, u holda bu perpendikulyarning asosi berilgan sinik chiziqni teng ikki qismga bo'ladi.

2-teorema. Aylana yoyiga ichki chizilgan ABC sinik chiziqning AB va BC qismlari ko'paytmasi bilan bu yoyning o'rtasi bo'lgan D nuqtani B nuqta bilan birlashtiruvchi BD vatar kvadratining yig'indisi AD kvadratiga teng.

3-teorema Agar aylananing AC yoyi va uning D o'rta nuqtasi berilib, bu yoyga o'sha aylananing CB yoyi qo'shilsa, bu holda AB va BC vatarlar ko'paytmasi bilan vatar kvadratining yig'indisi BD vatar kvadratiga teng bo'ladi, ya'ni quyidagi munosabat o'rinli bo'ladi.

4-teorema. Agar ADC yoyning o'rtasi D nuqta va ixtiyoriy (ya'ni harakatdagi) nuqtasi B bo'lsa, ADC va ABC uchburchaklar yuzlarining ayirmasi BE va DE kesmalar ko'paytmasiga teng, ya'ni quyidagi tenglik o'rinli bo'ladi.

$$S_{\triangle ADC} - S_{\triangle ABC} = BE \cdot DE \quad AB \cdot BC + CD^2 = BD^2$$



VAQTNI ANIQLASH

Vaqtни soat bilan aniqlash quyidagicha: har bir kecha va kunduzda bir yoʻsinda boʻlib, oʻn ikkidan oʻzgarmaydi. Bu notekis deyilishiga sabab shuki, ularning kunduzgi miqdorlari kechadigan farqlanadi. Shunday qilib, ular oʻzaro farqlanadi. Lekin bir-biriga yaqin. Ikkisidan har birining hissasi, oʻziga tegishli yoyning oltidan birining yarmiga tengdir. Bu hissa, soat yoki zamon darajalari deyiladi. Kecha va kunduz yoʻylari kengliklari bor joylarda yil boʻyi oʻzgarib turadi, shu sababli bu soatlarga tushadigan hissalar ham oʻzgaruvchan va qarorsizdir. Shuning uchun har bir kunduz va har bir kechaning oʻziga mansub boʻlaklari bor. Bu sababdan zamonaviy deb atalgan. Bu soatlar qurollar ustidagi chziqlardan bilinadi. Shuning uchun oʻlcham deb ataladi. Bu soatlarda boʻlinishlar 60 lidir. Boshqasi qoʻllanilmaydi.

Oy yili uchun uch yuz ellik toʻrtu beshdan biru oltidan bir kundir. Quyosh yili esa uch yuz oltmish beshu chorak kundir. Ikkala yilning bu hisobi aniq hisob emas, taxminiydir. Uch yuz oltmish soni, ularning oʻrta arifemtigidan taxminan oʻndan bir kuncha ortiq. Shu sababdan doiralar atrofini darajalarga boʻlishda va yillarga tegishli kunlarda uch yuz oltmish soni qoʻllangan. U kunlarning qismlari

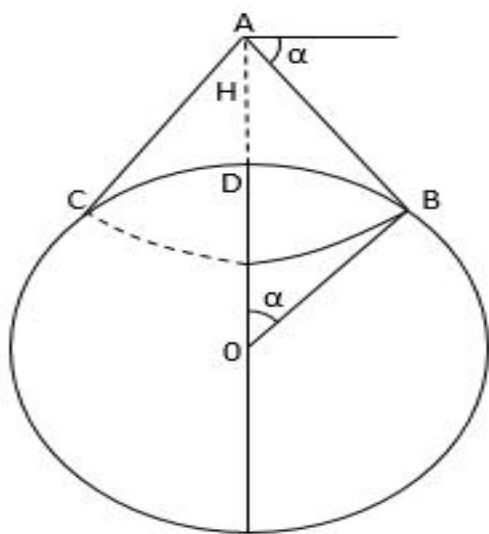
bizda “kunlar minutlari” deb, hind kitoblarida “ghati” deb,sekundlari esa “chashaka” deb mashhurdir. soatlar ikki xil bo‘ladi,biri tekis, tenglovchi, tengkunlik yoki ekvatorial deb ataladi.

JISMLARNING O‘ZARO TORTISHISHI HAQIDA

“Bo‘shliq” borligini isbot qiluvchilar fikricha, joy bo‘sh qolgandagina narsani tortadi, to‘lgach esa jismni o‘ziga tortmaydi, yer turgan joy yer bilan to‘liqdir. Qo‘yaber “bo‘shliq” bor bo‘lib, u yer ichkarisida o‘ralib qolgan, hatto jismlarni o‘ziga tortayotgan bo‘lsin! Garchi bu fikr, markazdan qochma harakat qiluvchilar bilan buzilsa ham albatta “bo‘shliq”, tortishda og‘ir va yengil orasini farq qilmaydi, faqat oquvchi suyuq narsa va bir-birini tutib oqishdan tiyiluvchi narsa orasini farq qiladi.

Ularning biri osmonning yerni har tomondan bab-barobar tortishidir. Bu fikr, yerdan ajraluvchi narsa [mavjudligi] bilan buziladi, chunki [u vaqtda] yer tomonidan unga yetishayotgan tortish to'xtab, uni osmon, boshqa tomonidan o'ziga tortar, hatto u narsa somonga uchar edi. Xolbuki, masalan, biror tosh yoki kesakda shunday holatni sira ko'rmadik va bunday tortish quvvatini biron kishi bilmagan.

YERNING RADIUSINI ANIQLASH



Beruiyning metodini hozirgi zamon belgilashlarida quyidagicha tavsiflash mumkin. Faraz qilaylik, kuzatish balandligi H togʻning A choʻqqisida oʻtkazilayotgan boʻlsin. Unda AB va AC toʻgʻri chiziqlar Yer sirtiga urinma boʻladi. B va C nuqtalardan oʻtuvchi kichik doira esa koʻrinma ufqni tasvirlaydi. Agar biz yerning radiusini R deb olsak, OAB uchburchakdan

$\cos\alpha \frac{R}{RQH}$ ekanini topamiz: bundan esa

$$R\cos\alpha + H\cos\alpha = R; R - R\cos\alpha = H\cos\alpha;$$

$$R(1 - \cos\alpha) = H\cos\alpha;$$

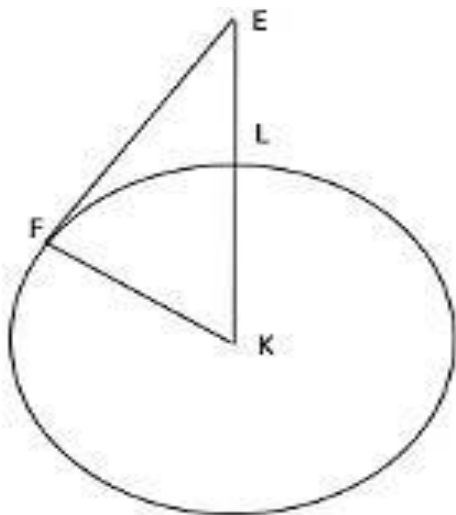
$$R = \frac{H\cos\alpha}{1 - \cos\alpha} = H \frac{\cos\alpha}{2\sin^2\frac{\alpha}{2}}$$

ekanini topamiz, bunda H tog'ning balandligi, α esa ufqning pasayishi. Bu pasayish o'lchash yordamida topiladi. Demak, R ni osongina hisoblash va uni 2π ga ko'paytirish bilan yer shari aylanasi uzunligini osongina topish mumkin.

Yerning radiusi $12851639;50',24''$ gazga, ya'ni $6425648,925$ metr ga teng. Bundan yer meridian aylanasi uzunligi $180785539,33'$ gazga, meridian yoyi bir gradusining uzunligi $224388;59'50''$ gazga yoki $56,6$ arab miliga, ya'ni $112194,5$ metr ga teng.

Ma'lumki, meridian yoyi bir gradusining uzunligi hozirgi zamon o'lchashlarida $11,1$ km ga teng ekani aniqlangan. Demak, Beruniyning o'lchashi ham katta aniqlikka ega bo'lgan.

Masofa yoyiga kelsak, u sferadagi eng katta aylanani uch yuz oltmish daraja deb olgan masshtabda chiqadi. Yer olam sferasining markazida bo'lganligi va uning yoylari sferaning yoylariga o'xshashligi sabbali yer yuzidagi masofalar ham yer yuzidagi eng katta aylanani uch yuz oltmish daraja deb olingan darajalarda topiladi. lekin bu [darajaning] miqdori yuza o'lchovchilar foydalanadigan qadam, gaz, quloq, mil va farsahlarda ma'lum emas. Agar bir darajaning hissasi shu o'lchamlarda ma'lum bo'lsa, u holda yer aylanasi ham va bunga bog'liq boshqa narsalar va yer [yoylarining] bo'laklari ham ma'lum bo'lardi. Agar biror yoydagi berilgan ikki nuqta orasidagi [masofa biror birlikda] o'lchanib uning butun aylanaga nisbati aniqlansa, bundan bir darajaning [yerning butun] aylanasi [shu birlikdagi] miqdori aniqlanadi.

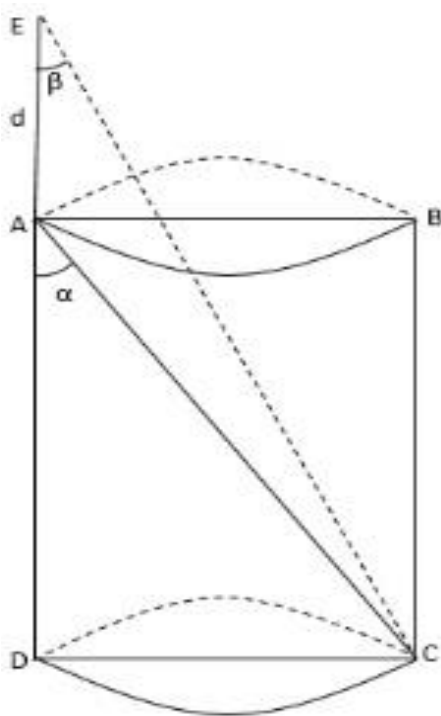


Men tog'ning cho'qqisida turib, yer bilan lojuvard//rangli osmonning aniq urinayotganini ko'rib turdim. Ko'rish chizig'i vertical chiziqqa

tushayotgan perpendikulyardan $0^{\circ}34'$ ga quyilashdi. Tog'ning balandligini o'lchab, uni $63^{\text{p}}3'18''$ gaz topdim, bu o'sha joyda qo'llanadigan as-siyob gazi edi.

Aytaylik, EL-shaklda [tog' balandligi], F burchagi to'g'ri burchak, K burchagi quyilashdi $0^{\circ}34'$ miqdorga teng, E burchagi uning to'ldiruvchisi $-89^{\circ}26'$ bo'lgani uchun, EFK uch burchagining burchaklari ma'lum. Shu bilan birga, uning tomonlari ham EK to'liq sinus bo'lgan masshtabda FK- $59^{\text{p}}59'49''$ bo'ladi. bu bilan to'liq sinus orasidagi ayirma $0^{\text{p}}0'11''$ dir, bu esa EL perpendikulyarning [miqdori]. Lekin u gazlarda ma'lum, uning gazlarining $0^{\text{p}}0'11''$ ning $59^{\text{p}}59'49''$ ga nisbati kabidir. EL gazlari $652^{\text{p}}3'18''$ ning LK ning bo'laklari $59^{\text{p}}59'49''$ ga ko'paytmasi $39121^{\text{p}}18'27''23''42^{\text{IV}}$ ga teng. agar buni $0^{\text{p}}0'11''$ -EL ning bo'laklariga bo'lsak, bo'linma $12803337^{\text{p}}2'9''$ bo'ladi, bu esa LK ning gazlari bo'lib, yerning yarim diametridir. Bundan, uning aylanasi- $80478118^{\text{p}}30'39''$, uch yuz oltmish bir darajaning miqdori- $233550^{\text{p}}19'45''$. Agar bu miqdorni to'rt mingga bo'lsak, bo'linmada bir darajaning millari- $55^{\text{p}}53'15''$ chiqadi. Bu Habashning aytganidan qanchalik uzoq-a!-Oллоh muvaffaqiyatga [yetgazuvchidir].

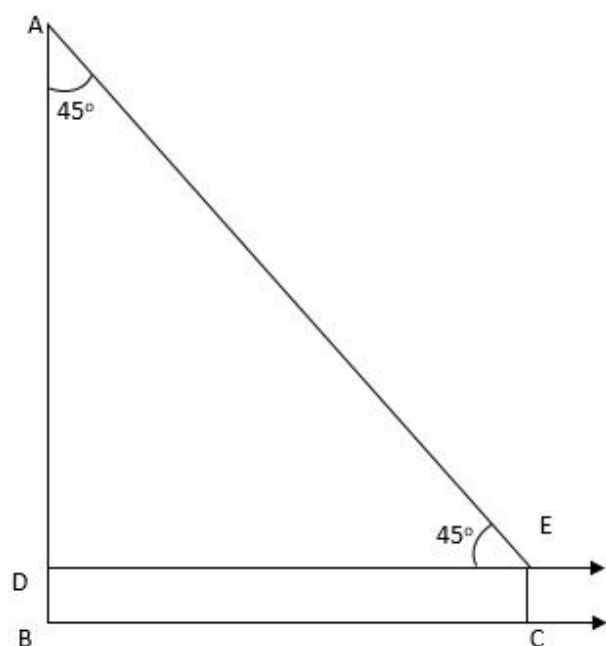
“Quduqning chuqurligini aniqlash”



Quduqning tubidagi bir C nuqtaga ikkita A va E nuqtalardan qaraganda AC hamda EC to'g'ri chiziqlar quduqning cheti (AD) bilan hosil qilgan burchaklarini o'lchashga asoslangan. Quduqning chuqurligini aniqlashning Beruniy bayon etgan usuli bizning belgilashlarda quyidagicha keltiriladi: $\alpha = \angle DAC$ va $\beta = \angle DEC$ hamda $d = AE$ ma'lum. $H = AD$ ni toppish talab qilinadi. $AD = DC \text{ctg} \alpha$ va $ED = DC \text{ctg} \beta$ bo'lgani uchun $d = ED - AD = DC (\text{ctg} \beta - \text{ctg} \alpha)$, bundan

$$DC = \frac{d}{\text{ctg} \beta - \text{ctg} \alpha} \quad AD = \frac{d \text{ctg} \alpha}{\text{ctg} \beta - \text{ctg} \alpha}$$

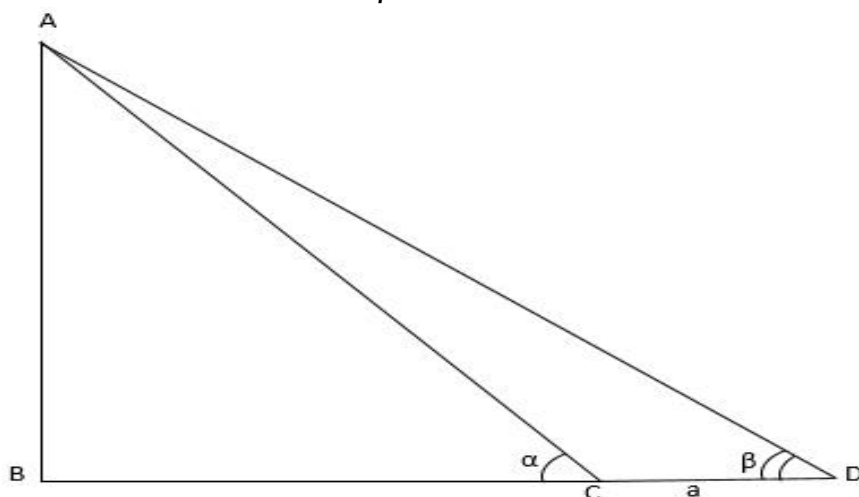
Asosiga borib bo'ladigan minora yoki devorning balandligini aniqlash.



Beruniyning o'lchash metodi balandlikka teng soyani o'lchashga asoslangan. Buni u quvurning balandligi 45° ga teng bo'lgan paytda bajarilishini tavsiya qiladi. Agar biror sababga ko'ra Quyoshning balandligini kuzatish mumkin bo'lmasa, astrolyabi Alidadasi 45° li balandlikka o'rnatilib, olg'a va orqaga yurish bilan minoraning uchi ko'rinadigan joy tanlanadi va o'sha joydan minora asosigacha bo'lgan masofaga kuzatuvchining balandligi qo'shilsa, minoraning balandligi hosil bo'ladi.

Asosiga borib bo'lmaydigan minora yoki devorning balandligini aniqlash

Beruniy bu masalani quduqning chuqurligini topishdagi usul bilan yechadi. Shu sababli biz uning hozirgi zamon belgilashlari yordamidagi yechiminigina keltiramiz. $\alpha = \angle BCA$ va $\beta = \angle BDA$ hamda $a = CD$ ma'lum.



$H=AB$ ni toppish talab etiladi. $BC=AB \operatorname{ctg} \alpha$ va $BD=AB \operatorname{ctg} \beta$ bo'lgani uchun $a=BD-BC=AB (\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha)$, bundan

$$AB = \frac{\alpha}{\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha}$$

Bu yerda kuzatuvchining balandligi minora balandligiga nisbatan juda kichik bo'lganidan e'tiborga olinmaydi.

Beruniy asarlarida matematik tushuncha va ular haqida bajariladigan amallar.

1. birlik, son, natural ,tub sonlar
2. Figurali sonlar ya'ni $(1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2})$, $(1^2+2^2+3^2+\dots+n^2)$
3. Ko'paytirish, bo'lish
4. Kasr sonlar
5. O'nli sanoq sistema
6. Harfiy nomeratsiya (jadval kiritish)
7. Oltmishli sanoq sistema.
- 8.Oltmishlik kasrlar.
9. Uchlik qoida va uni umumlshtirish $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
10. Nisbat va proportsiya.

Beruniy asarlarida qarama-qarshi qo'yish va to'ldirish masalalari ya'ni algebraik masalalar qaralgan. Masalan: $x^2 + x + 1 = x^4 - 2x^2 + 1$ tenglamadan $3x+1=x^2$ tenglamani hosil bo'lishini jismlar,buyumlar misolida so'zlar bilan bayon etgan. Chiziqli va kvadrat tenglamalar sohasida $bxqa, cx^2qa, cx^2qbx$ tenglamalarni ko'rib o'tgan. So'ngra $cx^2+bx=a$, $cx^2+a=bx$, $cx^2=bx+a$ ko'rinishdagi tenglamalarni ko'rib o'tadi. Bu yerda Al-Xorazmiy ko'rsatgan $x^2+10x=39$ tenglamaga mos keladi.

Geometrik masalalarni yechishda R radiusli doiraga ichki chizilgan muntazam o'nburchakning tomonini kvadrat tenglamani yechish bilan aniqlaydi. U quyidagicha $R^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \left(\frac{x+R}{2}\right)^2$ dan $x = \frac{R}{2}(\sqrt{5} - 1) = a_{10}$ deb aniqlaydi chiziqli tenglama sohasida $ax+b=c$ tenglamani yechishni ko'rsatadi.

Beruniy planetalarning to'g'ri va teskari harakatidagi turish nuqtalarini va planetaning trayektoriyasidagi masofalarni aniqlashda $x^2 + px = q$ tenglamaning

yechimini $x = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q} - \frac{p}{2}$ ko‘rinishda bo‘lishini so‘zlar bilan ifodalagan.

Aylanaga ichki chizilgan muntazam to‘qqizburchakning bir tomonini topishni $3x = x^3 + 1$ tenglamaga keltiriladi. Bu esa uchinchi darajali tenglama yechishga dastlabki qadamdir.

Ixtiyoriy burchakni teng uch qismga bo‘lish (**burchak treseksiyasi**) masalasini yechishda $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$ $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$ munosabatni hosil qiladi va u

$$4x^3 - 3x - a = 0$$

ko‘rinishdagi tenglamani yechish zarurligini qayd etadi, yuqorida bayon etilganlarni Beruniyning “Astronomiya” va “Qonuni Ma’sudiy” asarlarida ko‘rish mumkin.

KOMBINATORIKA

Beruniyning “Qadimgi xalqlardan qolgan yodgorliklar” va “Hindiston” asarlarida “progressiya”, “kombinatorika” mavzularga doir masalalar ko‘rib o‘tilgan. Masalan C_m^n ning formulasida

$$C_{17}^1 = 17, \quad C_{13}^2 = 78$$

hosil bo‘lishi so‘zlar (masalada) bilan bayon etgan.

AYLANAGA ICHKI CHIZILGAN MUNTAZAM KO‘PBURCHAK

“Qonuni Masudiy” asarida oyning harakatiga qarab $\pi = 3\frac{1}{7}$ sonni, $S = \pi R^2$ doira yuzasi va R radiusli aylana ichki chizilgan ko‘pburchakning bir tomonini aniqlash formulasini ko‘rsatgan.

Masalan

$$a_3 = R\sqrt{3},$$

$$a_4 = R\sqrt{2},$$

$$a_5 = R\frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{2}},$$

$$a_6=R,$$

$$a_8=R\sqrt{2-\sqrt{2}},$$

$$a_{10}=R\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}} \text{ formulalarni ko'rsatgan.}$$

Bu yerda a_7 ni topish usuli hali aniqmas deb ta'kidlaydi va hozircha zarurat yo'q deb qayd etadi. a_9 ni topishni $x^4 + x^3 - 3x^2 - 2x + 1 = 0$ tenglamaga keltiriladi. Bu esa Beruniy zamonida hali yechilmagan edi. bu muhokamalar Beruniyning to'rtinchi darajali tenglamaga qadam qo'yishini ko'rsatadi. Shunday qilib biz uchinchi va to'rtinchi darajali tenglamalar haqida dastlabki ma'lumotlarni Beruniyning "qonuni Ma'sudiy" asarida ko'ramiz.

Trigonometriya sohasidagi ishlarni uning "Yodgorliklar" "astronomiya" va "Qonuni Ma'sudiy" asarlarida ko'ramiz. "Qonuni Ma'sudiy" asarida

$$\frac{1}{\operatorname{cosec}\alpha} = \sin\alpha,$$

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{sec}\alpha} = \sin\alpha$$

$$\frac{\operatorname{ctg}\alpha}{\operatorname{cosec}\alpha} = \cos\alpha,$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha,$$

$$\operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha = 1,$$

$$\operatorname{cosec}^2\alpha = \operatorname{ctg}^2\alpha + 1,$$

$$\operatorname{sec}^2\alpha = \operatorname{tg}^2\alpha + 1$$

formulalarni ko'ramiz. Su bilan birga bu yerda

$$\sin(\alpha \pm \beta), \quad \sin 2\alpha, \quad \sin \frac{\alpha}{2}$$

lar uchun formulalarni ko'ramiz va yana sinuslar teoremasini, tangenslar teoremasini ko'ramiz. Bunday teoremlar sferik uchburchak uchun ham keltirilganini ko'ramiz.

Geometrik merosning bir qancha durdonlardan maktablarimizdan muvaffaqiyatli foydalanish mumkinligi ham ochiq oydin aniqlandi. Shu haqiqatlarning o'zi ham yoshlarimizni mehnatsevarlik ruhida tarbiyalashdagi zarur

vositalardan biri bo'la olishi bilan birga ularning matematik ma'lumotni oshirishda va madaniy saviyasini yuksaltirishda beqiyos xizmat qila oladi.

Ba'zi xulosalar

Abu Rayhon Beruniy fanning boshqa sohalaridagi kabi geometriyaga ham zo'r e'tibor bilan qarab, o'zidan oldin o'tgan bir qancha olimlarning me'roslarini chuqur o'rganish va ularni ma'lum darajada tartibga solish bilan birga unga o'zi ham ulkan hissalar qo'shganligini ham ko'rdik. Haqiqatan Arximedning yuqorida ko'rilgan (birinchi) teoremasini Arximedning o'zi uch yo'l bilan isbotlagani holda Beruniy uni to'rt xil yo'l bilan isbotkaganiligi va sharqlik boshqa olimlarning isbotlarini ham to'lab, ma'lum sistemaga solingan holda yuqoridagi asarida bayon tganligi va o'sha (birinchi) teorema boshqa teoremalarni (masalan olim asaridagi ikki, uch, to'rt teoremalarni-) isbotlash hamda yasashga va hisoblashga doir masalalarni ham yechish mumkinligini (ya'ni u teoremaning qay darajada samaradorligini) yaqqol ko'rsata olganligi olimning beqiyos kuchga va cheksiz mehnat mahoratiga ega bo'lganligini ko'rsatadi.

Olimning bu ishlarida (boshqa ishlaridagi kabi) bir tomondan uning kasbdoshlariga nisbatan chuqur hurmati ifodalangan bo'lsa, ikkinchi tomondan olimlarning bir problema haqidagi fikrlarini bir darajada to'lab analiz qilish va ularning rivojlantirib hayotiy masalalarni yechishga tatbiq etishning namunasini ham ko'rdik.

3.1. ABU RAYXON AL-BERUNIY MA'MUN AKADEMIYASIDA

Beruniy o'z qalbida ustoziga bo'lgan chuqur hurmat va minnatdorchilik hislarga ega edi. U Jurjon shahriga borishga Eronning Ray shahrida to'xtaydi va bu erda mashhur astronom matematik Abu Mahmud Xo'jandiy bilan uchrashdi (Eslatib o'tamiz sinuslar teoremasini dastlab Abu Mahmud Xo'jandiy isbotlagan). Beruniy Ray shahridagi rasadxonada (abservatoriyada) Xo'jandiy bilan birgalikda astranomik kuzatish va o'lchash ishlarini olib boradi. Beruniy Xo'jandiy tomonidan yasalgan "Faxriy sekstanti" deb nomlangan katta astranomik asbob

bilan tanishadi va u haqda 995-997 yillarda “Faxriysekstanti bayoni haqida” nomli asar yozadi. (Eslatib o‘tamiz, XV asrdagi Ulug‘bek observatoriyasida ana shu sekstantning takomillashgan nusxasidan foydalangan). Beruniy 997-998 yillarda Ma‘mun tashkil etgan “Bayt ul-hikma”da (“Olimlar uyi”da) yirik olimlar bilan hamkorlik qiladi. Ular orasida mashhur faylasuf tabiatshunos, tabib Ibn Sino, matematik, astronom, astranomik asboblarni ixtirochisi Abu Mahmud Xo‘jandiy, Beruniy ustozlari Ibn Iroq, faylasuf va tabib Abu Saxl Masixiy, Ibn Xammar va boshqalar edi. 995-1004 yillarda “Qadimgi xalqlardan qolgan yodgorliklar” nomli kitobini yozdi. Beruniy Ma‘mun akademiyasida faoliyat ko‘rsatib unda 7 yil 1010-1017 ilmiy ish olib boradi. 1017 yili Sulton Maxmud Xorazmni boshqarib olgandan so‘ng Beruniyni asir qilib G‘azna shahriga jo‘natadi. Sulton Maxmud Hindistonga xarbiy yurish qilganda saroy olimlarini, jumladan Beruniyni ham olib ketadi. Beruniyning ilmiy faoliyatini o‘rganishda o‘quv yurti akademik litsey, kollej, maktab o‘quvchilariga uning matematika, fizika, astronomiya fanlaridagi ilmiy merosi bilan bir qatorda quyidagilarni ham tushuntirib o‘tishni tavsiya qilamiz. 1) Beruniy asarlarida konlar va ularning turlari, metallarni qazib olish, rudadan ajratib olish haqidagi ma‘lumotlar bor. 2) Beruniyning richagli tarozi, bloklar sistemasi oddiy va murakkab mexanizmlardan foydalanish to‘g‘risidagi ma‘lumotlari diqqatga sazovor, chunki bundan sistemadan hozirgi kunda ham foydalanmoqda. 3) Beruniy yorug‘lik energiyasining issiqlik energiyasiga aylanish haqidagi o‘z masalalarini bayon etgan. (X asrda). Bu mulohazalarning to‘g‘riligini XVII asrda rus olimi M.Lomonosov tomonidan tajriba va kuzatishlar bilan tasdiqladi.

Umuman Beruniy ko‘pgina fanlar bo‘yicha qilgan kashfiyotlarini (matematika, fizika, ximiya, biologiya, geodeziya, astronomiya va boshqalar) aniq dalillar bilan tushuntirib berish talabalarni ona-Vatanga muhabbat, ajdodlar ruxiga sadoqat, milliy qadriyatlarga hurmat ruhida tarbiyalashga katta yordam beradi. Yuqorida biz ta‘lim sohasida Beruniy faoliyatidan va uning ilmiy merosidan foydalanish haqida to‘xtab o‘tdik. Beruniy o‘z asarlarida ta‘lim bilan birgalikda tarbiya masalalarini ham bayon etgan.

Qomusiy olim Abu Rayhon Beruniy o'zining "Hindiston", "Qadimgi xalqlardan qolgan yodgorliklar", "Kitob as-saydona", "Al-Qonuni al-Ma'sudiy", "E'tiqodlar va dinlar haqida", "Qarorgoh va omonat joy haqida so'z" va boshqa asarlarida yosh tarbiyasi masalalariga alohida e'tibor berib, o'rganishda va undan foydalanishga arzirli boy meros qoldirgan. Beruniyning tarbiya haqidagi qarashlari tizimida axloq tarbiyasi masalasi alohida o'rin tutadi. Uning fikri axloqiylik insonning eng asosiy sifati bo'lishi kerak, bu xislat birdaniga tarkib topmaydi. Agar aqliy qobiliyatlar odamning kundalik ehtiyojlari asosida vujudga kelsa, axloqiy masalalar tarixiy taraqqiyot, odamlarning o'zaro munosabatlari bilan chambarchas bog'liq holda paydo bo'ladi va rivojlanib boradi.

Beruniy faxrlanish tuyg'usini yaxshi xulq ma'nosida ishlatib "Qadimgi xalqlardan qolgan yodgorliklar" asarida quyidagi fikrni bayon etadi: "faxrlanish-haqiqatda yaxshi xulqlar va oliy fe'llarda oldin ketish, ilmu hikmatni egallash va imkoniyat boricha mavjud nopokliklardan tozalanishdir". Kimdan shunday sifatlar topilsa, hukm uning foydasiga va kimda bular etishmasi hukm uning zarariga bo'ladi [1]. Beruniy yomonlikning shaxobchalari ko'p, biron ularning eng yaramasi tag'ma, g'azab, ilmsizlikdir. Bular axmoqlikdir. Olim axloqsiz odamlarni qayta tarbiyalash orqali odobli, yaxshi kishilar safiga qo'shishi, axloqsiz, yomon odamlar birinchi navbatda nafsoniy xirs-xavasdan o'zini tozalashi, axloqiy kitoblarda zikr qilingan barcha yaxshiliklarni o'rganish, hamda yaxshilar bilan yaqin munosabatda bo'lish, ularga tahlil qilish yashash orqali o'z-o'zini qayta tarbiyalashi mumkinligini isbotlashga uringan. Olimning ta'kidlashicha yolg'onlik adolatdan yuz o'girtiradi, yolg'on guvohlik, omonatga xiyonat qilish va boshqa yomon xulqlarni kishiga yaxshi qilib ko'rsatadi. Haqiqiy yaxshi kishi bo'lish uchun u ana shu yolg'onchilikdan o'zini tiya bilishi kerak. Yolg'onlikdan chetlanib, rostgo'ylikka yopishgan kishini boshqa odam u yodda tursin, yolg'onchining o'zi ham sevib maqtaydi [1].

Qayd etilgan fikrlardan ko'rinib turibdiki, Beruniyning komil insonni shakllantirishga oid g'oyalari faqat o'z zamonasi uchungina emas, hozirgi davr ta'lim-tarbiya ishlari samaradorligini oshirish uchun ham katta ahamiyat kasb

etadi. Zro uning o'zi haqiqiy komil insonga xos xislatlarga ega ekanligini, xayoti va ijodiy faoliyati, yozgan asarlari bilan isbotlar, kelajak avlodlarga katta ma'naviy meros qoldirdi.

§ 4. ABU ALI IBN SINONING MATEMATIK MEROSI.

Abu Ali ibn Sino 980 yilda Buxoroga yaqin Afshona (hozirgi Peshku tumanidagi Isfoniylar qishlog'i) qishlog'ida tug'ilgan. Otasi Abdullo o'sha zamonda hukmdor bo'lgan Somoniylar davlatida soliq yig'uvchi bo'lgan.

Ibn Sinoning otasi ilm fanning qadrini bilgan kishi edi. Ibn Sino besh yoshga etganda ularning oilasi Buxoro shahriga ko'chib keladi. Buxoro shahri bu davrda O'rta Osiyoning fan va madaniyat markazlaridan biri edi. Buxoroda Somoniylar davlatining so'nggi namoyondalaridan biri bo'lgan Nux ibn Mansur hukmdorlik qilar edi.

Ibn Sino ko'p bilimlarni o'zlashtiradi, Ibn Sino faqat Buxoroga emas, balki butun Sharqqa mashhur olim va tabib sifatida taniladi.

1004 yilda ibn Sino o'z ona vatanidan chiqib ketib Xorazm davlatining poytaxti Urganch shahriga keladi. Xorazm shohi saroyida Abu Rayhon Beruniy,

Abu Sahl Masihiy, Abu Nasr Iroq kabi olimlar bilan uchrashib, ular bilan birga ilmiy ishlar olib boradi.

Lekin bu tinchlik ham uzoqqa cho`zilmaydi. Chunki, G`azna hukmdori fan, madaniyatga qarshi ulomo va dindorlar ta`siriga berilgan zolim Sulton Maxmud o`z shuhrati uchun olimlardan foydalanish maqsadida Xorazm shoxidan olimlarni o`zining saroyiga yuborishini talab qiladi. Bu havfdan qutulish maqsadida ibn Sino Abu Sahl Masihiy bilan Xorazmdan yashirinchalik ketib Xuroson chegarasidagi Obivard (hozirgi Turkmaniston davlati xududida) shaharchasiga, undan Niso (hozirgi Ashxobod shahri yaqinida bo`lgan) shahriga, bu erdan Jurjon shahriga kelib yashirin ilmiy ishlar olib boradi va xalq ommasini davolash bilan shug`ullanadi. Tez orada uning shon-shuhrati Jurjon viloyatining hukmdori Qobusga etadi va u ibn Sinoga katta hurmat ko`rsatib shu shaharda qolib ochiq ravishda ish olib borishga ijozat beradi. SHu shaharlik Abu Ubaydullo Juzjoniy – ibn Sinoning eng iste`dodli shogirdi va sodiq do`sti bo`lib qoladi.

Ibn Sino Jurjonda o`zining mashhur «Tib qonunlari» asarining boshlang`ich bo`limlarini, «Qisqartirilgan Almagest» va boshqa asarlarini yozadi.

Lekin bu yerdagi ibn Sinoning tinch hayoti buziladi. Saroy o`zgarishi natijasida Qobus o`ldiriladi va taxtga uning o`g`li o`tiradi. Yangi hukmdor ibn Sinoni Sulton Maxmudning qo`liga topshirishga intiladi. Bundan habar topgan ibn Sino bu erdan ketib eronning Mazandaron, Ray va boshqa shaharlarida yashirinchalik yashab, keyin Hamadonga keladi. Hamadon hukmdori SHamsud Davla ibn Sinoni davlat ishlaridan habardor ekanligini bilib, o`ziga vazir qilib tayinlaydi. Ibn Sino davlat ishlaridan bo`sh paytlarida ilmiy asarlar yozadi. SHamsud Davla vafot etgandan so`ng, ibn Sino to`la ravishda meditsina, falsafa, matematika va astronomiyadan asarlar yozadi.

Ibn Sino butun hayotini turli fanlar sohasida asarlar yozishga, kelajak avlodlar uchun ilmiy meros qoldirishga sarflagan. Tadqiqotchi olimlarning yozishicha mehnatsevar, g`ayratli va katta iste`dod egasi bo`lgan ibn Sino 400 dan ortiq asarlar yozgan. SHulardan atigi 240 tasigina hozirgi davrgacha etib kelgan va turli davlatlarning kutubxonalarida saqlanmoqda xolos.

4.1. Ibn Sinoning asosiy ilmiy asarlari.

Ibn Sinoning eng katta asarlari quyidagilardan iborat:

1.«Tib qonunlari» asari. Abu Ali ibn Sino nomini butun dunyoga mashhur qilgan va abadiylashtirgan bu asar besh kitobdan iborat boʻlib, Oʻrta asr SHarq meditsina fanining entsiklopediyasi hisoblanadi. Bu asarni olim 1012-1020 yillarda Jurjon, Ray va Hamadon shaharlarida yozgan.

2.«Ash-shifo» asari bir necha tomdan iborat boʻlib, oʻrta asr fani entsiklopediyasidan iborat. Asar 18 qismdan iborat boʻlib, bularda falsafa, mantiq, fizika (tabiiyot hakidagi umumiy taʼlimot), matematika, meteorologiya, botanika, zoologiya, psixologiya va boshqa fanlar bayon etilgan.

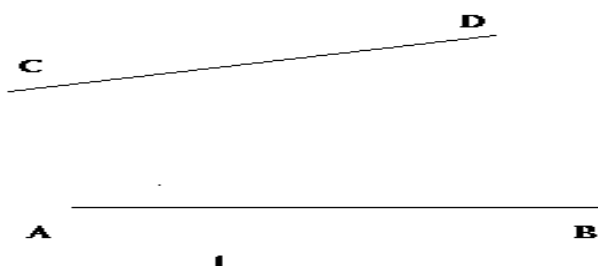
3.«Najot» kitobi. Bu qisqacha shaklda yozilgan entsiklopedik asar boʻlib, bunda falsafa, mantiq, fizika va matematika fanlari bayon etilgan. Tadqiqotchilarning koʻrsatishicha, u «Ash-shifo» asaridan qisqartirilgan. 1593 yilda bu kitob Rimda «Tib qonunlari» kitobiga qoʻshimcha sifatida nashr etilgan. Bu asarning qoʻl yozmalari Istambul va Erevan kutubxonalarida saqlanmoqda.

4.«Ishorot va tanbixot» asari. Bu asar falsafaga bagʻishlangan boʻlib, olim tomonidan 1035 - 36 yillarda Isfahonda yozilgan.

5.«Donishnoma» kitobi. Bu asarni ibn Sino 1030 –1035 yillarda Isfahonda yozgan. Oʻrta asr fanining entsiklopediyasidan iborat bu asarda falsafa, mantiq, fizika va matematikaga doir fanlar bayon etilgan.

4.2. “Donishnoma” asarida geometriya masalalari.

“bir-biridan biror masofada turgan turli chiziqlar shunday boʻlishlari mumkinki, ulardan birining oxiri ikkinchisiga oʻrnatiladi, agar ularning shu tomonini davom ettirsak, ular kesishadi: ularni ikkinchi tomonga davom ettirganda ular kesishmaydi masalan: AB va CD chiziqlar shunday”



Bu tushunchani davom ettirib, ibn Sino yozadi: “Ular bir-biridan shunday masofada turgan boʻlishlari mumkinki, ularning ikkala

oxirlari(uchlari) orasidagi masofalar o'zaro teng bo'ladi". Bunday ikki chiziqni ibn Sino o'zaro parallel chiziqlar deb ataydi.

Demak, ibn Sino, parallel chiziqlarni baravar uzoqlikda turgan chiziqlar sifatida ta'riflaydi.

Evklid "Negizlar" asarining birinchi kitobida, parallel to'g'ri chiziqlarga shunday ta'rif beradi: "SHunday to'g'ri chiziqlar o'zaro parallelki, ular bir tekislikda yotib, har ikki tomonga cheksiz davom ettirganda, u tomonda va boshqa tomonda bir-biri bilan uchrashmaydi".

Parallel to'g'ri chiziqlarga berilgan Evklid va ibn Sino ta'riflarni bir-biriga solishtirib, shuni aytish mumkinki, ibn Sinoning ta'rifi beshinchi postulatga ekvivalent hisoblanadi, Evklid ta'rifi esa beshinchi postulatga bog'liq bo'lmagan jumladir.

SHundan so'ng ibn Sino quyidagi teoremlarni isbotlaydi:

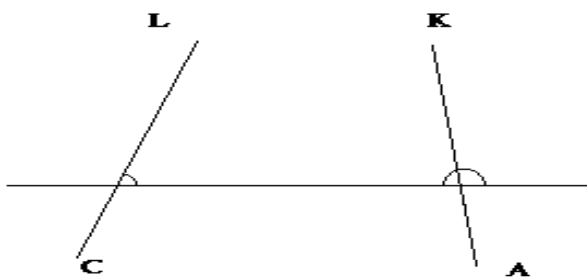
1. Agar biror chiziqqa perpendikulyar chiziq tushirilsa va u perpendikulyar bu chiziqqa parallel bo'lgan ikkinchi chiziqqacha davom ettirilsa, u ikkinchi chiziqqa ham perpendikulyar bo'ladi.

2. Agar to'g'ri chiziq berilgan ikki parallel chiziq berilgan ikki parallel chiziqlarga og'ma bo'lib, ularni kesib o'tsa, hosil bo'lgan mos burchaklar va ichki almashinuvchi burchaklar o'zaro teng bo'ladi, ikki bir tomonlik ichki burchaklar yig'indisi $2d$ ga teng bo'ladi.

3. Agar biror to'g'ri chiziq, ikkita boshqa chiziqni kesib o'tsa va hosil bo'lgan ikki bir tomonlik ichki burchaklar yig'indisi $2d$ ga teng bo'lsa, bu ikki chiziq o'zaro parallel bo'ladi.

Bundan so'ng 4 – jumla isbot etiladiki, bu Evklidning beshinchi pastuloti hisoblanadi.

4. «Agar biror chiziq boshqa ikki chiziqni kesib o'tsa va hosil bo'lgan ikki bir tomonlik ichki burchaklar yig'indisi $2d$ dan kichik bo'lsa, u vaqtda, bu ikki chiziq davom ettirilganda, ular shu tomonda kesishadi. Masalan, bunday to'g'ri chiziqlar AK va SL bo'ladi»:



Isboti: bunda bir chiziq ikkinchi chiziqqa ogʻma boʻlib joylashgan va shu sababli ular kesishadi. Haqiqatan ham, agar ulardan biri ikkinchisiga ogʻma

boʻlmaganda edi, ular oʻzaro parallel boʻlar edi. Agar shunday boʻlsa, yaʼni ular parallel boʻlsa, u vaqtda aytilgan burchaklarning yigʻindisi $2d$ ga teng boʻlar edi, bu bundan oldin isbotlangan. SHu sababli AK va SL toʻgʻri chiziqlar davom ettirilsa, yuqorida aytilgan tomonda kesishadi.

Demak, ibn Sino beshinchi pastulatni isbotlashga urinib, bunda oʻzining avval berilgan, chiziqlarning parallellik taʼrifiga asoslanadi. Ammo bu taʼrif beshinchi postulatga ekvivalent ekanligi yuqorida aytilgan. SHunday qilib, boshqa juda koʻp matematiklar qatori ibn Sino ham beshinchi postulatni, postulatlar orasidan ajratib, teorema sifatida isbotlashga urinadi. U beshinchi postulatni isbotlashda, shu postulatga ekvivalent boʻlgan jumladan ochiq boʻlmagan holda foydalanadi. Bu esa teoremaning isboti boʻla olmaydi.

Shuni qayd qilish kerakki, beshinchi postulatni isbotlashdagi bunday urinishlar Noevklid geometriyaning yaratilishiga zamin tayyorlashda katta rol oʻynadi.

Abu Ali ibn Sino asosli ravishda oʻrta asr sharq mamlakatining yirik ensiklopedist-olim qatoriga kiritiladi, chunki uning aniq fanlardagi xizmati muhim ahamiyatga ega.

Ibn Sinoni Sharq mamlakatida va Gʻarbiy yevropa mamlakatlarida Tibbiyot(meditsina) da , filosofiyada, poeziyada buyuk mutakkir deb qaralar edi. Uning matematika , astranomiya, fizika fanlaridagi ishlariga kam eʼtibor berilar edi. Ibn Sinoning bu sohadagi ishlari uni aniq tabiiy fanlarni rivojlantirishda yorqin va ochiq-oydin koʻrinib turadi.

Biz quyida uning ilmiy meroslaridan biri geometriya fanida koʻrib oʻtamiz. Geometriyada chiziqlar, sirtlar, jismlar qaraladi. Ular figuralarning(shakllarning) xossalari aniqlaydi (uzunlik, kenglik, balandlik maʼnosida).

Ibn Sino o'z asarlarida geometriyaga doir quyidagi ilmiy tekshirishlarni olib borgan:

1. O'zaro kesishuvchi chiiqlar. Bunda u tekislikda o'tkir burchak, o'tmas burchak, qo'shni burchak, vertikal burchak, to'g'ri burchak ta'riflarini beradi. Shu bilan birga ikki to'g'ri chiziqning fazoda kesishishiga doir masalani ko'rib o'tadi.

2. To'g'ri chiziqlarning bir-biridan uzoqlikda joylashishi. Bu yerda ikkita to'g'ri chiziqning bir-biriga og'maligi asosida ikki to'g'ri chiziqning parallellik ta'rifini beradi va Evklidning V- postulatinini isbotlaydi. Bu Lobachevskiyning Noevklid geometriyasining paydo bo'lishiga sabab bo'ldi.

3. Uchburchakning tomonlari va burchaklarining xossasi. Bunda u uchburchak tomonlari va burchaklari xossalarini isbotlaydi va uchburchaklar tenglik belgisini ko'rsatdi.

4. Chizg'ich va sirkul yordamida yasashlar. Bu yerda berilgan to'g'ri chiziqning berilgan nuqtasiga perpendikulyar yasashni va berilgan kesmani teng ikkiga bo'lishni ko'rsatadi.

5. Uchburchak va to'rtburchakga doir masalalar. Bunda to'rtburchakni xossalarini va ikkita parallel to'g'ri chiziqlar orasida yotuvchi uchburchak xossalarini ko'rsatdi.

6. Doira xossasiga doir. Bunda har xil doirada yotuvchi burchaklar xossasini, doira markazidan vatarga tushirilgan perpendikulyar xossasi, doirada ichki burchaklarni o'lchash va urinmalarning metrik xossalarini ko'rsatdi.

7. Yassi figuralar bilan ularning tomonlar orasidagi munosabatlar. Bunda umumiy balandlikka ega bo'lgan uchburchak va parallelogramlarning nisbatlari ko'rib o'tiladi. O'xshash figuralarni aniqlaydi va xossalarni tekshiradi. Uchburchak va ko'pburchak o'xshashliklari tekshiriladi.

8. Doira vatarlarining xossalari. Bunda Ibn Sino aylanaga ichki chizilgan muntazam uchburchak, oltiburchak, beshburchak, o'nburchak tomonlarini vatar sifatida qarab ularning xossalarini tekshirdi. Bunday muntazam ko'pburchaklarning tomonlarini doira diametri orqali ifodalanishini ko'rsatdi.

9. Sfera va jismlarga doir masalalar. Bu yerda jism ta'riflanadi. Jismlar tengligi qaraladi. Konus va prizmalarni ko'rib o'tadi. Lekin sfera va kubni umumiy ma'lum bo'lgan deb hisoblab ular haqida to'xtalmaydi. Piramida va prizmalar nisbatlarining xossalari ko'rib o'tiladi. Sfera ichiga ko'pyoqlarni chizishni ko'rsatadi. Sferalarning nisbatlarini tekshiradi.

Ibn Sino quyidagi teoremlarni isbotlaydi.

1. Agar biror chiziqqa perpendikulyar chiziq tushirilsa va u perpendikulyar bu chiziqqa parallel bo'lgan ikkinchi chiziqqacha davom ettirilsa, u ikkinchi chiziqqa ham perpendikulyar bo'ladi.

2. Agar to'g'ri chiziq berilgan ikki parallel chiziq berilgan ikki parallelchiziqlarga og'ma bo'lib, ularni kesib o'tsa, hosil bo'lgan mos burchaklar va ichki almashinuvchi burchaklar o'zaro teng bo'ladi, ikki bir tomonlik ichki burchaklar yig'indisi $2d$ ga teng bo'ladi.

3. Agar biror to'g'ri chiziq, ikkita boshqa to'g'ri chiziqni kesib o'tsa va hosil bo'lgan ikki bir tomonlik ichki burchaklar yig'indisi $2d$ ga teng bo'lsa, bu ikki chiziq o'zaro parallel bo'ladi.

4. Agar biror chiziq boshqa ikki chiziqni kesib o'tsa va hosil bo'lgan ikki bir tomonlik ichki burchaklar yig'indisi $2d$ dan kichik bo'lsa, u vaqtda, bu ikki chiziq davom ettirilganda, ular shu tomonda kesishadi.

Bu Evklidning V postulati bo'lib uni Ibn Sino isbotlashda xatoga yo'l qo'ygan. Bunday xato isbotlashlar shu davrning boshqa matematiklarida ham uchraydi.

5. Doiraga ichki chizilgan muntazam uchburchak tomoni $a_3 = \sqrt{3}R$ teng.

Ibn Sino uchta geometrik masalani sirkul va chizg'ich yordamida yasashni ko'rsatdi:

1) To'g'ri chiziqda yotgan nuqtadan nuqtadan, bu chiziqqa perpendikulyar chiqarish.

2) Chiziqning tashqarisida yotgan nuqtadan chiziqqa perpendikulyar tushirish.

3) Burchakni teng ikkiga bo'lish.

Ibn Sino quyidagi teoremlarni ham isbotlagan:

Teorema 1. Har qanday uchburchakda ichki burchaklar yig'indisi $2d$ ga teng.

Teorema 2. Agar qarama-qarshi tomonlari o'zaro teng va parallel bo'lgan tekis shakl berilgan bo'lsa, uning dioganali bu shaklni teng ikkiga bo'ladi.

Teorema 3. O'zaro parallel ikki chiziq orasiga joylashgan, umumiy asosga ega va qarama-qarshi tomonlari parallel bo'lgan shakllar o'zaro tengdosh bo'ladi.

Teorema 4. O'zaro parallel chiziqlar orasida joylashgan va umumiy asosga ega bo'lgan uchburchaklar tengdosh bo'ladi.

Teorema 5. O'zaro parallel chiziqlar orasiga joylashgan va asoslari teng bo'lgan to'rtburchaklar tengdosh bo'ladi.

Ibn Sino quyidagi masalalrni ham yechgan: Berilgan ikkita AB va BC chiziqlar orasidagi o'rta proporsional chiziq yasalsin, ya'ni AB ning bu chiziqqa nisbati, bu chiziqning BC ga nisbatiga teng bo'lsin.

Teorema 6. Aylananing oltidan bir bo'lagini tortib turuvchi vatar aylananing yarim diametriga tengdir.

Teorema 7. Agar teng tomonli uchburchak doiraga ichki chizilgan bo'lsa, u holda uning biror tomonining o'ziga ko'paytmasi doira yarim diametrinig o'ziga ko'paytmasining uch baravariga tengdir.

Teorema 8. Agar BC to'g'ri chiziq aylananing o'ndan bir bo'lagini tortib turuvchi vatar CD aylananing oltidan bir bo'lagining vatari bo'lib, BC davomida, aylana tashqarisida joylashgan bo'lsa, u holda BC ning DC ga nisbati, DC ning DB ga nisbatiga tengdir.

Teorema 9. Agar BC ning CD ga nisbati CD ning BD ga nisbatiga teng bo'lsa va CD aylananing oltidan bir bo'lagi vatari bo'lsa, u vaqtda CB hamma vaqt aylananing o'ndan bir bo'lagining vatari bo'ladi.

Ibn Sinoning ko'p asarlarida, shu jumladan "Ash-Shifo" va "Donishoma" asoslarida fizika va matematika fanlariga bag'ishlangan maxsus bo'limlar bor. Bu asarlarda "Kladrivium" ga kata ahamiyat berilgan. "Ash-Shifo" asarida "Kladrivium" yani matematikaga oid bo'limlar: "Qisqartirilgan Ekvlid", "Qisqartirilgan Almagest", "Sonlar fani" bo'limlari bor.

Masalan, "Sonlar fani" bo'limida 9 soni yordamida sonlarning kvadratga va kubga ko'tarish amallarining to'g'riligini tekshirish haqida qoidalar berilgan:

Kvadrat sonlarning birliklari raqami hamma vaqt 1,4,9,6 va 5 sonlaridan iborat bo‘ladi deb takidlaydi.

a) 1 ga mos 1 yoki 8 b) 4 ga mos 2 yoki 7

c) 7 ga mos 4 yoki 5 d) 9 ga mos 3 yoki 3

bo‘ladi.

Bu qoidani quyidagicha tushuntirish mumkin:

a) 1 ga mos 1 yoki 8

Agar shunday son berilsaki, uni 9 ga bo‘lganda qoldiq 1 yoki 8 bo‘lsa, u vaqtda bu sonning kvadratini 9 ga bo‘lganda qoldiq 1 bo‘ladi.

$$(9n \pm 1)^2 \equiv 1$$

Masalan: 10 sonini 9 ga bo‘lsak qoldiq 1 bo‘ladi, uning kvadrati $10^2 = 100$ ni 9 ga bo‘lganimizda qoldiq 1 bo‘ladi.

$$10 = 9 \cdot 1 + 1$$

$$10^2 = 9 \cdot 11 + 1$$

d) 9 ga mos 3 yoki 9

$$(9n \pm 3)^2 \equiv (9n + 9)^2 \equiv 9$$

“Donishoma” asarida arifmetik masalalar bayon etilgan. Arifmetika bo‘limi 7 bobdan iborat. Birinchi bob, sonlarning turli va umumiy xossalari haqida. Son deb yaratadi Ibn Sino, bu birliklar to‘plamidir. Yani ixtiyoriy son birdan katta bo‘lgan natural sonidir. Sonlar toq va juft sonlarga bo‘linadi.

1) Sonlar ketma ketlikda har bir son o‘zidan teng uzoqlikda turgan ikki son yig‘indisining yarmiga teng. $1, 2, 3, \dots, n, n+1, n+2$ (bir sonidan boshqa

$$2 = \frac{1+3}{2}, \quad n+1 = \frac{n+n+2}{2}$$

2) Sonlar ketma ketligida, bu ketma ketlik boshidan oxiridan teng uzoqlikda turgan sonlarning yig‘indilari o‘zaro teng bo‘ladi. 5,10,15,20,25,30 ketma ketlikda $5+10=10+15=15+20=20+25=25+30=35$ 4,6,8,10,12 da $4+12=6+10=8+8=16$

3) Ketma ketlikda birdan boshlab, biror songacha bo'lgan va aksincha bu sondan boshlab, birgacha bo'lgan sonlar qo'shilsa, oxirgi sonning kvadrati hosil bo'ladi. Yani $1+2+3+\dots+(n-3)+(n-2)+(n-1)+n+(n-1)+(n-2)+(n-3)+\dots+3+2+1=n^2$

Masalan: $1+2+3+2+1=3^2=9$

4) Agar toq sonlar birdan boshlab qo'shilsa, hadlar sonining kvadrati hosil bo'ladi.

Ya'ni $1, 3, 5, \dots, 2n-1$ da $1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2$

Toq sonlar haqida.

Tub sonlar: 3, 5, 7, 11, ...

Murakkab sonlar: 9, 15, 21, 25, ...

9 va 25 o'zaro tub sonlar bo'ladi.

Tub sonlarni olish uchun iskandariyalik olim Eratosfen (eramizdan olding 276-194 yillar) tomonidan berilgan "G'alvir usuli"ni qo'llagan. Bunda hamma toq sonlar yozilib, so'ng 3, 5, 7, 11, ... sonlarga karrali bo'lgan sonlar o'chiriladi: 1, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...

2^n shaklida har bir juft-juft son yig'indisi quyidagicha bo'ladi:

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1.$$

Demak, 2^n shaklidagi son, o'z bo'luvchilarining yig'indisidan bitta ortiqdir. Shu sababli har qanday juft-juft son "noqis" son hisoblanadi.

$$2^4 = 16$$

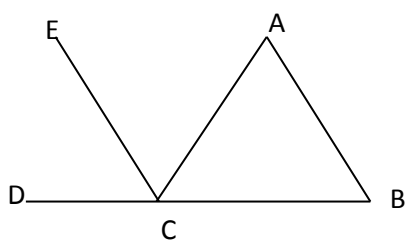
$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 = 15 \quad \text{va} \quad 15 < 16$$

Demak 16 noqis sonidir.

4.3. IBN SINONING GEOMETRIK YASASHGA DOIR ISHLARI.

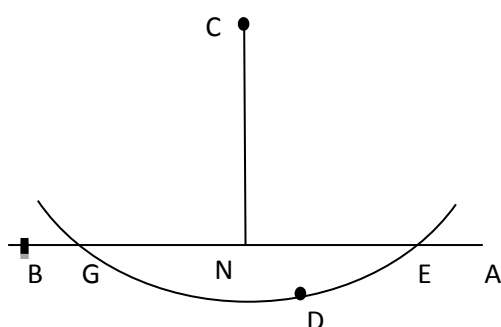
Ibin Sinoning "Donishnoma" asarida quyidagi masalalar bayon qilingan.

Teorema. : Har qanday uchburchakda ichk burchaklar yig'indisi $2d$ ga teng.



Haqiqatan ham deb yozadi ibn Sino, C nuqtadan AB ga parallel to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Buni yasash oson, ya'ni B burchakka teng burchak yasaymiz. Bu B burchakni BC bo'ylab suramiz, u vaqtda burchakning ikkinchi CE tomoniga parallel bo'ladi. CE chiziq ACD burchakni ikkiga bo'ladi. ACE burchagi CAB burchagiga va ECD burchagi ABC burchagiga teng bo'ladi. Demak, ACD burchak, A va B burchaklari yig'indisiga teng. Lekin CAD va ACB burchaklarning yig'indisi $2d$ bo'ladi. Shu sababli uchburchakda uchta ichki burchaklar yig'indisi $2d$ ga teng.

Masala-1. AB chiziqning tashqarisida yotgan C nuqtadan AB chiziqqa perpendikulyar tushirish.



Yasalishi: AB chiziqning ikki tomonida ixtiyoriy D nuqtani belgilaymiz: C nuqtani markaz qilib, CD radiusli aylana chizamiz. Bu aylana AB chiziqni E va G nuqtalarda kesadi. EG kesmani N nuqtada teng ikkiga bo'larmiz. CN chiziqni o'tkazamiz. Biz aytamiz, CN izlangan perpendikulyar chiziq bo'ladi. Haqiqatan ham CE va CG chiziqlarni o'tkazib, hosil bo'lgan uchburchaklarning tengligidan, CN ning AB ga perpendikulyarligini ko'rsatish mumkin.

Masala-2. ABC burchakni teng ikkiga bo'lish:

Yasalishi: tsirkul yordamida BC va BA chiziqlarda o'zaro teng BE va BD kesmalarni ajratamiz. E va D nuqtalarni tutashtiramiz. ED kesmani G nuqtada teng ikkiga bo'larmiz. Hosil bo'lgan uchburchaklarning tengligidan EBG va DBG burchaklarning tengligi kelib chiqadi. Demak, BG chizig'i ABC burchagini teng ikkiga bo'ladi.

§ 5. UMAR HAYYOM

Shoir, faylasuf, astronom va matematik **G‘iyosiddin Abulfath Umar ibn Ibrohim Hayyom (15.05.1048-14.12.1131)** Nishopurda tug‘ilgan.

Uning otasi chodir (xayma) tikuvchi bo‘lganligidan Hayyom taxallusini olgan degan taxmin bor. O‘sha davrning yuqori saviyasida ta’lim olib, yuksak qobiliyati tufayli Buxoroga Shamsul-mulk Qoraxoniylar saroyida ishlashga chaqirilgan. 1074 yilda Saljuqiylar poytaxti - Isfahonga o‘tadi va u shoh xizmatchisi bo‘ladi. 1076 yilda uning ixtiyoriga Isfahondagi rasadxona beriladi va uni jihozlash uchun mablag‘ ajratiladi. Uning boshchiligidagi olimlarga eski Eron Quyosh taqvimini isloh qilish topshiriladi, 1079 yilda yangi taqvim tuzib chiqildi. U birinchi bo‘lib uchinchi darajagacha bo‘lgan tenglamalarni echish nazariyasini yaratdi va barcha tenglamalarning umumiy sinflarini bayon etdi. Bu «Al-jabr val muqobala masalalarining isbotlari xaqida» asarida (B. A. Rozenfeld 1917 yilda tug‘ilgan, Yaqin va O‘rta Sharq mamlakatlarida o‘rta asrlarda matematika tarixi bo‘yicha ilmiy ishlar muallifi) rus tiliga tarjima qilgan) keltirilgan.

Umar Hayyom birinchi marta geometriya bilan algebraning aloqasi to‘g‘risidagi hamda algebraik tenglamalarni geometrik tushuntirish va echish haqidagi masalani qo‘ydi. Umar Hayyom 1070 yilda u Samarqandga kelib

joylashib, Abu Tohir homiyligida “Al jabr va al muqobala masalalarining isbotlari haqida risola” sini yozdi, uni kubik tenglamalarni echishga bag‘ishladi.

So‘ngra 18 yil Isfahonda yashadi, u erda Malik shoh sultoni homiyligida rasadxonaga rahbarlik qildi, bu erda aniq astronomik jadvallar tuzgan va taqvim islohotini tayyorlayotgan eng yaxshi astronomlar ishlar edilar. Lekin sultonning o‘limi uni tazyiqlar himoyasidan xalos qildi va u yana ko‘chishga tushdi.

“Risola” dan tashqari uning Evklidning parallellar va nisbatlar nazariyasiga sharhi matematika taraqqiyotidagi eng muhim hissa bo‘lib hisoblanadi. Uning ildizlar chiqarish haqidagi risolasi topilmagan.

“Risola” da al-Xayyom algebra –bu o‘ng va chap qismlari ko‘phadlar bo‘lgan tenglamalar nazariyasidir deb tushuntiradi. Bu erda algebra arifmetikadan aniq ajratilgan. Noma’lum miqdorlar butun sonlar ham, uzluksiz miqdorlar (uzunlik, yuza, hajm, va hatto vaqt) bo‘lishi mumkin, ularni topish sonli usullarni ham, geometrik usullarni ham talab etishini bayon etgan. Al-Xayyom kubik tenglamalarni “radikallarda” echishdagi omadsizligini tan olgan, lekin istak bildirganki, “bizdan keyin keladigan kimdir buni amalga oshirishi mumkin” deb ta’kidlaydi. Geometrik echimlarga kelganda u kubik tenglamalar holida Appoloniyni ikkita birinchi “Konik kesimlar” kitobiga tayanish lozim deb ko‘rsatadi, chunki Evklidning “Negizlari” bunga etrali emas deb hisoblaydi.

“Risola”da al-Hayyom tenglamalar va ildizlarni geometrik yasash sinflarini, keltirgan bo‘lib, ular yordamida musbat ildizlar soni va mavjudligini aniqlagan.

Tenglamalar umumiy holda tadqiq etilgan, ya’ni ixtiyoriy musbat koeffitsientli tenglamalar tekshirilgan, lekin ular butunlay so‘zlar bilan ifodalangan edi.

Qadimgi matematiklar kabi u o‘lchovlar birjinsliligi tamoyiliga tayangan. Masalan, $x^3 + ax = b$ tenglamani echish uchun u dastlab uni $x^3 + p^2x = p^2q$ ko‘rinishga keltirgan. Bu tenglama $x^2 + y^2 = qx$ aylana va $x^2 = py$ parabola yordamida echiladi. Bu egri chiziqlar kesishish nuqtasining abtsissasi, agar u koordinata boshi bilan ustma-ust tushmasa, berilgan tenglama

ildizi bo'lad. Xuddi shunday bu usul $x^3 = ax + b$ tenglamani echish uchun qo'llanilgan. Uning echimi $x^2 = \sqrt{ay}$ parabolaning va tengtomonli $x(\frac{b}{a} + x) = y^2$ giperbolaning kesishishini qarashga olib kelinadi va h.k.

Har bir kubik tenglamalar sinfi uchun mos konik kesimlar jufti tanlanishini asoslab berdi. Bu tanlash ixtiyoriy emas: bunda "Al-Hayyom algebrasi" ning XIX asrdagi birinchi noshiri Vyonkening ta'kidlashicha, asimptotalari yoki simmetriya o'qlari koordinata o'qlariga parallel bo'lgan aylana, teng tomonli giperbolalarga hamda simmetriya o'qi koordinata o'qlaridan biri bo'lgan parabolalarga asosiy e'tibor qaratilgan.

Va nihoyat, Al-Hayyom konik kesimlar kesishish yoki kesish-masligi shartlari mavjudligida ba'zi parametrlarga bog'liq ravishda musbat ildizlarning mavjudlik shartlarini muhokama etgan.

«Evklid kitobining qiyin postulatlariga sharhlar» nomli geometriyaga bag'ishlangan asari uch kitobdan iborat: «Parallellarning haqiqiy ma'nosi va ma'lum shubhalar haqida», «Munosabatlar, proporsiyalar va ularning haqiqiy ma'nosi haqida», «Nisbatlarni tuzish va ularni tekshirish haqida» Evklid V postulatini isbotlashga urindi, bunda asoslaridagi burchaklarning har biri to'g'ri va yon tomonlari o'zaro teng bo'lgan to'rtburchakdan, keyinchalik «Sakkeri to'rtburchagi» deb atalgan to'rtburchakdan foydalangan, geometrik tushunchalar taraqqiyotida juda katta rol o'ynaydi. Oyning orqa tomonidagi bir kraterga uning nomi berilgan.

5.1. Beshinchi postulatni isbotlashga Umar Hayom mulohazalari

Qadimgi grek olimi Posidoni (eramizdan avvalgi I-asr) parallel to'g'ri chiziqlarni nuqtalari berilgan bitta to'g'ri chiziqdan teng uzoqlikda yotuvchi to'g'ri chiziqni tushunishni taklif etgan. U holda beshinchi pastulot osongina isbotlanadi.

Bu yerda Posidoni xatosi sezilmagan holda (parallellikni ta'riflashda) yangi pastulotni kiritmaganligidir. Uning yangi pastuloti berilgan to'g'ri

chiziqdan o'zgarmas uzoqlikda yotuvchi tekislikdagi hamma nuqtalar to'g'ri chiziqdan iboratdir (1-chizma).



1-chizma

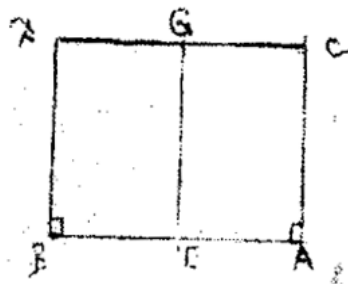
Markaziy Osiyolik olim Umar Xayyomning V-postulatga doir ishlariga to'xtab o'tamiz. Endi Umar Xayyom "Sharq va oshkola musadarot fi kitob uqlidis" asarida Evklidning postulatiga to'xtaydi. Xayyom uning to'g'riligiga shubxa qilmaydi, ammo uni juda aniq emas deb hisoblaydi va to'g'ri ekanligini ko'rsatish uchun faylasufdan ya'ni Aristoteldan olingan beshta prinsipni keltiradi.

- I. Miqdorlarni cheksiz bo'lish mumkin, ya'ni ular bo'linmaslardan tashkil topmagan.
- II. Tog'ri chiziqni cheksiz davom etrish mumkin.
- III. Har qanday kesishuvchi ikki to'g'ri chiziq ochiladi va kesishish burchagi uchidan masofasi ortgani sari bir-biridan uzoqlashadi.
- IV. Yaqinlashuvchi ikki to'g'ri chiziq kesishadi, ular yaqinlashish yo'nalishida uzoqlashishi mumkin emas.
- V. Ikki teng emas, chegaralangan miqdordan kichigini shunday tanlab olish mumkinki, u kattasidan katta bo'ladi.

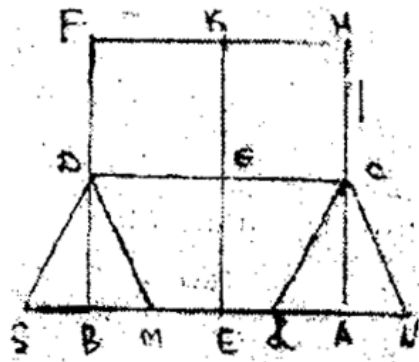
Yuqoridagi I, II va III prinsiplar Aristotelniki, IV prinsip esa unda yo'q. V prinsip esa Arximed aksiomasi deb ataladi. Xayyom V postulatining to'g'riligini isbotlashda eng avval bitta to'g'ri chiziqqa perpendikulyar ikki to'g'ri chiziq kesishmaligini isbotlaydi. Aks holda to'g'ri chiziqlar o'zlari tik bo'lgan to'g'ri chiziqning har ikkala tomonida kesishishlari mumkin edi.

II prinsipga ko'ra ular bir-biridan uzoqlashmaydi agar uzoqlashsa, to'g'ri chiziqning har ikkala tomonida uzoqlashadi.

So'ngra u sakkizta jumla isbotlaydi. Bu jumlar uning $AC \perp AB$, $BD \perp AB$ hamda CD kesmalaridan yasalgan to'rtburchagning burchaklari uchun kerak (3-chizma).



3-chizma



4-chizma

1-juhlada to'rtburchakning yuqoridagi burchaklarining tengligi isbotlanadi.

2-jumlada to'rtburchak pastki asosing o'rtasiga o'tkazilgan perpendikulyar uning ustki asosiga ham tik va uning teng ikki bo'lakga ajratishi isbotlanadi.

3-juhlada yuqoridagi burchaklar ham to'g'ri burchak ekani isbotlanadi.

ACDB to'rtburchak asosining o'rtasi E nuqtada ustki CD asosini uning o'rta nuqtasi G nuqtada kesuvchi EG perpendikliyar o'tkaziladi (4-chizma), EG kesma EGqGK gacha davom ettiriladi. K nuqtada $EK \perp HF$ o'tkaziladi. CHFD to'rtburchakning ACDB to'rtburchakga ega ekanligini ko'rsatiladi.

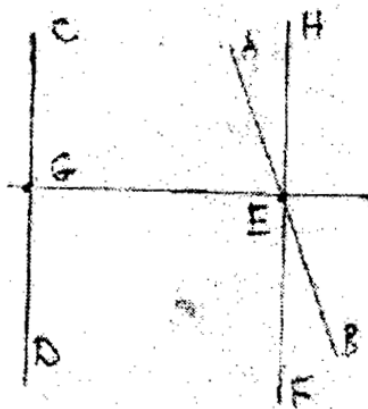
Agar $\angle ACD$ va $\angle BDC$ lar to'g'ri bo'lsa, u haqiqat. Agar unday bo'lmasa, ular yo burchakdan katta yoki to'g'ri burchakdan kichik. Faraz qilaylik, ular to'g'ri burchakdan kichik bo'lsin. Agar CHFD yassi figurani ACDB figuraga qoysak, GK kesma ustiga EG, HF kesma AB kesma ustiga tushadi. Bunda HFqSN bo'ladi, chunki $\angle HCG > \angle ACG$; $HF > AB$. Shuningdek, CH va FD lar davom ettirilsa, ular bir-biridan uzoqlashadi. Demak, AC va BD lar uzolashuvchi chiziqlar (4-chizma). Faraz qilaylik, $\angle ACD$ va $\angle BDC$ burchaklar to'g'ri burchakdan katta bo'lsin. U holda yuqoridagi figurani pastagi figuraga joylashtirsak; HFLM bo'ladi va $LM < AB$. Demak, AC va BD chiziqlar yaqinlashuvchi.

Shunday qilib, oʻtmas va oʻtkir burchak gipotezalar zidlikga keltirildi va toʻgʻri burchak gipotezasi qoldi.

4-jumlada to'g'ri to'rtburchaklarda qarama-qarshi tomonlarining tengligi isbotlanadi.

5-jumlada esa Evklidning V postulati isbotlanadi.

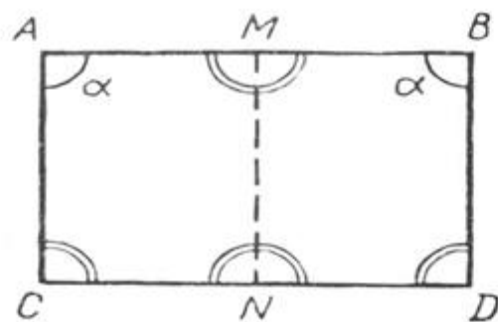
BG - to'g'ri chiziq EA va GC to'g'ri chiziqlarni yig'indisini ikki burchakdan kichik AEG va CGE burchaklar hosil qilib kesadi (5-chizma).



5-chizma

Agar $\angle AEG = \angle CGE$ bo'lsa, EGD burchakga teng GEH burchak yasaladi. U holda EH. GC bo'ladi. Agar ikki to'g'ri chiziq bitta to'g'ri chiziqqa tik bo'lsa, ular parallel bo'ladi degan jumlagga ko'ra EH va GC to'g'ri chiziqlar orasi o'zgarmas, GC va EA to'g'ri chiziqlar esa bir-biriga yaqinlashadi. Xayyom prinsipiga ko'ra ular kesishadi. Shunday qilib Evklidning V postulati isbot bo'ldi.

Italyan matematigi Jovanni Jirolomo Sakkeri "Barcha tugma dog'lar"idan xalos etilgan Evklid asarida V postulatni teskarisidan faraz qilish yo'li bilan isbotlashga urindi. Bunda u Xayom to'rt burchagini o'rganishga tayanadi. (6-chizma)



6-chizma

AC va BD tomonlar teng. U holda $\angle A = \angle B = \alpha$ burchak kattaligi haqida faraz mavjud:

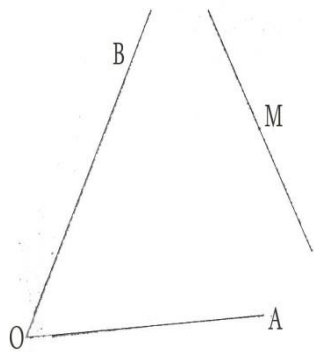
- 1) α - burchak o'tkir, yani $\alpha < \pi/2$ (o'tkir burchak farazi);

2) α -o'tmas burchak, yani $\alpha > \pi/2$ (o'tmas burchak farazi);

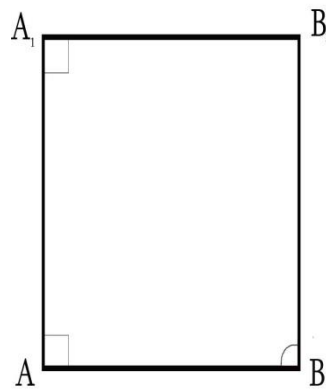
3) α - to'g'ri burchak, yani $\alpha = \pi/2$ (to'g'ri burchak farazi).

Umar Xayom Aristotel postulatidan 1 va 2 xollarning bo'lishi mumkin emasligini ko'rsatadi, shu orqali uchinchi farazning to'g'rligi isbotlanadi. Sakkeri esa o'tmas burchak farazini qarama-qarshilikga olib keladi, so'ngra uning fikricha mulohazalar yordamida o'tkir burchak farazi ham qarama-qarshilikga uchraydi. Natijada, uchinchi farazning to'g'rligi kelib chiqadi, bu bilan postulat isbotlangandi. Lekin Sakkeri mulohazalarda xatoga yo'l qo'yib yagona muhim bo'lgan geometriya-Evklid geometriyasi degan xulosag keladi, bu bilan beshinchi postulatning haqiqatligi "isbotlanadi". O'tmas burchak farazidan kelib chiqqan **Sakkeri mulohazalari umuman olganda Lobachevskiy geometriyasining birinchi teoremlaridan iborat deb hisoblash mumkin.**

Ularni keyinchalik qaytadan fransuz matematigi Mari Lejandr topgan. Lejandir 1794-yilda yozgan elementlar geometriya bo'yicha o'quv qo'llanmasi "Geometriya asoslari"da Evklid postulatni isbotlashga bir qator urinishlar qilgan. U uchburchak burchaklari yig'indisi π dan katta bo'lmashligi isbotlanayotganda AOB o'tkir burchak ichida yotuvchi M nuqtadan, burchakning OA va OB tomonlarini kesib o'tuvchi to'g'ri chiziqni hamma vaqt ham o'tkazish mumkin degan farazga tayanadi. Agar bu faraz bo'lmaganda edi, Evklid postulati isbot qilingan deb hisoblanar edi. Haqiqatdan, agar uchburchakning burchaklari yig'indisi π dan katta va kichik bo'lmasa, u holda uchinchi mumkin bo'lgan faraz: uchburchak ichki burchaklari yig'indisi π ga teng ekanligi kelib chiqqan edi. Bundan esa Evklid postulatinin isboti kelib chiqadi. (7-chizma). Nemis matematigi Yogann Genrix Lambert (1728-1777) ham bu postulatni isbotlashga urindi.



7-chizma



8-chizma

U quyidagicha yasashlarni bajaradi. AB kesmalarning uchlaridan ikkita perpendikular va teng kesmalar AA_1 va BB_1 ajratadi. So'ngra AA_1 kesmaning oxiridan A nuqtaga yana bitta perpendikulyar tushirdi, uchta to'g'ri burchakli to'rtburchak hosil bo'ladi (8-chizma). Sakkeriga o'xshab u ham to'rtinchi burchak farazlarini ilgari surdi. So'ngra to'g'ri burchak farazi beshinchi postulatga teng kuchlilikini hamda o'tmas burchak farazi qarama-qarshilikga uchrashini isbotladi. Lambert keyinchalik o'tkir burchak farazidan kelib chiqadigan fikrlarni rivojlantrishga harakat qildi, lekin bunda qarama-qarshilikni uchrata olmadi. Shunday qilib V postulatni isbot qilish mumkin emas degan fikrga keladi. Bu bilan XIX asr boshigacha beshinchi postulat muammosi hal qilinmay qoldi.

Bu muamoning yechimini Umar Xayyom, Sakkeri, Lejandr ishlari asosida rus matematigi Nikolay Ivanovich Lobachevskiy (1792-1856) 1826-yil 23 fevral kuni Qozon universiteti fizika-matematika bo'limiga taqdim etgan "Geometriya asoslarining qat'iy isboti bilan" asari qo'lyozmasida topdi. Bu yangi geometriya to'g'risidagi birinchi axborot edi va axborot bo'lib kirdi. Parallellik nazariyasi bilan Ibn Sino ham shug'ullangan.

V postulatni isbotlash uchun Umar Xayyom, Sakkeri so'ng G'arbiy Yevropa olimlari ham uringanlar. Jumladan Angliya matematigi Djon Vallos (1616-1703), Italiya matematigi Dgirolamo Sakkeri (1667-1773), Fransuz matematigi A.Lejandr (1752-1833). Keyinchalik A.Lejandr o'z xatosini tushungan.

Biz yuqorida V-postulatni isbotlashga uringan shaxslardan ko'pchilikka tanish bo'lganlarni keltirdik. Bulardan boshqa matematiklar ham shu sohada

ishlaganlar. Masalan: Klovij, nemis matematigi Iogan Genrix Lambert (1728-1777), Bertron, rus Gurev S. Y. (1764-1813) va boshqalar.

Sakkeri, Lejandrlar V-postulatni isbotlash protsesida yuqorida ko‘rib o‘tilgan **Umar Xayyom to‘rtburchagidan keng foydalanilgan**. Shuning uchun geometriya fani tarixida «**Umar Xayyom-Sakkeri to‘rtburchagi**» deb yuritiladi.

V-postulatni isbotlashga urinishlar asosida noevklid geometriyasi vujudga keldi. Bunda asosan Umar Xayyom tekshirishlari diqqatga sazovor bo‘lgan va noevklid geometriyasining, yangi Lobachevskiy va Riman geometriyasining yaratilishiga sabab bo‘ldi. Buning sababini Umar Xayyom ko‘rib **o‘tgan o‘tkir burchak, o‘tmas burchak va to‘g‘ri burchak** gipotenuzasi bilan izohlash mumkin.

Shunday qilib noevklid geometriyasining yaratilishiga dastlabki poydevorni **Umar Xayyom** qo‘ygan deb hisoblash mumkin.

Lobachevskiy N.I. (1792-1856) fanda birinchi marta V-postulat geometriyaning boshqa aksioma (postulat)larga bog‘liq emasligini isbotladi. Ya’ni V-postulat avvalgi qabul qilingan aksiomalardan kelib chiqmasligini ko‘rsatdi.

Nihoyat Lobachevskiy N.I. V-pastulotni o‘zgartirib yangi geometryani kashf qildi.

5.2. Uchinchi darajali tenglamani yechishda Umar Hayyomning geometrik usuli

Arablar xarbiy yurishlarida VII-IX asrlar Italiya, Ispaniya mamlakatlarini ishg‘ol qilganlari tarixdan ma’lum. Arablar bu mamlakatda o‘z siyosatlarini joriy qilish bilan birga savdo-sotiq, ishlab chiqarishda mahsulotlarni ayriboshlash ishlari olib bordilar. Bu esa keyinchalik Italiya mamlakatida va unga qo‘shni bo‘lgan mamlakatlarda arablarning ilmiy ishlari va arab tilida yaratilgan, kashf qilingan ilmiy ishlari arab tilida yoki tarjima holatda tarqalishiga sabab bo‘ldi. Arab tilida yaratilgan, kashf qilingan al-Xorazmiy, Umar Hayyom, Beruniy, G‘iyosiddin Jamshid al-Koshiy va boshqalarning ilmiy ishlaridan Italiyaga qo‘shni bo‘lgan

mamlakatdagi matematiklar xabardor bo'ldilar. Jumladan Vallis, Viyet, Jordan, Dalamber, Ferro, Tartalya, Kardano, Ferrari, Gauss va boshqalar.

Uchinchi darajali tenglamalarni yechishning geometrik nazariyasini yaratgan Umar Hayyomning tekshirishlarini bayon qilishdan avval algebraik tenglamalar tarixiga bir nazar tashlaylik.

Avvalo Umar Hayyom algebrani geometriya bilan bog'lashga asos solganini va Dekart tomonidan analitik geometriyani sistemalashtirishga olib kelganini qayd etaylik.

Endi quyidagilarga to'xtab o'tamiz.

1. Eramizning 825-yillar atrofida Muhammad al-Xorazmiy ikkinchi darajali (kvadrat) tenglamani yechishning umumiy usulini (formulasini) yaratdi, kashf qildi ya'ni, xozirgacha kvadrat tenglamani yechish formulasidir. Albatta uning kashfiyoti birdaniga tasodifan bo'lgan emas. U o'zidan oldin shaxslarning kvadrat tenglamalarni xususiy holdagi yechimlarini o'rganib chiqdi vao'zi bir necha turdagi tenglamalarni yechib, nihoyat bizga shu kunlardagi kvadrat tenglamaning yechish formulasini yaratgan edi.

2. Kvadrat tenglamaning yechish formulasini kashf qilgandan so'ng uchinchi darajali tenglamani yechish masalasi (muammosi, ya'ni problemi) turar edi.

Bu sohada Umar Hayyomgacha va Umar Hayyom davridagi matematiklar shug'ullandilar. Abu Rayhon Beruniy uchinchi darajali tenglamaning sonli yechimlarini topish (hisoblash) bilan shug'ullangan. Bu masalani yetarlicha, ilmiy asosda Umar Hayyom hal qildi, ya'ni uchinchi darajali tenglamani geometrik usulda yechib, uning uchta ildiz bo'lishiga asos soldi. Uning o'zi ikkita haqiqiy ildizini ko'rsatib berdi. Keyinchalik uchta ildiz italiyaliklar XVI asrda Ferro, Fior, Tartalya, Kardano tomonidan aniqlandi. Albatta bu yerda Umar Hayyom ishlari uchinchi darajali tenglamaning uchta ildizini aniqlashda ta'sir ko'rsatdi (algebraik usulda)

3. Uchinchi darajali tenglama Umar Hayyom tomonidan yechilgandan so'ng to'rtinchi darajali tenglamaning xususiy hollarni G'iyosiddin al-Koshiy yechib ko'rsatdi. G'iyosiddin al-Koshiygacha va uning zamondagi matematiklar to'rtinchi

darajali tenglama bilan shug'ullangan emaslar. Giyosiddin al-Koshiyning bu ilmiy ishlari keyinchalik Ferrari tomonidan to'rtinchi darajali tenglamaning 4 ta ildizini aniqlashga muhim ta'sir ko'rsatdi.

4. Bizga birinchi, ikkinchi, uchinchi va to'rtinchi darajali tenglamalar berilgan bo'lsa, uning ildizlarini koeffitsiyentlari orqali topish formulalari ma'lum. Ularni yuqorida qayd qilib o'tdik. Endi beshinchi va undan yuqori darajali tenglamalar haqida to'xtab o'taylik.

Yuqorida qayd etilgan tekshirishlar asosida 1629-yilda Jirar „tenglamaning darajasi necha bo'lsa, shuncha ildizi bor“ deb bashorat (gipoteza) qildi. Bu esa fanda shu sohada ko'p va har xil tekshirish olib borishga sabab bo'ldi. Jumladan, Dalamber 1746-yilda algebraning asosiy teoremasi bo'lgan Jirar bashoratini (gipotezasini) isbotladi. Lekin uning isbotida xato va kamchilik mavjud edi. Dalamber o'z isbotida „kamayuvchi ketma-ketlikning limiti nolga teng bo'ladi“ deb tushungan edi. Shu nuqtai nazardan Dalamber isboti hamma vaqt asosli emas edi. Algebraning asosiy teoremasini, ya'ni „ n -darajali tenglamaning n ta ildizi mavjudligini (kompleks sohada) 1799-yilda Gauss tomonidan geometriya usulida isbotladi va bunda Umar Hayyomning geometrik usuli ta'sir ko'rsatdi.

Endi Umar Hayyomning uchunchi darajali tenglamani yechishning geometrik nazariyasini bayon etamiz.

Umar Hayyom (1048-1123) XI-XII asrlarda yashab va ijod qilgan bo'lib, bir necha fanlar bilan shug'ullangan. Jumladan: matematika, geometriya, adabiyot va boshqa fan sohalarida umuminsoniy qadriyatlarga molik bir qator asarlar yaratgan.

Shulardan biri kub tenglamalarning bir qancha xususiy ko'rinishlarini geometrik nuqtai nazarda tahlil qilib, sodda geometrik (ikkinchi tartibli chiziqlar xossalari) tushunchalarga asoslanib, ularning yechimlari mavjudligi hamda topishning geometrik chiziqlar yordamida ko'rsata olgan.

Masalaning qo'yilishi. Umar Hayyomning **Buxoro** va **Samarqandda** yashagan davrida kub tenglamalar nazariyasiga oid tenglamalarning ildizlarini chizmalar yordamida topish (yasash) usullari batafsil bayon qilinadi.

1-masala. Quyidagi kubik tenglamani yechish.

$$x^3 + ax = b \quad (1.1)$$

Yechish.(1.1) tenglamani $x^2 + y^2 = qx$ aylana va $x^2 = py$ parabolalar yordamida $x^3 + p^2x = p^2q$ shaklga keltiramiz:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = qx \\ x^2 = py \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{y}{q-x} \\ \frac{p}{x} = \frac{x}{y} \end{cases} \Rightarrow \frac{p^2}{x^2} = \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} = \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{q-x} = \frac{x}{q-x}$$

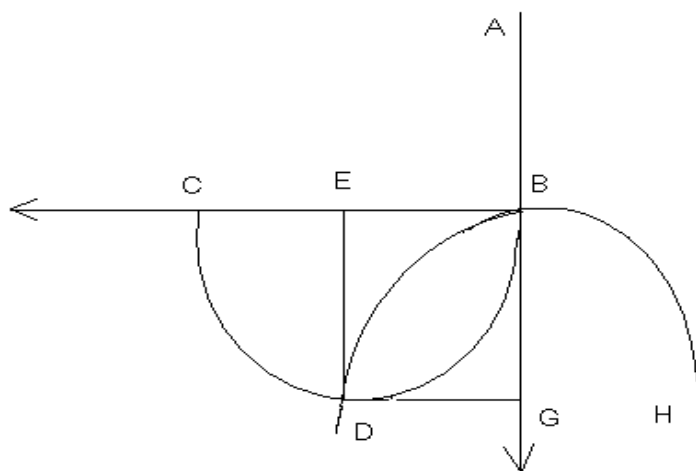
Demak $\frac{p^2}{x^2} = \frac{x}{q-x}$ dan $p^2(q-x) = x^3$, ya'ni

$$x^3 + p^2x = p^2q \quad (1.2)$$

ni hosil qilamiz. (1.2) tenglamani yechish

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = qx \\ x^2 = py \end{cases}$$

tenglamalar sistemasini yechishga olib kelinadi. Sistemadagi tenglama tekislikda aylana, ikkinchisi parabola bo'lib, ularning grafiklarini sxematik ko'ramiz.



1-rasm

Umar Hayyom davrida koordinatalar sistemasi 1-rasmdagi gorizontal o'qning musbat yo'nalishi chapga, vertikal o'qning musbat yo'nalishi pastga deb qaralgan.

Sistemadagi aylana va parabolalar kesishgan nuqtalarining absissalari (1.2) tenglamaning ildizlari ekanligi ko'rsatilgan. Koordinata boshi e'tiborga

olinmagan. Shunday qilib Umar Hayyom (1.1) ko‘rinishdagi tenglama har doim yagona musbat ildizga ega ekanligini chizma yordamida ko‘rsatadi.

2-masala.

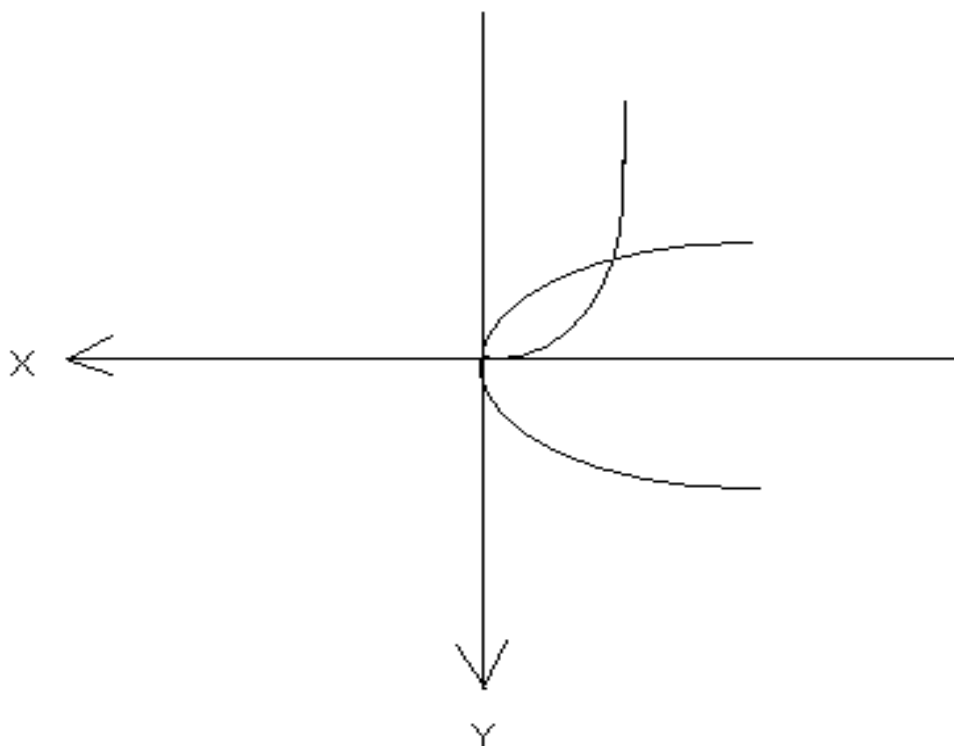
$$x^3 + a = bx \quad (1.3)$$

ko‘rinishdagi tenglamaning ildizlarini topish (yasash).

Yechish. Umar Hayyom (1.2) ko‘rinishdagi tenglamani quyidagi parabola va teng tomonli giperbolaning chap tarmog‘i yordamida yechishga erishadi.

$$\begin{cases} x^2 = \sqrt{b}y \\ x^2 - \frac{a}{b}x = y^2 \end{cases} \quad (1.4)$$

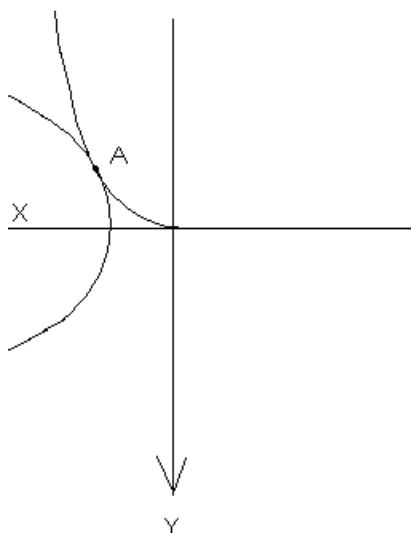
Umar Hayyom (1.4) sistemadagi egri chiziqlarni yasashda ko‘p hollar ro‘y berishini aytadi. Jumladan, egri chiziqlar kesishmasligi mumkin. Yana bir hol, giperbola o‘ng tarmog‘i parabolaning uchidan o‘tib, parabolaning yana bitta nuqtasidan o‘tgan holni e‘tiborga olmaydi, bu holda ildiz **manfiy** ekanligidan yechim yo‘q deyiladi.



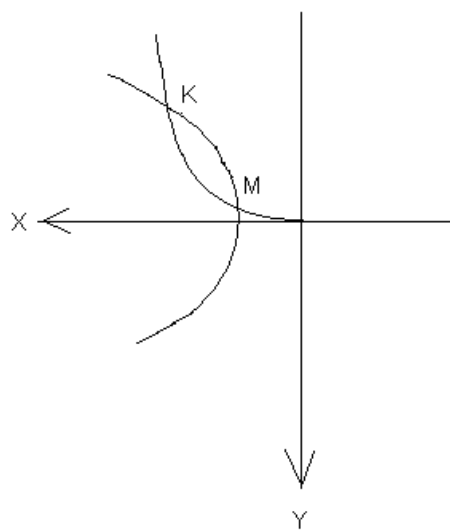
2-rasm

Ammo 2-rasmdan ko‘rinadiki (1.3) tenglama **bitta manfiy** ildizga, **ikkita mavhum** ildizga ega.

(1.3) tenglamaning yechimlarini yasashda quyidagi hollarni ham e‘tiborga oladi.



3-rasm,



4-rasm

3-4-rasmlardan birida egri chiziqlar urinishi mumkin, bu holda bitta yechim, ikkinchi holda ikki nuqtada kesishishi mumkin, bunda ikkita yechim deb hisoblangan. Umar Hayyom bu (1.3) ko‘rinishdagi tenglama yordamida kubik tenglamalarning **ikkita haqiqiy** ildizlarga ega ekanligini ko‘rsatadi.

3-masala.

$$x^3 + a = cx^2 \quad (1.5)$$

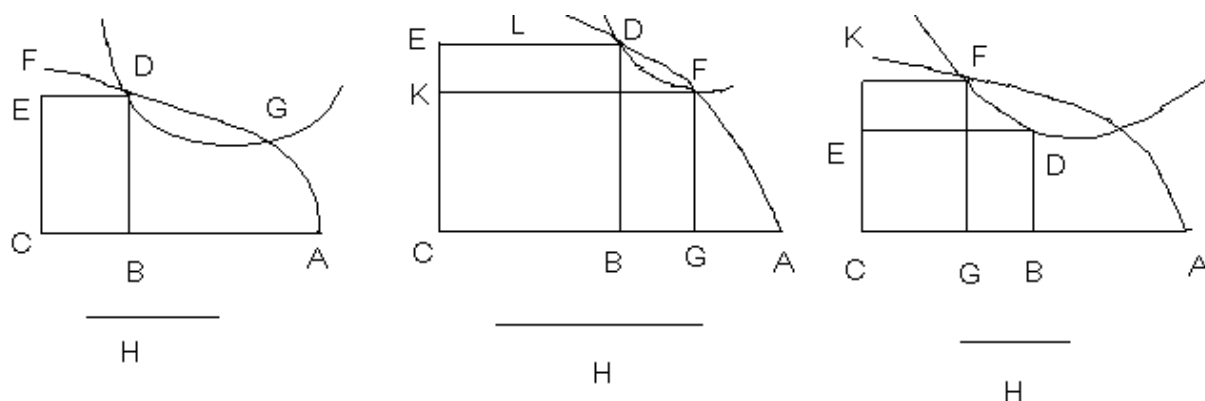
ko‘rinishdagi tenglamaning ildizlarini topish (yasash).

Yechish. (1.5) ko‘rinishdagi masala Arximed (e.a.III asr) masalasida ham uchraydi. Bu tenglamaning ildizlarini yasashda quyidagi parabola va giperbolalar yordamida amalga oshirgan.

$$\begin{cases} y^2 = \sqrt[3]{a}(c-x) \\ xy = \sqrt[3]{a^2} \end{cases} \quad (1.6)$$

Umar Hayyomning xulosasiga ko'ra, tenglama parabola tarmoqlari bilan giperbola tarmoqlarining urinishi yoki kesishishlari sababli **bitta** yoki **ikkita** ildizlari borligini aytiladi. Egri chiziqlar tarmoqlari kesishmasalar tenglama **yechimga ega emasligi** ta'kidlanadi.

Endi quyidagi 5-rasmdan (1.5) tenglamaning mumkin bo'lgan barcha yechimlarini qurib, ularni tahlil qilamiz.



5-rasm

5-rasmdagi chizmalarda (1.6) tenglamalar sistemasidagi koeffitsiyentlarni inobatga olib, quyidagi belgilashlarni kiritamiz.

$$AC = c, H = \sqrt[3]{a}, BC = H, AB = c - \sqrt[3]{a}.$$

Umar Hayyom $\sqrt[3]{a} \geq c$ bo'lganda (1.5) tenglama yechimga ega emas, chunki $x = \sqrt[3]{a}$ bo'lganda $cx^2 \leq a$ bo'ladi, $x < \sqrt[3]{a}$ bo'lganda esa $cx^2 < a$, $x > \sqrt[3]{a}$ bo'lganda $a > cx^2$ bo'lib, (1.5) tenglamada qarama-qarshilik kelib chiqadi deb ta'kidlaydi.

Endi 5-rasmdagi chizmalardan foydalanib, $\sqrt[3]{a} \geq \frac{c}{2}, \sqrt[3]{a} \leq \frac{c}{2}$ hollarda parabola va giperbolalar ordinatalarini (BD), $x = c - \sqrt[3]{a}$ bilan solishtirib, uch holni tahlil qilib chiqamiz.

1. Aytaylik $\sqrt[3]{a} = \frac{c}{2}$ bo'lsin. U holda egri chiziqlarning ordinatalari $\sqrt[3]{a}$ ga teng bo'ladi, chiziqlar ikkita nuqtada kesishib, shu nuqtalar absissalari ikkita ildizni beradi.

2. Agar $\sqrt[3]{a} > \frac{c}{2}$ bo'lsa, u holda $x = c - \sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{a}$ bo'ladi va giperbolaning ordinatasi $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{c - \sqrt[3]{a}}$, parabola ordinatasi $\sqrt[3]{a}$ dan katta bo'ladi. Natijada BD dan o'ng tomonda egri chiziqlar uchrashmasligi (kesishmasligi) mumkin, lekin urinishi mumkin. Bu holda tenglama ildizga ega bo'lmasligi yoki bitta ildizga ega bo'ladi.

3. Oxirgi hol, $\sqrt[3]{a} < \frac{c}{2}$ bo'lganda, giperbolaning D nuqtasi parabola ichida bo'ladi va chiziqlar ikki nuqtada kesishadi, tenglama ikkita ildizga ega bo'ladi.

Umar Hayyom (1.5) ko'rinishdagi tenglamaning ildizlarini yasashda oxirgacha to'la tahlil qila olmagan. Undan oldin Arximed (e.a. III-asr), keyinchalik Al-Kuxiy (X-asr) (1.5) ko'rinishdagi tenglamaning musbat ildizlari chegaralari, $a \leq \frac{4c^3}{27}$ shart bilan aniqlanishini aytgan.

Shu bilan bir qatorda Umar Hayyom $a \leq \frac{c^3}{8} = \frac{3\frac{3}{8}c^3}{27}$ bo'lganda ikkita ildiz, $a > \frac{3\frac{3}{8}c^3}{27}$ bo'lganda esa, yoki **ikkita**, yoki **bitta**, yoki **bitta ham** ildizlari mavjud emasligini aytib o'tadi.

Agar $a \geq c^3$ bo'lsa, tenglamaning ildizlari **mavjud emasligini** ham aytib o'tadi.

Yuqorida aytib o'tganimizdagidek (1.5) ko'rinishdagi tenglamalar Arximed ishlarida ham o'rganilgan. Umar Hayyom, Arximed tenglamasini tahlil qilib, bu sohada avval tekshirish olib borgan.

Abu-Judning (XI-asr) bu tenglamada $\sqrt[3]{a} = \frac{c}{2}$ da egri chiziqlar urinadi, $\sqrt[3]{a} > \frac{c}{2}$ bo'lganda esa egri chiziqlar uchrashmaydi (kesishmaydi) degan xatolikka yo'l qo'yganligini quyidagi tenglama misolida aniqlik kiritadi.

$$x^3 + 144 = 10x^2 \quad (1.7)$$

Bu tenglamada $\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{144} > 5 = \frac{c}{2}$. Shu bilan birga, $y^2 = \sqrt[3]{144}(10-x)$ va $xy = \sqrt[3]{144}^2$ egri chiziqlar absissasi $x=6$ bo'lgan nuqtada kesishadi. (Lekin $x = 2 + 2\sqrt{7}$ ildiz ko'rsatilmagan).

(1.5) ko'rinishdagi tenglamalarga yaqin bo'lgan tenglamalarning yechimlarini topishda Umar Hayyomning o'zi ham xatolikka yo'l qo'yadi.

Jumladan, agar $\sqrt[3]{a}$ koeffitsiyent $\frac{c}{2}$ dan yetarlicha katta bo'lsa, egri chiziqlar kesishmaydi deb, quyidagi tenglamani misol sifatida tahlil qiladi.

$$x^3 + 41^3 = 80x^2 \quad (1.8)$$

Bu (1.8) tenglamada absissalari $x_1 = \sqrt[3]{a} = 41$, $x_2 = \sqrt[3]{a} + \frac{3}{4}(c - \sqrt[3]{a}) = 41 + \frac{3}{4} \cdot 39$ bo'lgan nuqtalarda parabola ordinatalari, giperbola ordinatalaridan kichik, demak egri chiziqlar kesishmaydi degan xato xulosaga keladi. Ammo, bu shu nuqtalar orasida absissalari $x_3 = \frac{11}{10} \cdot 41$, bo'lgan nuqtada parabola ordinatasi, giperbola ordinatasidan katta bo'ladi va shu ikki nuqtalar orasida ikkita kesishish nuqtalari bor.

Agar tenglamadagi ozod hadni kattaroq qilib olganda edi, hech bo'lmaganda 43^3 deb olganda bu xatolik bo'lmagan bo'lur edi.

Umar Hayyom (1.7) va (1.8) tenglamalar asosida, ildizlarning aniqlashning umumiy geometrik nazariyasini sonli koeffitsiyentli tenglamalarda ko'rib o'tilgan. Bu jarayonda Umar Hayyom tahlillarning to'laqonligiga va aniqlikka rioya qilgan. Hayyom o'quvchilarining aql va zakovatlariga ishonib, ularning har bir ko'rinishdagi tenglama tahlillaridan, umumiy qonuniyat topishga harakat qilgan. Kimki shu tahlillardan tasavvurlari yetarlicha bo'lgan kishi, tenglamalarni tahlil qilishda xususiy hollar bilan mashg'ul bo'lib, to'xtab qolmaslikni aytgan.

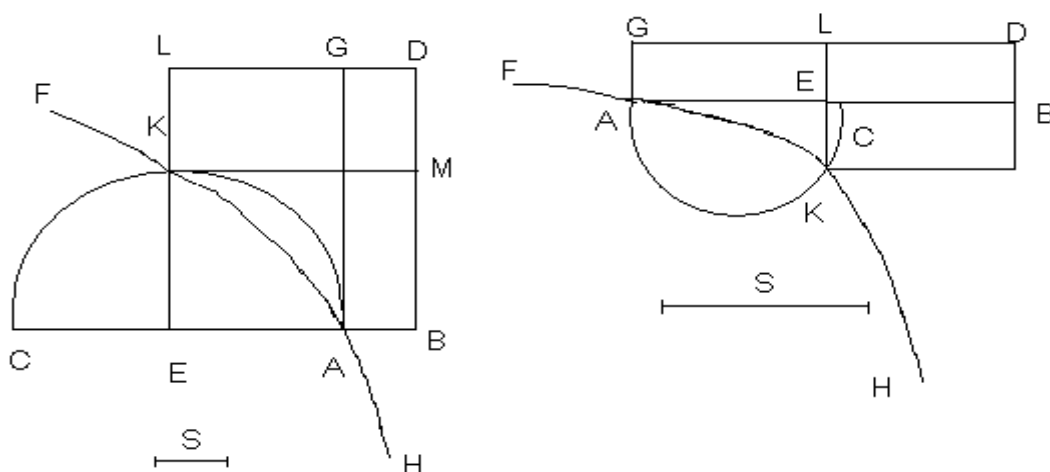
4-masala.

$$x^3 + bx = cx^2 + a \quad (1.9)$$

tenglamaning ildizlarini topish (chizmalarda yasash).

Umar Hayyomning kubik tenglamalarni tahlil qilishdagi ko‘plab tekshirishlari muvaffaqiyatli bo‘lgan. Shulardan diqqatga sazovar bo‘lgan (1.9) ko‘rinishdagi tenglamani tahlili qilishdir. Bu ko‘rinishdagi tenglamaning ildizlarini aniqlash quyidagi aylana va parabolalarni yasashga olib keladi.

$$\begin{cases} y^2 = (x - \frac{a}{b})(c - x) \\ x(\sqrt{b} - y) = \frac{a}{\sqrt{b}} \end{cases} \quad (1.10)$$



6-rasm

6-rasmdan ko‘rinib turibdiki, Umar Hayyom (1.9), (1.10) tenglamalar har doim ildizlarga ega deb to‘g‘ri ko‘rsatgan. Ular K nuqtaning absissasi, bunda $BC = c$, $BD = \sqrt{b}$, $S = AB = \frac{a}{b}$ bo‘lib, $\frac{a}{b} \geq c$ bo‘lganda u ildiz yagonadir.

Biroq $\frac{a}{b} < c$ bo‘lganda yana ikkita musbat ildizlar mavjudligini sezmagan. Shu tariqa Umar Hayyom kub tenglamaning uchta ildizlari bo‘lishi mumkinligini ko‘rsatishga asos soldi. Bu uchta ildiz XVI asrningo‘rtalarida Jirolamo Kardano (1501-1576) tomonidan aniqlandi. Bunda u Umar Hayyom tekshirishlaridan xabardor edi. Umar Hayyomning 6-rasmdagi chizmasida A va K nuqtalar orasida yana ikkita kesishish nuqtalar borligini ko‘rish anchagina mushkul.

Umar Hayyom 25 ta har xil ko‘rinishdagi kubik tenglamalarni tahlil qilib, shu tenglamalarga keltiriladigan, ammo noma‘lumo‘zgaruvchining teskari darajalarini o‘z ichiga olgan tenglamalarni ham tahlil qilgan. Misol uchun

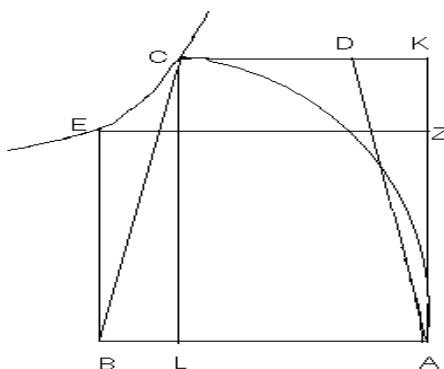
$x^2 = a \cdot \frac{1}{x^3}$ ko'rinishdagi tenglamadir. Bu ko'rinishdagi tenglamalarning ildizlarini yasashda (topish) 1 va a sonlari orasidagi 4 ta o'rta proporsional sonlarni aniqlashga olib kelishini va bu avval Al-Xaysan(IX-asr) tomonidan o'rganilganligini ham ta'kidlab o'tgan. Uning bu yo'nalishdagi qilgan ishlari juda murakkab bo'lganligi sababli, bu tafsilotlarni keltirmaymiz.

Umar Hayyom to'rtinchi darajali tenglamalar haqida, jumladan $x^2 + 2x = 2 + 2 \cdot \frac{1}{x^2}$ tenglama yechimlarini yasash usullari hali noma'lum ekanligini aytib o'tgan.

Umar Hayyom o'sha zamon matematiklari to'rtinchi darajali tenglamalarga keltiriladigan masalalarni bir-birlariga yechish uchun taklif qilishganlarni qayd qiladi. Ammo ular masalalarning yechimlari haqida aniq xulosaga kela olmagan. 4-darajali tenglamalarni yechish bilan XV asrda Samarqand rasadxonasining matematigi al-Koshiygacha shug'ullandi va xususiy hollarda yechish usullarini ko'rsatdi. Bunday tenglamalarni yechish bilan al-Koshiygacha va uning zamondosh matematiklari shug'ullangan.

Umar Hayyom va undan keyingi vatandosh matematiklarimiz yuqori darajali tenglamalarning yechimlarini topishning asosan geometrik nazariyalari (chizmalari) bilan shug'ullanishgan va kashf etishgan. Bu Gauss (1777-1856) tomonidan algebraning asosiy teoremasini isbotlashga katta ta'sir ko'rsatdi ([16] ga qarang).

5-masala. Yuzi 90 ga teng bo'lgan, tomonlari $AB = AD = BC = 10$ shartni qanoatlantiruvchi $ABCD$ trapetsiyani yasang (chizmasini quring).



7-rasm

$DK = z$ deb, CD ning o'ng davomiga AK perpendikulyar o'tkazilgan. Natijada trapetsiya yuzini hisoblash natijasida quyidagi to'rtinchi darajali tenglama hosil qilingan.

$$z^4 + 2000z = 20z^3 + 1900 \quad (1.11)$$

AB ga $BE = \frac{9}{10}AB$ perpendikulyarni o'tkazamiz, so'ng E nuqtadan

$(10 - x)y = 90$ giperbolani o'tkazamiz.

BA ni absissa o'qi, BE ni ordinata o'qi deb, markazi B nuqtada bo'lgan $x^2 + y^2 = 10^2$ aylanani quramiz. Giperbola va aylanalarning kesishish nuqtasi bo'lgan C nuqta absissasi (1.11) tenglamaning ildizi bo'ladi.

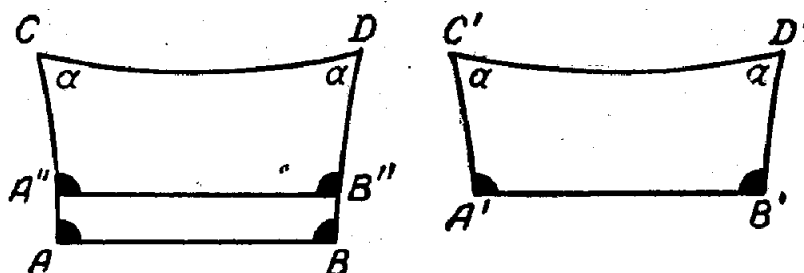
Xulosa. Kvadrat tenglamani yechish usuli 825-yillar o'rtalarida Muhammad al-Xorazmiy ko'rsatgan edi va biz shu kungacha bu usuldan foydalanilmoqdamiz. Umar Hayyom o'z davrida yuqori darajali tenglamalarning bir qancha ko'rinishlarini geometrik chizmalar, egri chiziqlar xossalari yordamida ularning yechimlarini topishning usullarini kashf etdi. Bu esa 1799-yilda Gauss (1777-1856) tomonidan geometrik usulda n -darajali tenglamaning n ta ildizi mavjud ekanligini isbotlanishida katta ta'sir ko'rsatdi ([16] ga qarang).

5.3. Umar Xayyom-Sakkeri to'rtburchaklarining kongruentligi.

Xuddi Evklid geometriyasidagidek, Lobachevskiy geometriyasida egri chiziqli figuralarining yuzalari ularga ichki va tashqi chizilagan ko'pburchaklar yuzalarining limitlari sifatida ta'riflanadi; demak ish ko'pburchaklar yuzalarini hisoblashga keltiradi. Bu ko'pburchaklar qABariq bo'lasa, ularni deyoganalari bilan uchburchaklarga bo'lib, biz uchburchakni yuzini aniqlash masalasiga kelimiz va bu masala bilan ushbu bobda shug'ullanamiz. Avvalo yordamchi bir tasdiqni isbotlaylik.

Yuqori asoslari teng va bu asoslarga yopishgan o'tkurburchaklari mos ravishdateng bo'lgan Umar Xayyom-Sakkeri to'rtburchaklari bir-biriga kongurentir.

Isbot. Faraz etaylik, Umar Xayyom-Sakkerining $ABDC$ va $A'B'D'C'$ to'rtburchaklarida CD va $C'D'$ bilan CD asoslariga yopishgan o'tkir burchaklar bir-biriga teng bo'lsin (16-chizma)



16-chizma

Bu burchaklarni α belgilaylik. $A'B'D'C'$ to'rtburchaklarni $ABDC$ to'rtburchakga shunday qo'yamizki, $C'D'$ tomon CD bilan ustma ust kelsin; burchaklarni kengligidan, $C'A'$ to'g'ri chiziq CA bo'lib ketadi. Shu ssbabning o'ziga ko'ra, $D'B'$ to'g'ri chiziq DB bo'lib ketadi; endi hamma gap, A' nuqtaning A nuqtaga, B' nuqtaning B nuqtaga tushishida. A' nuqta A'' vaziyatni, B' nuqta esa B'' vaziyatni oladi va $A''B''$ nuqtalar AB to'g'ri chiziqda bir tarafda yotadi deb faraz etaylik(chizmamizda AB da yuqorida). AC to'g'richiziqqa o'tkazilgan ikki perpendikulyar AB va $A''B''$ o'ta paralleldir; demak o'taparallel AB va $A''B''$ to'g'ri chiziqlar bunday holda ikkita umumiy perpendikulyarga ega bo'ladi: AC va BD , bu esa yuz beraolmaydi.

Shuning uchun, Umar Xayyom-Sakkeri to'rtburchaklarni yuqoridagidek qilib ustma-ust keltirsak ularning pastki $A'B'$ va AB asoslari ham ustma-ust tushishi kerak. Xullas ,bu to'rtburchaklar **kongurentdir**. Tasdiq isbot bo'ldi.

II- bob. XV-XVI ASRLARDA YASHAB IJOD QILGAN ULUG‘ ALLOMALARNING MATEMATIK MEROSI.

§ 1. Mirzo Ulug‘bekning matematik merosi.

1393-yili Temur Eron va yaqin sharqqa yurish qildi. U odatiga ko‘ra, o‘z yurishlarida saroy ahlini ham olib ketar edi. Ular yo‘lda Sultoniya shahrida to‘xtab qolishdi. Shu shaharda Temurning kichik o‘g‘lining xotini chaqaloqqa Muhammad

Taragʻay deb ism qoʻyishadi. Keyinchalik unga “Buyuk bek”, yaʼni “Ulugʻbek” degan taxallus berildi.

1643-yildan boshlab Oksford universitetining professori Djon Grivs “Ulugʻbek Ziji” niilmiy tatqiq qilishni boshladi va uning yulduzlar katalogidan olingan 98 ta yulduzning holatini eʼlon qildi. 1648- yili esa “Ulugʻbek Ziji” ning geografiya qismida alohida nashr etdi. Angliyalik sharshunos Tomas Hayd (1636-1703) 1665 yili “Ulugʻbek Ziji”ning lotin va tojik tillardagi nashrini eʼlon qildi.

Ovrupalik olimlar Ulugʻbek akademiyasining faqat astronomiyaga oid ishlar bilan qiziqibgina qolmasdan, akademiya xodimlarining matematik merosini ham oʻrgana boshladi. Albatta, bu tadqiqotlar izsiz ketmadi. X. Xunnor va K. Fogellarning taʼkidlashlaricha Konstantinopol yunonlari ular yuritini turklar boshqara boshlaganidan buyon oʻnli kasrlardan foydalanishar ekan.

“Astronomiya darakchisi” asariga bitilgan gravyuradan ham bilish mumkin. Shunday qilib, Ulugʻbek akademiyasi va uning xodimlari tomonidan amalga oshirilgan ishlar **Turkiya orqali Italiya va Ispaniyaga, undan Gʻarbiy Ovrupaga oʻtgan va Gʻarbiy Ovroʻpada astronomy va matematikaning rivojlanishiga salmoqli hissa qoʻshgan.**

XVIII-XIX asrlarda Samarqand akademiyasi ilmiy merosini oʻrganish yanada jadallandi. XVIII asrda **Gruzya shohi Vaxtang VI** (1703-1724) “Ulugʻbek Ziji”ni oʻrganishga kirishadi va natijada uni gurgʻ tilidagi nusxasini eʼlon qiladi. Bu akademiya ota va bola Sediylar (J.D.Sediyo (1777-1876) va Ye.A.Sediyo (1880-1876)) ning xizmatlari juda katta.

1.1. Ulugʻbekning geometriya sohasidagi ishlari

Ulugʻbekning Samarqand akademiyasi olimlarining geometriya sohasida qilgan ishlari noyevklid geometriyasining vujudga kelishida ozmi-koʻpmi taʼsir koʻrsatgan, chunki Samarqand olimlari tomonidan Yevklidning “Negizlari”ga yozilgan sharh **1587 yili Turkiya tomonidan Ispaniyaga sotilgan edi.** Bu sharh orasida Yevklidning V postulatini isbot qilishga urinishlar ham bor edi. Ulugʻbek va uning akademiyasining Gʻarbiy Yevropada qanchalik mashhur boʻlganligi chex

astronomi Yan Geveleyning Ulug‘bek akademiyasida mashhur olimlar Qozi-Zoda Rumi (1435-yilning fevralida vafot etgan), Giyosiddin Jamshid Al-Koshiy (tug‘ilgan va vafot etgan vaqtlari aniqlanmagan) va Ali qushchi (u 1475-yili Istanbulda vafot etgan) lar xizmat qilishgan. Keyinchalik bu akademiyada Hasan Chalabiy ibn Muso ibn Mahmud Qozi Zoda Rumi (Salohiddin Muso Qozi zoda Rumiyning o‘g‘li) , Mu‘iniddin al-Koshiy, Mansur ibn Mu‘iniddin al-Koshiy va boshqa olimlar ishlagan. Olib brogan astronomik kuzatishlar asosida “Ulug‘bek Ziji” vujudga kelgan. Akademiya xodimlari tomonidan bir qancha risolalar bitilgan.

Ulug‘bekning ilmiy dargohi haqiqiy akademiyada edi, chunki uning qoshida yaxshi jihozlangan rasadxona, boy kutubxona va o‘z davrining oliy o‘quv yurti-madrasa bo‘r edi. Rasadxona yerli ziyolilar bilan bir qatorda turli yurt va elatlardan tasklif etilgan mashhur astronomlar bunda matematiklar ham xizmat qilishar edilar. Astronomlar sayyoralar va yulduzlarning Osmon kurrasidagi holatini kuzatishar, olingan ma’lumotlarga esa ilmiy dargoh qoshidagi matematiklardan iborat hisobdonlar matematik ishlov berishar edilar. Ana shu tariqa astronomik va trigonometrik jadvallar vujudga kelar edi.

Rasadxona xodimlari, jumladan Ulug‘bekning o‘zi ham, madrasada ham dars berishar edilar. Madrasada tabiiy fanlar riyoziyot, handasa, ilmiy hay’at, ya’ni astronomiya, tibbiyot, ya’ni meditsina, surat al-ard, ya’ni geografiya kabilar o‘qitilar edi.

1.2. Ulug‘bekning “Ziji” asari

Ulug‘bek akademiyasining muhim ishalridan biri “Ulug‘bek Ziji”. “Ziji”-forscha “zik” so‘zidan olingan va u “jadval” degan ma’noni beradi. Zijini fors tilida yozishgan. U kirish, ya’ni nazariy (bu qism qoida sifatida beriladi, unda isbot bo‘lmaydi), rasadxonada o‘tkazilgan kuzatishlar asosida tuzilgan jadvallardan iborat. Ular yil hisobi , trigonometrik jadvallar, sayyoralar jadvali (ular beshta **Venera(Zuhro), Merkuriy(Utorid), Mars (Mirrix), Yuputer(Mushtariy) va**

Saturn (Zuhayl) va yulduzlar katalogini o'z ichiga oladi.yil hisobi tarix va astronomiya uchun juda muhim, shu sababli zijdan hijriy,yunon,Yezdigard eralari, larni hisoblash usullari, bu eralar orasidagi munosabatlar, Malikshoh erasi, Xitoy va Uyg'ur eralari o'rin olgan. Yil hisobida kabisa yilini topish masalasi qaralgan. Zijda ko'rsatilishicha, har 30 yilga 11 kabisa yili to'g'ri keladi.

Ulug'bekning trigonometrik jadvali haqida

Trigonometrik jadvallar 10 ta o'nli xona aniqligida hisoblangan,bu o'sha davr uchun juda yuqori aniqlik. Shu sababli Ulug'bek akademiyasida hisoblash markazi bo'lgan,unda bir necha hisobchi hisoblashning turli voitalaridan foydalanib hisoblash ishlari olib borishgan degan faraz qilishimiz mumkin. Jadval bir munitdan oralatib tuzilgan. Ular sinuslar va tangenslar jadvallari. Ular bir daraja sinusini hisoblashga ko'ra tuzilgan. Ularning bir daraja sinusini hisoblashga doir maxsus risolasi bo'lgan,ammo bu risola bizgacha yetib kelmagan.

“Ulug'bek ziji”dagi trigonometric jadvallar tuzish masalasiga bag'ishlangan bob sinus, sinus-verzus, kosinus, shuningdek ular orasidagi umumiy asosiy munosabatlar haqidagi umumiy harakterdagi mulohazalardan boshlanadi. So'ng Ulug'bek yozad:”Astronomik hisoblashlarda sinus-verzusdan kam foydalanishligidan hamda biror yoy sinus- verzusini yoki qandaydir sinus-verzus yoyini sinuslar jadvalidan osongina aniqlash mumkinligidan sinus-verzuslar uchun jadvallarni tuzib o'tirmadik. Biz sinuslarni minutma-minut hisoblab chiqdik va ular qiymatlarini jadvalda boshlanish sonlarini ifodalovchi mos yoylar qarshisiga qo'ydik. Sekund, tertsiya va ularning qismlari jadvalda interpolyatsiya usuli bilan hisoblanadi”.

“Sinuslar va soyalar - davom etadi Ulug'bek,-bir gradus sinusi yordamida hisoblanadi. Shu vaqtgacha hech kim bu ishni ishontirarli ravishda qilmagan. Barcha olimlar bu sohada mushohada bilan ish olib broganliklariga o'zlari iqrorlar va shu yo'l bilan yetarli ravishda yaqinlashish mumkin deb o'ylaganlar. Biz esa, ollohning qudrati bilan, boshqa yo'ldan-

isbotlash yo‘lidan bordik, alohida asar yozib berdik. So‘ng shu usul yordamida topilgan sinuslar jadvalini tuzdik”.

$$\sin 1^0 = 0,017\ 452\ 406\ 437\ 283.$$

Ulug‘bek o‘z zamonasining terminalogiyasi qoidalariga binoan, endi, boron yon tangensi va kotangensini hisoblashga o‘tadi. Buning uchun u avvalo soya haqidagi masalani to‘la-to‘kis qarab chiqadi. Oldin gnomonni, keyin aylana yoyini tadqiq qiladi. Soyaning har xil xossasini bayon etib, Ulug‘bek asta-sekin masalani umumlashtiradi va soyani trigonometrik chiziq sifatida qaray boshlaydi. Birinchi soya deb qandaydir yoyning tangensi, ikkinchi soya deb kotangensini qabul qiladi. Ulug‘bek, “Agar gnomon uchinchi markaz deb, balandligini radiusi deb olinsa,- deb davom etadi. Ulug‘bek ,- va gnomon bilan soya diametri orasidagi yoy chizilsa u holda yoy boshidan chiqib, bu nuqtasidan o‘tuvchi diametrga tik va shu yoyning narigi oxiridan o‘tuvchi boshqa diametr (soya) bilan kesishguncha davom etadigan chiziq bilan ifodalanadi. Astronomlar biron yoyga nisbati shunday yo‘l bilan aniqlanadigan har qanday chiziqni shu ma’noda “soya” deb belgilaydilar. Shu yo‘sinda birinchi soya yoritgich balandligi, ikkinchi soya – shu balandlikni to‘ldiruvchi deyilar ekan, u holda qandaydir yoy soyasi deb bu yoyning birinchi soyasi, to‘ldirish soyasi deb-shu yoyning ikkinchi soyasi tushuniladi. Shunday qilib agar qandaydir yoy berilsa va men shu yoy soyasini bilishni xoxlasam men uning sinusini uning kosinusiga taqsim qilaman va bo‘linma birinchi birinchi soyadan iborat bo‘ladi. Agar men aksincha, kosinusini sinusiga bo‘lsam, ikkinchi ikkinchi soyani topaman. Ularning har biri modulining oltmishlik ulushida hisoblanadi”.

Oxirida Ulug‘bek aytadi: “Biz jadvallarda birinchi soyalarni keltirdik. Ular sinuslar kabi, 45^0 gacha minutlar uchun, 45^0 dan 90^0 gacha esa- har besh minut uchun hisoblanadi. Boshqa jadvalda ikkinchi soyalar graduslarda berilgan”.

Ulug‘bek trigonometrik jadvallarning anqlik darajasini bilish maqsadida ba‘zi burchaklar, masalan 20^0 , 23^0 , 26^0 lar sinuslarining qiymatlarini tekshiramiz. Oltmishlik sistemasidan o‘nlik sistemasiga o‘tib, olamiz:

$$\sin 20^0 = \frac{20}{60} + \frac{3}{60 \cdot 60} + \frac{16}{60 \cdot 60 \cdot 60} + \frac{21}{60 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 60} + \frac{3}{60 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 60}$$

$$\sin 23^0 = \frac{23}{60} + \frac{26}{60 \cdot 60} + \frac{37}{60 \cdot 60 \cdot 60} + \frac{55}{60 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 60} + \frac{26}{60 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 60}$$

$$\sin 26^0 = \frac{26}{60} + \frac{18}{60 \cdot 60} + \frac{8}{60 \cdot 60 \cdot 60} + \frac{10}{60 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 60} + \frac{4}{60 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 60}$$

yoki

$$\sin 20^0 = 0,342020142;$$

$$\sin 23^0 = 0,390731129;$$

$$\sin 26^0 = 0,438371147;$$

bu miqdorlarni aniqligini haqiqiy qiymatlari bilan solishtirib, quyidagi jadvalda ko‘rsatish mumkin:

Ulug‘bek hisobida		Haqiqiy qiymati	
α	$\sin \alpha$	α	$\sin \alpha$
20^0	0,342020142	20^0	0,342020143
23^0	0,390731129	23^0	0,390731128
26^0	0,438371147	26^0	0,438371147

Bu jadval nima demoqchi ekanligi ko‘rinib turibdi, u sharxlashga muhtoj emas.

Ulug‘bek jadvallari Samarqand uchun hisoblangan. Ulug‘bek ko‘rsatishicha Samarqand uzunligi $99^0 16'$. Ulug‘bek uzunligini Xolidot orolidan hisoblagan. “Al Xolidot” aftidan, arabcha “Xul”- “Mangu orollar” so‘zidan kelib chiqqan bo‘lsa kerak.

Ulug‘bek asarlarining sharhlovchisi Birjandiy ham oltita Xolidot orollari haqida eslatib o‘tadi. Birjandiyning takidlashicha bu orollar suv ostida qolib ketgan. Lekin Birjandiy “Taqvimi al Boldan”, ya’ni “Joylar holati” asarga tayanib aytishicha, “Xolidot va Sa’d orollari bitta narsa emas: **Xolidot-Atlantik okean** orollari bo‘lib qirg‘og‘idan 10^0 masofada

joylashgan, Sa'd orollari esa boshqa 24 orollar qatori qirg'oq bilan Xolidot orollari orasiga joylashgan".

Lekin yuqorida aytilgan Kanar orollari ichida eng g'arbiy (Afrikaning g'arbiy qirg'og'ida)-Ferrodur. U qirg'oqdan faqat 300km masofadadir. Qadimgi zamonlarda uni dunyoning eng g'arbiy chegarasi deb hisoblanadi. Dunyo shu yerda ikkita yarimsharga bo'linadi deb o'ylaganlar va shuning uchun uzunlik mana shu Ferrodan boshlab hisoblangan.

1.3. Ulug'bek rasadxonasida ishlatilgan asbob haqida

Rasadxonaning asosiy quroli-burchak o'lchaydigan juda ulkan asbob(vertikal doira)dan iborat bo'lib, uning radiusi 40,212m ,yoyining uzunligi 63 metr ga teng edi. Bu "katta kvadratning bir qismidan boshqa narsa emas,uning yarmisi ufqdan past bo'lib, ikkinchi yarmisi ufqdan chiqib turar edi" degan fikrga olib keladi.

Zijning amaliy astronomiyaga tegishli qismida elliptikaning ekvatorga og'maligi, osmon yoritgichlarining koordinatalari aniqlash, yerdagi **ixtiyoriy punktning uzunligi va kebligini aniqlash,yulduzlar va sayyoralar orasidagi masofalarni aniqlash masalalari qaralgan.**

Sayyoralar harakati nazariyasiga taaluqli qismida "vaqt tenglamasi"-xaqiqiy Quyosh to'g'ri chiqishi bilan o'rtacha Quyosh to'g'ri chiqishi orasidagi farq yoki muayyan vaqt uchun o'rtacha vaqt bilan haqiqiy vaqt orasidagi qaraladi. Ma'lumki,bu farq ikki sababga:birinchidan Quyoshning elliptic bo'ylab notekkis harakatidan, ikkinchidan elliptikaning ekvatorga og'maligi ($22^{\circ}33'$) har kuni o'zgarib turadi. Shu bo'limda Ulug'bek ixtiyoriy davr uchun o'rtacha uzoqlikni aniqlash,sayyoralarning osmon sferasidagi haqiqiy o'rnini aniqlash,Quyosh va Oy tutilishlari masalalarini ham qaraydi. U Quyosh va Oy tutilishlarini har xil usulda jadval yordamida va bevoita hisoblash bilan toppish mumkin ekanligini topadi. Zijning yulduzlar katalogi ham diqqatga sazovor, u **1018 ta yulduzdan iborat bo'lib**, ularning har biri yulduz turkumlari bo'yicha joylashtirilgan. Yulduz turkumlari har bir yulduzning nomeri,qisqacha tarifi ularning 1437 yildagi teng

kunlik nuqtasiga keltirilgan. Uzunlik va kengligi berilgan. “Zij”ning ilmiy hujumga taaluqli bo‘limida sayyoralarning turlicha tuzishlariga qarab, kishilarning tole nomasini tuzish, sayyorlarning turli tuman joylashuvining kishilar taqdiriga tasiri masalalari qarang.

Xulosa qilib shuni takidlash lozimki, “Ulug‘bek Zij” VIII-IX asrlarda boshlangan zij tuzish ananasini davom ettirgan bo‘lsada, o‘zining ilmiyligi va aniqligi nuqtayi nazaridan o‘zidan oldin tuzilgan zijlardan bir pog‘ona yuqori turadi. Shu tufayli ham u dunyo kutubxonalarida juda ko‘p uchraydi.

Asbobning hozirgi kungacha saqlanib qolgan qismi tepalik ostidagi qoya toshga o‘yib ishlangan torgina chuqur ariqchaga tushirilgan ekan. Ariqchaga pishiq g‘isht terib, ikkita parallel yoy ishlangan va ganch eritmasi quyib sementlangan. Yoyning ustiga 10-20 sm. li qalin marmar tosh taxtachalari bilan qoplangan. G‘arbiy yoyga tegishli belgilar arab harflari bilan qavariq qilib yozilgan. Marmar toshni yoylarga daqiqa va soniya bo‘limlari qayd qilingan mis tasma ishlangan. Bu mis tasma yoritgichning meridiandan o‘tgan vaqtini aniq o‘lchash uchun xizmat qiladi.

Samarqand astronomlarining mahorati asosiy va asbobning juda katta bo‘lishi va konstruksiyalarining mustahkamligining ta‘minlashidir. Bu esa Quyosh, Oy va boshqa sayyoralarni kuzatishni anchagina katta aniqlikda olib boorish imkonini beradi.

Bu yerda bayon qilingan Faxriy sekstantining radiusi katetlari 80 va 40, yani 89,4 gazga baravar bo‘lgan to‘g‘ri byrchakli uchburchak gipotenuzasiga teng ekanligini quyida ko‘ramiz. XII asrlik muallif Muhammad Xusayn Tabriziyning ta‘rifiga ko‘ra, gaz “yonma-yon qo‘yilgan 24 barmoqqa” baravar bo‘lib, taxminan 48sm ga boradi. Bunda sekstant radiusi 42,9 metr bo‘lib chiqadi. Gaz uzunligi aniq olinmaganligini etiborga olsak bayon qilingan sekstant

o‘lchamlari Ulug‘bek rasadxonasida ishlatilganligini, ya‘ni undan foydalanganligidan xabardor bo‘lamiz. (Chunki, ulug‘bek ishlatgan asbob sekstant(kvadrant) radiusi 42,9 metr bo‘lganligi haqida ma‘lumot bor).

Bu haqda soʻngra “Ziji Koʻragoniy” sharxchisi astranom Birjandiy ekliptikaning ogʻishini aniqlash toʻgʻrisida maʼlumot beradi. “Samarqand rasadxonasining astranomlari ekliptika ogʻishini Faxriy sekstanti yordamida aniqladilar”,deb qayd qiladi.

Dastavval Ulugʻbek Samarqand kengligini naqadar yuksak aniqlik bilan belgilaganligini etiborga sazovordir. U Samarqand kengligi uchun quyidagi qiymatni chiqrgan:

$$\Phi=39^037'33''$$

1908-yilda Samarqand kengligini astranom P.Q.Zalesskiy aniqlaganida uning uchun quyidagi qiymatini chiqargandi:

$$\Phi=39^040'37''4$$

Zallesskiy asosiy asbob –sekstant oʻqi yoʻnalishini ham tekshirib chiqib, uning janubiy uchi gʻarbga tomon $29^{\circ},4$ ogʻanligini aniqlagan.

Asbob yordamida har kuni tushda Quyoshning meridian balandligi, zenit masofasi va ogʻishi aniqlangan va bunga qarab ekliptikaning kengligi va ogʻishi chiqarilgan. Chunki φ kenglik 2 zenit

Masofasi va δ ogʻish oʻrtasida maʼlum bogʻlanish bor:

$$\Phi=2+\delta \quad (1)$$

Masalan, ekliptikaning ogʻishini ε bilan belgilab, yozgi Quyosh turishi kunida tushki zenit masofasi:

$$z_1=\varphi-\varepsilon \quad (2)$$

Ekanligini , qishni Quyosh turish kunida esa,

$$z_2q=Q\varepsilon \quad (3)$$

Ekanligini olamiz. Bunda

$$\varepsilon=\frac{1}{2}(z_1-z_2) \quad (4)$$

Ulugʻbek ε uchun ajoyib natija olishga muyassar boʻlgan.

Ekliptika enkayishi uchun Ulugʻbek chiqargan qiymat

$$\varepsilon=23,30'17''.$$

Haqiqiy qiymatdan 0°32' gina farq qilib nihoyatda yuksak aniqlik darajasiga ega bo'lgan natijadir.

Samarqand kengligi (2) va (3) ifodalardan chiqarilib, quyidagiga baravar

$$\Phi = \frac{1}{2}(Z_1 + Z_2) \quad (5)$$

Musulmonlarning kalendari-hijriy yil hisobi Muhammadning Makkadan Madinaga ko'chishidan yoki qochishidan hisoblanadi. Bu kun haftaning beshinchi kuni edi. Ulug'bek bu erani tadqiq qilishni boshlar ekan, bunday deydi: "Musulmonlar hijriy oy hisobini bir yangi Oydan galdagi yangi Oygacha o'tgan vaqt bilan hisoblaydilar. Bu vaqt oralig'i 30 kundan oshmaydi ham, hech qachon 29 kundan kam bo'lmaydi ham; to'rt oy 30 kundan va uch oy 29 kundan deb hisoblansin, qoldiq qolmaydi, o'n ikki oy bir yilni tashkil qiladi; bu usul bilan hisoblangan yillar va oylar haqiqiy, **QAMARIY** bo'ladi.

Yer ustidagi ob'ektlarning joylashgan o'rnini aniqlash

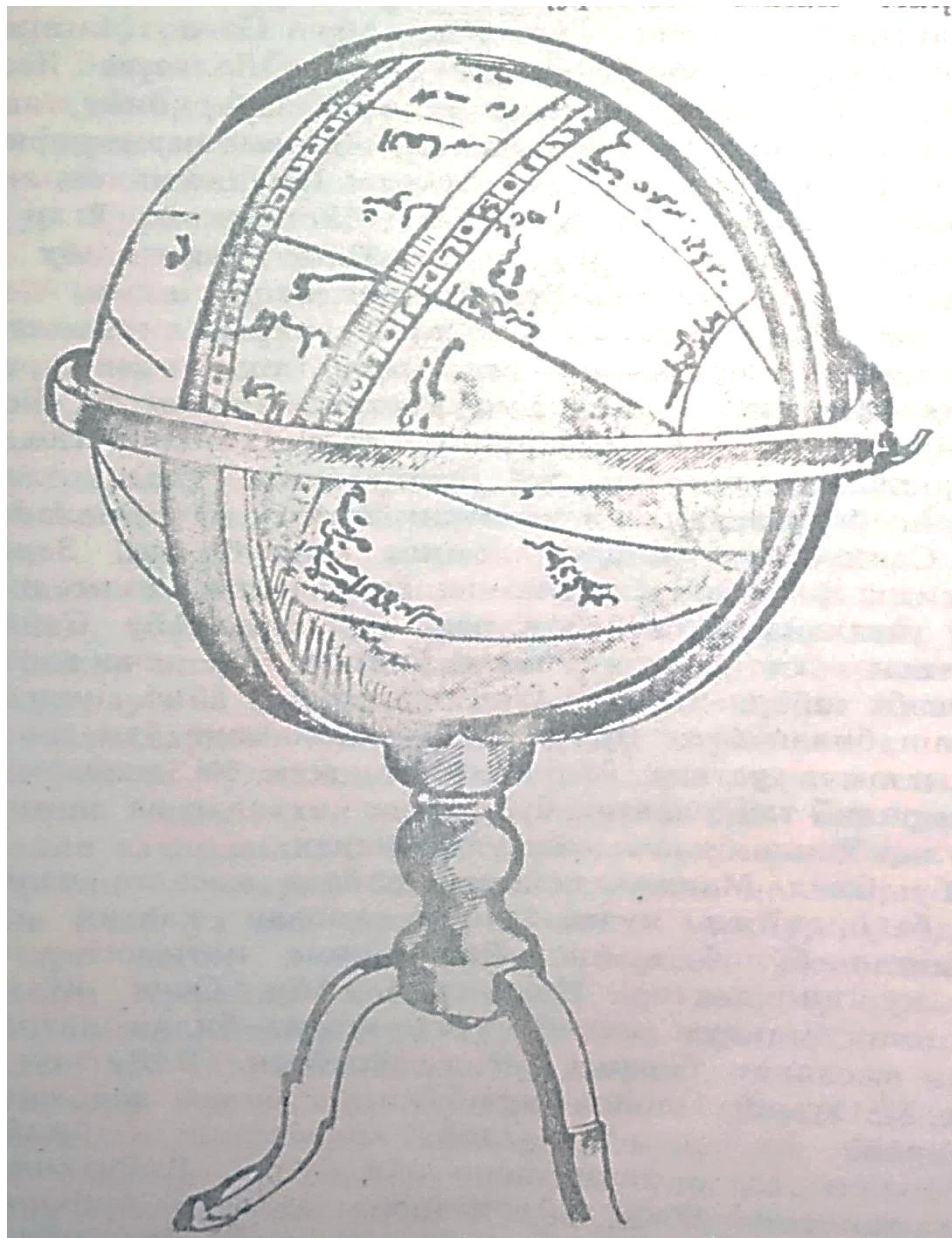
Ulug'bekning asosiy meridian holatini aniqlash maqsadida quyidagi jadvalga murojat qilaylik.

Buning uchun ma'lum mu'lohzalar bilan misol uchun O'rta Osiyo shaharlarini olinadi. Hirotida Ulug'bek bir necha marta bo'lganligini qayd qilib o'tamiz.

Shaharlar	Ulug'bekda	Grinvichda	O'lchovlar ayirmasi
Xo'jand	100°35'	60°37'	30°58'
O'sh	102°20'	72°6'	29°32'
Buxoro	97°30'	64°20'	33°4'
Hirot	94°20'	62°6'	32°14'

Ulug'bek qabul qilib olgan asosiy meridian holatini aniq aytish imkoniga ega emasmiz, chunki kuzatishlar bir joyga taalluqli har xil nuqtalarga oid emasmiz. Lekin keltirilgan jadval dag'al bo'lsa ham umumiy holda Ulug'bek meridianining Grinvichga nisbatan holatini tasavvur etishga bir qalay imkon beradi. Keltirilgan jadval bilan chegaralanib va shu uzunliklar ayirmasining o'rtacha miqdorini olib aytishimiz mumkinki,

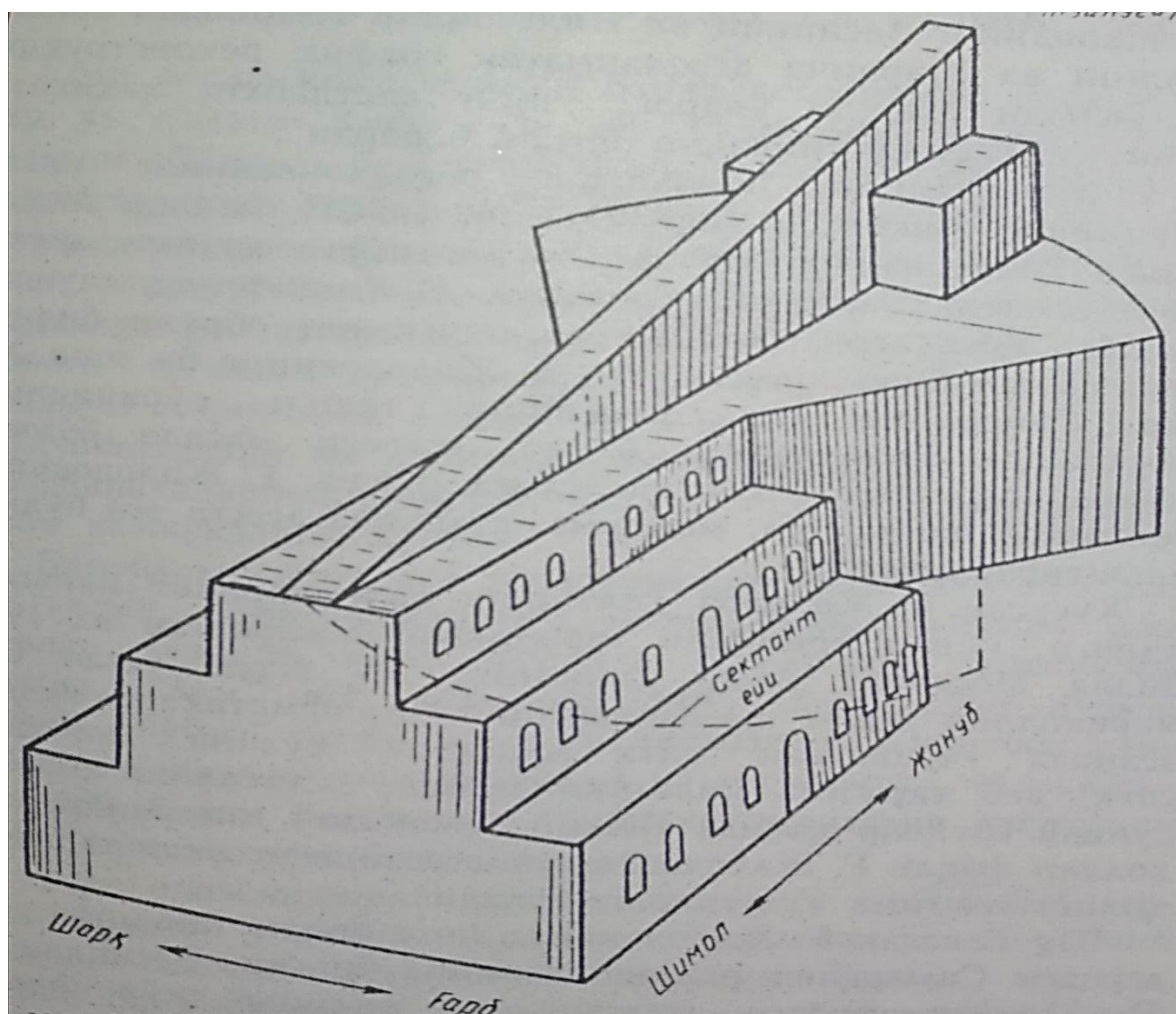
Ulugʻbek meridian Grinvichdan taxminan $31^{\circ}27'$ Gʻarbdan oʻtadi. Lekin Ferro oroli Grinvichdan taxminan 18° gʻarbda joylashgan. Bunchalik tafovutning sababi oʻsha zamonlar kartografiyasining unchalik rivojlanmaganligidandir bdeb aytish mumkin. Lekin Birjandiyning “Xolidot-Atlantik ocean orollari boʻlib qirgʻoqdan 10° masofada joylashgan” degan iborasi agar Ptolomey geografik xaritasi asos qilib olinsa haqiqatga toʻgʻri keladi.



Ulugʻbekning shaxsiy yulduzlar globusi.

Bunga qadar ishlatilgan eng yirik astronomik kuzatish asbobi, X asrda Reyda Sulton Faxr ad-Davda saroyida ishlangan xo‘jandlik abu Maxmud ibn Xizr al-Xo‘jandiy tomonidan ishga tushirilgan radiusi 17 metr keladigan kvadrant edi. O‘sha davrda yashab ijod etgan xurosonlik mashxur astronom Abul Vafo al-Buzjoniyy esa 7 metr keladigan keladigan kvadrant bilan ish ko‘rganini ma’lum qiladi.

XIII asrda dunyoga dong‘iketgan Marog‘a(Ozarbayjan) rasadxonasida Nosiriddin Tusiy tomonidan ishga tushirilgan kvadrantning radiusi esa 18,5 metr bo‘lgan.



Ulug‘bek rasadxonasining tashqi ko‘rinishi (astronom G‘. Jalolov tiklagani bo‘yicha)

1.4. “ZIJ KO‘RAGONIY”- ULUG‘BEK MAKTABIDAN YODGORLIK

O‘rta asrda ishga tushgan barcha astronomik rasadxonalar o‘z oldiga Quyosh, Oy va oddiy ko‘z bilan ko‘rish mumkin bo‘lgan beshta sayyoraninig yulduzlar fonidagi xarakatlarini o‘rganish; astronomik kuzatishlar asosida, astronomik doimiyliklarning qiymatlarini xisoblab topish; mazkur yoritgichlarning o‘rinlarini vaqt bo‘yicha jadvalda aks ettirish; shuningdek Oy yoki Quyosh taqvimlarida jadvalar, trigonometric va boshqa yordamchi astronomik jadvallarni xisoblash, yulduzlarning koordinatalari va ayrim yirik shaharlarning geografik koordinatalrini aniqlab, ularni jadvalda aks ettirish kabi vazifalarni qo‘yardi.

Binobarin,o‘rta asr rasadxonalari faoliyatining katta qismi, olingan kuzatish materiallari asosida jadvallar tuzishga sarf bo‘lardi va mazkur jadvallar,odatda “Zij” deb yuritilar edi. “Zij” so‘zi forscha bo‘lib, “bo‘yra” degan ma‘noni anglatadi. Yuqorida eslatilgan jadvallarning vertical va gorizontal chiziqlari,sonlari bilan birgalikda bo‘yrani eslatgani uchun ham ular shunday nom bilan atalardi.

Parijlik astoronom F.Boku ”Ulug‘bek ziji” yulduzlari kattaligini o‘rganib, unga shunday baho bergan edi:”Mazkur katalog Samarqand rasadxonasida bevosita kuzatish yordamida yulduzlarning aniqlangan o‘rinlariga tayangani uchun ham juda qimmatlidir. U mohiyati bilan XVI asr ichida yaratilgan e‘tiborga molik eng aniq katalog hisoblanadi. XVI asrga qadar yulduzlar katalogining muhimligini atigi ikki astronom –Gipparx va Ulug‘bekgina yaxshi angladilar,holos”.

XIX asrda esa mashxur fransuz matematigi va astronomi Per Laplas Ulug‘bek va uning yulduzlar jadvaliga baho berib:”Ulug‘bek o‘z saltanatining poytaxti Samarqandda Tixo Bragega qadar mavjud yulduzlar jadvallaridan afzal yangi yulduzlar katalogini tuzdi, - deb yozgan edi.

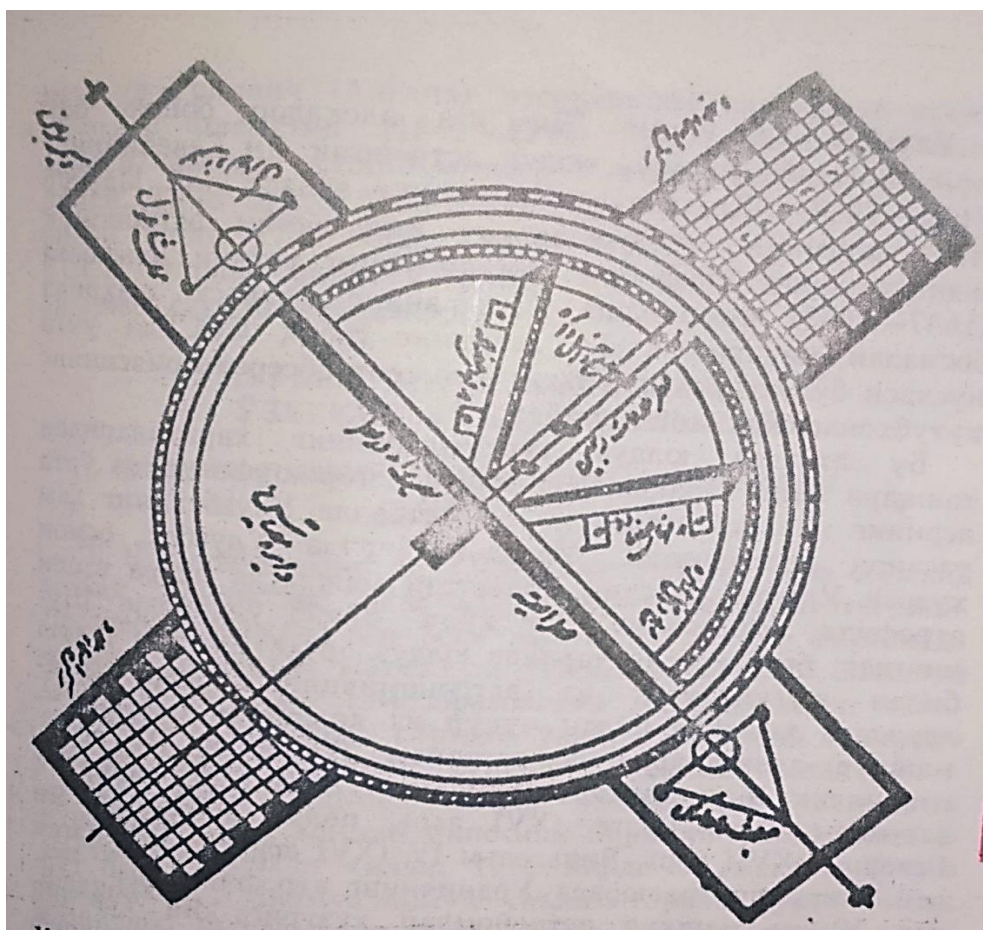
Samarqand rasadxonasi tadqiqot ishlarining asosiy mahsuli “Ziji Ko‘ragoniy” so‘z boshidan,nazariy qismdan va zijdan (jadvallardan) iborat bo‘lib,

jami 430 qismi 60 sahifani, qolgan 370 sahifasi esa astronomik, trigonometrik, geografik va astrologic jadvallarni tashkil qiladi.

430 sahifali “Ziji Ko‘ragoniy” ning atigi 5 foizi yulduzlar jadvalini tashkil etadi. Shuni aytish joizki, Samarqand rasadxonasi astronomlarining o‘z oldilariga qo‘ygan asosiy vazifalari, ko‘pchilik o‘ylaganidek, yulduzlar katalogini tuzishgina bo‘lmay, balki Quyosh, Oy hamda Sayyoralar (jumladan, Utorud, Zuhro, Mirrix, Mushtariy va Zuhayllarni) sistemali kuzatish asosida astronomiyadagi asosiy doimiy kattaliklarni – ekliptikaning ekvatorga og‘maligini, yillik pretsessiyani, yulduz yilining uzunligi va shu kabi boshqa astronomik kattaliklarni aniqlash qiymatlarini topish bo‘lgan. “Ziji Ko‘ragoniy” jadvallarining qariyb 80 foizi Quyosh, Oy va 5 ta sayyoraga bag‘ishlangan.

Ulug‘bek akademiyasi olimlari:

1. Qozi-Zoda Rumi
2. G‘iyosiddin Jamshid Koshiy
3. Ali Qushchi
4. Mu‘iniddin Al-Koshiy
5. Nizomiddin Al-Birjandiy
6. Miram Chalabiy
7. Hamda ularning shogirdlari



**(Ulug‘bek rasadxonasining astronomik asbobi (XVII asr
Manuskriptidan olingan chizma)**

XULOSA

Bundan besh yarim asr muqaddam azim shahar – Samarqand etagida Ulug‘bek va uning maktabi tomonidan ishga tushirilgan rasadxonadan koinot qariga tashlangan nazar faqat Sharqdagina emas, balki jahon fani, madaniyatining “ochilmagan qo‘rig‘i”ni ochish – Koinotni o‘rganishga qo‘yilgan buyuk bir qadam bo‘ldi. Shu ilk qadam sabab bo‘lib, Yevropada birin-ketin yirik, yaxshi jihozlangan rasadxonalar ishga tusha boshladi. Polshada olam tuzilishining geliosentrik nazariyasi (N.Kopernik tomonidan), Milanda (Italiya) Koinotning cheksizligi va unda Quyosh sistemasi – oddiy bir yulduzning yo‘ldoshlari bilan tashkil etgan sistemasi ekanligini g‘oyasi (Jordano Bruno tomonidan), Germaniyada osmon jismlarining harakat qonunlarini ifodalovchi - osmon mexanikasi (I.Kepler tomonidan), Angliyada osmon jismlarining massalarini hisoblash usuli (I.Nyuton

tomonidan) kabi muhim kashfiyotlar “daryosi” ning vujudga kelishida Samarqand astronomlari “ko‘zini ochgan buloq” dastlabki irmoq bo‘ldi. Quyosh, Oy va Sayyoralarining harakatlarini o‘rganish bo‘yicha Ulug‘bek maktabi qo‘ygan poydevor – nazariy astronomiya deyiluvchi maxsus fanning shakllanishida o‘zining ulkan hissasini qo‘shdi.

Olamni o‘rganish, uning sir – asrorlaridan voqif bo‘lish, insonning Yer yuziga kelishdan maqsadini aniqlab berishdek muhim dunyoqarash vazifasini bajarishi bilan juda muhim hisoblanadi. U insonni cheksiz Koinotning bir zarrasi va milliardlab yillar davom etgan uning evolyutsiyasining mahsuli ekanligi, shuningdek, u yashagan umr Koinotning Yoshi oldida bir daqiqa ekanligini, har bir insonning “bir zumlik” hayotga kelishi mo‘jizaviy bir holligini va bu “bir zumlik” umrini pala-partish emas, balki buyuk maqsadlarga qaratib yashash zarurligini, bu ulug‘ nomga dog‘ tushirmay yashash lozimligini sezdirishi bilan beqiyos ahamiyat kasb etadi.

Bu esa, o‘z navbatida, insonni o‘z hayotini, boshqalar taqdiri va shaxsini qadrlashga, tabiatning nodir inomi – hayotga yengil-yelpi qaramaslikka, buyuk ezgu maqsadlarni ko‘zlab ish tutishga, o‘z ijobiy faoliyati bilan uning mazmunini boyitishga, sermazmun qilishga undaydi.

Kishilarda ana shunday umuminsoniy qadriyatlarni yaratadigan dunyoqarashni shakllantirishda o‘zining ulkan hissasini qo‘shayotgan ilmu-nujum bizga ota-bobolarimizdan meros fan hisoblanadi. Bu esa yoshlar oldiga bunday durdona merosni avaylab-asrash va uni ko‘paytirishdek ulug‘ ishlarga bel bog‘lab kirishish vazifalarini qo‘yadi.

§ 2. G‘IYOSIDDIN JAMSHID AL-KOSHIYNING MATEMATIK MEROSI (1385-1430)

Ulug‘bek ilmiy maktabining yirik olimlaridan biri Jamshid Koshiy hisoblanadi. Koshiy 1385 yilda Koshon shahrida (Tehron va Isfaxon shaharlari orasida) tug‘ildi. Koshiy yoshlik chog‘idanoq o‘z davrining etuk matematik va astronom olimi sifatida shuxrat qozondi. Ulug‘bek Koshiyni ham boshqa olimlar qatori Samarqandga kelishga taklif etdi va u bu taklifni qabul qilib 1417 yili Samarqandga keladi. Koshiy Samarqandda Ulug‘bek rasadxonasi ishlariga faol qatnashib, chuqur ilmiy ishlar olib boradi. Ularni astronomiyadan yozgan 10 ta asari va matematikadan yozgan 3 ta eng katta asarlarida bayon etgan. Koshiy 1430 yili Samarqandda vafot etdi.

Koshiyning asarlaridan ayrimlarini keltirib o‘tamiz:

1. Jamshid Koshiy o‘zining astronomik asari – «Haqqoniy astronomiya jadvallari» asarini 1413 yilda Koshon shahrida yozib, uni Shohruh Mirzoga bag‘ishlaydi. Bu asar Nasriddin Tusiyning «Elxoniy jadvallariga» o‘xshash bo‘lib, Nasriddinning bu asarini qaytadan ishlab chiqadi va yangi jadvallar tuzadi (fors-tojik tilida yozilgan.)
2. «Osmon narvoni» asari astronomiyaga bag‘ishlangan. Bu asar arab tilida yozilgan bo‘lib, uning qo‘lyozmalari Tehron universiteti va Mashhad kutubxonasida saqlanadi.
3. «Vatar va sinus haqida risola» asarida bir gradusli burchakning sinusi aniqlanadi.
4. «Usturlub yasash haqida risola» asarini 1416 yilda Koshon shahrida fors-tojik tilida yozgan.
5. «Aylana uzunligining diametriga nisbati» asari 1424 yilda Samarqandda fors-tojik tilida yozilgan. Uning qo‘lyozmasi Mashhadda Imom Rizo kutubxonasida saqlanmoqda.

Jamshid Koshiy asarlari orasida juda katta ahamiyatga ega bo‘lgan va Ulug‘bek davridagi matematik bilimlar saviyasini ko‘taruvchi mashhur asar bor, u «Arifmetika kaliti» («Liftoxul-hisob») 1427 yilda yozilgan bo‘lib, bu kitob bir

necha asr davomida Sharq mamlakatlarida talabalar uchun matematikadan asosiy darslik bo'lib keldi.

Ilmiy maktabda qilingan ishlardan G'iyosiddin Jamshidning (1385-1430) "Arifmetika kaliti" (Miftohul –hisob) asari muhim ahamiyatga ega. Bu asar kirish 5 ta maqoladan iborat bo'lib, undan arifmetika bo'yicha o'sha davrda erishilgan qomusiy bilimlar aks ettirilgan.

Asarining 1-maqolasi 6 bobdan iborat bo'lib, butun sonlar va ular ustidagi amallarga bag'ishlangan. Unda turli sonlar, masalan, juft va toq, tub va murakkab sonlar, mukammal sonlar, ular ustidagi amallar, ajoyib xossalari turli misollarda bayon etilgan.

2-maqola 10 bobdan iborat bo'lib, unda asosan kasr sonlar va ular ustida amallar qoidalari bayon etilgan. Shu erda birinchi marta o'nli kasrlarni kashf etilganligini e'tirof etish mumkin.

3-maqolada astronomik hisoblashlar, abjad hisobi, darajaga ko'ra asosini topish masalalari qarab chiqilgan.

4-maqolada o'lchashlar haqida asosiy tushuncha va ma'lumotlar berilgan.

5-maqolada «al-jabr val muqobala» masalalari bayon qilinib, tenglamalar va ularni echish usullari bayon qilinadi. Bunda Al-Xorazmiyning kvadrat tenglamalar bo'yicha ishlari davom ettirilib, bikvadrat tenglamalarning 65 ta ko'rinishi, kubik tenglamalarning 19 ta xili echish usullari qarab o'tiladi.

Matematikadagi aylana uzunligining diametriga nisbatini ifodalovchi Pi sonini verguldan keyingi 17 raqamgacha aniqlikdagi qiymatini topgan. Bu o'sha davrdagi eng aniq qiymat edi.

Bundan tashqari, al-Koshiy bu asarda sinusning 1 gradus qiymatini hisoblash bilan shug'ullanib, uning 18 raqamgacha aniqlikdagi quyidagi qiymatini topgan.

Biz quyida Al-Koshiyning matematikadan ilmiy merosini bayon qilamiz.

O'zbekiston Respublikasi birinchi Prezidenti I.A. Karimov 2014-yil 15-mayda "O'rta asr sharq allomalari va mutafakirrlarining tarixiy merosi uning zamonaviy sivilizatsiya rivojidagi roli va ahamiyati" mavzusidagi xalqaro konferensiyasining ochilish marosimidagi nutqida "Mirzo Ulug'bekning safdoshi Al-Koshiy birinchi

bo‘lib o‘nlik kasrlarni ilmiy istemolga joriy etdi, erkin darajalar ildizlarining izchil yaqinlashib borishi va ularni topish metodlarini izlab chiqdi” deb aytgan edi [1].

Insonlar qadimdan osmon jisimlarini kuzatish bilan shug‘ullanganlar. Ulug‘ donishmandlarning hayoti va foliyati bilan tanishar ekanmiz ularning ko‘pchiligi astronomiya bilan shug‘ullanganligini ko‘rsatamiz. Astronomiya bilan shug‘ullanish, ya’ni osmon jisimlarining harakatini, joylashishini, bir-biri bilan o‘zaro ta’sirini o‘rganishni hayot, turmush taqqozo etar edi. Bu bilan yulduzlarga qarab bir mamlakatdan boshqa mamlakatga borish masalasi yechilar edi. Bunda savdo sotiq ishlari, sayohatlar, har xil diplomatik aloqa (elchilar jo‘natish) o‘rnatilar edi.

Shu nuqtayi nazardan yulduzlar harakatini va joylashishini ko‘rsatuvchi jadvallar (“Zij”lar) tuzilar edi chunki bularda hali kompleks tushunchasi kiritilmagan. Bu yerda osmon jisimlarining eng muhimi bo‘lgan planetalarning harakati va joylashishini o‘rganish diqqatga sazovor bo‘lgan. Planetalarning o‘zaro ta’siri yerdagi ta’sir hodisalarini kelib chiqishiga sabab bo‘lishi fanda ma’lum. Bu esa yer sharidagi hodisalar: Yer qimirlashi, Okean, dengizlarda toshqin, bo‘ron va boshqalar bilan izohlanadi va yana yil fasllarida ob-havoning o‘zgarishi bilan izohlanadi.

Ob-havoning o‘zgarishi (qulay yoki noqulay bo‘lishi) dehqonchilik, chorvachilik va boshqa xalq xo‘jaligiga ta’sir qilishi hammamizga ma’lum.

Yuqorida bayon etilganlar orasiga o‘tmishdagi donishmandlarimiz, ulamolarimiz astronomiya bilan shug‘ullanishlari tabiiy bir hol edi.

Astronomiya fani bilan shug‘ullanish matimatika, fizika, kimyo va boshqa fanlarni mukamal egallash asosida olib borilgan.

Insoniyat tarixida bunday fanlar bilan shug‘ullangan podshoxlarni qayt qilish mumkun. Jumladan M.Ulug‘bek, Ptolomey....

Endi al-Koshiyning (1385-1430) faoliyatiga to‘xtalib o‘tamiz.

Astronomiya sohasida. Ulug‘bek safdoshi G‘.J.Koshiyning ilmiy merosi Shoxrux mamlakati hududida rasadxona qurish (Shoxrux bu-Ulug‘bekning otasi Xirot hokimi bo‘lib al-Koshiy uning saroyida ishlagan) rejasi bilan unga

(Shoxruxga) murojaat qiladi. Lekin bu taklifga ijobiy javob olishga ulgurmay qoldi, chunki hukmdorlik boshqa shoxga Iskandarga o'tib qoldi (Iskandar shox Shoxrux jiyan). Iskandar G'.Jamshidning vatanni Koshondan Hamadangacha hududlarda hukmdorlik qilar edi G'.J.al-Koshiy rasadxona qurish rejasi bilan Iskandarga murojaat qiladi va hukumdorning roziligini oladi, chunki u 1416-yilda rasadxonani jixozlash uchun zarur bo'lgan astronomik asboblarning bayonining aks etuvchi "Astronomik asboblari shahar risolasi"ni Iskandarga taqdim etgan edi.

Aka-uka Rustam va Iskandarlarning ayovsiz jangida Iskandar yengiladi va qatl qilinadi. Bu esa al-Koshiyning Iskandar yurtida rasadxona qurish maqsadi amalga oshmaganligi sabab bo'ldi. Al-Koshi Iskandar vafotidan keyin Samarqandga 1416-yil yozda Mirzo Ulug'bek tomonidan taklif qilinadi. Al-Koshi Samarqandga kelgunga qadar uning astronomiya matematikaga doir asarlari mutaxassislariga yetib borgan va ma'lum bo'lgan edi.

XIII asrda Nasriddin Tusiy (1201-yilda tug'ulgan) ning astronomik asarida xato-kamchiliklar mavjud ekanligini Mirzo Ulug'bek ko'p marta al-Koshiyning ma'lumotlaridan xabardor bo'ladi. Endi Koshiy Samarqandda rasadxona qurishni Ulug'bekka taklif qildi. Matematika va Astronomiyadan xabardor va boshqa fanlarga ham qiziquvchi Ulug'bek rasadxona qurilishiga ruxsat berdi va rastxona qurilishi boshlanib 1420-yilda bitirildi. O'sha yili "Ulug'bek madrasasi" ham qurib bitirildi. (qarang [2], 45-bet).

Demak "Ulug'bek rasadxonasi (observatoriya)" va "Ulug'bek madrasasi" bir vaqtda 1420-yilda qurib bitirilgan (qarang [2], 45-46 bet). Qurilgan bu rasadxonada kuzatishlar natijasida dunyoga mashhur bo'lgan "Zichi Ko'ragoniy" nomli asar vujudga keldi. Bu asarni vujudga kelishida Ulug'bek bosh kuzatuvchi, hisoblar olib boriladi (aniq hisoblashlarni al-Koshiy bajaradi) va rahbarlik qiladi.

Eslatib o'tamiz, bungacha observatoriya (rasadxona) Marag'oda, Rayda, Isfaxon (XI asr XII asr) shaxarlarda qurilgan edi. Marag'oda Nasriddin Tusiy, Rayda Abu Mahmud Xo'jandiy, Isfaxonda (XI-XIII-asr) Ibn Sino (980-1037) lar boshchilik qilgan.

XI asr boshida Isfaxon shaxrida Ibn Sino (980-1037) rasadxona qurilishiga boshchilik qildi va bu rasadxonaga astronomik, giodezik kuzatish asboblari olib keldi. Kuzatishlar uchun Ibn Sino o'zi asbob-uskuna yasadi. Bu binoda u aniq va qulay hisoblashlar olib bordi. Instrument nomini Isfaxon hunarmandlari Alad-Davla shuhrati bilan atagan edi. Keyinchalik Isfaxonda 1076-yilda Malikshoh Umar Hayyom taklifi bilan rastxona qurirdi.

X asrda Ray shaxridagi Sulton Faxr ad-Davla saroida rasadxona (observatoriya)sida Abu Maxmud Xo'jandiy (1000-yil) astronomik kuzatishlar olib borish uchun asbob-uskuna (instrument) yasadi. Xo'jandiy o'zi yasagan instrumentlarga "Faxriy sekstanti" deb nom berdi va uning diametri 17 m edi.

Marog'aga (Ozorboyjon poytaxti) va Samarqand rasadxonasida kuzatishlar va hisoblashlar olib borishdagi ishlatiladigan sekstant Abu Maxsud Xo'jandiy yasagan Faxriy sekstantning o'lchamlari bilan to'la mos kelar edi, ya'ni uning andozasi edi. Samarqand observatoriyasida ishlatilgan Xo'jandiy sekstanti keyinchalik Hindiston mamlakatining Jaypur rasadxonasida ham ishlatilgan va bunda hind astronomi Savoy Jayxung (1686-1743) kuzatishlar va hisoblashlar olib borgan edi (qarang [2], 46-52 betlar).

Arifmetika sohasida (Son va sonlar ustida amallar). G'iyosiddin Jamshid al-Koshiy yuqorida qayd etilganidek o'nli kasrlarni fanga birinchi bo'lib sistemali ravishda kiritgan. U o'zining "Arifmetika kaliti nomli asarida turli kasrlar: suratlari bir bo'lgan kasrlar, mahraji turli sonlar bo'lgan kasrlar, surat va maxrajlari turli sonlar bo'lgan oddiy kasrlar, ularni yozish usullari, kasrlar ustida amallar bajarish, ularni bir korinishdan ikkinchi korinishga keltirish va boshqalar bayon etilgan.

Bunda J.Koshiy mahrajlari 10, 100, 1000 va hokazo bo'lgan kasrlarni, ya'ni o'nli kasrlarni qaraydi, ularga tariflar beradi, va ular ustida atamalarni kiritadi. Koshiy o'nli kasrlarni yozishda butun qismidan so'ng vertikal chiziq chizib, so'ng kasr qismini yozadi yoki butun qismini bir xil rang bilan, kasr qismini boshqa rang bilan yozadi. O'nli kasrlar ustida amallar, qoidalarini beradi va ularni juda ko'p misollar bilan tushuntiradi. Shunday qilib, Koshiy o'nli kasrlar nazariyasini asoslovchi birinchi olim hisoblanadi.

Shuni takidlash joizki, Yevropada oʻnli kasrlar haqida maʼlumotlar dastlab Koshiydan olganlar, jumladan fransuz matematigi Bonfils.

Oʻnli kasrlarning hozirgi korinishda yozilishiga qadar butun qismidan keyin qavs ichida (0) yozish odat boʻlgan. Masalan, 3,7 ni 3(0)7 korinishda yoki vertikal chiziq bilan ajratilgan (3Gʻ7) yoxud turli rangli siyohda yozilgan. Masalan, butun qismi qora, kasr qismi qizil siyohda yozilgan. Butun qismidan keyin vergul ishorasini qoʻyish nemis olimi I.Kepler (1571-1630) tomonidan kiritilgan.

Al-Koshiy kasr sonni ikkita bir juft sonlarning nisbati koʻrinishda bir necha usul bilan tasvirlash mumkun ekanligini koʻrsatdi.

Al-Koshiy oʻnlik sistemada yozilgan sonlarni koʻpaytirish usulini quydagicha tavsiya qilgan edi

$$(a + b)^n$$

Kasrni kasrga boʻlish masalasi koʻp vaqtlar qiyinchilikka (murakkablikka) olib kelgan. Bunday amalni bajarish Jamshid al-Koshiy tomonidan quyidagicha koʻrsatilgan (tushuntirilgan). Umumiy maxrajga ega boʻlgan ikki kasr sonni boʻlish uchun birinchisining suratini ikkinchisiga boʻlishdan iboratligi koʻrsatilgan. Agar kasrlar umumiy maxrajga ega boʻlmasa, u xolda ularni umumiy maxrajga keltirish qayd etgan va soʻngra boʻlishni birinchi suratini ikkinchisining suratiga boʻlish zarurligi tushuntirilgan, yaʼni

$$(a + b)^n - a^n = C_n^1 b + \dots + b^n .$$

Bundan biz shu kungacha foydalanib kelmoqdamiz.

Algebra sohasida. Gʻ. J. al-Koshiy uch nomalumli ikkita tenglamalar sistemasini butun musbat sonlarda yechish masalasi bilan shugʻullandi. Jumladan

$$C_n^m = C_{n-1}^{m-1} + C_{n-1}^m$$

sistemaning yechimini (hayotiy misolda: xoʻroz, tovuq, joʻja) koʻrsatdi.

Gʻiyosiddin Jamshid al-Koshiy binom $(a+b)^n$ ning yoyilmasi ushbu $(a+b)^2$ koʻrinishda aniqlagan, binom koefficientlarini ketma-ket hisoblash uchun $(a+b)^3$

formulani ko‘rsatdi va binomning 9-darajasigacha bo‘lgan koeffisientlar jadvalini tuzdib ko‘rsatdi (qarang [3], 234 bet, [4], 19-20 betlar).

$(a+b)^n$ ni yoyilmasidagi koeffisientlarni aniqlashni G‘iyosiddin al-Koshiy quyidagi jadvalni tuzib ko‘rsatgan.

1	2	3	4	5	6	7	8
9							
36	8						
84	28	7					
126	56	21	6				
126	70	35	15	5			
84	56	35	20	10	4		
36	28	21	15	10	6	3	
9	8	7	6	5	4	3	2

G‘iyosiddin al-Koshiyning jadvali asosida $(a+b)^n$ ning yoyilmasini yozamiz. Yoyilmasida birinchi va oxirgi had koeffisientlari 1 son deb olib qolganlarini jadvaldan olamiz.

$$\text{Masalan } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3,$$

$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b^3 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$ larni yozamiz. 8-ustundan foydalanib

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

tenglikni (yoyilmani), 7-ustundan foydalanib

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

tenglikni (yoyilmani), 5-ustundan foydalanib

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + a^5$$

tenglikni (yoyilmani) yozamiz. Xuddi shunday 1-ustun sonlari bo‘yicha

$$(a+b)^9 = a^9 + 9a^8b + 36a^7b^2 + 84a^6b^3 + 126a^5b^4 + 126a^4b^5 + 84a^3b^6 + 36a^2b^7 + 9ab^8 + b^9$$

tenglikni (yoyilmani) yozamiz.

Tuzilgan bu jadvalni *G'iyosiddin uchburchagi* deyiladi. Jadvaldagi sonlar simmetrikdir, ya'ni dastlabki va oxirigisi bir xil, ikkinchi va oxiridan bitta oldingisi bir xil va hokazo.

$(a+1)^n - a^n$ ayirma uchun alohida

$$(a+1)^n - a^n = C_n^1 a^{n-1} + C_n^2 a^{n-2} + \dots + 1 \quad (A)$$

ifoda ko'rildi. Bu (A) ifodani *G'iyosiddin al-Koshiy* $\sqrt[n]{a^n + r}$ ildizni hisoblash uchun ko'rsatdi. *G'iyosiddin al-Koshiy* sonidan n -darajali ildiz chiqarish uchun

$$\sqrt[n]{a^n + r} \approx a + \frac{r}{(a+1)^n - a^n}$$

taqribiy formulani beradi. Kvadrat ildiz uchun

$$\sqrt{a^2 + r} \approx a + \frac{r}{2a+1}$$

formulani ko'rsatadi.

Masalan: 44240899506197 sonidan 5 darajali ildiz chiqarishni *G'iyosiddin al-Koshiy* bajargan ishning asl nusxasini keltiramiz.

*G'iyosiddin al-Koshiy*ning hisobi bo'yicha

$$\sqrt[5]{44240899506197} \approx 530 \frac{21}{414237740281}$$

irratsional ildizni yanada aniqroq hisoblash uchun

G'iyosiddin al-Koshiy

$$\sqrt[n]{N} = \frac{\sqrt[n]{10^{2n} N}}{10^n}$$

formuladan foydalanishni tavsiya qiladi. Kasr ko'rinishdagi irratsionallikdan ildizni topish uchun

$$\sqrt[n]{\frac{M}{N}} = \frac{\sqrt[n]{N^{n-1}M}}{N}$$

tenglikdan foydalanadi. Gʻiyosiddin al-Koshiyning aralash sonlardan ildiz chiqarishi va uning aniqligini oshirishi harakterli xususiyatga ega.

Masalan: $7\frac{1}{6}$ sonidan kvadrat ildiz chiqarishni dastlab $\sqrt{4+3\frac{1}{6}} \approx 2\frac{19}{30}$ deb hisoblaydi.

Soʻngra bu hisobni $\sqrt{\frac{43}{6}} = \frac{\sqrt{258}}{6} = \frac{\sqrt{256+2}}{6} \approx 2\frac{67}{99}$ koʻrinishda bajaradi.

Haqiqatdan ham, birinchi hisobda hatolik 0,04 atrofida boʻlib, ikkinchi hisobda 0,004 atrofidadir. Gʻiyosiddin al-Koshiy muntazam koʻpburchaklarning qirrasini katta aniqlikda hisoblaydi.

Masalan, $\sqrt{2}, \sqrt{6}, \frac{1}{\sqrt{3}}$ sonlarni 60^{-5} gacha aniqlikda bajaradi va bu $1,5 \cdot 10^{-9}$ aniqlikka mos keladi. Biz Gʻiyosiddin al-Koshiyda

$$\frac{1}{2\sqrt{5}}\sqrt{10(5-\sqrt{5})} \approx 1^{\circ}10'32''3'''13''''55'''''$$

va

$$\frac{1}{6}(\sqrt{15}-\sqrt{13}) \approx 0^{\circ}21'24''33'''34''''55'''''$$

hisoblarni koʻramiz. Mirzo Ulugʻbek rasadxonasida bu hisoblardan yulduzlar jadvalini tuzishda foydalanadi. Bunday hisoblar trigonometrik va geometrik hisoblashlarda bajarilgan, yaʼni astronomik kuzatishlarda hisoblashlar yetarlicha aniqlikda bajargan.

Algebraning geometrik tatbiqlari va uning tez rivojlanishi irratsionallikni hisoblashlar eng avvalo butun va kasr sonlardan kvadrat ildiz chiqarish keng miqyosda ilmiy, ilmiy- va amaliy tekshirishlarda juda zarur boʻlgan edi.

1706

صنف العدد	ماتر العدد وهو صنف المال	مال العدد وهو صنف الكس	رابع العدد وهو صنف المال	صنف النسخ
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9
10	10	10	10	10
11	11	11	11	11
12	12	12	12	12
13	13	13	13	13
14	14	14	14	14
15	15	15	15	15
16	16	16	16	16
17	17	17	17	17
18	18	18	18	18
19	19	19	19	19
20	20	20	20	20
21	21	21	21	21
22	22	22	22	22
23	23	23	23	23
24	24	24	24	24
25	25	25	25	25
26	26	26	26	26
27	27	27	27	27
28	28	28	28	28
29	29	29	29	29
30	30	30	30	30
31	31	31	31	31
32	32	32	32	32
33	33	33	33	33
34	34	34	34	34
35	35	35	35	35
36	36	36	36	36
37	37	37	37	37
38	38	38	38	38
39	39	39	39	39
40	40	40	40	40
41	41	41	41	41
42	42	42	42	42
43	43	43	43	43
44	44	44	44	44
45	45	45	45	45
46	46	46	46	46
47	47	47	47	47
48	48	48	48	48
49	49	49	49	49
50	50	50	50	50
51	51	51	51	51
52	52	52	52	52
53	53	53	53	53
54	54	54	54	54
55	55	55	55	55
56	56	56	56	56
57	57	57	57	57
58	58	58	58	58
59	59	59	59	59
60	60	60	60	60
61	61	61	61	61
62	62	62	62	62
63	63	63	63	63
64	64	64	64	64
65	65	65	65	65
66	66	66	66	66
67	67	67	67	67
68	68	68	68	68
69	69	69	69	69
70	70	70	70	70
71	71	71	71	71
72	72	72	72	72
73	73	73	73	73
74	74	74	74	74
75	75	75	75	75
76	76	76	76	76
77	77	77	77	77
78	78	78	78	78
79	79	79	79	79
80	80	80	80	80
81	81	81	81	81
82	82	82	82	82
83	83	83	83	83
84	84	84	84	84
85	85	85	85	85
86	86	86	86	86
87	87	87	87	87
88	88	88	88	88
89	89	89	89	89
90	90	90	90	90
91	91	91	91	91
92	92	92	92	92
93	93	93	93	93
94	94	94	94	94
95	95	95	95	95
96	96	96	96	96
97	97	97	97	97
98	98	98	98	98
99	99	99	99	99
100	100	100	100	100

Рис. 59. Извлечение корня пятой степени из числа 44240899506197. Из «Ключа арифметики» ал-Кашани (лейденская рукопись 1554 г.).

2-rasm. Al-Koshiyning “Arifmetika kaliti” kitobidagi
sondan 5-darajali ildiz chiqarish
1554 yil, Leydendagi (Germaniya) qo‘lyozmasi.

Al-Koshi sonlarni darajaga ko‘tarish va ildizlarga doir quydagi amallarni ko‘rsatgan (“Arifmetika kaliti “asarida)

$$a^0 = 1, a^m \cdot a^n = a^{m+n}, a^m : a^n = a^{m-n}, \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[mn]{a^m \cdot b^n} = \sqrt[mn]{a^m b^n}$$

$$10^{-10} \leq 10^n \leq 10^{10}, n=1,2,3,\dots,9,10.$$

Al-Koshi sonlarning darajalar yig‘indisini hisoblashda muhim kashfiyotlar qildi. Jumladan

$$\sum_{k=1}^n k^4 = \left(\frac{n}{5} + \frac{1}{5}\right)n\left(n + \frac{1}{2}\right)\left[(n+1)n - \frac{1}{3}\right].$$

Ildizlarni taqribiy hisoblashda aniqlikni oshirish uchun har xil usuldan foydalandi

$$\sqrt[5]{44240899506197} \approx 536 \frac{21}{414237740281}$$

$$\sqrt{4 + 3\frac{1}{6}} \approx 2\frac{19}{30}$$

$$\sqrt{\frac{43}{6}} \approx \frac{\sqrt{296}}{6} = \frac{\sqrt{256} + 2}{6} \approx 2\frac{67}{99}.$$

Oxirgi ikki xisoblashda ikkinchi hisob birinchisiga nisbatan yanada aniqroqdir.

Al-Koshiy to‘rtinchi darajali tenglamalarni yechish bilan shug‘ullanib 70 xil ko‘rinishdagi tenglamalarni yechgan. Undan oldin hech kim va hatto zamonasidagilardan birortasi bunday masala bilan shug‘ullangan emas.

Al-Koshiy ushbu

$$x = \frac{q + x^3}{p}$$

uchinchi darajali tenglamani taqribiy yechish usulini ko‘rsatdi. Bunda nomalumni

$$x=a+b+c+\dots$$

ko‘rinishda izlash usulini bayon etdi, ya’ni interatsiya metodini (ketma-ket yaqinlashtirish) ko‘rsatdi.

Shu kungacha va hozir ham shu usuldan keng foydalanilmoqda. Uning usuli tez va qulay hisoblash usulidan iborat edi. Bu esa keyinchalik yaratilgan Ruffinji-Gorner usulidan ba’zi holatlarda afzal edi.

Eslatib o‘tamiz: Ushbu

$$x^3 + y^3 = z^3$$

uchinchi darajali tenglamani X asrda yashagan Abu Maxmud Xo‘jandiy butun sonlarda yechib bo‘lmasligini ko‘tsatgan edi, ya’ni tenglamani qanoatlantiruvchi x, y, z butun sonlar mavjud emasligini isbotlagan edi (qarang [3], 225 bet).

Geometriya sohasida. Donishmandlar aylana uzunligini uning diametriga nisbatini ya’ni π sonini hisoblash bilan qadim zamondan shug‘ullangan. Ular hisoblashni har xil usullar bilan bajargan.

Al-Koshiy o‘z usuli bilan bunday hisoblashni juda katta aniqlikda bajargan. Undan oldin o‘tgan donishmandlar bunday natijaga erisha olmagan. Al-Koshiy

$$2\pi=6,2831853071795805$$

hisobni hosil qilgan. Bundan

$$\pi=3,14159265358979325$$

sonni, yani verguldan keyingi 17 ta raqam hosil qilgan. (V-asrda Xitoyliklar 7 ta raqam ko‘rsatgan). Bu sonni hisoblashda u aylanaga ichki chizilgan muntazam ko‘pburchakdan foydalanadi. Bunda u aylanaga ichki chizilgan muntazam uchburchakni ko‘p marta ikkilantirish usuli bilan bajargan. Aylanaga ichki chizilgan muntazam $3 \cdot 2^{28}$ tomonli ko‘p burchak orqali hisoblashni bajargan.

Agar biz $3 \cdot 2^{28} = 805306368$ ekanligini etiborga olsak Al-Koshiyning nihoyatda murakkab geometrik hisoblashni bajarganini ko‘ramiz ([5] ga qarang).

Umuman Al-Koshiy aniqlikni juda oshirish maqsadida $3 \cdot 2^n$ muntazam ko‘p burchakdan foydalanish tavsiya etadi. Bu tavsiyadan foydalanib Yevropaliklar: Romen (1597), Seytlei (1615) da 32 ta raqam hosil qilgan. Bu π sonini hozirgi hisoblash texnikasi yordamida verguldan keyin 1011196691 ta o‘nli raqam bilan hisoblangan.

Buni D. Gudkovskiy va G.Gudkovskiylar 1989 yilda Cray-2-IBM-3040 EHMda hosil qilgan ([4], 56-bet).

Al-Koshiy muntazam ko‘p burchaklarning qirralarini juda katta aniqlik bilan hisoblagan va bu sohada o‘zidan oldingilardan yuqori turadi. Masalan (Yushkevich) Al-Koshiy muntazam n-burchaklarning

$n=5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16$ bo'lganda yuzalarning tomonlar kvadratiga nisbatini katta aniqlik bilan hisoblab ularning jadvalini tuzgan. Hisoblashlarda aniqlikni 10^{-6} gacha olib borgan. Al-Koshiyning “Arifmetika kaliti” asarida figuralarning elementlarini o'lchash (hisoblash) mavjud bo'lib Al-Xorazmiyning o'lchashlariga (hisoblashlariga) nisbatan juda yuqori darajada aniqlik bilan bajargan va undan yana ko'p malumotlar keltirilgan.

Al-Koshiy sharsimon jismlarning hajmlarini hisoblash bilan bir qatorda og'ma silindr, konus va to'la jismlarni ko'rib o'tgan (kesilgan konus, kesimida romb bo'lgan holat va boshqa holatlarni qaragan). Al-Koshiy 5 ta muntazam jismlar va 2 ta yarim muntazam ko'pyoqlarning sonli xarakteristikasini ko'rsatuvchi maxsus jadval tuzgan ([5] ga qarang).

Trigonometriya sohasida. Al-Koshiy ixtiyoriy uchburchak uchun birinchi marta fanda

$$a^2 = (b \pm c \cdot \cos A)^2 + c^2 \cdot \sin^2 C$$

formulani kashf qildi. Bunda a, b, c uchburchak tomonlari bo'lib, A esa a tomon qarshisidagi burchakdan iborat va “+” yoki “-” ishorada A burchakk qarab olinadi (o'tkir yoki o'tmas). Yuqoridagi formuladan hozirgi kunda va shu vaqtgacha kosinuslar teoremasi deb ataluvchi

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

formula hosil bo'ladi. Demak shu kunlarga fanda foydalanib kelinayotgan kosinuslar teoremasi al-Koshiy tomonidan kash etilgan.

Sinuslar teoremasi deb ataluvchi

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

formula X asrda Abu Maxmud Xo'jandiy tomonidan kash qilingan edi. Biz shu kunlarda bu teoremalardan keng foydalanmoqdamiz.

Trigonometrik formulalar apparati asosida al-Koshiy uchburchakning yuzini hisoblash maqsadida uchburchakka ichki chizilgan aylana radiusi uchun

$$r = \frac{b \cdot c \cdot \sin A}{a + b + c} \quad (1)$$

formulani isbotladi.

Bu (1) formula asosida uchburchak yuzi uchun

$$s = \frac{b \cdot c \cdot \sin A}{2} \quad (2)$$

formulani kashf qildi.

Bu (1), (2) formulalardan hozir ham foydalanmoqdamiz.

Trigonometrik funksiyalarning qiymatlar jadvalini tuzish va osmon yulduzlarning jadvalini tuzishda, ya'ni "Zij" larni tuzishda $\sin 1^\circ$ ni hisoblash diqqatga sazovordir.

Shu maqsada al-Koshiy

$$\sin 1^\circ \approx 0,017452406437283571$$

hisobni juda katta aniqlik bilan bajargan.

G'. J. al-Koshiy muntazam n-burchaklar yuzlarining ularning tomonlariga nisbati

$$\frac{n}{4} \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{\pi}$$

dan iborat ekanligini nq 5,6,7,8,9,10,12,15,16 uchun isbotladi.

Tadbiqlar sohasida. Al-Koshiy kasr sonlarning xalq orasida (hayot-turmushda) tatbiqlarini ko'rsatadi.

Masalan: 1dinar q60 danga q60 ashair.

Bunda "dang" sozi ruscha "denga" so'ziga mos kelib pul birligida $\frac{1}{2}$ tiyin bildirgan. Danga, tasuj, ashair bu o'rta asrda og'rlik o'lchovi va pul o'lchovi bo'lib $\frac{1}{6}, \frac{1}{24}, \frac{1}{96}$ birlikdan hosil qilingan. Dinar, dirxam va boshqalarda oddiy kasrlar ishlatilgan. Bunda oddiy kasrni danga, tasuj, ashairga o'tkazishni va aksinchasini o'rgatgan (tushuntirgan). Jumladan

$$\frac{5}{7} = \frac{30:7}{6} = \frac{4}{6} + \frac{8 \cdot 7}{24} = \frac{4}{6} + \frac{1}{24} + \frac{4:7}{96} = 4 \text{ danga } 1 \text{ tasuj } \frac{4}{7} \text{ ashair.}$$

Al-koshiy ko'pgina holatlarda masalalarni algebraik usulda yechadi va ba'zi holatlarda trigonometrik formulalarni tatbiqlaydi.

Shu kunlarda biz ham shu usulda masalalarni yechamiz.

Al-Koshiy qurilishlarga rahbarlik qilib madrasalar, maqbara va boshqa binolar qurilishida va ularni bezashda murakkab geometrik figuralarni tatbiqlaydi va murakkab hisoblashlarni bajaradi. Jumladan arklar, peshtoqlar, gumbazlarni bezashda ko‘pyaproqli sistemani tatbiqlaydi, ya’ni bir-biriga chirmashib turuvchi ko‘pyoqli to‘g‘ri prizmalarni yoki egri yoqli, egri qirrali figuralarni tatbiqlaydi (koshinlar, shiftlar, hoshiyalar va boshqalarda) (qarang [6]).

Al-Koshiy o‘zidan oldin o‘tganlarning π soni uchun hosil qilgan

$$3\frac{1}{7} < \pi < 3\frac{10}{7}$$

chegaralanishni analiz qiladi va bu katta xatolik $\frac{1}{497}$ gat eng deb qaraydi. Bu esa Yerning katta doira aylanasi tebranishi 5 forsang (5 forsang = $5 \cdot 6 \text{ km} = 30 \text{ km}$), qo‘zg‘almas yulduzning katta doira aylanasi tebranishi 300000 forsang ($300000 \cdot 6 \text{ km} = 1800000 \text{ km}$) bilan chegaralanish ekanligini qayd qiladi.

Bu xato va kamchiliklarni tuzatish uchun u o‘zidan oldingilarni hisoblash usulidan farq qiluvchi usulini yaratdi. Bu yerda u al-Beruniy hisoblarining kamchiliklarni ko‘rsatib o‘tadi.

Diqqatga sazovor bo‘lganlaridan biri, u diametri Yer diametridan 600000 marta katta bo‘lgan aylanani olib qaraydi va chegaralanish ot qili tolasining qalinligidan oshmasligini ko‘rsatadi.

Al-koshiy Yer diametrini 2485 forsang, katta doira aylana uzunligini taxminan 8000 forsang deb qaragan. Qo‘zg‘almas yulduz sferasining radiusini 70073,5 Yer diametriga taxminan teng deb qaragan. O‘sha vaqtda

1 forsang = 12000 lokt (6 km atrofida)

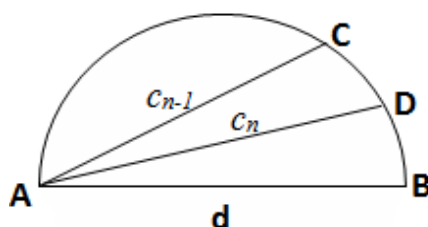
1 lokt (50 sm atrofida) = 24 dyum yoki (24 barmoq)

1 dyum (1 barmoq) = 6 ta arpaning o‘rtacha eni

1 ta arpaning o‘rtacha eni = 6 ta ot qilining qalinligi $\approx \frac{1}{2}$ mm.

Al-Koshiy radiusi 60 ga teng bo‘lgan va $120^0, 150^0, 165^0, \dots, a_n = 180^0 - \frac{60}{2^{n-1}}$

aylana yoylariga mos bo‘lgan $c_1, c_2, \dots, c_n$ vatarlarni qaraydi (shaklga qarang)



Bu yerda $d=AB$ diametr, $BC = \alpha$, $d=2r$.

Bu shaklg asosan c_n vatarlar va r radius uchun

$$c_n = \sqrt{r(2r + c_{n-1})}$$

formulani hosil qiladi. Bu hisoblashlarda $\alpha=2\varphi$, $d=2$ bo'lganda

$$\sin(45^\circ + \frac{\alpha}{2}) = \sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{2}} \quad (K)$$

formula hosil qolongan.

Bunday formulani Lambert 1770 yilda hosil qiladi. Demak Lambert 300 yil kyeyin ham al-Koshiydek natijaga ega bo'la olmagan, chunki (K) formula al-Koshiy ishlarining bir xusuiy xolidir.

Al-Koshiy yaratgan iteratsion metod (ketma-ket yaqinlashtirish) transsendent tenglamalarni yechishda (astronomik tenglamalarni yechishda) tatbiqlandi. Masalan

$$t = \theta - m \sin \theta$$

astronomik tenglamaga tatbiq etildi bunda t , m berilgan miqdorlar θ noma'lumni topish masalasi turadi va bundan astranom Kepler (XVII asr) foydalandi.

2.1. Al-Koshiyning binom formulasi

Quyidagi ifodalar bizga ma'lum

$$(a+b)^1 = a+b \quad (3.1)$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (3.2)$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad (3.3)$$

a va b koeffitsientlarga e'tibor beramiz. (3.1)-formulaning chap tomonidagi koeffitsientlar 1 va 1. Bu fakti $C_1^0=1, C_1^1=1$ deb yozamiz, bu yerda C_n^m n elementdan m tadan tuzilgan kombinatsiya sonidir. (3.3) formuladagi koeffitsientlar $C_3^0=1, C_3^1=3, C_3^2=3, C_3^3=1$ ko'rinishda yozish mumkin.

Endi (3.2) va (3.3) larni quyidagi ko'rinishda yozamiz.

$$(a+b)^2 = C_2^0 a^2 + C_2^1 ab + C_2^2 b^2$$

$$(a+b)^3 = C_3^0 a^3 + C_3^1 a^2 b + C_3^2 ab^2 + C_3^3 b^3$$

Bu tengliklar bizga n chi darajali n son uchun quyidagi formulani yozishga asos bo'ladi.

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b^1 + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n \quad (3.4)$$

Buni biz matematik induksiya orqali isbotlashimiz mumkin.

nq1 da (3.4)-quyidagi ko'rinishni oladi

$$(a+b)^1 = C_1^0 a + C_1^1 b$$

ya'ni (3.1)- tenglik.

Faraz qilaylik (3.4) nqm da isbotlangan, ya'ni quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi deb hisoblaymiz.

$$(a+b)^m = C_m^0 a^m + C_m^1 a^{m-1} b^1 + C_m^2 a^{m-2} b^2 + \dots + C_m^m b^m \quad (3.5)$$

(3.4) formulani $n=m+1$ da ham to'g'riligini isbotlaymiz.

Buning uchun (3.5) ning ikkala qismi $(a+b)$ ga ko'paytiriladi.

$$\begin{aligned} (a+b)^{m+1} &= (C_m^0 a^m + C_m^1 a^{m-1} b^1 + C_m^2 a^{m-2} b^2 + \dots + C_m^m b^m)(a+b) = \\ &= C_m^0 a^{m+1} + (C_m^0 + C_m^1) a^m b + (C_m^1 + C_m^2) a^{m-1} b^2 + \dots + C_m^m b^{m+1} \end{aligned} \quad (3.6)$$

C_m^k xossasini e'tiborga olamiz (bu xossalar al-Koshiy ishlarida uchraydi).

$$C_m^0 = C_{m+1}^0 = 1, \quad C_m^m = C_{m+1}^{m+1} = 1, \quad C_m^k + C_m^{k-1} = C_{m+1}^k.$$

U holda (3.6) – tenglik quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi.

$$(a+b)^{m+1} = C_{m+1}^0 a^{m+1} + C_{m+1}^1 a^m b + C_{m+1}^2 a^{m-1} b^2 + \dots + C_{m+1}^{m+1} b^{m+1} \quad (3.7)$$

(3.7)- tenglik nqmQ1 da (3.4) –formuladan iborat.

Yuqoridagi (3.4)-formula binom formulasi deyiladi.

Isbotlangan (3.4) formula Markaziy Osiyo matematiklari Umar Xayyom (1040-1123) ishlarida ham uchraydi va yana buni XV asrda yashagan Samarqanddagi Ulug‘bek observatoriyasida yetakchi xodim bo‘lgan G‘iyosiddin Jamshid al-Koshiy (Chustiy) takomillashtirgan va shu ko‘rinishga keltirgan. Keyinchalik ingliz matematigi I. Nyuton (1643-1727) o‘z ishlaridan bu formuladan ko‘p foydalangan va (3.4) formulada n son kasr son bo‘lishi va manfiy son bo‘lishi mumkinligini qayd etgan. Lekin kasr son holati uchun qat‘iy isbotini bera olmagan. Musbat ratsional sonlar uchun (3.4) formulaning isbotini italyan matematigi Yakob Bernulli (1654-1705) bergan.

2.2. Kasr va manfiy ko‘rsatkichli binom formulasi

Shu narsani aytishimiz kerakki (3.4)-formula Umar Xayyom (1040-1123)ga ham ma’lum edi. Bu yo‘nalishdagi ishlar o‘rta Osiyolik olim G‘iyosiddin Jamshid al-Koshiy (Chustiy) (1420 yy.) asarlarida uchraydi. Ingliz matematigi Nyutonning hissasi shundaki u (3.4) formulani manfiy va kasr ko‘rsatkichlari bo‘yicha isbotlab beradi. Lekin aniq isbotlab bermagan. Butun musbat ko‘rsatkichli sonlar uchun italyan matematigi Yakob Bernulli (1654-1705) tomonidan isbotlangan, manfiy va kasrli ko‘rinishlar uchun (3.4) formula quyidagicha yoziladi.

$$(a+b)^\alpha = \binom{\alpha}{0} a^\alpha + \binom{\alpha}{1} a^{\alpha-1} b + \binom{\alpha}{2} a^{\alpha-2} b^2 + \dots + \binom{\alpha}{n} a^{\alpha-n} b^n + \dots \quad (3.8)$$

bu yerda $\alpha > 0$

$$\binom{n}{\alpha} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\dots(\alpha-(n-1))}{n!}, \quad \alpha \neq 0$$

2.3. G'ITYOSIDDIN AL-KOSHIY UCHBURCHAGI

Ushbu butun sonlarni olib qaraymiz:

$$d_0, d_1, d_2, \dots, d_n. \quad (5.1)$$

Bu sonlardan quyidagi sonlarni tuzamiz:

$$s_0, s_1, s_2, \dots, s_{n+1}$$

$$\left. \begin{array}{l} s_0 = d_0 \\ s_1 = d_1 + d_2 \\ s_2 = d_2 + d_3 \\ s_3 = d_3 + d_4 \\ \dots\dots\dots \\ s_{n-1} = d_{n-1} + d_n \\ s_n = d_n \end{array} \right] \quad (5.2)$$

Bu (5.2) dan

$$s_0 + s_1 + s_2 + \dots + s_{n+1} = 2(d_0 + d_1 + d_2 + \dots + d_n)$$

ekanligi ko'rinib turibdi.

Ta'rif 5.1. Agar (5.1) sonlar sistemasi uchun

$$d_k = d_{n-k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n \quad (5.3)$$

tenglik bajarilsa, u holda (5.1) sonlar sistemasi simmetrik sonlar deyiladi.

Agar (5.1) simmetriksonlarbo'lsa, u holda (5.2) ham simmetriksonlarbo'ladi, ya'ni

$$s_k = s_{(n+1)-k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n+1. \quad (5.4)$$

Endi faqat bitta 1 son olib

$$s_0 = d_0 = 1$$

deb yozamiz va buni nolinchi qator deb ataymiz. Bundan (5.2) ketma-ketlik bo'yicha

$$s_0, s_1$$

qatorni tuzamiz, bunda $s_0 = d_0 = 1$, $s_1 = d_0 = 1$ dan iborat (chunki $s_{n+1} = d_n$ bo'lgani uchun bizda $s_1 = d_0 = 1$ bo'ladi). Shunday qilib

$$1, 1$$

qatorni tuzdik. Buni birinchi qator deb ataymiz. Bu birinchi qatorni $d_0 = 1$, $d_1 = 1$ ($s_2 = d_1$) deb qarab (5.2) bo'yicha $s_0 = 1$, $s_1 = 2$, $s_2 = 1$ (chunki (5.2) ning oxirgisi $d_n = s_{n+1}$ ga asosan $1 = d_1 = s_2$). Shunday qilib biz

$$1, 2, 1$$

qatorni hosil qildik. Buni ikkinchi qator deb ataymiz. Bu oxirgi qatordan (5.2) ketma-ketlik tuzamiz.

$$s_0 = 1, s_1 = 3, s_2 = 3, s_3 = 1$$

(chunki $s_{n+1} = d_n$, bizda $d_0 = 1$, $d_1 = 2$, $d_2 = 1$ bo'lganidan $s_3 = d_2 = 1$). Shunday qilib

$$1, 3, 3, 1$$

qatorni hosil qildik. Buni uchinchi qator deb ataymiz. Shunday qilib to'rtinchi qatorni tuzamiz. U esa

$$1, 4, 6, 4, 1$$

ketma-ketlikdan iborat bo'ladi. Bu jarayonni davom ettiramiz. Hosil qilinayotgan qatorlardan keying qatorda sonlar miqdori undan oldingi qatordagi sonlar miqdoridan bitta ortiq.

Masalan: ikkinchi qatorda 3 ta son bor bo'lib uchunchi qatorda 4 ta son bor.

Buni umumlashtirib n -qatorda $(n+1)$ ta son bo'ladi deb tasdiqlaymiz. Shu bilan birga bu sonlarning yig'indisi 2^n ga teng deb tasdiqlaymiz.

Haqiqatan ham: 1) ikkinchi qatorda turuvchi sonlar yig'indisi

$$1 + 2 + 1 = 2^2;$$

1) uchinchi qatorda turuvchi sonlar yig'indisi

$$1 + 3 + 3 + 1 = 2^3$$

Bu mulohazalar bilan birga ixtiyoriy qatorda turuvchi sonlar simmetrikdir ((3) ga qarang), ya'ni birinchi o'rinda turuvchi son va oxirgi o'rinda turuvchi son bir xil va ikkinchi o'rinda turuvchi son bilan oxirgidan bitta oldinda turuvchi son bir xil (teng).

Yuqoridagi sonlar qatorini quyidagicha jadvalga joylashtiramiz (1-jadval).

10 ta qator va 19 ta ustundan iborat katak chizamiz.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Qator o'rni
0										1										Nolinchi
1									1		1									Birinchi
2								1		2		1								Ikkinchi
3							1		3		3		1							Uchinchi
4						1		4		6		4		1						To'rtinchi
5					1		5		10		10		5		1					Beshinchi
6				1		6		15		20		15		6		1				Oltinchi
7			1		7		21		35		35		21		7		1			Yettinchi
8		1		8		28		56		70		56		28		8		1		Sakkizinchi
9	1		9		36		84		126		126		84		36		9		1	To'qqizinchi

Yuqorida hosil qilingan nolinchi qatordagi 1 sonni 10-ustunga yozamiz. So'ngra birinchi qatordagi 1 va 1 sonlarni 9 va 11-ustunlarga yozamiz. Ikkinchi qatordagi 1, 2, 1 sonlarni mos ravishda 8-ustun, 10-ustun, 12-ustunga yozamiz. Xuddi shunday uchinchi, to'rtinchi qatorlarni yozamiz. Beshinchi qatordagi sonlarni yozishda 5-qator, 5-ustunga 1 o'zi, 4-qatordagini 6-ustundan 1

sonni va 8-ustundan 4 sonni qo‘shib $1+4=5$ soni 5-qatorning 7-ustuniga yozamiz. 4-qatorning 8-ustunidagi sonni va 10-ustundagi 6 sonni qo‘shib $4+6=10$ sonni 5-qatorning 9-ustuniga yozamiz. 4-qatorning 10-ustunidagi 6 sonni va 12-ustundagi 4 sonni qo‘shib $6+4=10$ sonni 5-qatorning 11-ustuniga yozamiz. 4-qatorning 12-ustunidagi 4 sonni va 14-ustundagi 1 sonni qo‘shib $4+1=5$ sonni 5-qatorning 13-ustuniga yozamiz. Nihoyat 5-qatorning 15-ustuniga 1 yozamiz.

Endi ixtiyoriy qatorning sonlarini yozish qiyin emas. Bu jadvaldagi sonlarning hosil bo‘lishidan ko‘rinib turibdi, chunki $(n+1)$ -qatordagi sonlar n -qatordagi sonlar asosida aniqlanadi va yozish tartibi yuqoridagi muhokama asosida bajariladi.

Tuzilgan bu jadvalni *G‘iyosiddin uchburchagi* deyiladi. Jadvaldagi sonlar simmetrikdir, ya’ni dastlabki va oxirgisi birxil, ikkinchi va oxiridan bitta oldingisi bir xil va hokazo. Bu esa (5.3) tenglikning bajarilishini ko‘rsatadi.

§ 3. Ali Qushchining matematik merosi.

XV asrda Samarqandda dono va ma’rifatparvar hokim deb shuxrat qozongan Ulug‘bek (1394-1449) saroyida ijod qilgan yirik olimlar ichida uning shogirdlari Aloviddin Ali ibn Muhammad Qushchi alohida o‘rin tutadi. U ilmi riyoziyot (matematika) va ilmi falakkiyot (astronomiya) bo‘yicha istedodli olim bo‘lib, O‘rta Osiyo va Turkiya fani tarixida chuqur iz qoldirdi. Olim hayotining so‘nggi yillari Turkiyada o‘tdi.

Ali Qushchi asli Samarqandlik bo‘lib, ba’zi tarixchilar fikricha 1402 yilda tug‘ilgan, lekin bu sana aniq emas. Uning otasi Ulug‘bekning bobosi-Amir Temur saroyida xizmat qilgan yuqori toifadagi amaldorlardan. Ba’zi ma’lumotlarga ko‘ra u ov boshlig‘i bo‘lgan, shuning uchun ham “Qushchi” taxallusini olgan. Bu to‘g‘risida boshqa fikrlar ham bor. Yosh Ali Ulug‘bekning sevikli shogirdi bo‘lgan. Shuning uchun ham bu taxallusni olgan bo‘lishi mumkin.

Qushchi Xitoyga safar qilgan va elchi lavozimida ishlagan. Safardan qaytgach, Ali Qushchi Xitoy tarixi va jo'g'rofiyasi haqida asar yozgan. Bu risola muallifga katta shuxrat keltirgan va XVI asrda ikki marta turk tiliga tarjima qilingan.

Yaqin vaqtgacha Ulug'bek vafotidan so'ng Ali Qushchi tezda Samarqandni tark etgan deb hisoblanardi. Hatto bir rivoyatga ko'ra, Ali Qushchi o'zi bilan Ulug'bek kutubxonasidagi ko'p nodir kitoblarni olib ketgan va yo'lda ularni yerga ko'mishga majbur bo'lgan, chunki orqasidan quvib kelayotgan navkarlardan ularni asramoqchi bo'lgan. Arxeologlarimiz rivoyatga ishongan holda bu asarlarni topish maqsadidq qazish ishlarini olib borganlar.

Yaqinda tarixchilar tomonidan topilgan hujjatlar bu rivoyatlar haqiqatga to'g'ri kelmasligini isbotladilar. Ularning bergan ma'lumotlariga ko'ra, Ali Qushchi ko'p vaqtgacha Samarqandda istiqomat qilgan ekan.

1472-yili Ali Qushchi sulton sharafiga atab "Kitob al-Muhammadiya" deb nomlangan ilmi riyoziyotga oid risolani yozgan va unga taqdim etgan. Bu ishi uchun u mukofot tariqasida har oyda olinadigan ikki yuz dirham pul (kumush tanga) bilan taqdirlangan.

Ali Qushchi o'zi bilan birga Istanbulga Ulug'bek kutubxonasidagi ko'p nodir kitoblarni olib kelgan. Ular ichida buyuk ilmi riyoziyotchi olim Abu-L-Vafo al-Buzjoni (940-989) qalamiga mansub ilmi handasa (geometriya) ga oid risola ham bor.

Mirim Chalabiy va Nizomiddin Birjondiy sharhlari Samarqand ilmi falakkiyotchilarini, xususan bu mualliflarga ustozlik qilgan Ali Qushchi shuxratini yanada kengroq olamga taratdi.

Ali Qushchi o'z talabalariga ma'ruza o'qiyotgan paytda Ulug'bek, uning xodimlari va Samarqanddagi ilmi falakkiyot rasadxonasi haqida atroflicha so'zlar edi. Shubxasizki, rasadxonaning asosiy asbobi –kvadrant haqida ma'lumot bergan va uning radiusi Aya Sofiya kutubxonasi balandligiga tengligi ta'kidlangan. Keyinchalik bu ma'lumotlarni ilmi falakkiyot tarixi bilan shug'ullanuvchi barcha mutaxassislar takrorlashgan.

Ali Qushchi sharofati bilan Turkiyada Samarqand olimlarining ilmi riyoziyotdan yutuqlari ommalashdi. Masalan XV asrda ilmi riyoziyotda yunon tilida yozilgan qo'lyozmada kasrlarda hisoblangan masala va misollar bor. Unda yozilishicha "o'nli kasrlarni mamlakatga turklar olib kelishgan".

Fan tarixidan ma'lumki, ilmi riyoziyotga birinchi bo'lib o'nli kasrlarni Jamshid G'iyosiddin al-Koshiy o'zining "Aylana haqidagi risola" ("risola al-muhitiya") kitobiga kiritgan. Ravshanki, o'nli kasrlarga oid bilimlar Ali Qushchi yordamida Samarqanddan Turkiyaga o'tgan.

Ali Qushchining birinchi kitobi 1417-yilda Kermon shahrida ta'lim olayotgan vaqtida yozilgan. Unda buyuk qomuschi olim, ilmi riyoziyot va ilmi falakkiyot fanlari tarixida chuqur iz qoldirgan. Nasiriddin Tusiy (1201-1274) qalamiga mansub falsafaga oid bir risolaning tushunilishi qiyin bo'lgan qismlari tushuntirilgan va sharhlab berilgan. Demak, yoshlik chog'larida u o'zini qobiliyatli va ijodiy izlanuvchi olim sifatida ko'rsata olgan.

1425-yilda Samarqandda u ilmi riyoziyotga doir risola yozgan. Bu asar XVI-XVIII asrlarda yashagan sharq olimlari o'rtasida keng tarqalagan. Ali Qushchi qo'lyozmalari Ovro'pa, Osiyoning ko'pgina shaxarlarida, jumladan Toshkent kutubxonalarida ham saqlanmoqda. Bu qo'lyozma turlicha nomlanib, ko'p hollarda "Risolai hisob", ba'zan "Risola dar ilmi hisob", "Mizan al hisob" nolari bilan tanilgan. Ammo risolalar mazmuni deyarli bir xil. Bu kitob O'rta Osiyo, Eron Hindiston, Turkiyada mashxur bo'lgan "Xulosat ul-hisob" risolasi muallifi Bahovuddin al-Omiliy (1547-1622) ta'sir etgan.

Bundan tashqari Ali Qushchi "geometriyadan risola" ("risola dar handasa") hamda "arifmetik qoidalar va geometrik ko'rsatmalar" ("risola fi-qavayt al hisobiya va -l-dalail al handasiya") kitoblarini ham yozgan. Ularning qo'lyozmalari bor. Ayniqsa Ali Qushchi o'zining ilmiy falakkiyotga doir asarlari bilan shuxrat qozongan. U Ulug'bek rahnamoligida yozilgan "Zijji Ko'ragoniy" mualliflaridan biri edi. Ali Qushchi bu kitobga sharxlar ham yozgan.

Ko'p qo'lyozma nushalarida bizgacha yetib kelgan "Risola dar falakkiyot" kitobi ommabop hisoblanadi. Ba'zi qo'lyozmalari bu asar "Risola dar ilmi haya"

yoki “Risola farsiya dar haya” deb nomlanadi. Toshkentda bu asarning bir necha nusxasi bor. 1968-yilda K. Munirov va A. Rasulev uni o‘zbek tiliga tarjima qilganlar. 1970-yilda esa A. Usmonov tomonidan rus tiliga o‘g‘irilgan tarjimasi chop etildi.

Ikkinchisi esa ustoz Jamshid G‘iyosiddin al-Koshiy qalamiga mansub “Sullam as-Safiy hal ishkali vaqa’a lil-muqaddimin fi-l-abad va-l-ajram” (“Samoviy jismlar hajmi va ulargacha bo‘lgan masofalarni aniqlashda o‘tmishdoshlar muammolarini hal qiluvchi osmon narvoni”) risolasidir.

Ali Qushchining ilmi riyoziyotdan yozilgan risolalarini talabalarini o‘qitish uchun mo‘ljallangan o‘quv qo‘llanmalari deb hisoblash mumkin. Uning “Risola dar ilmi hisob” (“ilmi hisobhaqida risola”), “Muhammadiya” kitoblari juda ajoyib yozilgan darsliklardir. Unda Ali Qushchining ba’zi yutuqlari ham ifoda qilingan.

Dastlab Ali Qushchi sonlar yozilishining turli xil usullarini beradi.

Birinchisi “Hind hisobidagi usul” bo‘lib, hozirgi kunda biz shu sonlardan foydalanyapmiz. Ularni birinchi bo‘lib o‘rta asrlar yaqin va o‘rta sharq ilmi riyoziyot faniga O‘rta Osiyolik buyuk olim Muhammad ibn Muso al-Xorazmiy (783-850) kiritgan. Arablar tomonidan yozilgan raqamlar hozirgi kunda yoziladiganlaridan anchagina farq qiladi. Bu raqamlar

$$\sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{a^3 + r} \approx a + \frac{B - a^3}{(a + 1)^3 - a^3}$$

Arab tilida harflar o‘ng tomonidan chap tomonga yozilgani uchun sonlar ham shu tartibda o‘qilgan shundan so‘ng Ali Qushchi butun va kasr sonlar ta’rifini bergan. U butun sonlarni yozish qoidalarini keltirib, juft va toq sonlarning turli xil ko‘rinishlari haqida ma’lumot bergan.

Bundan keyin Ali Qushchi ilmi hisobga tegishli amallar qoidalarini bayon qilgan: Butun sonlarni qo‘shish –al -jam, ayirish-at-tafriq, ko‘paytirish az-zarb va sondan ildiz chiqarish esa at-tajzir.

Bundan tashqari, u huddi o‘z zamonasining boshqa ilmi riyoziyotchilari kabi yana ikki amalni kiritgan :

Birinchisi- ikkilantirish(at-tazif), ya’ni berilgan sonni ikkiga ko‘paytirish ,

Ikkinchisi-“nimlanish” (at-tansif),ya’ni berilgan sonni teng ikkiga bo‘lish.

Ali Qushchi butun sonlarni ko‘paytirishning bir nechta qoidasini bergan.Birinchi navbatda u quyidagi uchta holni ko‘rib chiqqan :

1. Bir raqamli sonni bir raqamli songa ko‘paytirish
2. Bir raqamli sonni ko‘p raqamli songa ko‘patirish
3. Ko‘p raqamli sonni ko‘p raqamli songa ko‘paytirish

Bir raqamli sonlar (al-adad al-mufrat) tarkibiga nq1,2,3,4,5,6,7,8,9 va $10^k \cdot n$ ko‘rinishidagi sonlar kiradi,k,n-natural sonlar.Ko‘p raqamli sonlar uchun murakkab (al-adad al-murakkab) atamasi ishlatiladi.5dan katta va10 dan kichk bo‘lgan ikki a va b natural sonlarni ko‘paytirish uchun Ali Qushchi mahsus qoida kiritgan.Hozirgi zamon ilmi riyoziyot belgilashlarda uni quyidagi formula bilan ifodalash mumkin:

$$a \cdot b = [(a + b) - 10] \cdot 10 + (10 - a) \cdot (10 - b), \\ 5 < a, b < 10, a, b, \in \mathbb{N}.$$

Ali Qushchi zamonasida formulalar bo‘lmagan va barcha amallar so‘z vositasida bayon qilingan.Ali Qushchi bu qoidani quyidagicha ifodalatdi:

Bu sonlarni ko‘paytirish uchun ular yig‘indisidan o‘nni ayiramiz,natijani o‘nga ko‘paytiramiz,so‘ngra o‘ndan shu sonlar har birini ayirib,ko‘paytmani avvalgi natijaga qo‘shamiz.O‘quvchi bu qoidani o‘zlashtirishi uchun Ali Qushchi 7 ni 6 ga ko‘paytirishdan iborat bir misolni ishlab ko‘rsatadi.Hozirgi zamon belgilashlarida uni quyidagicha yozish mumkin

$$7 \cdot 6 = [(7 + 6) - 10] \cdot 10 + (10 - 7) \cdot (10 - 6) = 42$$

Ko‘p raqamli sonlarni ko‘Paytirish uchun Ali Qushchi 4(ash-shabaka)deb nomlagan usulini taklif qilgan.Avval bu usul hind ilmi riyoziyotchilari tomonidan qo‘llangan va Jamshid G‘iyosiddin al Koshiyning “ilmi hisob kaliti” qomusida batafsil yozilgan.

Ali Qushchi shunday yozadi:”Murakkab (natural) sonlarni bir biriga ko‘paytirish uchun to‘g‘ri to‘rtburchakni chizamiz.Birinchi ko;paytuvchida nechta raqam bo‘lsa ,yuqori tomoni shuncha bo‘lakka ajratamiz.Yon tomonini ikkinchi

ko'paytuvchi raqamalariga teng qismlarga bo'lamiz. Yuqori tomondan vertikal chiziqlar yon tomonidan gorizontal chiziqlar o'tkazamiz va o'zaro bir biriga teng kvadratchalar hosil qilamiz. Ularning har birida yuqori o'ng burchak va uning qarshisidagi quyi chap burchak nuqtalarini to'g'ri chiziqlar bilan tutashtiramiz. Natijada kvadratchalar yuqori va quyi uchburchaklarga bo'linadi. Bunday shakl to'r deyiladi. So'ngra ko'paytuvchilardan birini to'r ustiga ikkinchisini yon tomonga joylashtiramiz. Birinchi ko'paytuvchi raqamlarini ikkinchi ko'paytuvchining mos raqamalariga ko'paytiramiz. To'rni shunday to'ldiramizki, o'nliklar yuqori uchburchakda birliklar esa quyi uchburchakda bo'lsin. Agar ko'paytuvchilarning biror raqami nol bo'lsa u holda kataklar bo'sh qoldiriladi. Bundan tashqari ko'paytirish vaqtida 10, 20, ... sonlar hosil bo'lsa nol yozilmaydi.

So'ngra o'zaro parallel diagonal to'g'ri chiziqlar o'rtasidagi sonlarni qo'shamiz, lekin bu qiya joylashgan (parallel) to'g'ri chiziqlar orasida sonlar bo'lmasa u holda pastda nol yoziladi."

To'r usulini tushuntirish maqsadida Ali Qushchi 7086 sonini 254 ga ko'paytirish misolini keltiradi. U to'rni, huddi yuqorida yozilgandek, birinchi sonni yuqoriga, ikkinchisini esa o'ng tomonga joylashtiradi.

"Shundan so'ng, - deb yozadi. Ali Qushchi, -birinchi son oliy turkumidagi birinchi raqam 7 ni ikkinchi son oliy turkumidagi raqam 2 ga ko'paytiramiz, natija 14 ga teng, 4 ni quyi uchburchakka, 1 ni yuqori uchburchakka yozamiz. 7 ni 5 ga ko'paytiramiz, 35 ga bo'ladi. 5 ni quyi uchburchakka, 3 ni yuqori uchburchakka yozamiz. Huddi shunga o'xshash 7 ni 4 ga ko'paytiramiz, 28 bo'ladi. 8 ni quyi uchburchakka, 2 ni yuqori uchburchakka joylashtiramiz.

Xuddi shunga o'xshash 0, 8, 6 larni 2-sonning barcha raqamlariga ko'paytiramiz va 4 ni to'ldiramiz. So'ngra og'ma to'g'ri chiziqlar orasidagi 2 soniga 2 ni qo'shamiz, 4 bo'ladi, uni to'r ostidagi 4 sonidan chap va past tomonga yozamiz. Keyin 2, 3 va 3 sonlarini qo'shamiz 8 bo'ladi. Buni pastga, ikkinchi 4 sonidan chaproqqa yozamiz. So'ngra 1, 6, 4 va 8 sonlarini qo'shamiz 19 hosil boladi.

9 ni 8 dan chap tomonga yozib 1 ni yodda saqlaymiz.1 sonini 1,5 va 2 lar yig'indisiga qo'shamiz,yig'indi 9 ni birinchi 9 sonidan chap tomonga yozamiz nihoyat birinchi o'ringa 1 ni yozamiz.Amal tugadi''.Demak

$$7086 \cdot 254 = 1799844$$

ekan.Ko'paytma natijasi to'ring ostiga va chap tomoniga yozilgan.

Ali Qushchi xuddi ko'paytirish amali singari bo'lish amalini ham mufasssal ko'rib chiqqan .Bu amalni u quyidagicha ta'riflaydi :

“Bir sonni ikkinchisiga bo'lish natijasi shunday uchinchi songa ko'paytirsab,birinchi son kelib chiqadi”. Ya'ni a sonning b soniga bo'lish natijasi shunday c songa tengki ,ular uchun $a = b \cdot c$ tenglik bajariladi.

Ali Qushchi uchta holni ko'rib chiqadi:

1. Bo'luvchi (al mahsum alay) va bo'linuvchi (al-mahso'm) bir biriga teng.
2. Bo'linuvchi bo'luvchidan katta.
3. Bo'luvchi bo'linuvchidan katta.

Ali Qushchining ilmi hisobga oid risolalarida kvadrat va uchinchi darajali ildiz ostidan sonni

chiqarish amali muhim o'rin egallagan.Asosiy diqqat kundalik amaliyot hisoblarida keng qo'llaniladigan taqribiy hisoblash usullariga qaratilgan edi.

Kvadrat ildiz ostidan sonni taqribiy chiqarish qoidasi hozirgi riyoziyot belgilashlarida quyidagicha ifodalanadi:

$\sqrt{A}$ sonini topish talab qilinadi, bunda A natural sonning kvadratiga teng emas. Aqa^2Qm deb faraz qilamiz , bu yerda a^2 soni katta A soni tarkibidagi eng katta natural son kvadratidir. U holda $\sqrt{A} \approx a + \frac{m}{2a+1}$ bu yerda a ,A,m $\in N$

Hisoblashni bir muncha osonlashtiruvchi boshqa qoida ham berilgan: $\sqrt{A} = \frac{\sqrt{A \cdot 10^n}}{10^n}$

Kub ildiz ostidan sonni chiqarish uchun Ali Qushchi bergan qoidani hozirgi zamon belgilashlarida quyidagi formula bilan yozish mumkin:

$$\sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{a^3 + r} \approx a + \frac{B - a^3}{(a + 1)^3 - a^3}$$

Bu yerda B,a,r $\in N$.

Bu yerda $n=2,3,4,\dots$

Bu qoida Nyutondan deyarli 600 yil avval Sharq ilmi riyoziyotchilari tomonidan kashf qilingan bo'lib, Alu-l-Xasan nasafiy (970-1070), Nasriddin Tusiy (1201-1274) va boshqa olimlar ishlarida uchraydi.

Bu qoida yordamida ular ixtiyoriy ko'rsatkichli ildiz ostidan har qanday natural sonni taqribiy chiqarish usulini ishlab chiqdilar. Hozirgi zamon belgilashlarida u quydagi formula orqali ifodalanishi mumkin:

$$\sqrt[n]{A} = \sqrt[n]{a^n + r} \approx a + \frac{r}{(a+1)^n - a^n}$$

Bu yerda A, a, r - natural sonlar.

Ali Qushchi kasrlar nazaryasiga ham katta ahamiyat bergan. Bu mavzuga qo'lyozmalaridagi boblar va maxsus «Kasrlar haqidagi risola»si bag'ishlangan.

U oddiy va eski arab kasrlari ustidagi amallarni batavsil ko'rib chiqqan.

Bundan tashqari u oltmishlik (ya'ni maxrajlar 60ning darajalaridan iborat) kasrlar bilan qilinadigan amallar qoidalarini keltirga. Oltmishlik kasrlar:

$$\frac{a_1}{60} + \frac{a_2}{60^2} + \frac{a_3}{60^3} + \dots + \frac{a_n}{60^n}$$

ko'rinishida yozilib, hisobchilar va ilmi falakiyotchilar ishlarida keng qo'llanilgan.

Ali Qushchining Jamshid G'iyosiddin al-Koshiy tomonidan ilmi riyoziyotga birinchi bo'lib kiritilgan o'nlik kasrlardan foydalanganligi juda muhimdir. Bundan tashqari, al-Koshiy π sonini vergulda keyin 16 raqamgacha aniqlikda hisoblagan:

$$2\pi = 6,283\,185\,307\,179\,5865$$

Eramizdan oldingi III asrda yashagan buyuk mehanik va ilmi riyoziyotchi olim Arximed (er.avv. 287-212) π sonini chegaralar arasida ishlatgan:

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$$

Chegaradagi sonlar, yani $3\frac{1}{7}$ bilan $3\frac{10}{71}$ o'rtasidagi ayrim $\frac{1}{491}$ ga teng. Al-Koshiyning yozishicha, radiusi 497 ga teng bo'lganda, xatolik 1 ga teng bo'ladi. Radiusi 497 dan ortgan sari xatolik 1 dan kattalasha boshlaydi. Ilmi falakiyotda koinotdagi yulduz va sayyoralar o'rtasidagi masofalar, osmon mavjudotlarining o'chamlari, kech-kunduzning aniq bir vaqtida ular koordinatalarini aniqlash kabi

ko'pgina masalalar hal qilinadi. Shuning uchun Arximedning π soni uchun quyudagi chegaralari bu xisoblashlarda katta xatoliklarga olib kelgan. Arximed zamonasidan boshlab qariyb XVIII asr davomida biror olim π sonini al-Koshiydekaniqlikda xisoblay olmagan. Bu bilan u buyuk olim ekanligin yana bir karra isbotlagan.

Al-Koshiy tomonidan ishlab chiqilgan o'nlik kasrlar haqidagi talimot ovropaga ma'lum emas edi. Oradan 150 yil o'tgach Simon Stiven o'nlik kasrlarni yangidan kashf qildi.

Lekin Sharq olimlarining bu katta yutug'I Ovrupa ilmi riyoziyot faniga kirib brogan. Bu to'g'risida ba'zi qo'lyozmalar guvohlik beradi. Shubhasiz, ularda Ali Qushchi asarlaridan foydalanilgan. Ali Qushchining risolalari Turkiyaga ko'chib kelganidan keyingina mashhur bo'la boshlagan.

Ali Qushchi o'zining «Ilmi hisob haqidagi risola»-siga «Ilmi falakyotchilar hisobi» («Hisob al-munajjimin») bobini kiritgan. Bunday hisob sharq ilmi riyoziyotchilari tomondan yaratilgan. U butun va kasr sonlarning yagona oltmishlik sanoq sistemasiga aslangan. Unga ko'ra ixtiyoriy butun va kasr sonni bu sistemada quydagicha yozish mumkin:

$$C = a_n \cdot 60^n + a_{n-1} \cdot 60^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 60^{-1} = b_1 \cdot 60^{-1} + b_2 \cdot 60^{-2} + \dots + b_m \cdot 60^{-m}$$

bu yerda a_i , b_j koefitsintlar butun sonlardir.

Bu tizim juda qulay bo'lib, ilmi falakyotdagi hisoblashlarni osonlashtirar edi.

3.1. Aljabr

Ali Qushchi «Risola al-Muhammadiya»da aljabr asoslarini ham bayon qilgan. Bu o'rinda aljabrni fan darajasiga ko'targan Muhammad ibn al-Xorazmiy an'alarini davom etirgan.

Al-Xorazmiy ilmi riyoziyotfani tarixida birinchi bo'lib chiziqli va kvadrat tenglamalar nazaryasini ishlab chiqdi. U bergan qoidalar ko'p amaliy masalalarni hal qilishga yordam berdi. Al-Xorazmiyning yozishicha, «Meros, mol-dunyo taqsim qilish, vasiyat tuzish, qozilik ishlarida, savdo-sodiqda, yer sathino

o'lashda, kanallar qazishda, ilmi xandasaga tegishli ko'p masalalarni hal qilishda bu qoidalar juda zarurdir».

Xuddi shunga o'xshash fikrlarni bayon qilgan Ali Qushchi noma'lum miqdor(shay-.....). uning kvadrati (mol-....) va tenlama ozod hadi (dirham-....) kabi tushunchalarni kiritdi.

U al-Xorazmiy kabi chiziqli va kvadrat tenglamalarni tasniflab berdi.

Hozirgi zamon o'quvchisiga ma'lum bo'lgan to'la, keltirilgan tenglamalar va ularning ildizlarini topish formulalari Ali Qushchi qo'llagan qoidalarining maxsus belgilar orqali ifodalanishidir. Ular quyidagi ko'rinishga ega:

$$ax^2+bx+c=0; \quad x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a},$$

$$a>0, b>0, c>0, \quad x^2+px+q=0$$

$$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}, \quad p>0, \quad q>0$$

Lekin o'sha zamonda miqdorlarning harfiy belgilarini emas, balki manfiy son tushunchasi ham yo'q edi. Shuning uchun tenglama barcha koeffitsientlari musbat bo'lgandagina u ma'noga ega bo'lar edi. Shundan so'ng Sharqda al-Xorazmiydan keyin namuna bo'lib qolgan tenglamalarning 6 xil ko'rinishi keltiriladi:

$$ax^2=bx \quad (\text{«kvadratlar ildizlarga teng»});$$

$$ax^2=6 \quad (\text{«kvadratlar songa teng »});$$

$$ax=c \quad (\text{«ildizlar songa teng bo'ladi»});$$

$$ax^2+bx=c \quad (\text{«kvadratlar va ildizlar songa teng»});$$

$$ax^2+c=bx \quad (\text{«kvadratlar va son ildizlarga teng»});$$

$$bx+c=ax^2 \quad (\text{«ildizlar va son kvadratlarga teng»})$$

Berilgan tenglamalarni bu ko'rinishlardan birortasiga keltirish uchun ikki amal qo'llanilgan. Birinchisi-aljabr (..)-to'ldirish, ya'ni manfiy ishorali hadni tenglamaning biror tomonidan ikkinchi tomonga o'tkazish. Ikkinchisi esa almuqobala(..)-qarshisiga qoyish, ya'ni tenglamadagi o'xshash hadlarni ixchamlashdan iborat.

Bu ikki atamadan tenglamalar ildizlarini toppish bilan shug'illanuvchi fan - al-jabr va l-muqobala paydo bo'ldi. Bu fan hozirgi zamonda «algebra» deb ataluvchi nomga asos bo'ldi.

To'la kvadrat tenglama bosh hadi oldidagi koeffitsientni 1ga aylantirish uchun barcha hadlarni a soniga bo'lish kerak. Bu aljabrning mahsus amali deb qaralgan va quyidagi ikki holga ajratilgan:

$a > 1$ bo'lsa, «to'ldiruvchi» (at-takmil),

$a < 1$ bo'lsa, «keltirilgan» (ar-rad)

deb atalardi.

Ali Qushchi bu qoidalarini batafsil tushuntirgan va 11 ta misoldagi tenglama ildizlarini topishni ko'satib bergan.

U «ikki xatolik qoidasi» bilan ishlanadigan chiziqli tenglamalarni yechishga ham e'tibor bergan. Bu usul «Ikki noto'g'ri holat qoidasi» nomi bilan ham tanilgan. Uning mohiyati quydagicha:

Faraz qilaylik, $ax + b = c$ tenglama berilga bo'lsin. Avval $x = x_1$ deymiz va $ax_1 + b = c_1$ ni olamiz. So'ngra $x = x_2$ dan $ax_2 + b = c_2$ ni hosil qilamiz. Bu tengliklarning har birini berilgan tenglamada hadma-had ayirsak, ikkita «xatolik» chiqadi:

$$a(x - x_1) = c - c_1 = d_1$$

$$a(x - x_2) = c - c_2 = d_2.$$

Bu tengliklarni hadma-had bo'lamiz:

$$x - x_1 / (x - x_2) = d_1 / d_2 \text{ bundan } x = (x_1 d_1 - x_2 d_2) / d_2 - d_1$$

Agar d_1 va d_2 lar turli hal oshoralarga ega bo'lsa, u xolda

$$x = (x_1 d_1 + x_2 d_2) / d_2 + d_1$$

bo'ladi.

Shuni qayd etish kerakki, Ali Qushchi davrida manfiy son degan tushuncha bo'l-magan, balik «qo'shiluvchi» (zaid) va «ayiriluvchi» (naqis) deb ataluvchi sonlar haqida so'z yuritilgan. Ali Qushchi birinchi bo'lib «musbat» va «manfiy» atamalarini kiritgan. Bu esa son tushunchasi haqidagi talimotda oldinga qo'yilgan muhim bir qadam hisoblangan.

Ali Qushchi ba'zi sonlim qatorlar yig'indisini toppish qoidalarini ham bergan. Masalan, ular ichida hozirgi zamon ilmi riyoziyoti quyidagi formulada yoziluv-chi qoida ham bor:

$$1^2+2^2+3^2+....+n^2=n(n+1)(2n+1)$$

Albatta boshqa qoidalar kabi bu qoida ham so'z vositasida bayon qilingan.

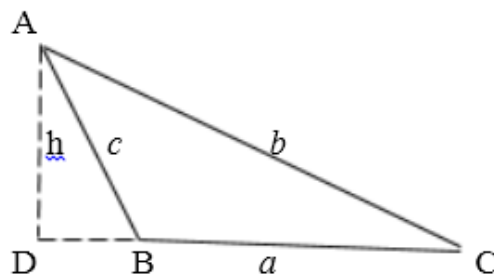
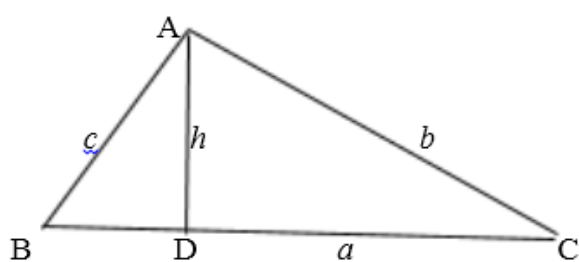
3.2. Geometriya va trigonometriya

Ali Qushchi o'z ishlarida geometriya (ilmi handasa) va trigonometriya (ilmi hisab al-musallasat) larga ham murojaat etgan.

Ilmi falakyotga oid risolasi muqaddimasida u ilmi handasaning asosiy tushunlari bo'mish nuqta, chiziq (xatt), sirt (satx), jism, figura (shakl) kabilarga ta'rif berade. Bular Evklidning (er.avv.III asr) «Negizlar» risolasidagi ta'riflarga mos keladi.

Ali Qushchi xuddi Evklid kabi to'g'ri chiziq (hatt mustaqim), tekislik (xatt musta-vi), doira, doira aylanasi (muhit ad-daira), uchburchak (musallas), ko'pburchak (muzall'a), shar (kurra), burchak (zaviya), perpendikulyar (umud), parallel to'g'ri chiziqlar (xatt mutavazi0 kabi tushunchalarni ham kiritgan.

«Risola Muhammadiya»da ilmi handasa bobi bor. Unda Ali Qushchi bu fan tushunchalari ta'riflar, shakllar yuzi va jismlar hajmini toppish qoidalarini kiritgan. U uchburchaklar yuzini topishning bir nechta usulini bergan. Shulardan bi-rini ko'rib chiqamiz. Agar hozirgi zamon ilmi riyoziyot tilidan foydalansak, Ali Qushchi fikrlari quydagicha ifodalanishi mumkin:



Faraz qilaylik, tomonlari $AB=c$, $BC=a$, $AC=b$ ga teng bo'lgan $\triangle ABC$ berilgan bo'lsin. a , b , c tomonlari orqali ifodalanuvchi uning yuzini topish talab qilinadi.

A nuqtadan $AD=h$ balandlik o'tamiz. $\triangle ABC$ yuzi $S=\frac{1}{2}ah$ formula orqali topilgani uchun masalani hal qilishda h ni a , b , c lar orqali ifodalash kerak. Pifagor teo-remasiga asosan to'g'ri burchakli $\triangle BDA$ da:

$$c^2=h^2+BD^2 \quad (1)$$

To'g'ri burchakli $\triangle ADC$ dan:

$$b^2=h^2+(a-BD)^2 \quad (2)$$

Ikkinchi tenglikdan birinchisini hadma-had ayiramiz, u holda

$$b^2-c^2=(a-BD)^2-BD^2$$

bundan

$$b^2-c^2=a^2-2a \cdot BD+BD^2-BD^2$$

$$b^2-c^2=a^2-2a \cdot BD$$

so'ngra

$$2a \cdot BD=a^2-b^2+c^2$$

Shunday qilib,

$$BD=\frac{1}{2}\left(a-\frac{b^2-c^2}{a}\right)$$

(1) tenglikdan:

$$h=\sqrt{c^2-BD^2}$$

bu ifodaga BD ning qiymatini qo'ysak, h ni topamiz:

$$h=\sqrt{c^2-\frac{1}{4}\left(a-\frac{b^2-c^2}{a}\right)^2}$$

Demak, izlanayotgan $\triangle ABC$ yuzi:

$$S=\frac{1}{2}a \cdot h=\frac{a}{2}\sqrt{c^2-\frac{1}{4}\left(a-\frac{b^2-c^2}{a}\right)^2}$$

Bu burchak $\angle B$ o'tkir (ya'ni $0<\angle B<90^\circ$) bo'lgan hol uchun o'rinalidir.

Lekin $\angle B$ o'tmas ($90^\circ<\angle B<180^\circ$) bo'lganda xuddi shunga o'xshagan mulohazalar yuritadi.

Shundan so'ng Ali Qushchi ilmi handasaviy jismlar sirtlari yuzini toppish bi-lan shug'ullanadi.

Keyingi bobda Ali Qushchi kub (ka'b) , silindr (ustavana) , konus (maxrut), shar (kurra) va boshqa jismlar ta'riflarini beradi, ular sirtlarining yuzi, hajmlarini to-pish uchun qoidalar keltiradi.

Ayniqsa, uning og'ma konus va og'ma kesik konus sirtlari yuzini taqribiy hisoblash qoidalarini topishga qilgan urinish faqat Jamshid Giyosiddin aL-Koshiy nomi bilan bog'liqdir.

So'ngra Ali ushchi trigonometriya haqida ma'lumotlar beradi. Trigonometriya so'zi arab tilida «uchburchaklar haqidagi fan» (ilmi hisab al-musallasat) ma'nosini bildiradi. Oxirida har bir gradus oralig'da 0^0 dan 90^0 gacha bo'lgan sinus yoylari son qiymatilarining jadvali keltirilgan.

3.3. Ali Qushchining trigonometriyaga oid risolalari.

Ali Qushchining asosiy ishlari ulug'bek ilmiy jamoasi olimlari asosiy mashg'loti bo'lgan ilmi falakiyotga bag'ishlangan. Bu fan yo'nalishida O'rta Osiyo, Eron va Turkiya olimlariga juda katta ta'sir ko'rsatdi.

Uning fors tilida yozilgan har hil nomlarda ataluvchi ilmi falakiyotga doir risolasi juda mashhur bo'lgan.

Asar muqaddima va ikki bobdan iborat. Muqaddimada ilmi falakiyot fanini o'rganish uchun zarur bo'lgan narsalar bayon qilingan. Muqaddima ikki qismdan iborat. Birinchi qismda ilmi handasaga tegishli, ikkinchi qismida esa tabiatga ,ya'ni fizikaga taalluqli ma'lumotlar berilgan.

Shundan so'ng K.Ptolomeyning geotsentrik (ya'ni Yer olam markazida bo'lib, sayyora va yulduzlar uning atrofida harakat qiladi deb ataluvchi talimot) sistemasiga muvofiq ilmi fakiyot negizlari bayon qilinadi. O'rta asr (ya'ni IV- XVI asrlar) ilmi falakiyot fani shi sistemaga asoslangan edi.

Birinchi bobda osmon sferallari, sferik ilmi falakiyotning asosiy doiralari, qo'zg'almas yulduzlar sferasi (kavakib as sabit), Quyosh, oy va sayyoralar harakati haqida muammolar to'g'risida, ikkinchi bobda esa iqlimlar va mamlakatlar , gorizont, ekliptika burj belgilari, turli xalqlardagi oy nomlari, qibla-ni aniqlash

haqida, Quyosh, Oy, sayyoralargacha bo'lgan masofalar va ularning diametrlari tog'risida fikr yuritiladi.

Ali Qushchining «ilmi falakiyotga oid risolasida»sida Samarqand olimlarining ilmiy xulosalari umumlashtirilgan, shuningdek, sayyoralar nazaryasi bo'yicha ma'lumaotlar keltirilgan. Risolada yozilishicha: «barcha ko'rsatilgan miqdorlar mening kuzatishlarim natijasidir. Ularning ba'zilar avvalgi natijalarga mos keladi, boshqalar esa ularga qarama-qarshidir».

Ali Qushchining bu kitobi o'quv qo'llanmasi bo'lib xizmat qilgan va Sharq olimlarining bir necha avlodi undan ilmi falakiyot fanini o'rgangan.

Hirotda ishlagan Ali Qushchining shogirdlaridan biri Abdul Qodir ibn Hasan (vafoti 1519 yil)ning guvohlik berishicha, zamondoshlari bu risolaga yuqori baho berganlar. U quydagilarni yozadi: «Mem Shamsiddin al-Koshiy Husaynshoh Samnoniy, Nosir Sheroziy va Alishoh Xorazmiylar qalamiga mansub ilmi falakiyot va zijlarga doir ishlarni o'qidim, Ali Qushchi risolasi ni o'qiganimdan keyin menga tushunarsiz narsalar ravshan bo'ldi».

Hayotining so'ngi yillari Ali Qushchi bu risolani fors tilida arab tiliga tarjima qilgan va sulton Muhammad II ga hadya qilgan. Shu vaqtdan boshlab bu risola «Fathiya»deb atala boshlagan, chunki arab tiliga shunday tarjima qilingan. Bu asar ham ilmi falakiyotchilar o'rtasida mashhur bo'lgan.

Ulug'bek ilmiy jamoasi yutuqlarini targ'ib qilishda Ali Qushchining «Sharhi zijji Ko'ragoniy»asari katta hissa bo'lib qo'shilgan. Uning qo'lyozmalari ko'plab nusxalarda dunyoning ko'zga ko'ringan kutubhonalarida saqlanmoqda. Bu esa uning o'quvchilari ko'p ekanligidan dalolat beradi, albatta.

Ali Qushchi «Zijji Ko'ragoniy»da yoritilgan barcha masalalarni batafsil izohlagan. Avval har xil xalqlarning turli xronologik sistemalari, keyin amaliy ilmi falakiyotchilarga zarur bo'lgan trigonometric jadvallar hisobi bayon qilingan. Shundan so'ng qo'zg'almas yulduzlar ro'yhati, Quyosh va sayyoralar harakati haqidagi ma'lumotlar, amaliy ilmi falakiyot usullari haqida so'z yuritiladi.

«Ziji Ko‘rogoniy»da o‘rta asrlar Yaqin va o‘rta Sharqidagi ilmi falakiyot fani taraqqiyoti yakunlangan. Bu esa teleskop kashf qilingunga qadar jahondagi ilmi falakiyot fani taraqqiyoti cho‘qqisi edi.

ILOVA

VIII-XII VA XV-XVI ASRLARDA MARKAZIY OSIYODA YASHAB IJOD QILGAN YANA BA’ZI ULUG‘ ALLOMALARNING ILMIY MEROSI HAQIDA

Abu Nasr Muhammad ibn Muhammad-ibn Uzlug ibn Tarxon Forobiy (870-950) - qomuschi olim, sharh fanining asochilaridan biri. Forobiy taxallusini tuq‘ilgan joyi Forob (hozirgi O‘ror, Qozog‘iston) nomidan olgan. Umrining asosiy qismini Bag‘dod, Damashq va boshqa madaniyat markazlarida o‘tkazgan. Asosiy asarlari: «Ilmlarning sinflari va ta’rifi haqida kitob», «Hikmatning xulosalari», «Falsafa tushunchasining ma’nosi haqida so‘z», «Tabiiy garmoniyalar kitobi», «Katta musiqa kitobi», «Ritorika haqida kitob», «Fazilatli xulqlar», «Shaharni

boshqarish», «Bayt-saodatga erishuv haqida risola», «Astrologiya buyicha izoxlar», «Hajm va miqdor haqida kitob», «Fazo geometriyasiga kirish haqida qisqacha kitob» va boshqalar. Uning asosiy xizmati birinchi marta qadimgi va oʻrta asr Sharq fanlari sinflarini hamda trigonometriya va geometriya buyicha ilmiy tadqiqotlarni bayon etdi. Shuningdek, asarlarida matematikaning asosiy tushunchalarini asoslash va toʻgʻri bayon etish usullariga katta eʼtibor berdi.

Salohiddin Muso ibn Muhammad ar-Rumiy Qozizoda (1364-1436) – Ulugʻbek ilmiy maktabida faoliyat koʻrsatgan matematik. Turkiyadagi Rum (hozirgi Bursa) shahrida tavallud topgan. Samarqandda yashadi va ijod qildi. Fan sohasidagi yutuqlari uchun «Aflotuni zamon» degan nom olgan. Uning matematikaga oid ishlari: «Arifmetika haqidagi risola», «Asosiy jumlar kitobiga sharhlar» (bunda Evklid V postulatini isbotlashga urinadi), «Sinus haqida risola» (1° li vatar, yaʼni 1° li sinusning ikkilangani uchun tenglamani keltirib chiqarish va echish bayon etilgan), «Sinus choragi haqida risola» (algebra va trigonometriyaga bagʻishlangan boʻlib, trigonometrik funktsiyalarning har bir toʻrtdan bir daraja qiymatlari al-jabr usulida aniqlangan). Uning matematika boʻyicha ishlari Al-Koshiy ishlariga ulashib ketgan.

Mirim Chalabiy (1435 yilda Samarqandda tugʻilgan) Sulton Boyazid saroyida matematik lavozimida ishlab, “Zijga sharhlar”, 1 gradus sinusini hisoblashning yangi usulini topgan. Bundan tashqari, “Vatar va sinus haqida risola” asarini yozgan.

Mullo Abuali Najmiddin ibn Muhammad ibn Husayn Birjandiy Eronning Birjand shahrida tugʻilgan. 15-asr ikkinchi yarmida yashab ijod etgan. Uning asarlari qatoriga quyidagilar kiradi: “Ulugʻbek zijiga sharhlar”, “Chahmaniy risolasiga sharhlar” va umuman 10 asarni yozgan. Asosiy ishlari astronomiya asboblari va ularni yasash usullari haqida maʼlum ishlarni amalga oshirgan.

Ulugʻbek ilmiy maktabining ilmiy natijalari jahon faniga katta hissa qoʻshish bilan birga, Oʻrta Osiyoda, keyinchalik Evropada matematika va astronomiya rivojiga katta taʼsir koʻrsatadi.

Xorijlik olimlar X.Xunner, K.Fogellar Ulug' allomalarimizning matematik ishlarini tadqiq etib, ularning Evropada tarqalishiga muhim zamin yaratdi.

Evropada Ulug'bek ilmiy maktabi ishlari tarqalishida ingliz olimi Jon Grivs, Tomas Xeydlarning hissaları katta, ular Ulug'bek Zijini taʼlil etib, lotin va tojik tillarida nashr etdilar. Natijada bu sohadagi izlanishlarning yanada rivojlantirilishi imkoniyatlari paydo boʻldi va jahon ilmi taraqqiyotini yanada yuksalishiga oʻz taʼsirini oʻtkazdi.

Gruziya shohi Baxtang-VI (XVI-XVII asrlar) Ulug'bek Zijini oʻrganib unga gruzin tilida sharh yozadi.

Ulug'bek ilmiy maktabi ishlarining rivojlantirilishi va yoyilishida frantsiyali ota-bola Sh.Sediyo va E.Sediyolar katta hissa qoʻshdilar.Ularni tarjima qilib, nashr etdilar, ularga sharhlar yozdilar.

Ulug'bek ilmiy maktabining geometriya sohasidagi ishlari ham jahonga keng yoyilib, bu nazariyaning rivojlanishiga katta taʼsir koʻrsatganligidan dalolatdir.

Xullas, buyuk vatandoshlarimiz, olim va mutafakirlarimiz Mirzo Ulug'bekning ilmiy maktabi xodimi bulib jahon fani taraqqiyotida oʻchmas iz qoldirdi, matematika, astronomiya, tarix va geometriya fanlari boʻyicha eng muhim asoslarini yaratdi va ularning tobora yuksalishi uchun keng imkoniyatlar yarata olgan haqiqiy oʻzbek akademiyasidir.

Qozizoda Rumiyl hayoti va ilmiy faoliyati (1360-1437)

Ulug'bek ilmiy maktabining asoschilaridan biri Salohiddin Muso ibn Qozizoda Rumiyl 1360 yili kichik Osiyodagi (Rum) Bursa shahrida tugʻildi. U boshlangʻich ma'lumotini tugʻilgan joyida olib, oʻz bilimni oshirish maqsadida Oʻrta Osiyo mamlakatlariga joʻnaydi. U bir necha mamlakatlarga borib, soʻng Samarqandga keladi. Uning oʻqituvchisi Temur saroyining astronomi mavlono Ahmad edi. U oʻzining ilmiy ishlari bilan tez orada Samarqand va Sharq mamlakatlarida katta obroʻ qozonadi. Rumiyl fan sohasidagi ishlari tufayli olimlar orasida «Aflotuni zamon» degan nom oladi.

Temur o'z nabirasi Ulug'bekni dars olish uchun Qozizoda Rumiya topshirdi. U Rumiya fan sirlarini o'rganib buyuk olim bo'lib etishadi. Rumiya Ulug'bekning qurgan rasadxonasida faol qatnashib, madrasada mashg'ulotlar olib boradi va bir necha yil ilmiy ishlarga rahbarlik qiladi. Ali Qushchi va Mirim Chalabiylar Rumiya eng iste'dodli shogirdlari hisoblanadi. Ali Qushchi «al-Muhammadiya» kitobining kirish qismida. Shuni bilish kerakki,- deb yozadi, har bir son musbat va manfiy bo'lishi mumkin.

«Musbat va manfiy» atamalarini kiritgandan keyin Qushchi quyidagi tengliklarning to'g'riligini ko'rsatadi.

$$(+a) \cdot (+b) = +ab$$

$$(-a) \cdot (+b) = -ab$$

$$(-a) \cdot (-b) = +ab$$

«Al-Muhammadiya» kitobining ikkinchi qismida geometriya va trigonometriya bayon etilgan. Geometriya bo'limi kirish va 3 bobdan iborat bo'lib, unda uzunliklar (masofalar) kesmalar va yuzlarni o'lchash sirtlarning yuzlari va jismlarning hajmlarini hisoblash koidalari bayon etilgan.

Ali Qushchi uchburchak tomonlari va burchaklari orasida quyidagi munosabatlarni ko'rsatadi:

Agar uchburchakda bir tomonining kvadrati qolgan ikki tomon kvadratlarining yig'indisiga teng bo'lsa, ya'ni

1. $c^2 = a^2 + b^2$ bo'lsa, uchburchak to'g'ri burchakli bo'ladi.
2. $c^2 > a^2 + b^2$ bo'lsa, uchburchak o'tmas burchakli bo'ladi.
3. $c^2 < a^2 + b^2$ bo'lsa, uchburchak o'tkir burchakli bo'ladi.

«Astronomiyaga oid risola» asarini 1437 yilda Samarqandda fors-tojik tilida yozgan. Bunda Ulug'bek rasadxonasining kuzatishlariga asosan juda ko'p muhim malumotlar bayon etilgan.

Ulug'bek ilmiy maktabi juda boy kutubxonaga ega bo'lgan. Tarixiy manbalarda yozilishicha Temur o'zining kichik Osiyoga qilgan yurishlarining birida Bursa shaqrini egallagan, unda eng qadimiy va boy kutubxona bo'lgan. Temur

kutubxonani yondirmagan va uni Samarqandga ko‘chirishni buyurgan. Bu katta boylik-kutubxona Ulug‘bek ilmiy maktabiga topshirilgan. Ulug‘bek va Koshiylar o‘limidan so‘ng bu kutubxonang takdiri noma‘lum. Rumiylar Hazrati Boymir qishlog‘iga yashiringan. Kitoblarni esa Niyoz-tepa deb atashgan tepalikdagi g‘orga yashirgan va so‘ng Turkiyaga jo‘nab ketgan. Qozizoda Rumiylar 1437 yili vafot etdi. Ulug‘bek o‘zining ustoziga katta hurmat va ehtirom bilan qarab, uni Samarqanddagi Shohizinda maqbarasiga dafn ettiradi.

Rumiylarning asarlari bilan tanishib o‘tamiz:

1. «Arifmetika haqida risola» bu matematikaga doir asar bo‘lib fors-tojik tilida yozilgan. Uning qo‘lyozmalari Mashhad (Eron), Istanbul (Turkiya) kutubxonalarida saqlanmoqda.

2. «Sinus haqida risola». Bu asarda Rumiylar bir gradusli burchakning sinusini hisoblash usulini beradi.

3. «Asosiy jummlalar» kitobiga sharhlar. Bu asarda, XII asrda yashagan Shamsiddin Samarqandiyning «Asosiy jummlalar» asariga sharhlar yozgan. Bunda Rumiylar Evklidning beshinchi postulatini isbotlashga urinadi. (Tehron universiteti, Turkiyada Ayo-Sufiyo kutubxonalarida saqlanmoqda).

4. «Astronomiyaga doir» kitobga sharhlar. Bu asarda Rumiylar Muhammad ibn Umar Chohminiylar (1345 yilda vafot etgan) tomonidan astronomiyaga bag‘ishlab yozilgan kitobga sharhlar yozgan (arab tilida). (Mashhad va Toshkent Sharqshunoslik instituti kutubxonalarida saqlanmoqda).

5. «Sinus choragi haqida risola». Bu asar algebra va trigonometriya masalalariga bag‘ishlangan. Bunda trigonometrik funktsiyalarning har bir to‘rt dan bir daraja qiymatlari algebraik usul yordamida aniqlangan bo‘lib, fors-tojik tilida yozilgan.

6. «Taftazoniylar astronomik asariga sharhlar», XIV asrda Taftazoniylar «Ilmlar kaliti» nomi bilan astronomiyaga bag‘ishlangan arabcha yozuv yozdi. Bu kitobda unga sharhlar yozilgan.

Foydalanilgan adabiyotlar

Адабиётлар

1. Розенфельд Б.А. История неевклидовой геометрии. М. 1976.
2. Аъзамов А. Фарғоний Птолемей теоремасини қандай исботлагани ҳақида. Физика, математика ва информатика журнали №3(5), 2002 й. 63-71 бетлар.
3. Мир математики, 1, Золотое сечение. М. 2013.
4. <http://www.arxiv.org/abs/math.DG/0303109>
5. <http://www.arxiv.org/abs/math.DG/0211159>

Adabiyotlar:

1. T. Usmonov „Ahmad Fargʻoniy va Baytul hikma”. Toshkent, „Oʻqituvchi”, 1998.
2. B.A. Rozenfeld „Istoriya neevklidovoy geometrii”. 1976.
3. Geograficheskaya karta mira al-Xorezmi po knige „Surat al-Arz”. Sentr po izucheniya Sentralnoy Azii Kashmirskoga universitet, Indii, Srinagar, 1985.
4. Ahmad al-Fargʻoniy va uning kashfiyotlari,
5. <http://news.itportal.uz>
6. Quyosh tutilishi, orbita.uz
7. Prezident I.A. Karimovning „Oʻrta asrlar Sharq allomlari va mutafakkirlari merosi, uning zamonaviy sivilizatsiya rivojida roʻli va ahamiyati” mavzusidagi xalqaro konferensiyaning ochilish marosimida nutqi. 16. 05. 2014. Samarqand.

Adabiyotlar:

1. Prezident I.A. Karimovning “Oʻrta asrlar Sharq allomlari va mutafakkirlari merosi, uning zamonaviy sivilizatsiya rivojida roli va ahamiyati” mavzusidagi xalqaro konferensiyaning ochilish marosimida nutqi. Samarqand 16.05.2014 yil.
2. Аъзамов А. “Фарғоний Птолемей теоремасини қандай исботлаган ҳақида”, ФМИ журнали 2002, №3, 63-71 бетлар.
3. Географическая карта мира ал-Хорезми по книге “Суратал-Арз”. Центр по изучению Центральной Азии Кашмирского университета Индии, Сринигар, 1985.
4. Усмонов Т. Аҳмад Фарғоний ва “Байт ул-ҳикма”, Тошкент, “Ўқитувчи” 1998, 72 б.
5. Розенфельд Б.А. История неевклидовой геометрии. М.: 1976 г., 414 с.
6. Ahmad al-Fargʻoniy va uning kashfiyotlari. <http://news.itportal.uz>

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Karimov I.A., “Yuksak manaviyat yengilmas kuch”-I. “Manaviyat” 2008
2. Karimov I.A., “Asosiy vazifamiz vatanimi/ taraqqiyoti va xalqimi/ farovonligini yanada yuksaltirishdir”. Oʻzbekiston Respublikasi 1-prezidenti I.A.Karimovning 2009-yilning asosiy yakunlari va 2010-yilda Oʻzbekistonni ijtimoiy-iqtisodiy rivojlantirishning eng muhim ustuvor yoʻnalishlariga bagʻishlangan Vazirlar Mahkamasi majlisidagi maʼruzasi.
3. Oʻzbekiston Respublikasining “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi”, “Barkamol avlod Oʻzbekiston taraqqiyotining poydevori-T. “Oʻzbekiston” 1997
4. Karimov I.A., “Vatan ravnaqi uchun har birimiz masʼulmiz” Toshkent. “Oʻzbekiston” 2001 y
5. Oʻzbekiston rivojlanishining harakatlar strategiyasi (2017-2021)
6. Mirziyoyev Sh. M., “Tanqidiy tahlil, qatʼiy tartib intizom va shaxsiy javobgarlik har bir rahbar faoliyatining kundalik qoidasi boʻlishi kerak”,

2017 yil 14-yanvar

7. G'aimnazarov G, X.M. Nurullayev, A.X. Nurullayev "Umar Xayyomning uchinchi darajali tenglamalarni yechish nazariyasiga oid tekshirishlari". GuDU axborotnomasi jurnali, 2014, №1, 16-22 betlar
 8. G'aimnazarov G, Gaimnazarov O.G, "Kombinatorika va uning tadbirlari", Toshkent 2014
 9. Mamadazimov M, "Ulug'bek va uning rasadxonasi", Toshkent 1994
 10. Nazarov X, Ostonskiy Q, "Matematika tarixi", Toshkent 1996
 11. Abdurahmonov A, Normonov A, Normurodov X, "Matematika tarixi" Toshkent 2014
 12. Sayfullayeva H.M, **"Geometriya, AL va KHK lar uchun o'quv qo'llanma"**, Toshkent 2002
 13. Ortiqboyev A, G'aybullayev N, "Geometriya" 9-sinf uchun o'quv qo'llanma Toshkent 2001
 14. Ibodov Javadulla "Ahmad al-Farg'oniyni rivojlanishi va falakiyot tarixidagi o'rnini" O'zbekiston Respublikasi davlat fan va texnika komiteti, Toshkent avtomobil va yo'llar ins-ti. Toshkent Istiqbol 1998 yil
 15. G'aimnazarov G, Norjigitov H, Gaimnazarov O, "Mirzo Ulug'bek safdoshi, G'iyosiddin Jamshidning ilmiy merosi", Fizika, matematika va informatika jurnali. Toshkent 2015,3-son
 16. Ashraf Ahmedov "Ahmad al-Farg'oniyni" Markaziy Osiyo tadqiqotlar instituti - Toshkent. O'zbekiston milliy ensiklopediyasi 1998 yil
 17. Aziz Qayumov "Ahmad al-Farg'oniyni" - Toshkent Ma'naviyat 1998 yil
 18. Bo'riyev Olimjon "Ahmad al-Farg'oniyni" - Toshkent O'zbekiston milliy ensiklopediyasi Davlat ilmiy nashriyoti 1998 yil
 19. Usmonov Toshpo'lat "Ahmad Farg'oniyni va Bayt ul-hikma" O'rta umumiy ta'lim maktablari, litseylar va kollejlari uchun o'quv qo'llanma. 1998yil
 20. Aziz Qayumov "Ahmad Farg'oniyni" - Toshkent; Fan. 1990 yil
 21. Shirinov T.Sh "Ahmad al-Farg'oniyni davrida Kubo shahri" O'zRFA - Toshkent; Fan. 1998 yil
 22. MaTBHeBCKaa T.n Aji-OepaHH BbmaiomHHca yieHtra cpe/jHeBCKOBBfl TaniKeHT; Oqituvchi 1998 yil
 23. CrpoHcn I, "KpaTKHH onepK hctophh MaTeMaTHKH", MocKBa 1990
 24. O'zbekiston Respublikasi Ensiklopediyasi. Toshkent. 1997 yil 56-bet
 25. Bernard P. The Greek Kingdoms of Central Asia. - Op.cit., pp.99-129. See
 26. Nallino C.A Raccolta di scritti ed inediti, vol.5. Astrologia, astronomia, geografia. Roma, 1944, p.238-240
 27. Puri B.N The Kushans. Op.cit.,pp. 247-263
 28. Sezgin F. Geschichte des arabischen Schrifttums. Bd. 6. Astronomic. Leiden, E.J.Brill, 1978, S.7-11
- Internet ma'lumotlari:
29. <http://www.geocities.com/ferRani/adebietslories.html>
 30. <http://www.persialand.ru/ahmadfarganii.html>

31. <http://www.meshrep.com/Contact us/ahmadal-fergani/2.ipg>
32. <http://www.meshrep.com/Contact us/ahnad al-fergani/ahmad al-fargani.jpg>
33. www.kitap.net.ru/astmomy.php
34. www.proteus2001.narod.ru/ahmad
35. <http://rapidshare.com/files/26697710/astronomy divu.rar>
36. <http://www.peoples.ru/art/literature/poetry/oldage/astronomiy/>
37. <http://news.itportal>
38. www.zivonet.uz

АДАБИЁТЛАР

1. Ўзбек педагогикаси технологияси. Т. Ўқитувчи 1995 й.
2. Педагогика тарихидан хрестоматия. Т. Ўқитувчи 1993 й.
3. Машарипова Г. Беруний ва Маъмун академияси. Халқ таълими № 1 1999 й.
4. Йўлдошев К. Берунийнинг илмий мероси ва таълим-тарбия, Халқ таълими № 2 2000 й.

Adabiyotlar.

1. <http://press-service.uz/> I. Karimovning 2014 yil 15-may kuni “Oʻrta asrlar Sharq allomalari va mutafakkirlarining tarixiy merosi, uning zamonaviy sivilizatsiya rivojidagi roli va ahamiyati” mavzusidagi xalqaro konferensiyada soʻzlagan nutqi.
2. Мамадмуса Мамадазимов, Улуғбек ва унинг расадхонаси, Тошкент 1994.
3. А.П.Юшкевич, История математики в средние века, М., 1961.
4. G. Gʻaymnazarov, O.G. Gaimnazarov Kombinatorikava uning tadbirlari, Toshkent 2014.
5. Джемшид Гияседдин ал-Каши. Ключарифметики. Трактат об окружности, перевод Б.А.Розенфельда., коммент А.П.Юшкевича и Б.А.Розенфельда, М. 1956.
6. Л.С.Бретаницкий, Б.А.Розенфельд, Архитектурная глава трактата, «Ключ арифметики Гияс-ад-дина Каший», журнал Искусства Азербайджана, №5, Баку, 1956.

MUNDARIJA

SOʻZBOSHI.....	3
I bob. VIII-XII asrda yashab ijod qilgan ulugʻ allomalarning matematik merosi..	4
§ 1. Muhammad al-Xorazmiy (783-850).....	4
1.1. Al-Xorazmiy algebra asoschisi sifatida.....	5
1.2. Muhammad al-Xorazmiyning ilmiy merosi.....	6
1.3. Kvadrat tenglamani yechishning Muhammad al-Xorazmiy usuli.....	12
§2. Ahmad Fargʻoniyning matematik merosi.....	16
2.1. Ahmad Al-Fargʻoniyning hayoti va faoliyati.....	16

2.2. Ahmad Farg‘oniyning planetalar harakati va yer planetasi ustida suv oqimi harakatlariga doir ishlari.....	39
2.3 “Nilometr” asbob uskunasiga doir foto lavhalar.....	43
§3. Abu-Rayxon Beruniyning matematik merosi.....	48
360 gradus haqida.....	50
Olam tasviri.....	52
HANDASA(Geometriya).....	53
Vaqtни aniqlash.....	58
Jismlarning o‘zaro tortishishi haqida.....	58
Yerning radiusini aniqlash.....	59
“Quduqning chuqurligini aniqlash”.....	61
3.1. Abu rayxon al-beruniy ma‘mun akademiyasida.....	66
§ 4. Abu ali ibn sinoning matematik merosi.....	69
4.1. Ibn Sinoning asosiy ilmiy asarlari.....	70
4.2. “Donishnoma” asarida geometriya masalalari.....	71
4.3. Ibn sinoning geometrik yasashga doir ishlari.....	78
§ 5. Umar hayyom.....	80
5.1. Beshinchi postulatni isbotlashga Umar Hayom mulohazalari.....	82
5.2. Uchinchi darajali tenglamani yechishda Umar Hayyomning geometrik usuli....	88
5.3. Umar Xayyom-Sakkeri to‘rtburchaklarining kongruentligi.....	99
II- bob. XV-XVI asrlarda yashab ijod qilgan ulug‘ allomalarning matematik merosi.....	101
§ 1. Mirzo Ulug‘bekning matematik merosi.....	101
1.1. Ulug‘bekning geometriya sohasidagi ishlari.....	102
1.2. Ulug‘bekning “Ziji” asari.....	103
1.3. Ulug‘bek rasadxonasida ishlatilgan asbob haqida.....	106
1.4. “Ziji ko‘ragoniy”- ulug‘bek maktabidan yodgorlik.....	114
§ 2. G‘iyosiddin jamshid al-koshiyning matematik merosi.....	116
2.1. Al-Koshiyning binom formulasi.....	131
2.2. Kasr va manfiy ko‘rsatkichli binom formulasi.....	133
2.3. G‘iyosiddin al-koshiy uchburchagi.....	134
§ 3. Ali Qushchining matematik merosi.....	137
Aljabr.....	145
Geometriya va trigonometriya.....	147
3.3. Ali Qushchining trigonometriyaga oid risolalari.....	149
ILOVA. VIII-XII va XV-XVI asrlarda markaziy osiyoda yashab ijod qilgan yana ba’zi ulug‘ allomalarning ilmiy merosi haqida.....	152
Forobiy, Rumi, Chalabiy, Birjandiy.....	152-156
Foydalanilgan adabiyotlar.....	157