

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДВУХМЕРНОЙ СВЯЗАННОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОСТИ ДЛЯ ИЗОТРОПНЫХ ТЕЛ

А.А.Каландаров

Гулистанский государственный университет

E-mail: aziz_510@bk.ru

Исследование термоупругих состояний конструкций и их элементов является актуальной проблемой математического моделирования. При постановке термоупругих задач различают связанные и несвязанные краевые задачи.

Материал и методы

Связанная краевая задача динамической термоупругости в двухмерном случае приобретает следующий вид [1, 2]:

$$(\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (\lambda + \mu)\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y} - (3\lambda + 2\mu)\alpha\frac{\partial T}{\partial x} = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$(\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \mu\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (\lambda + \mu)\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} - (3\lambda + 2\mu)\alpha\frac{\partial T}{\partial y} = \rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$\lambda_0\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) - c_\varepsilon\frac{\partial T}{\partial t} - (3\lambda + 2\mu)\alpha T\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial t} + \frac{\partial^2 v}{\partial y\partial t}\right) = 0 \quad (3)$$

с соответствующими начальными

$$u(x, y, t)|_{t=0} = \varphi_1, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = \psi_1, \quad v(x, y, t)|_{t=0} = \varphi_2, \quad \frac{\partial v}{\partial t}|_{t=0} = \psi_2, \quad T(x, y, t)|_{t=0} = T_0 \quad (4)$$

и, краевыми условиями

$$u(x, y, t)|_{x=0} = u_0, \quad u(x, y, t)|_{x=\ell_1} = \bar{u}_0, \quad u(x, y, t)|_{y=0} = u'_0, \quad u(x, y, t)|_{y=\ell_2} = \bar{u}'_0, \\ v(x, y, t)|_{x=0} = v_0, \quad v(x, y, t)|_{x=\ell_1} = \bar{v}_0, \quad v(x, y, t)|_{y=0} = v'_0, \quad v(x, y, t)|_{y=\ell_2} = \bar{v}'_0 \quad (5)$$

$$T(x, y, t)|_{x=0} = T_1(t), \quad T(x, y, t)|_{x=\ell_1} = T_2(t), \quad T(x, y, t)|_{y=0} = T'_1(t), \quad T(x, y, t)|_{y=\ell_2} = T'_2(t)$$

где $\lambda, \mu, \alpha, \rho, c_\varepsilon, \lambda_0$ – заданные величины, l_i – длины сторон прямоугольника, $\varphi_1, \varphi_2, \psi_1, \psi_2, u_0, u'_0, \bar{u}_0, \bar{u}'_0, v_0, v'_0, \bar{v}_0, \bar{v}'_0, T_0, T_1, T_2, T'_1, T'_2$ – заданные величины.

Полученные результаты и обсуждение

Проведя в области $t \geq 0$, $0 \leq x \leq l$, $0 \leq y \leq l$ три семейства параллельных прямых $x = ih_1$ ($i = \overline{0, n}$), $y = jh_2$ ($j = \overline{0, n}$), $t = k\tau$ ($k = \overline{0, 1, 2, \dots}$)

и, заменяя производные в уравнениях (1)-(3) конечно-разностными отношениями можно найти [3], что

$$\left. \begin{aligned}
 &(\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j}^k - 2u_{i,j}^k + u_{i-1,j}^k}{h_1^2} + (\lambda + \mu) \frac{v_{i+1,j+1}^k - v_{i-1,j+1}^k - v_{i+1,j-1}^k + v_{i-1,j-1}^k}{4h_1h_2} + \\
 &\mu \frac{u_{i,j+1}^k - 2u_{i,j}^k + u_{i,j-1}^k}{h_2^2} - \gamma \frac{T_{i+1,j}^k - T_{i-1,j}^k}{2h_1} = \rho \frac{u_{i,j}^{k+1} - 2u_{i,j}^k + u_{i,j}^{k-1}}{\tau^2} \\
 &(\lambda + 2\mu) \frac{v_{i,j+1}^k - 2v_{i,j}^k + v_{i,j-1}^k}{h_1^2} + (\lambda + \mu) \frac{u_{i+1,j+1}^k - u_{i-1,j+1}^k - u_{i+1,j-1}^k + u_{i-1,j-1}^k}{4h_1h_2} + \\
 &\mu \frac{v_{i+1,j}^k - 2v_{i,j}^k + v_{i-1,j}^k}{h_2^2} - \gamma \frac{T_{i,j+1}^k - T_{i,j-1}^k}{2h_2} = \rho \frac{v_{i,j}^{k+1} - 2v_{i,j}^k + v_{i,j}^{k-1}}{\tau^2}
 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 &\lambda_0 \left(\frac{T_{i+1,j}^k - Tu_{i,j}^k + T_{i-1,j}^k}{h_1^2} + \frac{T_{i,j+1}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i,j-1}^k}{h_2^2} \right) - c_\varepsilon \frac{T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j}^k}{\tau} - \\
 &- \gamma T_{i,j}^k \left(\frac{u_{i+1,j}^{k+1} - u_{i-1,j}^{k+1} - u_{i+1,j}^{k-1} + u_{i-1,j}^{k-1}}{4h_1\tau} + \frac{v_{i,j+1}^{k+1} - v_{i,j-1}^{k+1} - v_{i,j+1}^{k-1} + v_{i,j-1}^{k-1}}{4h_2\tau} \right) = 0
 \end{aligned} \quad (7)$$

и, разрешив полученные разностные уравнения относительно $u_{i,j}^{k+1}, v_{i,j}^{k+1}, T_{i,j}^{k+1}$ соответственно получим

$$\begin{aligned}
 u_{i,j}^{k+1} = &\frac{\tau^2}{\rho} \left((\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j}^k - 2u_{i,j}^k + u_{i-1,j}^k}{h_1^2} + \mu \frac{u_{i,j+1}^k - 2u_{i,j}^k + u_{i,j-1}^k}{h_2^2} + \right. \\
 &+ (\lambda + \mu) \frac{v_{i+1,j+1}^k - v_{i-1,j+1}^k - v_{i+1,j-1}^k + v_{i-1,j-1}^k}{4h_1h_2} - \gamma \frac{T_{i+1,j}^k - T_{i-1,j}^k}{2h_1} \left. \right) + \\
 &+ 2u_{i,j}^k - u_{i,j}^{k-1}
 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 v_{i,j}^{k+1} = &\frac{\tau^2}{\rho} \left((\lambda + 2\mu) \frac{v_{i,j+1}^k - 2v_{i,j}^k + u_{i,j-1}^k}{h_2^2} + \mu \frac{v_{i+1,j}^k - 2v_{i,j}^k + v_{i-1,j}^k}{h_1^2} + \right. \\
 &+ (\lambda + \mu) \frac{u_{i+1,j+1}^k - u_{i-1,j+1}^k - u_{i+1,j-1}^k + u_{i-1,j-1}^k}{4h_1h_2} - \gamma \frac{T_{i,j+1}^k - T_{i,j-1}^k}{2h_2} \left. \right) + \\
 &+ 2v_{i,j}^k - v_{i,j}^{k-1}
 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
 T_{i,j}^{k+1} = &\frac{\tau}{c_\varepsilon} \left(\lambda_0 \left(\frac{T_{i+1,j}^k - Tu_{i,j}^k + T_{i-1,j}^k}{h_1^2} + \frac{T_{i,j+1}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i,j-1}^k}{h_2^2} \right) - \right. \\
 &- \gamma T_{i,j}^k \left(\frac{u_{i+1,j}^{k+1} - u_{i-1,j}^{k+1} - u_{i+1,j}^{k-1} + u_{i-1,j}^{k-1}}{4h_1\tau} + \frac{v_{i,j+1}^{k+1} - v_{i,j-1}^{k+1} - v_{i,j+1}^{k-1} + v_{i,j-1}^{k-1}}{4h_2\tau} \right) \left. \right) + T_{i,j}^k
 \end{aligned} \quad (10)$$

С помощью уравнений (8)-(10) можно найти значения функций $u(x, y, t), v(x, y, t), T(x, y, t)$ на слое t^{k+1} , основываясь на известные

значения функций на двух предыдущих начальных слоях ($k = 0$ и $k = 1$) по начальным и краевым условиям.

$$u_{i,j}^1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\tau^2}{\rho} \left((\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j}^0 - 2u_{i,j}^0 + u_{i-1,j}^0}{h_1^2} + \mu \frac{u_{i,j+1}^0 - 2u_{i,j}^0 + u_{i,j-1}^0}{h_2^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + (\lambda + \mu) \frac{v_{i+1,j+1}^0 - v_{i-1,j+1}^0 - v_{i+1,j-1}^0 + v_{i-1,j-1}^0}{4h_1h_2} - \gamma \frac{T_{i+1,j}^0 - T_{i-1,j}^0}{2h_1} \right) + \right. \\ \left. + 2u_{i,j}^0 + 2\tau\psi_1 \right) \quad (11)$$

$$v_{i,j}^1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\tau^2}{\rho} \left((\lambda + 2\mu) \frac{v_{i,j+1}^0 - 2v_{i,j}^0 + v_{i,j-1}^0}{h_2^2} + \mu \frac{v_{i+1,j}^0 - 2v_{i,j}^0 + v_{i-1,j}^0}{h_1^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + (\lambda + \mu) \frac{u_{i+1,j+1}^0 - u_{i-1,j+1}^0 - u_{i+1,j-1}^0 + u_{i-1,j-1}^0}{4h_1h_2} - \gamma \frac{T_{i,j+1}^0 - T_{i,j-1}^0}{2h_2} \right) + \right. \\ \left. + 2v_{i,j}^0 + 2\tau\psi_2 \right) \quad (12)$$

$$T_{i,j}^1 = \frac{\tau}{c_\varepsilon} \left(\lambda_0 \left(\frac{T_{i+1,j}^0 - 2T_{i,j}^0 + T_{i-1,j}^0}{h_1^2} + \frac{T_{i,j+1}^0 - 2T_{i,j}^0 + T_{i,j-1}^0}{h_2^2} \right) - \right. \\ \left. - \gamma T_{i,j}^0 \left(\frac{u_{i+1,j}^1 - u_{i-1,j}^1 - u_{i+1,j}^0 + u_{i-1,j}^0}{2h_1\tau} + \frac{v_{i,j+1}^1 - v_{i,j-1}^1 - v_{i,j+1}^0 + v_{i,j-1}^0}{2h_2\tau} \right) + T_{i,j}^0 \right) \quad (13)$$

Рассмотрим как можно применить к связанным задачам термоупругости итерационный процесс предложенный в [4]. В (6-7) были использованы явные конечно-разностные отношения. Для того чтобы использовать итерационный процесс мы будем использовать неявные конечно-разностные отношения. В этом случае уравнения (1-3) принимают следующий вид

$$\left. \begin{aligned} & (\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j,k+1} - 2u_{i,j,k+1} + u_{i-1,j,k+1}}{h_1^2} + (\lambda + \mu) \frac{v_{i+1,j+1,k} - v_{i-1,j+1,k} - v_{i+1,j-1,k} + v_{i-1,j-1,k}}{4h_1h_2} + \\ & + \mu \frac{u_{i,j+1,k+1} - 2u_{i,j,k+1} + u_{i,j-1,k+1}}{h_2^2} - \gamma \frac{T_{i+1,j,k} - T_{i-1,j,k}}{2h_1} = \rho \frac{u_{i,j,k+1} - 2u_{i,j,k} + u_{i,j,k-1}}{\tau^2} \\ & (\lambda + 2\mu) \frac{v_{i,j+1,k+1} - 2v_{i,j,k+1} + v_{i,j-1,k+1}}{h_1^2} + (\lambda + \mu) \frac{u_{i+1,j+1,k} - u_{i-1,j+1,k} - u_{i+1,j-1,k} + u_{i-1,j-1,k}}{4h_1h_2} + \\ & + \mu \frac{v_{i+1,j,k+1} - 2v_{i,j,k+1} + v_{i-1,j,k+1}}{h_2^2} - \gamma \frac{T_{i,j+1,k} - T_{i,j-1,k}}{2h_2} = \rho \frac{v_{i,j,k+1} - 2v_{i,j,k} + v_{i,j,k-1}}{\tau^2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
& \lambda_0 \left(\frac{T_{i+1,j,k+1} - T_{i,j,k+1} + T_{i-1,j,k+1}}{h_1^2} + \frac{T_{i,j+1,k+1} - 2T_{i,j,k+1} + T_{i,j-1,k+1}}{h_2^2} \right) - \\
& - c_\varepsilon \frac{T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}}{\tau} - \gamma T_{i,j,k} \left(\frac{u_{i+1,j,k+1} - u_{i-1,j,k+1} - u_{i+1,j,k-1} + u_{i-1,j,k-1}}{4h_1\tau} + \right. \\
& \left. + \frac{v_{i,j+1,k+1} - v_{i,j-1,k+1} - v_{i,j+1,k-1} + v_{i,j-1,k-1}}{4h_2\tau} \right) = 0
\end{aligned} \tag{15}$$

Разрешив эти разностные уравнения относительно $u_{i,j,k+1}$, $v_{i,j,k+1}$, $T_{i,j,k+1}$ соответственно, построим следующий итерационный процесс

$$\begin{aligned}
u_{i,j,k+1}^{(n+1)} = & \left[(\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j,k+1}^{(n)} + u_{i-1,j,k+1}^{(n)}}{h_1^2} + (\lambda + \mu) \frac{v_{i+1,j+1,k} - v_{i-1,j+1,k} - v_{i+1,j-1,k} + v_{i-1,j-1,k}}{4h_1h_2} + \right. \\
& \left. \mu \frac{u_{i,j+1,k+1}^{(n)} + u_{i,j-1,k+1}^{(n)}}{h_2^2} - (3\lambda + 2\mu)\alpha \frac{T_{i+1,j,k} - T_{i-1,j,k}}{2h_1} + \rho \frac{2u_{i,j,k} - u_{i,j,k-1}}{\tau^2} \right] / \left[\frac{2(\lambda + 2\mu)}{h_1^2} + \frac{2\mu}{h_2^2} + \frac{\rho}{\tau^2} \right]
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
v_{i,j,k+1}^{(n+1)} = & \left[(\lambda + 2\mu) \frac{v_{i,j+1,k+1}^{(n)} + v_{i,j-1,k+1}^{(n)}}{h_2^2} + (\lambda + \mu) \frac{u_{i+1,j+1,k} - u_{i-1,j+1,k} - u_{i+1,j-1,k} + u_{i-1,j-1,k}}{4h_1h_2} + \right. \\
& \left. \mu \frac{v_{i+1,j,k+1}^{(n)} + v_{i-1,j,k+1}^{(n)}}{h_1^2} - (3\lambda + 2\mu)\alpha \frac{T_{i,j+1,k} - T_{i,j-1,k}}{2h_2} + \rho \frac{2v_{i,j,k} - v_{i,j,k-1}}{\tau^2} \right] / \left[\frac{2(\lambda + 2\mu)}{h_2^2} + \frac{2\mu}{h_1^2} + \frac{\rho}{\tau^2} \right]
\end{aligned}$$

(17)

$$\begin{aligned}
T_{i,j,k+1}^{(n+1)} = & \left[\lambda_0 \left(\frac{T_{i+1,j,k+1}^{(n)} + T_{i-1,j,k+1}^{(n)}}{h_1^2} + \frac{T_{i,j+1,k+1}^{(n)} + T_{i,j-1,k+1}^{(n)}}{h_2^2} \right) + c_\varepsilon \frac{T_{i,j,k-1}}{2\tau} - \right. \\
& - \gamma T_{i,j,k} \left(\frac{u_{i+1,j,k+1} - u_{i-1,j,k+1} - u_{i+1,j,k-1} + u_{i-1,j,k-1}}{4h_1\tau} + \right. \\
& \left. \left. + \frac{v_{i,j+1,k+1} - v_{i,j-1,k+1} - v_{i,j+1,k-1} + v_{i,j-1,k-1}}{4h_2\tau} \right) \right] / \left[\frac{2\lambda_0}{h_1^2} + \frac{2\lambda_0}{h_2^2} + \frac{c_\varepsilon}{2\tau} \right]
\end{aligned} \tag{18}$$

В разностных уравнениях (14-15) была использована неявная схема вида рис. 1.

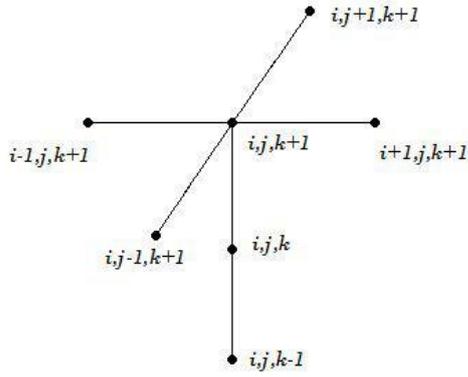


Рис. 1. Неявная схема

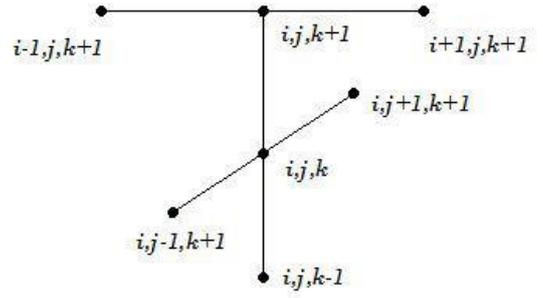


Рис. 2.

Неявная схема

Кроме этого может быть использованы неявные схемы вида рис.2. В этом случае итерационные формулы (16-18) будут иметь ниже указанный вид

$$u_{i,j,k+1}^{(n+1)} = \left[(\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j,k+1}^{(n)} + u_{i-1,j,k+1}^{(n)}}{h_1^2} + (\lambda + \mu) \frac{v_{i+1,j+1,k} - v_{i-1,j+1,k} - v_{i+1,j-1,k} + v_{i-1,j-1,k}}{4h_1h_2} + \right. \\ \left. \mu \frac{u_{i,j+1,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i,j-1,k}}{h_2^2} - (3\lambda + 2\mu)\alpha \frac{T_{i+1,j,k} - T_{i-1,j,k}}{2h_1} + \rho \frac{2u_{i,j,k} - u_{i,j,k-1}}{\tau^2} \right] / \left[\frac{2(\lambda + 2\mu)}{h_1^2} + \frac{\rho}{\tau^2} \right] \quad (19)$$

$$v_{i,j,k+1}^{(n+1)} = \left[(\lambda + 2\mu) \frac{v_{i,j+1,k+1}^{(n)} + v_{i,j-1,k+1}^{(n)}}{h_2^2} + (\lambda + \mu) \frac{u_{i+1,j+1,k} - u_{i-1,j+1,k} - u_{i+1,j-1,k} + u_{i-1,j-1,k}}{4h_1h_2} + \right. \\ \left. \mu \frac{v_{i+1,j,k} - 2v_{i,j,k} + v_{i-1,j,k}}{h_1^2} - (3\lambda + 2\mu)\alpha \frac{T_{i,j+1,k} - T_{i,j-1,k}}{2h_2} + \rho \frac{2v_{i,j,k} - v_{i,j,k-1}}{\tau^2} \right] / \left[\frac{2(\lambda + 2\mu)}{h_2^2} + \frac{\rho}{\tau^2} \right]$$

(20)

$$T_{i,j,k+1}^{(n+1)} = \left[\lambda_0 \left(\frac{T_{i+1,j,k+1}^{(n)} + T_{i-1,j,k+1}^{(n)}}{h_1^2} + \frac{T_{i,j+1,k} - 2T_{i,j-1,k} + T_{i,j-1,k}}{h_2^2} \right) + c_\varepsilon \frac{T_{i,j,k-1}}{2\tau} - \right. \\ \left. - \mathcal{T}_{i,j,k} \left(\frac{u_{i+1,j,k+1} - u_{i-1,j,k+1} - u_{i+1,j,k-1} + u_{i-1,j,k-1}}{4h_1\tau} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{v_{i,j+1,k+1} - v_{i,j-1,k+1} - v_{i,j+1,k-1} + v_{i,j-1,k-1}}{4h_2\tau} \right) \right] / \left[\frac{2\lambda_0}{h_1^2} + \frac{c_\varepsilon}{2\tau} \right] \quad (21)$$

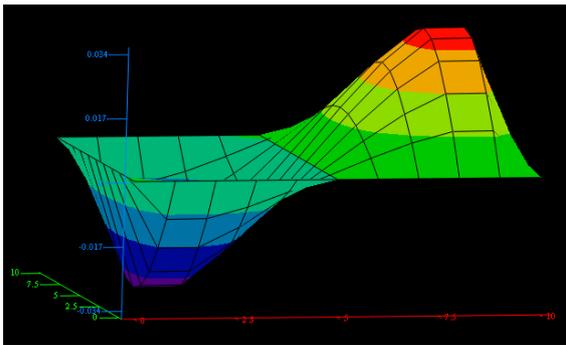
При решении связанной задачи термоупругости для прямоугольной области дискретные аналоги начальных и граничных условий имеют вид:

$$\begin{aligned}
u_{ij}^0 &= 0, & \frac{u_{ij}^1 - u_{ij}^0}{\tau} &= 0, \\
v_{ij}^0 &= 0, & \frac{v_{ij}^1 - v_{ij}^0}{\tau} &= 0, \\
T_{ij}^0 &= T_0 + T_0 \sin\left(\frac{\pi x_i}{l_1}\right) \sin\left(\frac{\pi y_j}{l_2}\right), \\
u_{0j}^k &= 0, & u_{N_1j}^k &= 0, & u_{i0}^k &= 0, & u_{iN_2}^k &= 0, \\
v_{0j}^k &= 0, & v_{N_1j}^k &= 0, & v_{i0}^k &= 0, & v_{iN_2}^k &= 0, \\
T_{0j}^k &= 0, & T_{N_1j}^k &= 0, & T_{i0}^k &= 0, & T_{iN_2}^k &= 0,
\end{aligned}$$

В качестве исходных констант брались следующие значения

$$\lambda = 0.78, \quad \lambda_0 = 0.06, \quad \alpha = 0.05, \quad \mu = 0.5, \quad \rho = 0.86, \quad c_\varepsilon = 3.4, \quad T_0 = 15, \quad h_1 = 0.1, \quad h_2 = 0.1, \quad \tau = 0.01, \quad \ell_i = 1.$$

а). Явная схема



б). Неявная схема

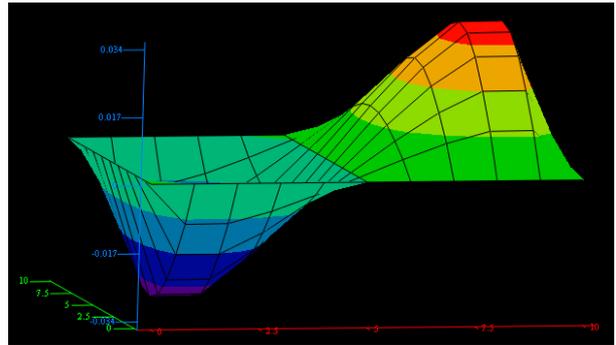


Рис.3. Распределение перемещения $u(x,y,t)$ в прямоугольной области при $t = 0.1$

а). Явная схема

б). Неявная схема

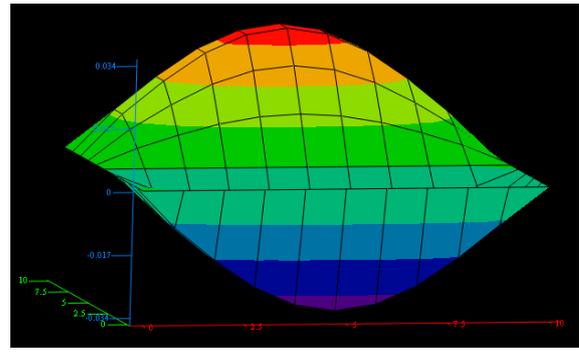
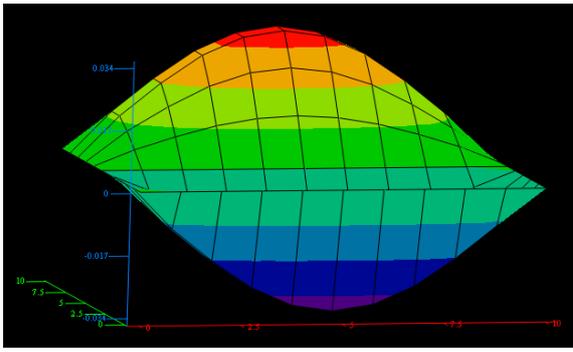


Рис.4. Распределение перемещения $v(x,y,t)$ в прямоугольной области при $t = 0.1$

а). Явная схема

б). Неявная

схема

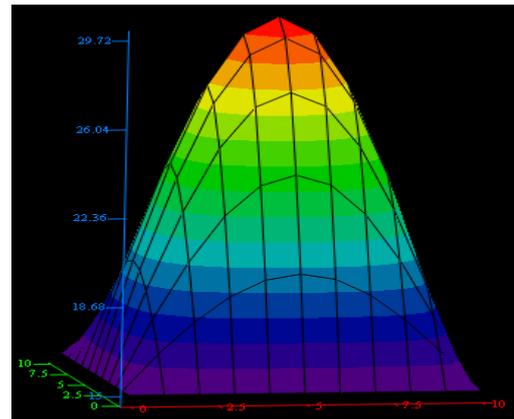
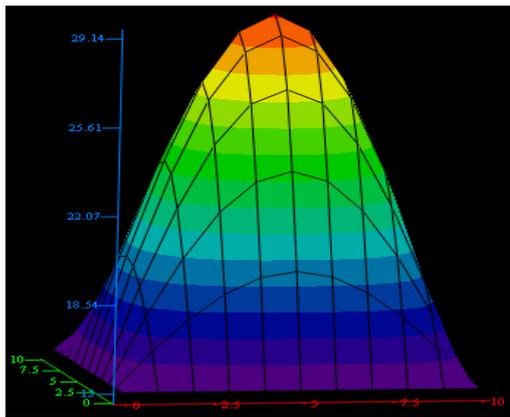


Рис.5. Распределение температуры $T(x,y,t)$ в прямоугольной области при $t = 0.1$

Численные результаты полученные по явной и неявной схемам определялись по рекуррентным соотношениям и итерационным методом, соответственно. Численные результаты для компоненты перемещений и температуры полученные двумя методами для сравнения приведены в рисунках 3-5. Сравнивая соответствующих рисунков можно убедиться в том, что полученные численные результаты двумя методами $t = 0.1$ очень близки, а геометрические иллюстрации совпадают т.е. почти одинаковые, что обеспечивает достоверность результатов.

Список литературы:

1. Новацкий В. Динамические задачи термоупругости. - М.: «Мир», 1970. - 256 с.
2. Победря Б. Е. Численные методы в теории упругости и пластичности. - М.: МГУ, 1996. - 343с.
3. Каландаров А.А., Адамбаев У., Худазаров Р.С. Связанные и несвязанные задачи термо-упруго-пластичности // Вестник НУУз, мех-мат серия.- 2010. №3.- С.92-95.
4. Адамбаев У.Э., Каландаров А.А., Бабажанов М.Р. Итерационный метод типа Либмана для численного решения двухмерных задач теории упругости // Вестник НУУз – 2013.№2. - С. 23-25.

Аннотация

ИЗОТРОП ЖИСМЛАР УЧУН ИККИ ЎЛЧОВЛИ ТЕРМОЭЛАСТИК БОҒЛИҚ ДИНАМИК МАСАЛАНИ СОНЛИ ЕЧИШ

А.А.Каландаров

Мақолада изотроп жисмлар учун динамик термоэластик боғлиқ масала қаралган. Бу чегаравий масала гиперболик типга тегишли ҳаракат тенгламаси ва параболик типга тегишли иссиқлик ўтказувчанлик тенгламаларидан ташкил топган бўлиб, тенгламаларда кўчиш функцияси ва температура ноъмалум сифатида қатнашади. Қаралаётган масала учун ошкор ва ошкормас типдаги чекли айирмали схемалар қурилган ва улар икки хил усулда сонли ечилган ва натижаларнинг яқинлиги кўрсатилган.

Таянч сўзлар: термоэластиклик, кўчишлар, температура, ошкор схема, ошкормас схема.

Аннотация

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДВУХМЕРНОЙ СВЯЗАННОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОСТИ ДЛЯ ИЗОТРОПНЫХ ТЕЛ

А.А.Каландаров

В статье рассмотрена связанная динамическая задача термоупругости для изотропного материала. Рассматриваемая краевая задача состоит из уравнения движения и теплопроводности относящиеся соответственно гиперболическому и параболическому типу, где неизвестными являются перемещение и температура. Составлены явные и неявные схемы, решены численно двумя способами и показано совпадение полученных результатов.

Ключевые слова: Термоупругость, перемещения, температура, явная схема, неявная схема.

Summary

NUMERICAL SOLUTION OF THE TWO-DIMENSIONAL RELATED DYNAMIC PROBLEM OF THERMOELASTICITY FOR ISOTROPIC BODIES

A.A.Kalandarov

The coupled dynamic thermoelastic problem is considered in the article. The considered boundary problem consists of the movement and heat equations correspondingly of hyperbolic and parabolic types, where the unknowns are displacement and temperature. The explicit and implicit schemes are constructed and solved numerically by two methods and the coincidence of the received results is shown.

Key words: thermoelasticity, displacement, temperature, explicit scheme, implicit scheme.

**Мақола “ГулДУ ахборотномаси” журналида 2018 йил №4 сонидан чоп
этилган.**