

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI XALQ TA'LIMI VAZIRLIGI

Navoiy davlat pedagogika instituti

Fizika-matematika fakulteti

“Infomatika va axborot texnologiyalari” kafedrası

# REFERAT

Mavzu: MatLab dasturida xususiy hosilali differensial tenglamalarni yechish

Bajardi: Usmonova Shoirā  
Qabul qildi: Xamroyeva D.N.

Navoiy-2014 y.

## **REJA:**

1. Kirish.
2. Differensial tenglamalar haqida umumiy tushuncha.
3. Xususiy hosilali differensial tenglamalar va ularni yechish usullari.
4. Differensial tenglamalarni yechish bo'yicha MatLab dasturining funksiyalari.
5. MatLab dasturida xususiy hosilali differensial tenglamalarni yechish.
6. Xulosa.
7. Foydalanilgan adabiyotlar.

## Kirish

Tabiatda uchraydigan turli jarayonlar (fizik, ximik, mexanik, biologik va boshqalar) o'z harakat qonunlariga ega. Ba'zi jarayonlar bir xil qonun bo'yicha sodir bo'lishi mumkin, bunday hollarda ularni o'rganish ancha yengillashadi. Ammo jarayonlarni tavsiflaydigan qonunlarni to'g'ridan-to'g'ri topish har doim ham mumkin bo'lavermaydi. Xarakterli miqdorlar va ularning hosilalari orasidagi munosabatlarni topish tabiatan yengil bo'ladi. Ko'pgina tabiiy va texnika masalalarini yechish shunday noma'lum funksiyalarni izlashga keltiriladiki, bunda bu funksiya berilgan hodisa yoki jarayonni ifodalab, ma'lum munosabatlar va bog'lanish esa shu noma'lum funksiya va uning hosilalari orasida beriladi. Mana shunday munosabat va qonunlar asosida bog'langan ifodalar differensial tenglamalarga misol bo'ladi.

Differensial tenglamalar va ularning sistemalari juda ko'p dinamik jarayonlarning matematik modellarini qurishda qo'llaniladi. Bunday differensial tenglamalar yoki ularning sistemalari yechimlari to'plami cheksiz bo'lib, yechimlar bir biridan o'zgarmas sonlarga farq qiladi. Yechimni bir qiymatli aniqlash uchun qo'shimcha tarzda boshlang'ich yoki chegaraviy shartlar qo'yiladi. Bunday shartlar soni differensial tenglama yoki ularning sistemasi tartibi bilan mos bo'lishi lozim. Qo'shimcha shartlarning berilishiga bog'liq holda differensial tenglamalarni quyidagi ikki turdagi masalaga ajratiladi:

- *Koshi masalasi* – qo'shimcha shart sifatida intervalning bitta nuqtasi (boshlang'ich nuqtasi) berilgan bo'lsa;
- *Chegaraviy masala* - qo'shimcha shart intervalning chegaralarida berilgan bo'lsa.

## 2. Differensial tenglamalar haqida umumiy tushuncha

1 – ta’rif. Differensial tenglama deb erkli o’zgaruvchi  $x$ , noma’lum  $y=f(x)$  funksiya va uning  $u', u'', \dots, u^{(n)}$  hosilalari orasidagi bog’lanishni ifodalaydigan tenglamaga aytiladi.

Agar izlangan funksiya  $y=f(x)$  bitta erkli o’zgaruvchining funksiyasi bo’lsa,  $u$  holda differensial tenglama oddiy differensial tenglama, bir nechta o’zgaruvchilarning funksiyasi bo’lsa  $u=U(x_1, x_2, \dots, x_n)$  xususiy hosilali differensial tenglama deyiladi.

2-ta’rif. Differensial tenglamaning tartibi deb tenglamaga kirgan hosilaning eng yuqori tartibiga aytiladi.

3-ta’rif. Differensial tenglamaning yechimi yoki integrali deb differensial tenglamaga qo’yganda uni ayniyatga aylantiradigan har qanday  $y=f(x)$  funksiya aytiladi.

Birinchi tartibli differensial tenglama umumiy holda quyidagi ko’rinishda bo’ladi.

$$F(x, y, y') = 0 \quad (2.1)$$

Agar bu tenglamani birinchi tartibli xosilaga nisbatan yechish mumkin bo’lsa,  $u$  holda

$$y' = f(x, y) \quad (2.2)$$

tenglamaga ega bo’lamiz. Odatda, (2.2) tenglama hosilaga nisbatan yechilgan tenglama deyiladi. (2.2) tenglama uchun yechimning mavjudligi va yagonaligi haqidagi teorema o’rinli :

Teorema. Agar (2.2) tenglamada  $f(x, y)$  funksiya va undan  $y$  bo’yicha olingan  $df/dy$  xususiy hosila  $XOY$  tekisligidagi  $(x_0, y_0)$  nuqtani o’z ichiga oluvchi biror sohada uzluksiz funksiyalar bo’lsa,  $u$  holda berilgan tenglamaning  $y(x_0)=y_0$  shartnii qanoatlantiruvchi birgina  $y=\varphi(x)$  yechimi mavjud.

$x=x_0$  da  $y(x)$  funksiya  $y_0$  songa teng bo’lishi kerak degan shart boshlang’ich shart deyiladi:

$$y(x_0)=y_0$$

4 – ta’rif. Birinchi tartibli differensial tenglamaning umumiy yechimi deb bitta ixtiyoriy  $C$  o’zgarmas miqdorga bog’liq quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi

$$y=\varphi(x,c)$$

funksiyaga aytiladi:

- a) bu funksiya differensial tenglamani ixtiyoriy  $c$  da qanoatlantiradi;
- b)  $x=x_0$  da  $y=y_0$  boshlang’ich shart har qanday bo’lganda ham shunday  $c=c_0$  qiymat topiladiki,  $y=\varphi(x,c_0)$  funksiya berilgan boshlang’ich shartni qanoatlantiradi.

5 – ta’rif. Umumiy yechimni oshkormas holda ifodalovchi  $F(x,y,c)=0$  tenglik (1.1) differentsial tenglamaning umumiy integrali deyiladi.

6 – ta’rif. Ixtiyoriy  $c$  - o’zgarmas miqdorda  $c=c_0$  ma’lum qiymat berish natijasida  $y=\varphi(x,c)$  umumiy yechimdan hosil bo’ladigan har qanday  $y=\varphi(x,c_0)$  funksiya xususiy yechim deyiladi.  $F(x,y,c_0)$  - xususiy integral deyiladi.

7-ta’rif. (2.1) differensial tenglama uchun  $dy/dx=c=const$  munosabat bajariladigan nuqtalarning geometrik o’rni berilgan differensial tenglamaning izoklinasi deyiladi.

### 3. Xususiy hosilali differensial tenglamalar va ularni yechish usullari

Agar differensial tenglamadagi noma'lum funksiya ikki va undan ortiq ko'p argumentlarga bog'liq bo'lsa, u xususiy hosilali differensial tenglama deyiladi. Bunday tenglamalarning nomidan ko'rinib turibdiki, ularda funksiyaning erkli argumentlari bo'yicha xususiy hosilalari qatnashadi.

Oddiy differensial tenglamalardagi kabi xususiy hosilali differensial tenglamalar ham cheksiz ko'p yechimlarga ega. Bu yechimlarga umumiy yechimlar deyiladi. Xususiy yechimlar umumiy yechimlardan ma'lum shartlar asosida ajratiladi. Bu qo'shimcha shartlar tenglama qaralayotgan sohaning odatda chegarasida beriladi.

Xususiy hosiladagi erkli o'zgaruvchilardan biri vaqt bo'lishi ham mumkin. Bunday fizik va texnik masalalar amalda ko'p uchraydi. Qo'shimcha shartlar sifatida bunday tenglamalar uchun vaqtning biror belgilangan qiymatida izlanuvchi funksiyaning qiymatlari ishlatiladi. Masalan, shart boshlang'ich vaqt  $t=0$  da (yoki umuman  $t=t_0, t_0=\text{const}$ ) berilishi mumkin. Bunday shartga biz boshlang'ich shart deymiz.

Qo'shimcha shartlar soha chegarasida berilsa, bunday masalaga chegaraviy masala deyiladi.

Agar chegaraviy shartlar berilmasdan faqat boshlang'ich shart berilsa, bunday masalaga xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun Koshi masalasi deyiladi. Bunda masala cheksiz sohada qaraladi.

Masalada ham boshlang'ich, ham chegaraviy shartlar qatnashsa, bunday masalaga aralash masalalar deyiladi.

Bu yerda xususiy hosilali differensial tenglamalarning xususiy holi bo'lgan chiziqli tenglamalarni qaraymiz. Umumiy ko'rinishda ikkinchi tartibli hosilalarga nisbatan chiziqli tenglama

$$au_{xx} + 2bu_{xy} + cu_{yy} + du_x + eu_y + fu = g \quad (3.1)$$

kabi yoziladi. Bunda  $u = u(x, y)$  izlanuvchi funksiya, erkli o'zgaruvchilar, indeksdagi  $x$  va  $y$  lar  $u$  funksiyaning  $x$  va  $y$  bo'yicha hosilalarini anglatadi.  $a, b, c, d, e, f, g$  koeffitsientlar umuman  $x, y$  va  $u$  ga bog'liq funksiyalar

bo'lishi mumkin. Agar ular o'zgaras sonlardan iborat bo'lsa, (3.1) tenglama o'zgaras koeffitsiyentli,  $x$  va  $y$  ga bog'liq funksiyalar bo'lsa – o'zgaruvchi koeffitsiyentli va, nihoyat,  $x$ ,  $y$  va  $u$  ga bog'liq funksiyalar bo'lsa – kvazichiziqli deyiladi.

(3.1) tenglamaning tipi (turi)  $D=b^2-4ac$  diskriminantning ishorasi bilan aniqlanadi. Agar  $D>0$  bo'lsa, tenglama giperbolik,  $D=0$  bo'lsa parabolik va  $D<0$  bo'lsa, elliptik tipga tegishli bo'ladi.

Tenglamaning tipini aniqlash muhim ahamiyatga ega, chunki bir xil tipdagi har xil tenglamalar juda ko'p umumiy xususiyatlarga ega bo'ladi. Har xil tipga tegishli tenglamalarning xususiyatlari bir-biridan keskin farq qiladi. Tenglama o'zgaruvchi koeffitsiyentli bo'lsa, qaralayotgan sohada uning tipi o'zgarishi mumkin. Masalan, sohaning bir bo'lagida parabolik tipga ega bo'lgan tenglama uning ikkinchi bo'lagida giperbolik tipga aylanadi. Bunday tenglamalarga o'zgaruvchi tipli tenglamalar deyiladi. Matematik masalalarning qo'yilishi ham har xil tipdagi tenglamalar uchun har xil bo'ladi.

Giperbolik tipga tegishli eng soda tenglama to'liq tenglamasidir. U

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.2)$$

ko'rinishga ega. Bunda  $u(t, x)$  izlanuvchi funksiya,  $u$  har xil masalalarda har xil fizik ma'noga ega,  $t$  – vaqt,  $x$  – chiziqli koordinata,  $a^2$  - o'zgaras koeffitsiyent. Bu tenglama yordamida ingichga torlar, har xil materiallardan ishlangan tayoqlar va boshqa xildagi narsalarning ko'ndalang va bo'lama tebranishlari jarayonlarini o'rganish mumkin.

Quvurlarda qovushqoq suyuqliklarning nostatsionar harakati suyuqlik zichligi o'zgaras bo'lganda

$$\rho \left( \frac{\partial W}{\partial t} + 2aW \right) = -\frac{\partial p}{\partial x},$$

$$\rho c^2 \frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.3)$$

tenglamalar sistemasi bilan aniqlanadi. Bunda  $W$  – quvur ko'ndalang kesimi bo'yicha o'rtacha suyuqlik tezligi,  $p$  - bosim,  $t$  - vaqt,  $x$  – quvur o'qi bo'yicha

yo`nalgan koordinata,  $c$  – suyuqlikda tovush tarqalishi tezligi,  $\mu$  – suyuqlik qovushiqqligi,  $d$  – quvur diametri,  $2a = \frac{32\mu}{\rho d^2}$ .

(3.3) sistemadan  $w$  ni istisno qilib (yo`qotib)

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + 2a \frac{\partial p}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (3.4)$$

tenglamaga kelimiz.

Agar (3.3) sistemadan bosim  $p$  istisno qilinsa, (3.4) tenglamaga o`xshash

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + 2a \frac{\partial W}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \quad (3.5)$$

tenglamani hosil qilamiz.

Ma'lumki, issiqlik tarqalish hodisasi Fur'ye qonuni asosida o`rganiladi. Agar jism sirtiga o`tkaziladigan issiqlik ta'siri vaqt bo'yicha juda tez o`zgarsa va jism har xil materiallar aralashmasidan iborat bo`lib, bu materiallar turli issiqlik xossalriga ega bo`lsa, Fur'ye qonunidan chetlanish yuz beradi. Issiqlik oqimi temperatura gradiyenti  $\text{grad}T$  ma'lum darajada o`zgarganda o`zining statsionar holatiga darhol emas, ma'lum vaqt o`tgach erishadi. Bu o'tish vaqtining davomiyligi relaksatsiya vaqti deb ataluvchi kattalik bilan aniqlanadi. Umumlashgan Fur'ye qonuni

$$\bar{q} + \tau' \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} = -\lambda \text{grad}T \quad (3.6)$$

ko`rinishda bo`ladi. Bunda  $\tau'$  issiqlik oqimining relaksatsiya vaqti,  $\lambda$  – issiqlik o`tkazuvchanlik koefitsiyenti,  $T$  – temperatura.

(3.6) qonun asosida

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \tau_p \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (3.7)$$

issiqlik uzatish tenglamasi keltirib chiqariladi. Bunda  $\tau_p$  ga chiziqli bog`liq bo`ladi,  $a$  – temperatura o`tkazuvchanlik koefitsiyenti.

(3.4), (3.5), (3.7) tenglamalar giperbolik tipga tegishlidir, chunki  $D > 0$ .

(3.2), (3.4), (3.5), (3.7) ko`rinishdagi tenglamalar uchun odatda ikkita boshlang`ich va ikkita chegaraviy shart beriladi. Masalan, qarayotgan soha  $[a, b]$  kesmadan iborat bo`lsa,  $u(t, x)$  funksiya

$$u(0, x) = f_1(x), \quad \frac{\partial u(0, x)}{\partial t} = f_2(x),$$

$$u(t, 0) = \varphi_1(x), \quad u(t, l) = \varphi_2(x)$$

shartlarni qanoatlantirishi kerak. Bunda  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$ ,  $\varphi_1(x)$ ,  $\varphi_2(x)$  funksiyalar ma'lum shartlarni qanoatlantiruvchi funksiyalardir.

Umuman olganda shartlar boshqacha ham qo`yilishi mumkin.

Parabolik tipga tegishli tenglamalar ham juda ko`p fizik jarayonlarni tahlil qilishda ishlatiladi. Ularning asosiy vakili issiqlik uzatish tenglamasidir. Uni

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T + Q(t, x, y, z) \quad (3.8)$$

ko`rinishda yozamiz. Bunda  $c$  – jismning solishtirma issiqlik sig`imi,  $\rho$  – zichlik,  $Q$  – issiqlik manbaining kuchlanishi, boshqa belgilashlar (3.6), (3.7) dagi kabi,  $\Delta$  – Laplas operatori. Bu operator har xil koordinatalar sistemasida har xil ko`rinishga ega.

Masalan: to`g`ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasida:

$$\Delta = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z^2}$$

silindrik koordinatalar sistemasida:

$$\Delta = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2};$$

( $\rho, \varphi, z$  – silindrik koordinatalar);

sferik koordinatalar sistemasida:

$$\Delta = \frac{1}{r^2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right]$$

( $r, \theta, \varphi$  – sferik koordinatalar).

(3.8) tenglamada  $\theta = 0$  bo`lsa,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \Delta T, \quad a = \frac{\lambda}{\rho c} \quad (3.9)$$

tenglamani hosil qilamiz.

(3.8) yoki (3.9) tenglamalarni yechish uchun bitta boshlang'ich shart va chegaraviy shartlar berilishi kerak.

Boshlang'ich shart odatda  $t=0$  bo'lganda jismning barcha nuqtalaridagi temperaturasi sifatida beriladi:

$$T(0, x, y, z) = f(x, y, z) \quad (3.10)$$

Chegaraviy shartlar esa bir necha turda beriladi:

1. Birinchi tur chegaraviy shartlarda jismning  $S$  sirtidagi temperatura ma'lum funksiyadan iborat deb qaraladi:

$$T|_S = \varphi(x, y, z) \quad (3.11)$$

2. Ikkinchi tur chegaraviy shartlarda jism sirtida issiqlik oqimi beriladi:

$$q_n = \psi(x, y, z) \quad (3.12)$$

$\vec{n}$  – jism sirti normalining birlik vektori. Fur'ye qonuniga binoan  $q_n = -k(dT/dn)$ , shuning uchun yuqoridagi shart

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \psi(x, y, z) \quad (3.13)$$

shartga teng kuchlidir.

3. Uchinchi tur chegaraviy shartlar

$$\left( \frac{dT}{dn} - hT \right) \Big|_S = \eta(x, y, z) \quad (3.14)$$

ko'rinishda beriladi. Bunda  $h$  – o'zgarmas son,  $\eta(x, y, z)$  - berilgan funksiya.

Elliptik tipdagi tenglama (3.8) tenglamadan statsionar holda hosil bo'ladi:

$$\Delta T = -R, \quad R = \frac{Q}{\lambda} \quad (3.15)$$

Bu tenglamaga Puasson tenglamasi deyiladi.

Agar issiqlik manbai yo'q bo'lsa, (3.15) dan

$$\Delta T = 0 \quad (4.16)$$

Laplas tenglamasiga ega bo'lamiz.

Laplas va Puasson tenglamalarini yechish uchun jism sirtida chegaraviy shartlar qo'yilishi kerak. Masalan, bu shart (3.11) ko'rinishda olinishi mumkin.

(3.1) tenglamada  $a=b=c=f=0$  va  $d, e, g$  o'zgarmas sonlar bo'lsa,

$$u_x + qu_y = p, \quad q = \frac{e}{d}, \quad p = \frac{g}{d} \quad (3.17)$$

ko'rinishdagi ko'chirish tenglamasi deb ataluvchi tenglamani olamiz.

Xususiy hosilali differensial tenglamalarni yechish usullari xuddi oddiy differensial tenglamalardagi kabi bir necha guruhga bo'linadi: aniq usullar, taqribiy usullar va sonli usullar.

Aniq usullar bilan chiziqli xususiy hosilali tenglamalar sodda ko'rinishdagi chegaraviy va boshlang'ich shartlar bilan berilganda yaxshi natijalar olish mumkin. Bu guruhga o'zgaruvchilarni ajratish, tarqaluvchi to'lqinlar, manba funksiyalari, Laplas almashtirishlari va boshqa usullar kiradi.

Taqribiy usullar ham umumiy ko'rinishda berilgan masalalarni yechishda bevosita ishlatilishi mumkin emas. Faqat xususiy hollardagina, masalaning ayrim xususiyatlaridan foydalanib uni soddalashtirib taqribiy yechimlar olinishi mumkin. Eng ko'p ishlatiluvchi usullar sonli usullardir.

## 4. Differensial tenglamalarni yechish bo'yicha

### MatLab dasturining funksiyalari

Differensial tenglamalar va ularning sistemalarini yechish uchun MATLAB paketida quyidagi funksiyalar tashkil qilingan: *ode 45*(*f*, interval, X0, options),

*ode 23*(*f*, interval, X0, options), *ode 113*(*f*, interval, X0, options),

*ode 15s*(*f*, interval, X0, options), *ode 23s*(*f*, interval, X0, options),

*ode 23t*(*f*, interval, X0, options), *ode 23tb*(*f*, interval, X0, options).

Bu funksiyalarning kirish parametrlari:

- ✓ *f* - vektor funksiya bo'lib,  $x' = f(x, t)$  tenglamani hisoblash uchun qo'llanilgan;
- ✓ X0 - boshlang'ich shart vektori;
- ✓ interval - ikkita sondan iborat massiv bo'lib, differensial tenglama yoki sistemaning integrallash intervalini aniqlaydi;
- ✓ options - differensial tenglama yoki ularning sistemalarini yechishning borishini boshqarish parametri.

Barcha funksiyalar quyidagi natijalar chiqaradi:

- ✓ T massiv – yechim izlanayotgan to'ring koordinatalari.
- ✓ X matritsa – i – ustuni yechim vektorining Ti bo'lakdagi qiymati.

*Ode 45* funksiyada to'rtinchi-beshinchi tartibli Runge-Kutta usuli, *ode 23* da ikkinchi – uchinchi tartibli Runge-Kutta usuli, *ode 113* funksiyasida esa Adams usuli kiritilgan.

Qattiq sistemalarni yechishga mo'ljallangan funksiyalar *ode 15s*, ya'ni bu funksiyada Gir usuli kiritilgan. Rozenbrok usuli *ode 23s* funksiyasida, qattiq sistemaning yanada yuqori aniqlikdagi yechimini olish uchun *ode 15s* funksiyasini qo'llash mumkin.

## 5. MatLab dasturida xususiy hosilali differensial tenglamalarni yechish

Differensial tenglamalar sistemasining “qattiq sistema” bo’lish ta’rifini keltiramiz.  $n$  - tartibli differensial tenglamalar sistemasi

$$\frac{dx}{dt} = Bx \quad (5.1)$$

*qattiq sistema* deyiladi [7], agar quyidagi shart o’rinli bo’lsa:

- $B$  matrisa barcha xos sonlarining haqiqiy qismi musbat bo’lsa:

$$\operatorname{Re}(\lambda_k) < 0, \quad k = 0, 1, \dots, n-1;$$

- Sistemaning *qattiqlik soni* deb ataluvchi  $s = \frac{\max_{0 \leq k \leq n-1} |\operatorname{Re}(\lambda_k)|}{\min_{0 \leq k \leq n-1} |\operatorname{Re}(\lambda_k)|}$  son, katta bo’lsa.

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x) \quad (5.2)$$

$$x = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{pmatrix}, \quad f(t, x) = \begin{pmatrix} f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \dots \\ f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \end{pmatrix}, \quad x^0 = \begin{pmatrix} x_1^0 \\ x_2^0 \\ \dots \\ x_n^0 \end{pmatrix}$$

(5.2) chiziqsiz differensial tenglamalar sistemasini qattiqlikka tekshirishda  $B$  matrisa rovida  $\frac{\partial F_i}{\partial x_j}$  xususiy hosilalar matrisasi ishlatiladi.

Uncha katta bo’lmagan qattiqlik soni bilan berilgan sistemalarni yechish uchun `ode23t`, shunga o’xshash sistemalarni baholash uchun `ode23tb`, funksiyalari xizmat qiladi.

Bu funksiyalarning qo’llanilishini aniq misollarda ko’ramiz.

**5.1.-masala.** Quyidagi chegaraviy masalani [2,25; 2] intervalda yeching:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 4\frac{dx}{dt} + 13x = e^{\sin(t)}, \quad (5.3)$$

$$x(0,25) = -1, \quad x'(0,25) = 1.$$

MATLAB funksiyalaridan foydalanish mumkin bo'lishi uchun tenglamani sistemaga keltiramiz. Buning uchun  $y = \frac{dx}{dt}$  almashtirish bajaramiz va

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = -4y - 13x + e^{\sin(t)}, \\ \frac{dx}{dt} = y, \end{cases} \quad (5.4)$$

tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz. Sistema uchun quyidagi

$$\begin{cases} y(0,25) = 1, \\ x(0,25) = -1, \end{cases} \quad (5.5)$$

boshlang'ich shart o'rinli bo'lsin.

(5.4) sistemani hisoblash funksiyasini tuzamiz (2.8-listing). 2.9-listing da (5.4) tenglamani ode45 funksiyasi yordamida yechish tasvirlangan, yechim grafigi 32-rasmda keltirilgan.

#### **5.1-listing.**

```
function F=FF(t,x)
F=[-4*x(1)-13*x(2)+exp(t); x(1)];
end
```

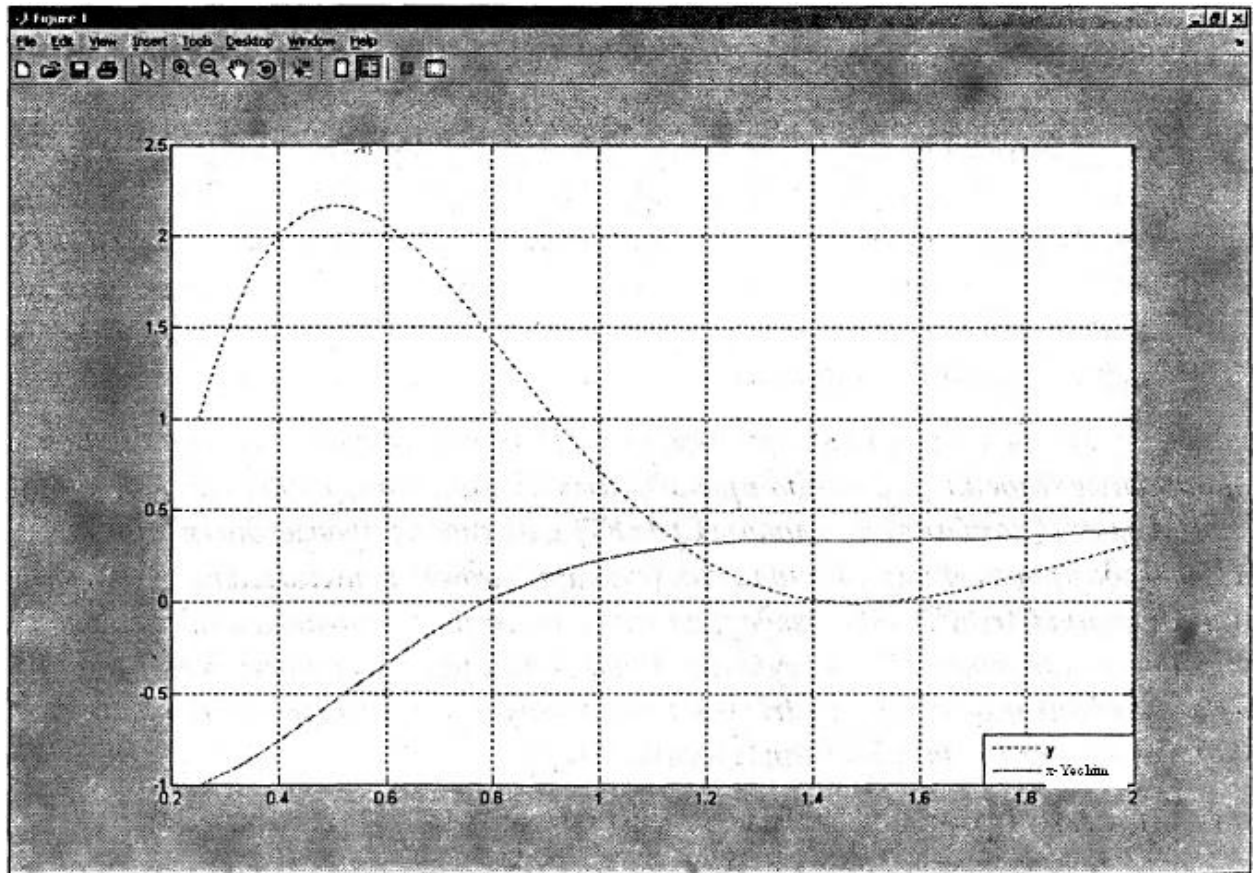
#### **5.2-listing.**

```
% boshlang'ich shart vektorini hosil qilamiz
x0=[1,-1];
% Integrallash intervalini, ya'ni ikki sonli massivni
% hosil qilamiz
interval=[0.25 2];
% ode45 funksiyasiga murojaat qilamiz
```

```

[T,X]=ode45(@FF, interval, x0);
% grafik yechimni chiqarish
plot(T,X(:,1),'-',T,X(:,2),'-');
legend("y", 'x - Yechim');
grid on;

```



1-rasm. (5.4) sistemaning grafik yechimi.

Differensial tenglamalar va ularning sistemalarini yechish uchun mo'ljallangan boshqa funksiyalarga ham shu tarzda murojaat qilish mumkin. Differensial tenglamalarni yechishda qo'llaniladigan MATLAB funksiyalarini izchil o'rganish uchun paketning ma'lumotlar tizimiga [4] murojaat qilish zarur.

## Xulosa

Differensial tenglamalarning yechimlari aniq (analitik) va taqribiy (sonli) bo'lishi mumkin. Ba'zi differensial tenglamalarni aniq yechish mumkin bo'lsa, amaliyotda shunday tenglamalar, ayniqsa, ularning shunday sistemalari mavjudki, ularning aniq yechimlarini topib bo'lmaydi. Hattoki, analitik yechimga ega bo'lgan tenglamalar uchun ham ba'zi hollarda oldindan berilgan qiymatlardagi sonli yechimlarni topishga to'g'ri keladi. Shuning uchun ham oddiy differensial tenglamalarni sonli yechish usullari rivoj topdi.

Ushbu referatda hisoblash matematikasining amaliyotda ko'p uchraydigan va kompyuterda hisoblashlari zaruriyati yuqori bo'lgan masalalarni MatLab matematik paketida yechish uslubiyotini tadqiq qilish maqsad qilib qo'yilgan edi. Boshqa matematik paketlarning ichida aynan MatLab paketining tanlab olinishi, unda dasturlash imkoniyatining mavjudligi va hisoblash jarayonini to'liq kuzatish va boshqarish mumkinligidadir.

MatLab (Matrix Laboratory) tizimi Amerikaning MathWorks firmasi mahsuloti bo'lib, bu tizim katta imkoniyatlarga ega bo'lgan dasturiy mahsulotdir [5]. Uning birinchi versiyasi 1970 yilda foydalanuvchilarga havola etilgan. U ilmiy va muhandislik masalalarini yechuvchi ko'plab maxsus dasturlardan tashkil topgan. Uning asosiy elementi - bu MatLab sistemasining yadrosi. Bunga qo'shimcha tarzda unda 60 ga yaqin buyruqlar kompleksi ("Toolboxes") biriktirilgan. U Curve Fitting Toolbox, Optimization Toolbox, Partial Differential Equation Toolbox, Statistics Toolbox, Symbolic Math Toolbox va boshqa amaliy dasturlar paketlaridir. MatLab tizimining boshqa kompyuter algebrasi tizimlariga nisbatan yana bir muhim tomoni shundaki, unda dasturlash imkoniyatining mavjudligi va hisoblash jarayonini boshqarish hamda kuzatish mumkinligidadir.

Ushbu referat "MatLab dasturida xususiy hosilalali differensial tenglamalarni yechish" mavzusiga bag'ishlangan bo'lib, bunda differensial

tenglamalar haqida umumiy tushunchalar berilgan, xususiy hosilali differensial tenglamalar va ularni yechish usullari keltirilgan. Shuningdek, differensial tenglamalarni yechish bo'yicha MatLab dasturining funksiyalari tadqiq qilingan, hamda MatLab dasturida xususiy hosilali differensial tenglamalarni yechish misollar orqali batafsil yoritilgan.

## Foydalanilgan adabiyotlar

1. M.S. Salohitdinov, O'.N. Nasritdinov. Oddiy differensial tenglamalar. T. «O'zbekiston», 1994 y.
2. A.Z.Mamatov, A.K.Karimov. Differensial tenglamalar bo'limi bo'yicha ma'ruza matni T.2005 y.
3. Sa'dullayev A., Mansurov H., Xudoyberganov G., Vorisov A., G'ulomov R. Matematik analiz kursidan misol va masalalar to'plami. T.: "O'zbekiston", 1993y.
4. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9. –М.: НТ Пресс, 2006. -496с.
5. Поршнев С.В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB. М., Горячая линия – Телеком, 2003.
6. Мартынов Н.Н. MATLAB 7: Элементарное введение. КУДИЦ-Образ, 2005г.
7. Потемкин В.Г. Вычисления в среде MATLAB. М., Диалог МИФИ, 2004.
8. [www.exponenta.ru](http://www.exponenta.ru)– Matematik tizimlar haqidagi sayt.
9. <http://www.matlab.ru/>. – MatLab dasturi haqidagi sayt.
10. [www.Intuit.ru](http://www.Intuit.ru). Интернет-Университет информационных технологий. Москва.