

A.ABDIRAHMONOV

MATNLI MASALALARNI YECHISH USULLARI

Qarshi - 2018

Taqrizchilar:

Qarshi DU dotsenti **N.Dilmurodov**

Qarshi DU akademik litseyi matematika
o'qituvchisi **J.Tursunov**

MUNDARIJA:

Kirish.....	3-6
1.§ Maktab matematika kursidagi masalalarga umumiy xarakteristika.....	7-19
2.§ Matnli masalalarni yechish bosqichlari.....	20-32
3.§ Algebraik masalalarni yechish matnli masalalarni yechishning tugallanish etapi sifatida.....	33-53
4.§ Geometriya bilan bog‘liq matnli masalalarni yechish.....	54-63
Xulosa.....	64
Adabiyotlar ro‘yxati.....	65

KIRISH

Ta'limni tubdan isloh qilishning ajralmas va muhim qismi hisoblangan zamonaviy pedagogik texnologiyalar, interfaol metodlar, amaliyotga joriy qilinishi mumkin bo'lgan yo'l-yo'riqlar yangicha usullar orqali mutaxassislar tomonidan ma'lum tizim asosida o'rgatilishi lozim. Jahon ta'limi tajribasi shundan dalolat beradiki, jamiyat taraqqiyoti ta'limning takomillashishi va taraqqiy qilishi bilan chambarchas bog'liqdir.

O'zbekiston Respublikasi Konstitutsiyasining 41-moddasida "Har kim bilim olish huquqiga ega. Bepul umumiy ta'lim olish davlat tomonidan kafolatlanadi. Maktab ishlari davlat nazoratidadir"¹, deb muhrlab qo'yilgan.

Mustaqillik yillarida ta'lim tizimidagi o'zgarishlar ta'lim jarayoni tarkibiy qisimlarini yangicha tartibda namoyon bo'lishini taqozo etadi. An'anaviy ta'lim qonuniyatlari va tamoyillariga mos holda yangi tamoyillarga amal qilish, ta'lim metodlarining paydo bo'lishi, ta'lim vositalarining takomillashuvi, ayniqsa ta'limni tashkil etishning noan'anaviy shakllari keng ko'lamda joriy etilishi kuzatilmoqda.

O'zbekiston Respublikasining Prezidenti Shavkat Mirziyoyev tashabbusi bilan ishlab chiqilgan 2017-2021 yillarda O'zbekiston Respublikasini rivojlantirishning beshta ustuvor yo'nalishi bo'yicha Harakatlar strategiyasining to'rtinchi qismi "4.4.-Ta'lim va fan sohasini rivojlantirish" bandida uzluksiz ta'lim tizimini yanada takomillashtirish, sifatli ta'lim xizmatlari imkoniyatlarini oshirish, mehnat bozorining zamonaviy ehtiyojlariga mos yuqori malakali kadrlar tayyorlash siyosatini davom ettirish;

ta'lim muassasalarini qurish, rekonstruksiya qilish va kapital ta'mirlash, ularni zamonaviy o'quv va laboratoriya asboblari, kompyuter texnikasi va o'quv-metodik qo'llanmalar bilan jihozlash orqali ularning moddiy-texnika bazasini mustahkamlash yuzasidan maqsadli chora-tadbirlarni ko'rish;

maktabgacha ta'lim muassasalari tarmog'ini kengaytirish va ushbu muassasalarda bolalarning har tomonlama intellektual, estetik va jismoniy

¹ O'zbekiston Respublikasining Konstitutsiyasi. – T.: "O'zbekiston", 2017.

rivojlanishi uchun shart-sharoitlarni tubdan yaxshilash, bolalarning maktabgacha ta'lim bilan qamrab olinishini jiddiy oshirish va foydalanish imkoniyatlarini ta'minlash, pedagog va mutaxassislarining malaka darajasini yuksaltirish;

umumiy o'rta ta'lim sifatini tubdan oshirish, chet tillar, informatika hamda matematika, fizika, kimyo, biologiya kabi boshqa muhim va talab yuqori bo'lgan fanlarni chuqurlashtirilgan tarzda o'rganish masalalariga alohida e'tibor berilgan.¹

Ta'lim jarayoni ko'p bosqichli yaxlit tizimga ega bolib, uning har bir bosqichi ta'lim oluvchilarning yoshi va oziga xos xususiyati ta'lim-tarbiya jarayonida intellektual qobiliyatiga bog'liqdir. O'quvchi o'quvchilikka qabul qilingandan boshlab har bir fanning ilmiy–nazariy asoslarni chuqur o'rganish bilan birga kasb tayyorgarligiga alohida e'tibor qaratildi.

Jamiyatning intellektual salohiyotiga mos kelajak avlodni tarbiyalash bugungi ta'lim tizimi oldida turgan dolzarb vazifa bo'lib, bu o'z navbatida ta'lim jarayonida mumtazam ravishda innovatsion yondashuvlarni amalga oshirishni talab etadi. Innovatsion yondashuvlar – ta'lim jarayonida zamonaviy pedagogik texnologiyalarni qo'llash demakdir.

Matematikani o'qitish umumiy sistemasida masalalar yechish samarali mashq turlaridan biridir. Masalalar yechish bolalarda avvalo, mukammal matematik tushunchalarni shakllantirish ularning dasturda berilgan nazariy bilimlarni o'zlashtirishlarida favqulodda muhim ahamiyatga ega.

Masalan, agar biz qo'shish haqida to'g'ri tushuncha shakllantirishni istasak, buning uchun bolalar yig'indini topishga doir yetarli miqdorda sodda masalalarni deyarli har gal to'plamlarni birlashtirish amalini bajarib yechishlari zarur.

Shunday qilib, masalalar konkret material bo'lib, ular yordamida bolalarda yangi bilim vujudga keladi va mavjud bilimlar tadbiq qilinishi jarayonida mustahkamlab boradi. Masalalar bilimlarni shakllantirishda konkret material bo'lgani holda nazariyani amaliyot bilan, o'qitishni turmush bilan bog'lab olib

¹ O'zbekiston Respublikasi Prezidentining "O'zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo'yicha Harakatlar strategiyasi to'g'risida"gi Farmoni. Xalq so'zi, 2017 yil 8 fevral.

borish imkonini beradi. Masalalar yechish bolalarda kundalik hayotda har bir kishi uchun zarur bo'lgan amaliy uquvlarni vujudga keltiradi.

Matematika fanini o'qitish samaradorligini oshirishda zamonaviy pedagogik texnologiyalar va ularni qo'llash usullarini ishlab chiqish, dastur materiallariga mos matnli masalalarni o'rganishning samarali usullarini aniqlash, yangi pedagogik texnologiyalardan foydalanib masala yechishni amalga oshirish yo'llarini izlashdan iborat.

Ushbu o'quv-uslubiy qo'llanma maktabning yuqori sinf o'quvchilari hamda matematika mutaxassisligi talabalari uchun mo'ljallangan.

1§.Maktab matematika kursidagi masalalarga umumiy xarakteristika

Masalalarni arifmetik, geometrik masalalar deb turlarga ajratganda berilgan masala matematikaning qaysi tarmog'iga oid ekanligi nazarda tutildi. Bunday masalalar oz navbatida yana kichik turlarga bo'linishi mumkin. Masalan, geometrik masalalar planimetrik yoki stereometrik masalalarga bo'linishi va ularning har biri o'z navbatiga hisoblashga doir isbotlashga doir, yasashga doir deb yana uch guruhga (turga) bo'linishi mumkin.

L.M Fridman, E.N.Turetskiylarning ilmiy-tadqiqot ishlari natijalariga ko'ra maktab matematika kursidagi masalalarni bunday turlarga ajratish mumkin:

1.Obektlarning xarakteriga ko'ra masalalar amaliy va tatbiqiy xarakterda b'oladi.

2.Talablarning xarakteriga ko'ra masalalar noma'lumlarni topish; shakl almashtirish yoki yasash; isbotlash yoki tushuntirish xarakterida bo'ladi.

3.Nazariyada nisbatan masalalar standart va nostandart bo'ladi. Nostandart masalalar yechilish metodlari jihatidan ancha murakkab masalalar hisoblanadi.

Bunday masalalarni yechish uchun:

-masalaning shartlarini; obektini; talablarini bo'laklarga bo'lish yo'li bilan uni standart yoki soddaroq masalalarga ajratiladi;

-masalaning sharti almashtiriladi;

- obektlarni boshqalari orqali almashtirish yo'li bilan berilgan masala unga teng kuchli masalaga almashtiriladi;

-ma'lum va noma'lum kattaliklar bir-biriga bog'lanadi;

- masalani qismlarga bo'linadi;

- berilgan masalaga aniqlik kiritish yuzasidan yordamchi elementlar kiritiladi.

Nostandart masalaning yechimini izlash esa bunday reja asosida olib boriladi.

- masala tahlil qilinadi, uning yordamchi modeli tuziladi;

- agar masalaning shartidan yanada soddaroq masalalar ajratib olish yoki uni bir necha sodda masalalarga ajratib yuborish mumkin bo'lsa, u holda bu ishni

bajarib, har bir sodda masala yechiladi. Agar mumkin bo'lsa, u holda masalada yordamchi elementlar kiritib, masalaning shaklini almashtirish mumkinligi aniqlanadi;

- agar bunday qilish mumkin bo'lsa, u holda masalaning shakli almashtiriladi;

- agar mumkin bo'lsa, u holda (masalaning ifodalanishi o'zgartiriladi) so'ngi masala yechiladi va hokazo.

Shunday qilib, har qanday matematik masalaning yechilish jarayoni quyidagilarni o'z ichiga oladi: masalaning tahlili, masalani yechish usulini izlash, masalani yechish rejasini tuzish, masalani yechish rejasini amalga oshirish, yechimni tekshirish, masalaning javobini aniqlash.

Bunga asoslanib masalaning simvolik yozuvi tasvirlanadi va foydalaniladi. Shuningdek, masalaning yechimi tekshirib ko'riladi va bu orqali masalaning javobi aniqlanadi.

An'anaga ko'ra uzoq vaqtlardan beri mashqlarni ko'nikma va malakalarni hosil qilish uchun bajariladigan ish sifatida qarab kelingan.

Bunga sabab bilimlarni ma'lum tartibga tushgan sistema sifatida emas, balki majmua sifatida tasavvur qilish, shuningdek, dars strukturasi uy vazifasini tekshirish, yangi materiallarni bayon qilish, unga vazifa berish kabi bosqichlardan iborat deb tushunishdir.

Haqiqatan ham, bundan ilgari nashr etilgan o'quv-metodik adabiyotlarda xuddi shunday rux bor edi. Natijada maktab o'quvchilaridan ayrimlari mashqlarga e'tiborsizlik bilan qaraydilar.

U yoki bu sabablarga ko'ra o'tilmay qolgan darslarning o'rnini bosish uchun mashqlarga ajratilgan soatlar miqdorini qisqartiradilar. Ular "yangi materialni o'rgatsam bo'lgani, misol-masalalarni yechish shartmi?" degan kayfiyat bilan ish ko'radilar.

Keyingi yillarda pedagog, psixolog, metodistlar (M.I. Maxmutov, Y.K. Babaniskiy, Y.I. Lerner, T.I. Shamova, A.N. Leontiyev, Y.M. Kolyagin, G.I. Saransev, N.R. G'aybullayev, T. Tolachanov, R.A. Xabib va boshqalar) olib

borgan ilmiy tadqiqot ishlari o'qitish jarayonida mashqlarga bo'lgan qarashlarni tubdan o'zgartirib yubordi. Gap shundaki, darsliklardagi har bir mashqning o'z o'rnini, roli va vazifasi bor. Ulardan birortasini ham tushirib qoldirish mumkin emas.

Hozirgi darsliklarda har bir o'quv soatiga o'rtacha 4-5 ta mashq to'g'ri keladi. Hatto ba'zi sinflar uchun darsliklarda sinfda bajariladigan va uyda bajariladigan mashqlar alohida-alohida qilib ko'rsatilgan. Shuning uchun har bir mashqni ko'zdan kechirish o'qituvchi zimmasidagi vazifalardan biri sanaladi.

Maktab matematika kursidagi mashqlarni, ularning ta'lim jarayonidagi vazifalari (funksiyalari)ga qarab:

- didaktik xarakteridagi, ya'ni bugun o'tilgan mavzu – tushuncha, qonun-qoidalarni mustahkamlashga oid mashqlar;

- bilish xarakteridagi, ya'ni uni yechish bugungi mavzuni bilishdan tashqari yana avvalari o'tilgan mavzularni ham bilish talab etilgan mashqlar;

- rivojlantirish xarakteridagi ya'ni ularni yechish uchun bugungi mavzuni, avvallari o'tilgan mavzularni bilishdan tashqari, biroz bo'lsa ham, ijodiy yondoshishi talab etiladigan mashqlar deb uch guruhga bo'lish didaktik jihatdan ma'qullangan.

Ba'zi ilmiy-metodik adabiyotlarda o'quvchilar bilimini nazorat qilishga oid mashqlar, ta'limiy xarakterdagi mashqlar degan iboralar ham uchraydi. Masalan, professor N.R.G'aybullayevning ilmiy ishlarida “matematikadan ta'limiy praktikum” iborasi uchraydi. Bunda muallif amaliy ishlarni bajarish jarayonida o'quvchilarga matematikaga oid bilim berishni nazarda tutadi.

O'qitish jarayonida mashqlar turli yo'lanishlarda namoyon bo'lishi mumkin:

- bilimlarni o'zlashtirish, mustahkamlash vositasi (masalan, “To'la kvadrat tenglama ildizlarini topish formulasi” mavzusi);

- o'qitish metodlarini qo'llash shakli (masalan, mashqlarni induktiv yoki deduktiv yo'l bilan bajarish);

- bilim, malaka va ko'nikmalarni o'zlashtirganlik darajasini nazorat qilish vositasi (masalan, yozma ishlar o'tkazish);

-iqtidor va qobiliyatlarni rivojlantirish, aniqlash vositasi (masalan, turli musobaqa, konkurs, olimpiadalar o'tkazish) va hokazo.

Savol tug'iladi: "Mashq bilan masala tushunchalari o'rtasidagi umumiylik va farqlanishlar nimalardan iborat?"

Aslini olganda, masalada inson bilan biror vaziyat (holat) o'rtasida o'zaro aloqa sodir bo'ladi. Shuning uchun mashqni masalaning xususiy holi deb qarash mumkin.

Shuni alohida ta'kidlash kerakki, har qanday topshiriq ham mashq vazifasini bajaravermaydi. Masalan, " $x^2 + 20x - 1200 = 0$ tenglamani yeching" deyilsa, u holda bu topshiriq 3-sinf o'quvchilari uchun mashq vazifasini bajaradi. Chunki ular keltirilgan kvadrat tenglama va uning ildizlarini topish formulasi bilan tanishganlar. Lekin bu topshiriq 6-sinf o'quvchilari uchun mashq vazifasini bajarmaydi. Chunki ular hali bunday tenglamalarni yechishni o'rganmaganlar.

Demak, bundan kelib chiqadiki, biror masalani mashq qatoriga kiritish uchun undan foydalanish maqsadini, mazmunini o'zlashtirishdagi uning o'rnini, uni yechish bilan o'quvchi faoliyati o'rtasidagi muvofiqlikni oydinlashtirish kerak.

Keng ma'noda qaraydigan bo'lsak, maktabda matematika o'qitish, asosan, o'quvchilarni masalalar yechishga o'rgatish demakdir. Shuning uchun ham maktabda matematika o'qitishga ajratilgan vaqt (soatlar) ning deyarli yarmidan ko'pini masalalar yechish tashkil qiladi.

Taniqli psixolog A.N.Leontevning fikriga qaraganda, masala – bu ma'lum shartlarda (yaqqol vaziyatlarda) berilgan maqsaddir. V.I.Krupich masalalarning tuzilishini tashqi tuzilish va ichki tuzilish deb ikkiga bo'ladi. Tashqi tuzilish obektlar haqida ma'lumot beradi.

Masalan, "ikki korxona...", "ikki ishchi...", "bir yo'nalish bo'yicha harakatlanayotgan ikki transport..." va hokazo. Bu tuzilish masalaning muammolilik (qiyinlik) darajasini belgilaydi.

Ichki tuzilish esa masala yechilishining strategiyasini (yechish usulining reja asosini) va uning murakkablik darajasini belgilaydi. Shuning uchun ham maktabda matematika o'qitishning nazariy asosini masalalarning ichki tuzilishi, masalalar

yechilishining mantiqiy tuzilishini izlash, masalalar yechishning umumlashgan yoʻli va boshqalar tashkil qiladi.

Xulosa qilib aytganda, maktab matematika kursida qaraladigan mashqlar quyidagi alomat (belgi)larga ega boʻlishi kerak:

1. Oʻquvchilar bilim, malaka va koʻnikmalarni oʻzlashtirishlari, mustahkamlashlari uchun vosita.

2. Oʻquvchilar bilim, malaka va koʻnikmalarini nazorat qilish usuli.

3. Oʻquvchilar oʻquv-bilish faoliyatlarini tashkil qilish va boshqarish usuli.

4. Darsni tashkil qilish shakllaridan biri.

5. Oʻqitish metodlarini namoyon boʻlish vositasi.

6. Oʻquvchilar iqtidor va qobiliyatlarini namoyon boʻlish vositasi.

7. Nazariyani amaliyot bilan aloqasini (oʻrnatish vositasi) masalan, bir soʻmni yarimta odamga boʻlib bering” deyilsa, darhol 1 ni $\frac{1}{2}$ ga boʻlib, javobda 2 ni hosil qilamiz. Endi mulohaza yuritaylik: Pulning oʻzi 1 soʻm boʻlsa, uni boʻlib bergandan keyin nega 2 soʻm boʻlib qoldi? Masala shartini amaliyotga – hayotga tatbiq etaylik: aslida yarimta odam boʻladimi? Boʻlmaydi. Demak, bunday muammoni oʻrtaga qoʻyishning oʻzi notoʻgʻri.

Aytilganlardan koʻrinib turiptiki, mashqlar oʻquvchilar oʻquv-bilish faoliyatlari turlaridan biri hisoblanadi, chunki mashqlar aniq maqsadlar shuningdek, vositalar, metodlarga ega.

Masala: uning funksiyalari va turlari. Matematika fanining xos xususiyati (tushunchalarning abstraktligi (mavhumligi) va fikrlarning mantiqiy tasdiqlanishi), oʻquv material mazmunini hisobga olgan holda umumiy oʻrta taʼlim maktabi, akademik litsey va kasb-hunar kollejlarida oʻrganiladigan matematika kursining mazmunini ikki qismga: nazariy material va matematik masalalarga ajratish mumkin. Metodologik nuqtai-nazardan (bilishning shakli nuqtai-nazaridan) nazariy material tushunchalar va ularning aniqlanishi sifatida, fikrlar (teoremlar, xossalari, belgilari va boshqalar), algoritmlar (qoidalar, formulalar va boshqalar), fan mazmuni boʻyicha turli matematik metodlar (toʻgʻridan-toʻgʻri va bevosita

isbot qilish, koordinatalar va vektorlar, tenglamalar va tengsizliklar metodi bilan, teskaridan isbot qilish va boshqalar) orqali beriladi.

Umumiy o'rta ta'lim maktabi, akademik litsey va kasb-hunar kollejlari matematika darsliklarida o'quv material mazmunini bu tashkil etuvchilari o'zaro bog'lanishda berilgan bo'lib, nazariy material deduktiv nazariyaning tuzilish tamoyillari orqali yoki fanning aniq bir mavzusida talqin qilingan mazmunli g'oyalar bilan aniqlanadi.

Matematik masalalarni (mashqlarni) ham dars jarayonida qo'llanish usuliga qarab ikki guruhga ajratish mumkin.

Birinchi guruh masalalar (mashqlar) - tushunchalarni shakllantirishga, o'rganilgan nazariy bilimlarni bevosita amaliyotda qo'llashga, algoritmlarni mustahkamlashga, matematik usullarning mazmunini tushuntirish va bevosita qo'llashga yo'naltirilgan bo'ladi. Bunday masalalarni yechish tahlil qilish va umumlashlirishni talab etmaydi va ular nisbatan osonlik bilan yechiladi. Bu turdagi masalalar (mashqlar) tushunchaning qandaydir bir xususiyatini yoritishda, algoritm yoki usulning qo'llanilishining alohida shartlarini ko'rsatishda muhim hisoblanadi.

Ikkinchi guruh masalalar (mashqlar)ga - umumiy o'rta ta'lim maktablari, akademik litseylar va kasb-hunar kollejlari darajasida o'rganiladigan o'quv matematik faoliyatni tashkil qiluvchi masalalar kiradi. Bunda masalani qo'yilishi, yechishni tashkil qilish usullari va tushunilishi, masala yeyehimini izlash (masala shartini tahlil qilish; masala shartini ma'lum matematik dalillar va masalalar yechisli usullari bilan taqqoslash; masala yechish yo'llari va rejalarini tuzish, rejani amalga oshirish), yechish natijalarini olish va uni tahlil qilish muhim ahamiyat kasb etadi.

Masalalarni yechish o'quvchilarda avvalo matematik tushunchalarni shakllantiradi. Yangi bilimlarni vujudga keltiradi va mavjud bilimlarni tatbiq qilinishi jarayonida musahkamlanib boradi. Masalalar bilimlarni shakllantirishda konkret material bo'lgani holda nazariyani amaliyot bilan, o'qitishni turmush bilan bog'lab olib borish imkonini yaratadi.

Masalalar yechish jarayonining o'zi o'quvchilarning aqliy rivojlanishiga

ijobiy ta'sir ko'rsatadi, chunki u aqliy operatsiyalarni: analiz va sintez, konkretlashtirish va absraktlashtirish, taqqoslash, umumlashtirishni talab etadi. Masalan, o'quvchi istalgan masalani yechayotganda analiz qiladi: savolni masala shartidan ajraladi; yechish rejasini tuzayotganida sintez qiladi, bunda u konkretlashtirishdan (masala shartini, "xayolan" chizadi), so'ngra absraktlashdan foydalanadi (konkret situatsiyadan kelib chiqib, yechish yo'lini tanlaydi); biror bir turdagi masalalarni ko'p marta yechish natijasida o'quvchi bu turdagi masalalarda berilgan va izlanayotgan sonlar orasidagi bog'lanishlar haqidagi bilimni umumlashtiradi, buning natijasida bu turdagi masalalarni yechish usuli umumlashtiriladi.

Umumiy o'rta t'lim maktabi AL va KHK lari matematika kursida matematik masalalar bajaradigan funksiyasiga qarab uch tipga ajratiladi.

1. Didaktik funksiyani bajaradigan masalalar bu masalalarni yechish uchun konkret darsda o'quvchilarda tarkib toptirilgan bilimlar yetarli bo'ladi.

2. Bilish funksiyasini bajaradigan masalalar - bu masalalarni yechish uchun konkret darsda o'quvchilarda tarkib toptirilgan bilimlar bilan bir qatorda, oldingi mavzularda tarkib toptirilgan bilim va ko'nikmalar ham talab etiladi.

3. Rivojlantiruvchi funksiyani bajaradigan masalalar bu masalalarni yechish uchun konkret darsda yoki oldingi mavzularda tarkib toptirilgan bilimlar bilan bir qatorda oldingi boblardan, oldingi sinflardan tarkib toptirilgan bilim va kinikmalar talab etiladi.

Demak, har bir mavzu bo'yicha masalalar (mashqlar) sitsemasini tahlil etishda:

a) o'rganilayotgan materialning mazmun-mohiyatmi ochish, oydinlashtirish, chuqurroq o'rganish uchun yuqorida ko'rib o'tilgan funksiyalarni bajaradigan qancha sondagi masala (mashqlar) zarurligin aniqlash:

b) asosiy tayanch o'quv materialiga mos keluvchi masalalar

(mashqlar) guruhlanganligi (asosiy (tayanch) o'quv materialini yoritishga mo'ljallangan masalalar bilan aralash holda berilganligi)ni aniqlash;

v) asosiy tayanch materialni yoritish uchun mo'ljallangan masalalar (mashqlar) bilan bir qatorda boshqa masalalar (mashqlar) qanday bog'langanligini aniqlash:

g) o'rganilgan nazariy materialni tadbirlarini ko'rsatadigan masalalar (mashqlar) mavjudligini aniqlash;

d) mavzuni o'rganish natijasida ijobiy motiv hosil qiladigan masalalar (mashqlar) mavjudligini aniqlash amalgam oshiriladi.

Masalalar (mashqlar) sitsemasini tahlil elish natijasida sinfda yechilishi lozim bilgan masalalar, uyga vazifa sifatida beriladigan masalalar aniqlanadi.

Masala yechishning arifmetik usuli. Masalalar yechishning bu usulida tenglama tuzilmaydi. Har bir masalaga o'ziga xos yondoshiladi. Masalada berilgan kattaliklar orasidagi bog'lanish mulohazalar yordamida, yo'naltiruvchi savollar berish yo'li bilan qadam–baqadam ochiladi.

Al-Koshiy yuqorida keltirilgan masalani yechishning ikkita arifmetik usulini ko'rsatgan. Ulardan birini keltiramiz.

Yechish. 1–savol. Agar bezak faqat durdan iborat bo'lsa, uning narxi qancha bo'lar edi?

$$15 \cdot 3 = 45 \text{ (dinar).}$$

2–savol. Faqat durdan yasalgan bezak narxi bilan oltin va durdan yasalgan bezak narxi orasidagi farq necha dinor?

$$45 - 24 = 21 \text{ (dinar).}$$

3–savol. Dur va oltin narxlari orasidagi farq necha dinor?

$$15 - 5 = 10 \text{ (dinar).}$$

4 – savol. Bezakda necha misqol oltin bor?

$$21:10=2.1 \text{ (misqol).}$$

5 – savol. Bezakda necha misqol dur bor?

$$3 - 2.1 = 0.9 \text{ (misqol).}$$

Javob: bezakda 2.1 misqol oltin va 0.9 misqol dur bor.

Masala yechishning yana bir usuli. Masala yechishning e'tiborga loyiq bo'lgan yana bir usuli bor. Bu usul qadimdan ma'lum va u al-Koshiyning "Hisob ilmi kaliti" asarida keltirilgan. Bu usulni "masalada keltirilgan amallar tartibini va amallarning o'zini ham teskarisiga almashtirish" usuli deyish mumkin. Bitta masalani shu usul yordamida yechamiz.

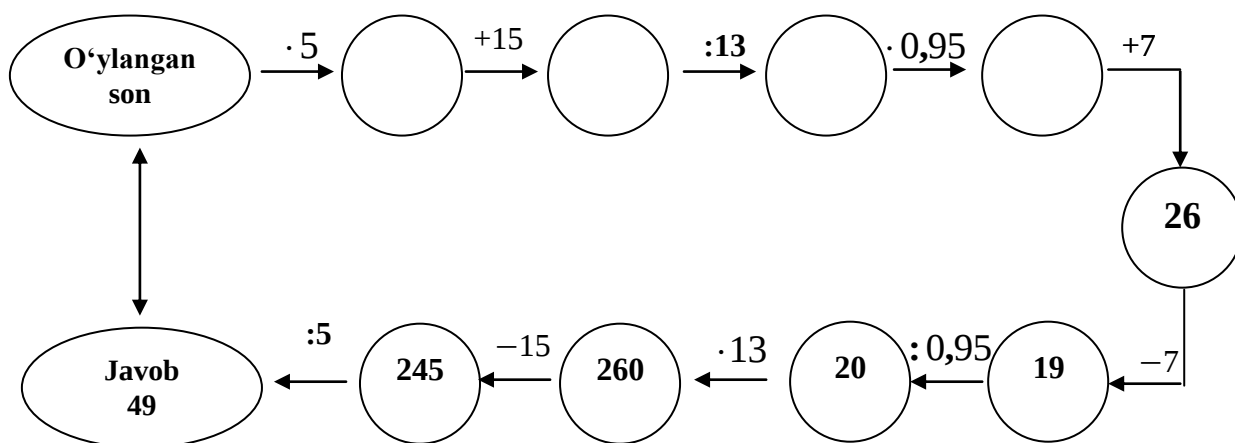
Masala. Men bir son o'yladim. Uning 5 baravariga 15 ni qo'shdim va natijani 13 ga bo'ldim. Bo'linmaning 0.95 qismiga 7 ni qo'shdim, 26 hosil bo'ldi. Men o'ylagan sonni toping.

Yechish. Masalani hal qilishda chizmadan foydalanish qo'l keladi. Chizmaning birinchi qatorida masala shartlari yozilgan;

2 – qatorda 1 – qatordagi amallarga mos teskari amallar yozilgan;

2 – qatordagi doirachalar ichida amal natijalari ko'rsatilgan.

1 – qatorning birinchi doirachasi ("o'ylangan son") tagidagi doirachada esa masalaning javobi 49 soni darhol ko'rinadi.



7–sinf algebra kursida bir noma'lumli birinchi darajali tenglamalarni yechish o'rgatiladi va "Masalalarni tenglamalar yordamida yechish" mavzusida masalalarni tenglamalar yordamida yechish quyidagi bosqichlarda amalga oshirilishi aytiladi:

- 1) masalaning sharti bo'yicha tenglama tuzish;
- 2) hosil bo'lgan tenglamani yechish.

Bitta masalani yechib ko'rsatilgandan so'ng mustaqil ishlash uchun 24 ta matnli masala beriladi. Bu masalalarning 21 tasi sonli bog'lanishlarga, bittasi harakatga, ikkitasi bajarilgan ishga doir masalalardir.

8 – sinf algebra kursida “Masalalarni tenglamalar sistemasi yordamida yechish” mavzusi qaratiladi. Mavzuda masala yechish bo'yicha uchta namuna ko'rsatilgach, mustaqil ishlash uchun 13 ta masala berilgan. Bu masalalarning 10 tasi sonli bog'lanishlarga, uchta bajarilgan ishga doir masalalardir.

8 – sinfdagi “Kvadrat tenglamalar yordamida masalalar yechish” mavzusi quyidagicha yoritilgan.

1 – masala. Shaxtaga tosh tashlandi va uning shaxta tubiga urilganda chiqargan ovozi 9 sekunddan keyin eshitildi. Tovush tezligini 320 m/sek, og'irlik kuchining tezlanishini esa $g=10\text{m/s}^2$ deb hisoblab, shaxtaning chuqurligini aniqlang.

Yechish. Shaxtaning chuqurligini aniqlash uchun toshning shaxta tubiga tushish vaqti t ni aniqlash yetarli, chunki shaxtaning chuqurligi erkin tushish qonuniga ko'ra $\frac{gt^2}{2}$ metrga teng.

Shart bo'yicha $g=10\text{m/s}^2$. Shuning uchun shaxtaning chuqurligi $5t^2$ metrga teng.

Ikkinchi tomondan, shaxtaning chuqurligini tovush tezligi 320 m/sek ni toshning shaxta tubiga borib tekkan ondan to zarba ovozi eshitilguncha o'tgan vaqtga, ya'ni $(9 - t)$ sekundga ko'paytirib topish mumkin. Demak, shaxtaning chuqurligi $320(9 - t)$ metrga teng.

Shaxtaning chuqurligini aniqlash uchun topilgan ikki ifodani tenglashtirib, $5t^2=320(9 - t)$ tenglamani hosil qilamiz. Bu tenglamani yechamiz:

$$t^2 - 64(9 - t) = 0,$$

$$t^2 + 64t - 64 \cdot 9 = 0.$$

Hosil qilingan kvadrat tenglamaning ildizlarini topamiz:

$$\begin{aligned} t_{1,2} &= -32 \pm \sqrt{32^2 + 64 \cdot 9} = -32 \pm \sqrt{32(32 + 18)} = \\ &= -32 \pm \sqrt{32 \cdot 50} = -32 \pm \sqrt{16 \cdot 100} = -32 \pm 40, \end{aligned}$$

$$t_1 = 8, \quad t_2 = -72.$$

toshning tushish vaqti musbat bo'lgani uchun $t=8$ s bo'ladi.

Demak, shaxtaning chuqurligi quyidagiga teng:

$$5t^2 = 5 \cdot 8^2 = 320(m).$$

J a v o b: 320 m.

2 – masala. Tezyurar avtobus avtovokzaldan 40 km uzoqlikdagi aeroportga qarab jo'nadi. Oradan 10 minut o'tgandan keyin avtobusning ketidan taksida yo'lovchi jo'nadi. Taksining tezligi avtobus tezligidan 20 km/soat ortiq. Agar ular aeroportga bir vaqtda yetib kelgan bo'lsa, taksi bilan avtobusning tezligini toping.

Yechish. Avtobusning tezligi x km/soat bo'lsin, bu holda taksining tezligi $(x+20)$ km/soat bo'ladi. Avtobusning harakat vaqti $\frac{40}{x}$ soat, taksining harakat vaqti esa $\frac{40}{x+20}$ soat bo'ladi. Masalaning shartiga ko'ra, avtobus bilan taksi

harakatlari vaqti orasidagi farq 10 minutga teng, ya'ni $\frac{1}{6}$ soat. Demak,

$$\frac{40}{x} - \frac{40}{x+20} = \frac{1}{6}. \quad (1)$$

Hosil bo'lgan tenglamani yechamiz. Tenglamaning ikkala qismini $6x(x+20)$ ga ko'paytirib, quyidagini hosil qilamiz:

$$40 \cdot 6 \cdot (x+20) - 40 \cdot 6x(x+20),$$

$$240x + 4800 - 240x = x^2 + 20x,$$

$$x^2 + 20x - 4800 = 0.$$

Bu tenglamaning ildizlari:

$$x_1 = 60, \quad x_2 = -80.$$

x ning bu qiymatlarida (1) tenglamaga kiruvchi kasrlarning maxrajlarini nolga teng emas. Shuning uchun $x_1=60$ va $x_2=-80$ (1) tenglamaning ildizlari bo'ladi.

Avtobusning tezligi musbat bo'lgani uchun, masalaning shartini faqat bitta ildiz qanoatlantiradi: $x = 60$. Shuning uchun taksining tezligi 80 km / soatga teng.

Javob : avtobusning tezligi 60 km / soat , taksining tezligi 80 km / soat.

3- masala. Qo'lyozmani ko'chirish uchun birinchi operator ikkinchisiga qaraganda 3 soat kam vaqt sarflaydi. Ular birgalikda ishlab hamma qo'lyozmani 6 soat-u 40 minutda ko'chirib bo'lishdi. Hamma qo'lyozmani ko'chirish uchun ularning har biriga qanchadan vaqt talab qilinadi?

Yechish : Hamma qo'lyozmani ko'chirish ishini bir birlik, deb qabul qilamiz. Birinchi operator qo'lyozmani ko'chirish uchun x soat sarflagan bo'lsin. U xolda ikkinchi operatorga bu ish uchun $(x + 3)$ soat talab qilinadi. Birinchi operator bir soatda ishning $\frac{1}{x}$ qismini, ikkinchisi esa $\frac{1}{x+3}$ qismini bajaradi.

Ular birgalikda ishlab, bir soatda hamma ishniing $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3}$ qismini bajarishadi, 6 soat 40 minutda, ya'ni $6\frac{2}{3}$ soatda esa ular hamma ishni bajarishadi.

Shuning uchun

$$6\frac{2}{3}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3}\right) = 1.$$

Bu tenglamani quyidagicha yozish mumkin :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{3}{20}. \quad (2)$$

Uning ikkala qismini $20x(x+3)$ ga ko'paytirib, quyidagini xosil qilamiz:

$$20(x+3) + 20x = 3x(x+3),$$

$$40x + 60 = 3x^2 + 9x,$$

$$3x^2 - 31x - 60 = 0.$$

Bu tenglamaning ildizlari :

$$x_1 = 12, \quad x_2 = -\frac{5}{3}.$$

x ning bu qiymatlarida (2) tenglamaga kiruvchi kasrlarning maxrajlarini nolga teng emas. Shuning uchun $x_1 = 12$ va $x_2 = -\frac{5}{3}$ (2) tenglamaning ildizlari.

Masalaning ma'nosiga ko'ra $x > 0$ bo'lgani uchun $x = 12$. Demak, birinchi operator ishga 12 soat, ikkinchisi esa 12 soat + 3 soat = 15 soat sarflaydi.

Javob : 12 soat va 15 soat [8, 155–158 betlar].

Ushbu mavzudagi masalalarni yechish uchun tenglamalar tuzildi. 1–masalada berilgan ma'lumotlar asosida kvadrat tenglama tuzilgan bo'lsa, ikkinchi va uchinchi masalalarni yechishda tuzilgan tenglamalar kasr ratsional tenglama bo'lib, ular ma'lum shakl almashtirishlar natijasida kvadrat tenglamaga keltirildi. Demak, yuqorida ta'kidlanganidek, tenglamalarni yechish davomida matematika kursi takrorlanib va mustahkamlanib boradi.

Kursning qanday tushunchalari takrorlanishini esa masala mazmuni belgilab beradi. Qaralgan masalalarning 1 – va 2 – lari harakatga doir masalalar bo'lib, 1 – masalada erkin tushayotgan jismning bosib o'tgan yo'lini topish talab etilgan bo'lsa, 2 – masalada harakatlanayotgan jism (avtobus) tezligini topish talab etilgan. 3 – masala birgalikda bajarilgan ishga doir bo'lib, ma'lum bir ishni bajarishga ketadigan vaqtni topish talab etilgan.

2-§ Matnli masalalarni yechish bosqichlari

Matnli masala tushunchasi. Matnli masala biror-bir vaziyat (vaziyatlar)ning tabiiy tildagi ifodasi (tavsifi) bo'lib, unda bu vaziyatning biror-bir komponentasiga miqdoriy xarakteristika berish, uning komponentlari orasidagi ba'zi munosabatlar bor-yo'qligini aniqlash yoki bu munosabat turini aniqlash talab etiladi.

Har qanday matnli masala ikki qismdan: shartlar va talablar (savollar) dan iborat bo'ladi.

Shartda obektlar va berilgan obektlarni xarakterlovchi ba'zi miqdorlar haqida, bu obektlarning ma'lum va noma'lum qiymatlari haqida, ular orasidagi munosabatlar haqida ma'lumotlar beriladi.

Matnli masalalarni yechish usullari. Masalani yechish - bu masalada bevosita yoki bilvosita mavjud bo'lgan sonlar, miqdorlar, munosabatlar usida amallar va operatsiyalarning mantiqiy to'g'ri ketma-ketligi orqali masalalarning talabini bajarish (uning savoliga javob berish) demakdir.

Matematikada masalalarni yechishning asosiy usullari sifatida arifmetik va algebraik usullar farq qilinadi. Arifmetik usulda masalaning savoliga javob sonlar usida arifmetik amallar bajarish natijasida topiladi.

Ayni bir masalani yechishning turlicha arifmetik usullari berilganlar orasidagi, berilganlar bilan noma'lumlar orasidagi, berilganlar bilan izlanuvchilar orasidagi arifmetik amallarni tanlashda asos bo'luchi munosabatlar bilan yoki amallarni tanlashda bu munosabatlarni bajarishdagi ketma-ketliklar bilan farq qiladi.

Algebraik usulda masalaning savoliga javob tenglama, tengsizlik, tenglamalar (tengsizliklar) sistemasi tuzish va yechish natijasida topiladi.

Harf (harflar) bilan belgilash uchun noma'lum (noma'lumlarni) tanlashga, mulohazalar yuritish yo'llariga bog'liq ravishda ayni bir masala bo'yicha turlicha tenglamalar tuzish mumkin. Bunday holda bu masalaning turlicha algebraik yechimlari haqida gapirish mumkin.

Masalalar yechish orqali o'quvchilarda ushbu malakalar tarkib topmog'i lozim.

1. Masalani tinglab yoki o'qib, uni mazmunini tushuna olish malakasi.

2. Masalani dastlabki tahlil qilish (ma'lumni noma'lumdan ajarata olish) malakasi. Ma'lumni noma'lumdan, muhimni nomuhimdan ajratish, masalada berilganlar bilan izlanayotganlar orasidagi bog'lanishni ochish - bu eng muhim malakalardan biri, bunday malakaga ega bo'lmay turib, masalalarni mustaqil yechishga o'rganib bo'lmaydi.

3. Masalani qisqa yozish malakasi. Masala teksti ustida og'zaki ishlagandan keyin uning mazmunini matematik terminlar tiliga o'tkazish va qisqa yozuv shaklidagi matematik ifodasini belgilash kerak (chizmalar, sxemalar, jadvallar).

Shuni nazarda tutish kerakki, barcha hollarda ham qisqa yozuvni bajarish bilan bir vaqtda masala shartining tahlili ham amalga oshiriladi. Aslini aytganda, qisqa yozuvning vazifasi shundan iborat. Haqiqatan ham masala shartining qisqa yozuvi o'quvchilar xotirasiga tayanch bo'lib, son ma'lumotlarni tushunish va ajratish imkonini beradi, shu bilan birga ularning ratsional yozilishi masalada nima berilgan va nimani izlash kerakligini bayoniy tushuntirish imkonini yaratadi.

4. Murakkab masala tahlilini amalga oshirish, so'ngra yechish rejasini tuzish malakasi. Oldin sodda masalani yechishda amal tanlash masalasini qarab chiqishga to'xtalamiz. Bu malaka birinchi sinfdan boshlab tarkib topa boshlaydi, ikkinchi va uchinchi o'quv yillarida yanada rivoj toptiriladi, ya'ni ba'zi tanish masalalarga nisbatan amal tanlash ishini bajarish asosi o'zgartiriladi.

Murakkab masalani yechishda masalani tahlil qilish malakasi asosiy ahamiyatga ega. Matematika o'qitish metodikasiga oid qo'llanmalarda masalani tahlil qilishning analitik va sintetik usullari qaraladi.

Masalaning sintetik tahlili deyilganda mulohazalarning shunday rivoji tushuniladiki, bunda ikkita ma'lumotni birlashtirish natijasida bu ma'lumotlardan nimani bilish mumkinligi aniqlanadi, shundan keyin yangi topilgan ma'lumot bilan boshqa ma'lumot birlashmasiga o'tiladi va masala savoliga javob topilguncha shu ish davom ettirilaveradi.

Masala tahlilining analitik usuli shunday mulohazalar zanjiridan iboratki, bu zanjir boshida masalada berilgan savol turadi. Masala savoliga javob topish uchun zarur ma'lumotlar tanlanadiki, bu ma'lumotlarni boshqa ma'lumotlardan foydalanib topish mumkin.

5. Yechimni bajarish, uni o'qituvchi talabiga mos qilib rasmiylashtirish va masala savoliga javob berish malakasi.

6. Masala yechimini tekshira olish malakasi. Masala yechimining tekshirish quyidagi usullarda qo'llaniladi:

- a) Olingan javob bilan masala sharti o'rtasida moslik o'rnatish.
- b) Teskari masala tuzish va yechish
- v) Masalani boshqa usullar bilan yechish
- g) Javobning chegaralarini aniqlash (javobni chamalash).
- d) Grafik tekshirish

Matnli masalalarni yechish bosqichlari. Matnli masalalarni tenglamalar yordamida yechish quyidagi bosqichlarda amalga oshiriladi.

1. Masalani tahlil qilish. Bunda masalada berilgan ma'lum va noma'lum miqdorlar, ular orasidagi bog'lanishlar aniqlanadi. Bu bog'lanishlar asosida algebraik ifodalar tuzib olinadi (masala shartining matematik tildagi ifodasi).

2. Hosil qilingan algebraik ifodalar masala shartiga binoan o'zaro bog'lanadi. Buni natijasida tenglama yoki tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi.

3. Tuzilgan tenglama yoki tenglamalar sistemasi yechiladi. Topilgan ildizlarning tenglamani qanoatlantirishi tekshiriladi. Chet ildizlar bo'lsa, ular chiqarib tashlanadi.

4. Tenglamaning ildizlari tahlil qilinib, ular asosida masalaning javobi topiladi. Bu javoblar masalaning mazmuniga mos kelishi, javoblarning to'liqligi tekshiriladi.

Bu bosqichlar mantiqiy jihatdan o'zaro bog'langan. Masalan, tuzilgan algebraik ifodalarni o'zaro bog'lab tenglama tuzish bosqichi avvalgi bosqich bilan birgalikda kechadi. Chunki algebraik ifodalarni tuzishda aynan qanday ifodalar tuzilsa, ularni tenglik belgisi bilan bog'lash mumkin bo'lishi nazardan

qochirilmaydi. Ya'ni, noma'lumlarni aniqlash, ma'lum va noma'lum miqdorlardan tenglama mazmuniga mos ifodalar tuzish bosqichi bilan tenglama tuzish bosqichi bir – biriga kirishib ketadi. Bu tabiiy hol. Chunki analiz va sintez ilmiy tadqiqotning parallel ravishda amalga oshiriladigan metodlaridir.

Har qanday murakkab masalani yechish uni sodda masalalarga ajratib, ularni yechishga keltiriladi. Sodda masalani yechish esa berilganlar (ma'lumlar) bilan izlanayotgan (noma'lum) orasidagi bog'lanishlarni aniqlash va amal (arifmetik) tanlashdan iborat. Shuning uchun murakkab masalani yechishga kirishishda:

a) noma'lumlarni aniqlash uchun savollar tuzish:

v) masala savoliga javob olish uchun amallarni ko'rsatishga doir bir qator mashqlarni bajarish lozim.

Agar murakkab masalada bir necha berilganlar va bir necha noma'lumlar bo'lsa, u holda ikki yoki uchta sodda masalalardan bitta murakkab masala tuzish lozim. Buning uchun birin-ketin ikkita sodda masala taklif qilinadi: bunda birinchi masalaning javobi ikkinchi masala uchun berilgan (ma'lum) hisoblanadi. So'ngra ikkala masala oraliq savolsiz ifodalanadi (o'qiladi). Masalan:

a) do'konga 4 oy davomida 162,8 t piyoz keltirishdi.

Savol qo'yiladi: "Do'konga bir oy davomida qancha piyoz keltirishgan? So'ngra amal (bo'lish amali) ko'rsatilib, uni bajariladi:

$$162,8 : 4 = 40,7 \text{ (t)}.$$

b) Do'konga bir oy davomida rejadagi 25 t o'rniga o'rtacha 40,7 t dan piyoz keltirishdi. Bir oyda rejadagidan o'rtacha necha tonna ortiq piyoz keltirishgan?

$$40,7 - 25 = 15,7 \text{ (t)}.$$

Endi oraliq savol tushirib qoldirilib, masala shartlari birlashtiriladi: "4 oy davomida har oydagi rejasi 25 t bo'lgan do'konga 162,8 t piyoz keltirishdi. Do'konga har oyda rejadan ortiq necha tonna piyoz keltirishgan?

$$162,8 : 4 = 40,7 \text{ (t)};$$

$$40,7 - 25 = 15,7 \text{ (t)}.$$

Murakkab masalani yechish odatda 4 bosqichni o'z ichiga oladi.

I. masalaning mohiyatini o'zlashtirish;

II. masalani tahlil qilish va uni yechish rejasini tuzish, ya'ni murakkab masalani sodda masalalarga ajratish va yechish rejasini tuzish;

III. masalani yechish (amallar tanlash, ularni bajarish, yechilish yo'llarini yozish);

IV. Yechishni tekshirish.

Masala mohiyatini o'zlashtirish. Masalaning murakkablik darajasiga qarab uning matnini o'qituvchi izohlab o'qib berishi; o'quvchilar bo'laklarga bo'lib navbat bilan o'qishlari; har bir o'quvchi ovoz chiqarmasdan o'qib chiqishi; o'qituvchi masalada nima haqida so'z yuritilayotganini o'quvchilar ongli ravishda tushunib yetganliklarini tegishli savollar orqali aniqlab olishi mumkin. Sinf doskasida va o'quvchilarning daftarlarida masalaning shartiga doir qisqacha yozuv bajarilsa, uni yechish yo'li ancha osonlashadi. Masalan:

“Uch ishchi 24 ish kuni (bir oy) da 2688 ta detal tayyorlashdi. Ulardan biri bir kunda 32 ta, ikkinchisi 42 ta detal tayyorlagan. Uchinchi ishchi bir kunda nechta detal tayyorlagan?

Masala shartning qisqacha yozuvi:

I	32	24 kunda 2688 ta
II	42	
III	?	

Uchinchi ishchi bir kunda nechta detal tayyorlagan?

Agar masala matnida o'quvchilar tushunishi qiyin so'zlar bo'lsa, ularni o'qituvchi izohlab (lug'aviy ma'nosini tushuntirib) berishi lozim. Ba'zi masalalarda grafik tasvir zarurati tug'ilishi mumkin.

Masalani yechish rejasini tuzish. Masala mohiyatidan kelib chiqib, uni sodda masalalarga ajratiladi. Bunda har bir sodda masaladagi berilganlar va noma'lumlar o'rtasidagi bog'lanishlar ko'rsatilishi kerak. Berilganlar avvallari masalaning shartidan tanlanadi, keyin esa hisoblab chiqilgan noma'lumlardan olinadi. Faqat oxirgi noma'lum (ba'zi noma'lumlar 2 yoki 3 ta bo'lishi mumkin) masala savolida ko'rsatilgan bo'ladi.

Shuning uchun asosiy qiyinchilik sodda masalalar uchun noma'lumlarni tanlashda (ya'ni shu masalalarga savollar qo'yishda) va masala shartida berilgan miqdorlar (shuningdek sodda masalalarni yechishda hosil bo'lgan ma'lumotlar) orasidan sodda masalalar uchun keragini tanlab olishda sodir bo'ladi.

Ko'rinib turibiki, masalani tahlil qilib, uni sodda masalalarga ajratish masala yechishning eng murakkab bosqichi sanaladi. Uni sintetik va analitik usullar bilan amalga oshirish mumkin.

Sintetik usulda masala shartida berilgan ma'lumotlardan ikkitasi (ba'zi ko'proq) olinib, ularga mos savol tanlanadi, ya'ni sodda masala tuziladi. Shu sodda masalani yechish natijasida hosil qilingan son bilan masala shartida berilgan ma'lumotlardan biri olinib, ikkinchi savol tuziladi va hokazo. Oxirida murakkab masalaning savoli sodda masalada ishtirok etadi. Xuddi shu javob murakkab masalaning javobi bo'lib xizmat qiladi.

Analitik usulda masalani tahlil qilish undagi asosiy savoldan boshlanib, unga masala shartida berilgan ma'lumotlardan biri mos qilib qo'yiladi va tegishli savol tuziladi. Agar masala shartida bu savolga javob topish uchun berilgan ma'lumotlar bo'lmasa, u holda ularni aniqlash uchun yangi savol qo'yiladi. Bu hol qo'yilgan savolga masala shartida berilgan ma'lumotlar orasidan javob topilgunga qadar davom etadi.

Analiz va sintezning masala yechilishidagi o'rni va rolini aniqlash maqsadida bir masalani olib, uni har ikki usul bilan yechilishini ko'raylik:

Uch tonnali yuk mashinasida har birida 25 l paxta yog'i bo'lgan 150 yashik yukni do'konga tashish kerak. Bo'sh yashikning og'irligi 3 kg, bir litr yog'niki esa 0,84 kg. Mashinaning ikkinchi marta qatnashiga nechta yashik qoladi?

Yechilishi.

Masala shartining qisqacha yozuvi:

yuk mashinasi 3 t, 25 l dan 150 yashik

1 l paxta yog'i 0,84 kg

bo'sh yashik 3 kg

Masalani boshqacha ko‘rinishda ifodalaymiz: Bir litr paxta yog‘ining og‘irligi 0,84 kg. Bitta yashikda 25 l yog‘ bor. Bo‘sh yashikning og‘irligi 3 kg. 150 ta yashiklarni 3 tonnali mashinada tashishda ikkinchi marta qatnash uchun nechta yashikni qoldirishga to‘g‘ri keladi?

Sintetik usul.

1. Bir litr yog‘ 0,84 kg, bir yashikda 25 l yog‘. Bundan yashikdagi yog‘ning og‘irligini bilib olamiz:

$$25 \cdot 0,84 = 21 \text{ (kg)}.$$

2. Bo‘sh yashikning og‘irligi 3 kg. Bundan, birinchi amalni e‘tiborga olib, bir yashikdagi yog‘ning yashik bilan birgalikdagi og‘irligini topamiz:

$$21 + 3 = 24 \text{ (kg)}.$$

3. Mashinaga 3 t yuk yuklanadi. Bundan, yashikning yog‘ bilan birgalikdagi og‘irligini – ikkinchi amalni e‘tiborga olib, birinchi qatnashda nechta yashik olib ketilishini bilamiz:

$$3000 : 24 = 125 \text{ (yashik)}.$$

4. Hamma yashiklar soni 150 ta. Bundan, birinchi qatnashda olib ketilgan yashiklar sonini uchinchi amal orqali bilgan holda, ikkinchi marta qatnashga nechta yashik qolganini bilamiz.

$$150 - 125 = 25 \text{ (yashik)}.$$

Javob. 25 ta yashik.

Analitik usul.

Masalada ikkinchi marta qatnashga nechta yashik qolishini bilish so‘rallyapti. Bu savolga javob topish uchun hammasi bo‘lib yashiklar soni nechtaligini (bu esa masala shartida berilgan, ya‘ni 150 ta yashik) va birinchi qatnashda nechta yashik olib ketilganligini bilish kerak.

Buning uchun mashinaga qancha yuk olib ketilganligini bilish kerak. Buning uchun mashinaga qancha yuk yuklanishini (bu esa masala shartida berilgan, ya‘ni 3 ta yuk yuklanadi) va yashikning yog‘ bilan birgalikdagi og‘irligini bilish kerak. Buning uchun bo‘sh yashikning og‘irligini (bu esa masala shartida berilgan) ya‘ni 3 kg va yashikdagi soni (miqdori) ni bu esa masala shartida berilgan, ya‘ni 25 ta va

1 l yog‘ning og‘irligini (bu ham masala shartida berilgan, ya‘ni 0,84 kg) bilish kerak. Shunday qilib:

$$25 \cdot 0,84 = 21 \text{ (kg)}.$$

Qisqacha yozuvi:

1) Agar 1 l yog‘ 0,84 kg bo‘lsa, 25 l yog‘ning og‘irligi qancha?

Javob. $25 \cdot 0,84 = 21 \text{ (kg)}$.

2) Yashikning yog‘ bilan birgalikdagi og‘irligi qancha?

Javob. $21 + 3 = 24 \text{ (kg)}$

3) Mashinaga birinchi marta nechta yashik yuklanadi?

Javob. $3000 : 24 = 125 \text{ (yashik)}$

4) Ikkinchi marta tashishga nechta yashik qoladi.

Javob: $150 - 125 = 25 \text{ (yashik)}$.

Matnli masalalarni analitik usul bilan yechishga doir yana ikkita masala keltiraylik.

1. Oziq-ovqat do‘koni qadoqlovchisi ma’lum muddatda 120 ta xaltachalarga 1 kg dan shakar solishi kerak edi. Lekin u mehnat unumdorligini oshirib, har soatda rejadagiga qaraganda 10 ta ko‘p xaltachalarga shakar solib, topshiriqni muddatidan 1 soat oldin bajardi. Qadoqlovchi bir soatda nechta xaltachaga shakar solishi kerak edi?

Yechilishi.

Savol. Masalada qanday kattaliklar haqida fikr yuritilyapti?

Javob. Masalada mehnat unumdorligi, sarflangan vaqt, bajarilgan ish ko‘lami (hajmi) haqida fikr yuritilyapti.

Savol. Bu kattaliklar bir-birlari bilan qanday bog‘langan?

Javob. Mehnat unumdorligi ortgan, natijada sarflangan vaqt kamaygan.

Savol. Masalada nima noma’lum?

Endi aytilganlarni sxematik ravishda ifodalaymiz, ya'ni masala yechimini izlash modelini tuzamiz:

Kattaliklar	Qadoqllovchi	
Mehnat unumdorligi	(kam)	+10 (ko'p)
1 soatda to'ldiriladigan xaltachalar soni	(ko'p)	+1 (kam)
Sarflangan vaqt (soat hisobida)	(ko'p)	-1 (kam)
Ish hajmi (xaltachalar soni)	240 (bir xil)	240 (bir xil)

Reja bo'yicha 1 soatda to'ldiriladigan xaltachalar sonini topamiz. 240 ni x ga bo'lib, reja bo'yicha mehnat unumdorligini ortib, kamroq (1 soat km) vaqt sarf qilingan. Demak, 240 ni $x+10$ ga bo'lsak, mehnat unumdorligi ortgandan keyin, ya'ni aslida sarf qilingan vaqtni topamiz. Oldingi ifodalash keyingi ifodani ayirsak, natija 1 ga teng bo'lishi kerak, chunki topshiriq mo'ljaldagidan 1 soat oldin bajarilgan:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+10} = 1.$$

Bu tenglamani yechib, $x=30$ ekanligini topamiz, ya'ni qadoqllovchi 1 soatda 30 ta xaltachaga 1 kg dan shakar solishi kerak.

2. Birinchi omborda ikkinchidagidan ikki marta ko'p don bor edi. Birinchi ombordan 600 tonna don olib tashib ketib, ikkinchi omborga esa 400 tonna don olib kelishganlaridan keyin ikkala omborda teng miqdorda don qoldi. Dastlab har qaysi omborda necha tonnadan don bo'lgan edi?

Yechilishi. Masala matni diqqat bilan o'qilgandan keyin, o'quvchilar bilan yuqoridagi kabi savol-javoblar o'tkaziladi va masala yechimini topishning quyidagi modeli tuziladi:

Don miqdori	Omborlar	
(tonnalarda)	I	II

Dastlab	? (ko‘p)	? (2 marta)
Olib ketishdi	600	400
Qoldi	? (teng)	? (teng)

Birinchi ombordagi don miqdorini x desak, u holda ikkinchi ombordagi don miqdori $2x$ bo‘ladi. Tashib ketishgan don miqdorlarini e‘tiborga olsak, quyidagi tenglamaga ega bo‘lamiz:

$$2x - 600 = x + 400.$$

Bu tenglamani yechib, $x = 1000$ ekanligini topamiz.

Masala yechilib, javoblar tekshirilgandan keyin masalada fikr yuritilgan hayotiy vaziyatlarni tahlil qilish, boshqacha aytganda, masala matnidagi ma‘lum va noma‘lumlarning o‘rinlarini almashtirgan holda berilgan masalaga “teskari masala” tuzish ustida ish olib borish kerak. Bunday yo‘l o‘quvchilarning mantiqiy fikrlash qobiliyatlarini, ular mustaqil masala tuzish malakalariga ega bo‘ladilar. Fikrimizning dalili sifatida yuqoridagi masaladan qanday qilib yangi masala tuzish mumkinligini ko‘raylik.

Yuqoridagi masalada amallarni bajargandan keyin “omborlardagi don miqdori teng (bir xil) bo‘lib qolgan”ligi haqida fikr yuritilyapti. Xo‘sh, “teskari masalaning ifodalanishi qanday ko‘rinishda bo‘ladi? Teskari masalada amallarni bajargandan keyin “birinchi ombordagi don miqdori ikkinchi ombordagi don miqdor bilan bir xil (teng) bo‘lishi” haqida fikr yuritilishi kerak. U holda “teskari masala” matni bunday bo‘ladi:

“Ikki omborda bir xil miqdorda don bor edi. Birinchi omborga 600 tonna don olib (tashib) kelib, ikkinchi ombordan 400 tonna don olib (tashib) ketishganlaridan keyin birinchi ombordagi don miqdori ikkinchi ombordagi don miqdoridan ikki marta ko‘p bo‘lib qoldi. Dastlab omborlarda necha tonnadan don bo‘lgan edi?”

Masala yechilishining sxematik tasvir va uni yechish modeli:

1. $x(\text{tonna}) + 600;$ $2x$
2. $x(\text{tonna}) - 400;$ x

$$x + 600 = 2 \cdot (x - 400).$$

Bundan: $x = 1400$. Demak, dastlab omborlarda 1400 tonnadan don bo'lgan.

Analitik va sintetik usullarni o'zaro taqqoslash shuni ko'rsatadiki, ularda savollarning qo'yilishi teskari tartibda. Haqiqatan ham, sintetik usulda ma'lum (berilgan)lardan noma'lumlarga qarab borilsa, analitik usulda noma'lumlardan ma'lum (berilgan) larga qarab boriladi – muhokama qilinadi, lekin hisoblashlar bir xil tartibda olib boriladi.

Sintetik usulda masalani tahlil qilganda uning yechilishini reja tuzish bilan bir vaqtda olib borish mumkin, chunki masala shartidan bir juft berilganlarni olib, ularga doir savol tuziladi va shu sodda masala yechiladi. Oxirgi sodda masalaning javobi murakkab masalaning javobi bo'ladi.

Ko'rinib turibdiki, sintetik usul ancha ixcham, hisoblashlar oson, lekin nechta savol tuzsangiz ham, nechta sodda masala tuzsangiz ham murakkab masala savoliga javob topmaslik mumkin. O'quvchilar ba'zan ortiqsa, beso'naqay savollar tuzishlari mumkin. Bu usuldagi asosiy qiyinsilik sodda masala tuzishda berilganlardan qaysilarini olish kerakligini aniqlashda sodir bo'ladi.

Shuning uchun ham o'qituvchi o'quvchilarga “Masalani yechish uchun ishni nimadan boshlaymiz” deb murojaat qilganda, ulardan ba'zilar o'ylamay-netmay “qo'shamiz”, “bo'lamiz” yoki “ayiramiz” deb javob beradilar.

Sintetik usulning kamchiligi shundan iboratki, masala shartidan olingan ma'lumotlar va ularga doir qo'yilgan savol masalaning yechilishiga olib kelishiga har vaqt ham ishonch tug'diravermaydi.

Analitik usulda esa masalani tahlil qilish dialogik ko'rinishdagi savol-javoblar asosida, qat'iy mantiqiy izchillik asosida o'tadi.

Shu sababli muhokama jarayoni qiyin kechishi, ko'p vaqtni olishi mumkin.

O'qitish tajribalari har ikki usulning ijobiy tomonlaridan foydalanish, ya'ni o'quvchilar bilan masalaning yechilish yo'llarini avval og'zaki ravishda muhokama qilish, so'ngra qisqacha yozuv bilan uning yechilishini rasmiylashtirish lozimligini tasdiqlaydi.

Analiz va sintez bir-biri bilan uzviy bog‘liq: berilgan son ma’lumotlarga savol tuzib (bu – sintez demakdir). Biz shunday ma’lumotlarni tanlaymizki, ular bizni masalaning yechilishiga olib kelsin (bu esa analiz demakdir); masalaga savol qo‘yib (analiz), masala shartida berilgan ma’lumotlarni olamiz (sintez).

Har ikki usulni birgalikda qo‘llash masala yechishning tushunarli bo‘lishini ta’minlaydi. Shuning uchun ham bu usulni analitik – sintetik usul deb yuritiladi. Bunga doir masala qaraymiz:

“Uch oila pudrati bir kunda 750 ga maydonga chigit ekdilar: ikkitasi teppa-teng, uchinchi ularning har biridan 30 ga ortiq. Har bir oila pudrati necha gektar maydonga chigit ekkan?”

Yechilishi.

-Har bir pudrat bir kunda necha gektar maydonga chigit ekkanligini birdaniga bilish mumkinmi?

-Yo‘q.

-Nima uchun,

O‘quvchilar javob berishda qiynaladilar. O‘qituvchi undovchi – yetaklovchi savollar beradi:

-Nechta oila pudrati ishlagan?

-Uchta.

-Ular necha gektar maydonga chigit ekishgan?

-750 ga maydonga chigit ekishgan.

-Har bir pudrat bir xil maydonga chigit ekkanmi?

-Yo‘q, uchinchi pudrat boshqalaridan 30 ga ortiq maydonga chigit ekkan.

-Agar oila pudratlari bir xil maydonga chigit ekkanlarida sizlar har bir oila pudrati necha gektar maydonga chigit ekkanini bildirsalaring bo‘larmidi?

-Qanday qilib?

-Chigit ekilgan barcha maydonni 3 ga bo‘lardik.

-Bu yerda ham uchta pudratning bir xil ekkan maydonlarini bilsa bo‘ladimi?

-Bo‘ladi. Buning uchun 750 dan 30 ni ayirish kerak:

$750 - 30 = 720$ (ga).

-Bu bilan nimani bilamiz?

-Uchta oila pudrati teppa-tengdan ekkan maydonlarning gektarlardagi sonini bilamiz:

$$720 - 3 = 240 \text{ (ga).}$$

Demak, har bir oila pudrati qanday maydonga boshqalaridan ko'p chigit ekkan?

-30 ga maydonga.

-Uchinchi pudrat hammasi bo'lib necha gektar maydonga chigit ekkanligini bilish mumkinmi?

-Mumkin?

-Buning uchun nima qilamiz?

-30 ni qo'shamiz:

$$240 + 30 = 270 \text{ (ga).}$$

Demak, uchinchi pudrat hammasi bo'lib necha gektar maydonga chigit ekkan?

-270 ga maydonga chigit ekkan.

3-§. Algebraik masalalarni yechish matnli masalalarni yechishning tugallanish etapi sifatida

V.M. Monaxov, Y.M. Kolyagin, G.L. Lukankin, V.V. Firsov, N.R. Gaybullayev, T. Tolaganov, G.I. Saransev va boshqa tadqiqotchilarning ishlarida “o‘lkashunoslikka oid masalalar”, “amaliy masalalar”, “tadbiqiy masalalar” degan tushuncha terminlar uchraydi. “Bunday masalalarning o‘zaro munosabatlari qanday bo‘ladi?” degan savolning tug‘ilishi tabiiydir. Javobni Eyler-Venn diagrammalari yordamida ko‘rsatmali qilib quyidagicha tasvirlash mumkin.

O‘lkashunoslik masalalari Amaliy masalalar

Tadbiqiy masalalarda esa uni yechish jarayonida matematikaning tadbiqiga doir metodlardan foydalaniladi. Matnli masalalar tadbiqiy masalalarning asosini tashkil qiladi.

Matematikada matnli masalalar yechilishi nazariyani amaliyot bilan bog‘lashning, matematika o‘qitishning amaliy va tadbiqiy yo‘nalganligini kuchaytirishning tabiiy bir yo‘lidir.

Matematik amallarning mazmunini, amallar orasidagi bog‘lanishlarni, amal komponentlari bilan natijalari orasidagi bog‘lanishlarni ochib berishda, har xil miqdorlar orasidagi bog‘lanishlar bilan tanishishda matnli masalalardan o‘rinli va unumli foydalanish zarur.

Matnli algebraik masalalarni yechish jarayoni o‘z ichiga quyidagilarni oladi:

- masala matnini diqqat bilan tahlil qilish;
- masalani yechish rejasini (modelini) tuzish;
- tuzilgan rejani amalga oshirish;
- yechimning to‘g‘riligini tekshirish.

Bu jarayon davomida quyidagi ishlar amalga oshiriladi:

- masalaning matni ifodali o‘qiladi (lozim bo‘lsa, o‘qish takrorlanadi);

-masalada nimalar berilgan va nimalar noma'lum ekanligi ular maxsus belgilar (simvollar) orqali belgilanadi;

-masaladagi ma'lum va noma'lum kattaliklar orasidagi munosabatlar o'rnatiladi, ya'ni tenglama yoki tenglamalar sistemasi, shuningdek tengsizlik yoki tengsizliklar sistemasi tuziladi;

-yechim (ildiz)lar topiladi;

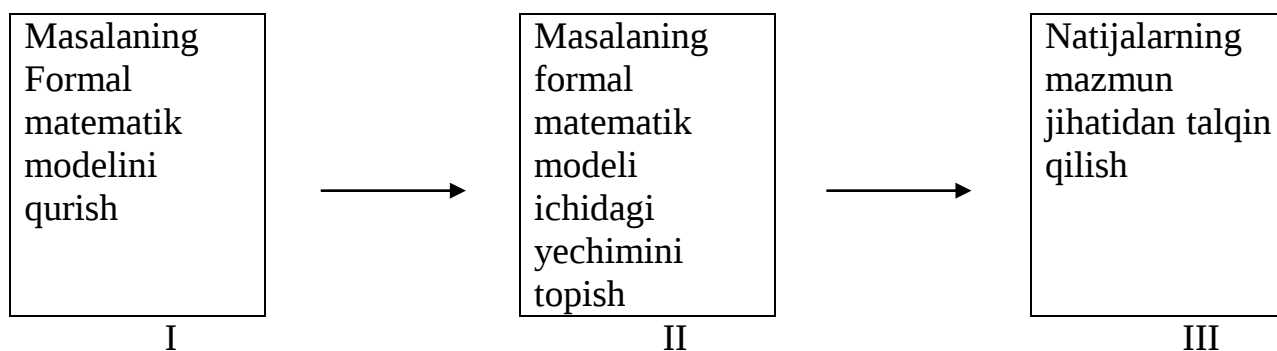
-topilgan yechimlar ildizlar tekshiriladi.

Har qanday tadbiqiy matnli masalalarni yechish uch bosqichni o'z ichiga oladi.

I. Formallashtirish. Bu bosqichda masalani yechish modeli tuziladi, ya'ni so'zlar yordamidagi ifodalarni simvollar yordamida yoziladi va matndagi kattaliklar, ma'lum va noma'lumlar, orasidagi munosabatlar o'rnatiladi.

II. Tuzilgan matematik model ichida masalani yechish. Bu bosqichda tuzilgan tenglama yoki tenglamalar sistemasi shuningdek tengsizlik yoki tengsizliklar sistemasi yechilib, ularning ildizlari topiladi.

III. Talqin qilish interpretatsiya. Topilgan yechim dastlabki holatga tadbiq etiladi.



Bu bosqichlarni sxematik ravishda quyidagicha tasvirlash mumkin.

Umuman, masalani yechish jarayonida analitik-sintetik metod qo'llanadi. Masala matnining tahlilini noma'lumlardan ham, berilganlardan ham boshlash mumkin.

Olib borilgan tajribalarimiz bizni shunga undadiki, masala yechilishi jarayonida o'qituvchi yo'naltiruvchi savollar tizimidan foydalanish kerak. Buning

uchun o'quvchilarga mo'ljallangan quyidagiga o'xshash maxsus eslatmalar katta yordam berishi mumkin:

1. Masalani o'qib chiqing. Masalada nima haqida so'z ketayotganligini aniqlang.

2. Masalada nimalar ma'lum va nimalar noma'lum ekanligini aniqlang. Agar masala matnini tushunib olish qiyin bo'lsa, uning sharti va xulosasini qisqacha yozib chiqing, zarur bo'lsa, chizma tayyorlang.

3. Qisqacha yozuvga asoslanib, har bir kattalik nimani anglatishini tushuntiring va masala savolini takrorlang.

4. Masala savoliga birdaniga javob berish mumkinmi, agar mumkin bo'lmasa, nega ekanligini aniqlang. Avval nimani, so'ngra yana nimani bilish mumkinligini oydinlashtiring.

5. Masalani yechish rejasini tuzing.

6. Yechishni bajaring.

7. Yechimning to'g'riligini tekshiring.

Tajribaning tasdiqlashicha, o'quvchilarga matnli masalalar yechishni o'rgatishda bu ishni bosqichma-bosqich bajarish maqsadga muvofiq:

1. Masala o'qituvchining yo'naltiruvchi savollari yordamida yechiladi va yechish jarayoni o'quvchilarning daftarlarida va sinf doskasida bir vaqtda yozma ravishda rasmiylashtirib boriladi.

2. Masala sharti o'qituvchi rahbarligida tahlil qilinadi va uni yechish rejasi tuziladi. Yechish jarayoni sinf doskasida qayd qilinmaydi, o'quvchilar uni mustaqil ravishda daftarlarida bajaradilar.

3. Masala o'qituvchi rahbarligida tahlil qilinadi. Yechish rejasi va yechish jarayoni o'quvchilar tomonidan mustaqil ravishda bajariladi.

4. Masala matnini o'quvchilar mustaqil ravishda tahlil qiladilar uni yechish rejasini tuzadilar, yechishni bajaradilar, yechimni tekshiradilar.

Tatbiqiy, ya'ni matnli algebraik masalaning formal matematik modelini qurish jarayoni qanday bo'ladi, ya'ni model yaratishda nimalarga e'tibor berish kerak degan savol tug'iladi.

Shuni aytish kerakki, har qanday tatbiqiy, jumladan matnli algebraik masala nafaqat biror real jarayonni, obektni, shu bilan birga qaralayotgan jarayon, obektga tegishli bo'lgan muammoni, real vaziyatni ham tasvirlaydi. Shuning uchun matematik model qurish jarayoni obekti deb masala shartiga mos keluvchi real vaziyatlar qabul qilinadi. Matematik model formal matematik masala bo'lib, u ham o'sha real vaziyatni tasvirlaydi, lekin bu tasvir so'zlar vositasida emas, balki simvolik tilda (tenglama, tengsizlik, tenglamalar yoki tengsizliklar sistemasi va hokazo) bayon etilgan bo'ladi. Shuning uchun ham masala modeli uning matniga nisbatan ancha ixcham ko'rinishga ega bo'ladi. Masalan, "Motorli qayiq daryo oqimiga qarshi 16 km suzdi va orqasiga qaytib, qaytishdagi yo'lga oldingisiga qaraganda 40 min kam vaqt sarf qildi. Agar daryo oqimining tezligi 2km/soat bo'lsa, qayiqning turg'un suvdagi tezligini toping" – bu masala matni, uning matematik modeli esa

$$\frac{16}{+2} - \frac{16}{-2} = \frac{2}{3}$$

kabi ko'rinishga ega bo'ladi.

Modelni qurishdagi eng muhim tomonlardan biri, yuqorida aytganimizdek, real vaziyatni hisobga olishdir. Keltirilgan masala mohiyatiga ko'ra qayiqning tezligi 2km/soatdan, ya'ni daryo oqimi tezligidan katta bo'lishi kerak, aks holda masala real ma'noga ega bo'lmay qoladi.

Shuni alohida ta'kidlab o'tish kerakki, tatbiqiy masalalarni yechishdagi samaradorlik har tomonlama so'zlar bilan ifodalangan masala matnini simvollar yordamida belgilashga – masalaning formal matematik (simvolik) modelini yaratishga bog'liq.

Masala shartiga mos modelni qurish esa turli usullar bilan amalga oshirilishi mumkin. Masalan,

"Brigada a'zolari 600 ta detal tayyorlashi kerak edi. Lekin 5 nafar ishchini boshqa ishga o'tkazilishi sababli qolgan ishchilarning har biri 10 tadan ortiq detal tayyorlashlariga to'g'ri keladi. Dastlab brigadada nechta ishchi bo'lgan?"

Yechilishi.

- 1-usul. 1) Dastlabki ishchilar soni – x ;
 2) Aslida ishlagan ishchilar soni – $(x-5)$;
 3) Dastlab har bir ishchi tayyorlashi kerak bo‘lgan detallar soni – $\frac{600}{x}$;
 4) Aslida har bir ishchi tayyorlagan detallar soni – $\frac{600}{x-5}$.

Masalaning sharti bo‘yicha tenglama tuzamiz:

$$\frac{600}{x} - \frac{600}{x-5} = 10, \text{ bundan: } x = 20 \text{ (ikkinchi ildiz ma'noga ega emas)}$$

Javob: Brigadada dastlab 40 kishi bo‘lgan.

2-usul. (Sxema tuzib yechish).

Dastlabki ishchilar sonini x bilan belgilaymiz. U holda:

	Detallar soni:	Ishchilar soni:	Bir ishchining normasi
Dastlab	600	x	$\frac{600}{x}$
Aslida	600	$x-5$	$\frac{600}{x-5}$

Shart bo‘yicha: $\frac{600}{x-5} - \frac{600}{x-5} = 10$, bundan: $x=20$. Agar bizdan brigadada aslida ishlagan ishchilar sonini topish talab qilinganida edi, u holda tenglamamiz quyidagi ko‘rinishda bo‘lardi:

$$\frac{600}{x} - \frac{600}{x+5} = 10, \text{ bundan: } x = 15.$$

Garchi bu usul biroz qo‘shimcha amallarni bajarishga olib kelsa ham, uni ko‘zdan kechirish foydadan holi emas.

3-usul. Bunda x orqali bir ishchi tayyorlashi kerak bo‘lgan normani belgilaymiz. U holda yuqoridagi mulahazalar quyidagi sxemani tuzishga olib keladi:

	Detallar soni:	Bir ishchining normasi:	Ishchining normasi
--	----------------	-------------------------	--------------------

Dastlab	600	x	$\frac{600}{x}$
Aslida	600	x+10	$\frac{600}{x+10}$

Tenglamasi:

4-usul. x orqali aslida bajarilgan normani (detallar sonini) belgilaymiz. U holda masala shartiga doir sxema bunday ko‘rinishni oladi:

	Detallar soni:	Bir ishchining normasi:	Ishchining normasi
Dastlab	600	x-10	$\frac{600}{x-10}$
Aslida	600	x	$\frac{600}{x}$

Tenglamasi:

Ko‘rinib turibdiki, masalada 4 ta noma’lum kattalik ishtirok etyapti (dastlabki ishchilar soni, aslida ishlagan ishchilar soni, bir ishchining dastlabki normasi, bir ishchining aslida bajargan normasi). Bu noma’lumlardan qaysinisi x orqali belgilab olish masala yechuvchining mohirligiga bog‘liq. Xuddi mana shu ish masalani eng ratsional usul bilan yechish demakdir. Lekin boshqa kattalikni noma’lum sifatida x orqali belilab tenglama tuzilganda ham natija biroz murakkabroq yo‘l bilan bo‘lsa uni ijobiy hal qilishga olib keladi. O‘quvchilar bilan bir masaladagi noma’lumlarni navbat bilan x orqali belgilab, uni yechish o‘quvchilarda ijodiy fikrlashni tarbiyalaydi. Bunda bir usul bilan bir necha masala yechgandan ko‘ra, bir masalani bir necha usullar bilan yechish afzal ekanligi yaqqol namoyon bo‘ladi. Fikrimizni tasdiqlash maqsadida yana bir masalani turli usullar bilan yechamiz:

Masala. Yo‘lovchi poyezdning o‘rtacha tezligi yuk poyezdinikidan soatiga 20 km ortiq. Shuning uchun ham u 700 km masofani yuk poyezdiga qaraganda 4 soat tezroq vaqtda bosib o‘tdi. Har ikki poyezdning tezliklari va sarflagan vaqlarini aniqlang.

Masalada 4 ta kattalikni aniqlash talab qilinadi. Shunga ko‘ra quyidagi usullarni ko‘rib o‘tamiz:

1-usul. x orqali yo‘lovchi poyezning tezligini belgilaylik va ushbu jadvalni tuzaylik.

	Masofa (km)	Tezlik $\frac{km}{soat}$	Vaqt (soat)
Yo‘lovchi poyezdi	700	x	$\frac{700}{x}$
Yuk poyezdi	700	$x - 20$	$\frac{700}{x - 20}$

jadvalni tuzaylik. Bu jadval va masala shartiga ko‘ra $\frac{700}{x - 20} - \frac{700}{x} = 4$ tenglamaga ega bo‘lamiz. Bu tenglamani yechib $x = 70$ ni topamiz.

2-usul. y orqali yuk poyezdining sarflagan vaqtini belgilaylik. U holda ushbu

	Masofa (km)	Tezlik $\frac{km}{soat}$	Vaqt (soat)
Yo‘lovchi poyezdi	700	$\frac{700}{y - 4}$	$y - 4$
Yuk poyezdi	700	$\frac{700}{y}$	y

jadvaldan va masala shartiga ko‘ra $\frac{700}{y - 4} - \frac{700}{y} = 20$ tenglamaga ega bo‘lamiz.

Bu tenglamani yechib $y = 14$ soatni topamiz.

3-usul. z orqali yuk poyezdining tezligini belgilaylik. U holda ushbu

	Masofa (km)	Tezlik $\frac{km}{soat}$	Vaqt (soat)
Yo‘lovchi poyezdi	700	$z + 20$	$\frac{700}{z + 20}$
Yuk poyezdi	700	z	$\frac{700}{z}$

jadvaldan va masala shartiga ko‘ra $\frac{700}{z} - \frac{700}{z + 20} = 4$ tenglamaga ega bo‘lamiz.

Bu tenglamani yechib $z = 50 \frac{km}{soat}$ ni soatni topamiz.

4-usul. t orqali yuk poyezdining tezligini belgilaylik. U holda ushbu

	Masofa (km)	Tezlik $\frac{km}{soat}$	Vaqt (soat)
Yo'lovchi poyezdi	700	t	$\frac{700}{t}$
Yuk poyezdi	700	$t + 4$	$\frac{700}{t + 4}$

jadvaldan va masala shartiga ko'ra $\frac{700}{t} - \frac{700}{t + 4} = 20$ tenglamaga ega bo'lamiz.

Bu tenglamani yechib $t = 10 \left(\frac{km}{soat} \right)$ ni topamiz.

Endi bu masalaning yechilishi jarayonini tahlil qilaylik.

Dastlab masalaning turini aniqladik, ya'ni bu matnli masala bo'lib, uni yechish uchun uning tenglamasini tuzish g'oyasi paydo bo'ldi. Maktabda olingan umumiy ko'rsatmalar asosida uning tenglamasini tuzdik. Umumiy ko'rsatma – bu qonun yoki qoida degani emas, ya'ni ko'rsatmalar masalaning yechimiga olib borishi ham bormasligi ham mumkin. Shunga ko'ra, quyidagi xulosani chiqarish mumkin: matematik masalani yechish bu matematik tasdiqlarning shunday ketma-ketligini topish, demakki, (ta'riflar, aksiomalar, teoremlar, qoidalar, qonunlar, formulalar), ularni masalaning shartiga yoki natijalariga qo'llash orqali masalada talab etilgan narsa, ya'ni uning yechimi hosil qilinadi.

Matnli algebraik masalalar tasnifi. Matnli masalalarda odatda hayotda sodir bo'ladigan biror vaziyat, holat haqida so'z boradi. Ular orasida obektlarning har xil turdagi harakatlarini aks ettiruvchi masalalar an'anaga aylangan. Shunga o'xshash, berilgan topshiriqlarni birgalikda bajarishga doir, har xil jismlar aralashma yoki qotishmalarga doir, miqdorlarning o'zgarishiga doir yoki tomonlarni topishga doir, to'g'ri burchakli uchburchakning elementlarini topishga doir masalalar darsliklarimizda ko'proq uchraydi. Biz algebra darsliklaridagi masalalarni ana shu jarayonlarga qarab sinflarga, guruhlariga ajratdik va ularning har birini yechish bo'yicha talabalar bilan mashg'ulotlar olib bordik.

Bunday masalalarni algebraik usul bilan yechish uchun bir noma'lumli chiziqli tenglama, yoki birinchi darajali, ikkinchisi esa ikkinchi darajali ikki tenglama sistemasi tuziladi. Aytilganlarga doir misollar keltiramiz.

Miqdorlarning o'zgarishiga doir. I- masala. Bir sabzovot omborida 440 t, ikkinchisida esa 408 t kartoshka bor edi. Birinchi ombordan har kuni 60 t kartoshka tashib ketib, ikkinchisiga har kuni 48 t kartoshka tashib kelishdi. Nech kundan keyin ikkinchi omborda birinчисiga qaraganda 3 marta ko'p kartoshka bo'ladi.

Yechilishi. Izlanayotgan kunlar sonini x orqali belgilaymiz.

1. Birinchi ombordan x kunda necha tonna kartoshka tashib ketishdi? Javob: $60x$

2. Ikkinchi omborga x kunda necha tonna kartoshka tashib kelishdi? Javob: $48x$

3. Birinchi omborda x kundan keyin necha tonna kartoshka qoldi? Javob: $440-60x$

4. Ikkinchi omborda x kundan keyin necha tonna kartoshka bo'ldi? Javob: $408+48x$

Endi omborlardagi x kundan keyingi tonnalardagi kartoshkalar sonini taqqoslaymiz:

$$3. (440-60x) = 408 + 48x$$

Bundan: $x = 4$.

Javob. 4 kundan keyin ikkinchi omborda birinчисidagiga nisbatan 3 marta ko'p kartoshka bo'ladi.

2-masala. Bir sisternada 940 l, ikkinchisida esa 480 l benzin bor edi. Birinchi sisternadan 1 soatda ikkinчисiga nisbatan 3 marta ko'p benzin qo'yib olishdi. 5 soatdan keyin birinчисida ikkinчисidagiga qaraganda 40 l kam benzin qoldi. Har bir sisternadan 1 soatda necha litrdan benzin qo'yib olishgan?

Yechilishi.

Ikkinchi sisternadan 1 soatda quyib olingan benzinning litrlardagi sonini x orqali belgilaymiz.

1) Birinchi sisternadan 1 soatda quyib olingan benzin miqdori qancha?

Javob. 3 x.

2) Ikkinchi sisternadan 5 soatda quyib olingan benzin miqdori qancha?

Javob 5 x

3) Birinchi sisternadan 5 soatda qancha benzin quyib olingan?

Javob 15 x.

4) Sisternalarda qolgan benzin miqdorlarini taqqoslaymiz:

$$94Q - 15x - 40 = 480 - 5x.$$

Bundan: $x = 50$.

Javob. Ikkinchi sisternadan 1 soatda 50 l, birinchisidan esa 150 l benzin quyib olingan.

Topshiriqlarni bajarishga doir. 1-masala. Beton quyuvchilar brigadasi kunlik topshiriqni 180 m^3 ga oshirib bajarib, nafaqat 10 kunlik topshiriqni muddatidan bir kun oldin bajardilar, shu bilan birga yana qo'shimcha 320 m^3 beton quyishga ham ulgurdilar. Rejaga ko'ra 10 kunda necha kubometr beton quyish kerak bo'lgan?

Yechilishi. Bir kunda norma bo'yicha quyiladigan beton (m^3 larda) x orqali belgilaymiz.

1) Reja bo'yicha 10 kunda necha kubometr beton quyish kerak bo'lgan?

Javob. 10 x.

2) Aslida bir kunda necha kubometr beton quyildi?

Javob. $x + 180$.

3) Muddatiga bir kun qolganda necha kubometr beton quyildi?

Javob. 9. $x + 180$.

Endi 10 kun muddat ichida quyilishi kerak bo'lgan beton (m^3 larda) bilan muddatiga bir kun qolguncha aslida quyilgan betonni (m^3 larda) taqqoslaymiz:

$$10x + 320 = 9 \cdot (x + 180).$$

Bundan: $x = 1300$.

Javob. Norma bo'yicha 1 kunda 1300 m^3 beton quyish kerak bo'lgan.

2-masala. Jamoa xo‘jaligi bahorgi ekishni 14 kunda tamomlashni rejalashtirdi. Lekin jamoa xo‘jaligi a‘zolari kuniga rejadagidan 30 ga maydoncha ortiq ekin ekib, muddatiga 4 kun qolganda rejani bajarish uchun yana faqat 20 ga maydon qoldi, xolos. Jamoa xo‘jaligi necha gektar maydonga ekin ekishi kerak bo‘lgan?

Yechilishi. Bir kunlik ekish normasini x bilan belgilaymiz.

1. Xo‘jalik hammasi bo‘lib necha gektar maydonga ekin ekish kerak edi?

Javob : $14x$

2. Bir kunda necha gektar maydonga ekin ekiladi? Javob: $x + 30$.

3. Muddatiga 4 kun qolganda necha gektar maydonga ekin ekildi? Javob: $10x + 30$.

Endi xo‘jalik 14 kunda ekishni rejalashtirgan gektarlar soni bilan muddatiga 4 kun qolguncha ekilgan gektarlar sonini taqqoslaymiz:

$$14x = 10x + 30 + 20$$

Bundan: $x = 80$.

Javob: Jamoa xo‘jaligi normaga ko‘ra 1 kunda 80 ga maydonga ekin ekishi kerak.

1-masala. To‘g‘ri to‘rtburchakning bo‘yi enidan 18m ortiq. Agar uning bo‘yini 8 m ga kamaytirib (qisqartirib), enini 7 m ga uzaytirilsa (ortttirilsa), u xolda to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzi 40 m² ga ortadi. Shu to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzini toping.

Yechilishi

To‘g‘ri turtburchakning enini x orqali belgilaymiz.

1) To‘g‘ri turtburchakning buyi qancha?

Javob. $x+18$.

2) To‘g‘ri turtburchakning yuzi nimaga teng?

Javob. $x(x+18)$.

3) O‘zgarishlardan keyin to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzi nimaga teng?

Javob. $(x+10)(x+7)$.

Berilgan va xosil bulgan to‘g‘ri turtburchaklar yuzlarini taqqoslaymiz:

$$x(x+18)+40=(x+10)*(x+7).$$

Bundan: $x=30$.

To'g'ri to'rtburchakning eni 30 m, buyi esa 48 m.

Uning yuzi $30 \cdot 48 = 1440$.

Javob. 1440 m^2 .

2-masala. To'g'ri to'rtburchakning bo'yi enidan 2 marta ortiq. Agar uning enini 8 m ga uzaytirib, bo'yini 10 m ga qisqartirilsa, to'g'ri to'rtburchakning yuzi 220 m^2 ga ortadi. Shu to'g'ri to'rtburchakning yuzini toping.

Yechilishi.

To'g'ri to'rtburchakning metrlardagi enini x orqali belgilaymiz.

1) To'g'ri to'rtburchakning bo'yi nimaga teng?

Javob. $2x$

2) To'g'ri to'rtburchakning yuzi nimaga teng?

Javob. $x \cdot 2 = 2x^2$.

3) O'zgargan (hosil bo'lgan) to'g'ri to'rtburchakning bo'yi nimaga teng?

Javob. $2x-10$.

4) O'zgargan to'g'ri to'rtburchakning eni nimaga teng,

Javob. $x+8$.

Endi berilgan va hosil bo'lgan to'g'ri to'rtburchaklar yuzlarini taqqoslaymiz:

$$(x+8) \cdot (2x-10) = 2x^2 + 220.$$

Bundan: $x = 50$.

Berilgan to'g'ri to'rtburchakning eni 50 m, bo'yi esa 100 m.

Uning yuzi $50 \cdot 100 = 5000$.

Javob. 5000 m^2

Aralashma va qotishmalarga doir. 1-masala. Mis bilan ruh qotishmasida 82% mis bor edi. Qotishmaga 18 kg rux qo'shilgandan keyin yangi qotishmadagi mis protsenti 70% gacha kamaydi. Dastlab qotishmada qancha mis va qancha rux bo'lgan?

Yechilishi.

Dastlab qotishmadagi kilogrammlar hisobidagi rux massasini (miqdorini) x bilan belgilaymiz.

1) qotishmada misning massasi (miqdori) qanday?

$$\text{Javob. } \left. \begin{array}{l} x - 100\% \\ m - 82\% \end{array} \right| m = \frac{x \cdot 82}{100} = 0,82x.$$

2) Rux qo'shilgandan keyin aralashmaning massasi qanday bo'ldi?

$$\text{Javob. } \left. \begin{array}{l} x + 10 - 100\% \\ m_1 - 70\% \end{array} \right| m_1 = \frac{70(x + 18)}{100} = 0,7(x + 18).$$

Yangi qotishmadagi mis protsenti ma'lum ekanligini e'tiborga olib tenglama tuzamiz:

$$0,82x = 0,7(x + 18).$$

Bundan: $x = 10,5$.

$$m_{\text{mis}} = 0,82 \cdot 105 = 86,1(\text{kg}).$$

$$m_{\text{rux}} = 105 - 86,1 = 18,9(\text{kg}).$$

Javob. 86,1kg; 18,9kg.

2-masala. Massasi 16 kg bo'lgan mis bilan qo'rg'oshin qotishmasida 55% qo'rg'oshin bor. Qotishmadagi qo'rg'oshin miqdorini 60% gacha ko'tarish uchun unga necha kilogramm qo'rg'oshin qo'shish kerak?

Yechilishi.

Qo'rg'oshinning izlanayotgan massasini x orqali belgilaymiz.

1) Dastlab qotishmada necha kilogramm qo'rg'oshin bo'lgan?

$$\text{Javob. } \left. \begin{array}{l} 16 - 100\% \\ 55\% \end{array} \right| m_k = 8,8(\text{kg}).$$

2) Yangi qotishmada qo'rg'oshin necha kilogramm bo'ldi?

Javob. $8,8 + x$.

3) Yangi qotishmaning massasi qanday?

Javob. $16 + x$

4) Mustaqil savol tuziladi.

Javob. $(16 + x) \cdot 0,6$.

Tenglama tuzamiz:

$$8,8 + x = 0,6 \cdot (16 + x).$$

Bundan:

$$x = 2.$$

Javob. 2 kg.

Daryo bo'yicha harakatga doir. 1-masala. Qayiq daryo oqimi bo'yicha oqimga qarshi suzganiga qaraganda 11 km ortiq suzib, hamma yo'lga 3 soat vaqt sarfladi. Qayiqning turg'un suvdagi tezligi 5 km/soat va oqimning tezligi 2 km/soat ekanligini bilgan holda, qayiq hammasi bo'lib necha kilometr suzganligini aniqlang.

Yechilishi.

Qayiqning oqimga qarshi kilometrlarda suzib o'tgan yo'lini x orqali belgilaymiz.

1) Qayiqning oqim bo'yicha suzib o'tgan yo'li qancha?

Javob. 11 x.

2) Qayiqning oqim bo'yicha va oqimga qarshi tezliklari qanday?

Javob. 3 (km) va 7 (km).

3) Qayiqning oqim bo'yicha va oqimga qarshi sarflagan vaqtlari qanday?

Javob. $\frac{x}{3}$; $\frac{x+11}{7}$.

Qayiq hamma yo'lga 3 soat vaqt sarflaganligini bilgan holda, tenglama tuzamiz:

$$\frac{x}{3} + \frac{x+11}{7} = 3.$$

Bundan:

$$x = 3.$$

U holda $11 + 3 = 14$; $14 + 3 = 17$.

Javob. 17 km.

2-masala. Motorli qayiq daryo bo'yicha 3 soatda 46 km suzdi. Bundagi yo'lning bir qismini oqim bo'yicha, bir qismini esa oqimga qarshi suzib o'tdi.

Daryo oqimining tezligi 1 km/soat, qayiqning turg'un suvdagi tezligi 15 km/soat ekanligini bilgan holda u oqim bo'yicha necha kilometr va oqimga qarshi necha kilometr suzganligini aniqlang.

Yechilishi.

Qayiqning daryo oqimiga qarshi kilometrlarda bosib o'tgan yo'lini x orqali belgilaymiz.

1) Oqim bo'yicha bosib o'tilgan yo'l qancha?

Javob. $46 - x$.

2) Qayiqning oqim bo'yicha va oqimga qarshi tezliklari qanday?

Javob. 16; 14.

3) Oqim bo'yicha va oqimga qarshi harakatdagi vaqtlar qanday?

Javob. $\frac{x}{14}$; $\frac{46-x}{16}$.

Qayiqning barcha yo'lga sarflagan vaqtini e'tiborga olib, tenglama tuzamiz:

$$\frac{x}{14} + \frac{46-x}{16} = 3.$$

Bundan: $x = 14$.

U holda $46 - 14 = 32$ (km).

Javob. 32 km; 14 km.

Quruqlikdagi harakatga doir. 1-masala. A dan B ga qarab 66 km/soat tezlik bilan yuz poyezdi jo'nadi. Oradan 20 min o'tgandan keyin V dan A ga qarab 90 km/soat tezlik bilan tezyurar poyezd yo'lga chiqdi. Agar AV yo'lining uzunligi 256 km bo'lsa, poyezdlar A dan qanday masofada uchrashadilar?

Yechilishi.

Yuz poyezdining tezyurar poyezd bilan uchrashishiga bo'lgan soatlardagi vaqtni x orqali belgilaymiz.

1) Tezyurar poyezd uchrashishgacha qancha vaqt yurgan?

Javob. $x \frac{1}{3}$.

2) Yuk poyezdi tezyurar poyezd bilan uchrashguncha qancha yo‘l bosib o‘tgan?

Javob. $66x$.

3) Tezyurar poyezd uchrashguncha qancha yo‘l bosib o‘tgan?

Javob. $30 \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right)$.

Ikkala poyezd uchrashguncha AV ga teng masofani bosib o‘tganliklarini e‘tiborga olib, tenglama tuzamiz:

$$66x + 30 \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right) = 256.$$

Bundan: $x = \frac{11}{6}$.

Yuk poyezdi $66 \frac{11}{6} = 121(\text{km.})$

Tezyurar poyezd esa $90 \cdot \frac{9}{6} = 135(\text{km})$ yo‘l bosgan.

Demak, $256 - 135 = 121(\text{km})$.

Javob. 121 km.

Yechilishi.

Elektropoyezd yo‘lovchilar tashiydigan poyezdni quvib yetguncha ketgan soatlardagi vaqtni x orqali belgilaymiz.

1) Yo‘lovchilar tashiydigan poyezd qancha vaqt sarflagan?

Javob. $x + \frac{1}{10}$.

2) Yo‘lovchilar tashiydigan poyezd qancha yo‘l bosgan?

Javob. $68 \left(x + \frac{1}{10}\right)$.

3) Elektropoyezd qancha yo‘l bosgan?

Javob. 85 km.

Poyezdlar uchrashguncha (biri ikkinchisini quvib yetguncha), bir xil masofalarni bosib o‘tganliklarini e‘tiborga olib, tenglama tuzamiz:

$$68x + \frac{1}{10} = 85x.$$

Bundan: $x = 0,4$.

Elektropoyezd $0,4 \cdot 85 = 34$ (km) yo'l bosadi.

Javob. Elektropoyezd yo'lovchilar tashiydigan poyezdni V ga $40 - 34 = 6$ (km) qolganda quvib yetadi.

2-masala. A dan V ga qarab shoxko'cha bo'yicha 16 km/soat tezlik bilan velosipedchi jo'nadi. Qaytishda esa 12 km/soat tezlik bilan 6 km uzunroq bo'lgan qishloqlararo yo'ldan yurdi. Agar velosipedchi hamma yo'lga (borib-kelishdagi) 4 soat vaqt sarflagan bo'lsa, u shoxko'cha va qishloqlararo yo'ldan necha kilometrdan yurgan?

Yechilishi.

Shoxko'cha bo'yicha yo'lning uzunligini x orqali belgilaymiz.

1) Velosipedchining qishloqlararo yurgan yo'li qancha?

Javob. $x + 6$.

2) Velosipedchi shoxko'cha bo'yicha qancha vaqt yurgan?

Javob. $\frac{x+6}{12}$.

Hamma yo'lni bosib o'tish uchun sarflangan vaqt ma'lum ekanligini e'tiborga olib, tenglama tuzamiz:

$$\frac{x}{16} + \frac{x+6}{12} = 4.$$

Bundan: $x = 24$.

Javob. Shoxko'cha bo'yicha yo'lning uzunligi 24 km, qishloqlararo yo'lnig uzunligi esa 30 km.

3-masala. Chang'ichilar yuradigan yo'l yuqoriga ko'tarila borib, so'ngra pastlikka qarab ketgan. Chang'ichi yuqoriga 8 km/soat tezlik bilan ko'tarilib, so'ngra 18 km/soat tezlik bilan pastlikka tushdi. U yuqoriga ko'tarilishga pastlikka tushishga qaraganda 15 min ko'p vaqt sarf qildi. Yo'lning har bir bo'lagining uzunligini toping.

Yechilishi.

Pasayishdagi yo‘l uzunligini x orqali belgilaymiz.

1) Ko‘tarilishdagi yo‘lning kilometrlardagi uzunligi qancha?

Javob. $x - 8$.

2) Pastlikka tushishdagi yo‘lga qancha vaqt sarflangan?

Javob. $\frac{x}{18}$.

3) Yuqoriga ko‘tarilishga qancha vaqt sarflangan?

Javob. $\frac{x - 8}{8}$.

Yuqoriga ko‘tarilish va pastlikka tushishdagi sarflangan vaqtlarni taqqoslab, tenglama tuzamiz:

$$\frac{x}{18} + \frac{1}{4} = \frac{x - 8}{8}.$$

Bundan: $x = 18$

Javob. Yuqoridagi ko‘tarilishdagi yo‘l uzunligi 10 km, pastlikka tushishdagi yo‘l uzunligi 18 km.

Tenglamalar sistemasini tuzishga doir. 1-masala. Ikki bidonda har xil miqdorda sut bor. Agar birinchi bidondan 18 l, ikkinchisidan esa 12 l sut qo‘yib olinsa, ikkinchi bidonda birinchisidagidan 2 marta ko‘p sut qoladi. Bordi-yu, birinchi bidondan 8 l, ikkinchisidan esa 16 l sut qo‘yib olinsa, u holda birinchi bidonda qolgan sutning litrlardagi sonini ikkinchi bidonda qolgan sutning litrlardagi soniga nisbatan 7:8 kabi bo‘ladi. Har bir bidonda necha litrdan sut bor?

Yechilishi.

Birinchi bidondagi sutning kilogrammlardagi sonini x orqali, ikkinchisidagisini y orqali belgilaymiz.

1) Birinchi holda bidonlarda necha litrdan sut qoladi?

Javob. $x - 18$; $y - 12$.

2) Ikkinchi holdachi?

Javob. $x - 8$; $y - 16$.

Birinchi va ikkinchi hollarda qolgan sutlarning litrlardagi miqdorlarini taqqoslab, tenglamalar tuzamiz:

$$\begin{cases} 2(x-18)=y-12; \\ (x-8):(y-16)=7:8. \end{cases}$$

Bundan: $x=36$; $y=48$.

Javob. 36 l; 48 l.

2-masala. Agar birinchi kitob javonidan 6 ta, ikkinchisidan esa 11 ta kitob olinsa, birinchi javonda ikkinchidagidan 1,5 marta ko‘p kitob qoladi. Bordi-yu, har bir javondan 3 tadan kitob olinsa, u holda birinchi javonda qolgan kitoblar sonining ikkinchi javonda qolgan kitoblar soniga nisbatan 6:7 kabi bo‘ladi. Har bir javonda nechtadan kitob bo‘lgan?

Yechilishi.

Birinchi javondagi kitoblar sonini x , ikkinchisidagichini y orqali belgilaymiz.

1) Birinchi holda javonlarda nechtadan kitob qoldi?

Javob. $x-6$; $y-11$.

2) Ikkinchi holda-chi?

Javob. $x-3$; $y-3$.

Har bir holda javonlarda qolgan kitoblar sonini taqqoslab, tenglamalar tuzamiz:

$$\begin{cases} x-6=1,5(y-11); \\ (x-3):(y-3)=6:7. \end{cases}$$

Bundan: $x=15$; $y=17$.

Javob. 17 ta; 15 ta.

3-masala. Ikki piyoda oralaridagi masofa 38 km bo‘lgan A va V punktlardan bir-birlariga qarab bir vaqtda yo‘lga chiqdilar. Oradan 4 soat o‘tgandan keyin ularning oralaridagi masofa 2 km gacha qisqardi. Yana bir yarim soatdan keyin esa birining V ga yetib borishi uchun ikkinchisining A ga yetib borishiga qaraganda 5,5 km kam yo‘l qoldi. Har ikki piyodaning tezligini toping.

Yechilishi.

Piyodalarning km/soatlardagi tezliklarini x va y orqali belgilaymiz.

1) Piyodalar 4 soatda bosib o'tgan yo'llar nimaga teng?

Javob. $4x$; $4y$.

2) Piyodalar uchrashguncha bosib o'tishlari kerak bo'lgan yo'l nimaga teng?

Javob. $4x + 4y + 2 = 38$.

3) Birinchi piyoda $5,5(4+1,5)$ soatda bosib o'tishi kerak bo'lgan yo'l nimaga teng va u A gacha borishi uchun bosib o'tishiga qolgan masofa nimaga teng?

Javob. $5,5x$; $38-5,5x$.

4) Ikkinchi piyoda 5,5 soatda bosib o'tishi kerak bo'lgan yo'l nimaga teng va u V gacha borishi uchun bosib o'tishi kerak bo'lgan masofa nimaga teng?

Javob. $5,5y$; $38-5,5y$.

Piyodalar 5,5 soat o'tgandan keyin bosib o'tishlari kerak bo'lgan masofalarni taqqoslab tenglamalar tuzamiz:

$$\begin{cases} 38 - 5,5x = 38 - 5,5y - 5,5; \\ 4x + 4y + 2 = 38. \end{cases}$$

4-masala. Oralaridagi masofa 33 km bo'lgan A va V punktlardan birlariga qarab bir vaqtda ikki sayyoh yo'lga chiqdi. Oradan 3 soat 12 min o'tgandan keyin ularning oralaridagi masofa 1 km gacha qisqardi. Yana 2 soat 18 min o'tgandan keyin esa birining V ga borishi uchun ikkinchisining A ga borishiga qaraganda 3 marta ortiq yo'l qoldi. Har bir sayyohning tezligini toping.

Yechilishi.

Sayyohlarning km/soat lardagi tezliklarini x va u orqali belgilaymiz.

1) Sayyohlar 3 soat 12 minda qanday masofalarni bosib o'tgan?

Javob. $3,12x$; $3,12u$.

2) Sayyohlar uchrashgunlarigacha bosib o'tishlari uchun qolgan yo'l nimaga teng?

Javob. $3,2x + 3,2y + 1 = 33$.

3) Birinchi sayyoh $5,5/3$ soat $12 \text{ min} + 2 \text{ soat } 18 \text{ min} = 3,2 + 2,3 = 5,5$ soatda bosib o'tgan yo'l nimaga teng va u V ga yetib borishi uchun qolgan masofa nimaga teng?

Javob. $5,5x$; $33 - 5,5x$.

4) Ikkinchi sayyoh $5,5$ soatda bosib o'tgan yo'l nimaga teng va u A ga yetib borishi uchun bosib o'tishi kerak bo'lgan masofa nimaga teng?

Javob. $5,5y$; $33 - 5,5y$.

Sayyohlar $5,5$ soat o'tgandan keyin bosib o'tishlari kerak bo'lgan masofalarni taqqoslab, tenglama tuzamiz:

$$33 - 5,5x = 3 \cdot (33 - 5,5y).$$

U holda

$$\begin{cases} 3,2x + 3,2y = 32; \\ 33 - 5,5x = 3(33 - 5,5y). \end{cases}$$

Bundan:

$$x = 4,5; y = 5,5.$$

4.8. Geometriya bilan bog'liq matnli masalalarni yechish

Matematika daslarida geometrik materialni o'rganishning asosiy vazifasi o'quvchilarda nuqta, to'g'ri chiziq kesmasi, siniq chiziq, burchak, ko'pburchak, doira kabi geometrik figuralar to'g'risidagi boshlang'ich tushunchalar va tasavvurlarni puxta shakllantirishdir. Shu sababli geometrik figuralarni yasashga doir masalalar bilan tanishtiriladi. Unda yasashlar chizg'ich yordamida figuralar chiziqsiz qog'ozda sirkul, chizg'ich va chizmachilik uchburchagidan foydalanib bajariladi.

Geometrik mazmunli masalalar jumlasiga:

1. Geometrik figuralarni yasashga doir masalalar.
2. Geometrik figuralarni almashtirishga doir masalalar.
3. Figuralarni topish va ajratishga doir masalalar.
4. Figuralarni klassifikasiyalashga doir masalalar.
5. hisoblash xarakteridagi masalalar kiradi.

Shuni ta'kidlash kerakki, chiziqsiz qog'ozda to'g'ri to'rtburchak yasash malakalarini matematika darslaridagina emas, balki mehnat ta'limi darslarida ham tarkib toptirilishi kerak.

O'quvchilar chiziqsiz qog'ozda to'g'ri burchakli uchburchaklar yasash uchun to'g'ri burchak yasashadi. Shu to'g'ri burchakning tomonlariga berilgan uzunlikdagi kesmalarini qoyishadi. Bu kesmalarning oxirlari chizish yordamida birlashtiriladi.

Matematika darsligida yasashga oid bir qator masalalar berilgan bo'lib, bularning yechimlari chizg'ich va sirkuldan foydalanishni talab qiladi. Bunda aylanani teng (3,4,6) qismlarga bo'lishga oid masalalar berilgan. Bunday masalarni yechish teng tomonli ko'pburchaklarni yasash, ya'ni teng tomonli oltiburchak, uchburchak va kvadratni yasash bilan bog'lanadi.

1-masala. Aylanani oltita teng qismga bo'l va teng tomonli oltiburchak yasa.

Eng oldin aylanani chizish kerak. Aylanani chizish uchun oldin nuqta belgilab o'ng sirkul oyog'ining uchi qo'yiladi. O'quvchilarga sirkulning bir oyog'i uchi mahkamlangan bo'lishi, u har doim bitta nuqtada bo'lishi, bu nuqta

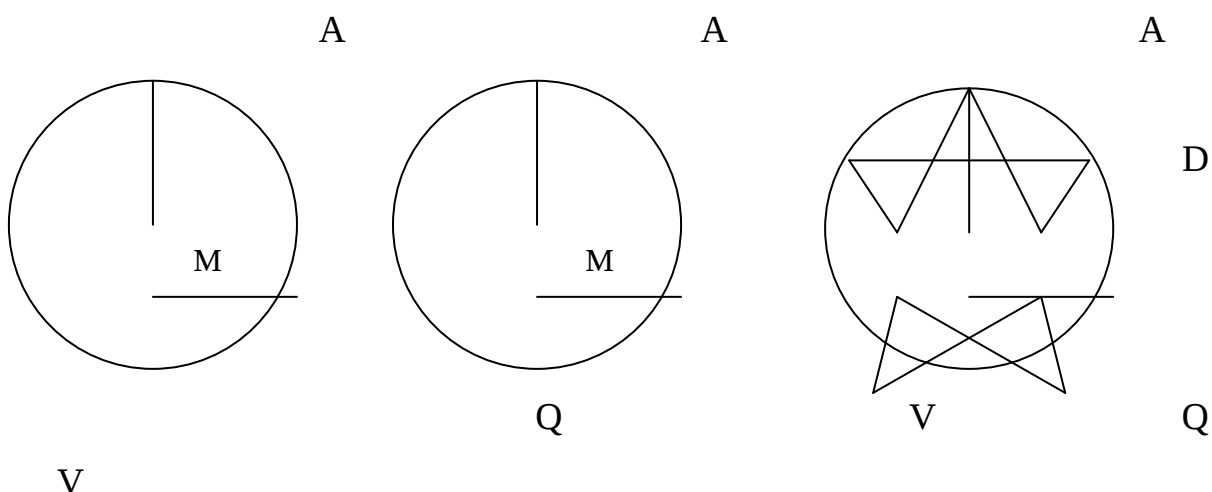
aylanishning markazi deb atalishi eslatib oʻtiladi. Bolalarning eʼtiborini sirkulni qoʻzgʻalmas nuqta atrofida aylantirish har doim sirkul ignasining uchi bilan sirkulning boshqa oyogʻiga oʻrnatilgan qalam uchi orasidagi masofa oʻzgarmasligiga qaratmoq kerak.

Bu holda qalam aylana chizadi. Aylanada ixtiyoriy A nuqta belgilanadi, va bu nuqtadan sirkul yordamida aylana radiusiga teng masofada nuqtalar belgilanadi. Hammasi boʻlib aylanani 6 ta teng qismga boʻlgan 6 ta nuqta belgilanadi. Agar bu nuqtalarni ketma-ket tutashtirilsa teng tomonli 6 burchak hosil boʻladi.

Oʻquvchilarini aylanani 5 qismga boʻlish bilan tanishtirish va qanday masalaning yechilishi besh burchakli yulduz yasash bilan bogʻlash maqsadga muvofiq.

Besh burchakli yulduz bunday yasaladi:

- aylana chiziladi;
- toʻgʻri burchak ostida uning ikkita radiusi oʻtkaziladi
- radiuslardan birini 3ta teng qismga boʻlinadi
- sirkulning bir uchini A nuqtaga, ikkinchi uchini M nuqtaga qoyiladi va shu radiusi bilan B va D nuqtalar belgilanadi;
- oʻsha radius bilan B nuqta qarshisidan Q nuqta, D nuqta qarshisidan V nuqta belgilanadi.

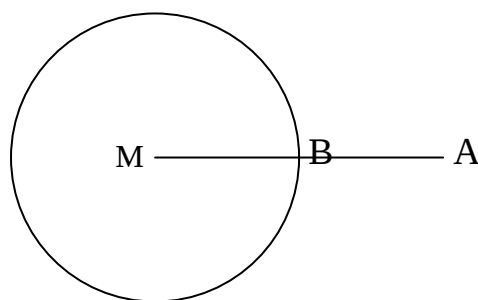


Matematika darsligida aylananing xossalarini aniqlashga, aylana bilan kesmaning fazoviy munosabatlarini oʻrganishga oid qator masalalar berilgan. Shunday masalalardan baʼzilarini qaraymiz:

5 sm uzunlikda MA kesma chiz. M nuqta aylananing markazi. Aylanani shunday chizginki, u MA kesmani kesib o'tsin. Bu aylana radiusining uzunligi haqida nima deyish mumkin?

O'quvchilar uzunligi 5 sm bo'lgan MA kesmani chizishadi. Sirkulning uchi M nuqtaga qoyiladi va MA kesmani kesib o'tadi. Masalan, B nuqta kesadigan qilib aylana chiziladi.

O'quvchilar bunda aylananing MB radiusi MA kesmadan kichik bo'lishiga ishonch hosil qiladilar. Javob bunday yoziladi: $MB < MA$



O'quvchilarga geometrik materialni ochib berayotib fazoda predmetlarning shakli, o'lchami va o'zaro joylashishining bolalar maktabgacha davrda joylashtirishni hisobga olishi kerak.

Oyin jarayonida va amaliy faoliyatlarda ular predmetlar bilan ish olib boradilar, ko'zlari bilan ko'radilar, qo'llari bilan ushlab ko'radilar, chizadilar, yasaydilar va predmetlarning boshqa xossalari ichidan asta-sekin shaklni ajratadigan bo'ladilar.

Maktabgacha yoshdagi ko'pchilik bolalar 6-7 yoshda shar, kub, doira. Kvadrat, uchburchak, to'g'ri to'rtburchak shaklidagi predmetlarni to'g'ri ko'rsata oladilar. Biroq bu tushunchalarni umumlashtirish tushunchalari ham hal bo'lmaydi, kvadratni to'g'ri to'rtburchakka qarama-qarshi qoyadilar, agar predmetning o'zi ularga tanish bo'lmasa uning tanish shaklini bila olmaydilar.

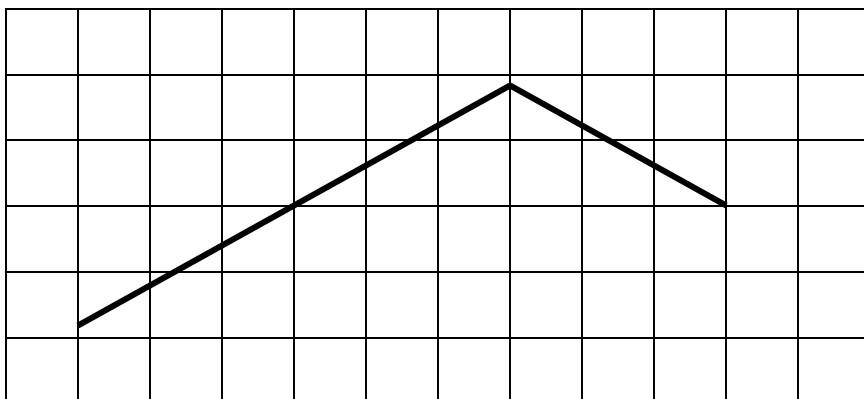
Figuraning har vaqtdagidan boshqacha foydalanishi va hatto o'lchamlarining juda katta va juda kichik bo'lishi bilan dovdiratib yoyiladi.

Nuqta, to'g'ri chiziq va egri chiziqlar, to'g'ri chiziq kesmasi.

O'quvchilarida nuqta, to'g'ri va egri chiziqlar, to'g'ri chiziq kesmalarining aniq obrazlarini shakllantirish lozim. O'qituvchining vazifasi bu figuralarni

bo‘laklarga ajratish, nomini aytish va to‘g‘ri ko‘rsatish, 2-sinfdan boshlab esa harflar bilan belgilashga o‘rgatishdan iborat.

Nuqta bilan o‘quvchilar birinchi sinfda o‘qitishning birinchi kunlaridanoq tanishib boradilar. Raqamlarni yozishga tayyorgarlik ko‘ra turib, o‘quvchilar o‘qituvchi ko‘rsatganidek quyidagi topshiriqlarni bajaradilar; nuqlani katakning o‘rtasiga qoying, qoyilgan nuqtalarni namuna boyicha birlashtiring.

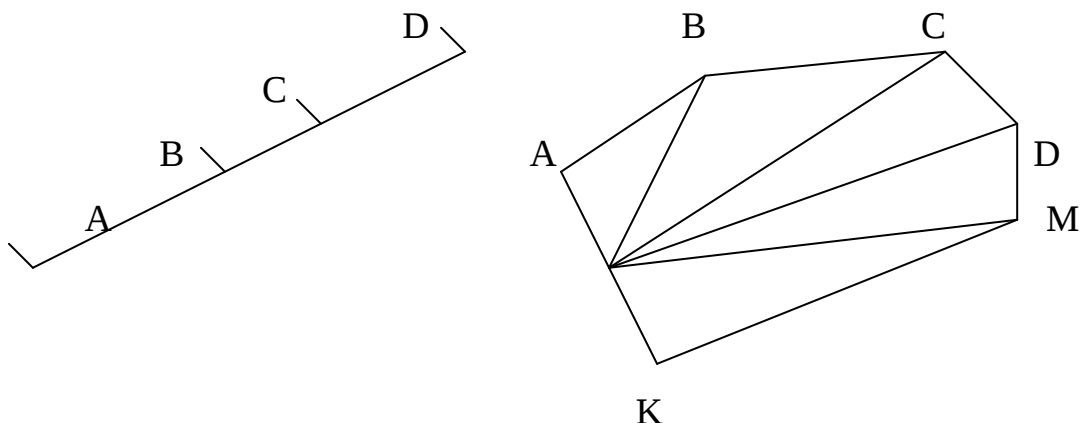


To‘g‘ri chiziq bilan tanishgandan so‘ng o‘quvchilar nuqtani to‘g‘ri chiziqqa qo‘shishni berilgan 1,2,3 ta nuqtalardan to‘g‘ri chiziq o‘ttkazishning nuqtani to‘g‘ri chiziqqa nisbatan vaziyatini aniqlashni o‘rganadilar.

O‘quvchilarda to‘g‘ri chiziq haqidagi tasavvurlar turli amaliy mashqlarni bajarish jarayonida shakllanadi. Bunda to‘g‘ri chiziq egri chiziq bilan taqqoslanadi. Masalan, ip tarang qilib tortiladi, so‘ngra ipni osilib turadigan qilib bo‘shatiladi, aytaylik to‘g‘ri yo‘l va egri yo‘l tasvirlangan rasm qaraladi, buklangan qog‘oz varag‘ining bukilish chizig‘i boyicha qoyiladi va h.k. har gal qanday chiziq yoki egri chiziq hosil bo‘lganligi aniqlanadi.

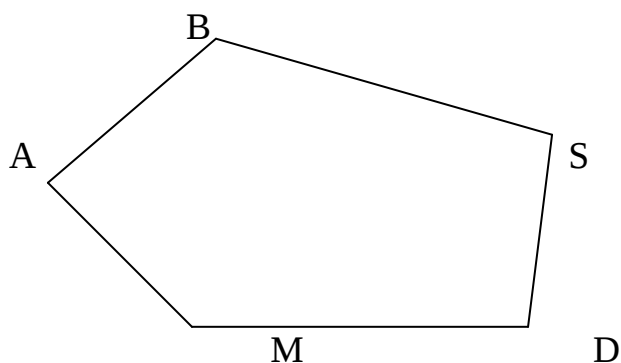
O‘quvchilar kesmalarni harflar bilan belgilash bilan tanishganlaridan so‘ng yozma mashqlar beriladi, bunday mashqlar boshqani ajrata olish, shuningdek boshqa kesmalardan tuzilgan kesmalarni ajrata olish uquvini mustahkamlaydi.

Masalan:



Chizmadagi hamma kesmalarni yozish boshi 0 nuqtadan bo'lgan kesmalarni yozish chizg'ichi yordamida teng kesmalarni yozish, o'lchash tavsiya qilinadi.

Asta-sekin o'quvchilar kesma bilan ko'pburchakning tomoni bo'lishi mumkinligini aniqlaydilar va bunga tayanib ko'pburchaklar ichida yangi figuralar hosil bo'ladigan qilib kesmalar yasashga doir mashqlar bajaradilar. Masalan: beshburchak ichida bitta kesmani shunday o'tkazingki, qirqqanda uchburchak va to'rtburchak yoki 2 ta uchburchak yoki uchburchak va oltiburchak hosil bo'lsin.



O'quvchilar topshiriqlarni daftarlariga bajaradilar, so'ngra doskada har bir masalaning turli yechimlari aniqlanadi va ko'rsatiladi.

Bunday mashqlar bolalarda fikrlash qobiliyatini va fazoviy tasavvurlarini rivojlantiradi, shuningdek geometrik tushunchalarini mustahkamlaydi.

Ko'pburchak, burchak, doira

Bolalarda bu figuralar haqida tushuncha asta-sekin boshlang'ich sinf jarayonida va yuqori sinflarda shakllanib boradi.

Dastlabki paytda geometrik figuralardan didaktik material sifatida foydalaniladi. Bolalar unga tayangan holda sanashni, masalalar yechishni, hisoblashni, taqqoslashni, klassifikatsiya tuzishni va boshqalarni o'rganadilar. Ayrim figuralar haqidagi tasavvurlar aniqlashtiriladi; doira, uchburchak, kvadrat eslab qolinadi. Ko'pburchakning ayrim turlarini o'rganishga kirishiladi, ko'pburchak elementlari; tomonlari, burchaklari, uchlari, ajratib ko'rsatiladi. Masalan: 3 sonini o'rganilayotganda turli uchburchaklar qaraladi.

Rangli qalin qog'ozlardan, plastmassa va yog'ochdan yasalgan uchburchak modellarida o'quvchilar har bir figuraning uchta tomonini, uchta uchini va uchta burchagini ko'rsatadilar.

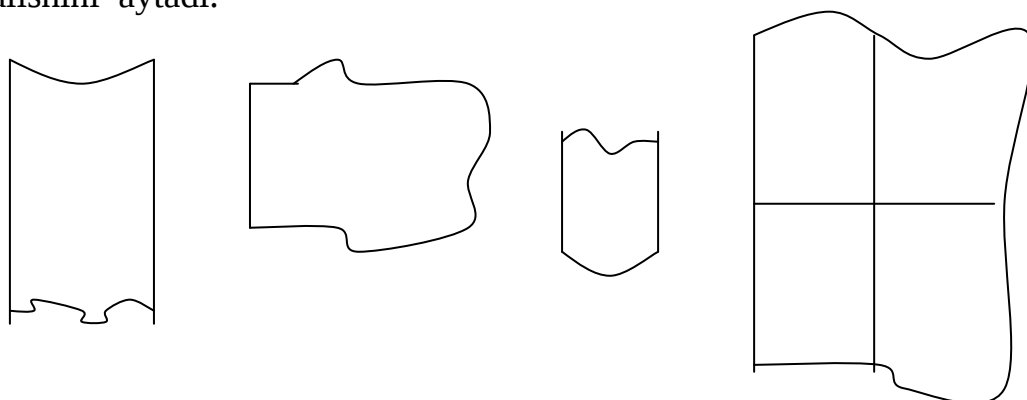
Uchburchaklarni daftarlariga chizadilar, uchlarini nuqtalar bilan belgilaydilar va boyaydilar; uchburchak shakliga ega bo'lgan predmetlarni topadilar, doskada chizilgan va katakli taxtachaga qoyilgan qalin rangli qog'ozdan yasalgan geometrik figuralar ichidan uchburchaklarni izlaydilar. Bunda o'quvchilar uchburchakning har bir figuraning uchta tomonini, uchta uchini va uchta burchagini ko'rsatadilar.

Uchburchaklarni daftarlariga chizadilar, uchlarini nuqtalar bilan belgilaydilar va boyaydilar, uchburchak shakliga ega bo'lgan predmetlarni topadilar, doskaga chizilgan va katakli taxtachaga qoyilgan qalin rangli qog'ozdan yasalgan geometrik figuralar ichidan uchburchaklarni izlaydilar. Bunda o'quvchilar uchburchakning har bir turini qarashlarini o'qituvchi oldindan o'ylab qo'yishi kerak, bu uchburchak haqida to'g'ri tasavvur hosil qilishga yordam beradi.

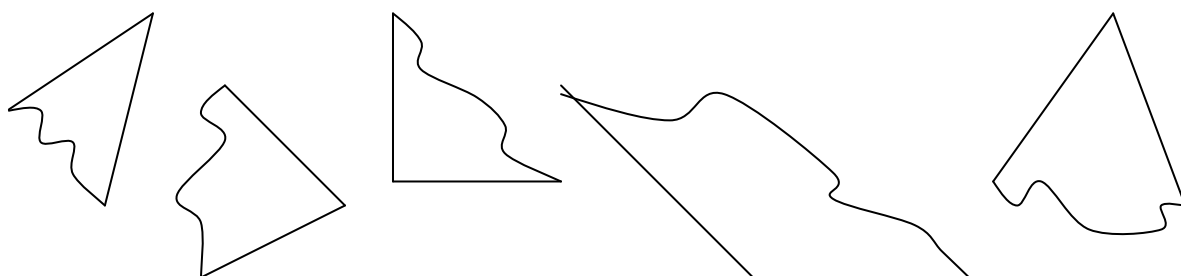
Ko'rsatilgan bu mashqlar jarayonida bolalar uchburchakning quyidagi elementlarini to'g'ri ko'rsatishga o'rganadilar, uchlari, tomonlari, burchaklari.

So'ngra xuddi shu rejada to'rtburchaklar, uchburchaklar, burchaklar haqida dastlabki ma'lumotlarni oladilar, ko'pburchakning burchaklarini ko'rsatishni o'rganadilar.

So'ngra birinchi sinf o'quvchilari to'g'ri burchak bilan tanishadilar. To'g'ri burchakni bunday tanishtirish mumkin. Bolalar o'qituvchi rahbarligida to'g'ri burchak modelini yasaydilar, ular bir varaq qog'ozning o'rtasidan ikki marta bukdaydilar va bunda hosil bo'lgan kesuvchi to'g'ri chiziqlar to'rtta bir xil burchak hosil qilishini angelaydilar. O'qituvchi bunday burchak to'g'ri burchak deb atalishini aytadi.



So'ngra bolalar qog'oz varaqlarining har xiliga qaramasdan hosil bo'lgan to'g'ri burchaklar teng bo'lishini bir-birining ustiga qoyish yo'li bilan aniqlaydilar. To'g'ri burchak haqida tasavvurni mustahkamlash uchun maxsus mashqlar kiritiladi. Masalan, berilgan turli burchaklar orasidagi to'g'ri burchaklarni topish.



Daftarda uning chizig'idan foydalanib tog'ri burchak chizish, to'g'ri burchakka ega bo'lgan uchburchak chizish taklif qilinadi.

Geometrik figuralarni yasash malakasini har xil masalalar sistemasi geometrik figuralarni almashtirish bilan bogʻliq masalalarni yechish bilan mustahkamlanadi. Geometrik figuralarni almashtirish deganda, figurani teng qismlarga boʻlish va shu qismlardan yangi figura tuzilishi tushuniladi.

Bunday masalalar chiziqsiz qogʻozda geometrik figuralarni yasash malakasini mustahkamlash uchungina emas, “figuraning yuzi” tushunchasini tarkib toptirish uchun ham zarurdir. Shu bilan birga bunday masalalar oʻquvchilar uchun qiziqarli boʻlishi kerak, chunki ular oʻquvchilarda fazoviy tasavvurlarni, qobiliyatlarni rivojlantiradi, geometrik obrazlarni oʻzaro bogʻliqlikda va oʻzgarishda qarashga oʻrgatadi.

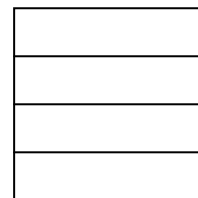
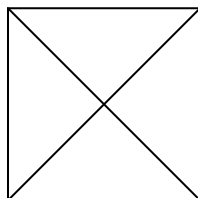
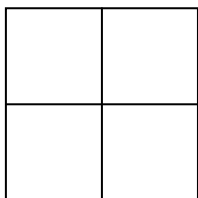
Oʻquvchilarga yechish mumkin boʻlgan shunday masalalar namunalarini keltiramiz:

1. Daftarda tomoni 4 sm boʻlgan kvadrat yasa. Uni kesmalar bilan shunday toʻrtta teng qismga boʻlginki, har bir qism:

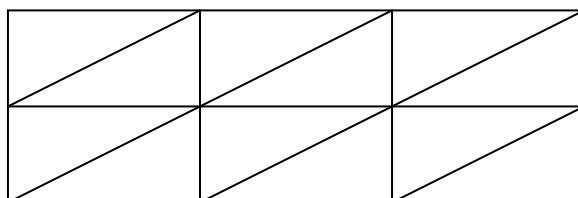
a) kvadrat;

b) uchburchak;

c) toʻrtburchak boʻlsin.



2. Daftaringga tomonlari 2 sm va 3 sm boʻlgan toʻrtburchak chiz va uni 12 ta teng uchburchakka boʻl.



Oʻquvchilar daftarlariga tomoni 2 sm va 3 sm boʻlgan toʻrtburchak chizadilar va uni kesmalar bilan 6 ta teng kvadratlarga boʻlishadi. Soʻngra har bir kvadratni kesma bilan 2 ta teng uchburchakka boʻlishadi. Hammasi boʻlib 12 ta teng uchburchak hosil boʻladi.

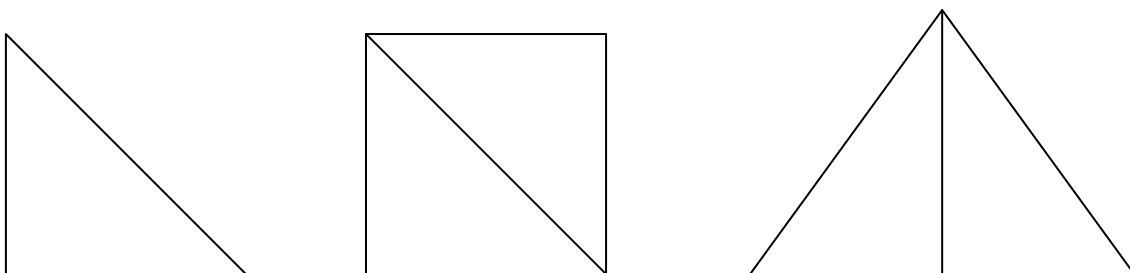
3. To'rtburchak chizing. Unda shunday kesma o'tkazingki, u to'rtburchakni:

- a) ikkita to'rtburchakka bo'lsin;
- b) bitta uchburchak va bitta to'rtburchakka bo'lsin;
- v) bitta uchburchak va bitta beshburchakka bo'lsin;
- d) ikkita uchburchakka bo'lsin.

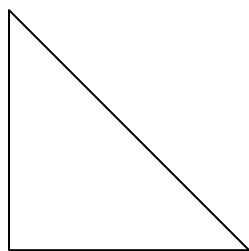
Berilgan figuradan figura tuzishga doir masalalar:

1. Chiziqsiz qog'ozga uchburchakdan ikkita chiz va qirqib ol. Bu uchburchaklardan: a) kvadrat; b) uchburchak yasa.

Masalaning yechilishi quyidagi rasmda berilgan:



2. Chiziqsiz qog'ozda uchburchakdan to'rtta chiziq chiz va ularni qirqib ol. Bu uchburchakdan: a) to'g'ri to'rtburchak; b) uchburchak tuz.

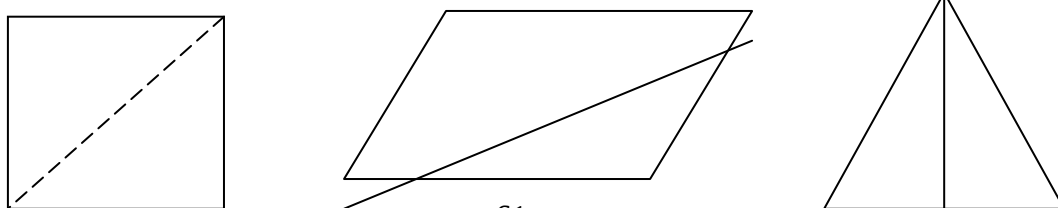


Figuralarni qismlarga bo'lish va bu qismlardan yangi figuralar tuzishga doir masalalar:

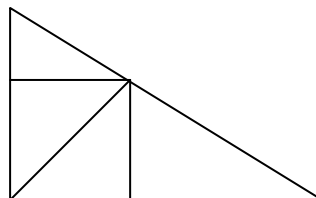
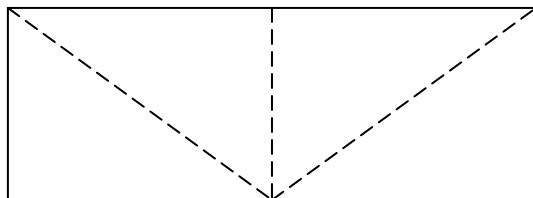
1. Chiziqsiz qog'ozga tomoni 4 sm bo'lgan kvadrat chiz. Bu kvadratni ikkita teng uchburchakka bo'l. So'ngra ulardan:

- a) to'rtburchak; b) uchburchak tuz.

Topshiriqlarning bajarilishi natijasi berilgan.



2. Chiziqsiz qog'ozga tomonlari 2 sm va 6 sm bo'lgan to'g'ri to'rtburchak chiz. Bu to'g'ri to'rtburchakdan 1 ta teng uchburchak qirqib ol. So'ngra ulardan uchburchak tuz. Bu masalani quyidagi rasm asosida yechish mumkin:



XULOSA

Matnli masalalarni yechish usullari mavzusini yoritish hozirgi kunda muhim va dolzarb masalalaridan biri hisoblanadi. Bu masala doimo matematika va boshqa aniq fanlar bilan shug'ullanuvchi tadqiqotchilarning diqqat markazida turgan.

Matnli masalalarni yechish usullari mavzusiga bag'ishlangan manba va adabiyotlarda keltirilgan ma'lumotlar qiyosiy tahlil qilinib, quyidagi umumlashma xulosaga kelindi:

birinchidan, maktab matematika kursidagi masalalarga umumiy xarakteristika berildi, uning mazmun-mohiyati ilmiy manba va adabiyotlar asosida tahlil qilindi;

ikkinchidan, matnli masalalarni yechish bosqichlari yoritib berildi hamda o'rganildi;

uchinchidan, algebraik masalalarni yechish matnli masalalarni yechishning tugallanish etapi ekanligi ko'rsatib berildi;

to'rinchidan, geometriya bilan bog'liq matnli masalalarni yechish haqidagi ma'lumotlar chuqur o'rganildi hamda umumlashtirildi.

Shunday qilib, matnli masalalarni yechish usullari mavzusini yoritish ushbu mavzuni chuqur o'rganishda muhim manbalardan biri bo'lib xizmat qiladi.

Adabiyotlar ro'yxati:

1. O'zbekiston Respublikasining Konstitutsiyasi.T.: "O'zbekiston", 2017.
2. Mirziyoyev SH.M. Milliy taraqqiyot yo'limizni qat'iyat bilan davom ettirib, yangi bosqichga ko'taramiz. – T.: "O'zbekiston" NMIU, 2018. – 592 b.
3. Mirziyoyev SH.M. Tanqidiy tahlil, qat'iy tartib-intizom va shaxsiy javobgarlik har bir rahbar faoliyatining kundalik qoidasi bo'lishi kerak. T., "O'zbekiston", 2017.
4. "2017-2021-yillarda O'zbekiston Respublikasini rivojlantirishning beshta ustuvor yo'nalishi bo'yicha Harakatlar strategiyasini"ni "Xalq bilan muloqot va inson manfaatlari yili"da amalga oshirishga oid davlat Dasturini o'rganish bo'yicha ilmiy-uslubiy risola. Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti. - T.: "Ma'naviyat" nashriyoti, 2017. – 244 b.
5. Kolyagin Y.M. Metodika pripodavaniya matematiki v sr.shk. – M.:1980.
6. Tologanov T., Normatov A. Matematikadan praktikum. – T.:1989.
7. Alixonov S. Matematika o'qitish metodikasi. – T.:2011.
8. Dilmurodov N., Abdullayev Q. Geometriya. – Qarshi.:2016.
9. Muhammedov K. Elementar matematikadan qo'llanma. – T.:1996.
10. Akademik litsey algebra darsliklari.

Internet saytlari:

1. www.ziyonet.uz
2. www.qarshidu.uz
3. www.tdpi.uz
4. www.nuu.uz
5. www.google.ru