ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.3/30.12.2019.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ТОШКЕНТ АРХИТЕКТУРА ҚУРИЛИШ ИНСТИТУТИ

ИШМЕТОВ АЗАД ЯНГИБАЕВИЧ

ТОПОЛОГИК ФАЗОЛАРДАГИ ИДЕМПОТЕНТ ЭҲТИМОЛЛИК ЎЛЧОВЛАРИ ФАЗОСИНИНГ ГЕОМЕТРИК ВА ТОПОЛОГИК ХОССАЛАРИ

01.01.04 – Геометрия ва топология

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2020

УДК: 515.12

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Content of the abstract of doctor of philosophy (PhD) dissertation on physical-mathematical sciences

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ
ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ
DSc.3/30.12.2019.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ТОШКЕНТ АРХИТЕКТУРА ҚУРИЛИШ ИНСТИТУТИ

ИШМЕТОВ АЗАД ЯНГИБАЕВИЧ

ТОПОЛОГИК ФАЗОЛАРДАГИ ИДЕМПОТЕНТ ЭҲТИМОЛЛИК ЎЛЧОВЛАРИ ФАЗОЛАРИНИНГ ГЕОМЕТРИК ВА ТОПОЛОГИК ХОССАЛАРИ

01.01.04 – Геометрия ва топология

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2020

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (Doctor of Philosophy) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2019.1.PhD/FM310 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Тошкент архитектура-қурилиш институтида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (www.ik-fizmat.nuu.uz) ва «Ziyonet» Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:	**Заитов Адилбек Атаханович** физика-математика фанлари доктори, катта илмий ходим
Расмий оппонентлар:	**Нарманов Абдигаппар Якубович** физика-математика фанлари доктори, профессор
	Джаббаров Гайратбай Фархадович физика-математика фанлари номзоди, доцент
Етакчи ташкилот:	**Тошкент давлат транспорт университети**

Диссертация ҳимояси Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университети ҳузуридаги DSc.3/30.12.2019.FM.01.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2020 йил «12» ноябр соат 11⁰⁰ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99878) 227-12-24, факс: (+99878) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

Диссертация билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (80 рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99878) 246-02-24).

Диссертация автореферати 2020 йил «3» ноябр куни тарқатилди.
(2020 йил «31» 10 даги 8 рақамли реестр баённомаси).

А. Садуллаев
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш
раиси, ф.-м. ф. д., профессор, академик

Н. К. Мамадалиев
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш
илмий котиби, ф.-м. ф. ф. д.

Р. Б. Бешимов
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш
қошидаги илмий семинар раиси, ф.-м.ф.д.

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида илмий-техник тараққиётнинг тез суръатлар билан ривожланиши фундаментал тадқиқотларнинг, шу жумладан математиканинг янги соҳаларини ривожлантириш ва олинган натижаларни амалиётга тадбиқ қилишни талаб этмоқда. Математикадаги амалиёт талабларидан келиб чиқадиган кўпгина масалалар оптималлаштириш ва оптимал бошқариш масалаларига келтирилади. Математика, математик физика ва иқтисодиётнинг турли соҳаларида идемпотент ўлчови (Маслов ўлчови) тушунчасининг кўплаб татбиқлари амалда қўлланилмоқда. Хусусан, бундай ўлчовлар динамик оптималлаштириш масалаларида юзага келади. Шунингдек, математик иқтисодиётда ноаниқликни моделлаштириш учун Маслов ўлчовларидан фойдаланиш классик эҳтимоллик назариясидан фойдаланиш каби муҳим бўлиши мумкинлиги сабабли, идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазоларининг геометрик ва топологик назарияси бўйича олинган натижалар ҳам назарий, ҳам тадбиқий жиҳатдан аҳамиятли ва замонавий математиканинг долзарб йўналишларидан ҳисобланади.

Ҳозирги кунда жаҳонда дастлабки фазо ва функтор, жумладан, идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари функтори таъсирида олинган ҳосилавий фазо орасидаги боғлиқликни аниқлаш масаласи замонавий функторлар назариясининг долзарб масалаларидан бири ҳисобланади. Анъанавий математикани сонлар майдони устида квант назарияси каби талқин қилиш мумкин. Унинг “классик аналоги” – идемпотент математика, яъни идемпотент қўшиш амали билан аниқланадиган ярим майдонлар (ва ярим ҳалқалар) устидаги математика ҳам мавжуд. Идемпотент математика анча ривожланган. Хусусан, идемпотент функционал анализ қурилган; идемпотент ўлчовлари ва оптималлаштириш ўртасидаги ўхшашлик қайд этилган. Идемпотент эҳтимолликлар ўлчовига анъанавий математикада эҳтимолликлар ўлчови мос келади. Аммо, натижалар шуни кўрсатадики, эҳтимоллик ўлчовлари ва идемпотент эҳтимоллик ўлчовларининг ўхшаш натижаларни исботлаш учун турли хил усуллар талаб қилинади. Шунинг идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазоларининг геометрик ва топологик хоссаларини ўрганиш мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мамлакатимизда табиий ва аниқ фанларга эътибор сезиларли даражада кучайтирилди, хусусан, оптималлаштириш ва оптимал бошқариш масалаларини тадбиқ қилишга алоҳида эътибор қаратилди. Ушбу соҳада мақсадли илмий изланишларни, хусусан, топологик фазолардаги идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазоларининг геометрик ва топологик хоссаларини қўллаш муҳим вазифалардан биридир. Бугунги кунда мамлакатимизда “Функционал анализ, геометрия ва топология[1] фанларининг устувор

---

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар маҳкамаси 2017 йил 18 майдаги «Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида»ги 292-сонли қарори.

йўналишлари бўйича ҳалқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари” этиб белгиланди. Қарор ижросини таъминлашда топологик фазолардаги идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари назариясини ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2018 йил 27 апрелдаги ПҚ-3582 сонли “Инновацион ғоялар, технологиялар ва лойихаларни амалий жорий қилиш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги Қарори, 2019 йил 17 июндаги ПҚ-4358-сонли “2019-2023 йилларда Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида талаб юқори бўлган малакали кадрлар тайёрлаш тизимини тубдан такомиллаштириш ва илмий салоҳиятни ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги Қарори, 2019 йил 9 июлдаги № ПҚ-4387 “Математика таълими ва фанларини янада ривожлантиришни давлат томонидан қўллаб-қувватлаш, шунингдек, ЎзР ФА В.И. Романовский номидаги математика институти фаолиятини тубдан такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги Қарори, 2019 йил 8 октябрдаги ПФ-5847-сонли “Ўзбекистон Республикаси Олий таълим тизимини 2030 йилгача ривожлантириш концепциясини тасдиқлаш тўғрисида” ги Қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-хуқуқий хужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишга ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Идемпотент анализ устида дастлабки тадқиқотлар В. П. Масловнинг XX аср 80 йиллари охирида чоп қилинган ишларидан бошланган. XXI асрнинг бошларидан ҳозирги вақтгача идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазосини, Тихонов ва компактлар категориясида ҳаракатланувчи идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари функторини тадқиқ қилиш функторлар назариясининг асосий бўлимларидан бири бўлиб қолмоқда.

Идемпотент функционал анализ В. П. Маслов, В. Н. Колокольцов, Г. Л. Литвинов ва бошқаларнинг ишларида қурилган ва ривожлантирилган. М. Заричный, Т. Радул, Т. Банах, А. А. Заитов, И. И. Тожиев, O. Hubal, V. Brydun, A. Savchenko, M. Cencelj, D. Repovš ва бошқалар ўз тадқиқотларида категорик усуллардан фойдаланган ҳолда нафақат ушбу назарияни, балки ковариант функторлар назариясини ва умумий топологияни янада ривожлантиришга ўз ҳиссаларини қўшган.

Е. Щепин ўз ишида компакт фазолар ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясида нормал функтор тушунчасини киритган. А. Ч. Чигогидзе ўз ишида, нормалликни сақлайдиган $F_{\beta}: Tych \to Tych$ функторни – $F: Comp \to Comp$ нормал ковариант функтор кенгайтмасини қуриш усулини таклиф қилган. М. Заричный компакт фазолар ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясида $I: Comp \to Comp$ идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари функторининг категориявий хоссаларини ўрнатган.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги.

Диссертация тадқиқоти Тошкент архитектура қурилиш институти Математика ва табиий фанлар кафедрасининг бош илмий йўналиши “Ночизиқли анализ, физика ва механиканинг замонавий муаммолари” (2015-2020) мавзусидаги, Тошкент давлат педагогика университетининг Ф4-27 “Топологик фазоларда ҳаракатланувчи айрим ковариант функторларнинг топологик ва кардинал хоссалари” (2012-16) мазусидаги ва Ўзбекистон миллий университетининг ОТ-Ф1-096 «Динамик полисистемалар назарияси масалаларини ечиш учун геометрик ва топологик методлар ишлаб чиқиш ва яратиш» (2007-2011) мавзусидаги илмий-тадқиқотлар лойиҳаси доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади топологик фазолардаги идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазоларининг геометрик ва топологик хоссаларини тадқиқ қилишдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

$I(X)$ компактнинг берилган X компактни ретракт сифатида сақлайдиган қисм фазосини ажратиб кўрсатиш;

идемпотент эҳтимолликлар ўлчовлари фазосининг гомотоп хоссаларни ўрнатиш;

I функторни $Comp$ категориясидан кенгроқ $Tych$ категориясига кенгайтириш ва I_β идемпотент эҳтимолликлар ўлчови функторнинг ($Tych$ маъносида) нормаллигини ўрнатиш;

I_β функторнинг геометрик хоссаларини ва Тихонов фазоларда C-хоссаларни сақлашини ўрнатиш.

Тадқиқотнинг объекти чекли даражали идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари функтори ва компакт ташувчили идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазоси.

Тадқиқотнинг предмети умумий топология, функторлар назарияси, идемпотент анализ.

Тадқиқотнинг усуллари. Тадқиқот ишида умумий топология, функторлар назарияси, идемпотент анализ усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

Берилган X компакт учун $I(X)$ идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазонинг чекли элтувчили идемпотент эҳтимоллик ўлчовларидан иборат қисм фазоси ажратилган ва бу қисмфазо берилган X компактни ретракт сифатида сақлаши ўрнатилган.

Ажратилган бу чекли элтувчили идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазоси фақат ва фақат X фазо ANR-компакт бўлсагина ANR-фазо бўлиши ўрнатилган.

Ажратилган бу чекли элтувчили идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазоси ва X фазонинг шейплари тенглиги кўрсатилган.

Comp компакт фазолар ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясидаги I функторни *Tych* Тихонов фазолар ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясигача кенгайтмаси – компакт элтувчили идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари функтори таклиф қилинган ва бу функтор Тихонов фазоларининг очиқ узлуксиз акслантиришларини сақлаши исботланган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари қуйидагилардан иборат:

I_f идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари функтори қурилган ва қуйидаги масалалар қаралган: идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазоси тортилувчанлиги; абсолют (атрофли) ретрактларга идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари I_f функторининг таъсири;

Тихонов фазолар категориясида I_β идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари функторнинг $\max$-plus-қаварик қисм функторлари тадқиқ қилинган. Шуни таъкидлаш керакки, ушбу ишда анъанавий ҳол учун қўлланилган усуллардан катта фарқ қиладиган янги усул таклиф қилинган, бу усул функторлар назариясини янада ривожлантиришда ишлатилиши мумкин.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги умумий топология, функторлар назария, идемпотент таҳлил усулларини қўллаш, шунингдек математик фикрлашнинг қатъийлиги билан асосланади.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти чекли элтувчили ва компакт элтувчили идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари функтори нормаллигини, чекли элтувчили идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазоларининг кучли деформацион ретрактлигини, тортилувчан компактлигини, абсолют атрофли ретрактлигини исботланганлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазоларининг геометрик ва топологик хоссаларини тадқиқ қилиш оптималлаштириш ва оптимал бошқариш масалаларини таҳлил қилишда амалий асос бўлиб хизмат қилади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Топологик фазолардаги идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазосининг геометрик ва топологик хоссаларига оид олинган натижалар асосида:

Тихонов фазолардаги идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазосининг геометрик ва топологик хоссалари ОТ-Ф4-42 “Ярим аддитив τ-силлиқ ва Радон функционаллар фазоларининг кардинал ва топологик хоссалари” номли давлат лойиҳасида ярим аддитив τ-силлиқ фазоларининг геометрик ва топологик хоссаларига оид муҳим масалаларни ечишда фойдаланилган (Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги томонидан 2020 йил 14 октябрда вазир ўринбосари У. Бегимқулов имзоси билан берилган 89-03-3914 рақамли маълумотнома). Диссертация натижалари Тихонов фазолари категориясида ҳаракатланувчи ярим аддитив τ-силлиқ функционаллар функторининг топологик, категорик, геометрик ва кардинал хоссаларини тадқиқ қилиш имконини берган;

- идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазосининг геометрик хоссалари, идемпотент ўлчови (Маслов ўлчовлари) тушунчаси иқтисодиётнинг турли соҳаларида ва ПЗ-20170929173 “Ўзбекистонда уй-жой фондини бошқариш тизимини такомиллаштириш (Тошкент шаҳри мисолида)” номли лойиҳада уй-жой фонди ўзига хослигидан келиб чиқиб синфлаштиришни геометрик таҳлил қилишга оид масалаларни ечишда фойдаланилган (Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги томонидан 2020 йил 14 октябрда вазир ўринбосари У. Бегимқулов имзоси билан берилган 89-03-3914 рақамли маълумотнома). Диссертация натижалари грант доирасида юзага келган оптималлаштириш ва оптимал бошқариш масалаларини ўрганишда ва уй-жой фондини бошқариш тизимини такомиллаштириш муаммоларини ҳал қилиш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқот натижалари 6 та илмий-амалий анжуманларда, жумладан, 2 та халқаро ва 4 та республика, илмий-амалий анжуманларда муҳокама қилинган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Тадқиқот мавзуси бўйича жами 16 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация комиссиясининг фалсафа доктори диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 4 та мақола, жумладан, 1 таси хорижий ва 3 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш қисм, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссетациянинг ҳажми 81 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмда диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **«Идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазосидаги топология ҳақида»** деб номланган биринчи боби учта параграфдан иборат бўлиб, унда диссертация натижаларини ёритишда керак бўладиган тушунча ва фактлар ёритилган. Бу боб учта параграфдан иборат.

Биринчи параграфда умумий топология ва ковариант функторлар назариясидан тушунчалар келтирилган. Ушбу тушунчаларнинг айримларининг маънолари келтирилган.

Иккинчи параграфда суст аддитив, тартиб сақловчи, нормаланган функционаллар таърифлари ва уларнинг хоссалари келтирилган.

Учинчи параграфда идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари таърифи келтирилган.

Таъриф 1.3.1. Ушбу

(1) барча $\lambda \in \mathbb{R}$ учун $\mu\left(\lambda_X\right)=\lambda$ бўлади, бунда λ_X – ўзгармас функция;

(2) барча $\lambda \in \mathbb{R}$ ва $\varphi \in C(X)$ учун $\mu(\lambda \odot \varphi) = \lambda \odot \mu(\varphi)$ бўлади;

(3) барча $\varphi,\ \psi \in C(X)$ учун $\mu(\varphi \oplus \psi)=\mu(\varphi)\oplus \mu(\psi)$ бўлади

шартларни қаноатлантирувчи $\mu : C(X) \to \mathbb{R}$ функционал X даги идемпотент эҳтимоллик ўлчови дейилади. $\mu(\varphi)$ сони μ га мос Маслов интеграли дейилади.

Бу параграфда қуйидаги тасдиқ исботланган.

Тасдиқ 1.3.1. Идемпотент эҳтимоллик ўлчови узлуксиз.

X компактдаги барча идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари тўпламини $I(X)$ орқали белгилаймиз. $I(X)$ ни тўғри чизиқларнинг $\mathbb{R}^{C(X)}$ Тихонов кўпайтмасининг фазоости деб қараймиз. $\mu \in I(X)$ идемпотент эҳтимоллик ўлчовининг $\mathbb{R}^{C(X)}$ дан $I(X)$ га сингдирилган топологияси (бу топология нуқтали яқинлашиш топологияси билан устма-уст тушади) бўйича атрофлар базасини

$$\langle \mu;\varphi_1,\dots,\varphi_n;\varepsilon\rangle=\left\{\nu \in I(X): \left|\nu(\varphi_i)-\mu(\varphi_i)\right|<\varepsilon,\ i=1,\dots,n\right\}$$

кўринишдаги тўпламлар ҳосил қилади, бунда $\varphi_i \in C(X)$, $i=1,\dots,n$ ва $\varepsilon>0$.

X компакт учун нуқтали яқинлашиш топологияси билан таъминланган $I(X)$ фазо компакт бўлади. X, Y – компактлар, $f: X \to Y$ – узлуксиз акслантириш бўлсин. $I(f): I(X) \to I(Y)$ узлуксиз акслантиришни

$$I(f)(\mu)(\psi)=\mu(\psi \circ f)$$

тенглик орқали аниқлаймиз.

Шундай қилиб, I конструкция компактларни компактларга, компактларнинг узлуксиз акслантиришларини компактларнинг узлуксиз акслантиришларига ўтказади, яъни I конструкция компактлар ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясида таъсир этувчи функтор ҳосил қилади. Ундан ташқари, I конструкция нормал функтор бўлади. Шунинг учун ҳар бир X компакт ва ихтиёрий $\mu \in I(X)$ идемпотент эҳтимоллик ўлчови учун унинг элтувчисини аниқлаш мумкин:

$$\operatorname{supp}\mu=\bigcap\left\{A \subset X:\ \bar{A}=A,\ \mu \in I(A)\right\}.$$

X компакт ва n мусбат бутун сон учун

$$I_n(X)=\{\mu\in I(X):\ |\mathrm{supp}\mu|\le n\}.$$

тўпламни аниқлаймиз. Ушбу тўпламни қараймиз

$$I_\omega(X)=\bigcup_{n=1}^{\infty} I_n(X).$$

$I_\omega(X)$ тўплам $I(X)$ да зич бўлади. $\mu\in I_\omega(X)$ элементни чекли элтувчили идемпотент эҳтимоллик ўлчови дейилади.

X компактнинг x нуқтаси учун $\varphi\in C(X)$ даги қиймати $\delta_x(\varphi)=\varphi(x)$ тенглик билан аниқланадиган $\delta_x: C(X)\to\mathbb{R}$ функционал Дирак ўлчови дейилади. Ҳар бир Дирак ўлчови идемпотент эҳтимоллик ўлчови бўлади, ваҳоланки, $\mathrm{supp}\delta_x=\{x\}$. Қуйидагини таъкидлаймиз

$$X\cong\delta(X)=\{\delta_x: x\in X\}=\{0\odot\delta_x: x\in X\}=I_1(X).$$

Ҳар бир μ чекли элтувчили идемпотент эҳтимоллик ўлчови

$$\mu=\lambda_1\odot\delta_{x_1}\oplus\lambda_2\odot\delta_{x_2}\oplus\ldots\lambda_n\odot\delta_{x_n} \qquad (1.3.2)$$

кўринишда (ўрин алмаштириш аниқлигида) ягона ифодаланади, бунда $\{x_1,x_2,\ldots,x_n\}$ тўплам μ нинг элтувчиси, яъни $\mathrm{supp}\mu=\{x_1,x_2,\ldots,x_n\}$. Бу ерда λ_i коэффициентлар

$$\lambda_i>\mathbf{0}=-\infty,\ i=1,2,\ldots,n \quad \text{ва} \quad \lambda_1\oplus\lambda_2\oplus\ldots\oplus\lambda_n=\mathbf{1}=0, \qquad (1.3.3)$$

шартларни қаноатлантиради ва мос равишда x_i нуқтанинг $\max$-plus-барицентрик массаси дейилади, $i=1,2,\ldots,n$.

Берилган X компакт учун чекли элтувчили идемпотент эҳтимоллик ўлчовларининг $I_f(X)$ тўпламини қуйидагича аниқлаймиз

$$I_f(X)=\{\mu=\oplus_{i=1}^{n}\lambda_i\odot\delta_{x_i}\in I_\omega(X): \lambda_{i_0}=0 \text{ тенглик фақат биттагина } i_0 \text{ индекс учун бажарилади ва барча } i\in\{1,2,\ldots,n\}\backslash\{i_0\} \text{ учун } \lambda_i\le -\ln(n+1) \text{ бўлади}\} \qquad (1.3.4)$$

Диссертацияда $I_f(X)$ тўпламнинг бундай аниқланиши асосланган. I_f конструкция $I_f: Comp\to Comp$ функтор ҳосил қилиши кўрсатилган.

Кейин *Comp* компактлар ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясида таъсир этувчи I функторнинг кенгроқ категорияга – *Tych* Тихонов фазолари ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясига кенгайтмаси бўлган I_β функтори таклиф этилган.

X Тихонов фазоси, βX унинг Стоун-Чех компакт кенгайтмаси бўлсин. Ушбу тўпламни қараймиз

$$I_\beta(X)=\left\{\mu\in I\left(\beta X\right):\mathrm{supp}\mu\subset X\right\}. \qquad (1.3.5)$$

Тихонов фазоларининг $f:X\to Y$ узлуксиз акслантиришига мос

$$I_\beta(f)=I(\beta f)\,|\,I_\beta(X), \qquad (1.3.6)$$

акслантиришни аниқлаймиз, бунда $\beta f:\beta X\to\beta Y$ акслантирамиз f нинг узуксиз давоми.

Диссертациянинг «*Comp* **категорияда идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазоларининг категорик ва геометрик хоссалари»** деб номланган иккинчи боби учта параграфдан ташкил топган. Биринчи параграфда чекли элтувчили ва чексиз даражали идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари I_f функтори ёритилган. I_f функторнинг категорик хоссалари ва $I_f\left(X\right)$ фазонинг геометрик хоссалари ўрнатилган, бу ерда X компакт. Қуйидаги тасдиқ биринчи параграфнинг асосий натижаси бўлади.

Теорема 2.1.1. I_f конструкция компакт фазолар ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясида нормал функтор бўлади.

Иккинчи параграфда идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазосининг геометрик хоссалари ёритилган.

X фазонинг Y га ретракцияси деб аталувчи $r:X\to Y$ акслантириш (яъни $r|_Y:Y\to Y$ чекланиши $\mathrm{id}_Y:Y\to Y$ айний (барча $y\in Y$ учун $r\left(y\right)=y$)) мавжуд бўлса, X топологик фазонинг Y қисми X нинг ретракти дейилади. Агар $r:X\to Y$ ретракция бўлиб, барча $x\in X$ учун $h\left(x,0\right)=x$, $h\left(x,1\right)=r\left(x\right)$ бўлса, r деформацион ретракция, Y эса X фазонинг деформацион ретракти дейилади. Агар $h:X\times\left[0,1\right]\to Y$ гомотопия барча $x\in F$ ва барча $t\in\left[0,1\right]$ учун $h\left(x,t\right)=x$ тенгликни қаноатлантирса, $r:X\to F$ кучли деформацион ретракция дейилади. Агар Y фазони қандай бўлишидан қатъий назар X фазонинг ёпиқ hY тўпламостига ўтказувчи ҳар бир h гомеоморфизм учун hY тўплам X нинг ретракти бўлаверса, hY ни абсолют ретракт дейишади (ва $Y\in AR$ каби ёзишади). Агар Y фазони қандай бўлишидан қатъий назар X фазонинг ёпиқ hY тўпламостига ўтказувчи ҳар бир h гомеоморфизм учун hY тўпламнинг (X да) шундай U атрофи топилиб, hY тўплам U нинг ретракти бўлаверса, hY ни абсолют атрофли ретракт дейишади (ва $Y \in ANR$ каби ёзишади).

Агар $i_A : A \to X$ жойлаштириш $f(A) \subset B$ бўладиган бирор $f : A \to X$ акслантиришга гомотоп бўлса, у ҳолда $A \subset X$ тўплам X да $B \subset X$ тўпламгача тортилувчан дейилади. Агарда бунда B бир нуқтали тўплам бўлса, у ҳолда A тўплам X гача тортилувчан дейилади. Равшанки, $h(y,0) = i_A$ ва $h(y,1) = \{\text{нуқта}\}$ бўладиган $h : A \times [0;1] \to A$ гомотопия топилса, у ҳолда A тўплам X гача тортилувчан бўлади.

Қуйидаги теоремалар иккинчи параграфнинг асосий натижаси бўлади.

Теорема 2.2.1. Ихтиёрий X компакт учун $\delta(X)$ фазоси $I_f(X)$ компактда кучли деформацион ретракт бўлади.

Теорема 2.2.2. Функтор I_f тортилувчан компактларни сақлайди, яъни агар X тортилувчан компакт бўлса, у ҳолда $I_f(X)$ ҳам тортилувчан компакт бўлади.

Учинчи параграфда идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазоларининг гомотопик хоссалари ёритилган. Қуйидаги теорема параграфнинг асосий натижаси бўлади.

Теорема 2.3.1. X – ANR-компакт бўлсин. У ҳолда $I_f(X)$ ҳам ANR-компакт бўлади.

Диссертациянинг «*Tych* **категориясида идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазоларининг категорик, топологик ва геометрик хоссалари»** деб номланган учинчи боби бешта параграфдан ташкил топган. Унда *Comp* компактлар ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясида таъсир этувчи I функторнинг кенгроқ категорияга – *Tych* Тихонов фазолари ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясига кенгайтмаси бўлган I_β функтори конструкцияси келтирилган.

Биринчи параграфда бу кенгайтманинг категорик хоссалари ўрганилган ва унинг нормаллиги ўрнатилган.

Теорема 3.1.1. $I_\beta : Tych \to Tych$ конструкцияси нормал функтор бўлади.

Учинчи бобнинг иккинчи параграфида компакт элтувчили идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари функтори монада ҳосил қилиши кўрсатилган.

Таъриф 3.2.2. Ушбу

$$\psi_X \circ T(\delta_X) = \psi_X \circ \delta_{T(X)} = \mathrm{id}_{T(X)}$$

шартларни қаноатлантирувчи $\mathcal{C}$ категориянинг T ковариант функтори, $\delta : Id \to T$ (бирлик) ва $\psi : T^2 \to T$ (кўпайтма) табиий алмаштиришларидан ташкил топган $\mathbb{T} = \langle T, \delta, \psi \rangle$ учлик $\mathcal{C}$ категорияда монада дейилади.

$\mathbb{T}$ учликка киритилиши мумкин бўлган T функтор $\mathcal{C}$ категорияда монад функтор дейилади.

I_β функтор учун $\delta_X : X \to I_\beta(X)$ бирликни $\delta_X(x) = \delta_x$ каби аниқлаймиз, $X \in Tych$; $\psi_X : I_\beta^2(X) \to I_\beta(X)$ кўпайтмани эса $\psi_X(\alpha)(\varphi) = \alpha(\tilde{\varphi})$ формула орқали аниқлаймиз, бу ерда $\alpha \in I_\beta^2(X)$, $\varphi \in C(X)$ ва $\tilde{\varphi} : I_\beta(X) \to \mathbb{R}$ узлуксиз функция $\tilde{\varphi}(\mu) = \mu(\varphi)$ тенглик орқали аниқланади, $\mu \in I_\beta(X)$.

Теорема 3.2.1. $\mathbb{I}_\beta = (I_\beta, \delta, \psi)$ учлик $Tych$ Тихонов фазолар ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясида монада ташкил қилади.

Учинчи бобнинг учинчи параграфида Тихонов фазоларининг айрим C-хоссалари ўрнатилган.

Таъриф 3.3.1. P бирор топологик хосса бўлсин. P хоссага эга бирор bX компакт кенгайтмага эга X Тихонов фазоси C-P-фазо дейилади.

C-диадик фазолар, Милютин C-фазолари, Дугунджи C-фазолари, C-абсолют ретрактлар (ёки C-AR-фазолар) ўрганиш объектлари бўлади.

Қуйидаги натижалар ўрнатилган.

Теорема 3.3.2. Агар X C-диадик фазонинг салмоғи $\le \omega_1$ бўлса, у ҳолда $I_\beta(X)$ фазо ҳам C-диадик фазо бўлади.

Теорема 3.3.3. Агар X Милютин C-фазоси бўлиб, унинг салмоғи $\le \omega_1$ бўлса, у ҳолда $I_\beta(X)$ C-абсолют ретракт бўлади.

Натижа 3.3.3. I_β функтор салмоғи $\le \omega_1$ бўлган C-абсолют ретрактларни C-абсолют ретрактларга ўтказади.

Сўнгра компакт элтувчили идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари функтори Тихонов фазоларининг очиқ акслантиришларини сақлаши кўрсатилган. Қуйидаги натижа параграфнинг асосий натижаси сифатида кўрсатилиши мумкин.

Теорема 3.3.5. X ва Y Тихонов фазолари ва $f : X \to Y$ узлуксиз акслантириш бўлсин. $I_\beta(f) : I_\beta(X) \to I_\beta(Y)$ акслантириш фақат ва фақат f акслантириш очиқ акслантириш бўлгандагина очиқ акслантириш бўлади.

Тўртинчи параграфда берилган (X, ρ) метрик фазо учун $I_\beta(X)$ компакт элтувчили идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазода ρ_{I_β} метрика қурилган, $I_\beta(X)$ да нуқтали яқинлашиш топологиясини ҳосил қилади ва X даги ρ метрикани $I_\beta(X)$ да давом эттириш мумкин.

Теорема 3.4.2. $\rho_{I_\beta} : I_\beta(X) \times I_\beta(X) \to \mathbb{R}$ функция $I_\beta(X)$ да метрика бўлади ва нуқтали яқинлашиш топологиясини ҳосил қилади.

Учинчи бобнинг бешинчи параграфда компакт элтувчили идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари функторининг $\max$-plus-қавариқ функторлари ажратилган.

А. В. Архангельский киритган ушбу таърифни эслатамиз. Ўзининг бирор (ёки тенг кучли, ихтиёрий) bX компакт кенгайтмасида патлашишга эга X Тихонов фазоси патли ёки p-фазо дейилади. Бу ерда X фазонинг bX кенгайтмасидаги патлашиши деб,

1) ҳар бир γ_n оила X фазони қоплайди;

2) ҳар бир $x \in X$ нуқта учун $\bigcap\left\{st_{\gamma_n} x : n \in N\right\} \subset X$ бўлади

шартларни қаноатлантирувчи bX да очиқ тўпламлар оилаларининг $\left\{\gamma_n : n \in N\right\}$ кетма-кетлигига айтилади.

I_β функторнинг F функторостини қарайлик. Агар ихтиёрий X компакт ва ҳар қандай μ_1, $\mu_2 \in F(X)$ ва α, $\beta \in [-\infty; 0]$, $\alpha \oplus \beta = 0$, лар учун

$$\alpha \odot \mu_1 \oplus \beta \odot \mu_2 \in F(X)$$

бўлса, F ни I_β нинг $\max$-plus-қавариқ функторости дейилади.

Параграфнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат.

Теорема 3.5.1. Агар X паракомпакт p-фазо бўлса, у ҳолда $I_\beta(X)$ ҳам паракомпакт p-фазо бўлади.

Теорема 3.5.4. Бўш бўлмаган X Тихонов фазоси ва I_β функторнинг $\max$-plus-қавариқ F функторости учун қуйидаги шартлар тенг кучли:

(1) X метрик фазо;

(2) $I_\beta(X)$ фазо метрик фазолар синфида абсолют ретракт бўлади;

(3) $F(X)$ фазо метрик фазолар синфида абсолют ретракт бўлади.

ХУЛОСА

Диссертацияда топологик фазолардаги идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари фазоларининг геометрик ва топологик хоссалари тадқиқ қилинган. Қўйилган масалаларни ечиш учун $I_f(X)$ чекли элтувчили идемпотент эҳтимолликлар ўлчови фазоси ва $I_\beta(X)$ компакт элтувчили идемпотент эҳтимолликлар ўлчови фазосининг топологик ва геометрик хоссалари ўрнатилган. $I_f(X)$ тўпламнинг таърифи асосланган. Бундан ташқари $Comp$ компакт фазолар ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясидаги I функторни $Tych$ Тихонов фазолар ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясига кенгайтмаси – I_β функтори таклиф қилинган.

Тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат.

1) I_f идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари функтори нормал функтор бўлиши ўрнатилган.

2) Ихтиёрий X компакт учун $I(X)$ фазонинг $\delta(X)$ қисм фазоси $I_f(X)$ компактда кучли деформацион ретракт бўлиши исботланган.

3) Функтор I_f тортилувчан компактларни сақлаши, яъни агар X тортилувчан компакт бўлса, у ҳолда $I_f\left(X\right)$ ҳам тортилувчан компакт бўлиши кўрсатилган.

4) Компактлар синфида $I_f\left(X\right)$ фазо фақат ва фақат X фазо ANR-компакт бўлсагина ANR-компакт бўлиши исботланган.

5) Идемпотент эҳтимоллик ўлчовлари I функторининг $Tych$ Тихонов фазолар ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясига I_β кенгайтмаси қурилган, бу кенгайтманинг категорик хоссалари текширилган ва унинг нормаллиги ўрнатилган.

6) I_β функтор $Tych$ Тихонов фазолар ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясидаги монадага киритилиши мумкинлиги исботланган.

7) I_β функтор Тихонов фазолари узлуксиз акслантиришларининг очиқлигини сақлаши исботланган.

8) Бўш бўлмаган X Тихонов фазоси ва I_β функторнинг $\max$-plus-қавариқ F функтороcти учун қуйидаги шартлар тенг кучли эканлиги исботланган:

(1) X метрик фазо;

(2) $I_\beta\left(X\right)$ фазо метрик фазолар синфида абсолют ретракт бўлади;

(3) $F\left(X\right)$ фазо метрик фазолар синфида абсолют ретракт бўлади.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.3/30.12.2019.FM.01.01
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ
ПРИ НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА**

ТАШКЕНТСКИЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ

ИШМЕТОВ АЗАД ЯНГИБАЕВИЧ

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ И ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРОСТРАНСТВА ИДЕМПОТЕНТНЫХ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕР НА ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВАХ

01.01.04 – Геометрия и топология

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

ТАШКЕНТ – 2020

Тема диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2019.1.PhD/FM310.

Диссертация выполнена в Ташкентском архитектурно-строительном институте.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, английский, русский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (www.ik-fizmat.nuu.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz).

Научный руководитель:	**Заитов Адилбек Атаханович** доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник
Официальные оппоненты:	**Нарманов Абдигаппар Якубович** доктор физико-математических наук, профессор
	Джаббаров Гайратбай Фархадович кандидат физико-математических наук, доцент
Ведущая организация:	**Ташкентский государственный транспортный университет**

Защита диссертации состоится «12» 11 2020 года в 11^{00} часов на заседании Научного совета DSc.30.09.2019.FM.01.01 при Национальном университете Узбекистана имена Мирзо Улугбека. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99878)227-12-24, факс: (+99878) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за № 80). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99878) 246-02-24).

Автореферат диссертации разослан «3» 11 2020 года.
(протокол рассылки № 6 от «31» 10 2020 года).

А. Садуллаев
Председатель Научного совета
по присуждению ученых степеней,
д. ф.-м. н., профессор, академик

Н. К. Мамадалиев
Ученый секретарь Научного совета
по присуждению ученых степеней,
д. ф. ф.-м. н.

Р. Б. Бешимов
Председатель научного семинара
при Научном совете
по присуждению ученых степеней,
д. ф.-м. н.

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии(PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. В связи с бурным развитием научно-технического прогресса в мире, требуются разработки новых направлений фундаментальных исследований, в частности математики и внедрения полученных результатов в практику. Многие задачи математики, возникающие из потребностей практики, сводятся к задачам, в оптимизации и оптимального управления. Понятие идемпотентной меры (меры Маслова) находит многочисленные применения в различных областях математики, математической физики и экономики. В частности, такие меры возникают в задачах динамической оптимизации. А также использование мер Маслова для моделирования неопределенности в математической экономике может быть настолько же релевантным, насколько и использование классической теории вероятностей. Поэтому результаты, полученные по теории идемпотентных вероятностных мер, имеют и теоретическую, и практическую значимость и считаются одним из важнейших областей современной математики.

В настоящее время в мире, одной из актуальных проблем современной теории функторов является решение задачи о взаимосвязи исходного пространства и производного пространства, получаемого различными функторами, в частности, функтором идемпотентных вероятностных мер. Традиционную математику над числовыми полями можно трактовать как квантовую науку. Имеется и ее «классический аналог» – идемпотентная математика, т. е. математика над полуполями (и полукольцами) с идемпотентным сложением. Идемпотентная математика продвинута весьма далеко. В частности, построен идемпотентный функциональный анализ; отмечена аналогия между идемпотентной меры и оптимизации. В традиционной математике идемпотентной вероятностной мере соответствует вероятностная мера. Однако, как показывают результаты для доказательства аналогичных результатов для вероятностных мер и идемпотентных вероятностных мер требуются различные друг от друга методы. В связи с этим изучение геометрических и топологических свойств пространств идемпотентных вероятностных мер считается целенаправленным научным исследованием.

В нашей стране усиленное внимание уделено актуальным направлениям в области естественных и точных наук, в частности, особое внимание уделяется приложению методов и результатов в особенности в задачах оптимизации и оптимального управления. Основными задачами и направлениями деятельности математической науки являются проведение научных исследований на уровне международных стандартов по приоритетным направлениям «Функциональный анализ, геометрия и топология»[2]. Развитие теории идемпотентных вероятностных мер на топологических пространствах играет важную роль в обеспечении реализации данного постановления.

Исследования данной диссертации в определенной степени служат решению задач, обозначенных в Указах Президента Республики Узбекистан УП–4947 от 7 февраля 2017 года "О стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан" и постановлениями Президента Республики Узбекистан ПП–2789 от 17 февраля 2017 года "О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно–исследовательской деятельности", ПП–2909 от 20 апреля 2017 года "О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования", и ПП–3682 от 27 апреля 2018 года "О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения инновационных идей, технологий и проектов" и ПП–4358 от 17 июня 2019 года "О мерах по коренному совершенствованию системы подготовки востребованных квалифицированных кадров и развитию научного потенциала в Национальном университете Узбекистана имени Мирзо Улугбека в 2019-2023 годах", № УП-5847 от 8 октября 2019 года “Об утверждении концепции развития системы высшего образования Республики Узбекистан до 2030 года”, а также в других нормативно-правовых актах, относящихся к данной области деятельности.

Соответствие исследования с приоритетными направлениями развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. Начало систематических исследований по идемпотентному анализу восходит к работам В. П. Маслова, опубликованным в конце 80 годов XX века. Начиная с XXI века до настоящего времени исследование пространства идемпотентных вероятностных мер, а также функторов идемпотентных вероятностных мер, действующих на категориях Тихоновских и компактных пространств является одним из основных разделов теории функторов.

Идемпотентный функциональный анализ был построен в работах В. П. Маслова, В. Н. Колокольцова, Г. Л. Литвинова и других. М. Заричный, Т. Радул, Т. Банах, А. А. Заитов, И. И. Тожиев, O. Hubal, V. Brydun, A. Savchenko, M. Cencelj, D. Repovš и другие применяя в своих исследованиях категорные методы, внесли свои вклады для дальнейшего развития не только данной теории, но и теории ковариантных функторов и общей топологии.

[2] Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан от 18 мая 2017 года №292 «О мерах поорганизации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наукРеспублики Узбекистан».

Е. Щепиным введено понятие нормального функтора в категории компактов и их непрерывных отображений. А. Ч. Чигогидзе предлагал конструкцию построения продолжений нормальных функторов $F: Comp \to Comp$ до ковариантного функтора $F_\beta : Tych \to Tych$ со сохранением нормальности. М. Заричный установил категорные свойства функтора $I: Comp \to Comp$ идемпотентных вероятностных мер на категории компактов и их непрерывных отображений. В отличие от случая вероятностных мер, рассмотрению которых посвящена обширная литература, геометрические и топологические свойства пространств идемпотентных мер практически не было исследовано.

Связь диссертационной работы с фундаментальными и прикладными исследованиями, с инновационными проектами, Государственными научно-техническими программами

Диссертационное исследование проводилось в рамках темы «Нелинейный анализ, современные проблемы физики и механики» (2015-2020) головного научного направления кафедры Математики и естественных дисциплин Ташкентского архитектурно-строительного института, научно исследовательских грантов Ташкентского государственного педагогического университета Ф4-27 «Исследование топологических и кардинальных свойств некоторых ковариантных функторов, действующих на категориях топологических пространств» (2012-2016) и Национального университета Узбекистана ОТ-Ф1-096 «Создание и разработка геометрических и топологических методов для решений задач теории динамических полисистем» (2007 – 2011).

Целью исследования является исследование геометрических и топологических свойств пространства идемпотентных вероятностных мер на топологических пространствах.

Задачи исследования:

выделить подпространство компакта $I(X)$, которое содержит исходный компакт X в качестве ретракта;

установить гомотопические свойства пространства идемпотентных вероятностных мер;

распространить функтора I с категории $Comp$ в более широкую категорию $Tych$ и установить нормальность (в смысле $Tych$) функтора I_β идемпотентных вероятностных мер;

установить геометрические свойства функтора I_β и сохранение C-свойств тихоновских пространств этим функтором.

Объектами исследования являются: функтор идемпотентных вероятностных мер с конечной степенью, а также пространство идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем.

Предметами исследования являются: общая топология, теория функторов, идемпотентный анализ.

Методы исследования: В диссертации применяются методы общей топологии, теории функторов, идемпотентного анализа.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

Для заданного компакта X выделено подпространство $I(X)$ идемпотентных вероятностных мер, состоящее из идемпотентных вероятностных мер с конечным носителем пространства, и установлено, которое содержит исходный компакт X в качестве ретракта.

Установлено, что выделенное подпространство идемпотентных вероятностных мер с конечным носителем является ANR-пространством тогда и только тогда, когда X – ANR-пространство.

Показано, что шейпы этого выделенного подпространства идемпотентных вероятностных мер с конечным носителем и пространства X равны.

Предложено функтор идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем – расширение функтора I с категории $Comp$ – компактов и их непрерывных отображений на категорию $Tych$ тихоновских пространств и их непрерывных отображений и доказано, что функтор идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем сохраняет открытость непрерывных отображений тихоновских пространств.

Практические результаты исследования состоит в следующем:

Построено функтор I_f идемпотентных вероятностных мер и рассмотрено задачи: о стягиваемости пространства идемпотентных вероятностных мер; о воздействии функтора I_f идемпотентных вероятностных мер на абсолютные (окрестностные) ретракты.

Исследовано $\max$-plus-выпуклые подфункторы функтора I_β идемпотентных вероятностных мер в категории тихоновских пространств. Стоить отметить в данной работе предложен новый метод, сильно отличающийся от методов, изложенных для традиционного случая. Предложенный метод может быть применен для дальнейшего исследования по теории функторов.

Достоверность результатов исследования обоснована применением методов общей топологии, теории функторов, идемпотентного анализа, а также строгостью математических рассуждений.

Теоретическая и практическая значимость результатов исследования. Научное значение результатов работы заключается в возможности использования полученных результатов в дальнейших исследованиях по теории функторов и идемпотентном анализе.

Практическое значение результатов исследования заключается в возможности использования установленных геометрических и топологических свойств пространства идемпотентных вероятностных мер в задачах оптимизации и оптимального управления.

Внедрение результатов исследования. Результаты, полученные в процессе над работой диссертации, внедрены в следующих направлениях:

-результаты диссертации использовались в качестве теоретического обоснования проекта в рамках научных исследований по Государственному гранту ОТ-Ф4-42 «Топологические и кардинальные свойства пространства полуаддитивных τ-гладких функционалов». (Справка под номером 89-03-3914, выданная министерством Высшего и средне-специального образования Республики Узбекистан от 14 октября 2020 г., подписанная заместителем министра У. Бегимкуловым). Результаты диссертации применялись при исследовании категорные, топологические, геометрические и кардинальные свойстве функтора полуаддитивных τ-гладких функционалов, действующего в категории тихоновских пространств и их непрерывных отображений.

- использовались в качестве теоретического обоснования проекта в рамках научных исследований по Государственному гранту «Совершенствование системы управления жильем в Узбекистане (на примере г. Ташкента)». (ПЗ-20170929173 «Ўзбекистонда уй-жой фондини бошқариш тизимини такомиллаштириш (Тошкент шаҳри мисолида)»). Результаты диссертации применялись при решении задач оптимизации и оптимального управления, возникающие в гранте.

Апробация работы. Результаты диссертации обсуждались на 2 международных и 4 республиканских научно-практических конференциях.

Опубликованность результатов исследования. По теме диссертации опубликованы 16 научных работ, из них 4 входят в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты докторских диссертаций, в том числе 1 из них опубликованы в зарубежных журналах и 3 в республиканских научных изданиях.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 81 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обосновано актуальность и востребованность темы диссертации, в соответствии с исследованиями по приоритетным направлениям развития науки и технологий Республики Узбекистан, дано обзор международных научных исследований по теме диссертации, раскрыто степень изученности проблемы и связь с научным направлением, формулировано цели и задачи, а также объект и предмет исследования, изложено научная новизна и практические результаты исследования, обосновано достоверность полученных результатов, раскрыто ее теоретическая и практическая значимость, приведено список опубликованных работ, дано сведения об апробации полученных результатов и структуре диссертации.

Первая глава диссертации, названная **«О топологии пространства идемпотентных вероятностных мер»,** носит вспомогательный характер и посвящена изложению основных определений и вспомогательных фактов по теме данной диссертации. Она состоит из трех параграфов. В первой главе изложено понятия и факты, необходимые для изложения результатов диссертации. Глава состоит из трех параграфов.

В первом параграфе перечислено понятия из общей топологии и теории ковариантных функторов. Расшифровано некоторые из этих понятий.

Во втором параграфе приведено определение слабо аддитивных, сохраняющих порядок, нормированных функционалов, и их свойства.

В третьем параграфе приведено определение идемпотентной вероятностной меры.

Определение 1.3.1. Функционал $\mu : C(X) \to \mathbb{R}$ называется идемпотентной вероятностной мерой на X, если он обладает следующими свойствами:

(1) $\mu(\lambda_X) = \lambda$ для всех $\lambda \in \mathbb{R}$, где λ_X – постоянная функция;

(2) $\mu(\lambda \odot \varphi) = \lambda \odot \mu(\varphi)$ для всех $\lambda \in \mathbb{R}$ и $\varphi \in C(X)$;

(3) $\mu(\varphi \oplus \psi) = \mu(\varphi) \oplus \mu(\psi)$ для всех $\varphi,\ \psi \in C(X)$.

Число $\mu(\varphi)$ называется интегралом Маслова соответствующим к μ. Тут доказано следующее

Предложение 1.3.1. Идемпотентная вероятностная мера непрерывна.

Для компакта X обозначим через $I(X)$ множество всех идемпотентных вероятностных мер на X. Рассмотрим $I(X)$ как подпространство пространства $\mathbb{R}^{C(X)}$ – тихоновского произведения числовых прямых. Базу окрестностей идемпотентной вероятностной меры $\mu \in I(X)$ относительно индуцированной из $\mathbb{R}^{C(X)}$ в $I(X)$ топологии (данная топология совпадает с топологией поточечной сходимости) образуют множества вида

$$\langle \mu; \varphi_1, ..., \varphi_n; \varepsilon \rangle = \left\{ \nu \in I(X) : \left| \nu(\varphi_i) - \mu(\varphi_i) \right| < \varepsilon,\ i = 1, ..., n \right\},$$

где $\varphi_i \in C(X)$, $i = 1, ..., n$ и $\varepsilon > 0$.

Для компакта X топологическое пространство $I(X)$, снабженное топологией поточечной сходимости, является компактом. Пусть X, Y – компакты, $f : X \to Y$ – непрерывное отображение. Определим непрерывное отображение $I(f) : I(X) \to I(Y)$ формуле

$$I(f)(\mu)(\psi) = \mu(\psi \circ f).$$

Таким образом, конструкция I переводит компакты в компакты и непрерывные отображения компактов – в непрерывные отображения компактов, то есть I образует функтор, действующий в категории компактов и их непрерывных отображений. Более того, конструкция I является нормальным функтором. Поэтому для каждого компакта X и для произвольной идемпотентной вероятностной меры $\mu \in I(X)$ определен ее носитель:

$$\mathrm{supp}\mu = \bigcap \left\{ A \subset X : \ \bar{A} = A, \ \mu \in I(A) \right\}.$$

Для компакта X и положительного целого числа n определим множество

$$I_n(X) = \left\{ \mu \in I(X) : \ |\mathrm{supp}\mu| \le n \right\}.$$

Положим

$$I_\omega(X) = \bigcup_{n=1}^{\infty} I_n(X).$$

Множество $I_\omega(X)$ всюду плотно в $I(X)$. Идемпотентную вероятностную меру $\mu \in I_\omega(X)$ называют идемпотентной вероятностной мерой с конечным носителем.

Для точки x компакта X функционал $\delta_x : C(X) \to \mathbb{R}$, определенный по правилу $\delta_x(\varphi) = \varphi(x)$, $\varphi \in C(X)$, называется мерой Дирака. Каждая мера Дирака является идемпотентной вероятностной мерой, причем $\mathrm{supp}\delta_x = \{x\}$. Отметим, что

$$X \cong \delta(X) = \{\delta_x : x \in X\} = \{0 \odot \delta_x : x \in X\} = I_1(X).$$

Каждая идемпотентная вероятностная мера μ с конечным носителем представляется в виде

$$\mu = \lambda_1 \odot \delta_{x_1} \oplus \lambda_2 \odot \delta_{x_2} \oplus \dots \lambda_n \odot \delta_{x_n} \qquad (1.3.2)$$

единственным способом (с точностью до перестановки местами), где $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ – носитель μ, т. е. $\mathrm{supp}\mu = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Здесь коэффициенты λ_i удовлетворяют условиям

$$\lambda_i > \mathbf{0} = -\infty, \ i = 1, 2, \dots, n \quad \text{и} \quad \lambda_1 \oplus \lambda_2 \oplus \dots \oplus \lambda_n = \mathbf{1} = 0, \qquad (1.3.3)$$

и называются $\max$-plus-барицентрической массой точки x_i, $i = 1, 2, \dots, n$, соответственно.

Для заданного компакта X построим множество $I_f(X)$ идемпотентных вероятностных мер с конечным носителем следующим образом

$$I_f(X) = \{\mu = \oplus_{i=1}^{n} \lambda_i \odot \delta_{x_i} \in I_\omega(X) : \text{равенство } \lambda_{i_0} = 0 \text{ выполняется только для единственного индекса } i_0 \text{ и } \lambda_i \le -\ln(n+1)$$

$$\text{для всех } i \in \{1, 2, \dots, n\} \backslash \{i_0\}\} \quad (1.3.4)$$

В диссертации обосновано такое определение множества $I_f(X)$. Показано, что конструкция I_f образует функтор $I_f : Comp \to Comp$.

Далее, предложено расширение функтора I – функтор I_β с категории $Comp$ – компактов и их непрерывных отображений на категорию $Tych$ – тихоновских пространств и их непрерывных отображений.

Пусть X – тихоновское пространство, βX – его Стоун-Чеховское компактное расширение. Положим

$$I_\beta(X) = \left\{ \mu \in I\left(\beta X\right) : \mathrm{supp}\mu \subset X \right\}. \quad (1.3.5)$$

Если $f : X \to Y$ – непрерывное отображение тихоновских пространств, то положим

$$I_\beta(f) = I(\beta f) \,|\, I_\beta(X), \quad (1.3.6)$$

где $\beta f : \beta X \to \beta Y$ – продолжение отображения f.

Вторая глава диссертации, названная **«Категорные и геометрические свойства пространств идемпотентных вероятностных мер на категории** $Comp$», состоит из трех параграфов. В первом параграфе исследовано функтор I_f идемпотентных вероятностных мер с конечным носителем и бесконечной степенью. Установлено категорные свойства функтора I_f и геометрические свойства пространств вида $I_f(X)$, где X – компакт. Следующее утверждение является основным результатом в первого параграфа.

Теорема 2.1.1. Конструкция I_f является нормальным функтором в категории компактов и их непрерывных отображений.

Во втором параграфе изложено геометрические свойства пространства идемпотентных вероятностных мер.

Напомним, подмножество Y топологического пространства X называется ретрактом пространства X, если существует такое отображение $r : X \to Y$ (называемое ретракцией пространства X в Y), что ограничение $r|_Y : Y \to Y$ есть тождественное отображение $\mathrm{id}_Y : Y \to Y$ (т. е. $r(y) = y$ для всех $y \in Y$). Если $r : X \to Y$ – ретракция и существует гомотопия $h : X \times [0,1] \to Y$ такая, что $h(x,0) = x$, $h(x,1) = r(x)$, для всех $x \in X$, то r называют деформационной ретракцией, а Y – деформационным ретрактом пространства X. Деформационная ретракция $r : X \to F$ называется сильно деформационной ретракцией, если для гомотопии $h : X \times [0,1] \to Y$ имеет место равенство $h(x,t)=x$ для всех $x\in F$ и всех $t\in[0,1]$. Пространство Y называют абсолютным ретрактом (и пишут $Y\in AR$), если для каждого гомеоморфизма h, отображающего Y на замкнутое подмножество hY какого бы то ни было пространства X, множество hY есть ретракт пространства X. Пространство Y называют абсолютным окрестностным ретрактом (и пишут $Y\in ANR$), если для каждого гомеоморфизма h, отображающего Y на замкнутое подмножество hY какого бы то ни было пространства X, существует такая окрестность U множества hY (в X), что hY является ретрактом для U.

Напомним, что множество $A\subset X$ называется стягиваемым по пространству X во множество $B\subset X$, если вложение $i_A:A\to X$ гомотопно некоторому отображению $f:A\to X$, такому, что $f(A)\subset B$. Если при этом B состоит из одной точки, то говорят, что A стягиваемо по X. Ясно, если существует гомотопия $h:A\times[0;1]\to A$, такая, что $h(y,0)=i_A$, и $h(y,1)=\{\text{точка}\}$, то A стягивемо по X.

Следующие теоремы являются основными результатами второго параграфа.

Теорема 2.2.1. Для произвольного компакта X подпространство $\delta(X)$ является сильным деформационным ретрактом компакта $I_f(X)$.

Следствие 2.2.1. Для произвольного компакта X имеет место $Sh(X)=Sh(I_f(X))$.

Теорема 2.2.2. Функтор I_f сохраняет стягиваемость компактов, т. е. если X – стягиваемый компакт, то $I_f(X)$ – также стягиваемый компакт.

В третьем параграфе исследовано гомотопические свойства пространства идемпотентных вероятностных мер. Основным результатом параграфа является следующая теорема.

Теорема 2.3.1. Пусть X – ANR-компакт. Тогда $I_f(X)$ – также ANR-компакт.

Следствие 2.3.2. Пусть X – компакт. $I_f(X)\in ANR$ тогда и только тогда, когда $X\in ANR$

Третья глава диссертации, названная **«Категорные, топологические и геометрические свойства пространства идемпотентных мер на категории** $Tych$», состоит из пяти параграфов. В ней приведено конструкция продолжения функтора идемпотентных вероятностных мер с категории компактов и их непрерывных отображений на категорию тихоновских пространств и их непрерывных отображений.

В первом параграфе третьей главы исследовано категорные свойства этого продолжения и установлено его нормальность.

Теорема 3.1.1. Конструкция $I_\beta:Tych\to Tych$ является нормальным функтором.

Во втором параграфе главы показано, что функтор идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем может быть включен в тройку, являющуюся монадой.

Определение 3.2.2. Монадой (или тройкой) на категории $\mathcal{C}$ называется тройка $\mathbb{T} = \langle T, \delta, \psi \rangle$, состоящая из ковариантного функтора T, и естественных преобразований $\delta : Id \to T$ (единица) и $\psi : T^2 \to T$ (умножение), для которых выполняются условия:

$$\psi_X \circ T(\delta_X) = \psi_X \circ \delta_{T(X)} = \mathrm{id}_{T(X)}.$$

Функтор T, который может быть включен в тройку $\mathbb{T}$, называется монадичным в категории $\mathcal{C}$.

Для функтора I_β единицу $\delta_X : X \to I_\beta(X)$, $X \in Tych$, определим как $\delta_X(x) = \delta_x$; а умножение $\psi_X : I_\beta^2(X) \to I_\beta(X)$ определим по формуле $\psi_X(\alpha)(\varphi) = \alpha(\tilde{\varphi})$, где $\alpha \in I_\beta^2(X)$, $\varphi \in C(X)$, а $\tilde{\varphi} : I_\beta(X) \to \mathbb{R}$ – непрерывная функция, определяемая формулой $\tilde{\varphi}(\mu) = \mu(\varphi)$, $\mu \in I_\beta(X)$.

Теорема 3.2.1. Тройка $\mathbb{I}_\beta = (I_\beta, \delta, \psi)$ образует монаду в категории $Tych$ тихоновских пространств и их непрерывных отображений.

В третьем параграфе главы установлено некоторые C-свойства тихоновских пространств.

Определение 3.3.1. Пусть P – некоторое топологическое свойство. Тихоновское пространство X называется C-P-пространством, оно имеет компактное расширение bX, обладающее свойством P.

Объектами нашего внимания будут C-диадические пространства, C-пространства Милютина, C-пространства Дугунджи, C-абсолютные ретракты (или C-AR-пространства).

Тут установлено следующие результаты.

Теорема 3.3.2. Если X – C-диадическое пространство веса $\leq \omega_1$ то пространства $I_\beta(X)$ также C-диадично.

Теорема 3.3.3. Если X есть C-пространство Милютина веса $\leq \omega_1$, то $I_\beta(X)$ является C-абсолютным ретрактом.

Следствие 3.3.3. Функтор I_β переводит C-абсолютные ретракты веса $\leq \omega_1$ в C-абсолютные ретракты.

Далее, показано, что функтор идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем сохраняет открытость непрерывных отображений тихоновских пространств. Следующий результат может быть выделен как основной результат параграфа.

Теорема 3.3.5. Пусть $f : X \to Y$ – непрерывное отображение тихоновских пространств X и Y. Отображение $I_\beta(f) : I_\beta(X) \to I_\beta(Y)$ открыто тогда и только тогда, когда f открыто.

В четвёртом параграфе для заданного метрического пространства (X, ρ) построено метрика ρ_{I_β} на пространстве $I_\beta(X)$ идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем, порождающая топологию поточечной сходимости на $I_\beta(X)$, и являющаяся продолжением метрики ρ с X на $I_\beta(X)$.

Теорема 3.4.2. Функция $\rho_{I_\beta} : I_\beta(X) \times I_\beta(X) \to \mathbb{R}$ является метрикой на $I_\beta(X)$, порождающей топологию поточечной сходимости.

В пятом параграфе главы выделено $\max$-plus-выпуклые подфункторы функтора идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем.

Напомним следующее определение, данное А. В. Архангельским. Тихоновское пространство X называется перистым или p-пространством, если оно обладает оперением в некотором (эквивалентно в любом) своем компактном расширении bX. При этом оперением пространства X в расширении bX называется такая последовательность $\{\gamma_n : n \in N\}$ семейств открытых в пространстве bX множеств, что

1) каждое γ_n покрывает пространство X;

2) $\bigcap\left\{st_{\gamma_n} x : n \in N\right\} \subset X$ для любой точки $x \in X$.

Подфунктор F функтора I_β называется $\max$-plus-выпуклым его подфунктором, если для любого компакта X, для любых $\mu_1,\ \mu_2 \in F(X)$ и для любых α, $\beta \in [-\infty, 0]$, $\alpha \oplus \beta = \mathbf{1}$ имеем

$$\alpha \odot \mu_1 \oplus \beta \odot \mu_2 \in F(X).$$

Основными результатами параграфа являются следующие теоремы.

Теорема 3.5.1. Если X – паракомпактное p-пространство, то $I_\beta(X)$ также является паракомпактным p-пространством.

Теорема 3.5.4. Для непустого тихоновского пространства X и $\max$-plus-выпуклого подфунктора F функтора I_β следующие условия равносильны:

(1) пространство X метризуемо;

(2) пространство $I_\beta(X)$ является абсолютным ретрактом в классе метризуемых пространств;

(3) пространство $F(X)$ является абсолютным ретрактом в классе метризуемых пространств.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации исследовано геометрические и топологические свойства пространства идемпотентных вероятностных мер на топологических пространствах. Для решения поставленных задач изучены топологические и геометрические свойства пространства $I_f(X)$ идемпотентных вероятностных мер с конечным носителем и пространства $I_\beta(X)$ идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем. Обосновано определение множества $I_f(X)$. Предложено функтор I_β – расширение функтора I с категории $Comp$ – компактов и их непрерывных отображений на категорию $Tych$ тихоновских пространств и их непрерывных отображений.

Основные результаты исследования состоят в следующем.

1) установлено, что функтор I_f идемпотентных вероятностных мер является нормальным.

2) доказано, что для произвольного компакта X подпространство $\delta(X)$ пространства $I(X)$ идемпотентных вероятностных мер, состоящее из мер Дирака, является сильным деформационным ретрактом компакта $I_f(X)$.

3) показано, что функтор I_f сохраняет стягиваемость компактов, т. е. если X – стягиваемый компакт, то $I_f(X)$ – также стягиваемый компакт.

4) доказано, что $I_f(X)$ является абсолютным окрестностным ретрактом в классе компактов тогда и только тогда, когда X является абсолютным окрестностным ретрактом в классе компактов.

5) построено продолжение I_β функтора I идемпотентных вероятностных мер на категорию $Tych$ тихоновских пространств и их непрерывных отображений, исследовано категорные свойства этого продолжения и установлено его нормальность.

6) доказано, что функтор I_β может быть включен в монаду в категории $Tych$ тихоновских пространств и их непрерывных отображений.

7) установлено, что функтор I_β сохраняет открытость непрерывных отображений тихоновских пространств.

8) доказано, что для непустого тихоновского пространства X и $\max$-plus-выпуклого подфунктора F функтора I_β следующие условия равносильны:

(1) пространство X метризуемо;

(2) пространство $I_\beta(X)$ является абсолютным ретрактом в классе метризуемых пространств;

(3) пространство $F(X)$ является абсолютным ретрактом в классе метризуемых пространств.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES DSc.3/30.12.2019.FM.01.01 NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

TASHKENT INSTITUTE OF ARCHITECTURE AND CIVIL ENGINEERING

ISHMETOV AZAD YANGIBAYEICH

GEOMETRICAL AND TOPOLOGICAL PROPERTIES OF THE SPACE OF IDEMPOTENT PROBABILITY MEASURES ON TOPOLOGICAL SPACES

01.01.04 – Geometry and topology

ABSTRACT
of dissertation of the doctor of philosophy (PhD) on
PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Tashkent – 2020

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2019.1.PhD/FM310

Dissertation has been prepared at Tashkent Institute of Architecture and Civil Engineering.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (www.ik-fizmat.nuu.uz) and the “Ziyonet” Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:	**Zaitov Adilbek Atakhanovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Senior Scientific Researcher
Official opponents:	**Narmanov Abdigappar Yakubovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor
	Djabbarov Gayratbay Farhadovich Candidate of Physical and Mathematical Sciences
Leading organization:	**Tashkent State Transport University**

Defense will take place «12» 11 2020 at 11⁰⁰ at the meeting of Scientific Council number DSc.3/30.12.2019.FM.01.01 at National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek. (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99878) 227-12-24, fax: (+99878) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered № 80) (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99878) 246-02-24).

Abstract of dissertation sent out on « 3 » 11 2020 year

(Mailing report № 1 on « 31 » 10 2020 year)

A. Sadullaev
Chairman of Scientific Council
on award of scientific degrees,
d. f.-m. s., Academician

N.K. Mamadaliyev
Scientific secretary of Scientific Council
on award of scientific degrees, PhD.

R.B.Beshimov
Chairman of Scientific Seminar
under Scientific Council
on award of scientific degrees, d. f.-m. s.

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of research work is to study the geometrical and topological properties of the space of idempotent probability measures on topological spaces.

The research object: the functor of idempotent probability measures with a finite degree, and the space of idempotent probability measures with compact support.

The research subject: General Topology, Functor Theory, Idempotent Analysis.

Research methods: In the thesis were applied methods of General Topology, Functor Theory and Idempotent Analysis.

Scientific novelty of the research work For a given compact Hausdorff space X, a subspace $I_f(X)$ of the space $I(X)$ of idempotent probability measures is allocated, and it is established that it contains the original compactum X as a retract.

It has been established that $I_f(X)$ is ANR space if and only if X is ANR space. It is shown that the shapes of the spaces $I_f(X)$ and X are equal.

A functor I_β – an extension of the functor I from the category *Comp* of compact spaces and their continuous maps to the category *Tych* of Tychonoff spaces and their continuous maps – is proposed, and it is proved that the functor I_β of idempotent probability measures with compact support preserves the openness of continuous maps of Tychonoff spaces.

Implementation of the research results. The results obtained in the process of the dissertation are implemented in the following areas:

- the results of the dissertation were used as a theoretical justification of the project within the framework of scientific research on the State Grant OT-Ф4-42 “Topological and cardinal properties of the space of semi-additive τ-smooth functionals” (Reference dated October 14, 2020, Ministry of Higher and Secondary Specialized Education of the Republic of Uzbekistan, signed by Deputy Minister U. Begimkulov). The results of the dissertation were used in the study of categorical, topological, geometric and cardinal properties of the functor of semiadditive τ-smooth functionals, acting in the category of Tikhonoff spaces and their continuous mappings.

- the results of the dissertation were used as a theoretical justification for the project as part of scientific research on the State grant PZ-20170929173 “Improvement of the housing management system in Uzbekistan (on the example of Tashkent)” (Reference dated October 14, 2020, Ministry of Higher and Secondary Specialized Education of the Republic of Uzbekistan, signed by Deputy Minister U. Begimkulov). The results of the dissertation were used in solving optimization and optimal control problems, arising in the grant.

The structure and volume of the dissertation. The dissertation consists of an Introduction, three chapters, Conclusion and Bibliography. The volume of the thesis is 81 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
LIST OF PUBLISHED WORKS
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
I бўлим (1 часть; part 1)

1. Заитов А. А., Ишметов А. Я. Гомотопические свойства пространства $I_f(X)$ идемпотентных вероятностных мер. //Матем. заметки, 106:4, 2019, 531-542. doi.org/10.4213/mzm12166 (№3. Scopus)
2. Заитов А. А., Ишметов А. Я. О монаде, порожденной функтором I_β. //Вестник НУУз, 2, 2013, 61-64. (01.00.00; №8).
3. Ишметов А. Я. О функторе идемпотентных вероятностных мер с компактными носителями. //Узбекский математический журнал, 1, 2010, 72-80. (01.00.00; №6).
4. Ishmetov A. Ya., On C-properties of the space of idempotent probability measures. //Bulletin of the Institute of Mathematics. 2020. № 3. p. 42-48. (Ўзбекистон Республикаси ОАК Раёсатининг 2019 йил 28 мартдаги 263/7.1-сон қарори).

II бўлим (2 часть; part 2)

5. Ishmetov A. Ya. On homeomorphism between the infinite production or real line and the space of idempotent probability measures. //Modern methods of scientific research in system of Global higher education international scientific conference. April 9, 2015, Tashkent, 67-68.
6. Ishmetov A. Ya. On the monad $\mathbb{I}_f$. //Abstracts of the international conference “Modern problems of geometry and topology and its applications”. November 21-23, 2019, Tashkent, 44-45.
7. Ishmetov A. Ya. The functor of idempotent probability measure with compact support and open maps. //STEMM. ABSTRACTS of Uzbek-Israel joint international conference. May 13-17, 2019, Tashkent, 65-66.
8. Zaitov A., Ishmetov A. Functor I_β lifts onto the category Metr$_b$. //Abstracts of the conference problems of modern topology and its applications. 11-12 may 2017, Tashkent. pp.108-109
9. Zaitov A., Ishmetov A. On paracompact type properties of the space of idempotent probability measures and absolute retracts. //V Congress of the Turkic World matematicians. Kyrgyzstan, Issyk-Kul, June 5-7, 2014, 232.
10. Заитов А.А., Ишметов А.Я. О каппа-метризуемости пространства вероятностных мер. //Международная научная конференция «Проблемы современной топологии и ее приложения». Ташкент. 20 – 24 мая 2013 г. ТГПУ. Стр. 156-157.
11. Заитов А.А., Ишметов А.Я. Функтор идемпотентных вероятностных мер и C-абсолютные ретракты. //Международная конференция Прикладной и геометрический анализ. Самарканд 22-25 сентября 2014. Стр. 56.

12. Ишметов А.Я. On the monad of the functor I_β. //Алматы «Казак университети», 30.VI-4.VII 2009 г. Abstracts of the congress "The third congress of the world mathematical society of Turkic countries"
13. Ишметов А. Я. On the pseudometric of the space $I_\beta(X)$ //«Математик физика ва замонавий анализнинг турдош масалалари» 23-бет, Бухоро, 26-27-ноябр, 2016-йил.
14. Ишметов А. Я. Абсолютные экстензоры и пространство идемпотентных вероятностных мер. //Республиканская конференция «Предельные теоремы теории вероятностей и их приложения» посвященной памяти академика С.Х.Сирожидинова. Наманган 11-12 мая 2015, 39-40.
15. Ишметов А. Я. Об идемпотентных вероятностных мерах. //Тошкент, 8 май 2008 йил «Современные проблемы математики, механики и информационных технологий» ЎзМУ нинг 90 йиллига бағишланган конференция материаллари. 125-126.
16. Ишметов А. Я. Тривиальное расслоение пространства идемпотентных вероятностных мер. //Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий – Аль-Хорезми, 9-10 ноября 2016, 87.

Босишга рухсат этилди: _____________2020 йил
«Times New Roman»
Гарнитурада рақамли босма усулида босилди.
Шартли босма табоғи 2.25. Адади: 80. Буюртма: № 102.
Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университети
босмахонасида чоп этилди