

Namangan 2020

Mazkur ma`ruzalar matni O`zbekiston Respublikasi Davlat standarti va Chizma geometriya fani bo`yicha namunaviy fan dastur asosida tuzilgan.
5110800 – Tasviriy san`at va muxandislik grafikasi ta`lim yo`nalishi bakalavrning tayyorgarlik darajasiga to`la mos keladi

Tuzuvchi:

F.Madaminov.

NamDU, Tasviriy va amaliy san`at
kafedrasini o`qituvchisi

Taqrizchilar

Ph.D. A.Tadjibayev
dots. Sh.Abduraxmonov

Ma`ruzalar matni Tasviriy va amaliy san`at kafedrasining 2020 yil 12-oktyabrdagi 4-sonli yig`ilishida tasdiqlangan.

NAZARIY MATERIALLAR

Mavzu: Sirtlar va ularning hosil bo'lishi. Sirtlar to'g'risida umumiy ma'lumotlar. Ikkinchi tartibli aylantirish sirtlari.

1.1 Sirtlar va ularning hosil bo'lishi

Sirtlar olami fazoviy shakliga ko'ra juda xilma xil va chegaralanmagandur. Sirtlar o'zgaruvchan va o'zgarmas ko'rinishdagi biror chiziqning boshqa chiziqlar yoki sirtlar bo'yicha xarakat qilishidan hosil bo'ladi. Xarakatlanib sirt hosil qiluvchi chiziq yasovchi deb ataladi. Yasovchi chiziqning xarakatini belgilovchi chiziqlar yonaltiruvchilar deb ataladi. Sirtlar yasovchilarining turlariga qarab ikkiga bo'linadi.

1. Chiziqii sirtlar: silindr, konus... 2. Chiziqsiz sirtlar: shar, ellipsoid sirtlarni ko'rsatish mumkin.

Sirtlarning aniqlovchisi.

$F = (G), (A).$

G - geometrik qismlar: nuqta, to'g'ti chiziq, egri chiziq, tekislik va boshqalar.

A- sirt yasovchilarining qonunlashtirilgan xarakati.

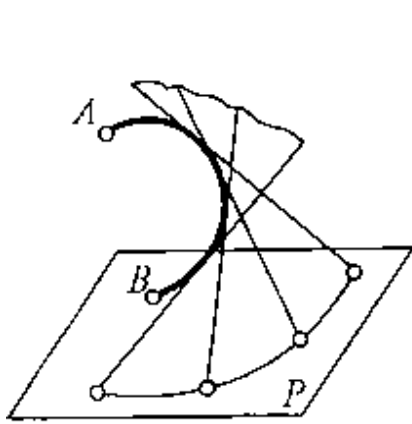
Chizma geometriya fani nuqtayi nazaridan sirtlarni o'rganish uchun, biror chiziqning fazodagi harakatidan hosil bo'ladi deb qarash mumkin. Bu sirtlar haqidagi tushunchani osonlashtiradi.

1.2 Sirtlar to'g'risida umumiy ma'lumotlar

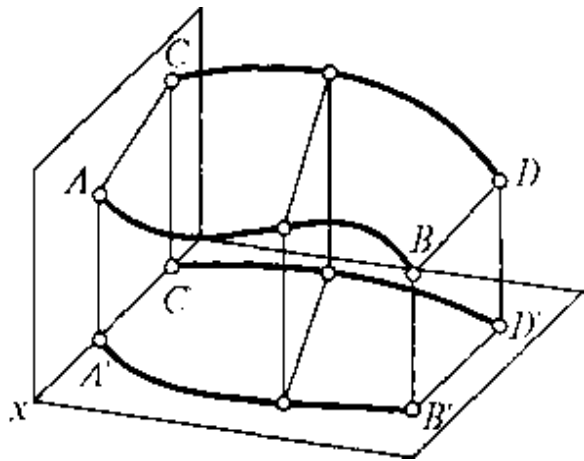
Sirt hosil qiluvchi egri chiziq, yasovchi chiziq deb yuritiladi. Yasovchi chiziqning har qanday nuqtasi biror qo'zg'almas siniq yoki egri chiziq bo'ylab harakatlanadi, bu qo'zgalmas chiziq yo'naltiruvchi chiziq deyiladi.

Yasovchi va yo'naltiruvchi chiziqning turiga hamda yasovchi chiziqning harakatlariga qarab, sirtlar har xil bo'ladi. Yasovchi va yo'naltiruvchi chiziqlar tekis yoki fazoviy egri chiziq yoki, xususiyl hollarda, to'g'ri chiziq bo'lishi mumkin. Ularning harakati esa turlicha ilgarilanma yoki aylanma, yoki bir vaqtning o'zida ham ilgarilanma, ham aylanma harakatda bo'lishi mumkin.

To'g'ri chiziqning harakatidan hosil bo'lgan sirt chiziqli sirt deb ataladi. Chiziqli sirt o'z navbatida yoyiluvchi va yoyilmaydigan sirtlarga bo'linadi. To'g'ri chiziqli yoyiluvchi sirtlarning cheksiz yaqin yasovchilari bir tekislikda yotadi, ya'ni yasovchilar bir nuqtada kesishadi yoki ular o'zaro parallel bo'ladi. Yasovchi chiziqlarning kesishgan nuqtalari ma'lum fazoviy egri chiziqni hosil qiladi. Bunday egri chiziq **qaytish qirras**i deb ataladi. Demak, chiziqli yoyiluvchi sirtlar to'g'ri chiziqning qaytish qirrasiga hamma vaqt urinma harakat qilish natijasida hosil bo'ladi. 1-rasmda qaytish qirrasiga bor sirtlar (tors sirtlar) yoyiladigan sirtlar jumlasiga kiradi.



1-rasm



2-rasm

Eng yaqin yondosh yasovchilari tekis element hosil qilmaydigan ya'ni yasovchilar o'zaro **uchrashmaydigan** to'g'ri chiziqli sirtlar **chiziqli yoyilmaydigan sirtlar yoki qiyshiq sirtlar** deb ataladi. Ularni tekislik ustida bir tekislikda yoyib bo'lmaydi (2-rasm). Texnikada bunday sirtlardan ko'p foydalanib bo'lmaydi. Ko'proq chiziqli yoyiluvchi sirtlardan foydalaniladi, chunki bu sirtlarni hosil qilish oddiy harakat qonunlariga bo'ysunadi.

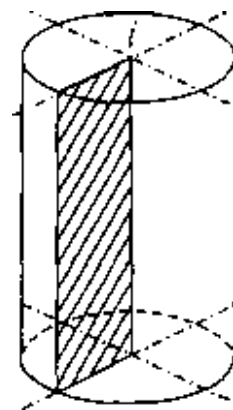
1.3 Aylanish sirtlari

Aylanish sirtlar deb biror chiziqlarning ikkinchi qo'zg'almas o'q (to'g'ri chiziq) atrofida aylanishidan hosil bo'lishiga aytiladi. Unda ikkita chiziq asosiy rol o'ynaydi, qo'zg'almas o'q va yasovchi chiziqlar, yasovchi chiziqlarning turli-tumanligiga qarab, turlicha sirtlar hosil bo'ladi, masalan, silindrik, konus shaklidagi sirtlar. Aylanish sirtlarining proyeksiyasi va yoyilmalarini yasash. Silindr — aylanma sirt bo'lib, qo'zg'almas o'q atrofida unga parallel to'g'ri chiziqni aylana bo'yicha aylantirishdan silindrik sirt hosil bo'ladi.

Yasovchilariga perpendikular ikkita parallel tekisliklar bilan kesils, to'g'ri doiraviy silindr hosil bo'ladi. 3-rasmda to'g'ri doiraviy silindrni hosil qilish ko'rsatilgan. Bundan tashqari elliptik, og'ma va h.k. silindrik sirtlar mavjud.



a)

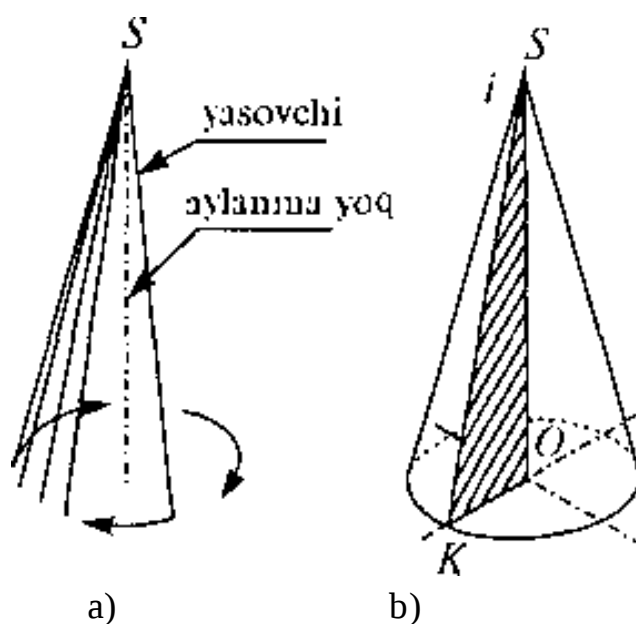


b)

3-rasm

To'g'ri doiraviy konus — aylana sirt bo'lib, qo'zg'almas / o'q va unda yotgan S nuqtadan o'tgan yasovchining aylana bo'yicha aylanishidan hosil bo'lgan sirtga aytiladi. Konus sirtini uning o'qiga perpendikular qilib qirgilsa, to'g'ri doiraviy konus hosil bo'ladi (4-a, rasm).

Konus uchi deb atalmish S nuqtada barcha konus yasovchilari kesishadi. S nuqtadan asos markazi O nuqtasigacha bo'lgan masofa konus balandligi deyiladi. To'g'ri konusni, to'g'ri burchakli uchburchakni bitta kateti atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan deb ham hisoblash mumkin (4-

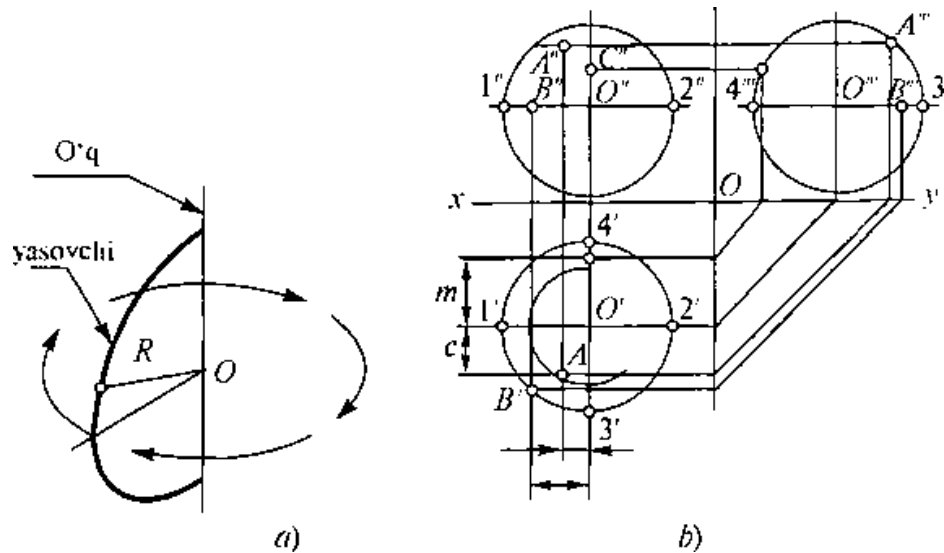


4-rasm.

b, rasm). To'g'ri doiraviy konusdan tashqari elliptik konuslar ham mavjud.

Shar (sfera). Agar yarim aylana yasovchi o'z o'qi, ya'ni diametri atrofida aylantirilsa, sferik sirt hosil bo'ladi, buni shar sirti yoki shunchaki shar deb yuritiladi. Aylana diametrini bir vaqtning o'zida aylantirish o'qi deb hisoblash mumkin. 5-a, rasmda qo'zg'almaso'qi atrofida yasovchi yarim aylana va yo'naltiruvchi bo'yicha hosil bo'lgan shar sirti tasvirlangan. Shar yasovchisida yotuvchi har qanday nuqta O markazdan baravar uzoqlikda yotadi. Sharda ekvator chizig'i bilan meridian chizig'i bir xil radiusda bo'ladi. Agar sharda ekvator chizig'iga parallelar o'tkazilsa (yasalsa) ularning kesilgan yuza diametrlari turlicha bo'ladi.

Shar sirtida yotuvchi A , B , C nuqtalarni ortogonal proyeksiyasida yasash uchun frontal yoki profil nuqtalar proyeksiyalari ustidan gorizont tekislik o'tkaziladi, hosil bo'lgan kesim yuzasi aylana radiuslari bo'yicha sharning gorizont proyeksiyasida aylanalar chiziladi va shu aylana-larga nuqtalar proyeksiyalansa, nuqtalarning gorizont proyeksiyasi hosil bo'ladi (5-b, rasm).



5-rasm.

Yoyiluvchi va yoyilmaydigan sirtlar.

To'g'ri chiziqli sirtlar tekislikka yoyilishiga ko'ra yoyiladigan va yoyilmaydigan sirlarga bo'linadi. To'g'ri chiziqli sirlarning biror tekislikka joylashtirganda yirtilmasa va buklanmasa, bunday sirt yoyiladigan va aksincha bo'lsa, yoyilmaydigan sirt bo'ladi.

To'g'ri chiziqli sirtlardan bir- biriga yaqin ikkita yondosh yasovchilari parallel bo'lgan (masalan, konuslik) sirlarning tekislikda aniq yoyilmsini yasash mumkin. Bunday sirtlar yoyiladigan sirtlar deyiladi.

Ikki yondosh yasovchilari uchrashmas bo'lgan (bir paralelli giperboloid) va egri chiziqli sirtlar (shar, ellipsoid, paraboloid va h.k) tekislikka yoyilmaydi shning uchun ular yoyilmaydigan sirtlar deyiladi.

Amaliyotda yoyilmaydigan sirlarning tahminiy yoyilmalari yasaladi.

Silindir sirt. Yasovchi AB to'g'ri chiziqning berilgan S yo'nalishga doimo parallel vaziyati saqlanib, yo'naltiruvchi AC egri chiziq bo'yicha uzliksiz ilgari harakatlanishidan hosil bo'lgan sirt silindr sirt deyiladi. (6-rasm,a). Agar silindr sirtning yo'naltiruvchisi biron berk egri chiziq bo'lsa, hosil bo'lgan sirt yopiq silindr deb ataladi(6-rasm, b). Shaklda 1(1, 1') yasovchida yotgan A nqtaning gorizontal a proyeksiyasi bo'yicha frontal proyeksiyasini a' ni yasash ko'rsatilgan .

Silindr sirtning proyeksiya tekisligi bilan kesishish chizig'I uning izi (asosi) deyiladi. Odatda, silindr sirtini chizmada tasvirlash uchun uning yo'naltiruvchisi va yasovchisining yo'nalishi beriladi.

Ma'lumki, sirtning yasovchilariga perpendicular tekislik bilan kesishishidan hosil bo'lgan shakl sirtning normal kesimi deyiladi. Agar silindr sirtning normal kesimi aylana bo'lsa, b silindr doiraviy (aylanish silindri) deb, ellips bo'lsa, elliptic silindr, parabola bo'lsa, parabolik silindr, giperbola bo'lsa, giperbolik silindr deb ataladi.

Doiraviy silindrning asosi uning normal kesimi bo'lsa, to'g'ri, aks holda og'ma silindr deb ataladi.

Yoyilmaydigan chiziqli sirtlar

Bunday sirtlar to'g'ri chiziq (yasovchi)ning ikkita yo'naltiruvchi chiziq bo'yicha harakat qilishi natijasida hosil bo'ladi. Yasovchi harakati davomida hamma vaqt biror tekislikka parallel vaziyatda bo'ladi. Bu tekislik sirtning parallelizm tekisligi deyiladi. Bu sirtlarning yondosh yasovchilari uchrashmas to'g'ri chiziqlardir, shuning uchun ularni tekislikka yoyib bo'lmaydi. Bazan bunday sirtlarni qiyshiq sirtlar deb ataydilar. Bunday sirtlar epyurda parallelizm tekisligining vaziyati va yo'naltiruvchilarining proyeksiyalari bilan beriladi.

Quyida shunday sirtlardan ayrimlarining hosil bo'lishi va ularni chizmada tasvirlanishini ko'ramiz.

Slindroid. Yo'naltiruvchilari bir tekislikda yotmagan ikkita egri chiziq va parallelizm tekisligiga ega bo'lgan chiziqli sirt slindroid deyiladi. 146-shakl, a da parallelizm tekisligi gorizontaal proyeksiyalovchi P tekislik, yo'naltiruvchilari AC va BD egri chiziqlar yasovchisi AB to'g'ri chiziq bo'lgan slindroid tasvirlangan. AB yasovchi ilgarilama harakati jarayonida hamma vaqt P tekislikka parallel bo'ladi. Shakldan ko'rinib turibdiki, yasovchilarning barchasi gorizontaal proyeksiyalari tekislikning gorizontaal izi Ph ga parallel, demak, yasovchilarining barchasi P tekislikka parallel. Shaklda slindroid sirtida yotgan $M(m, m')$ nuqtaning proyeksiyalarini yasash ko'rsatilgan.

Agar yo'naltiruvchilar sifatida vint chiziqlari va parallelizm tekisligi sifatida gorizontaal proyeksiya tekisligi olinsa bunday holda vintsimon slindroid sirt hosil bo'ladi.

1.4 Ikkinchi tartibli aylanish sirtlari

Ta'rif. Ikkinchi tartibli egri chiziqlarning o'z o'qlaridan biri atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **ikkinchi tartibli aylanish sirtlari** deyiladi.

Ikkinchi tartibli aylanish sirtlaridan quyidagilarni ko'rib chiqamiz.

Sfera

Ta'rif. Aylananing o'z diametrlaridan biri atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **sfera** deb ataladi.

7-rasmda tasvirlangan sfera ustidagi A nuqtaning A'' frontal va B nuqtaning B' gorizontaal proyeksiyalari berilgan. A nuqtaning A_1' va A_2' gorizontaal proyeksiyalarini yasash uchun u orqali $O_A''1''$ radiusli parallel o'tkaziladi. A nuqtaning gorizontaal proyeksiyalari ana shu parallelning gorizontaal proyeksiyasida yotadi. A nuqta sferaning oldingi yoki orka yarmida joylashgan bo'lishi mumkin. Shuning uchun uning gorizontaal proyeksiyalari A_1' va A_2' nuqtalar parallelning gorizontaal

proyeksiyasida topiladi. B nuqta sfera ekvatorida yotganligi uchun uning B'' frontal proyeksiyasi bir qiymatli bo'lib, u ekvatorning frontal proyeksiyasida topiladi.

Markazi koordinatalar boshida bo'lgan sferaning kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$x^2 + u^2 + z^2 = R^2, R \neq 0$$

Markazi ixtiyoriy $A(x_1, y_1, z_1)$ nuqtada bo'lgan sfera tenglamasi

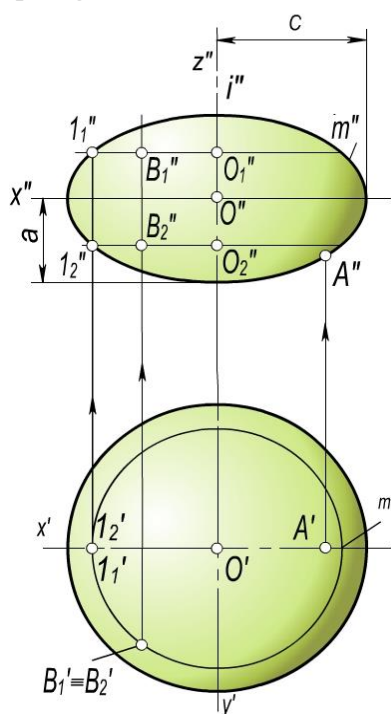
$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = R^2 \text{ bo'ladi.}$$

Aylanma ellipsoid sirt

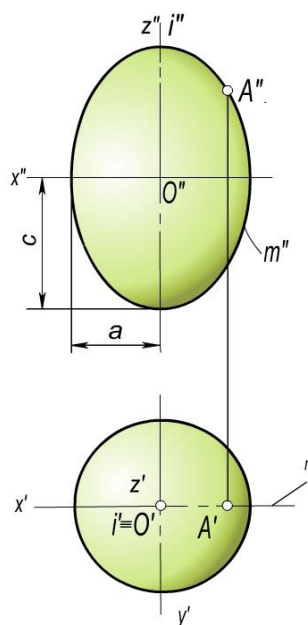
Ta'rif. Ellipsning o'z o'qlaridan biri atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **aylanmaellipsoid** deyiladi.

Bunda $m(m', m'')$ – ellips va $i(i', i'')$ aylanish o'qi y ellips o'qi bilan ustma-ust tushadi va sirt $\square(i, m)$ ko'rinishda yoziladi.

Ellipsning kichik o'qi atrofida aylanishidan *siqiq aylanma ellipsoid* (6-rasm), katta o'qi atrofida aylanishidan *cho'ziq aylanma ellipsoid* hosil bo'ladi (7-rasm). 6- va 7-rasmlarda ellipsoidlar ustida berilgan A va B nuqtalarning bitta proyeksiyasi bo'yicha ularning yetishmaydigan proyeksiyalarini yasash ko'rsatilgan. Nuqtalarning yetishmaydigan proyeksiyalari parallel, meridian va proyeksion bog'lanish chiziqlari yordamida aniqlangan.



6-rasm.



7-rasm.

Markazi koordinatalar boshida bo'lgan va katta o'qi aylanish o'qi bo'lgan ellipsning aylanishidan hosil bo'lgan aylanish ellipsoidining kanonik tenglamasi

quyidagi ko'rinishda yoziladi: $\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$. Bunda $c \neq a$ bo'ladi.

Yer sharining shakli siqilgan ellipsoid – geoidni eslatadi.

Aylanma paraboloid sirt

Ta'rif. Parabolaning o'z o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **aylanma paraboloid** deyiladi.

9–rasmda $m(m', m'')$ parabolani $i(i', i'')$ o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan $\square(i', m)$ aylanma paraboloidning proyeksiyalari berilgan va uning ustida nuqta tanlash ko'rsatilgan.

Uchi koordinatalar boshida bo'lgan va o'qi Oz bo'lgan aylanma paraboloidning kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

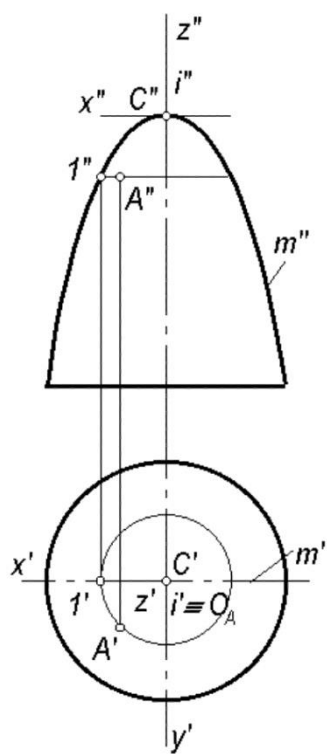
$$x^2 + u^2 = -2pz, \quad \text{bundak } p \neq 0.$$

Aylanma paraboloid parabolik oynalar sirti hisoblanib, projektorlar, parabolik antennalar va avtomobil faralari uchun ishlatiladi. Bunda parabolaning fokal xossasiga asosan parabola fokusida o'rnatilgan nur manbaidan chiquvchi nurlar parabola sirtida sinib, o'zaro parallel bo'lib qaytadi (9,b-rasm). Parabolaning ushbu xossasiga nur yig'ish sirlari, tovush ushlagichlar, radiolokatorlarni konstruksiyalash ham asoslangan.

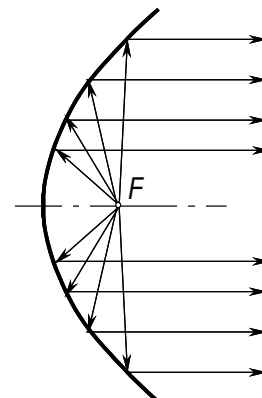
Aylanma giperboloid sirt

Ta'rif. Giperbolaning o'z mavhum yoki haqiqiy o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **aylanma giperboloid** deyiladi.

Giperbolaning mavhum o'q atrofida aylanishidan **bir pallali aylanma giperboloid** hosil bo'ladi. 10–rasmda $I(i', i'')$ o'qi atrofida $m(m', m'')$ giperbolaning aylanishidan hosil bo'lgan bir pallali $\square(i, m)$ giperboloid va uning ustida nuqta tanlash ko'rsatilgan.

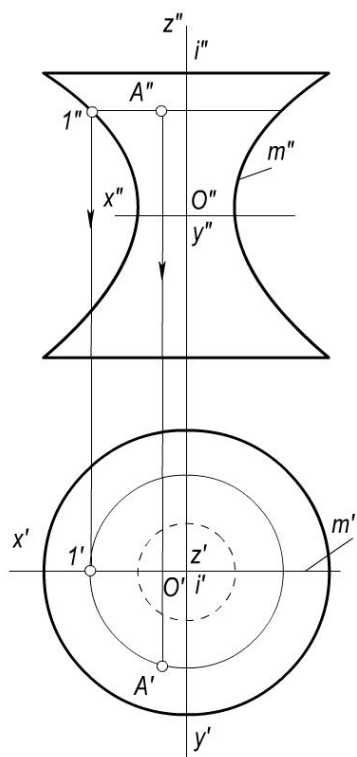


a)

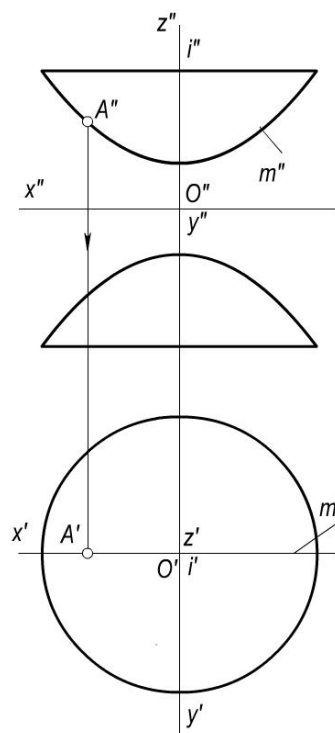


b)

9-rasm



10-rasm



11-rasm

Markazi koordinatalar boshida bo‘lgan bir pallali aylanma giperboloidning kanonik tenglamasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi: $\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$. Bunda $c \neq a$ bo‘ladi.

Giperbolaning o'z haqiqiy o'qi atrofida aylanishidan **ikki pallali aylanma giperboloid** hosil bo'ladi. Bu sirt qabariq tubi bilan bir-biriga qaratilgan qozonlarni eslatadi. Bunday sirt 11-rasmda tasvirlangan. $\square$ (**i**, **m**) ikki pallali giperboloid ustida **A** nuqtaning proyeksiyalari ko'rsatilgan. Ikki pallali aylanma giperboloidning tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1. \text{ Bunda } c \neq a \text{ bo'ladi.}$$

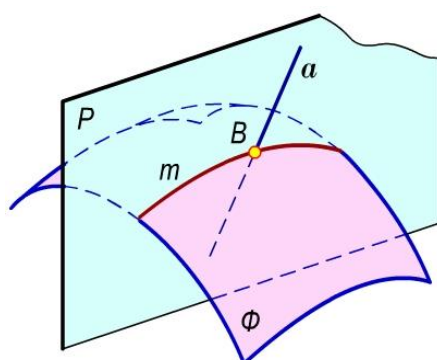
2-Mavzu: Aylantirish sirtlari to'g'ri chiziq va tekislik bilan kesishishi.

Aylantirish sirtlarni to'g'ri chiziq bilan kesishishi

To'g'ri chiziq bilan sirtlarning kesishish nuqtalari sirtlarning tekislik bilan kesishish chizig'ini yasashga asoslanib topiladi. Umuman, biror **a** to'g'ri chiziq bilan $\square$ sirtning kesishish nuqtasi quyidagicha aniqlanadi (12-rasm):

- Berilgan **a** to'g'ri chiziq orqali ixtiyoriy yordamchi **P** tekislik o'tkaziladi. $P \supset a$.
- $\square$ sirt bilan **P** tekislikning kesishish chizig'i **m** yasaladi. $\square \cap P = m$.
- **m** chiziq bilan berilgan **a** to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasi **B** belgilab olinadi: $a \cap m = B$.

Ma'lumki, berilgan to'g'ri chiziq orqali istalgancha tekislik o'tkazish mumkin. Masalalarni osonroq yechish uchun to'g'ri chiziq orqali yordamchi tekislik proyeksiyalovchi vaziyatda o'tkaziladi. Bu holda masalaning yechilishi soddalashadi. Berilgan sirt silindrik yoki konus sirt bo'lganda, to'g'ri chiziq orqali silindr yasovchilariga parallel yoki konus uchidan umumiy vaziyatdagi tekislik o'tkazish qulay.



12-rasm

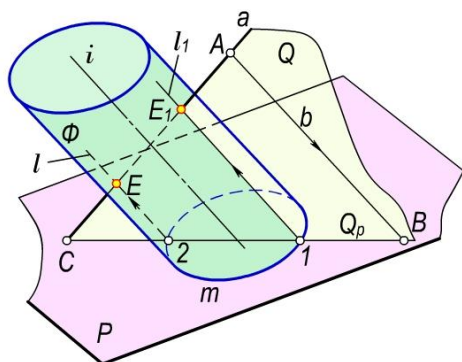
1-masala. Berilgan **a** to'g'ri chiziq bilan $\square$ og'ma elliptik silindrning kesishish nuqtalari yasalsin (13, 14-rasmlar).

Yechish. Kesishish nuqtalari **E** va **E₁** larni yasash quyidagicha bajariladi:

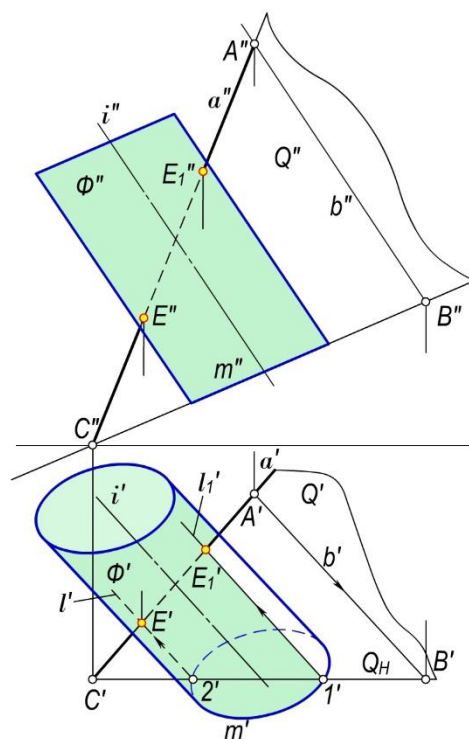
- berilgan **a** to'g'ri chiziq orqali silindrning yasovchilariga parallel qilib ixtiyoriy **Q** tekislik o'tkaziladi. Buning uchun **a** to'g'ri chiziqqa tegishli ixtiyoriy **A** nuqtani belgilab olib, u orqali **b** to'g'ri chiziqni silindrning yasovchilariga parallel qilib o'tkaziladi. Kesishuvchi **a** va **b** to'g'ri chiziqlar yordamchi **Q** tekislikni ifodalaydi;
- **Q** tekislik bilan $\square$ silindrning kesishish chiziqlari ℓ va ℓ_1 yasovchilar yasaladi. Buning uchun **Q** tekislik va silindrning asos tekisligi **P** ning o'zaro kesishish chizig'i **BC** yasaladi. **BC** to'g'ri chiziqning silindr asosi **m** bilan kesishish nuqtalari 1 va 2 orqali ℓ va ℓ_1 yasovchilar (kesishish chiziqlari) o'tkaziladi;
- berilgan **a** to'g'ri chiziq bilan ℓ va ℓ_1 yasovchilarning kesishish nuqtalari **E** va **E₁** belgilab olinadi.

2-masala. Asosi **H** tekislikka tegishli bo'lgan to'g'ri doiraviy konus sirti bilan **a** to'g'ri chiziqning kesishish nuqtalari aniqlansin (19, 18-rasmlar).

Yechish. Bu holda **a** to'g'ri chiziq orqali o'tuvchi yordamchi tekislik konusning uchidan o'tkaziladi.

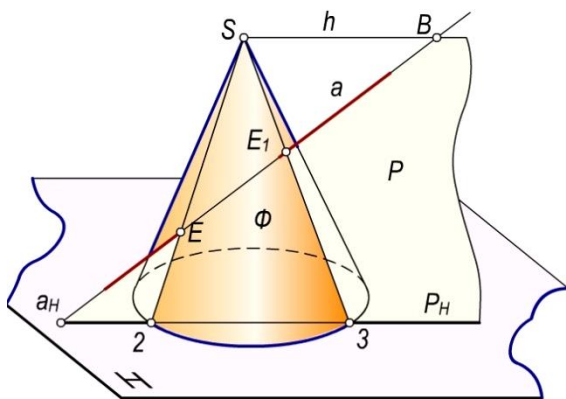


13-rasm

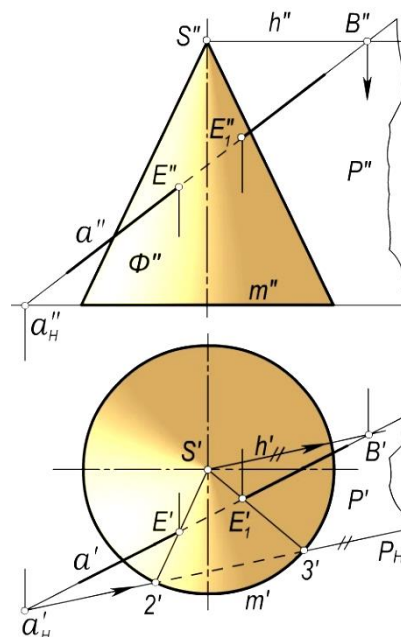


14-rasm

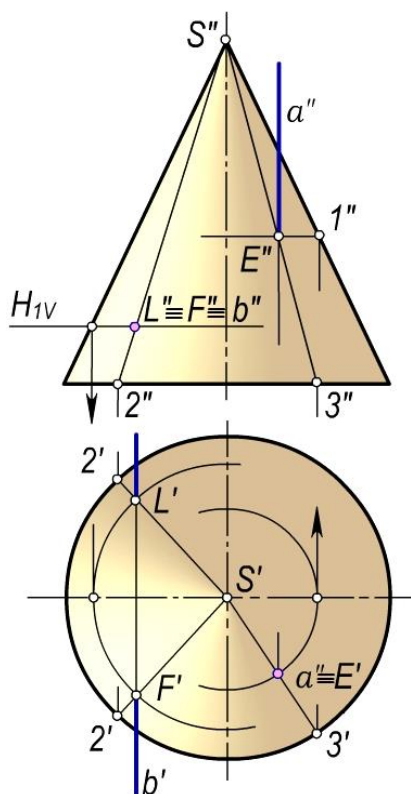
Rasmlarda bunday **P** tekislik o'zaro kesishuvchi **a** va **h** to'g'ri chiziqlar orqali berilgan. Bunda **h** gorizontal to'g'ri chiziq konusning **S** uchidan o'tkazilgan: $h \ni S$. Ushbu **h** gorizontal to'g'ri chiziq berilgan **a** to'g'ri chiziq bilan **B** nuqtada kesishadi.



17-rasm



18-rasm



20-pacm

P tekislikning P_H gorizontal izini yasab olamiz. Buning uchun a to'g'ri chiziqlarning a_H (a_H' , a_H'') gorizontal izini topib, u orqali gorizontalning gorizontal proyeksiyasi h ga parallel qilib P_H iz o'tkaziladi. Konusning m' asosi tekislikning P_H izi bilan $2'$ va $3'$ nuqtalarda kesishadi. $2'$ va $3'$ nuqtalarni S' bilan tutashtirib, $S'2'$ va $S'3'$ yasovchilar hosil qilinadi. Bu yasovchilar a' to'g'ri chiziq bilan kesishib, E' va E_1' nuqtalarni xosil qiladi. E' va E_1' nuqtalardan proyeksion bog'lanish chiziqlari o'tkazilib, a'' to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalari E'' va E_1'' belgilab olinadi.

3-masala. Xususiyl holda berilgan $a(a', a'')$ va $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqlarning to'g'ri doiraviy konus bilan kesishish nuqtalari aniqlansin (20-rasm).

Yechish. Berilgan

a to'g'ri chiziqlar gorizontal proyeksiyalovchi,

b to'g'ri chiziqlar frontal proyeksiyalovchi bo'lganligi sababli kesishish nuqtalarining bittadan proyeksiyalari E' va $F'' \equiv L''$ (mos ravishda gorizontal va frontal proyeksiyalari) ma'lum bo'lib qoladi. Bu nuqtalar orqali o'tuvchi yasovchilarning

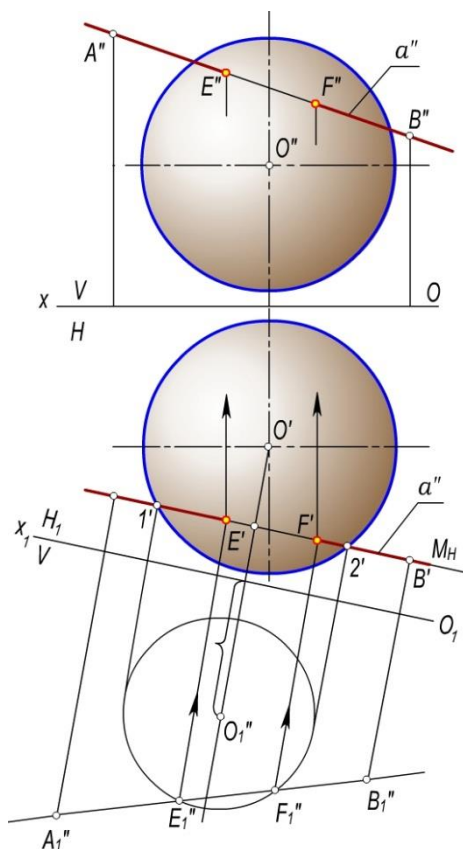
avvalo $S'3'$, $S''2'' \equiv S''2_1''$, so'ngra $S''3''$, $S'2'$ va $S'2_1'$ proyeksiyalari o'tkaziladi. a'' va $S''3''$ larning o'zaro kesishish nuqtasi E'' hamda b' bilan $S'2'$ va $S'2_1'$ larning kesishish nuqtalari F' va L' belgilab olinadi.

4-masala. To'g'ri chiziqning sfera bilan kesishish nuqtalari aniqlansin (21-rasm).

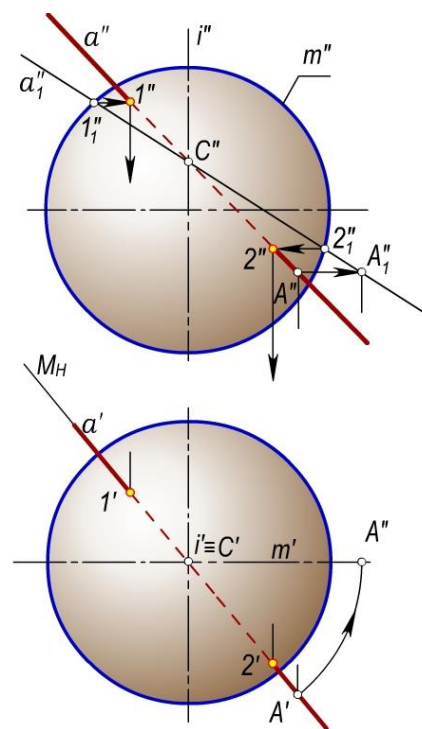
Yechish. Berilgan $a(a', a'')$ to'g'ri chiziqning sfera bilan kesishish nuqtalarini yasash uchun bu to'g'ri chiziq orqali $M(M_n)$ gorizontaal proyeksiyalovchi tekislik o'tkaziladi. Bu tekislik sferani diametri $1'2'$ kesmaga teng bo'lgan aylana bo'yicha kesadi. $1'2'$ diametrli aylananing gorizontaal proyeksiyasi tekislikning M_H izi bilan ustma-ust tushadi: $1'2' \equiv M_H$.

Berilgan a to'g'ri chiziq bilan 12 diametrli aylananing kesishish nuqtalari E va F larning proyeksiyalari quyidagicha yasaladi: V tekislik M ga parallel bo'lgan ixtiyoriy V_1 tekislik bilan almashtiriladi. Berilgan a to'g'richiziq va 12 diametrli aylanani V_1 tekislikka proyeksiyalar tekisliklarini almashtirish usuliga asosan proyeksiyalanadi. Hosil bo'lgan $0_1''$ markazli aylana va a'' to'g'ri chiziqning kesishish nuqtalari E'' va F'' lar belgilab olinadi. Bu nuqtalardan O_1X_1 proyeksiyalar o'qiga perpendikulyarlar o'tkazilib, ularning a' to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalari E' va F' lar aniqlanadi. Bu nuqtalardan esa OX o'qiga perpendikulyarlar chiqarilib, ularning a'' to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalari E'' va F'' lar belgilab olinadi.

Agar $a(a', a'')$ to'g'ri chiziq biror aylanish sirtining aylanish o'qi bilan kesishadigan vaziyatda berilgan bo'lsa (22-rasm), u holda to'g'ri chiziqni bu o'q atrofida aylantirib, uning aylanish sirti bilan kesishish nuqtalarini osongina yasash mumkin. Berilgan $a(a', a'')$ to'g'ri chiziq orqali o'tgan gorizontaal proyeksiyalovchi $M(M_H)$ tekislik sferani $m(m', m'')$ meridiani (aylana) bo'yicha kesadi (chizmada m'' ko'rsatilmagan). Bu meridian frontal tekislikka ellips bo'lib proyeksiyalanadi. Bu ellipsni chizmaslik maqsadida $m(m', m'')$ meridian va $a(a', a'')$ to'g'ri chiziq sirtning $i(i', i'')$ o'qi atrofida frontal vaziyatga kelguncha aylantiriladi. U holda $a(a', a'')$ to'g'ri chiziq $a_1(a_1', a_1'')$ vaziyatga, $m(m', m'')$ meridian esa $m_1(m_1', m_1'')$ vaziyatga keladi. a_1'' to'g'ri chiziq bilan m_1'' bosh meridianning kesishish nuqtalari $1_1''$, $2_1''$ lar yordamida $1''$, $2''$ hamda $1'$, $2'$ nuqtalar belgilab olinadi.



21-rasm.



22-rasm.

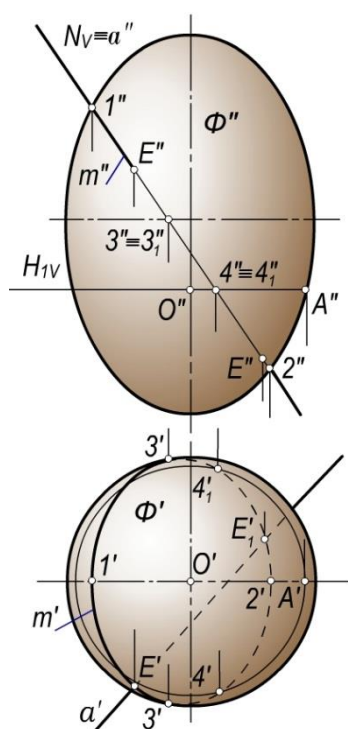
5-masala. Umumiy vaziyatdagi $a(a', a'')$ to'g'ri chiziqning $\square(\square', \square'')$ aylanma ellipsoid bilan kesishish nuqtalari $E(E', E'')$, $E_1(E_1', E_1'')$ aniqlansin (23-rasm).

Yechish. Bunda a to'g'ri chiziqning ellipsoid aylanish o'qi bilan kesishmaydigan vaziyati berilgan. Agar berilgan a to'g'ri chiziq ellipsoidning aylanish o'qi bilan kesishadigan bo'lsa, u holda bunday masalani 22-rasmda ko'rsatilgandek yechishimiz mumkin. Berilgan a to'g'ri chiziqning ellipsoid bilan kesishish nuqtalari E va E_1 larni yasash uchun to'g'ri chiziq orqali frontal proyeksiyalovchi $N(N_V)$ tekislik o'tkaziladi. $N(N_V)$ tekislikning ellipsoid bilan kesishish chizig'i $m(m', m'')$ yasaladi. Bu chiziqning berilgan to'g'ri chiziq bilan kesishuvida izlanayotgan nuqtalar hosil bo'ladi. Tekislikning N_V frontal izi, to'g'ri chiziqning a'' frontal proyeksiyasi va kesishish chizig'ining frontal proyeksiyasi m'' lar ustma-ust tushadi. Kesishish chizig'ining m' gorizontal proyeksiyasini yasash uchun m'' ga tegishli ixtiyoriy nuqtalarni belgilab, ularning gorizontal proyeksiyasini topish va ularni tekis egri chiziq bilan tutashtirish kerak. Ellipsoidning frontal konturiga tegishli $1(1', 1'')$ va $2(2', 2'')$ nuqtalarning gorizontal proyeksiyalari $1'$ va $2'$ nuqtalar bevosita belgilab olinadi. Ixtiyoriy olingan $4(4', 4'')$ va $4_1(4_1', 4_1'')$ nuqtalarning $4'$ va $4_1'$ gorizontal proyeksiyalarini yasash uchun $4'' = 4_1''$ nuqta orqali gorizontal tekislikning frontal izi H_{1V} o'tkaziladi. So'ngra gorizontal proyeksiyada radiusi $O'A' = O''A''$ bo'lgan aylana chizamiz. $4 = 4_1$ nuqtadan proyeksion bog'lanish chizig'ini tushirib, $O'A'$ radiusli

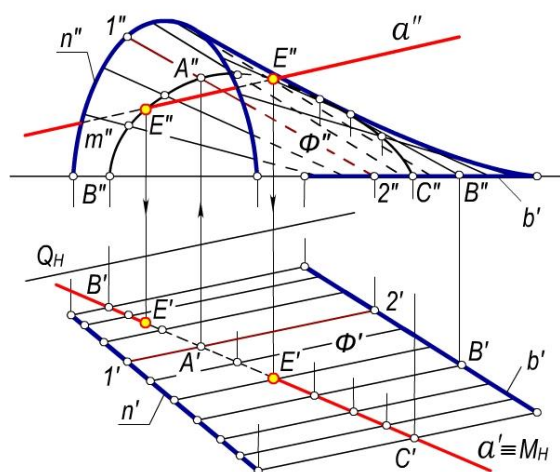
aylana bilan kesishish nuqtalari $4'$ va $4_1'$ lar belgilab olinadi. Qolgan nuqtalarning gorizontaal proyeksiyalari ham xuddi shunday yasaladi. a to'g'ri chiziq va m kesishish chizig'ining gorizontaal proyeksiyalari a', m' o'zaro kesishib E' va E_1' nuqtalarni xosil qiladi. E' va E_1' nuqtalardan proyeksion bog'lanish chiziqlarini chiqarib, ularning a'' frontal proyeksiya bilan kesishuvida E'' va E_1'' nuqtalar hosil qilinadi.

6-masala. $n(n', n'')$ va $b(b', b'')$ yo'naltiruvchilari va $Q(Qn)$ parallellizm tekisligi bilan berilgan konoidning $a(a', a'')$ to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalarini proyeksiyalari yasalsin (24-rasm).

Yechish. Bunda berilgan to'g'ri chiziq orqali gorizontaal proyeksiyalovchi $M(Mn)$ tekislik o'tkaziladi. Uning konoid bilan kesishish chizig'i $m(m', m'')$ yasaladi. $a(a', a'')$ to'g'ri chiziq va $m(m', m'')$ chiziqning o'zaro kesishish nuqtalari $E(E', E'')$ va $E_1(E_1', E_1'')$ lar belgilab olinadi.



23-rasm.



24-rasm.

Aylantirish sirtlarning tekisliklar bilan kesishishi

Sirtlarning umumiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishish chiziqlari quyidagi algoritim asosida bajariladi:

- berilgan $\square$ sirt va Q tekislik yordamchi kesuvchi P_1 tekislik bilan kesiladi (25-rasm). P_1 yordamchi tekislikni shunday o'tkazish kerakki, uning $\square$ sirt bilan kesishi chizig'i to'g'ri chiziq yoki aylana singari sodda chiziq bo'lsin.
- yordamchi P_1 tekislik bilan $\square$ sirtning kesishish chizig'i m_1 yasaladi:
 $\square \cap P_1 = m_1$

- berilgan Q va P_1 tekisliklarning o'zaro kesishish to'g'ri chizig'i yasaladi: $Q \cap P_1 = a_1$;
- a_1 va m_1 chiziqlarning kesishish nuqtasi A_1 ni belgilab, $(A_1 = a_1 \cap m_1)$ olinadi. a_1 va m_1 chiziqlarining kesishish nuqtalari bitta yoki ko'p bo'lishi mumkin.

Yuqorida bayon qilingan yasashlarga asosan $P_2, P_3, \dots$ tekisliklar o'tkazilib $A_2, A_3, \dots$ nuqtalar xolati aniqlanadi.

Bu nuqtalar o'zaro tutashtirilib, $\square$ sirt bilan Q tekislikning kesishishidan hosil bo'lgan tekis egri chizig'i ℓ hosil qilinadi.

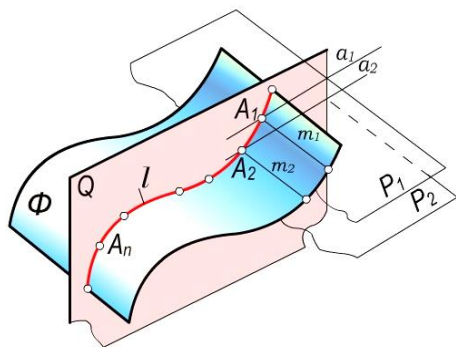
$\square$ sirtning Q tekislik bilan kesishish chizig'ini shu sirt yasovchilarning tekislik bilan kesishish nuqtalarini topish orqali ham yasash mumkin.

1-masala. To'g'ri doiraviy silindrning $Q(Q', Q'')$ tekislik bilan kesishish chizig'ini proyeksiyalari yasalsin.

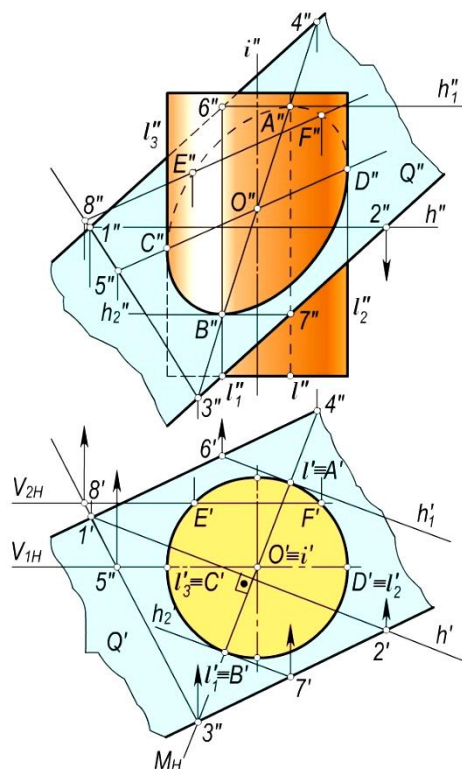
Yechish. Bunda $A(A', A'')$ yuqori va $B(B', B'')$ quyi nuqtalarni topish ikki xil usulda ko'rsatilgan. Bu usullardan biri-urinma gorizontallar o'tkazishdir. Yuqori va quyi nuqtalar kesuvchi tekislikning silindrga urinma vaziyatda o'tkazilgan h_1 va h_2 gorizontallarga tegishli bo'ladi.

Ikkinchisi A va B nuqtalarni silindrning $i(i', i'')$ o'qi orqali o'tuvchi va Q tekislikka perpendikulyar bo'lgan $M(M_H)$ tekislik yordamida ham topish mumkin. Buning uchun Q tekislikning ixtiyoriy h gorizontali o'tkaziladi. Uning h' gorizantal proyeksiyasiga perpendikulyar ravishda silindirning i o'qi orqali M tekislikning gorizantal Mn izi o'tkaziladi. Bu tekislik silindrni ℓ va ℓ_1 yasovchilari bo'yicha, berilgan Q tekislikni esa 34 to'g'ri chiziq bo'yicha kesadi. 34 kesishish chizig'i va l, l_1 yasovchilarning frontal proyeksiyalari 3"4" hamda l', l'' larning o'zaro kesishuvidan A'' va B'' nuqtalar hosil bo'ladi. Yuqori va quyi nuqtalarning A' va B' proyeksiyalari silindr asosining proyeksiyasiga tegishli bo'ladi.

Silindr ocherkiga tegishli C va D nuqtalar shu ocherkni ifodalovchi l_2 , va l_3 yasovchilarning Q tekislik bilan kesishuvida hosil bo'lgan, oraliqdagi E va F nuqtalar esa C hamda D nuqtalar singari topiladi.



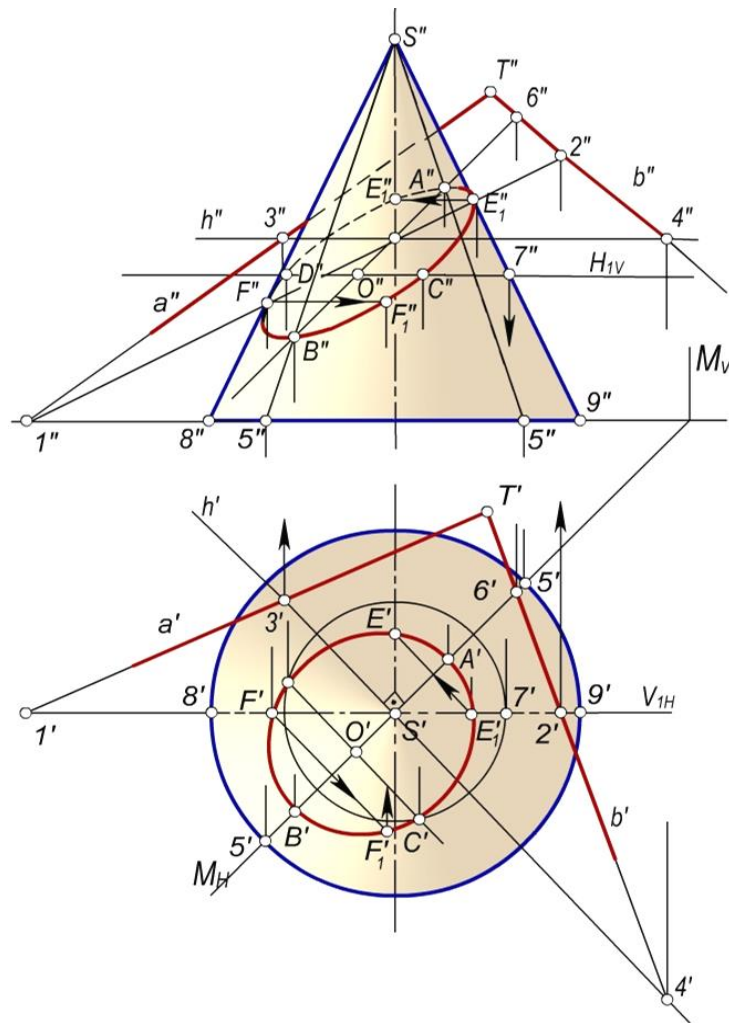
25-рasm.



26-рasm.

2-masala. To'g'ri doiraviy konusning berilgan tekislik bilan kesishuvdagi kesim yuza proyeksiyalari yasalsin (27-rasm).

Yechish. Kesuvchi tekislik o'zaro kesishuvchi $a(a', a'')$ va $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqlar bilan berilgan. Dastlab tayanch nuqtalarning topilishini ko'rib chiqamiz. Kesishish chizig'ini konus ocherkiga tegishli, ya'ni konus chetki yasovchilari $S9$ va $S8$ larning berilgan tekislik bilan kesishish nuqtalari E, F lar quyidagicha topiladi: $S9$ va $S8$ yasovchilar orqali yordamchi V_{H1} frontal tekislik o'tkaziladi. U berilgan $(a \cap b)$ tekislikni 12 ($1'2', 1''2''$) to'g'ri chiziq, konusni esa $S8(S'8', S''8'')$ va $S9(S'9', S''9'')$ yasovchilar bo'yicha kesadi. 12 to'g'ri chiziq bilan $S8$ va $S9$ yasovchilarning kesishuvidan $E(E', E'')$ va $F(F', F'')$ nuqtalar hosil bo'ladi.



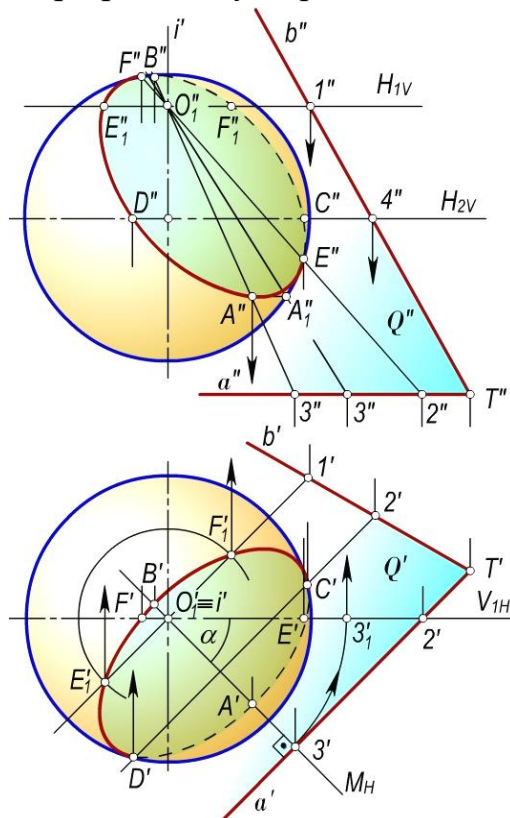
27-rasm.

Kesimning yuqori va quyi nuqtalar esa konusning i o'qi orqali o'tuvchi va berilgan tekislikka perpendikulyar bo'lgan yordamchi $M(M_H)$ tekislikdan foydalanib topiladi. Buning uchun berilgan tekislikning ixtiyoriy $h(h', h'')$ gorizontali o'tkaziladi. Bu gorizontali h_1' proyeksiyasiga perpendikulyar qilib, S' nuqta orqali yordamchi M tekislikning M_H izi o'tkazamiz. M tekislikning konus bilan kesishishi chiziqlari S_5 va S_5' yasovchilar hamda berilgan tekislik bilan kesishish chizig'i $S_6(S_1'6', S_1''6'')$ larning frontal proyeksiyalari o'tkaziladi. Ular o'zaro kesishib, mos ravishda quyi B va yuqori A nuqtalarning frontal proyeksiyalari B'' va A'' nuqtalarni hosil qiladi. A va B nuqtalar orasidagi masofa kesim yuza – ellipsning katta o'qi bo'ladi. Uning kichik o'qi CD ni topish uchun AB kesmani teng ikkiga bo'luvchi O_1 nuqta orqali AB ga perpendikulyar to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Bu holda CD kichik o'q gorizontaal vaziyatdagi to'g'ri chiziq bo'lib uning proyeksiyasini yordamchi $H_1(H_{1V})$ tekislikdan foydalanib topamiz. Gorizontaal proyeksiyada kesuvchi tekislikning M_H izi kesishish chizig'ining simmetriya o'qi bo'ladi. Oraliqdagi E_1 va F_1 nuqtalarning gorizontaal proyeksiyalari E_1' va F_1' nuqtalar shu simmetriya o'qiga asoslanib yasalgan. So'ngra ular orqali E_1'' va F_1'' nuqtalar

topilgan. Hosil bo'lgan nuqtalarning ko'rinishligi V_{1H} simmetriya tekisligi frontal bo'yicha aniqlanib, tekis egri chiziqli bilan tutashtiriladi.

3-masala. Shar sirtining $Q(a \cap b)$ tekislik bilan kesishishidagi kesim yuzaning proyeksiyalari yasalsin (28-rasm).

Yechish. Kesishish chizig'ining quyi va yuqori nuqtalarini aylantirish usuli bilan topish qulay. Dastavval sferaning markazidan o'tuvchi yordamchi $M(M_H)$ tekislik berilgan $Q(Q', Q'')$ tekislikka perpendikulyar qilib o'tkaziladi.

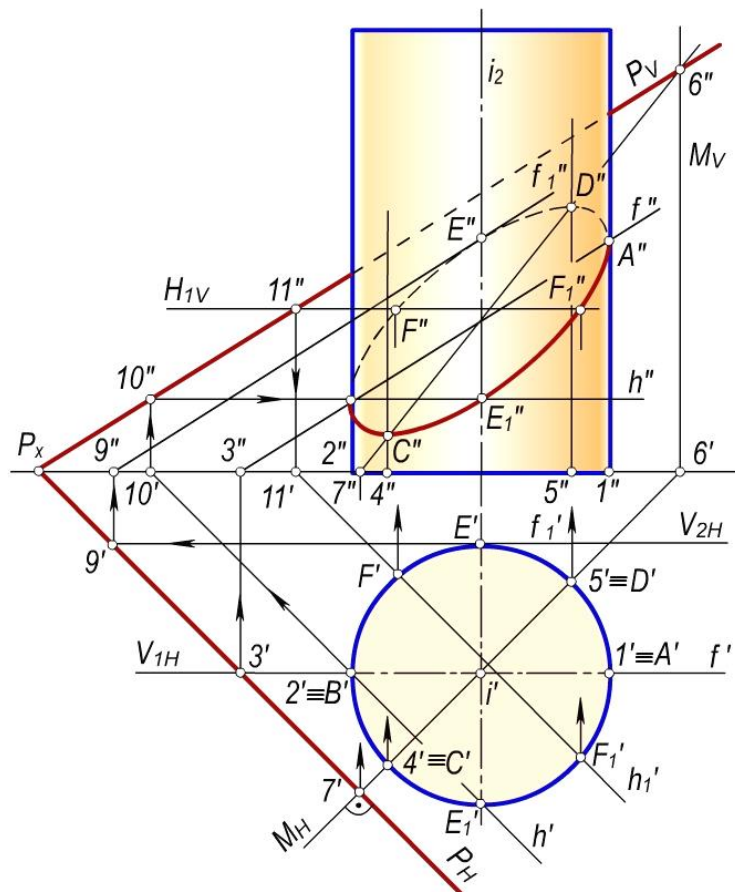


28-rasm.

So'ngra $M(M_H)$ yordamchi tekislikning sfera va berilgan $Q(Q', Q'')$ tekislik bilan kesishish chiziqlari sferaning $i(i', i'')$ o'qi atrofida frontal vaziyatga kelguncha aylantiriladi. Bu holda $M(M_H)$ tekislikning sfera bilan kesishish chizig'i (aylana) ning frontal proyeksiyasi sferaning ocherki bilan ustma-ust tushadi. M va berilgan tekislikning kesishish chizig'i $0_1 3$ ning frontal proyeksiyasi $0_1'' 3''$ esa $0_1'' 3_1''$ vaziyatni egallaydi. Demak, sferaning frontal proyeksiyadagi ocherki bilan $0_1'' 3''$ to'g'ri chiziqning kesishish nuqtalarini belgilab (rasmda faqat A_1'' nuqta belgilangan), ularni teskari yo'nalishda α burchakka burish kerak bo'ladi. Buning uchun A_1'' nuqtadan gorizontaal vaziyatda to'g'ri chiziq o'tkazib, uning $0_1'' 3''$ to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtasi A'' ni belgilash yetarli bo'ladi. B'' nuqta ham xuddi shunday topiladi. Ocherklarning berilgan tekisliklar bilan kesishish nuqtalari C, D, E va F lar H_2 hamda V_1 tekisliklar yordamida topilgan. Oraliqdagi ixtiyoriy nuqtalardan E_1 va E_2 lar esa yordamchi H_1 tekislikdan foydalanib topilgan.

4-masala. H tekislikda joylashgan to'g'ri doiraviy silindrning ixtiyoriy vaziyatdagi $P(P_H, P_V)$ tekislik bilan kesishishidagi kesim yuza proyeksiyalari yasalsin (29-rasm).

Yechish. Kesim yuzasining gorizontaal proyeksiyasi silindrning gorizontaal proyeksiyasi (asosi) bilan ustma-ust tushadi. Shuning uchun kesimning faqat frontal proyeksiyasi topiladi.



29-rasm.

Dastlab silindrning chetki 1, 2 yasovchilari bilan P tekislikning kesishish nuqtalari A va B ning frontal proyeksiyalari A'' va B'' nuqtalari topiladi. Buning uchun chetki yasovchilar orqali $V_1(V_{1H})$ frontal tekislik o'tkaziladi. Bu tekislik berilgan P tekislikni frontal chiziq bo'yicha kesadi. Kesishish chizig'ining frontal proyeksiyasi f'' silindr chetki yasovchilarining frontal proyeksiyalari bilan kesishib, A'' va B'' nuqtalarni hosil qiladi.

Kesimning eng yuqori va eng quyi nuqtalarning frontal proyeksiyalari D'' va C'' nuqtalarni topish uchun silindrning o'qidan o'tuvchi va P tekislikka perpendikulyar bo'lgan $M(M_H, M_V)$ gorizontaal proyeksiyalovchi tekislik o'tkaziladi: $i \subset M_H \perp H$. Bu tekislik silindrni 4($4', 4''$) va 5($5', 5''$) yasovchilari, P tekislikni esa 67($6'7', 6''7''$) to'g'ri chiziq bo'yicha kesadi. Yasovchilarning frontal proyeksiyalari $6''7''$ to'g'ri chiziq bilan kesishib, D'' va C'' nuqtalarni hosil qiladi.

Kesimning boshqa nuqtalarini kesuvchi tekislikning gorizontali yoki frontal chiziqlaridan foydalanib topish mumkin. Masalan, E nuqtaning frontal proyeksiyasi E'' ni topish uchun E nuqtadan o'tkazilgan $V_2(V_{2H})$ tekislik silindrni yasovchisi bo'yicha, P tekislikni $f_1(f_1', f_1'')$ frontal chiziq bo'yicha kesadi. Frontalning frontal proyeksiyasi f_1'' va E' nuqtadan o'tuvchi yasovchi o'zaro kesishib, E'' nuqtani hosil qiladi. F' va F_1'' nuqtalar ixtiyoriy $H_1(H_{1V})$ gorizontali yordamchi tekislik o'tkazish yo'li bilan topiladi. Yordamchi tekislikning H_{1V} izi C'' va D'' nuqtalar oraligida o'tkaziladi. Bu tekislik silindrni aylana bo'yicha kesadi. Bu aylananing gorizontali proyeksiyasi silindrning asosi bilan ustma-ust tushadi. Berilgan $P(P_H, P_V)$ tekislik $H_1(H_{1V})$ tekislik bilan $1_1(1_1', 1_1'')$ nuqtadan o'tuvchi $h(h_1', h_1'')$ gorizontali bo'ylab kesishadi.

h_1 gorizontali gorizontali proyeksiyasi h_1' va silindrning asosi o'zaro kesishib, F' va F_1' nuqtalarni hosil qiladi. Bu nuqtalardan proyeksion bog'lanish chiziqlari o'tkazilib, H_{1V} izda F'' va F_1'' nuqtalar belgilab olinadi.

Silindrning kuzatuvchiga karatilgan oldingi yarim qismi ko'rinadi, orqa tomondagi qismi esa ko'rinmaydi. Shunga asosan, kesimning frontal proyeksiyasidagi $A''F_1''E_1''C''B''$ qismi ko'rinadi, $B''F''E''D''A''$ qismi esa ko'rinmaydi. Bu nuqtalarni tartibi bilan tutashtirib, tekis egri chiziq - ellips hosil qilinadi.

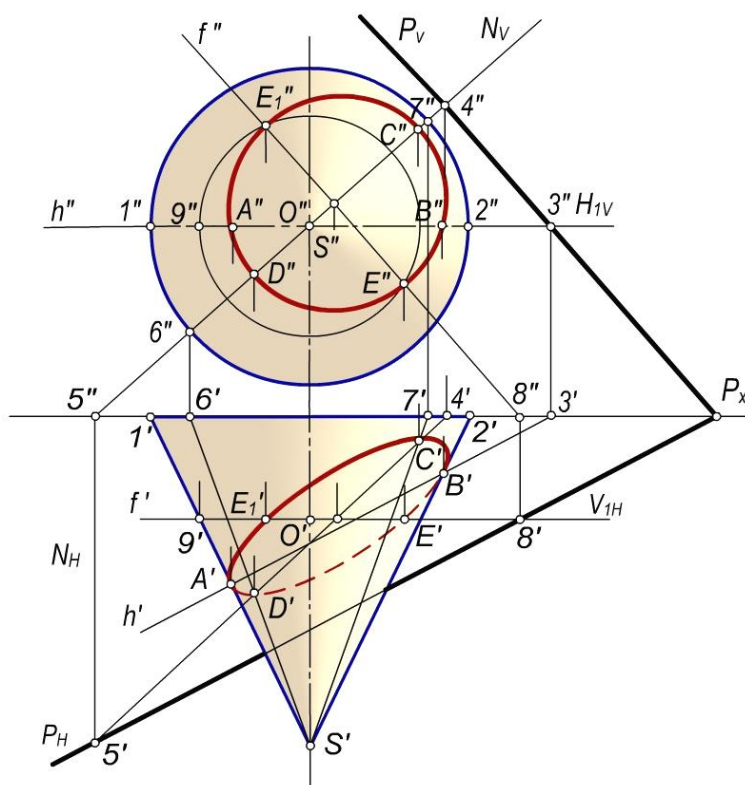
5-masala. Asosi V tekislikda joylashgan to'g'ri doiraviy konusning $P(P_H, P_V)$ tekislik bilan kesishishidagi kesim yuza proyeksiyalari yasalsin (30-rasm).

Yechish. Kesim yuza – ellipsning proyeksiyalarini yasash konusning $S1(S'1', S''1'')$ va $S2(S'2', S''2'')$ yasovchilari bilan $P(P_H, P_V)$ tekislikning kesishish nuqtalari $A(A', A'')$ va $B(B', B'')$ larni topishdan boshlanadi. $S1$ va $S2$ yasovchilarning frontal proyeksiyalari $S''1''$ va $S''2''$ lar orqali $H_1(H_{1V})$ gorizontali tekislik izi o'tkaziladi. Bu tekislik berilgan P tekislikni $3(3', 3'')$ nuqtadan o'tgan $h(h', h'')$ gorizontali chiziq bo'yicha kesadi. Bu gorizontali h' gorizontali proyeksiyasi konusning $S'1'$ va $S'2'$ chetki yasovchilari bilan kesishib, A' va B' nuqtalarni hosil qiladi. Bu nuqtalardan proyeksion bog'lanish chizig'ini o'tkazib, $S''1''$ va $S''2''$ yasovchilarda A'' va B'' nuqtalar belgilab olinadi.

V tekislikka eng yaqin $C(C', C'')$ va eng uzoq $D(D', D'')$ nuqtalarning proyeksiyalari quyidagicha topiladi. Konusning o'qi orqali o'tuvchi va berilgan $P(P_H, P_V)$ tekislikka perpendikulyar bo'lgan $N(N_H, N_V)$ frontal proyeksiyalovchi tekislik o'tkaziladi. Bu tekislik konusni $S6(S'6', S''6'')$ va $S7(S'7', S''7'')$ yasovchilari bo'yicha kesadi. $P(P_H, P_V)$ va $N(N_H, N_V)$ tekisliklar esa $45(4'5', 4''5'')$ to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi, ya'ni $P \cap N = 45$.

Bu to'g'ri chiziqning $4'5'$ gorizontali proyeksiyasi $S6$ va $S7$ yasovchilarning gorizontali proyeksiyalari $S'6'$ va $S'7'$ lar bilan kesishib, D' va C' nuqtalarni

hosil qiladi. Bu nuqtalardan proyeksion bog‘lanish chiziqlari o‘tkazilib, $S''6''$ va $S''7''$ yasovchilarda D'' va C'' nuqtalar belgilab olinadi.



30-rasm.

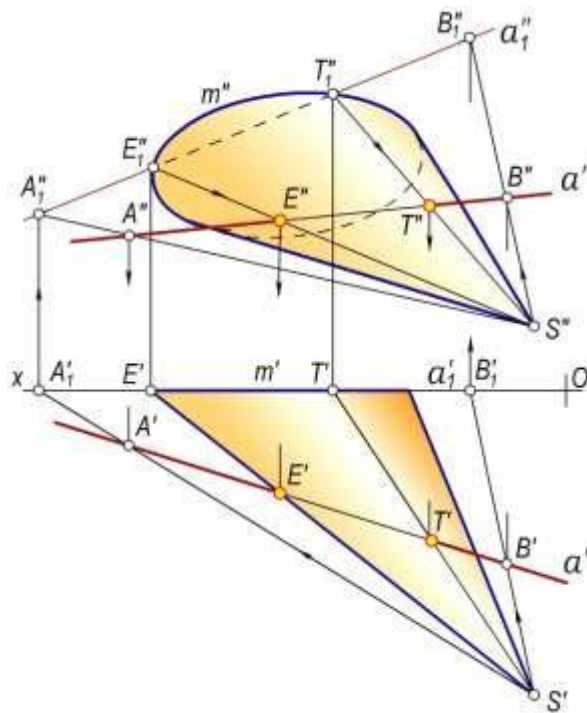
Oraliqdagi ixtiyoriy nuqtalar esa konusning o‘qiga perpendikulyar yordamchi frontal tekisliklar o‘tkazish bilan topiladi. Masalan, C' va D' nuqtalar oraligida V_1 frontal tekislikning V_{1H} horizontal izi o‘tkaziladi. Bu tekislik konusni radiusi $0'9'$ ga teng aylana bo‘yicha, P tekislikni esa $8(8', 8'')$ nuqtadan o‘tuvchi $f(f', f'')$ frontal bo‘yicha kesadi. Frontal proyeksiyada chizilgan $0'9'=0''9''$ radiusli aylana va f'' to‘g‘ri chiziq o‘zaro kesishib, E'' va E_1'' nuqtalarni hosil qiladi. Bu nuqtalardan proyeksion bog‘lanish chiziqlari o‘tkazilib, f' to‘g‘ri chiziqda E' va E_1' nuqtalar belgilab olinadi. Hosil bo‘lgan nuqtalar silliq tutashtirilib kesim yuza – ellips chiziladi. Frontal proyeksiyada kesimga tegishli bo‘lgan hamma nuqtalar ko‘rinadi. Gorizontall proyeksiyada esa konusning yuqori yarimda joylashgan kesimning $A'E_1'C'B'$ qismi ko‘rinadi, $B'E'D'A'$ qismi esa ko‘rinmaydi. Bu nuqtalarni tartibi bilan tutashtirib, tekis egri chiziq ellips.

Sirtlarning to‘g‘ri chiziq va tekislik bilan kesishuvini yasashda ba’zi qo‘shimcha usullar.

Piramida yoki konus sirtlar qatnashgan pozision masalalarni yechishda markaziy proyeksiyalashdan foydalanish maqsadga muvofiq bo‘ladi.

1-masala. Konus sirt bilan ixtiyoriy $a(a', a'')$ to‘g‘ri chiziqlarning kesishish nuqtalarini yasash kerak bo‘lsin (31-rasm).

Yechish. Konusning V asos tekisligini proyeksiyalar tekisligi, konusning uchi S nuqtani esa proyeksiyalash markazi deb qabul qilamiz. U holda konus sirtning V dagi markaziy proyeksiyasi uning $m(m', m'')$ asosi bilan ustma-ust tushadi. $a(a', a'')$ to'g'ri chiziqning V tekislikdagi markaziy proyeksiyasi $a_1(a_1', a_1'')$ esa $A(A', A'')$ va $B(B', B'')$ nuqtalar orqali aniqlanadi. Konusning m'' asosi va a_1'' to'g'ri chiziqning o'zaro kesishish nuqtalari E_1'' va T_1'' lar izlanayotgan kesishish nuqtalarining markaziy proyeksiyalari bo'ladi. E_1'' va T_1'' nuqtalarni S proyeksiyalash markazining frontal proyeksiyasi S'' bilan tutashtiriladi. Natijada ular a'' bilan kesishib E'' va T'' nuqtalarni hosil qiladi. E'' va T'' nuqtalarning gorizontaal proyeksiyalari E' va T' , a' to'g'ri chiziq ustida aniqlanadi.

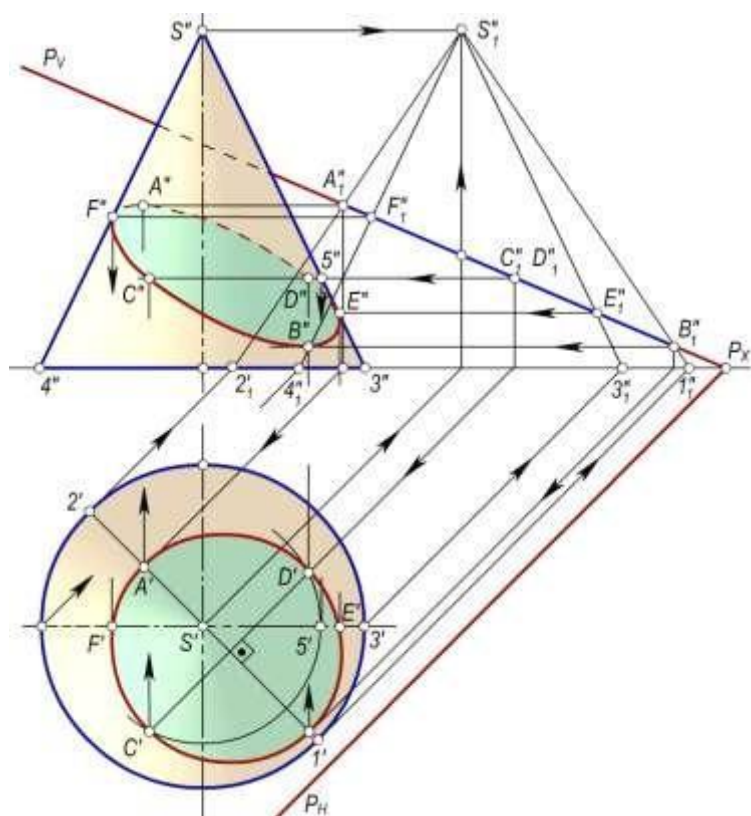


31-rasm.

2-masala. To'g'ri doiraviy konusning umumiy vaziyatdagi $P(P_H, P_V)$ tekislik bilan kesishish chizig'ini yasash talab qilinsin (32-rasm).

Echish. Konus va P tekislik V frontal proyeksiyalar tekisligiga P tekislikning gorizontali yo'nalishi bo'yicha proyeksiyalangan. Bunday proyeksiyalashda kesishish chizig'ining yordamchi proyeksiyasi $A_1'' B_1''$ kesma bo'lib, u tekislikning P_V izi bilan ustma-ust tushadi. Kesishish chizig'ining $A_1'', B_1'', C_1'' \equiv D_1'', E_1''$ va F_1'' nuqtalari orqali konusning yordamchi yasovchilari o'tkaziladi. So'ngra bu yasovchilarning gorizontaal va frontal proyeksiyalari yasaliib, ularga izlanayotgan nuqtalarning avval $A'', B'', C'', D'', E'', F''$ frontal proyeksiyalari, so'ngra A', B', C', D', E', F' gorizontaal proyeksiyalari aniqlanadi. Bunda A - kesishuv chizig'ining yuqori, B - quyi, E va F nuqtalar esa konusning ocherkiga tegishli nuqtalardir.

Kesishish chizig'i **AB** kesma ellipsning katta o'qi buylab, kichik o'qi esa **CD** kesma bo'ladi.



32-rasm.

Chiziqlisirtlar. Chiziqlisirtlarni tekislik va to'g'ri chiziq bilankesishishi.

Chiziqli sirtlar

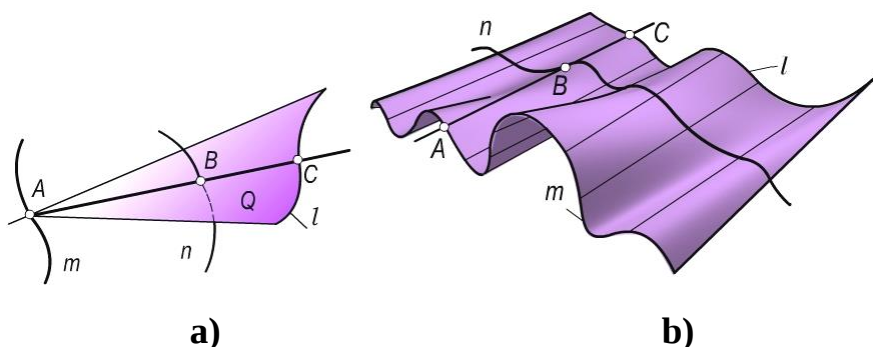
Ta'rif. To'g'ri chiziqning fazoda berilgan uchta (**m**, **n** va **l**) yo'naltiruvchi chiziqlarni kesib o'tib, uzluksiz harakatlanishidan hosil bo'lgan sirt **chiziqli sirt** deyiladi.

Bu sirtni uch yo'naltiruvchi chiziqli sirt deb yuritiladi. Bu chiziqli sirt aniqlovchi parametrlar orqali $\square(\mathbf{m}, \mathbf{n}, \mathbf{l})$ ko'rinishda yoziladi.

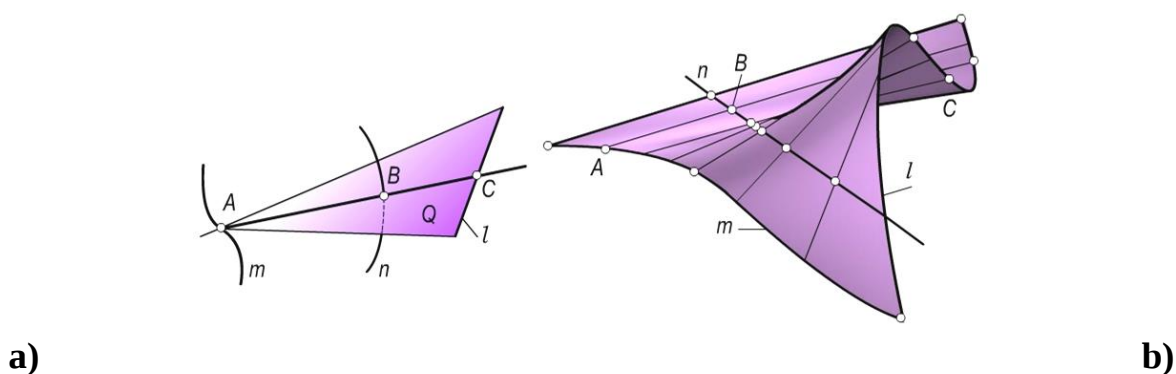
33,a-rasmda umumiy holdagi chiziqli sirtning hosil qilish ko'rsatilgan. Chiziqli sirtning bunday umumiy holi **qiyshiqsilindr** deyiladi. 34,b-rasmda qiyshiq silindrning yaqqol tasviri ko'rsatilgan.

Bu sirtning hosil bo'lish jarayoni quyidagichadir. **m**, **n** va **l** egri chiziqli yo'naltiruvchilar berilgan bo'ladi **m** chiziqda ixtiyoriy **A** nuqta tanlaymiz (34,a-rasm). **l** chiziqni yo'naltiruvchi qilib, (**A**, **l**) konus sirti hosil kilamiz. Bu konus **n** chiziq bilan biror **B** nuqtada kesishadi. **A, B, C** nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziq uch yo'naltiruvchi sirt(qiyshiq silindr)ning yasovchilaridan biri bo'ladi. Shuningdek, **m** ga tegishli bo'lgan barcha nuqtalarni konuslarning uchi deb qabul qilib, **l** chiziq

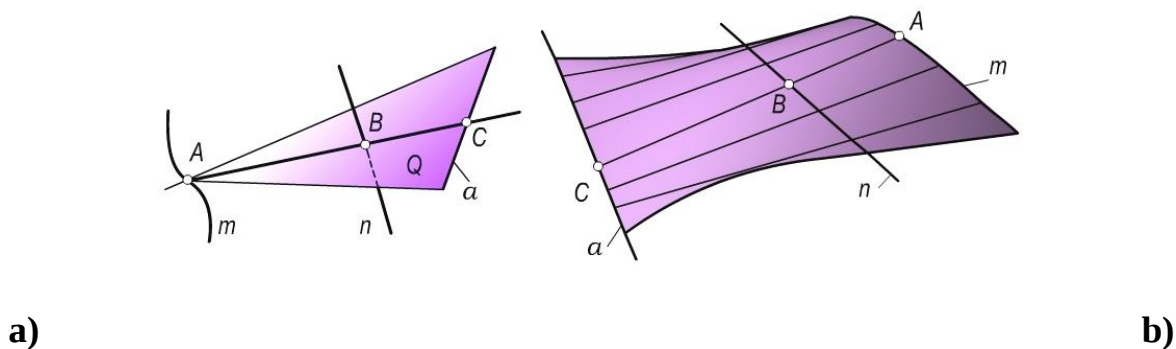
shu konuslarning yo'naltiruvchisi bo'lganda, bu konuslar **n** chiziq bilan kesishib, uning ustida konusga tegishli nuqtalar hosil qiladi. Bu nuqtalardan o'tuvchi chiziqlar qiyshiq silindr sirtining to'g'ri chiziqli yasovchilari to'plamini hosil qiladi.



34-rasm



35-rasm



36-rasm

Xususiyxollardayo'naltiruvchi**m**,
nva**l**egrichiziqlarningba'zilar yoki hammasito'g'richiziqbo'lishim mumkin. Bu to'g'ri
chiziqlardan birontasicheksiz uzoqlikda
(xosmas)bo'lishiyokiba'zilarinuqtako'rinishidabo'lishi ham mumkin.

Cheksiz uzoqlikda bo'lgan to'g'ri chiziqli yo'naltiruvchining vaziyati biror tekislik bilan beriladi va sirtning barcha yasovchilari unga parallel bo'ladi. Bu tekislik **parallellizm tekisligi** deyiladi.

Cheksiz uzoqlashtirilgan nuqtaning vaziyati biror to'g'ri chiziq bilan beriladi va sirtning barcha yasovchilari uning yo'nalishiga parallel bo'ladi.

Agar fazoda ixtiyoriy biror S nuqta tanlab u orqali $\square_2$ qiyshiq silindr sirtining yasovchilariga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazilsa, biror $\square_1$ konus sirti xosil bo'ladi. Bu konus sirt **yo'naltiruvchi konus** deb yuritiladi. Demak, qiyshiq silindr sirtini ikki egri chiziqdan iborat yo'naltiruvchilar ($\mathbf{m}$, $\mathbf{n}$) va yo'naltiruvchi konus $\square_1$ bilan ham berish mumkin. Bunday holda sirtni yasash algoritmi quyidagicha bo'ladi. $\mathbf{m}$ va $\mathbf{n}$ egri chiziqli yo'naltiruvchilar hamda S uchli $\square_1$ yo'naltiruvchi konus berilgan bo'lsin (8.23-rasm). $\mathbf{m}$ chiziq ustidagi ixtiyoriy A nuqtani biror $\square_2$ konusning uchi deb olib, $\square_2 \parallel \square_1$ konus yasaladi. So'ngra $\square_2 \cap \mathbf{n} = B$ nuqta aniqlanadi. A va B nuqtalar to'g'ri chiziq orqali tutashtirilib, qiyshiq silindrning to'g'ri chiziqli yasovchisi hosil qilinadi. A nuqtani $\mathbf{m}$ egri chiziq bo'yicha harakatlantirib, $\mathbf{n}$ chiziq ustida B nuqta singari qator nuqtalar xosil qilish mumkin. Qiyshiq silindrning bu usul bilan hosil bo'lishini geometrik tomondan quyidagicha analiz qilish mumkin. Sirtning $\mathbf{m}$ va $\mathbf{n}$ egri chiziqli yo'naltiruvchilari xos chiziqlar bo'lib, ℓ yo'naltiruvchi egri chiziq cheksiz uzoqlashtirilgan bo'ladi. Cheksiz uzoqlashtirilgan ℓ yo'naltiruvchining vaziyati yo'naltiruvchi konus orqali beriladi, ya'ni sirtning har bir to'g'ri chiziqli yasovchisi $\mathbf{m}$ va $\mathbf{n}$ chiziqlarni kesib, yo'naltiruvchi konusning mos yasovchisi bilan cheksiz uzoqlikda kesishadi.

Chiziqli sirtlar yoyiladigan va yoyilmaydigan sirtlarga bo'linadi.

Ta'rif. Cheksiz yaqin turgan ikki qo'shni yasovchilar (to'g'ri chiziq) o'zaro parallel yoki kesishuvchi bo'lib, tekis element hosil kilsa, bunday chiziqli sirtlar *yoyiladigan sirtlar* deyiladi

Yoyiladigan sirtlarga konus, silindr sirtlarni misol bo'laoladi.

Agar cheksiz yaqin turgan ikki qo'shni yasovchi (to'g'ri chiziq) o'zaro uchrashmas vaziyatda bo'lsa, bunday chiziqli sirtlar **yoyilmaydigan sirtlar** deyiladi.

Umumiy ma'lumotlar

Sirtlarning tekislik bilan kesishish chizig'i to'g'ri chiziq, siniq chiziq va egri chiziq tarzidagi tekis shakllardan iborat bo'lishi mumkin. Bu xol tekislik bilan qanday sirtning kesishishiga va sirt bilan tekislikning o'zaro vaziyatiga bog'liqdir.

Sirt bilan tekislikni kesishish chizig'ining shaklini uni yasashdan oldin bilish mumkin. Ana shunga ko'ra uni yasashning biror usuli tanlanadi. Agar kesishish chizig'i to'g'ri chiziq bo'lsa, uning ikki nuqtasini, siniq chiziq bo'lsa, uning sinish nuqtalari (uchlari) ni, egri chiziq bo'lsa, uning tayanch (xarakterli) va bir necha ixtiyoriy nuqtalarini topib, ular o'zaro tutashtiriladi.

Egri chiziqli sirtlarning tekislik bilan kesishish chizig'i, umumiy holda, egri chiziqdan iborat bo'ladi. bu chiziqni yasash uning tayanch nuqtalarini topishdan

boshlanadi. Tayanch nuqtalarga sirtlarning chetki yasovchilari – ocherklariga tegishli nuqtalar va proyeksiyalar tekisliklaridan eng uzoq va eng yaqin masofalarda bo‘lgan nuqtalar kiradi. Qolgan nuqtalar oraliq nuqtalar hisoblanadi.

Yuqorida kayd qilingan nuqtalar sirtga tegishli bo‘lganligi sababli bu nuqtalar shu sirtning yasovchilari, karkaslari, parallellari, meridianlari va x.k. chiziqlariga ham tegishli bo‘ladi. Shuning uchun sirtning tekislik bilan kesishish chizig‘ini yasash uchun sirtning shu chiziqlari bilan tekislikning kesishish nuqtalarini topishdan iborat bo‘ladi.

Chiziqli sirtning tekislik bilan kesishish chizig‘ini yasash uchun sirtning har bir yasovchisi bilan tekislikning kesishish nuqtalarini aniqlash lozim.

Demak, tekislikning ko‘pyoqlik yoki egri chiziqli sirtlar bilan kesishish chizig‘ini yasash to‘g‘ri chiziq yoki egri chiziqning tekislik bilan kesishish nuqtalarini topishga asoslanadi.

Sirtlarning proyeksiyalovchi tekisliklar bilan kesishishi

Odatda, kesim chizig‘i konturining proyeksiyalarini yasash uning tayanch nuqtalarini topishdan boshlanadi.

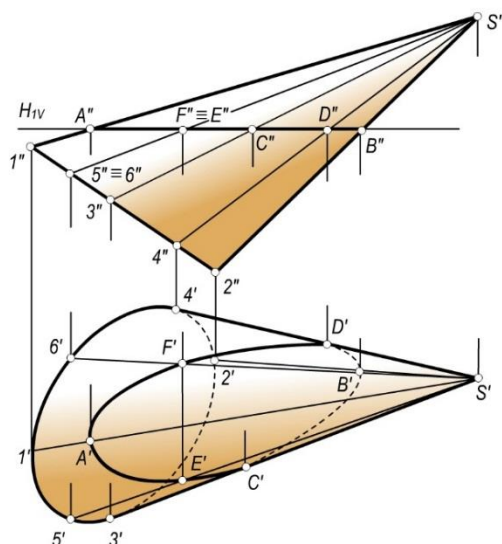
Agar sirtni kesuvchi tekislik proyeksiyalovchi bo‘lsa, kesim chizig‘ining proyeksiyalarini yasash soddalashadi, chunki bu holda kesishish chizig‘ining proyeksiyalaridan biri to‘g‘ri chiziq kesmasidan iborat bo‘ladi.

Quyida ba’zi sirtlarning proyeksiyalovchi tekisliklar bilan kesishishini ko‘rib chiqamiz.

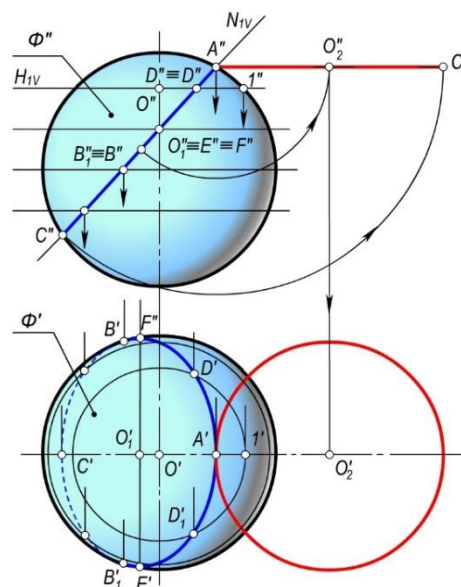
1-masala. Og‘ma elliptik konusning $H_1(H_{1V})$ gorizont tekislik bilan kesishish chizig‘i yasalsin (37-rasm).

Echish. Konusning bir necha yasovchilari o‘tkaziladi va ularning kesuvchi tekislik bilan kesishish nuqtalari belgilanadi.

Kesishish chizig‘ining $A''B''$ frontal proyeksiyasi kesuvchi tekislikning frontal izi bilan ustma-ust tushadi. $A(A', A'')$ va $B(B', B'')$ nuqtalar kesimni o‘ng va chap tomondan chegaralovchi nuqtalardir. Ularning A' va B' gorizont proyeksiyasi ular orqali o‘tuvchi S_1 va S_2 yasovchilarning gorizont proyeksiyalari S'_1 va S'_2 larda bo‘ladi. Konusning gorizont ocherk yasovchilari S'_3, S'_4 bilan H_1 tekislikning kesishish nuqtalarini yasash uchun bu yasovchilarning frontal S''_3 va S''_4 proyeksiyalari bilan tekislikning H_{1V} izining kesishish nuqtalari C'' va D'' lar belgilab olinadi. Bu nuqtalardan proyeksion bog‘lanish chiziqlari o‘tkaziladi va ularning S'_3, S'_4 yasovchilar bilan kesishgan nuqtalari C' va D' nuqtalar topiladi.



37-rasm.



38-rasm.

Kesimning oraliq nuqtalarini yasash uchun $A''B''$ kesmada ixtiyoriy $E'' \equiv F''$ nuqtalar belgilab olinadi. Bu nuqtalar orqali $S''5'' \equiv S''6''$ yasovchilarning frontal proyeksiyalari o'tkaziladi, so'ngra ularning $S'5'$ va $S'6'$ gorizontal proyeksiyalari ustida E' va F' belgilab olinadi. Shu tarzda yana bir necha nuqtalarning gorizontal proyeksiyalari yasaladi.

Gorizontal proyeksiyada kesimning ko'rinishligi quyidagicha aniqlanadi. Konusning $4', 6', 1', 5'$ va $3'$ nuqtalaridan o'tgan yasovchilarga tegishli D', F', A', E' va C' nuqtalar ko'rinadi. Qolgan nuqtalar esa ko'rinmaydi. Shunga asosan kesimning D', F', A', E', C' qismi uzluksiz tutash chiziq bilan, D', B', C' qismi esa shtrix chiziq bilan tekis tutashtiriladi.

2-masala. Sferaning N frontal proyeksiyalovchi tekislik bilan kesishuv chizig'i proyeksiyalari yasalsin (38-rasm).

Echish. Kesimning $A''C''$ frontal proyeksiyasi tekislikning N_V frontal izi bilan ustma-ust tushadi. Kesimning gorizontal proyeksiyasi esa nuqtalarning sferaga tegishlilik shartiga ko'ra yasaladi. B va B_1 nuqtalar sferaning ekvatoriga tegishli bo'lganligi uchun ularning B' va B_1' gorizontal proyeksiyalari gorizontal proyeksiyaning ocherkida belgilab olinadi. A va C nuqtalarning gorizontal proyeksiyalari A' va C' nuqtalar esa sfera bosh meridianining gorizontal proyeksiyasida yotadi.

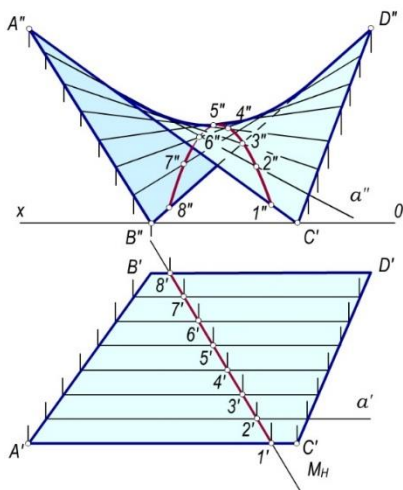
Kesimga tegishli ixtiyoriy D va D_1 nuqtalarning D' va D_1' gorizontal proyeksiyalarini yasash uchun $D'' \equiv D_1''$ nuqta orqali gorizontal tekislikning H_{IV} frontal izi o'tkaziladi. Bu tekislik sferani radiusi $0''1''$ ga teng bo'lgan aylana bo'yicha kesadi. Bu aylanani gorizontal proyeksiyasida D' va D_1' nuqta xosil qilinadi.

Oraliqdagi boshqa ixtiyoriy nuqtalarning gorizontal proyeksiyalari ham xuddi shunday yasaladi.

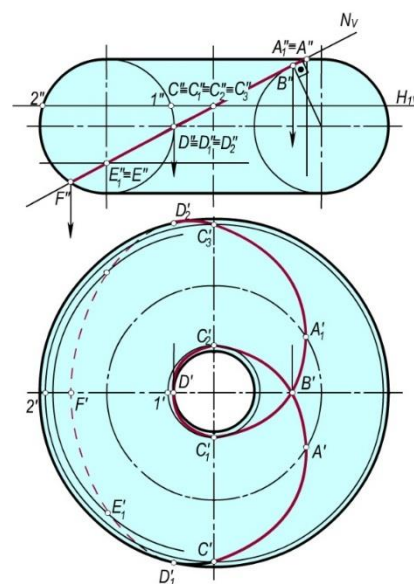
Gorizontal proyeksiyada sferaning ekvatoridan yuqorida joylashgan hamma nuqtalar ko‘rinadi, ekvatoridan pastki qismida joylashgan nuqtalar esa ko‘rinmaydi. Shunga ko‘ra ekvatoridan yuqorida joylashgan A, D, D_1, E, F, B va B_1 nuqtalarning gorizontal proyeksiyalari A', D', D_1', E', F', B' va B_1' nuqtalar ko‘rinadi. Qolgan nuqtalar esa ekvatorning pastki qismida yotganligi uchun ko‘rinmaydi. Bu yerda A, B, B_1 va C lar tayanch nuqtalar bo‘ladi. Rasmda kesim yuzining haqiqiy kattaligini yasash aylantirish usulida bajarib ko‘rsatilgan.

3-masala. V parallellizm tekisligiga ega bo‘lgan giperbolik paraboloidning $M(M_H)$ gorizontal proyeksiyalovchi tekislik bilan kesishish chizig‘i proyeksiyalari yasalsin (39-rasm).

Yechish. Kesishish chizig‘ining gorizontal proyeksiyasi tekislikning M_H izi bilan ustma-ust tushadi. Uning frontal proyeksiyasini yasash uchun giperbolik paraboloid (qiyshiq tekislik) ning bir necha yasovchilari o‘tkazilib, ularning M tekislik bilan kesishish nuqtalari belgilanadi. Masalan, qiyshiq tekislik $\alpha(a', a'')$ yasovchisining M tekislik bilan kesishish nuqtasini yasash uchun a' ya- sovchi va kesuvchi tekislikning M_H gorizontal izining kesishish nuqtasi $2'$ belgilab olinadi. So‘ngra $2'$ nuqtadan proyeksion bog‘lanish chizig‘i chiqarilib a'' dagi frontal proyeksiyasi $2''$ aniqlanadi. Kesimning $3(3', 3'') \dots 7(7', 7'')$ nuqtalarini yasash $2(2', 2'')$ nuqtani yasash kabi bajariladi.



39-rasm.



40-rasm.

4-masala. Torning frontal proyeksiyalovchi $N(N_V)$ tekislik bilan kesishish chizig‘i proyeksiyalari yasalsin (9.4-rasm).

Yechish. Kesishish chizig‘ining frontal proyeksiyasi tekislikning frontal izi N_V bilan ustma-ust tushgan. Uning gorizontal proyeksiyasini yasash uchun frontal

proyeksiyada tayanch nuqtalarning $A'' \equiv A_1''$, B'' , $D'' \equiv D_1'' \equiv D_2''$ va F'' frontal proyeksiyalari belgilab olinadi. Bu nuqtalar torga tegishli bo'lganligi uchun ularning gorizontaal proyeksiyalarini yasash qiyin emas. Oraliqdagi ixtiyoriy nuqtalarning proyeksiyalari esa quyidagicha yasaladi. Kesimning frontal proyeksiyasida ixtiyoriy $C'' \equiv C_1'' \equiv C_2'' \equiv C_3''$ nuqtalar belgilanadi. Keyin ular orqali yordamchi gorizontaal H_1 tekislikning H_{1V} izi o'tkaziladi. Bu tekislik torni radiuslari $0''1''$ va $0''2''$ kesmalarga teng bo'lgan aylanalar (parallellar) bo'yicha kesadi. Bu aylanalarning gorizontaal proyeksiyalarini yasab, $C'' \equiv C_1'' \equiv C_2'' \equiv C_3''$ nuqtalardan tushirilgan proyeksion bog'lovchi chiziq bilan kesishish nuqtalari C' , C'_1 , C'_2 va C'_3 lar belgilab olinadi. Xuddi shuningdek boshqa oraliq nuqtalar ham yasaladi. Hosil bo'lgan nuqtalarning ko'rinishligini torning ekvatoriga nisbatan aniqlab, ularni tekis egri chiziq bilan tutashtirsak, bu holda **Paskal chig'anog'ideb** nomlangan egri chiziq hosil bo'ladi.

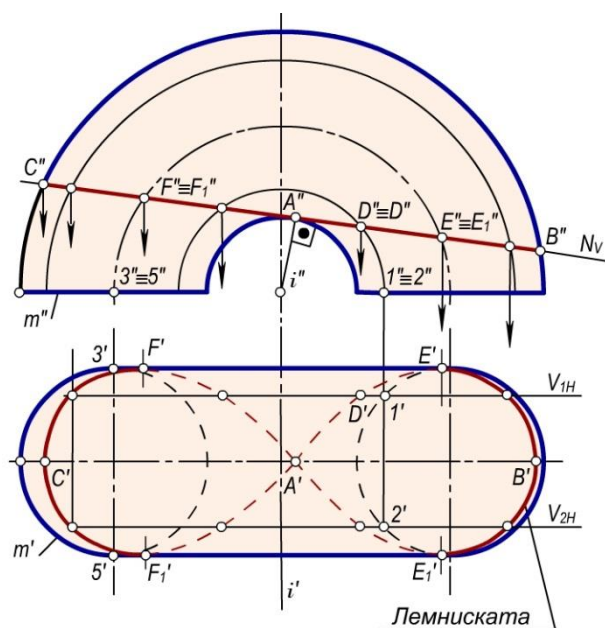
5-masala. Berilgan tor sirtining $N(N_V)$ tekislik bilan kesishish chizig'i proyeksiyalari yasalsin (41-rasm).

Yechish. Chizmadan ko'rinib turibdiki, kesuvchi tekislik torning ichki konturiga urinma vaziyatda o'tkazilgan. Bu holda torning bunday kesimi **lemniskata** egri chizig'i deb yuritiladi.

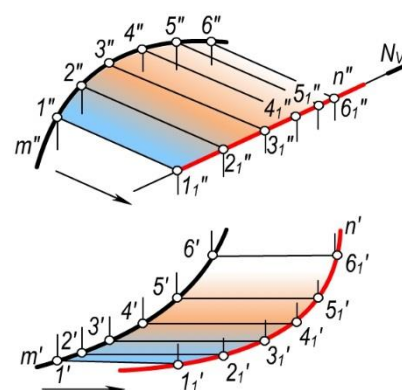
Kesishish chizig'ining frontal proyeksiyasi kesuvchi tekislikning N_V frontal izi bilan ustma-ust tushadi. Uning gorizontaal proyeksiyasini yasash uchun torni V_1 , V_2 yordamchi frontal tekisliklar bilan kesiladi. Hosil bo'lgan parallellarni $N(N_V)$ tekislik bilan kesishish nuqtalari A'', B'', C'', D'', E'' va F'' lar belgilanadi. So'ngra bu nuqtalarning gorizontaal proyeksiyalari tegishli tekisliklar izlarida topiladi va o'zaro silliq chiziq bilan tutashtiriladi. Gorizontaal proyeksiyada kesishuv chizig'ining ko'rinishligi aniqlanadi. Bu lemniskata deb nomlangan egri chiziqdir. Bunda tor yasovchisi $m(m', m'')$ ning m' gorizontaal proyeksiyasiga tegishli $3', 4', 5' \dots$ nuqtalardan o'tgan parallellardagi F'_1, C', F' va E'_1, B', E' nuqtalar ko'rinadi. Qolgan nuqtalar esa ko'rinmaydi.

6-masala. Ixtiyoriy silindrik sirtning $m(m', m'')$ yo'naltiruvchisi va yasovchilarining yo'nalishi bilan berilgan. Mazkur sirtning $N(N_V)$ frontal proyeksiyalovchi tekislik bilan kesishish chizig'i proyeksiyalari yasalsin (42-rasm).

Yechish. Bu sirtning $N(N_V)$ tekislik bilan kesishish chizig'ining proyeksiyalarini yasash uchun $m(m', m'')$ yo'naltiruvchi chiziqda ixtiyoriy $1(1', 1'')$, $2(2', 2'')$, $3(3', 3'')$... nuqtalarni belgilab, ular orqali silindrning yasovchilari o'tkazilib, bu yasovchilarning berilgan $N(N_V)$ tekislik bilan kesishish nuqtalari $1_1(1'_1, 1''_1)$, $2(2'_1, 2''_1)$, $3(3'_1, 3''_1)$... lar belgilab olinadi va ular $n(n', n'')$ tekis egri chiziq bilan tutashtiriladi.



41-shakl.



42-shakl.

9.3-§. Konus kesimlari

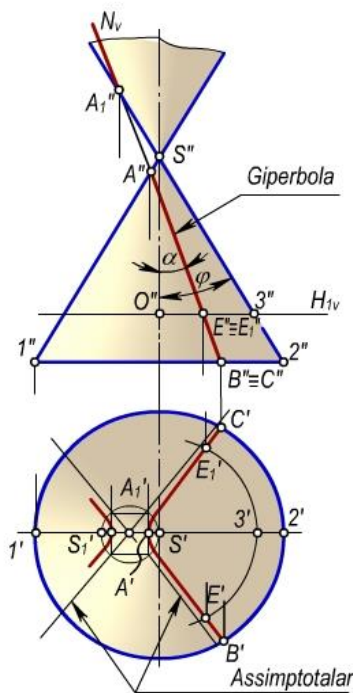
Doiraviy konus sirtning tekislik bilan kesishishidan hosil bo'lgan chiziqlar konus kesimlari yoki ikkinchi tartibli chiziqlar deyiladi. Bu chiziqlar oilasiga o'zaro kesuvchi ikki to'g'ri chiziqlar aylana parabola, giperbola, ellips kiradi. Bu oilaga mansub chiziqlarning hosil bo'lishi kesuvchi tekislikning konus o'qiga va uning yasovchilariga nisbatan vaziyatiga bog'liq bo'ladi.

Kesuvchi tekislik konusning uchidan o'tib, yasovchilardan birortasi bilan kesishmasa, u holda kesimda nuqta hosil bo'ladi (43-rasm).

Kesuvchi tekislik konus o'qi orqali o'tsa, kesimda o'zaro kesuvchi ikki to'g'ri chiziq hosil bo'ladi (43-rasm).

Kesuvchi tekislik konus o'qiga perpendikulyar bo'lib, uning uchidan o'tmasa, kesimda aylana hosil bo'ladi (43-rasm).

Teorema. Aylanma konusning tekislik bilan kesishuvidan hosil bo'lgan kesimning konus o'qiga perpendikulyar bo'lgan tekislikdagi to'g'ri burchakli proyeksiyasi 2-tartibli egri chiziq bo'lib, uning fokuslaridan biri konus uchining shu tekislikdagi proyeksiyasi bo'ladi.



Kesuvchi tekislik konusning barcha yasovchilarini kesib, $\alpha \neq 90^\circ$ bo'lsa, kesimda *ellips* hosil bo'ladi (43-rasm).

Kesuvchi tekislik frontal proyeksiyalovchi bo'lganligi sababli ellipsning frontal proyeksiyasi to'g'ri chiziq kesmasi $A''B''$ dan iborat bo'ladi. Ayni vaqtda $A''B''$ kesma ellipsning katta o'qi bo'ladi. Uning kichik o'qi $C'D'$ kesma katta o'qi $A'B'$ ga perpendikulyar bo'lib, kesishish nuqtasida har ikkala o'q bir-birini teng ikkiga bo'ladi.

A va B nuqtalarning gorizontal proyeksiyalari A' va B' bevosita $S'3'$ va $S'4'$ yasovchilarda belgilab olinadi. C va D nuqtalarning gorizontal proyeksiyalarini topish uchun $C'' \equiv D''$ nuqta orqali $H_1(H_{1V})$ gorizontal tekislik o'tkaziladi. Radiusi $0''1''$ kesmaga teng bo'lgan aylana O' markaz bo'yicha chiziladi. $C'' \equiv D''$ nuqtadan proyeksion bog'lanish chizig'i o'tkazilib, uning $0''1'' = 0'1'$ radiusli aylana bilan kesishish nuqtalari C' va D' lar belgilab olinadi. Gorizontal proyeksiyada ellipsni katta ($A'B'$) va kichik ($C'D'$) o'qlari bo'yicha yasash mumkin. Kesimga tegishli oraliq nuqtalardan bir nechitasi yasaliib, ular o'zaro tutashtirilsa ellips hosil bo'ladi. Shunday nuqtalardan E' va F' larni yasashni ko'rib chiqaylik. A'' va B'' nuqtalar orasida ixtiyoriy $E'' \equiv F''$ nuqta olib, u orqali $H_2(H_{2V})$ gorizontal tekislik o'tkaziladi. Bu tekislikning konus bilan kesishish chizig'i bo'lgan aylananing gorizontal proyeksiyasi bo'lgan $0''2''$ radiusli aylana chiziladi. Bu aylana bilan $E'' \equiv F''$ nuqtadan tushirilgan proyeksion boglanish chizig'ining o'zaro kesishishidan E' va F' nuqtalar hosil bo'ladi. Bu nuqtalarni konusning $S4(S'4', S''4'')$ va $S5(S'5', S''5'')$ yasovchilari orqali ham topish mumkin.

Parabolik kesim. Kesuvchi tekislik konusning yasovchilaridan biriga parallel qilib o'tkazilsa, kesimda *parabola* hosil bo'ladi (44-rasm).

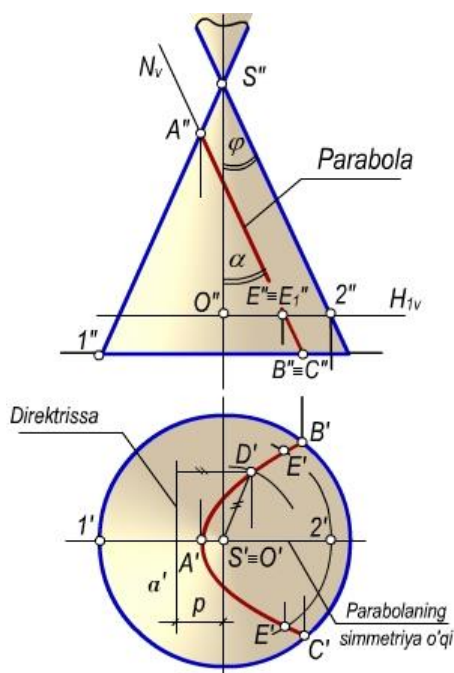
Kesuvchi tekislik konusning uchidan o'tmagan va $\alpha \neq \varphi$ bo'lgan holda ham kesimda **parabola** hosil bo'ladi.

Rasmda to'g'ri doiraviy konus bilan $N(N_V)$ tekislikning kesishuvi ko'rsatilgan. Kesuvchi tekislik frontal proyeksiyalovchi bo'lganligi sababli parabolaning frontal proyeksiyasi tekislikning N_V frontal izi bilan ustma-ust tushadi. Uning gorizontal

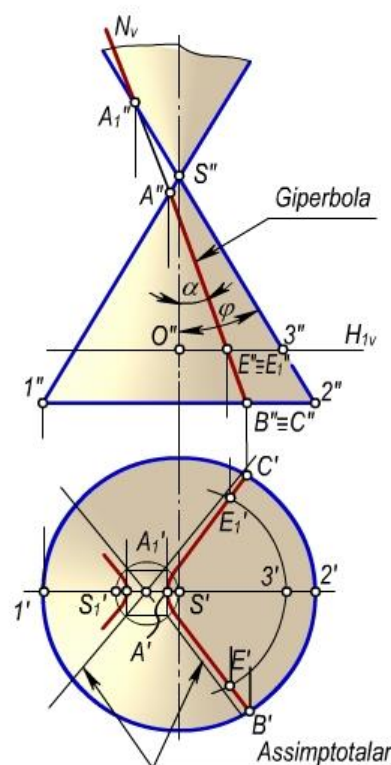
proyeksiyasi parabola bo'lganligi uchun uni A' uchi, S' fokusi hamda α' direktrissasi bo'yicha yasash mumkin. A' nuqtani bevosita $S'1'$ yasovchida belgilab olinadi, uning chap tomonida $A'S'$ masofada α' direktrissasi parabolaning simmetriya o'qiga perpendikulyar qilib o'tkaziladi.

Kesimga tegishli ixtiyoriy nuqtalarni quyidagicha topish ham mumkin. $A''B''$ kesimda ixtiyoriy $E'' \equiv E_1''$ nuqta belgilab olinadi. Bu nuqta orqali H_1 gorizontal tekislikning frontal H_{1V} izi o'tkaziladi. Bu tekislik konusni $R=0''2''$ radiusli aylana bo'yicha kesadi. Bu aylananing gorizontal proyeksiyasi bilan $E'' \equiv E_1''$ nuqtadan tushirilgan proyeksion boglanish chizig'i o'zaro kesishib E' va E' nuqtalarni hosil qiladi.

Giperbolik kesim. Kesuvchi tekislik konusning ikkita yasovchisiga parallel bo'lsa, u konusni **giperbola** bo'yicha kesib o'tadi. Bunda $\alpha < \varphi$ bo'ladi. Bunday tekisliklar xususiy holda konus o'qiga parallel bo'ladi (9.9-rasm).



44-pacm



45-pacm.

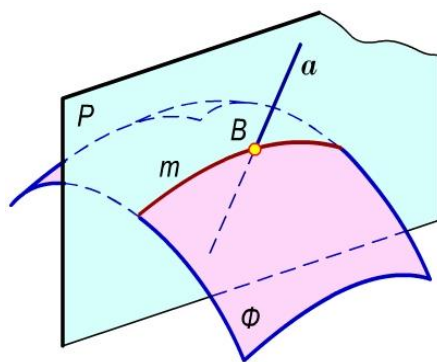
Rasmda berilgan to'g'ri doiraviy konusning $N(N_v)$ frontal proyeksiyalovchi tekislik bilan kesishishi ko'rsatilgan. Bu holda ham kesuvchi tekislik frontal proyeksiyalovchi bo'lganligi uchun giperbolaning frontal proyeksiyasi tekislikning N_v frontal izi bilan ustma-ust tushadi. A' va A_1' nuqtalar giperbolaning uchlari bo'lib, ular $S'1'$ va $S'2'$ yasovchilarda belgilab olinadi. S' va S_1' nuqtalar giperbolaning fokuslaridir. Giperbolani uchlari, fokuslari va asimptotalari bo'yicha yasash mumkin. Kesim (giperbola) ga tegishli ixtiyoriy E' va E_1' nuqtalar konusni aylana bo'yicha kesuvchi yordamchi H_1 gorizontal tekislik o'tkazish bilan topilgan.

Sirtlarni to'g'ri chiziq bilan kesishishi

To'g'ri chiziq bilan sirtlarning kesishish nuqtalari sirtlarning tekislik bilan kesishish chizig'ini yasashga asoslanib topiladi. Umuman, biror a to'g'ri chiziq bilan $\square$ sirtning kesishish nuqtasi quyidagicha aniqlanadi (9.10-rasm):

- Berilgan a to'g'ri chiziq orqali ixtiyoriy yordamchi P tekislik o'tkaziladi. $P \supset a$.
- $\square$ sirt bilan P tekislikning kesishish chizig'i m yasaladi. $\square \cap P = m$.
- m chiziq bilan berilgan a to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasi B belgilab olinadi: $a \cap m = B$.

Ma'lumki, berilgan to'g'ri chiziq orqali istalgancha tekislik o'tkazish mumkin. Masalalarni osonroq yechish uchun to'g'ri chiziq orqali yordamchi tekislik proyeksiyalovchi vaziyatda o'tkaziladi. Bu holda masalaning yechilishi soddalashadi. Berilgan sirt silindrik yoki konus sirt bo'lganda, to'g'ri chiziq orqali silindr yasovchilariga parallel yoki konus uchidan umumiy vaziyatdagi tekislik o'tkazish qulay.



46-rasm

1-masala. Berilgan a to'g'ri chiziq bilan $\square$ og'ma elliptik silindrning kesishish nuqtalari yasalsin (47, 48-rasmlar).

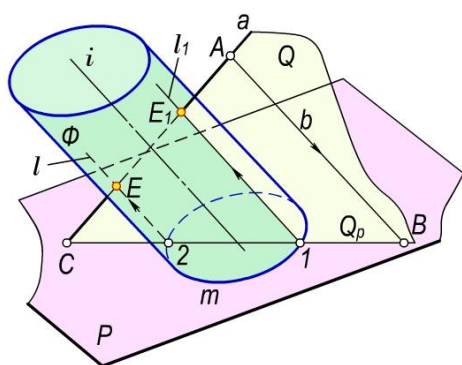
Yechish. Kesishish nuqtalari E va E_1 larni yasash quyidagicha bajariladi:

- berilgan a to'g'ri chiziq orqali silindrning yasovchilariga parallel qilib ixtiyoriy Q tekislik o'tkaziladi. Buning uchun a to'g'ri chiziqqa tegishli ixtiyoriy A nuqtani belgilab olib, u orqali b to'g'ri chiziqni silindrning yasovchilariga parallel qilib o'tkaziladi. Kesishuvchi a va b to'g'ri chiziqlar yordamchi Q tekislikni ifodalaydi;
- Q tekislik bilan $\square$ silindrning kesishish chiziqlari ℓ va ℓ_1 yasovchilar yasaladi. Buning uchun Q tekislik va silindrning asos tekisligi P ning o'zaro kesishish chizig'i BC yasaladi. BC to'g'ri chiziqning silindr asosi m bilan kesishish nuqtalari 1 va 2 orqali ℓ va ℓ_1 yasovchilar (kesishish chiziqlari) o'tkaziladi;

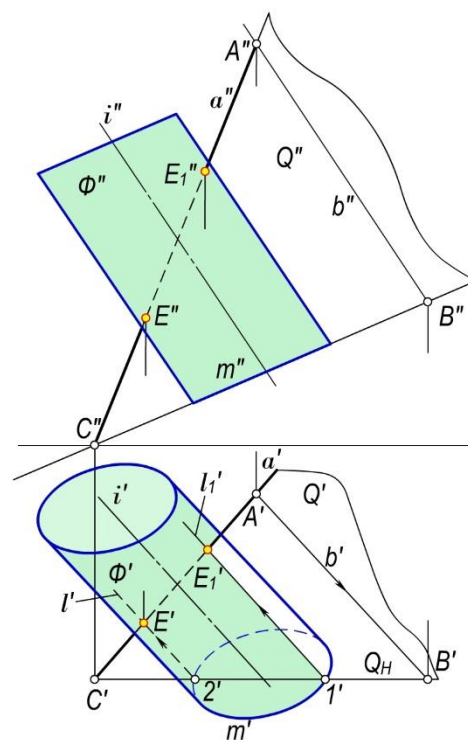
- berilgan α to'g'ri chiziq bilan ℓ va ℓ_1 yasovchilarning kesishish nuqtalari E va E_1 belgilab olinadi.

2-masala. Asosi H tekislikka tegishli bo'lgan to'g'ri doiraviy konus sirti bilan α to'g'ri chiziqning kesishish nuqtalari aniqlansin (49, 50-rasmlar).

Yechish. Bu holda α to'g'ri chiziq orqali o'tuvchi yordamchi tekislik konusning uchidan o'tkaziladi.

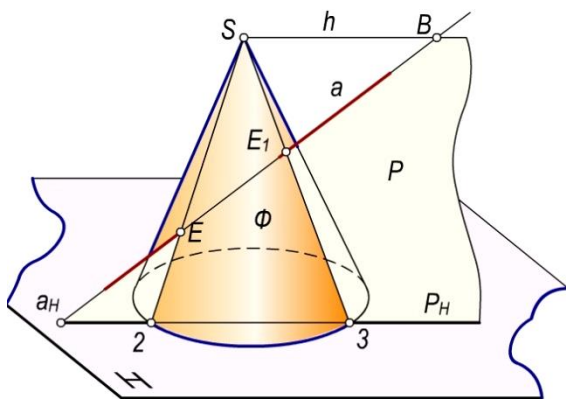


47-rasm

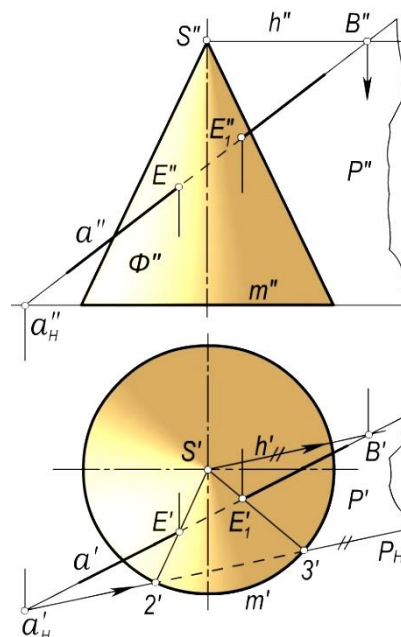


48-rasm

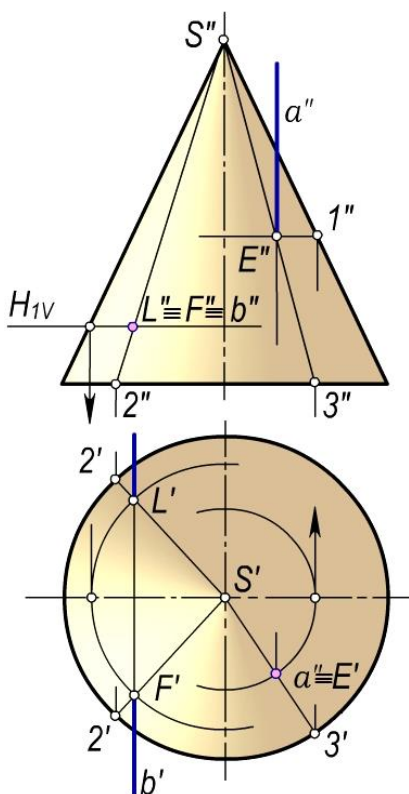
Rasmlarda bunday P tekislik o'zaro kesishuvchi α va h to'g'ri chiziqlar orqali berilgan. Bunda h gorizontali to'g'ri chiziq konusning S uchidan o'tkazilgan: $h \ni S$. Ushbu h gorizontali to'g'ri chiziq berilgan α to'g'ri chiziq bilan B nuqtada kesishadi.



49-rasm



50-rasm



9.15-pacm

P tekislikning P_H gorizontali izini yasab olamiz. Buning uchun a to'g'ri chiziqlarning a_H (a_H' , a_H'') gorizontali izini topib, u orqali gorizontali gorizontali proyeksiyasi h ga parallel qilib P_H iz o'tkaziladi. Konusning m' asosi tekislikning P_H izi bilan $2'$ va $3'$ nuqtalarda kesishadi. $2'$ va $3'$ nuqtalarni S' bilan tutashtirib, $S'2'$ va $S'3'$ yasovchilar hosil qilinadi. Bu yasovchilar a' to'g'ri chiziq bilan kesishib, E' va E_1' nuqtalarni xosil qiladi. E' va E_1' nuqtalardan proyeksiya bog'lanish chiziqlari o'tkazilib, a'' to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalari E'' va E_1'' belgilab olinadi.

3-masala. Xususiyl holda berilgan $a(a', a'')$ va $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqlarning to'g'ri doiraviy konus bilan kesishish nuqtalari aniqlansin (9.15-rasm).

Yechish.

Berilgan

a to'g'ri chiziqlar gorizontali proyeksiyalovchi, b to'g'ri chiziqlar frontal proyeksiyalovchi bo'lganligi sababli kesishish nuqtalarining bittadan proyeksiyalari E' va $F'' \equiv L''$ (mos ravishda gorizontali va frontal proyeksiyalari) ma'lum bo'lib qoladi. Bu nuqtalar orqali o'tuvchi yasovchilarning

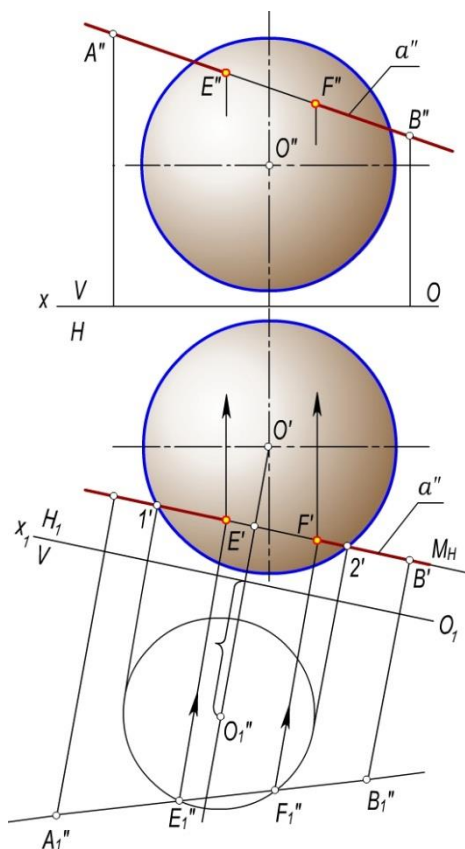
avvalo $S'3'$, $S''2'' \equiv S''2_1''$, so'ngra $S''3''$, $S'2'$ va $S'2_1'$ proyeksiyalari o'tkaziladi. a'' va $S''3''$ larning o'zaro kesishish nuqtasi E'' hamda b' bilan $S'2'$ va $S'2_1'$ larning kesishish nuqtalari F' va L' belgilab olinadi.

4-masala. To'g'ri chiziqning sfera bilan kesishish nuqtalari aniqlansin (9.16-rasm).

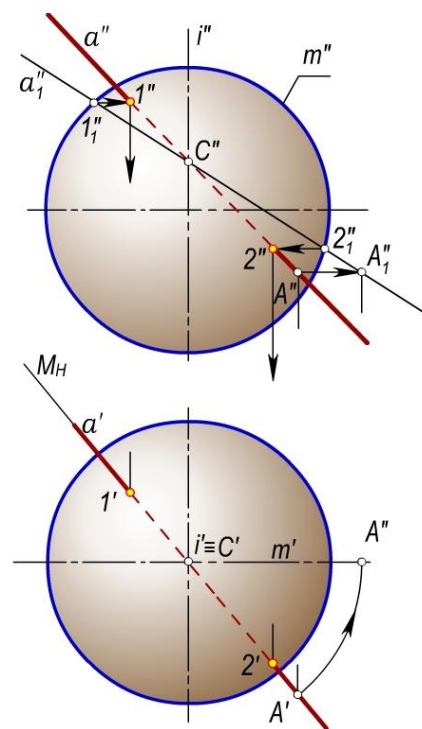
Yechish. Berilgan $a(a', a'')$ to'g'ri chiziqning sfera bilan kesishish nuqtalarini yasash uchun bu to'g'ri chiziq orqali $M(M_n)$ gorizontaal proyeksiyalovchi tekislik o'tkaziladi. Bu tekislik sferani diametri $1'2'$ kesmaga teng bo'lgan aylana bo'yicha kesadi. $1'2'$ diametrli aylananing gorizontaal proyeksiyasi tekislikning M_H izi bilan ustma-ust tushadi: $1'2' \equiv M_H$.

Berilgan a to'g'ri chiziq bilan 12 diametrli aylananing kesishish nuqtalari E va F larning proyeksiyalari quyidagicha yasaladi: V tekislik M ga parallel bo'lgan ixtiyoriy V_1 tekislik bilan almashtiriladi. Berilgan a to'g'richiziq va 12 diametrli aylanani V_1 tekislikka proyeksiyalar tekisliklarini almashtirish usuliga asosan proyeksiyalanadi. Hosil bo'lgan $0_1''$ markazli aylana va a'' to'g'ri chiziqning kesishish nuqtalari E'' va F'' lar belgilab olinadi. Bu nuqtalardan O_1X_1 proyeksiyalar o'qiga perpendikulyarlar o'tkazilib, ularning a' to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalari E' va F' lar aniqlanadi. Bu nuqtalardan esa OX o'qiga perpendikulyarlar chiqarilib, ularning a'' to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalari E'' va F'' lar belgilab olinadi.

Agar $a(a', a'')$ to'g'ri chiziq biror aylanish sirtining aylanish o'qi bilan kesishadigan vaziyatda berilgan bo'lsa (9.17-rasm), u holda to'g'ri chiziqni bu o'q atrofida aylantirib, uning aylanish sirti bilan kesishish nuqtalarini osongina yasash mumkin. Berilgan $a(a', a'')$ to'g'ri chiziq orqali o'tgan gorizontaal proyeksiyalovchi $M(M_H)$ tekislik sferani $m(m', m'')$ meridiani (aylana) bo'yicha kesadi (chizmada m'' ko'rsatilmagan). Bu meridian frontal tekislikka ellips bo'lib proyeksiyalanadi. Bu ellipsni chizmaslik maqsadida $m(m', m'')$ meridian va $a(a', a'')$ to'g'ri chiziq sirtning $i(i', i'')$ o'qi atrofida frontal vaziyatga kelguncha aylantiriladi. U holda $a(a', a'')$ to'g'ri chiziq $a_1(a_1', a_1'')$ vaziyatga, $m(m', m'')$ meridian esa $m_1(m_1', m_1'')$ vaziyatga keladi. a_1'' to'g'ri chiziq bilan m_1'' bosh meridianning kesishish nuqtalari $1_1''$, $2_1''$ lar yordamida $1''$, $2''$ hamda $1'$, $2'$ nuqtalar belgilab olinadi.



9.16-rasm.



9.17-rasm.

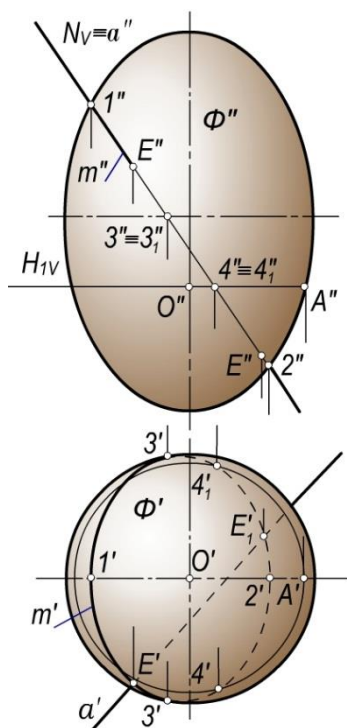
5-masala. Umumiy vaziyatdagi $a(a', a'')$ to'g'ri chiziqning $\square(\square', \square'')$ aylanma ellipsoid bilan kesishish nuqtalari $E(E', E'')$, $E_1(E_1', E_1'')$ aniqlansin (9.18-rasm).

Yechish. Bunda a to'g'ri chiziqning ellipsoid aylanish o'qi bilan kesishmaydigan vaziyati berilgan. Agar berilgan a to'g'ri chiziq ellipsoidning aylanish o'qi bilan kesishadigan bo'lsa, u holda bunday masalani 9.17-rasmida ko'rsatilgandek yechishimiz mumkin. Berilgan a to'g'ri chiziqning ellipsoid bilan kesishish nuqtalari E va E_1 larni yasash uchun to'g'ri chiziq orqali frontal proyeksiyalovchi $N(N_V)$ tekislik o'tkaziladi. $N(N_V)$ tekislikning ellipsoid bilan kesishish chizig'i $m(m', m'')$ yasaladi. Bu chiziqning berilgan to'g'ri chiziq bilan kesishuvida izlanayotgan nuqtalar hosil bo'ladi. Tekislikning N_V frontal izi, to'g'ri chiziqning a'' frontal proyeksiyasi va kesishish chizig'ining frontal proyeksiyasi m'' lar ustma-ust tushadi. Kesishish chizig'ining m' gorizontaal proyeksiyasini yasash uchun m'' ga tegishli ixtiyoriy nuqtalarni belgilab, ularning gorizontaal proyeksiyasini topish va ularni tekis egri chiziq bilan tutashtirish kerak. Ellipsoidning frontal konturiga tegishli $1(1', 1'')$ va $2(2', 2'')$ nuqtalarning gorizontaal proyeksiyalari $1'$ va $2'$ nuqtalar bevosita belgilab olinadi. Ixtiyoriy olingan $4(4', 4'')$ va $4_1(4_1', 4_1'')$ nuqtalarning $4'$ va $4_1'$ gorizontaal proyeksiyalarini yasash uchun $4'' = 4_1''$ nuqta orqali gorizontaal tekislikning frontal izi H_{1V} o'tkaziladi. So'ngra gorizontaal proyeksiyada radiusi $0'A' = 0''A''$ bo'lgan aylana chizamiz. $4 = 4_1''$ nuqtadan proyeksion bog'lanish chizig'ini tushirib, $0'A'$ radiusli

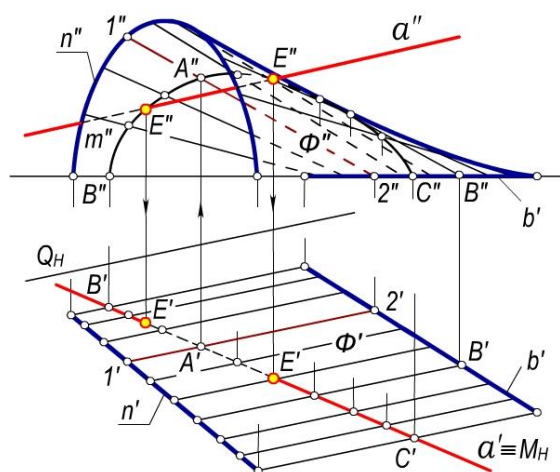
aylana bilan kesishish nuqtalari $4'$ va $4_1'$ lar belgilab olinadi. Qolgan nuqtalarning gorizontaal proyeksiyalari ham xuddi shunday yasaladi. a to'g'ri chiziq va m kesishish chizig'ining gorizontaal proyeksiyalari a', m' o'zaro kesishib E' va E_1' nuqtalarni xosil qiladi. E' va E_1' nuqtalardan proyeksion bog'lanish chiziqlarini chiqarib, ularning a'' frontal proyeksiya bilan kesishuvida E'' va E_1'' nuqtalar hosil qilinadi.

6-masala. $n(n', n'')$ va $b(b', b'')$ yo'naltiruvchilari va $Q(Qn)$ parallellizm tekisligi bilan berilgan konoidning $a(a', a'')$ to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalarini proyeksiyalari yasalsin (9.19-rasm).

Yechish. Bunda berilgan to'g'ri chiziq orqali gorizontaal proyeksiyalovchi $M(Mn)$ tekislik o'tkaziladi. Uning konoid bilan kesishish chizig'i $m(m', m'')$ yasaladi. $a(a', a'')$ to'g'ri chiziq va $m(m', m'')$ chiziqning o'zaro kesishish nuqtalari $E(E', E'')$ va $E_1(E_1', E_1'')$ lar belgilab olinadi.



9.18-rasm.



9.19-rasm.

Sirtlarning umumiy vaziyatdagi tekisliklar bilan kesishishi

Sirtlarning umumiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishish chiziqlari quyidagi algoritm asosida bajariladi:

- berilgan $\square$ sirt va Q tekislik yordamchi kesuvchi P_1 tekislik bilan kesiladi (9.20-rasm). P_1 yordamchi tekislikni shunday o'tkazish kerakki, uning $\square$ sirt bilan kesishi chizig'i to'g'ri chiziq yoki aylana singari sodda chiziq bo'lsin.
- yordamchi P_1 tekislik bilan $\square$ sirtning kesishish chizig'i m_1 yasaladi:
 $\square \cap P_1 = m_1$

- berilgan Q va P_1 tekisliklarning o'zaro kesishish to'g'ri chizig'i yasaladi: $Q \cap P_1 = a_1$;
- a_1 va m_1 chiziqlarning kesishish nuqtasi A_1 ni belgilab, $(A_1 = a_1 \cap m_1)$ olinadi. a_1 va m_1 chiziqlarining kesishish nuqtalari bitta yoki ko'p bo'lishi mumkin.

Yuqorida bayon qilingan yasashlarga asosan $P_2, P_3, \dots$ tekisliklar o'tkazilib $A_2, A_3, \dots$ nuqtalar xolati aniqlanadi.

Bu nuqtalar o'zaro tutashtirilib, $\square$ sirt bilan Q tekislikning kesishishidan hosil bo'lgan tekis egri chizig'i ℓ hosil qilinadi.

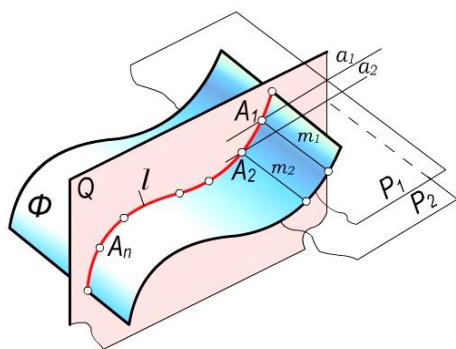
$\square$ sirtning Q tekislik bilan kesishish chizig'ini shu sirt yasovchilarning tekislik bilan kesishish nuqtalarini topish orqali ham yasash mumkin.

1-masala. To'g'ri doiraviy silindrning $Q(Q', Q'')$ tekislik bilan kesishish chizig'ini proyeksiyalari yasalsin.

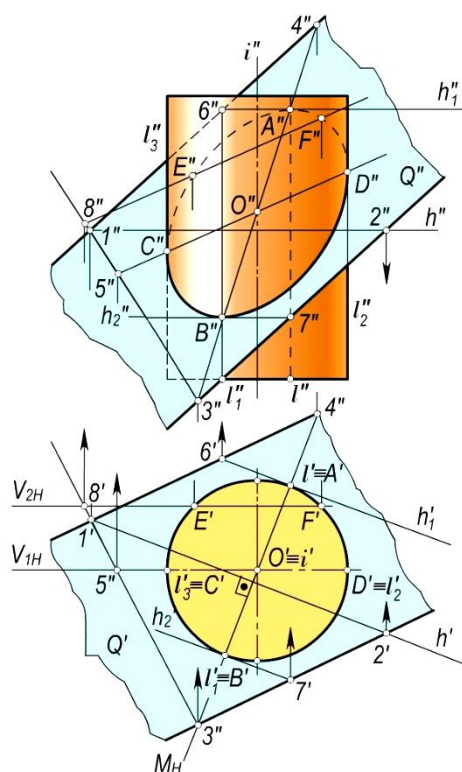
Yechish. Bunda $A(A', A'')$ yuqori va $B(B', B'')$ quyi nuqtalarni topish ikki xil usulda ko'rsatilgan. Bu usullardan biri-urinma gorizontallar o'tkazishdir. Yuqori va quyi nuqtalar kesuvchi tekislikning silindrga urinma vaziyatda o'tkazilgan h_1 va h_2 gorizontallarga tegishli bo'ladi.

Ikkinchisi A va B nuqtalarni silindrning $i(i', i'')$ o'qi orqali o'tuvchi va Q tekislikka perpendikulyar bo'lgan $M(M_H)$ tekislik yordamida ham topish mumkin. Buning uchun Q tekislikning ixtiyoriy h gorizontali o'tkaziladi. Uning h' gorizantal proyeksiyasiga perpendikulyar ravishda silindirning i o'qi orqali M tekislikning gorizantal Mn izi o'tkaziladi. Bu tekislik silindrni ℓ va ℓ_1 yasovchilari bo'yicha, berilgan Q tekislikni esa 34 to'g'ri chiziq bo'yicha kesadi. 34 kesishish chizig'i va l, l_1 yasovchilarning frontal proyeksiyalari 3"4" hamda l', l'' larning o'zaro kesishuvidan A'' va B'' nuqtalar hosil bo'ladi. Yuqori va quyi nuqtalarning A' va B' proyeksiyalari silindr asosining proyeksiyasiga tegishli bo'ladi.

Silindr ocherkiga tegishli C va D nuqtalar shu ocherkni ifodalovchi l_2 , va l_3 yasovchilarning Q tekislik bilan kesishuvida hosil bo'lgan, oraliqdagi E va F nuqtalar esa C hamda D nuqtalar singari topiladi.



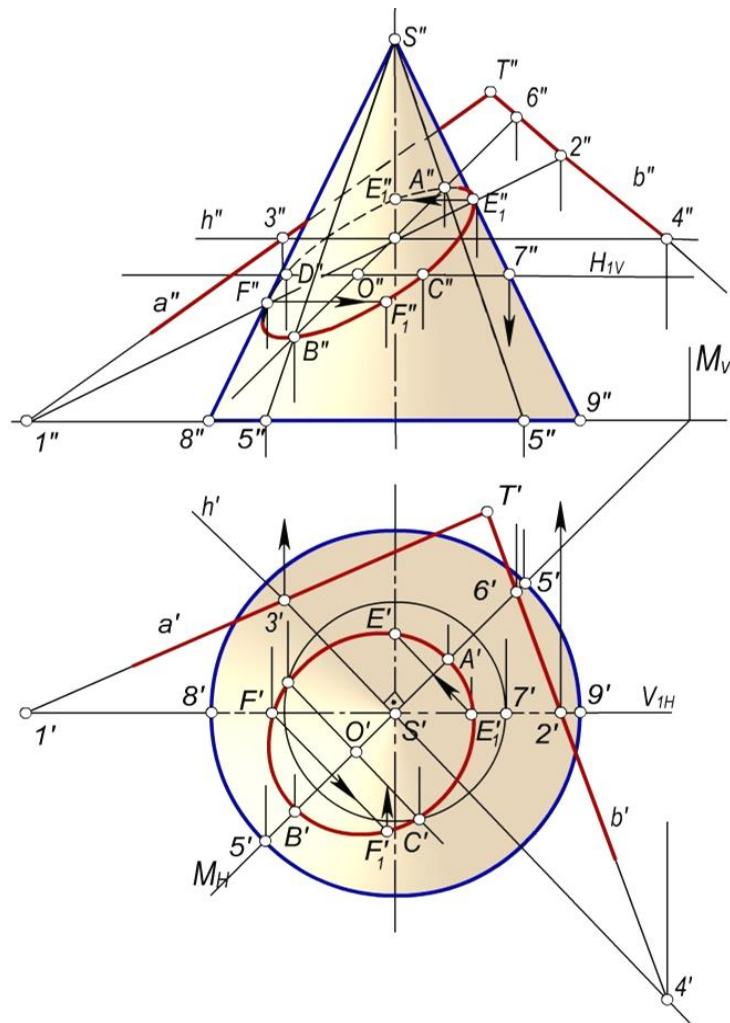
9.20-pacm.



9.21-pacm.

2-masala. To'g'ri doiraviy konusning berilgan tekislik bilan kesishuvidagi kesim yuza proyeksiyalari yasalsin (9.22-rasm).

Yechish. Kesuvchi tekislik o'zaro kesishuvchi $a(a', a'')$ va $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqlar bilan berilgan. Dastlab tayanch nuqtalarning topilishini ko'rib chiqamiz. Kesishish chizig'ini konus ocherkiga tegishli, ya'ni konus chetki yasovchilari $S9$ va $S8$ larning berilgan tekislik bilan kesishish nuqtalari E, F lar quyidagicha topiladi: $S9$ va $S8$ yasovchilar orqali yordamchi V_{H1} frontal tekislik o'tkaziladi. U berilgan $(a \cap b)$ tekislikni $12 (1'2', 1''2'')$ to'g'ri chiziq, konusni esa $S8(S'8', S''8'')$ va $S9(S'9', S''9'')$ yasovchilar bo'yicha kesadi. 12 to'g'ri chiziq bilan $S8$ va $S9$ yasovchilarning kesishuvidan $E(E', E'')$ va $F(F', F'')$ nuqtalar hosil bo'ladi.



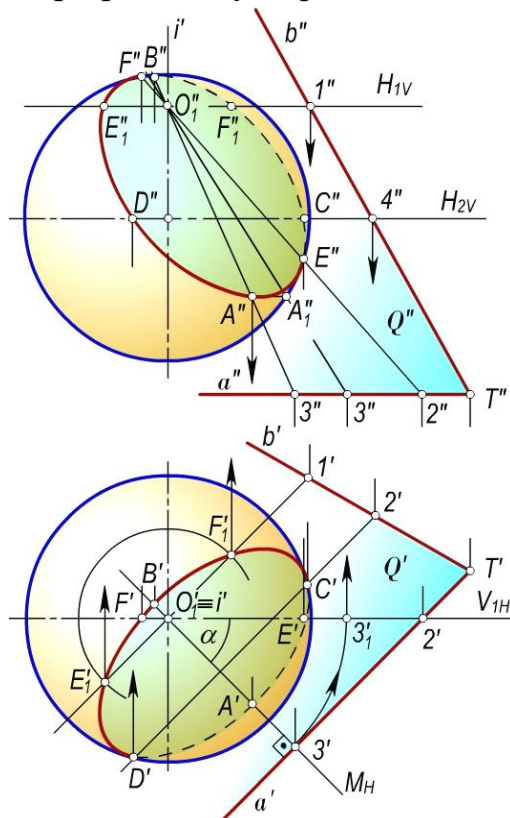
9.22-rasm.

Kesimning yuqori va quyi nuqtalar esa konusning i o'qi orqali o'tuvchi va berilgan tekislikka perpendikulyar bo'lgan yordamchi $M(M_H)$ tekislikdan foydalanib topiladi. Buning uchun berilgan tekislikning ixtiyoriy $h(h', h'')$ gorizontali o'tkaziladi. Bugorizontali h_1' proyeksiyasiga perpendikulyar qilib, S' nuqta orqali yordamchi M tekislikning M_H izi o'tkazamiz. M tekislikning konus bilan kesishishi chiziqlari S_5 va S_5' yasovchilar hamda berilgan tekislik bilan kesishish chizig'i $S_16(S_1'6', S_1''6'')$ larning frontal proyeksiyalari o'tkaziladi. Ular o'zaro kesishib, mos ravishda quyi B va yuqori A nuqtalarning frontal proyeksiyalari B'' va A'' nuqtalarni hosil qiladi. A va B nuqtalar orasidagi masofa kesim yuza – ellipsning katta o'qi bo'ladi. Uning kichik o'qi CD ni topish uchun AB kesmani teng ikkiga bo'luvchi O_1 nuqta orqali AB ga perpendikulyar to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Bu holda CD kichik o'q gorizontaal vaziyatdagi to'g'ri chiziq bo'lib uning proyeksiyasini yordamchi $H_1(H_{1V})$ tekislikdan foydalanib topamiz. Gorizontaal proyeksiyada kesuvchi tekislikning M_H izi kesishish chizig'ining simmetriya o'qi bo'ladi. Oraliqdagi E_1 va F_1 nuqtalarning gorizontaal proyeksiyalari E_1' va F_1' nuqtalar shu simmetriya o'qiga asoslanib yasalgan. So'ngra ular orqali E_1'' va F_1'' nuqtalar

topilgan. Hosil bo'lgan nuqtalarning ko'rinishligi V_{1H} simmetriya tekisligi frontal bo'yicha aniqlanib, tekis egri chiziqli bilan tutashtiriladi.

3-masala. Shar sirtining $Q(a \cap b)$ tekislik bilan kesishishidagi kesim yuzaning proyeksiyalari yasalsin (9.23-rasm).

Yechish. Kesishish chizig'ining quyi va yuqori nuqtalarini aylantirish usuli bilan topish qulay. Dastavval sferaning markazidan o'tuvchi yordamchi $M(M_H)$ tekislik berilgan $Q(Q', Q'')$ tekislikka perpendikulyar qilib o'tkaziladi.

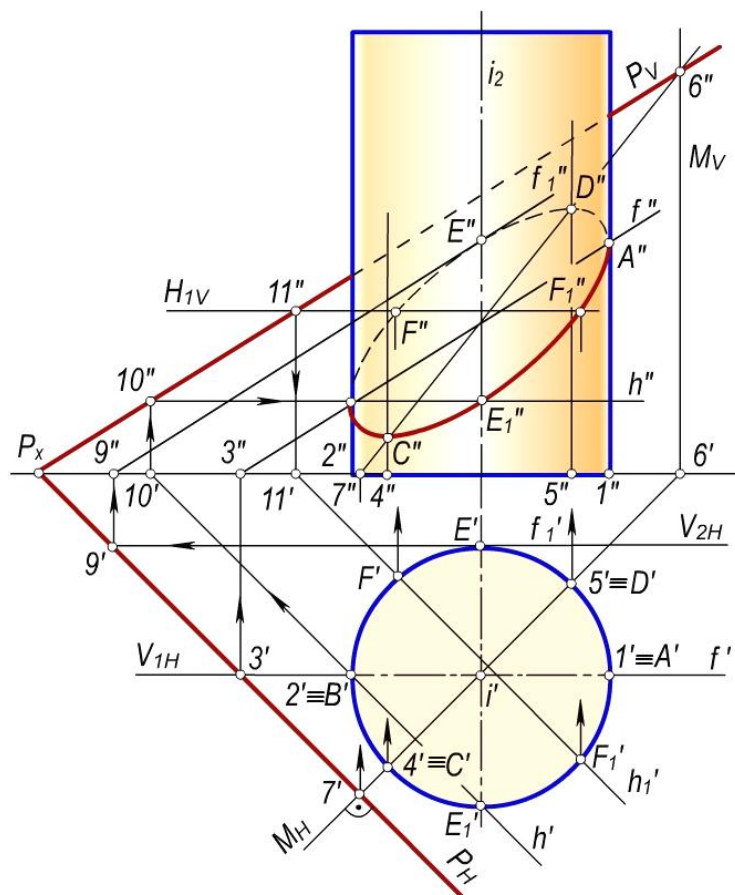


9.23-rasm.

So'ngra $M(M_H)$ yordamchi tekislikning sfera va berilgan $Q(Q', Q'')$ tekislik bilan kesishish chiziqlari sferaning $i(i', i'')$ o'qi atrofida frontal vaziyatga keltguncha aylantiriladi. Bu holda $M(M_H)$ tekislikning sfera bilan kesishish chizig'i (aylana) ning frontal proyeksiyasi sferaning ocherki bilan ustma-ust tushadi. M va berilgan tekislikning kesishish chizig'i 0_13 ning frontal proyeksiyasi $0_1''3''$ esa $0_1''3_1''$ vaziyatni egallaydi. Demak, sferaning frontal proyeksiyadagi ocherki bilan $0_1''3''$ to'g'ri chiziqli kesishish nuqtalarini belgilab (rasmda faqat A_1'' nuqta belgilangan), ularni teskari yo'nalishda α burchakka burish kerak bo'ladi. Buning uchun A_1'' nuqtadan gorizontaal vaziyatda to'g'ri chiziqli o'tkazib, uning $0_1''3''$ to'g'ri chiziqli bilan kesishish nuqtasi A'' ni belgilash yetarli bo'ladi. B'' nuqta ham xuddi shunday topiladi. Ocherklarning berilgan tekisliklar bilan kesishish nuqtalari C, D, E va F lar H_2 hamda V_1 tekisliklar yordamida topilgan. Oraliqdagi ixtiyoriy nuqtalardan E_1 va E_2 lar esa yordamchi H_1 tekislikdan foydalanib topilgan.

4-masala. H tekislikda joylashgan to'g'ri doiraviy silindrning ixtiyoriy vaziyatdagi $P(P_H, P_V)$ tekislik bilan kesishishidagi kesim yuza proyeksiyalari yasalsin (9.24-rasm).

Yechish. Kesim yuzasining gorizontaal proyeksiyasi silindrning gorizontaal proyeksiyasi (asosi) bilan ustma-ust tushadi. Shuning uchun kesimning faqat frontal proyeksiyasi topiladi.



9.24-rasm.

Dastlab silindrning chetki 1, 2 yasovchilari bilan P tekislikning kesishish nuqtalari A va B ning frontal proyeksiyalari A'' va B'' nuqtalari topiladi. Buning uchun chetki yasovchilar orqali $V_1(V_{1H})$ frontal tekislik o'tkaziladi. Bu tekislik berilgan P tekislikni frontal chiziq bo'yicha kesadi. Kesishish chizig'ining frontal proyeksiyasi f'' silindr chetki yasovchilarining frontal proyeksiyalari bilan kesishib, A'' va B'' nuqtalarni hosil qiladi.

Kesimning eng yuqori va eng quyi nuqtalarning frontal proyeksiyalari D'' va C'' nuqtalarni topish uchun silindrning o'qidan o'tuvchi va P tekislikka perpendikulyar bo'lgan $M(M_H, M_V)$ gorizontaal proyeksiyalovchi tekislik o'tkaziladi: $i \subset M_H \perp H$. Bu tekislik silindrni 4($4', 4''$) va 5($5', 5''$) yasovchilari, P tekislikni esa 67($6'7', 6''7''$) to'g'ri chiziq bo'yicha kesadi. Yasovchilarning frontal proyeksiyalari $6''7''$ to'g'ri chiziq bilan kesishib, D'' va C'' nuqtalarni hosil qiladi.

Kesimning boshqa nuqtalarini kesuvchi tekislikning gorizontali yoki frontal chiziqlaridan foydalanib topish mumkin. Masalan, E nuqtaning frontal proyeksiyasi E'' ni topish uchun E nuqtadan o'tkazilgan $V_2(V_{2H})$ tekislik silindrni yasovchisi bo'yicha, P tekislikni $f_1(f_1', f_1'')$ frontal chiziq bo'yicha kesadi. Frontalning frontal proyeksiyasi f_1'' va E' nuqtadan o'tuvchi yasovchi o'zaro kesishib, E'' nuqtani hosil qiladi. F' va F_1'' nuqtalar ixtiyoriy $H_1(H_{1V})$ gorizontali yordamchi tekislik o'tkazish yo'li bilan topiladi. Yordamchi tekislikning H_{1V} izi C'' va D'' nuqtalar oraligida o'tkaziladi. Bu tekislik silindrni aylana bo'yicha kesadi. Bu aylananing gorizontali proyeksiyasi silindrning asosi bilan ustma-ust tushadi. Berilgan $P(P_H, P_V)$ tekislik $H_1(H_{1V})$ tekislik bilan $1_1(1_1', 1_1'')$ nuqtadan o'tuvchi $h(h_1', h_1'')$ gorizontali bo'ylab kesishadi.

h_1 gorizontali gorizontali proyeksiyasi h_1' va silindrning asosi o'zaro kesishib, F' va F_1' nuqtalarni hosil qiladi. Bu nuqtalardan proyeksion bog'lanish chiziqlari o'tkazilib, H_{1V} izda F'' va F_1'' nuqtalar belgilab olinadi.

Silindrning kuzatuvchiga karatilgan oldingi yarim qismi ko'rinadi, orqa tomondagi qismi esa ko'rinmaydi. Shunga asosan, kesimning frontal proyeksiyasidagi $A''F_1''E_1''C''B''$ qismi ko'rinadi, $B''F''E''D''A''$ qismi esa ko'rinmaydi. Bu nuqtalarni tartibi bilan tutashtirib, tekis egri chiziq - ellips hosil qilinadi.

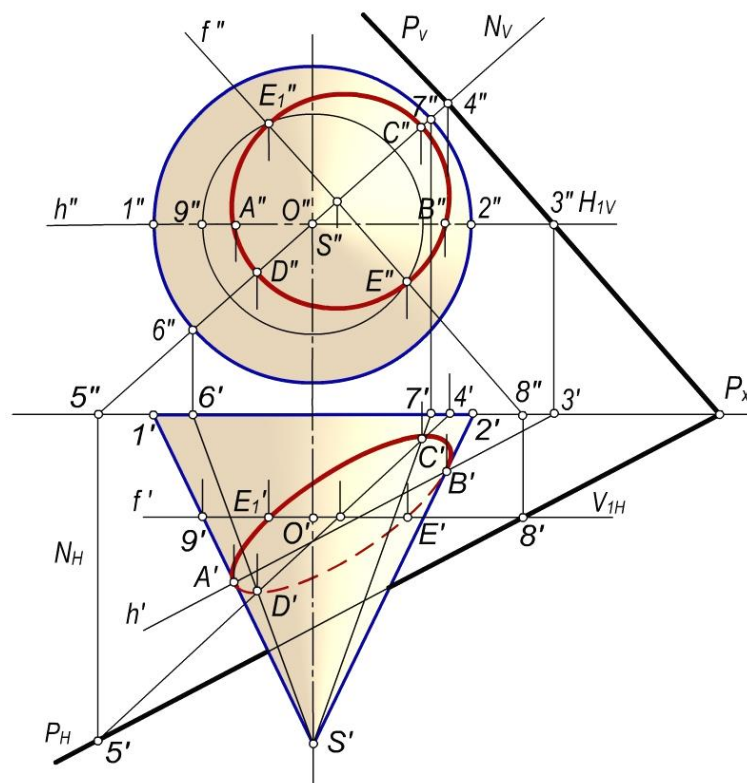
5-masala. Asosi V tekislikda joylashgan to'g'ri doiraviy konusning $P(P_H, P_V)$ tekislik bilan kesishishidagi kesim yuza proyeksiyalari yasalsin (9.25-rasm).

Yechish. Kesim yuza – ellipsning proyeksiyalarini yasash konusning $S1(S'1', S''1'')$ va $S2(S'2', S''2'')$ yasovchilari bilan $P(P_H, P_V)$ tekislikning kesishish nuqtalari $A(A', A'')$ va $B(B', B'')$ larni topishdan boshlanadi. $S1$ va $S2$ yasovchilarning frontal proyeksiyalari $S''1''$ va $S''2''$ lar orqali $H_1(H_{1V})$ gorizontali tekislik izi o'tkaziladi. Bu tekislik berilgan P tekislikni $3(3', 3'')$ nuqtadan o'tgan $h(h', h'')$ gorizontali chiziq bo'yicha kesadi. Bu gorizontali h' gorizontali proyeksiyasi konusning $S'1'$ va $S'2'$ chetki yasovchilari bilan kesishib, A' va B' nuqtalarni hosil qiladi. Bu nuqtalardan proyeksion bog'lanish chizig'ini o'tkazib, $S''1''$ va $S''2''$ yasovchilarda A'' va B'' nuqtalar belgilab olinadi.

V tekislikka eng yaqin $C(C', C'')$ va eng uzoq $D(D', D'')$ nuqtalarning proyeksiyalari quyidagicha topiladi. Konusning o'qi orqali o'tuvchi va berilgan $P(P_H, P_V)$ tekislikka perpendikulyar bo'lgan $N(N_H, N_V)$ frontal proyeksiyalovchi tekislik o'tkaziladi. Bu tekislik konusni $S6(S'6', S''6'')$ va $S7(S'7', S''7'')$ yasovchilari bo'yicha kesadi. $P(P_H, P_V)$ va $N(N_H, N_V)$ tekisliklar esa $45(4'5', 4''5'')$ to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi, ya'ni $P \cap N = 45$.

Bu to'g'ri chiziqning $4'5'$ gorizontali proyeksiyasi $S6$ va $S7$ yasovchilarning gorizontali proyeksiyalari $S'6'$ va $S'7'$ lar bilan kesishib, D' va C' nuqtalarni hosil

qiladi. Bu nuqtalardan proyeksion bog‘lanish chiziqlari o‘tkazilib, $S''6''$ va $S''7''$ yasovchilarda D'' va C'' nuqtalar belgilab olinadi.



9.25-rasm.

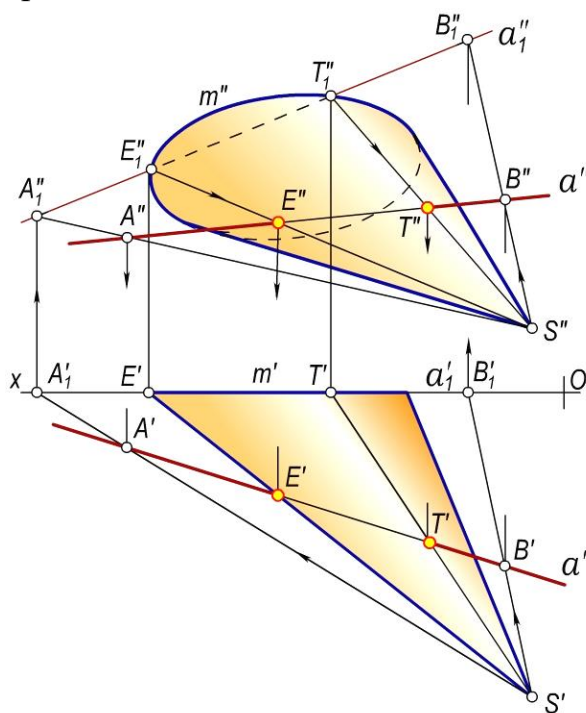
Oraliqdagi ixtiyoriy nuqtalar esa konusning o‘qiga perpendikulyar yordamchi frontal tekisliklar o‘tkazish bilan topiladi. Masalan, C' va D' nuqtalar oraligida V_1 frontal tekislikning V_{1H} horizontal izi o‘tkaziladi. Bu tekislik konusni radiusi $0'9'$ ga teng aylana bo‘yicha, P tekislikni esa $8(8', 8'')$ nuqtadan o‘tuvchi $f(f', f'')$ frontal bo‘yicha kesadi. Frontal proyeksiyada chizilgan $0'9'=0''9''$ radiusli aylana va f'' to‘g‘ri chiziq o‘zaro kesishib, E'' va E_1'' nuqtalarni hosil qiladi. Bu nuqtalardan proyeksion bog‘lanish chiziqlari o‘tkazilib, f' to‘g‘ri chiziqda E' va E_1' nuqtalar belgilab olinadi. Hosil bo‘lgan nuqtalar silliq tutashtirilib kesim yuza – ellips chiziladi. Frontal proyeksiyada kesimga tegishli bo‘lgan hamma nuqtalar ko‘rinadi. Gorizontall proyeksiyada esa konusning yuqori yarimda joylashgan kesimning $A'E_1'C'B'$ qismi ko‘rinadi, $B'E'D'A'$ qismi esa ko‘rinmaydi. Bu nuqtalarni tartibi bilan tutashtirib, tekis egri chiziq ellipsni hosil qilamiz.

Sirtlarning to‘g‘ri chiziq va tekislik bilan kesishuvini yasashda ba‘zi qo‘shimcha usullar

Piramida yoki konus sirtlar qatnashgan pozision masalalarni yechishda markaziy proyeksiyalashdan foydalanish maqsadga muvofiq bo‘ladi.

1-masala. Konus sirt bilan ixtiyoriy $a(a', a'')$ to‘g‘ri chiziqning kesishish nuqtalarini yasash kerak bo‘lsin (9.26-rasm).

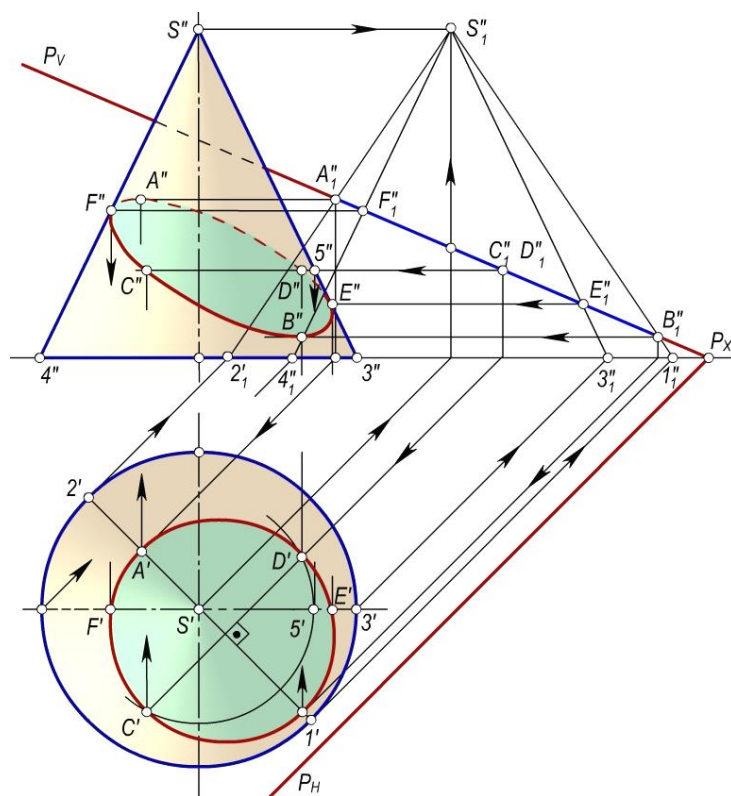
Yechish. Konusning V asos tekisligini proyeksiyalar tekisligi, konusning uchi S nuqtani esa proyeksiyalash markazi deb qabul qilamiz. U holda konus sirtning V dagi markaziy proyeksiyasi uning $m(m', m'')$ asosi bilan ustma-ust tushadi. $a(a', a'')$ to'g'ri chiziqlarning V tekislikdagi markaziy proyeksiyasi $a_1(a_1', a_1'')$ esa $A(A', A'')$ va $B(B', B'')$ nuqtalar orqali aniqlanadi. Konusning m'' asosi va a_1'' to'g'ri chiziqlarning o'zaro kesishish nuqtalari E_1'' va T_1'' lar izlanayotgan kesishish nuqtalarining markaziy proyeksiyalari bo'ladi. E_1'' va T_1'' nuqtalarni S proyeksiyalash markazining frontal proyeksiyasi S'' bilan tutashtiriladi. Natijada ular a'' bilan kesishib E'' va T'' nuqtalarni hosil qiladi. E'' va T'' nuqtalarning gorizontal proyeksiyalari E' va T' , a' to'g'ri chiziq ustida aniqlanadi.



9.26-rasm.

2-masala. To'g'ri doiraviy konusning umumiy vaziyatdagi $P(P_H, P_V)$ tekislik bilan kesishish chizig'ini yasash talab qilinsin (9.27-rasm).

Echish. Konus va P tekislik V frontal proyeksiyalar tekisligiga P tekislikning gorizontali yo'nalishi bo'yicha proyeksiyalangan. Bunday proyeksiyalashda kesishish chizig'ining yordamchi proyeksiyasi $A_1'' B_1''$ kesma bo'lib, u tekislikning P_V izi bilan ustma-ust tushadi. Kesishish chizig'ining $A_1'', B_1'', C_1'' \equiv D_1'', E_1''$ va F_1'' nuqtalari orqali konusning yordamchi yasovchilari o'tkaziladi. So'ngra bu yasovchilarning gorizont va frontal proyeksiyalari yasali, ularga izlanayotgan nuqtalarning avval $A'', B'', C'', D'', E'', F''$ frontal proyeksiyalari, so'ngra A', B', C', D', E', F' gorizontl proyeksiyalari aniqlanadi. Bunda A - kesishuv chizig'ining yuqori, B - quyi, E va F nuqtalar esa konusning ocherkiga tegishli nuqtalardir. Kesishish chizig'i AB kesma ellipsning katta o'qi buylab, kichik o'qi esa CD kesma bo'ladi.



9.27-rasm.

Nazorat savollari

1. Sirlarni tekislik bilan kesishish chizig'ini yasashning umumiy algoritminimalardan iborat?
2. Sferani tekislik bilan kesganda qanday shakl hosil bo'ladi va uning proyeksiyalari qanday yasaladi?
3. Silindrni tekislik bilan kesishuvidan qanday shakllar hosil bo'lishi mumkin?
4. Konus kesimlari nimalardan iborat?
5. Sirtning tekislik bilan kesishish chizig'idagi maxsus nuqtalar nimalardan iborat?
6. Sirlarni qanday tekisliklar bilan kesilsa, kesimning bitta proyeksiyasi to'g'ri chiziq kesmasi bo'ladi?
7. Qanday tekisliklar tor sirtini aylanalar bo'yicha kesadi?
8. To'g'ri chiziq bilan sirtning kesishish nuqtalarini yasash qanday bajariladi?
9. To'g'ri chiziq bilan konusning kesishish nuqtalarini yasashda, yordamchi kesuvchi tekislikni qanday vaziyatda o'tkazish maqsadga muvofiq bo'ladi?
10. To'g'ri chiziq aylanish sirlarning aylanish o'qini kesib o'tsa, ularning kesishish nuqtalarini qanday usulda yasash osonroq bo'ladi?

Sirtlarning yoyilmalarini bajarish. Sirtlarning yoyilmalarini yasash usullari.

Umumiy ma'lumotlar

Sirtni egilish deformasiyasi yordamida tekislikka aylantirish mumkin bo'lsa, bunday sirt **yoyiladigan sirt** deyiladi. Sirtning biror bo'lagi tekislikning ma'lum bir sohasiga yoyilishi mumkin. Masalan, silindrik sirt tekislikning o'zaro parallel ikki to'g'ri chizig'i orasidagi sohasida yoyiladi. Konus sirti esa tekislikka tegishli ikki kesishuvchi to'g'ri chiziqlar orasidagi sohada yoyiladi.

Ta'rif. Sirtning biror bo'lagining cho'zilmasdan, yirtilmasdan tekislikka yoyilishidan hosil bo'lgan tekis shakl uning **yoyilmasi** deyiladi.

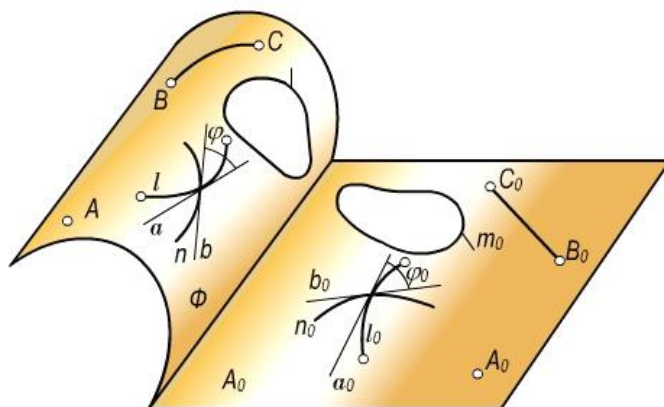
Yoyiladigan sirtlarga to'g'ri chiziqli sirtlardan faqat yondosh yasovchilari xos yoki xosmas nuqtalarda kesishadigan sirtlar kiradi.

Torslarda yondosh yasovchilarning kesishish nuqtalari qaytish qirrasida, konus sirtlarda esa uning uchida va silindrik sirtlarda cheksiz uzoqlikdagi nuqtada bo'ladi.

Sirtlarning yoyilmalarini yasash muhandislik amaliyotida katta ahamiyatga ega. Mashinasozlik, samolyotsozlik va qurilishda turli-tuman konstruksiyalarning shakllarini hosil qilish uchun yaxlit listlarda sirtlarning yoyilmalari yasaliib, ishlab chiqarish uchun zarur bo'lgan turli andozalar yasaladi.

Sirtlarning yoyilmalarini yasashda uchburchaklar, dumalatish va normal kesim usullari mavjud.

Uchburchaklar usuli bilan qirrali sirtlar, konus va tors sirtlarning yoyilmalari yasaladi. Dumalatish usuli bilan proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan og'ma vaziyatda berilgan qirrali, konus va silindrik sirtlarning yoyilmalarini yasash qulaydir. Yasovchilari yoki qirralari proyeksiya tekisliklariga nisbatan og'ma vaziyatda bo'lgan silindrik yoki prizmatik sirtlarning yoyilmalarini normal kesim usulida yasash osonroqdir.



10.1-rasm

Yoyilmaydigan sirtlarning yoyilmalari taqriban yasaladi.

Sirt va uning yoyilmasi elementlari orasida qo'yidagi o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatilgan bo'lishi kerak, ya'ni sirtga tegishli har bir nuqta va shaklga, shu sirt yoyilmasiga tegishli nuqta va shakl mos keladi yoki aksincha, yoyilmaga tegishli har bir nuqta va shaklga sirtga tegishli nuqta va figura mos kelishi kerak (10.1-rasm). Bu moslikka asosan qo'yidagi xossalarni keltirish mumkin.

1-xossa. Sirt va uning yoyilmasiga tegishli mos yoylarning uzunliklari o'zaro teng bo'ladi: $l = l_0$.

Natija. Sirt va uning yoyilmasiga tegishli mos yopiq egri chiziqlar bir xil yuzaga ega bo'ladi: $S_m = S_{m_0}$.

2-xossa. Sirtga tegishli ikki chiziq orasidagi burchak yoyilmaga tegishli mos chiziqlar orasidagi burchakka tengdir: $\varphi = \varphi_0$.

3-xossa. Sirtga tegishli to'g'ri chiziqqa yoyilmada ham to'g'ri chiziq mos keladi. Ammo yoyilmaga tegishli to'g'ri chiziqqa sirtning biror to'g'ri chizig'i hamma vaqt ham mos kelmaydi.

4-xossa. Sirtga tegishli o'zaro parallel to'g'ri chiziqlarga yoyilmada ham o'zaro parallel to'g'ri chiziqlar mos keladi.

5-xossa. Agar sirtga tegishli egri chiziqqa yoyilmada to'g'ri chiziq mos kelsa, bunday chiziq sirtning **geodezik chizig'i** deyiladi. 10.1-rasmda ko'rsatilgan sirtning **BC**chizig'ining geodezik chizig'i bo'la oladi.

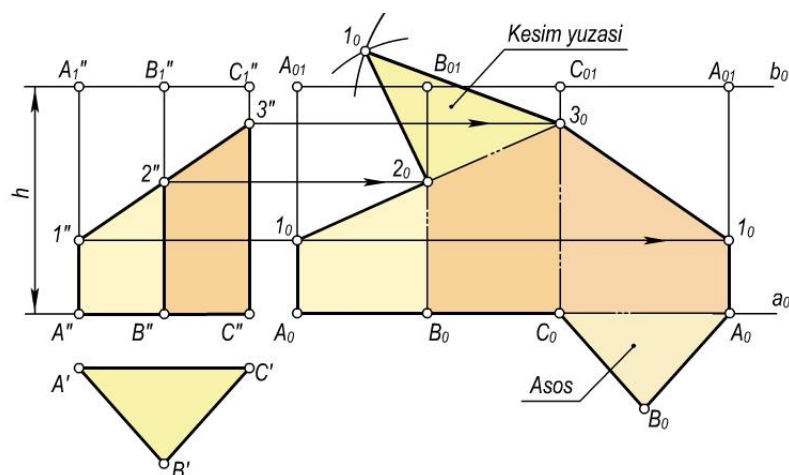
Ta'rif. Sirtga tegishli ikki nuqta orasidagi eng qisqa masofada tutashtiruvchi chiziq sirtning **geodezik chizig'i** deb ataladi.

Sirtning yoyilmasini yasash deganda uni yirtmasdan, uzmasdan yoki g'ijimlashtirishdan faqat egib bir tekislikka jipslashtirish tushuniladi. Albatta bunday jarayon sirtning biror chizig'i (qirradi, yasovchilari va shu kabilar) bo'yicha kesib amalga oshirilishi mumkin. Lekin amaliyotda sirtlarning yoyilmalari yasalib, so'ngra egish deformasiyasi yordamida bu yoyilmalardan kerakli konstruksiyalar yasaladi. Shuning uchun ham sirtlarning yoyilmalarini tekislik (qog'oz) da yasash muhim kasb etadi.

10.2–§. Ko'pyoqliklar yoyilmalari

Ko'pyoqliklar to'la yoyilmasini yasash uchun uning yon yoqlari va asoslarining yoyilmalari yasaladi. Bunday yoqlar (uchburchak yoki ko'pburchak) ni yoyilmada yasash ularga teng bo'lgan yoqlarni yasash demakdir. Bunday yoqlarni yoyilmada yasash uchun tomonlari ya'ni qirralarining xaqiqiy uzunliklari bo'lishi kerak. Agar ularning xaqiqiy uzunliklari chizmada bo'lmasa, ularni turli usullar orqali yasash mumkin.

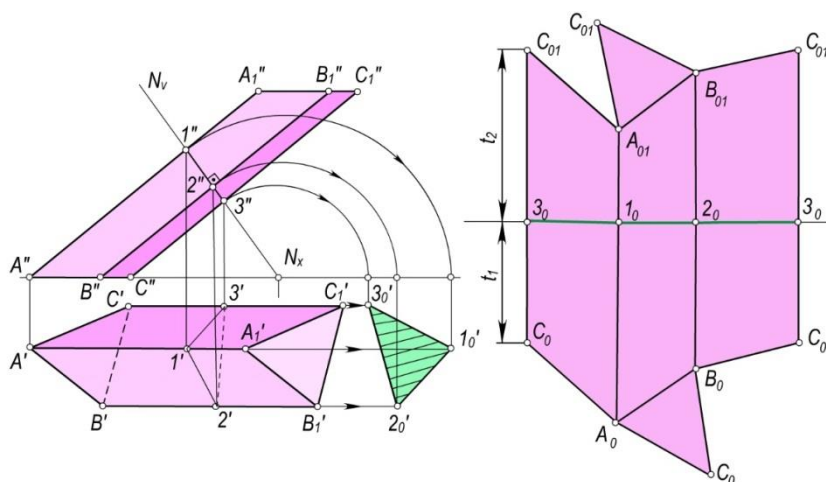
1-masala. Asosi **H** tekislikda yotgan uchburchakli to'g'ri prizmaning yoyilmasini yasash talab qilinsin (10.2,a,b-rasm).



10.2-rasm

Yechish. Prizmaning yon qirralari frontal proyeksiyada, asosidagi qirralari esa gorizontaal proyeksiyada xaqiqiy uzunlikda tasvirlangan. Prizmaning yoyilmasini yasash uchun dastlab uning biror masalan, AA_1 qirradi bo'ylab xayolan kesish kerak. So'ngra uchta to'g'ri to'rtburchaklar (yon yoqlar) yonma-yon qo'yib yasaladi. Bu to'rtburchaklarning balandligi prizmaning balandligi h ga, asoslari esa mos ravishda $A'B'$, $B'A'$ va $C'A'$ kesmalarga teng bo'ladi. Hosil bo'lgan yon sirtning yoyilmasiga asoslari qo'shiladi va prizmaning to'la yoyilmasi hosil bo'ladi.

10.3,a,b-rasmlarda berilgan uch yoqli og'ma prizmaning yon qirralari frontal vaziyatda bo'lgani uchun ularning haqiqiy uzunliklari $A''A''_1$, $B''B''_1$ va $C''C''_1$ kesmalarga teng bo'ladi. Asoslari gorizontaal vaziyatda bo'lganligi uchun asos qirralarining haqiqiy qiymati $A'B'$, $B'A'$ va $C'A'$ kesmalarga teng bo'ladi. Bunday og'ma prizmaning yoyilmasini normal kesim usulida yasash qulay hisoblanadi. Buning uchun og'ma prizmaning yon qirralariga perpendikulyar qilib ixtiyoriy $N(N_V)$ tekislik o'tkaziladi. Normal kesim 123 uchburchakning proyeksiyalari ($1'2'3'$, $1''2''3''$) ni hosil qilinadi. So'ngra normal kesimning haqiqiy kattaligi $\Delta 1_02_03_0$ aylantirish usulida yasaladi



10.3-rasm

Yoyilmani yasash uchun ixtiyoriy (bo'sh) joyda a_0 – yordamchi chiziqni ingichka qilib o'tkaziladi.

Buchiziqqanormalkesimtomonlarninghaqiqiyuzunliklaribiror (masalan, 3_0) nuqtadanboshlabo'lchabqo'yiladi(10.3,b-rasm). Hosilbo'lgan 3_0 , 1_0 , 2_0 va 3_0 nuqtalardan a_0 chiziqqaperpendikulyarvaziyatdachiziqo'tkaziladi.

Buchiziqqlargaqirralarninghaqiqiyuzunliklarinio'lchabqo'yiladi. YOyilmada

$C''3''=C_03_0$ va $3''C''=3_0C_0$ qirraningo'lchabqo'yilishiko'rsatilgan.

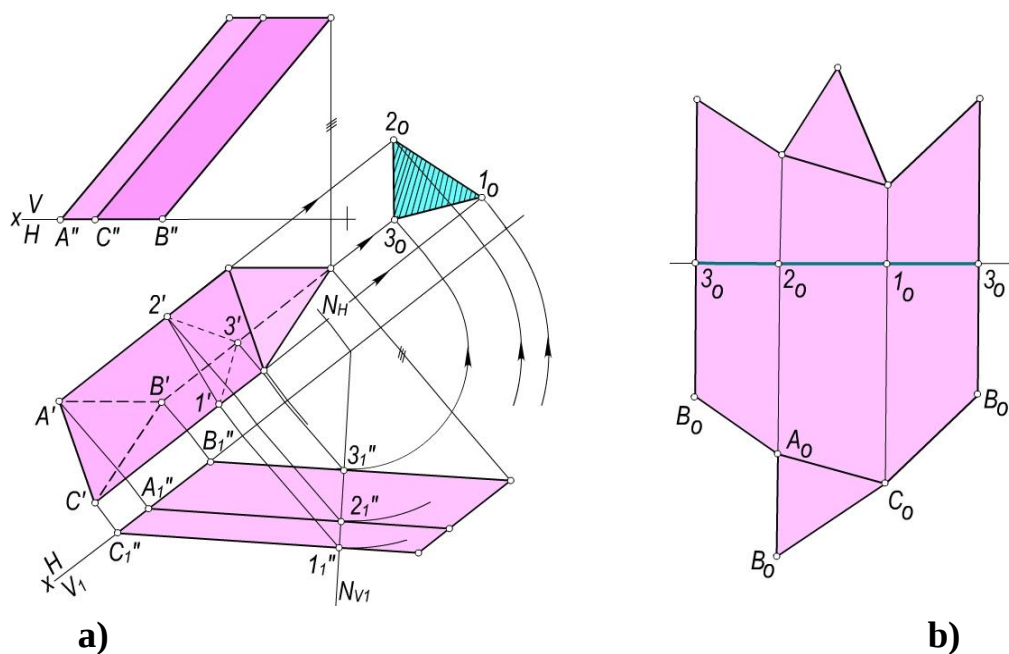
Hosilbo'lganqirralarninguchlarinio'zarotutashtiriladi.Prizmayonsirti va asosining haqiqiy kattaligiyoymasiqo'shilibto'layoyilmahosil bo'ladi.

2-masala. Berilgan yon qirralari umumiy vaziyatda bo'lgan uch yoqli prizmaning yoyilmasini yasash talab etilsin (10.4,a-rasm).

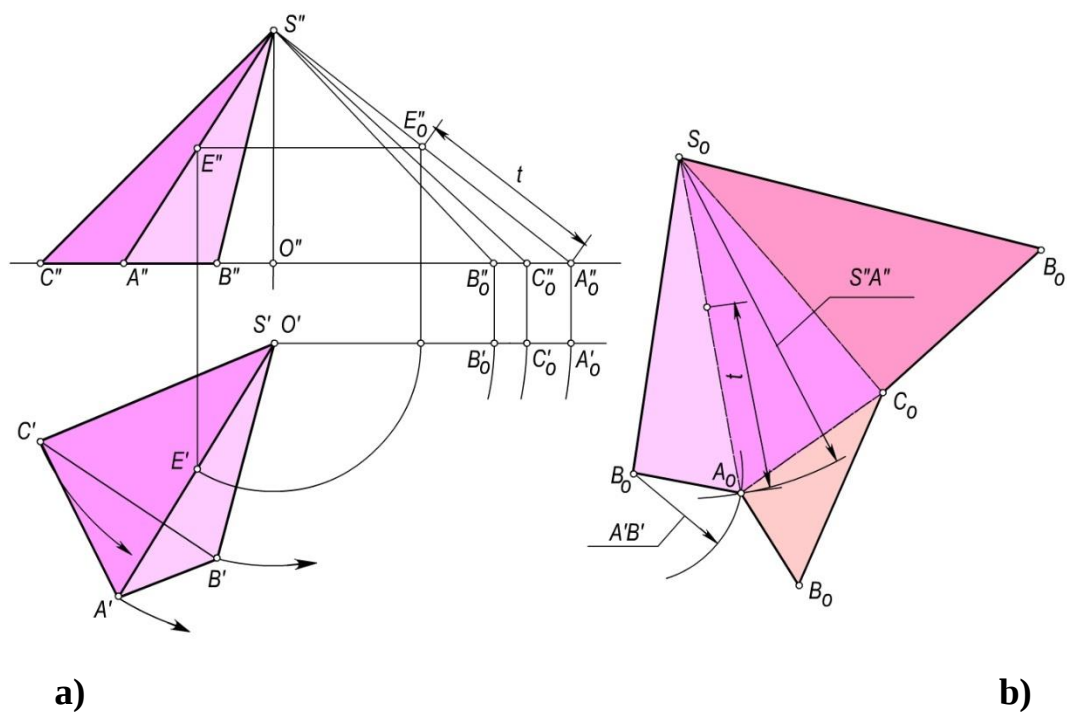
Yechish. Mazkur masala yuqorida keltirilgan masala asosida yechiladi. Dastlab prizma qirralari va normal kesimining haqiqiy uzunliklarni yasash kerak bo'ladi. Buni esa proyeksiyalar tekisliklarini (prizma qirralariga parallel vaziyatda) almashtirish bilan amalga oshirish maqsadga muvofiqdir. Chizmadagi qolgan yasashlar va yoyilmaning hosil qilinishi ortiqcha tushuntirishlarni talab qilmaydi (10.4,b-rasm).

3-masala. Asosi H tekislikka tegishli bo'lgan uch yoqli og'ma piramidaning to'la yoyilmasi yasalsin (10.5,a-rasm).

Yechish. Piramidakabi sirtlarning yoyilmalarini yasashda **uchburchak usulidan** foydalaniladi. Buning uchun dastlab piramida yon qirralarining haqiqiy uzunliklari yasaladi. Chizmada ular aylantirish usuli yordamida topilgan. Asos qirralarining haqiqiy uzunliklari $A'B'$, $B'C'$ va $C'A'$ kesmalarga teng bo'ladi. Piramida yon sirtining yoyilmasini yasash uchun chizmaning ixtiyoriy (bo'sh) joyida S_0 nuqta belgilab olinadi (10.5,b-rasm). Bu nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqqa $S_0B_0=S''B''$ kesma o'lchab qo'yiladi. Chunki piramida SB qirradi bo'yicha kesilgan deb faraz qilinadi. So'ngra markazi B_0 nuqtada, radiusi $B_0A_0=B'A'$ bo'lgan va markazi S_0 nuqtada, radiusi $S_0A_0=S''A_0''$ bo'lgan ikkita yoy chiziladi. Bu yoylarning kesishuvidan A_0 nuqta hosil bo'ladi. $S_0B_0A_0$ nuqtalar o'zaro tutashtirilib $\triangle ABC$ ning yoyilmadagi o'rni hosil qilinadi. Qolgan yon yoqlarning yoyilmalari ham shu tarzda yasaladi. Hosil bo'lgan yon sirtning yoyilmasiga piramida asosining yoyilmadagi o'rni qo'shilsa, piramida to'la sirtining yoyilmasi hosil bo'ladi.



10.4-rasm



10.5-rasm

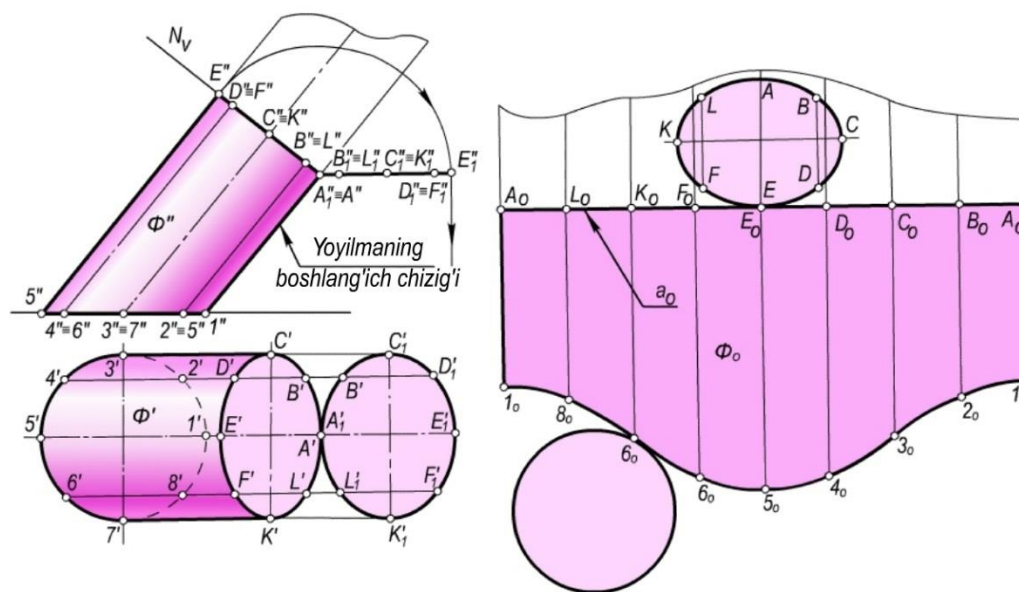
Silindrik sirtlarning yoyilmalarini yasash

Silindrik sirtlarning yoyilmalarini yasashda nog'mal kesim va dumalatish usullaridan foydalaniladi. Har ikkala usul bilan ham yoyilmani yasashda silindrik sirtni approksimasiya qilib prizmatik sirtga keltiriladi va masala prizmaning yoyilmasini yasash kabi bajariladi.

Umuman biror silindrning yoyilmasini yasash uchun: silindr yoyilmasida qatnashadigan yasovchilarning haqiqiy uzunliklari aniqlanadi; qo'shni yasovchilar

orasidagi asos yoylarining haqiqiy uzunliklari topiladi; planimetrik yasashlarga asosan silindr elementlari ketmaket yoyilmada yasaladi.

10.6,a-rasmda yasovchilari frontal vaziyatda va asosi H tekislikda yotgan og'ma, elliptik silindr tasvirlangan. Bunday silindrning yoyilmasi (10.6,b-rasm) normal kesim usulida bajarilgan. Silindrik sirt prizmatik sirtga approksimasiya qilinadi. Buning uchun silindr asosini ixtiyoriy bo'laklarga bo'linadi (rasmda 8 ta teng bo'lakka bo'lingan).



10.6-rasm

Bu holda silindrni 8 yoqliprizmaga almashtiriladi. Silindrning yasovchilari gap perpendikulyar bo'lgan $N(N_V)$ tekislik bilan kesishish chizig'iyasaladi. Kesishish chizig'i, ya'ni normal kesimning haqiqiy kattaligi aylantirish usuli bilan topiladi. Silindrik sirtning yoyilmasini yasash uchun chizma qog'ozining bo'sh joyida ixtiyoriy a_0 to'g'richiziq o'tkaziladi. Yoyilmaning boshlanish chizig'ideb 1 A yasovchi olingan. a_0 to'g'richiziqqa uzunligini o'g'ma kesimning perimetriga teng bo'lgan $[A_0 A_0]$ kesma o'lchab qo'yiladi. Bu kesma A_0 nuqtadan boshlab $A_0 L_0 = A_0' L_0'$, $L_0 K_0 = L_0' K_0'$, $K_0 F_0 = K_0' F_0'$, ... kesmalar o'lchab qo'yilib oralikdagi $L_0, K_0, F_0, \dots$ nuqtalar aniqlanadi. Bu nuqtalar orqali a_0 to'g'richiziqqa perpendikulyarlar o'tkaziladi. 10.6, a-rasmda silindr yasovchilarining frontal proyeksiyalarini o'z haqiqiy uzunliklariga teng ekanligi ko'rsatilmagan.

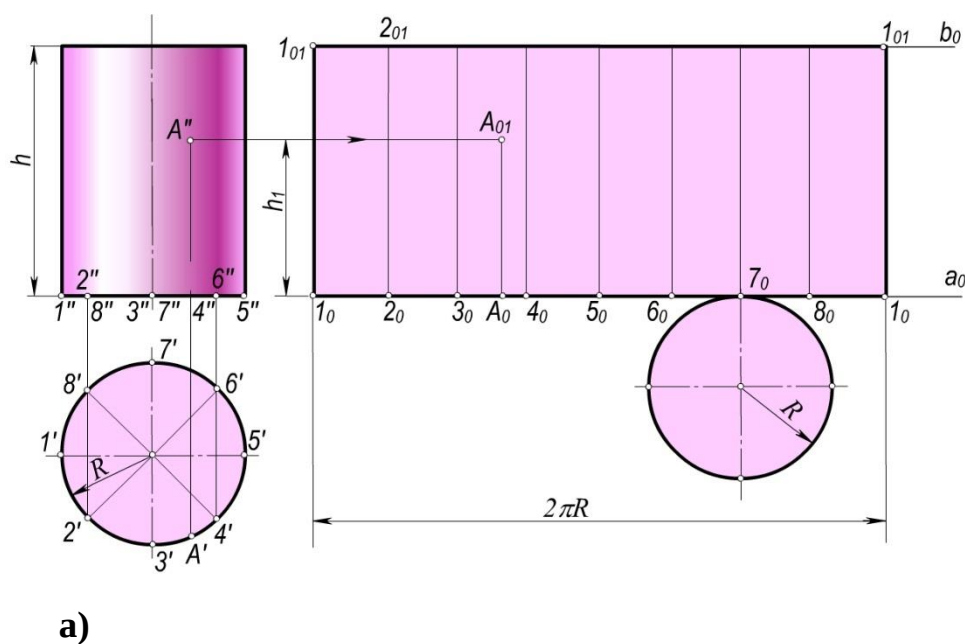
Shuning uchun yasovchilarning frontal proyeksiyadagi uzunliklari o'lchab olinib, yoyilmada g'omos perpendikulyarlarga qo'yiladi. O'lchab qo'yilgan kesmalarining ikkinchi uchlarini tekis chiziq bilan tutashtiriladi. Hosil bo'lgan $\square_0$ figura silindr sirtining yoyilmasi bo'ladi. $\square_0$ figura silindrning

asosi va normal kesimning haqiqiy kattaligi bilan to'ldirilib, to'la yoyilma hosil qilinadi

Asoslari aylanish o'qiga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri doiraviy silindr yon sirtining yoyilmasi to'g'ri to'rtburchakdan iborat bo'lib, bunday to'rtburchakning tomonlari $2\pi R$ va h_0 ga teng bo'ladi (10.7,a,b-rasm). Bu yerda R – asosning radiusi, h – silindrning balandligi. Asosi H tekisligiga tegishli va o'qi unga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri doiraviy silindrning to'la yoyilmasini yasash 10.7,b-rasmda ko'rsatilgan.

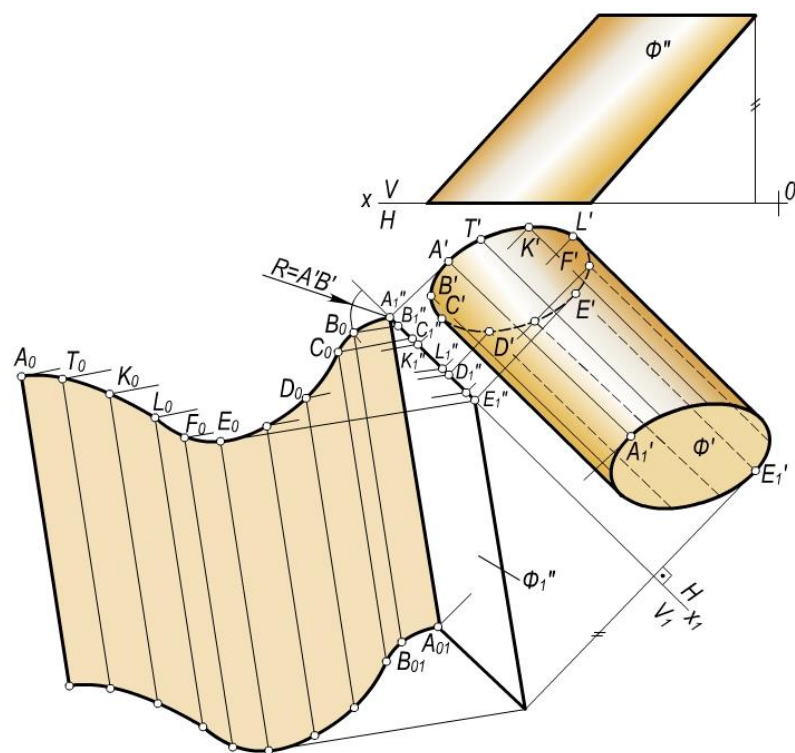
Bunda silindrning $1_0 2_0$ ($1' 2', 1'' 2''$) yasovchisi yoyilmaning boshlanish chizig'ideb olingan.

Ixtiyoriy a_0 to'g'ri chiziq o'tkazib, unga $[1_0 1_0] - 2\pi R$ kesma o'lchab qo'yiladi va u teng 8 bo'lakka bo'linadi. Kesmaning har ikkala uchidan a_0 to'g'ri chiziqqa perpendikulyarlar chiqarilib, ularga $1_0 1_{01} = h$ kesma, ya'ni silindrning balandligiga teng kesmalar o'lchab kuyiladi. Hosil bo'lgan $1_0 1_{01} 1_0 1_0$ to'g'ri to'rtburchak berilgan silindr yon sirtining yoyilmasi bo'lib, to'la yoyilmani yasash uchun $1_0 1_{01}$ va $2_0 2_{01}$ tomonlarga urinuvchi qilib silindrning asoslari chiziladi. Sirtga tegishli A nuqtaning yoyilmadagi o'rnini aniqlash 10.7,a,b-rasmdan ko'rinib turibdi. Bunda $3' \wedge A' = 3_0 A_0$, $A_0 A_{01} = h_1$, ya'ni A nuqtaning applikatasiga teng bo'ladi.



10.7-rasm.

10.8-rasmda tasvirlangan og'ma elliptik silindr yon sirtining yoyilmasi dumalatish usulida bajarilgan. Dastavval silindr uning yasovchilariga parallel bo'lgan V tekislikka, proyeksiyalartekisliklarini almashtirish usuli bilan proyeksiyalanadi.



10.8-rasm.

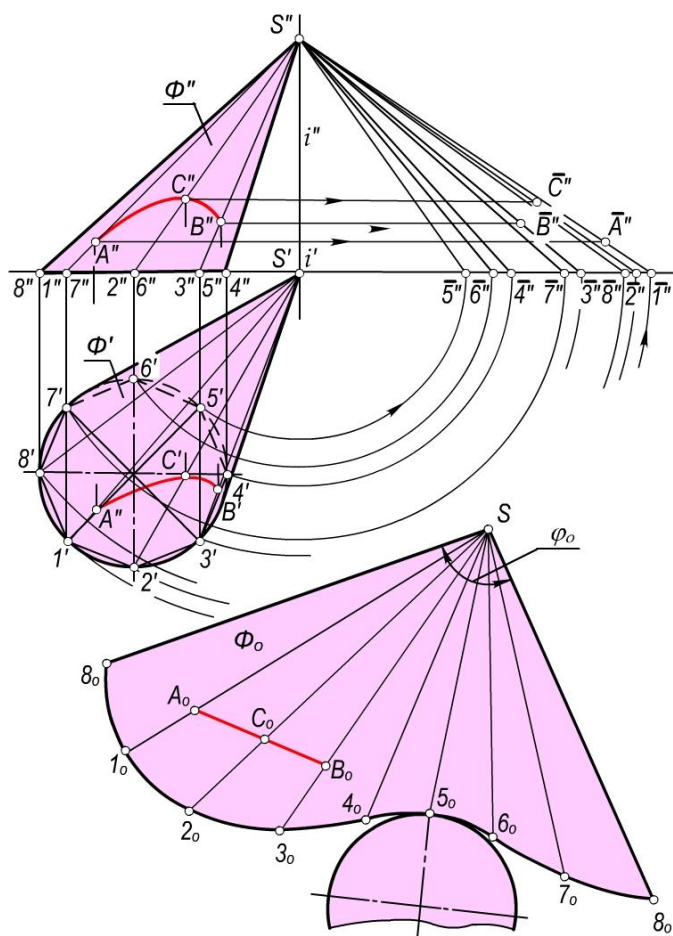
Silindrning $AA_1(A'A'_1, A''A''_1)$ yasovchisi yoyilmaning boshlanish chizig'i deb olingan. $\square$ silindr o'zining AA_1 yasovchisi orqali o'tgan tekislikka yoyiladi. Buning uchun silindrik sirt yana prizmatik sirtga approksimasiya iqlinadi va prizmaning yoyilmasini yasash kabi bajariladi. Silindr yasovchilaridan biri $BB_1(B'B'_1, B''B''_1)$ ning yoyilmadagi o'rni B_0B_{01} ni yasashni ko'rib chiqaylik. Markazi A_1'' nuqtada va radiusi $A'B'$ ga teng bo'lgan aylana yoyi chiziladi. B_1'' nuqtadan esa $A_1''A_{01}''$ yasovchiga perpendikulyar to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Ular o'zaro kesishib, yoyilmaga tegishli B_0 nuqtani hosil qiladi. B_0 nuqta orqali $A_1''A_{01}''$ ga parallel qilib B_0B_{01} ($B_0B_{01}=A_1''A_{01}''$) yasovchi o'tkaziladi. Yoyilmadagi $C_0, D_0, \dots$ nuqtalar va ular orqali o'tuvchi yasovchilar ham B_0 nuqta va B_0B_{01} yasovchi singari yasaladi.

10.4-§. Konus sirtlarning yoyilmalarini yasash

Umumiy holdagi konus sirtining yoyilmasi ham piramida yoyilmasini yasashdagidek, uchburchaklar usuli bilan bajariladi. Buning uchun konus o'ziga ichki chizilgan ko'pyoqlik piramidaga approksimasiya qilinadi va shu piramidaning yoyilmasi konus sirtining yoyilmasi deb qabul qilinadi. Ichki chizilgan ko'pyoqlik piramidaning yoqlari qanchalik ko'p bo'lsa, konus sirtining yoyilmasi shunchalik aniq bo'ladi. Umuman, konusni yoyish uchun uning bir necha yasovchilarining haqiqiy uzunliklari va yunaltiruvchi egri chizig'i (yoki uning bo'laklarining) — asosining haqiqiy uzunligi topiladi. so'ngra konus yasovchilari va asosining bo'laklari birin ketin yoyilmaga ko'chiriladi.

10.9,a-rasmda asosi H tekislikka tegishli $\square$ og'ma konus tasvirlangan. Bu konusning yoyilmasini yasashda uchburchaklar usulidan foydalanamiz. Konusni

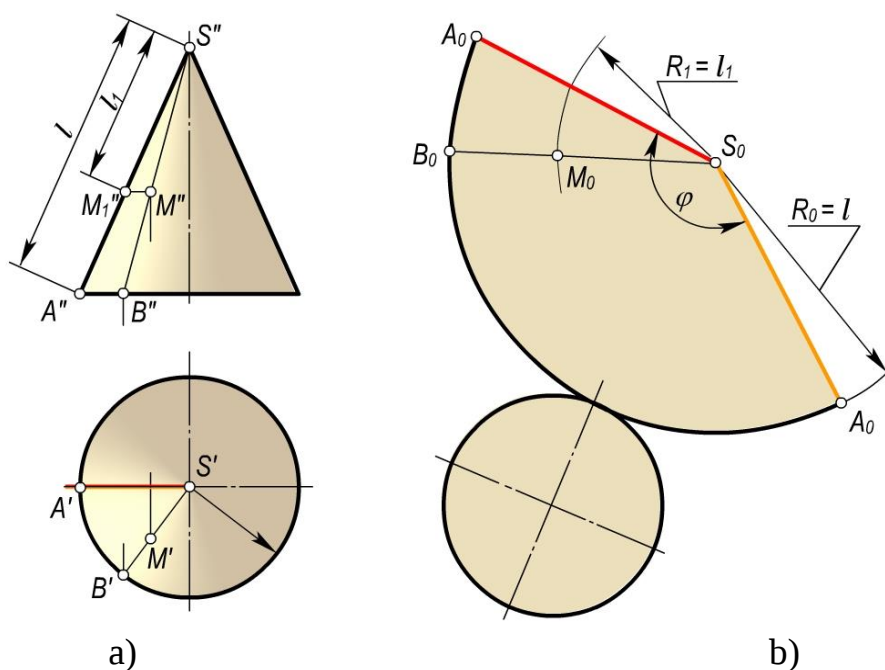
o‘ziga ichki chizilgan piramidaga approssimasiyalaymiz. Konus yasovchilari yoki ichki chizilgan piramida qirralarining xaqiqiy uzunliklarini yasash rasmda aylantirish usulida bajarilgan.



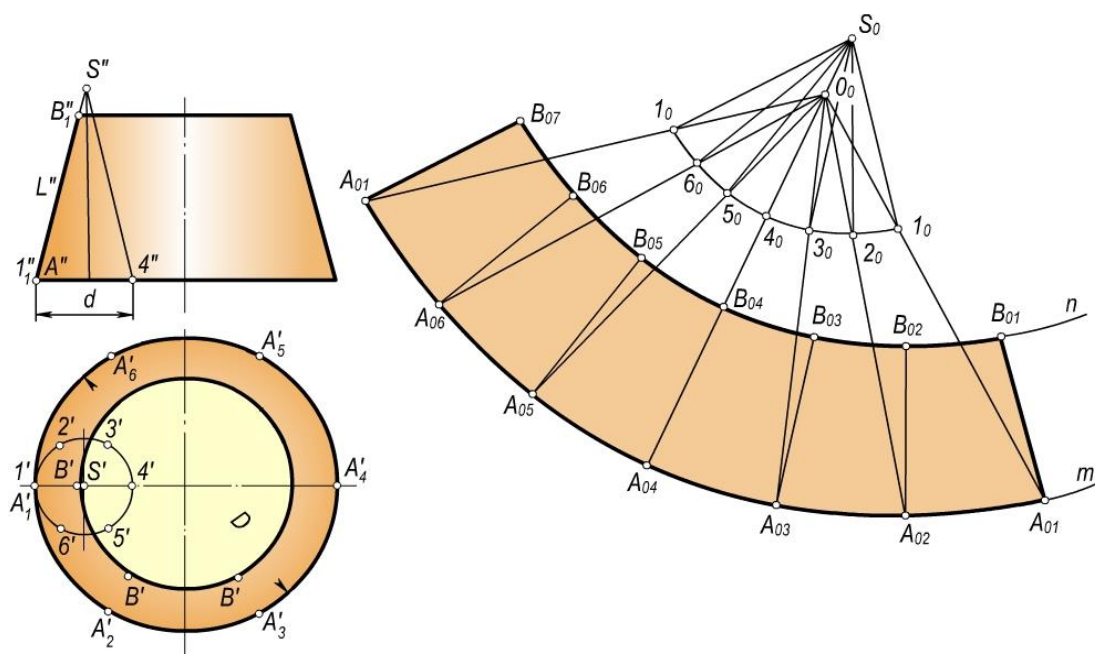
10.9-rasm

S_8 yasovchini yoyilmaning boshlanish chizig‘i deb olamiz. Chizma qog‘ozining bo‘sh joyida ixtiyoriy S_0 nuqtani belgilaymiz (10.9,b-rasm). 10.9,a-rasmdan S_8 yasovchining haqiqiy uzunligi bo‘lgan $S''8_1$ kesmani o‘lchab va uni S_0 nuqtadan chiqarilgan ixtiyoriy a_0 to‘g‘richiziqqa qo‘yib, 8_0 nuqtani hosil qilamiz. So‘ngra S_0 nuqtani markaz, $S''1_1$ ni radius qilib yoy chizamiz. Markazi 8_0 nuqtada va radiusi $8'1'$ bo‘lgan ikkinchi yoy chizamiz. Har ikkala yoylar o‘zaro kesishib 1_0 nuqtani hosil qiladi. Yoyilmaning qolgan $2_0, 3_0, 4_0, \dots$ nuqtalari ham shu tartibda yasaladi. Hosil bo‘lgan $\square_0$ figura berilgan konus yon sirtining yoyilmasi bo‘ladi. Uni konusning asosi – ellips bilan to‘ldirib, to‘la yoyilmani hosil qilamiz. $\square(\square', \square'')$ konus sirtidagi AB egri chiziqqa $\square_0$ figurada A_0B_0 to‘g‘ri chiziq mos kelgan. Shuning uchun AB – konusning geodezik chizig‘i bo‘ladi. Shuningdek, konusning hamma yasovchilari uning geodezik chizig‘i bo‘la oladi.

10.10,a,b-rasmda asosi **H**tekislikka tegishli va o'qi unga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri doiraviy $\square(\square',\square'')$ konus Monj chizmasida berilgan. Bunday konus yon sirtining yoyilmasi doira sektoridan iborat bo'ladi.



10.10-rasm



10.11-rasm

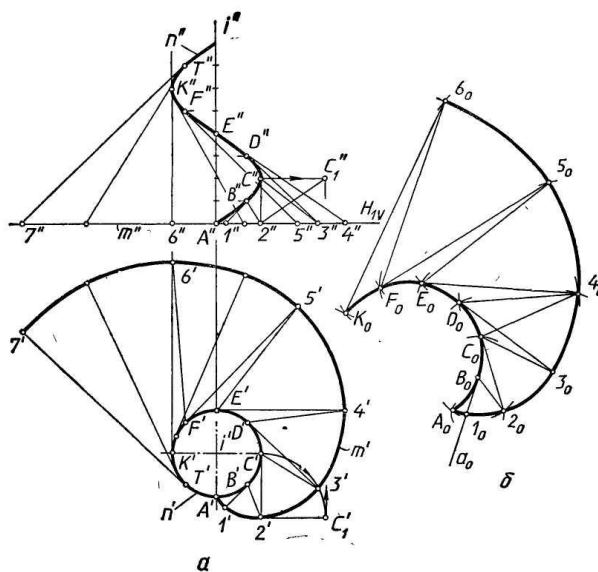
Doiraviy sektorning radiusi konus yasovchisining uzunligi L gateng, markaziy burchagi $\omega = \frac{r}{l} 360^\circ$ bo'ladi. Buyerdar – konus asosining radiusi, l – konusning yasovchisi.

10.11,a,b-rasmda uchi chizma maydonidan tashqarida joylashgan kesik konus tasvirlangan. Bunday konusning yoyilmasini yasash uchun shunday yordamchi konus chizish kerakki, unda $K = \frac{d}{D}$ nisbat butun son orqali ifodalansin. Bunda D – berilgan kesik konus katta asosining diametri, d – yordamchi konusning diametri. Rasmda buni s bat 3 ga teng qilib olingan.

Dastlab yordamchi konusning yoyilmasini yasaymiz (10.11,b-rasm). Keyin $\angle 1_0 S_0 1_0$ ning bissektrisasiga tegishli ixtiyoriy O_0 nuqta orqali $O_0 1_0$, $O_0 2_0 O_0 3_0, \dots$ nurlarni o'tkazamiz. Bu nurlarga O_0 nuqtadan boshlab $O_0 A_{01} = K \times O_0 1_0$, $O_0 A_{02} = K \times O_0 2_0$, $O_0 A_{03} = K \times O_0 3_0, \dots$ kesmalarni o'lchab qo'yamiz. Hosil bo'lgan $A_{01}, A_{02}, A_{03}, \dots$ nuqtalarni tekis egri chiziq bilan tutashtiramiz. Amalda bunday egri chiziqni markazi O_0 nuqtada radiusi $O_0 A_{01}$ bo'lgan aylana yoyi ko'rinishida chiziladi. So'ngra $A_{01}, A_{02}, A_{03}, \dots$ nuqtalar orqali $S_0 1_0, S_0 2_0, S_0 3_0, \dots$ yasovchilarga mos ravishda parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazib, ularga kesik konusning $A''B''$ yasovchisiga teng bo'lgan $A_{01} B_{01}, A_{02} B_{02}, A_{03} B_{03}, \dots$ kesmalarni o'lchab qo'yamiz. Hosil bo'lgan $B_{01}, B_{02}, B_{03}, \dots$ nuqtalarni tekis egri chiziq bilan tutashtirib, kesik konus yon sirtining yoyilmasini hosil qilamiz.

10.5-§. Qaytish qirrali sirtlarning yoyilmalarini yasash

Qaytish qirrali sirtlarning yoyilmalarini yasash ham konus sirtlarning yoyilmalarini yasashdagidek uchburchaklar usulida bajariladi. 10.12,a-rasmda yoyiladigan gelikoid va 10.12,b-rasmda uning yoyilmasini yasash ko'rsatilgan. qaytish qirrasi silindrik vint chizig'ida $A, B, C, \dots$ nuqtalarni belgilab olamiz.



10.12-rasm.

Ular orqali vint chizig'iga urinmalar o'tkazib, sirt yasovchilarini hosil qilamiz. Sirtning o'qiga perpendikulyar bo'lgan H_1 tekislik bilan sirtni kesamiz. Bu holda berilgan sirt n — vint chizig'i va m — evolventa bilan chegaralangan bo'ladi. Urinmalarning $H_1(H_{1v})$ tekislik bilan kesishish nuqtalari 1, 2, 3, ... ni belgilab olamiz. Sirtning qo'shni yasovchilari orasidagi bo'laklarining, ya'ni egri chiziqli to'rtburchaklarning bittadan diagonalini o'tkazib, ularni ikkita uchburchakka ajratamiz. Masalan, $BC21$ bo'lakning $B2$ diagonalini o'tkazib, uni $B12$ va $B2C$ uchburchaklarga ajratamiz. Agar $A, B, C, \dots$ nuqtalar orasidagi masofalar qisqa bo'lsa, uchburchaklarning egri chiziqli tomonlari

Shunday qilib, qaytish qirrali sirt ko'pyoqlik sirtga approksimasiya qilinadi. Bu holda sirt yoyilmasini yasash ko'pyoqlik sirtining yoyilmasini yasash kabi bajariladi. Buning uchun uchburchaklarning uchala tomonlarining haqiqiy uzunliklari yasaladi. Shunday tomonlardan biri, masalan, $C2$ ning haqiqiy uzunligini yasash 10.12,a-rasmda aylantirish usulida bajarilib ko'rsatilgan. Uchburchaklar tomonlarining haqiqiy uzunliklari bo'yicha yoyilmada uchburchaklar ketma-ket yasaladi. 10.12,b-rasmda yoyilma $A_0B_01_0$ uchburchakni yasashdan boshlangan. Bu uchburchak quyidagicha yasaladi: ixtiyoriy a_0 to'g'ri chiziq o'tkazib, unga $B1$ tomonning haqiqiy uzunligiga teng bo'lgan B_01_0 kesma o'lchab qo'yiladi. Markazlari 1_0 va B_0 nuqtalarda bo'lgan va radiuslari mos ravishda $A1$, AB tomonlarning haqiqiy uzunliklariga teng bo'lgan ikki aylana yoylari chiziladi. Bu yoylarning o'zaro kesishuvidan A_0 nuqta hosil bo'ladi.

Qolgan uchburchaklarning haqiqiy kattaliklari ham shu tarzda bir-biriga yondashtirib yasaladi.

10.6-§. Yoyilmaydigan sirtlarning taqribiy yoyilmalarini yasash

Muhandislik amaliyotida ko'pgina hollarda yoyilmaydigan sirtlar yoki ularning bo'laklaridan ba'zi konstruksiyalarni yasashga to'g'ri keladi. Ammo ularning faqat taqribiy yoyilmalarini yasash mumkin. Taqribiy yoyilmalarni yasashning umumiy usuli shundan iboratki, berilgan sirt yoyiladigan sirtlardan biriga (ko'pyoqlik, silindrik yoki konussimon) approksimasiya qilinadi.

Sirtlarning yoyilmalarini taqribiy yasashning uch usuli:

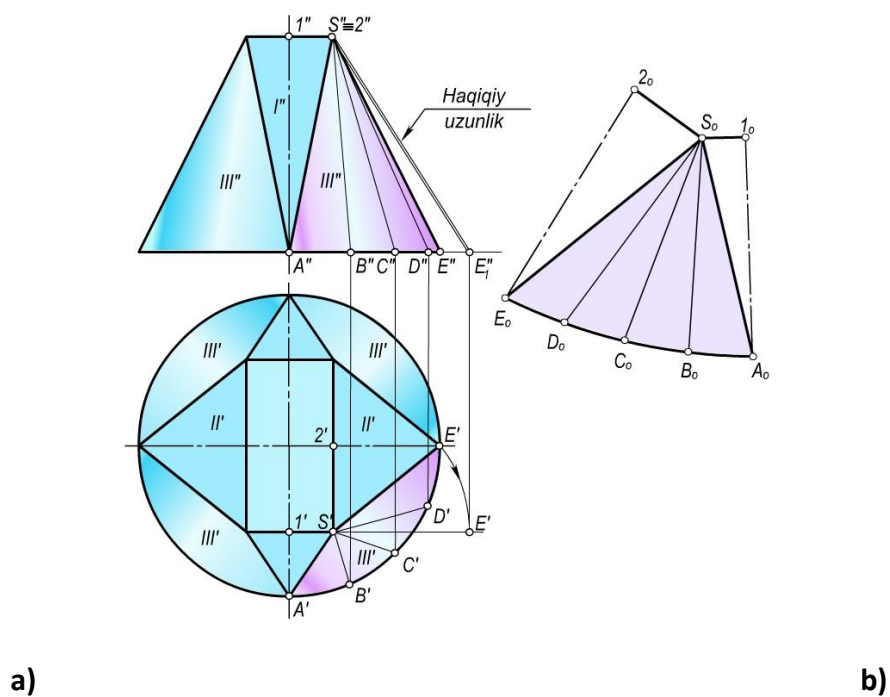
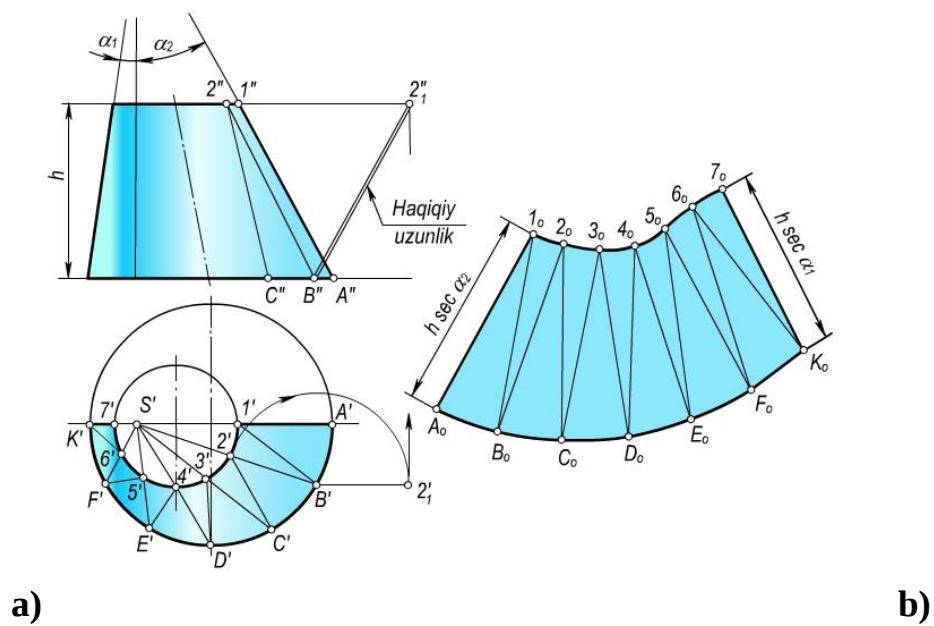
- Yordamchi uchburchaklar usuli.
- Yordamchi silindrik sirtlar usuli.
- Yordamchi konus sirtlar usuli mavjud.

Yordamchi uchburchaklar usuli. Bu usulning mohiyati qo'yidagidan iborat. Dastlab yoyilmaydigan sirt uchburchaklarga bo'lib chiqiladi, ya'ni berilgan sirt ko'pyoqlik sirtga approksimasiya qilinadi. Keyin ko'pyoqlik sirtning yoyilmasi yasaladi. Buning uchun uchburchak tomonlarining haqiqiy uzunliklari proyeksiyalarda yasaladi. Har bir uchburchakning yoyilmadagi vaziyati uchala tomonining haqiqiy uzunliklari bo'yicha yasaladi.

Amalda og'ma konus sirtlarning yoyilmalari umuman taqribiy usulda yasaladi. 10.13,a-rasmda Monj chizmasida og'ma konus tasvirlangan. Uning yoyilmasini yasash uchun berilgan konus sirti A_1B , B_1C , B_2C ,... uchburchaklarga ajratiladi. Bu uchburchaklarning bittadan tomonlari konusning uchidan o'tadigan qilib olinadi. Uchburchaklar tomonlarining haqiqiy uzunliklari yasaladi. Ulardan biri B_2 ning haqiqiy uzunligi aylantirish usulida yasalgan. YOyilmani hosil qiluvchi uchburchaklarni ularning uchala tomonlarining haqiqiy uzunliklari bo'yicha yasash qiyin emas. Bunda yoyilmadagi uchburchaklar tomonlarining o'zaro joylashuv tartibi proyeksiyadagi joylashuv tartibi bilan bir xil bo'lishi kerak. 10.13,b-rasmda og'ma konus yon sirti yoyilmasining yarmi ko'rsatilgan. 10.14,a-rasmda tasvirlangan sirt silindrik trubadan to'rtburchakli trubaga o'tish elementi bo'lib, u ikkita **I** ko'rinishdagi, ikkita **II** ko'rinishdagi tekis uchburchaklardan hamda to'rtta **III** ko'rinishdagi elliptik konus sirtlardan tashkil topgan. Bunday sirtning yoyilmasini yasash uchun dastlab konus sirtlarni piramida sirtlariga approksimasiya qilamiz (rasmda faqat bitta konus sirtining piramidaga approksimasiya qilinishi ko'rsatilgan). Buning uchun konusning asosida bir necha A, B, C, D, E nuqtalarni belgilab olib, ularni konusning uchi bilan tutashtiramiz. Hosil bo'lgan uchburchaklar tomonlarining haqiqiy uzunliklarini yasaymiz. 10.14,a-rasmda SE tomonning haqiqiy uzunligini yasash ko'rsatilgan. Bu sirt yoyilmasini yasash uchun tomonlarning haqiqiy uzunliklari bo'yicha uchburchaklar yasaymiz.

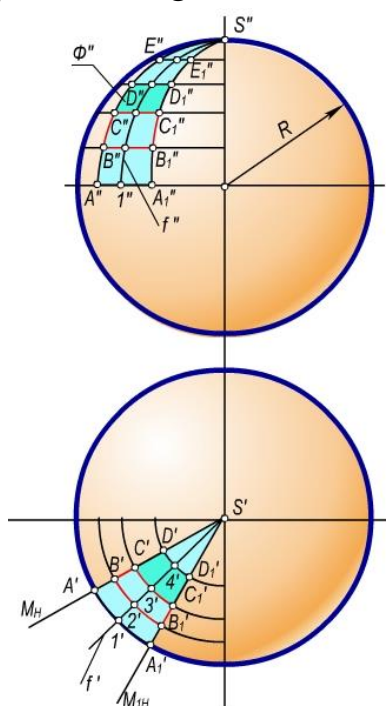
Berilgan sirtning S_2EA_1 choragining yoyilmasini yasash 10.14,b-rasmda ko'rsatilgan. Qolgan choraklarining yoyilmasi ham yuqorida bayon qilinganidek yasaladi.

Yordamchi silindrik sirtlar usuli. Bu usul yoyilmaydigan aylanish sirtlarining taqribiy yoyilmalarini yasashda qulay. Uning mohiyati qo'yidagidaniborat. Berilgan sirtni meridianlari bo'yicha bir necha o'zaro teng bo'laklarga bo'lib chiqiladi. Bu bo'laklar o'znavbatida silindrik sirtlar bilan almashtiriladn. Bunday silindrik sirtlar berilgan sirtga har bo'lagining o'rta meridiani bo'yicha urinib o'tishi shart. 10.15,a-rasmda proyeksiyalari bilan berilgan sferik sirt bo'lagining taqribiy yoyilmasi 10.15,b-rasmda tasvirlangan.

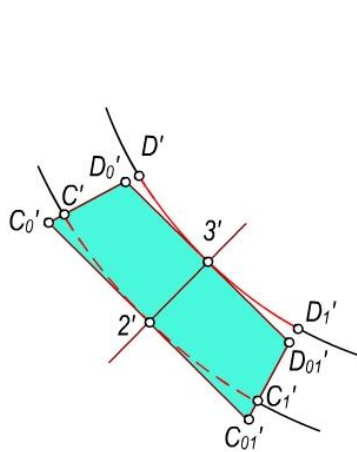


Dastavval sferik sirtni meridianlar bo'yicha kesuvchi V_1 , M , M_1 va W_1 tekisliklar bilan teng bo'laklarga bo'lamiz. Bunda bo'laklar soni qancha ko'p bo'lsa, sferaning yoyilmasi shuncha aniqroq bo'ladi. M va M_1 tekisliklar orasidagi sferaning

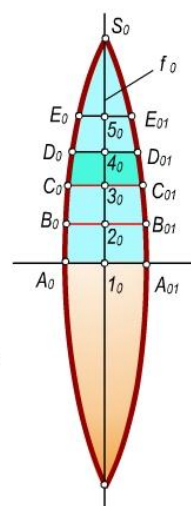
□(□',□'')bo'lagi yoyilmasini yasashni ko'rib chiqamiz. Bu bo'lakni silindrik sirt bilan almashtiramiz. Bunday almashtirish 10.15,v-rasmda kattalashtirib ko'rsatilgan. M va M_1 meridional tekisliklar orasidagi masofalar silindrik sirt yasovchilarining uzunliklari bo'ladi. Demak, bu yasovchilar gorizontaal vaziyatdagi kesmalar bo'lib, ularning gorizontaal proyeksiyalari haqiqiy uzunliklarida tasvirlanadi. Bunday silindrik sirt □bo'lakning o'rta meridiani f bo'yicha urinuvchi bo'ladi. □bo'lakning yoyilmasini yasash uchun gorizontaal vaziyatda ixtiyoriy t_0 to'g'ri chiziqli o'tkazamiz. Unga A_0 va A_{01} kesmalarni o'lchab qo'yamiz. Bu kesmaning o'rtasidan unga perpendikulyar qilib f_0 to'g'ri chiziqli o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziqli o'rta meridional kesim uzunligining yarmi $\frac{\pi D}{2}$ ni 1_0 nuqtadan boshlab o'lchab qo'yib, S_0 nuqtani belgilab olamiz. 1, 2, 3, 4, 5 va S nuqtalar orasidagi masofalarning haqiqiy uzunliklarini aniqlab f_0 to'g'ri chiziqli $1_0, 2_0, 3_0, 4_0$ va 5_0 nuqtalarni belgilaymiz. Bu nuqtalar orqali gorizontaal to'g'ri chiziqli o'tkazib, ularga f_0 vertikal to'g'ri chiziqli boshlab har ikkala tomonga $1', 2', 3', 4'$ va $5'$ nuqtalar orqali o'tgan yasovchilarning yarmini o'lchab qo'yamiz. Hosil bo'lgan $A_0, B_0, C_0, D_0, E_0, S_0$ va $S_{01}, A_{01}, B_{01}, C_{01}, D_{01}, E_{01}$ nuqtalarni tekis egri chiziqli bilan tutashtiramiz. $A_0 S_0 A_{01}$ figura □bo'lak yoyilmasining yarmi hisoblanadi. Ikkinchi yarmining yoyilmasi ham xuddi shu tarzda yasaladi. Sfera sirtining to'la yoyilmasini hosil qilish uchun shunday yoyilmadan yana $n-1$ tasini yasash kerak bo'ladi. Bunda p – sferik sirt bo'laklarining soni. Yuqorida ko'rilgan hol uchun $n=12$.



a)

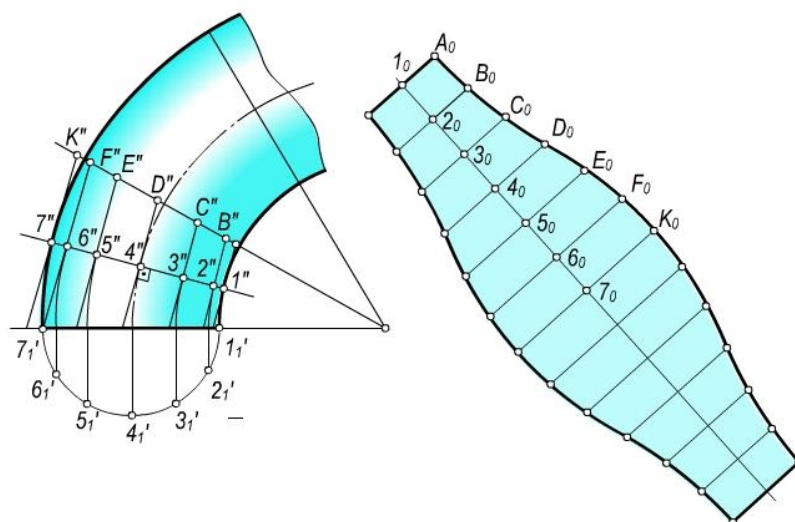


b)



v)

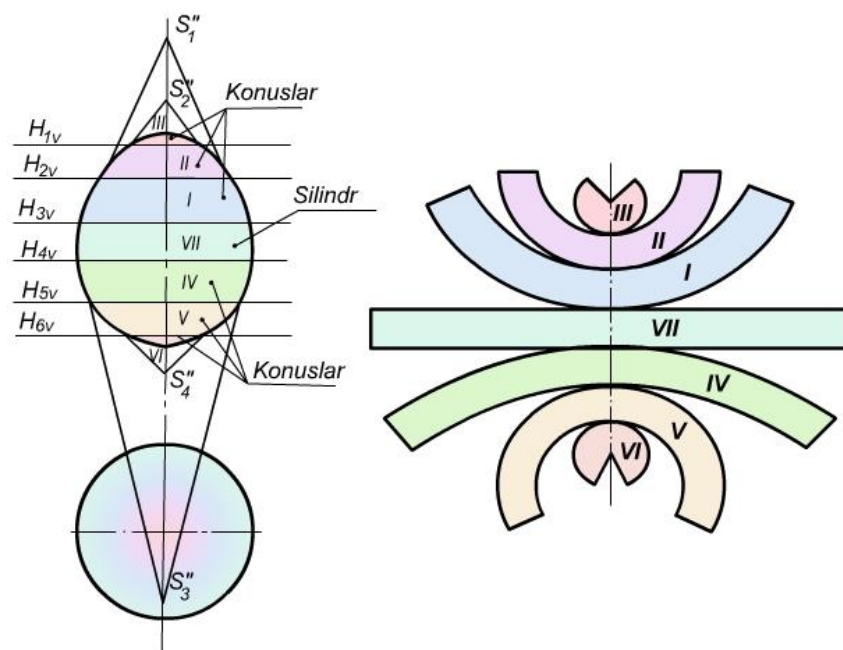
10.15-rasm.



10.16-rasm

10.16,a-rasmda tasvirlangan tor halqaning taqribiy yoyilmasini yasash uchun uni 12 teng bo'lakka bo'lib, bir bo'laging yoyilmasini yasaylik (10.16,b-rasm). Torning bu bo'lagini tashqichizilgan yordamchi silindrik sirt bilan almashtiramiz. Bunday silindrik sirt halqa bo'laginging o'rta meridiani yoki normal kesimi bo'yicha urinadi. YOyilmani yasash uchun gorizontaal vaziyatda a_0 to'g'ri chiziq o'tkazamiz (10.16,b-rasm) va unga normal kesimning uzunligini o'lchab qo'yamiz. Keyin bu to'g'ri chiziqda $1_0, 2_0, 3_0, \dots$ nuqtalarni belgilab, ular orqali a_0 to'g'ri chiziqda perpendikulyar qilib yordamchi silindrning yasovchilarini o'tkazamiz. Bularga yasovchilarning uzunliklarini o'lchab qo'yamiz. Hosil bo'lgan $A_0, B_0, C_0, \dots$ nuqtalarnitekis egri chiziq bilan tutashtirib yoyilmani hosil qilamiz. Bu esa halqa 1/12 qismining yoyilmasi bo'ladi.

Yordamchi konussimon sirtlar usuli. Bu usul bilan konturi egri chiziqli aylanish sirtlarining taqribiy yoyilmasi yasaladi. Berilgan sirt aylanish o'qiga perpendikulyar tekisliklar bilan kesiladi. Sirtning har bir bo'lagi konussimon yoki silindrik sirtlarga approksimasiya qilinadi va bu sirtlarning yoyilmalari yasaladi. 10.17,a-rasmda Monj chizmasida berilgan aylanish sirtlari aylanish o'qiga perpendikulyar tekisliklar bilan bir necha bo'laklarga bo'linadi. Bu bo'laklar konussimon (I, II, III, IV, V, VI) va silindrik (VII) sirtlarga approksimasiya qilinadi.



a)

b)

10.17-rasm

10.17,b-rasmda konussimon va silindrik sirlarga approksimasiya qilingan sirt bo'laklarining yoyilmalari ko'rsatilgan. Bu yoyilmalar to'g'ri doiraviy silindr va konus sirtlarining yoyilmalarini yasashga asoslanib bajarilgan.

10.17,b-rasmda hosil qilingan yoyilma bo'yicha berilgan sirtning aynan o'zini yasab bo'lmaydi. Bunda yoyilmadagi I, II, III, IV, V va VI, VII bo'laklar orasida ochiq joylar mavjud bo'lib, ular berilgan sirtning aynan o'zini yasash imkoniyatini bermaydi. Shuning uchun ham bunday yoyilmalar taqribiy yoyilmalar deyiladi.

Nazorat savolari

1. Sirtning yoyilmasi deb nimaga aytiladi?
2. Yoyiladigan sirtlar deb nimaga aytiladi?
3. Qanday ko'pyoqliklarning yoyilmalari uchburchaklar usuli bilan yasaladi?
4. Normal kesim usuli bilan qanday sirtlarning yoyilmalari yasaladi?
5. To'g'ri doiraviy silindrning yoyilmasi nimadan iborat?
6. Og'ma silindrining yoyilmalari qanday usulda yasaladi va yasash algoritmi nimalardan iborat?
7. To'g'ri doiraviy konusning yoyilmasi nimadan iborat?
8. Og'ma konusning yoyilmasi qanday yasaladi?
9. Yoyilmaydigan sirtlarning yoyilmalari qanday yasaladi?
10. Taqribiy yoyilmalarni yasashning treangulyasiya usuli nimadan iborat?
11. Elliptik konusning yoyilmasi qanday yasaladi?
12. Sferaning taqribiy yoyilmasi qanday yasaladi?

Sirtlarga urinma tekisliklar o'tkazish.

Umumiy ma'lumotlar

Ma'lumki, sirtning biror nuqtasi orqali shu sirtga cheksiz ko'p urinma to'g'ri chiziqlar o'tkazish mumkin. Bu urinma to'g'ri chiziqlar to'plami shu nuqtadagi sirtning urinma tekisligini tashkil qiladi (11.1-rasm).

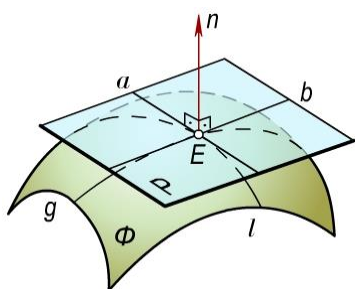
Sirtga urinma tekislikning urinish nuqtasidan o'tib, bu tekislikka perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq sirtning shu nuqtadagi *normali* deyiladi (11.1-rasm).

Berilgan sirtlarni shakliga qarab, urinma tekisliklar sirtning nuqtasiga (11.1-rasm), yoki to'g'ri chizig'iga (11.2-rasm), yoki aylanasiga (11.3-rasm) yoki boshqa geometrik shakllariga urinadi.

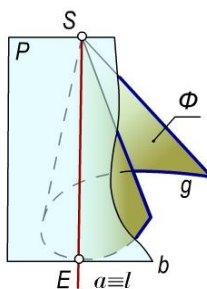
Berilgan sirtga yagona yoki chekli sondagi urinma tekislik quyidagi hollarda o'tkazilishi mumkin:

- sirtustidaginuqtaorqali;
- sirttashqarisidaginuqtaorqali;
- berilganto'g'richiziqorqali;
- berilganto'g'richiziqqaparallel;
- berilgantekislikkaparallel;
- berilgan ikki sirtga urinma va hokazo.

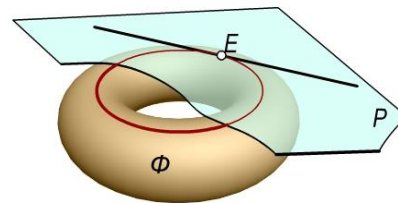
Bu shartlar tekislikning berilish usullari bilan uzviy bog'liq bo'lib, sirtlarning turiga qarab tanlanadi. Masalan, ikkinchi holda, Snuqtadan shar sirti uchun cheksiz urinma tekisliklarni o'tkazish imkonini beradi (11.4-rasm). Shar sirti uchun chekli urinma tekislik hosil qilish masalasi faqat 1-, 3-, 5- hollar qo'yilganda hal bo'ladi (11.5-rasm). Boshqa sirtlar uchun ham xuddi shunday mulohaza yuritish mumkin.



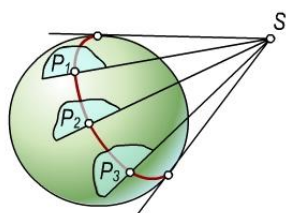
11.1-rasm



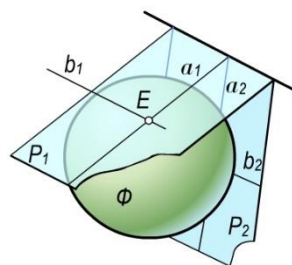
11.2-rasm



11.3-rasm



11.4-rasm



11.5-rasm

11.2–§. Urinma tekislikning chizmada berilishi

Urinma tekislik, chizmada tekisliklarni berilish usullari singari, bir to‘g‘ri chiziqda yotmagan uch nuqta; to‘g‘ri chiziq va unda yotmagan nuqta; ikki kesishuvchi to‘g‘ri chiziq; parallel to‘g‘ri chiziqlar va boshqa tekis shakllarining proyeksiyalari orqali berilishi mumkin. Tekislikning berilishida qatnashuvchi nuqtalar va to‘g‘ri chiziqlar urinish nuqtalari yoki urinish chiziqlarini ifodalashi mumkin. Masalan, konus sirtiga uringan tekislik kesishuvchi ikki to‘g‘ri chiziq ko‘rinishida berilishi mumkin va bu chiziqlarning biri urinish chizig‘i bo‘lib xizmat qiladi (11.2-rasm).

Urinma tekislik, sirtga qanday urinishidan qat’iy nazar, urinish chiziqlariga tegishli nuqtalar elliptik, parabolik, giperbolik nuqtalarga bo‘linadi.

Sirtning elliptik nuqtasi

Ta’rif: Agar urinma tekislik sirt bilan bitta umumiy nuqtaga ega bo‘lsa va shu nuqta orqali o‘tuvchi sirtning barcha kesim chiziqlari urinma tekislikning bir tomonda qolsa, sirtning bunday urinish nuqtasi *elliptik nuqta* deyiladi (11.1-rasm).

Bunga ellipsoid, paraboloid, shar sirtlarining nuqtalari misol bo‘la oladi.

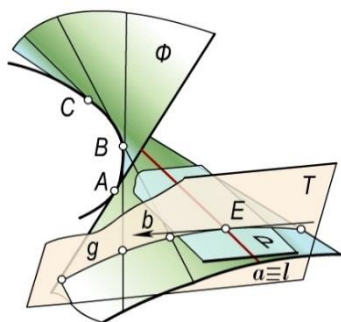
Sirtning parabolik nuqtasi

Ta’rif: Agar urinma tekislik sirt bilan to‘g‘ri chiziq hosil qilib urinsa, bu urinish chizig‘ining nuqtalari *parabolik nuqtalar* deyiladi (11.2-rasm).

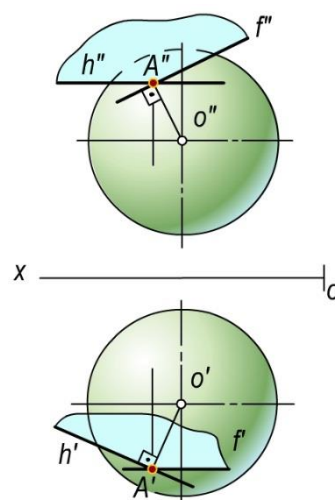
Bunga konus, silindr kabi sirtlar misol bo‘ladi.

Sirtning giperboliknuqtasi

Ta’rif: Agar urinma tekislik sirtga urinib, uni kessa, hosil bo‘lgan kesishish chizig‘iga oid sirtining nuqtasi *giperbolik nuqta* deyiladi (11.6-rasm).



11.6-rasm.



11.7-rasm.

Bunday sirlarga bir pallali giperboloid, giperbolik paraboloid kabi sirlarning nuqtalari misol bo'la oladi.

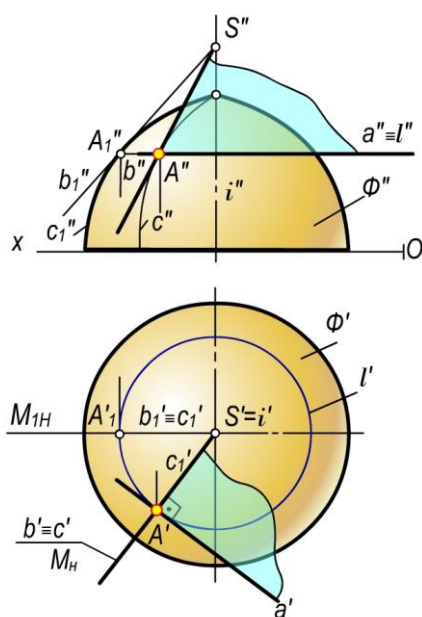
Urinma tekisliklar amaliy va nazariy jihatdan katta ahamiyatga ega. Nazariy jihatdan, urinma tekisliklardan differensial geometriyada sirlarning urinish nuqtasi atrofidagi xossalarini o'rganishda keng foydalaniladi. Urinish nuqtasidagi normalning yo'nalishini aniqlashdan esa muxandislik amaliyotida keng foydalaniladi. Bundan tashqari, urinma tekisliklardan arxitektura va rassomchilik amaliyotida sirlarning o'z soyasi yoki tushgan soyasining chegaralarini aniqlashda, chizma geometriyada sirlarning ocherklarini yasashda keng qo'llaniladi.

11.3–§. Sirtning ixtiyoriy nuqtasi orqali urinma tekislik o'tkazish

Sirdagi ixtiyoriy nuqtadan yagona urinma tekislik o'tadi. Bu tekislik sirtning urinish nuqtasiga o'tkazilgan bir juft kesishuvchi urinma to'g'ri chiziqlarning proyeksiyalari orqali tasvirlanadi (11.7, 11.10-rasmlar). Sirtning ixtiyoriy nuqtasiga urinma tekislik o'tkazishga doir bir necha misollarini ko'rib chiqamiz.

1-masala. Sferaning $A(A', A'')$ nuqtasi orqali urinma tekislik o'tkazilsin (11.7-rasm).

Echish. Izlagan urinma tekislik urinish nuqtasi $A(A', A'')$ orqali o'tkazilgan $OA(O'A', O''A'')$ radiusga perpendikulyar bo'ladi. Shunga ko'ra, to'g'ri chiziq va tekislikning o'zaro perpendikulyarlik shartiga asosan, A nuqtadan sferaning OA radiusiga perpendikulyar qilib, ikkita urinma to'g'ri chiziq, ya'ni gorizontal $h(h', h'')$ va frontal $f(f', f'')$ chiziqlar o'tkaziladi. Bu chiziqlar birgalikda izlangan urinma tekislikni ifodalaydi;



11.8-расм.

2-masala. $\square(\square', \square'')$ aylanish sirtining ixtiyoriy $A(A', A'')$ elliptik nuqtasi orqali unga urinma tekislik o'tkazilsin (11.8-rasm).

Echish. Izlangan urinma tekislikni sirtning A nuqtasi orqali o'tgan paralleli va meridianiga urinma bo'lgan to'g'ri chiziqlar orqali ifodalash qulaydir. Urinma tekislikni ifodalovchi chiziqlarni yasash algoritmi quyidagicha bo'ladi:

- $A(A', A'')$ nuqtadan sirtning $N(N_V)$ tekislikdagi $\ell(\ell', \ell'')$ parallel va $M(M_H)$ tekislikdagi $c(c', c'')$ meridian o'tkaziladi;

- $\ell(\ell', \ell'')$ parallelning $A(A', A'')$ nuqtasidan $a(a', a'')$ urinma o'tkaziladi; Bu urinma, tekislikning gorizontali bo'ladi.

- $c(c', c'')$ meridian chizig'iga o'tkazilgan urinmaning gorizontall proyeksiyasi b' ni a' ga perpendikulyar qilib o'tkaziladi.

- b urinma chiziqning frontal proyeksiyasi b'' ni yasash uchun aylanish o'qi $i(i', i'')$ va $A(A', A'')$

urinish nuqtasidan iborat M meridian tekisligini V proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgunga qadar i atrofida burib, A nuqtaning, yangi $A_1(A'_1, A''_1)$ vaziyati aniqlanadi;

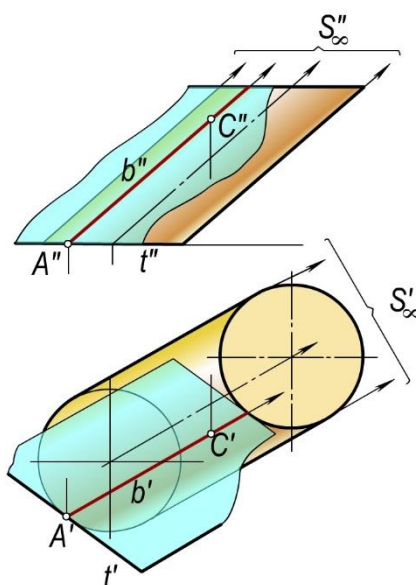
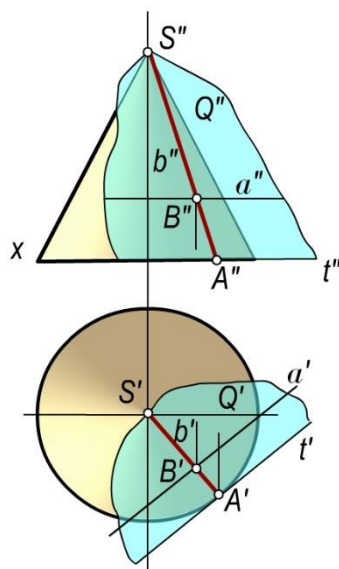
- A urinish nuqtasining yangi A''_1 frontal proyeksiyasidan sirtning frontal proyeksiyasi chegara chizig'i c''_1 ga urinma o'tkazib, i' o'qi bilan kesishgan joyda S'' nuqta aniqlanadi;
- S'' va A'' nuqtalarni birlashtirib, b'' ni hosil qilinadi. Natijada hosil bo'lgan kesishuvchi $a(a', a'')$ va $b(b', b'')$ urinma chiziqlar izlangan urinma tekislikni ifodalaydi.

3 masala. Konus sirtining ixtiyoriy $B(B', B'')$ parabolik nuqtasi orqali urinma tekislik o'tkazilsin (11.9-rasm).

Echish. Izlangan tekislik konus sirti bilan, to'g'ri chiziq bo'ylab urinadi. Uni yasash algoritmi quyidagicha:

- Konus uchi $S(S', S'')$ bilan berilgan $B(B', B'')$ nuqtani o'zaro birlashtirib, urinish chizig'ining b' va b'' proyeksiyalari aniqlanadi;
- $b(b', b'')$ chiziqning konus asosi bilan kesishgan $A(A', A'')$ nuqtasidan konus asosiga urinma to'g'ri chiziq $t(t', t'')$ o'tkaziladi; Bunda $t' \perp b'$ bo'ladi.
- Hosil bo'lgan kesishuvchi $b(b', b'')$ va $t(t', t'')$ to'g'ri chiziqar izlangan urinma tekislikni ifodalaydi. Konus uchi orqali cheksiz ko'p urinma

tekisliklar o'tadi, chunki S dan o'tuvchi cheksiz yasovchi-urinish chiziqlari mavjuddir.



11.9-rasm.

11.10-rasm.

Silindr sirtiga urinma tekislik o'tkazish, 3-misoldagidek bo'lib, faqat urinish chizig'ini silindr yasovchilariga parallel qilib o'tkazish yetarlidir. (11.10-rasm)

11.4-§. Sirt tashqarisidagi nuqta orqali urinma o'tkazish

Sirt tashqarisidagi nuqtadan faqat chiziqli sirtlargagina chekli sondagi urinma tekislik o'tkazish mumkin. Quyida ixtiyoriy nuqtadan konus sirtlariga urinuvchi tekisliklar yasashni ko'rib chiqamiz.

1-masala. Konus sirtida yotmagan E nuqta orqali konus sirtiga urinma tekislik yasalsin (11.11-shakl).

Yechish. Urinma tekislikning vaziyatni berilgan nuqta va urinish chizig'i aniqlaydi. Buning uchun konus uchi $S(S', S'')$ bilan $E(E', E'')$ nuqta tutashtirilsa, bu to'g'ri chiziqdan o'tuvchi va konussirtiga urinuvchi tekisliklar dastasi hosil bo'ladi.

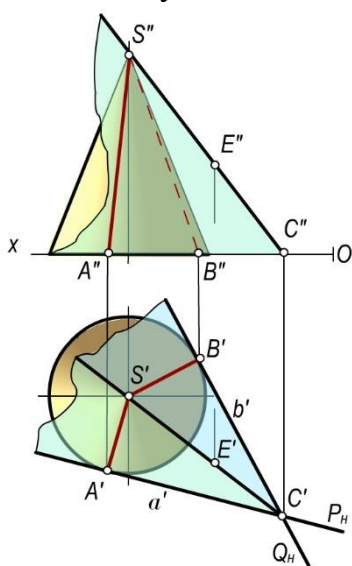
Bu tekisliklar **SE** qirrada o'zaro kesishib, ikki yoqli burchak hosil qiladi. Urinma tekisliklarni yasash algoritmi quyidagicha.

- **S'** va **E'**, **S''** va **E''** nuqtalarni o'zaro birlashtirib uning gorizontali izi **C(C', C'')** yasaladi;
- **SE** qirraning gorizontali izi **C'** dan konus asosiga **A'** va **B'** nuqtalarda urinuvchi **P** va **Q** tekisliklarning **P_H** va **Q_H** izlari o'tkaziladi;
- **S'** uch bilan **A'** va **B'** nuqtalar birlashtirilib, konus yasovchilari bo'lgan **SA** va **SB** urinish chiziqlarining gorizontali **S'A'** va **S'B'** proyeksiyalari aniqlanadi;
- **SA** va **SB** urinish chiziqlarining frontal **S''A''** va **S''B''** proyeksiyalari yasaladi. Natijada **P** va **Q** urinma tekisliklarning proyeksiyalari $\Delta S'A'C'$ va $\Delta S''A''C''$, $\Delta S'B'C'$ va $\Delta S''B''C''$ hosil bo'ladi. Bu tekisliklar masalaning ikkita yechimga ega ekanligini tasdiqlaydi.

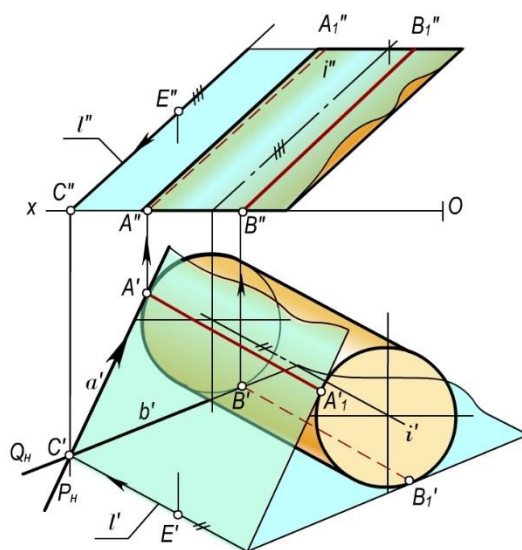
2-masala. Silindr sirtidan tashqarida yotgan **E** nuqta orqali unga urinib o'tuvchi tekislik yasalsin (11.12-rasm).

Yechish. Algoritmi quyidagicha:

- **E(E', E'')** nuqtadan silindr yasovchisiga parallel ℓ (ℓ' , ℓ'') to'g'ri chiziq o'tkaziladi va uning gorizontali izi **C(C', C'')** yasaladi;
- ℓ to'g'ri chiziqning gorizontali izi **C'** orqali silindrning **H** tekislikdagi asosiga urinib o'tuvchi **P** va **Q** tekisliklarning **P_H**(**a**) va **Q_H**(**b**) izlarini o'tkazib, **A(A', A'')** va **B(B', B'')** urinish nuqtalarini aniqlaymiz.
- Bu nuqtalardan esa **P** va **Q** tekisliklarning sirtga urinish chiziqlari **AA₁**(**A'A₁'**, **A''A₁''**) va **BB₁**(**B'B₁'**, **B''B₁''**) lar o'tadi.
- Natijada, kesishuvchi $\ell \cap a$ va $\ell \cap b$ to'g'ri chiziqlar **P** va **Q** urinma tekisliklarini ifodalaydi. Bu masala ham ikkita yechimga ega bo'ladi.



11.11-rasm

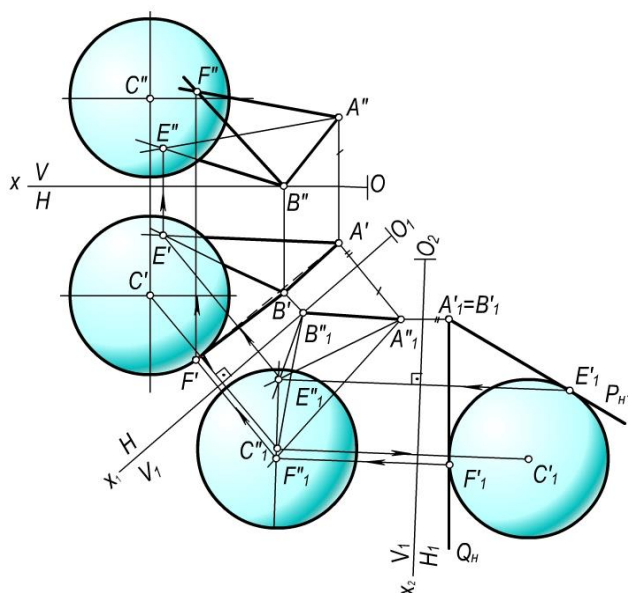


11-12-

rasm

11.5–§. Berilgan to‘g‘ri chiziq orqali urinma tekislik o‘tkazish

Berilgan to‘g‘ri chiziq orqali sirtga urinma tekislik o‘tkazish masalasi tekislikning nuqta, shu nuqtadan o‘tmagan to‘g‘ri chiziq orqali berilish usuli bilan bog‘liqdir,



11.13-rasm.

ya'ni tekislik sirtga bitta nuqtasi bilan urinishi mumkin.

Shar tashqarisida olingan **AB** to‘g‘ri chiziq orqali shar sirtiga urinma tekislik o‘tkazish 11.13-rasmda tasvirlangan.

Ma'lumki, berilgan **AB** to‘g‘ri chiziq orqali sharga ikkita: **P** va **Q** urinma tekisliklar o‘kazish mumkin. Yasash algoritmi qo‘yidagicha:

- Berilgan **AB** to‘g‘ri chiziqni proyeksiyalar tekisliklarini ikki marta almashtirish usuli yordamida uni proyeksiyalovchi $A_1' \equiv B_1'$ vaziyatga nuqta ko‘rinishida

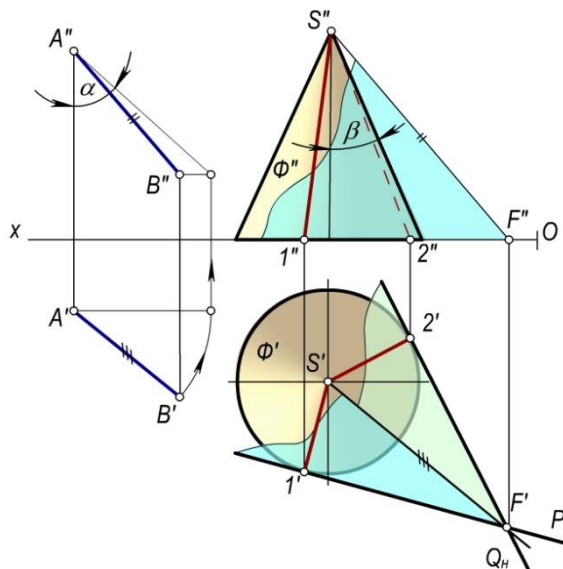
keltiriladi.

- Yangi tekisliklar sistemasidagi sharning proyeksiyasi konturiga urinma qilib P_{H1} va Q_{H1} urinma tekislik izlarini o‘tkaziladi va E_1' , F_1' urinish nuqtalari aniqlanadi;
 - So‘ngra E_1' va F_1' nuqtalarni teskari proyeksiyalash yo‘li bilan dastlab ularning E_1'' , F_1'' , so‘ngra E' , F' va E'' , F'' proyeksiyalari aniqlanadi. Bu nuqtalarni tegishli **A** va **B** nuqtalar bilan tutashtirish natijasida izlangan $P(AB, E)$, $Q(AB, F)$ urinma tekisliklarning $(A'B', E')$, $(A''B'', E'')$ va $(A'B', F')$, $(A''B'', F'')$ proyeksiyalari hosil bo‘ladi.
 - Agar **AB** to‘g‘ri chiziq shar sirti bilan kesishsa, u holda masala yechimga ega bo‘lmaydi.

11.6–§. Berilgan to‘g‘ri chiziqqa parallel bo‘lgan urinma tekislik o‘tkazish

Berilgan to‘g‘ri chiziqqa parallel qilib sirtga urinma tekislik o‘tkazish masalasi faqat chiziqli sirtlar uchun o‘rinli bo‘lib, urinma tekislikni kesishuvchi to‘g‘ri chiziqlar ko‘rinishida tasvirlanadi. Masalan, konusga urinma tekislik o‘tkazganda berilgan to‘g‘ri chiziqning konus o‘qi bilan hosil qilgan α burchagi, konus yasovchisi bilan o‘qi orasidagi β burchagiga teng yoki undan katta bo‘lishi lozim. Aks holda urinma tekislik yasab bo‘lmaydi $\alpha \geq \beta$ shartni qanoatlantiruvchi **AB** to‘g‘ri chiziqqa parallel hamda berilgan $\square$ konus sirtiga urinuvchi tekislik yasashni ko‘rib chiqamiz (11.14-rasm). Buning uchun konus uchi $S(S', S'')$ dan berilgan **AB** ($A'B'$, $A''B''$) to‘g‘ri

chiziqqa parallel $SF(S'F', S''F'')$ to'g'ri chiziq o'tkazib, uning gorizontal izi $F(F', F'')$ ni yasaymiz. Qolgan yasashlar xuddi 11.4-§ dagi 1-masala kabi bajariladi. To'g'ri chiziq bilan tekislikning parallellik shartiga asosan yasalgan $P(SF1)$ va $Q(SF2)$ urinma tekisliklar berilgan AB to'g'ri chiziqqa paralleldir, chunki SF to'g'ri chiziq ikkala urinmatekislik uchun umumiy bo'lib, AB to'g'ri chiziqqa paralleldir.



11.14-rasm.

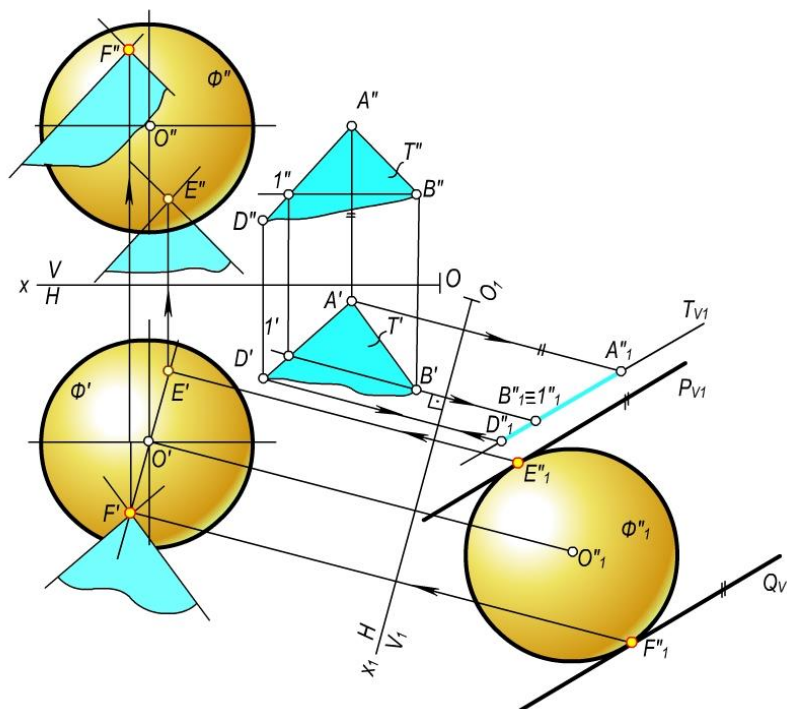
11.7-§. Berilgan tekislikka parallel bo'lgan urinma tekislik o'tkazish

Berilgan tekislikka parallel va sirtga urinuvchi tekislik o'tkazish masalalari asosan egri chiziqli sirlarga tegishlidir.

Berilgan $T(AD \cap AB)$ tekislikka parallel qilib va $\square$ shar sirtiga urinma tekislik o'tkazish 11.15-rasmda keltirilgan. Izlangan urinma tekislik ikkita bo'lib, ularni ikkita kesishuvchi to'g'ri chiziq tarzida tasvirlash qulaydir. Urinma tekislikni yasash uchun proyeksiyalar tekisliklarini bir marta almashtirish usuli yordamida berilgan T tekislik proyeksiyalovchi tekislik vaziyatga keltiriladi. Sharning ham yangi almashtirilgan proyeksiyasi yasaliib, so'ngra izlangan urinma tekisliklarning izlarini berilgan tekislikning yangi vaziyatiga parallel qilib, o'tkazish yetarlidir. Yasash algoritmi quyidagicha:

- Berilgan T tekislikning $B1$ gorizontaling $B'1'$ va $B''1''$ proyeksiyalari yasaladi;
- $B'1'$ ga perpendikulyar qilib, yangi proyeksiyalar O_1x_1 o'qi o'tkaziladi va T tekislikning V_1 dagi yangi frontal proyeksiyasi $A_1''D_1''B_1''$ hamda sharning O_1'' marakazli proyeksiyasi hosil qilinadi;
- $A_1''D_1''B_1''$ to'g'ri chiziqqa parallel qilib, markazi O_1'' nuqtadagi shar proyeksiyasiga izlangan urinma tekisliklarning P_{V1} va Q_{V1} izlari o'tkaziladi va ularni sharga urinish nuqtalari E_1'' va F_1'' belgilanadi;

- teskari proyeksiyalash yo'li bilan, urinish nuqtalarining E' , E'' va F' , F'' proyeksiyalari aniqlanadi;
- E va F nuqtalardan berilgan tekislikning AD va AB tomonlariga parallel qilib to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. Natijada, izlangan urinma parallel tekisliklarning proyeksiyalari hosil qilinadi. Yasashdan ko'rinib turibdiki, masala ikkita urinma tekislikka ega.



11.15-rasm.

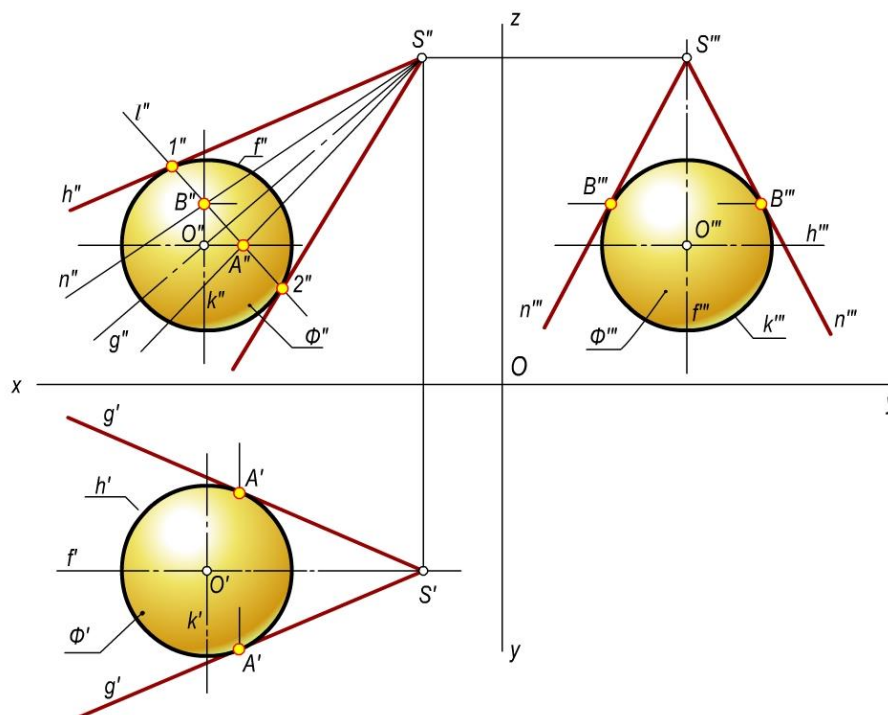
11.8–§. Sirt proyeksiyalarining ocherklarini yasash

Ta'rif. Kuzatuvchiga nisbatan sirtning aniq shaklini belgilovchi tashqi konturiga sirtning ocherki deyiladi.

O'qi frontal vaziyatda bo'lgan $S(S', S'')$ uchli og'ma doiraviy konusning, frontal proyeksiyasiga asosan uning gorizontal va profil ocherklarini yasash talab qilinadi (11.16-rasm). Doiraviy konusning S uchi orqali o'tuvchi uning o'qi $SO(S'O', S''O'')$ frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgani uchun konusning frontal tekislikdagi ocherki teng yonli uchburchak bo'ladi.

Qolgan ocherk proyeksiyalarini yasash quyidagicha bajariladi: Konusning o'qida ixtiyoriy O' (O', O'', O''') nuqtani markaz qilib olib, konus sirtiga urinma yordamchi $\square(\square', \square'')$ sfera chiziladi. Ushbu sferaning $h(h', h'')$ ekvatori, va $f(f', f'')$ bosh meridini va $k(k', k'', k''')$ profil meridiani bo'lgan aylanalar chiziladi. $\square$ sfera frontal proyeksiyasida konus sirtiga $1''2''$ aylana bo'yicha urinadi. Bu $1''2''$ aylana sferaning

$h(h', h'')$ ekvatori bilan kesishib - $A(A', A'')$, K'' profil meridiani bilan kesishib B'' nuqtalarni hosil qiladi. A nuqtaning gorizonttal A' proyeksiyasi h' ekvatorida yotadi. B nuqtaning B''' profil proyeksiyasi K''' da aniqlanadi. Natijada, gorizonttal proyeksiyada A' nuqta orqali o'tuvchi $S'g'$ va profil proyeksiyada B''' nuqta orqali o'tuvchi $S'''n'''$ chiziqlar konusning chetki yasovchilari proyeksiyalari bo'lib, uning ocherklarini hosil qiladi.



11.16-rasm.

Nazorat savollari

1. Urinma tekislik deb nimaga aytiladi?
2. Qanday chiziq sirtning normalini deyiladi?
3. Berilgan sirtga urinma tekislik qanday shartlar asosida o'tkaziladi?
4. Qanday nuqtalar sirtning elliptik, parabolik va giperbolik nuqtalarideyiladi?
5. Sirt tashqarisidagi nuqtadan unga qanday qilib urinma tekislik o'tkazish mumkin?
6. Sirt tashqarisidagi to'g'ri chiziq orqali unga nechta va qanday qilib urinma tekislik o'tkazish mumkin?
7. Berilgan tekislikka parallel qilib nechta urinma tekislik o'tkazish mumkin?
8. Sirtning ocherki deb nimaga aytiladi?
9. Berilgan to'g'ri chiziqqa parallel qilib hamma vaqt konus sirtiga urinuvchi tekislik o'tkazsa bo'ladimi?

Sirtlarni o‘zaro kesishishi. Sirtlarning o‘zaro kesishuv chizig‘ini yasash usullari.

Yordamchi sferalar usuli.

Umumiy ma’lumotlar

Insoniyat o‘zining amaliy faoliyatida konus, silindr, shar, ko‘pyoqliklar yoki boshqa ko‘rinishdagi sirtlar va ularning o‘zaro kesishishidan turli xil ko‘rinishdagi arkalar, gumbazlar va muhandislik inshootlari qurilishida foydalanib kelgan.

Kesishuvchi sirtlar asosida o‘zaro kesishgan trubalar, keng oraliqli binolarning ustunsiz tomlari, neft va gaz saqlanadigan sisternalar, rezervuarlar, medisina asboblari, mashinasozlik detallari, qurilish inshootlari elementlari va hokazolar tayyorlanadi. Shu bois muhandislardan sirtlarning o‘zaro kesishish chiziqlarini aniq yasash va ularni sirt yoyilmasida aniq tasvirlay bilish bilimi talab qilinadi. Shu maqsadda ushbu bobda turlicha shakldagi sirtlarning o‘zaro kesishish chiziqlarini yasash usullari bayon qilinadi.

Ta’rif. Ikki sirtning kesishish chizig‘i deb, ular uchun umumiy bo‘lgan nuqtalarning geometrik o‘rniga aytiladi.

Kesishuvchi sirtlarning hosil bo‘lishiga qarab ularning kesishish chizig‘i quyidagi ko‘rinishlarda uchraydi:

- Kesishuvchi sirtlar egri chiziqli yoki to‘g‘ri chiziqli sirtlar bo‘lsa, ularning kesishish chizig‘i umumiy holda fazoviy egri chiziq bo‘ladi.
- Kesishuvchi sirtlarning biri egri chiziqli ikkinchisi ko‘pyoklik sirt bo‘lsa, u holda ularning kesishish chizig‘i tekis egri chiziqlar bo‘ladi.
- Kesishuvchi sirtlarning ikkalasi ham ko‘pyoqlik sirt bo‘lsa, ularning kesishish chizig‘i fazoviy yoki tekis sinq chiziq bo‘ladi.

Kesishuvchi sirtlar analitik usulda o‘z tenglamalari bilan berilsa, ularni birga yechib, kesishish chiziqlarining tenglamasi hosil qilinadi.

Kesishish chizig‘ining tartibi umumiy holda kesishuvchi sirtlarning tartibiga qarab belgilanadi. Agar sirtlardan biri m tartibli, ikkinchisi n tartibli bo‘lsa, ularning kesishish chizig‘ining tartibi $m \times n$ ga teng bo‘ladi, ya’ni $\square_1^m \cap \square_2^n = a^{m \cdot n}$.

Kesishuvchi sirtlarning ikkalasi ham 2-tartibli bo‘lsa, ular 4-tartibli egri chiziq bo‘yicha kesishadi, ya’ni $\square_1^2 \cap \square_2^2 = a^4$.

Kesishuvchi sirtlardan biri 2-tartibli va ikkinchisi ko‘pyoqli sirt bo‘lsa, ular 2-tartibli egri chiziqlar bo‘yicha kesishadilar, ya’ni $\square_1^2 \cap \square_2^{q \cdot s} = ka^2$. Bunda, k 2-tartibli egri chiziqlarlar soni. Buni ko‘pyoqli sirtning yoqlari soni orqali aniqlanadi.

12.2-§. Sirtlar kesishish chizig‘ini yasashning umumiy algoritmi

Ikki sirtning kesishish chizig‘i, odatda kesishish chizig‘ining nuqtalarini ketma-ket yasash yo‘li bilan hosil qilinadi. Kesishish chizig‘ining nuqtalari ikkala sirtga ham taaluqli bo‘lib, yordamchi kesuvchi sirtlar yordamida yasaladi. Yordamchi kesuvchi

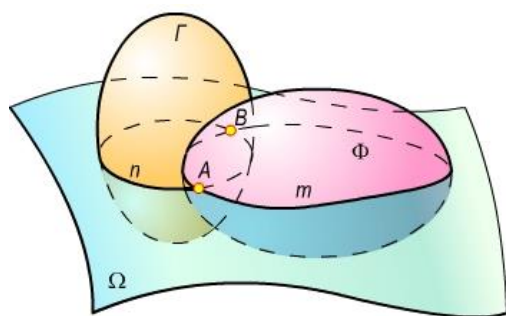
sirtlar sifatida tekislik, sfera, konus va silindr sirtlarini olish mumkin. Yordamchi kesuvchi sirtlar shunday tanlanishi kerakki, u berilgan sirtlar bilan kesishganida kesimda chizilishi oddiy va qulay chiziqlar-to'g'ri chiziq yoki aylanalar hosil bo'lsin.

Yordamchi kesuvchi sirtlar kitobning oldingi boblarida yordamchi kesuvchi tekislik ko'rinishida ishlatilgan edi. Masalan, to'g'ri chiziq bilan tekislikning kesishuv nuqtasini yasashda, tekisliklarning kesishish chizig'ini yasashda, tekislik bilan sirtlarning kesishuvida, to'g'ri chiziq bilan sirtlarning kesishuvida yordamchi kesuvchi tekisliklar o'tkazilgan edi.

Yordamchi kesuvchi sirtlar usulida yasash algoritmi quyidagicha bo'ladi (12.1-rasm):

- Berilgan ikki $\square$ va $\square$ sirtlar kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalari yasaladi. Bu nuqtalar o'z navbatida yordamchi kesuvchi sirtlarni o'tkazish chegarasini aniqlaydi.
- Yordamchi kesuvchi Ω sirt o'tkaziladi. Bunda $\square$ va Ω sirtlar o'zaro kesishib n ($\square \cap \Omega = n$) chiziqni, $\square$ sirt bilan Ω sirt kesishib m ($\square \cap \Omega = m$) chiziqni hosil qiladi.
- n va m chiziqlar kesishib ($n \cap m = A, B, \dots$) $A, B, \dots$ nuqtalarni hosil qiladi.

Bu nuqtalar berilgan $\square$ va $\square$ sirtlar kesishish chizig'ining nuqtalaridir. Bunday yasash algoritmi yetarli marta takrorlansa, kesishish chizig'ini yasash uchun yetarli nuqtalari hosil qilinadi. Bu nuqtalar ma'lum tartibda lekalo yordamida silliq tutashtirilsa, berilgan ikki sirtning kesishish chizig'i hosil bo'ladi.



12.1-rasm

Agar yordamchi kesuvchi sirt tekislik bo'lsa, xosmas o'qli tekisliklar dastasi hosil bo'ladi. Agar yordamchi kesuvchi sirt sferadan iborat bo'lsa, konsentrik yoki eksentrik sferalar oilasi hosil bo'ladi. Shunga ko'ra ikki kesishuvchi sirtning kesishish chiziqlarini yasashda yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasi, yordamchi kesuvchi konsentrik va eksentrik sferalar usullari hosil bo'ladi. Bu usullarining qo'llanilishi to'g'risida keyinchalik batafsil to'xtab o'tamiz.

12.3-§. Umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishishi

Ta'rif. Umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanish sirtlari chekli sondagi aylanalar bo'yicha kesishadi.

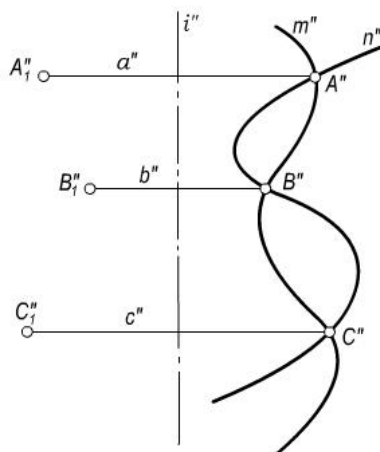
Isboti. Ikkita aylanish sirtning $m(m'')$ va $n(n'')$ meridianlari (yasovchilari) hamda ular uchun umumiy bo'lgan $i(i'')$ o'q berilgan bo'lsin (12.2-rasm). m'' va n'' meridianlarning kesishish nuqtalarini $A'', B'', C'', \dots$ harflar bilan belgilaymiz. Agar m va n egri chiziqlar i o'q atrofida aylantirilsa, $\square$ va $\square$ aylanish sirtlari hosil bo'ladi (shaklda bu sirtlar tasvirlanmagan). Unda m'' va n'' egri chiziqlarning aylanishi natijasida ularga umumiy bo'lgan $A'', B'', C'', \dots$ nuqtalar $a'', b'', c'', \dots$ aylanalar chizadi. Bu aylanalar esa ikkala sirt uchun umumiydir. Demak, $a'', b'', c'', \dots$ aylanalar umumiy o'qli $\square$ va $\square$ aylanish sirtlarining kesishish chiziqlari bo'ladi.

12.3-rasmda umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanma ellipsoid va bir pallali giperboloidlarning kesishish chiziqlari a'' va b'' aylanalar frontal proyeksiyada ko'rsatilgan. 12.4 va 12.5-rasmlarda sferaning doiraviy silindr va doiraviy konus sirtlari bilan kesishish chiziqlari tasvirlangan. Bu sirtlarning o'qlari proyeksiyalar tekisliklarining biriga perpendikulyar qilib olingan.

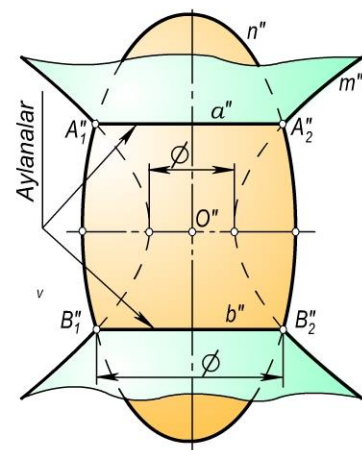
Yuqoridagi teoremdan quyidagi natijani chiqarish mumkin:

Natija: Markazi aylanish sirtining o'qida bo'lgan har qanday $\square(\square'')$ sfera shu aylanish sirti bilan aylanalar bo'yicha kesishadi(12.6-rasm).

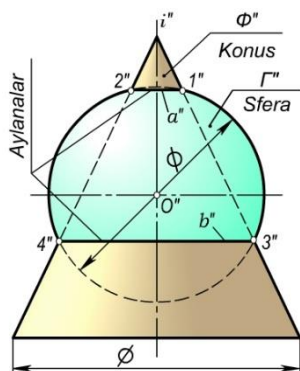
Haqiqatan, $\square(\square'')$ aylanish sirti $i(i'')$ o'qining ixtiyoriy $O(O'')$ nuqtasini markaz qilib olib, $\square''$ sfera chizilgan. $\square$ va $\square$ sirtlar a'' va b'' aylanalar bo'yicha kesishgan (tasvirlar faqat frontal proyeksiyada keltirilgan). Yuqorida keltirilgan xulosalar va misollar aylanish sirtlari kesishish chizig'ini yasashda qo'llaniladigan konsentrik va ekssentrik sferalar usullarining asosi hisoblanadi.



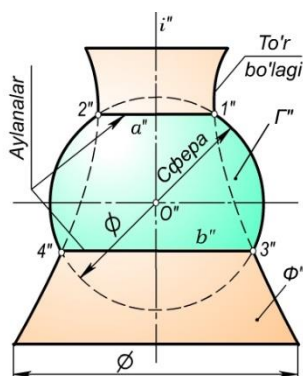
12.2-rasm



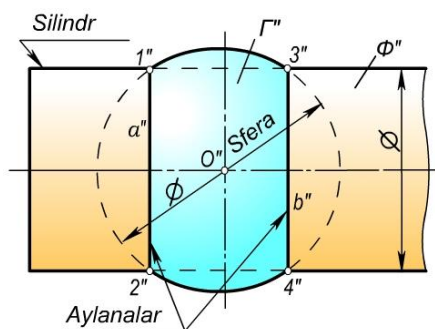
12.3-rasm



12.4-rasm



12.5-rasm.



12.6-rasm

12.4-§. O'qlari umumiy nuqtaga ega bo'lgan aylanish sirtlarining o'zarokesishuvi. Yordamchisferalar usuli

Ma'lumki, markazibiroraylanish sirtining o'qidabo'lgansferabusirtnechklisondagiaylanalarbo'yichakesadi.

Buaylanalarproyeksiyalartekisliklariningbirigato'g'richiziqkesmasishaklida, ikkinchisigaaylanayokiellipsko'rinishidaproyeksiyanadi.

Aylanishsirtlaribilansferaningo'zarokesishishchizig'ihaqidagibumuhimxulosaikkita aylanishsirtiningo'zarokesishishchiziqlariniyasashgaimkonberadi.

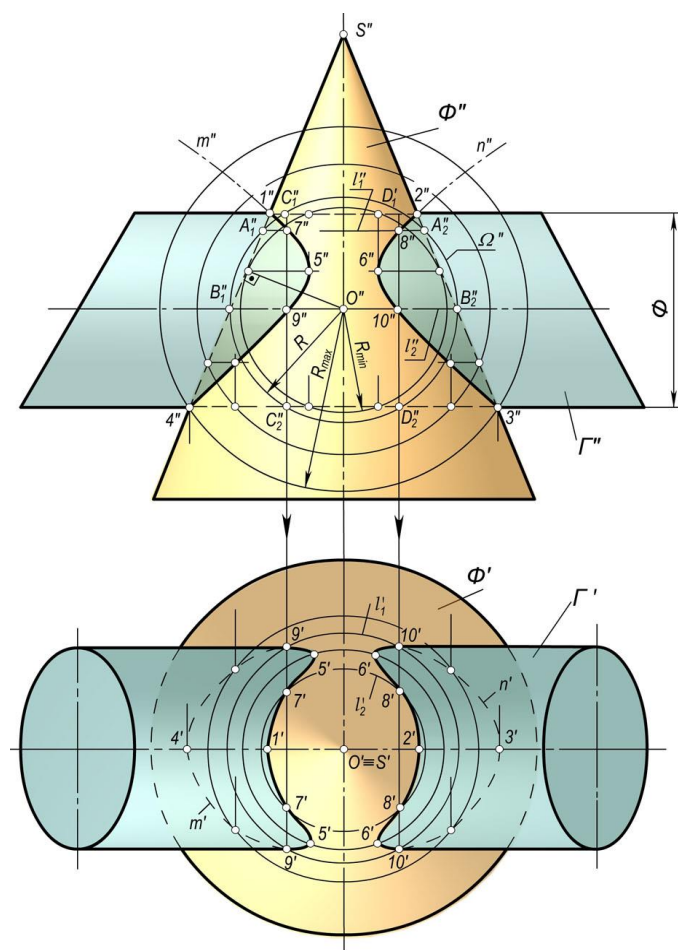
Yordamchikesuvchisferalarto'plamikonsentrikyokiekssentrikko'rinishlardabo'ladi. Kesishuvchisirtlarningxarakterigaqarab, yordamchikesuvchisferalarningbirorusuliishlatiladi.

12.4.1. Konsentrik sferalar usuli. Ikki aylanish sirtining o'qlari umumiy nuqtaga ega bo'lsa, bu o'qlar bitta tekislikni tashkil qiladi. Bu tekislik har ikkala sirt uchun simmetriya tekisligi bo'ladi.

Yordamchi kesuvchi konsentrik sferalar usulini quyidagi shartlar qanoatlantirgan hollardagina qo'llash mumkin:

- o'zaro kesishuvchi sirtlar aylanish sirtlari bo'lishi shart;
- aylanish sirtlarining o'qlari o'zaro kesishgan bo'lishi kerak;
- aylanish sirtlarining o'qlari (yoki simmetriya tekisligi) proyeksiyalar tekisliklarining biriga parallel bo'lishi yoki sirt o'qlarining biri

proyeksiyalar tekisliklarining biriga parallel, ikkinchi o'q esa ikkinchi proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lishi kerak.



12.7-rasm.

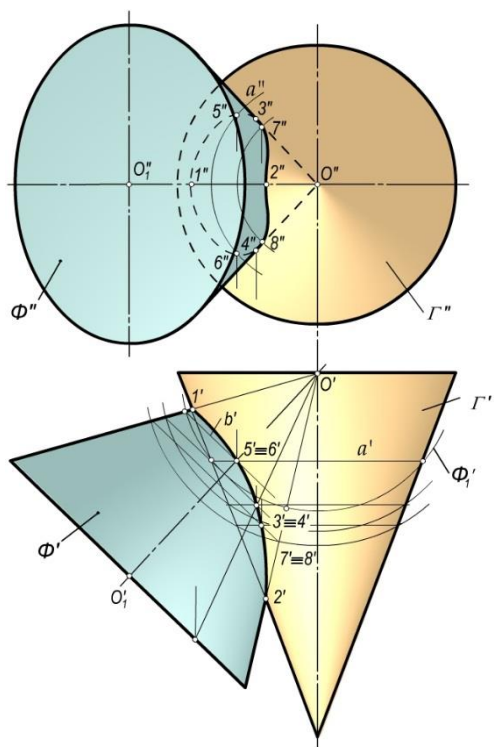
Yordamchi kesuvchi konsentrik sferalarning markazi sirlarning o'qlari kesishgan nuqtasida bo'ladi. 12.7–rasmda o'qlari umumiy $O(O', O'')$ nuqtada kesishuvchi va simmetriya tekisligi V ga parallel bo'lgan $\square(\square', \square'')$ aylanma konus va $\square(\square', \square'')$ silindr sirlari berilgan. Bu sirlarning kesishish chizig'ini yasash uchun O'' nuqtani markaz qilib, R radiusli $\Omega(\Omega'')$ sfera chiziladi. Ω sfera $\square$ sirt bilan umumiy o'qqa ega bo'lgani uchun ular $l_1(l_1', l_1'')$ va $l_2(l_2', l_2'')$ aylanalar bo'yicha kesishadi. Shaklda bu aylanalarning V tekislikdagi proyeksiyalari $A_1'' A_2''$ va $B_1'' B_2''$ kesmalar tarzida tasvirlangan. Shuningdek, bu sfera $\square$ sirt bilan umumiy o'qqa ega bo'lgani uchun $C_1' C_2''$ va $D_1'' D_2''$ kesmalar ko'rinishidagi aylanalar bo'yicha kesishadi. Bu aylanalarning o'zaro kesishish 7'', 8'', 9'' va 10'' nuqtalari har ikkala $\square$ va $\square$ sirtlar uchun umumiy bo'lgan nuqtalarning frontal proyeksiyalari bo'ladi. Xuddi shuningdek, O'' nuqtani markaz qilib, konsentrik sferalar chiziladi, ular yordamida $\square$ va $\square$ sirtlar uchun umumiy bo'lgan nuqtalarini yasash mumkin. Bu nuqtalarning geometrik o'rni bo'lgan m'' va n'' egri chiziqlar $\square$ va $\square$ sirlarning kesishish chiziq bo'ladi. $\square$ va $\square$ sirlarning frontal ocherklarining

1", 2", 3", 4" kesishish nuqtalari bu sirtlar kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalaridan hisoblanadi. O'' nuqtadan eng uzoqda joylashgan 4" xarakterli nuqtadan o'tuvchi sferaning radiusi R_{max} bo'ladi. Kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalaridan yana bir juftini $\square$ va $\square$ sirtlarining birortasiga R_{min} radiusli urinma sfera o'tkazish bilan aniqlanadi. Eng kichik sferaning R_{min} radiusi quyidagicha aniqlanadi (12.7-rasm): O'' nuqtadan berilgan sirtlarning birini chekka yasovchisiga $O''E''$ va $O''F''$ perpendikulyarlar o'tkaziladi. Bunda $O''E'' > O''F''$ bo'lsa $R_{min} = O''E''$ bo'ladi. Agar $O''E'' < O''F''$ bo'lsa, $R_{min} = O''F''$ bo'ladi, $O''E'' = O''F'' = R_{min}$ bo'lgan holda eng kichik sfera ikkala sirtga urinib, kesishish chizig'i ikkita tekis egri chiziqqa ajraladi. Shunday qilib, urinma sferani shunday o'tkazish kerakki, u sirtlarning biriga urinsin va ikkinchisini kesib o'tsin. 12.7-rasmda $\square$ sirtga urinma bo'lgan R_{min} radiusli sfera o'tkazish bilan yasalgan egri chiziqning 5, 6 xarakterli nuqtalari aniqlangan. Bu nuqtalarda egrilik buriladi yoki yo'nalishini o'zgartiradi. Kesishish chizig'ining boshqa nuqtalari R_{max} va R_{min} radiusli sferalar orasida ixtiyoriy sferalar o'tkazish bilan aniqlanadi. Konus va silindrlarning o'zaro kesishish chizig'i $m(m'')$ va n larga tegishli nuqtalarning gorizontaal proyeksiyalari konus o'qiga perpendikulyar bo'lgan parallel kesuvchi gorizontaal tekisliklar orqali aniqlanadi. Shunday qilib, konsentrik sferalar usuli bilan ikki aylanish sirtining kesishish chiziqlarini yasash quyidagi sxema bo'yicha bajariladi:

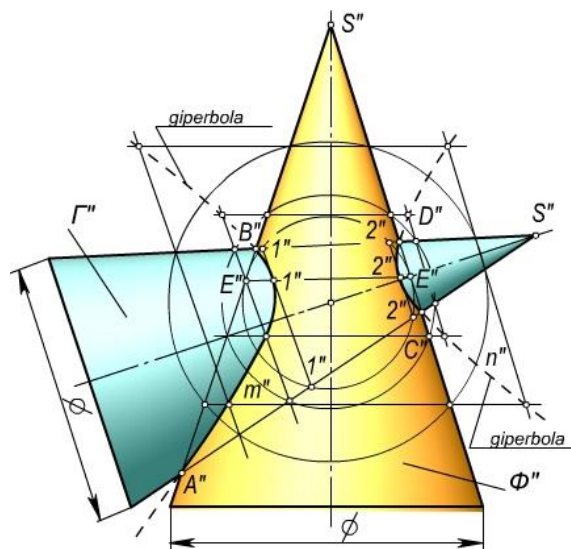
- ikki aylanish sirti o'qlarining kesishish nuqtasi konsentrik sferalar markazi sifatida qabul qilinadi;
- sirtlarning frontal (yoki gorizontaal) ocherklarining kesishish nuqtalari xarakterli nuqtalar sifatida belgilanadi va R_{max} radiusli sfera aniqlanadi;
- eng kichik R_{min} radiusli sfera chiziladi. Natijada yana bir juft xarakterli nuqtalar aniqlanadi;
- R_{max} va R_{min} lar orasida sferalar o'tkazilib, oraliq nuqtalar topiladi.

12.8-rasmda o'qlar $O(O', O'')$ nuqtada kesishuvchi va simmetriya tekisligi H proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgan ikki doiraviy konusning kesishish chizig'i konsentrik sferalar usuli bilan yasalgan. Bunda avvalo kesishish chizig'ining xarakterli 1(1', 1'') va 2(2', 2'') nuqtalari aniqlanadi. So'ngra O' nuqtani markaz qilib olib, ikkala konusni kesadigan qilib $\square_1'$ sfera o'tkaziladi. $\square_1'$ sfera $\square'$ konus bilan a' aylana bo'yicha, $\square'$ konus bilan b' aylana bo'yicha kesishadi. Bu aylanalarning kesishish nuqtalari 5'=6' ikki konusning kesishish chizig'ia tegishli bo'ladi. a' aylananing a'' proyeksiyasi yasaliib, uning ustida 5" va 6" nuqtalar yasaladi. Kesishish chizig'ining qolgan nuqtalari ham yuqoridagidek yasaladi va ular o'zaro tutashtiriladi.

12.9-rasmda simmetriya tekisligi proyeksiyalar tekisligi V ga parallel bo'lgan ikki aylanma konusning kesishish chizig'i konsentrik sferalar usuli bilan frontal proyeksiyalar tekisligida tasvirlangan.



12.8-rasm

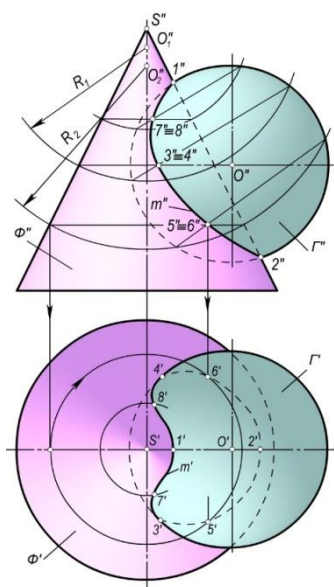


12.9-rasm

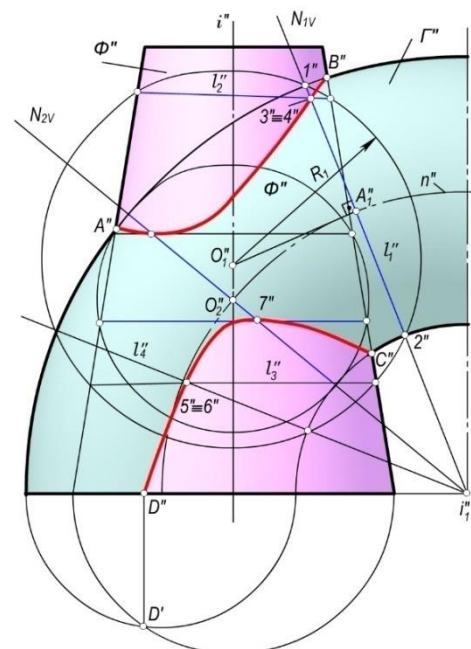
12.4.2. Ekssentrik sferalar usuli. Markazlari biror aylanma sirt o'qini turli nuqtalarida joylashgan sferalar ekscentrik sferalar deb yuritiladi. 12.10–rasmda konus o'qi va sfera markazi O (O' , O'') bitta frontal simmetriya tekisligida joylashgan.

Bu ikki sirtning kesishish chizig'ini yasash uchun avvalo ularning frontal ocherklarning kesishishdagi xarakterli nuqtalari $1''$ va $2''$ belgilanadi. Ma'lumki, har qanday ikki sfera aylana bo'yicha kesishadi. Markazi konus o'qida bo'lgan sfera ham konus bilan aylana bo'yicha kesishadi. Shuning uchun konus o'qining biror nuqtasini markaz qilib olib, ixtiyoriy radius bilan yordamchi sferalar yasash yo'li bilan bu ikki sirtning kesishish chizig'i yasaladi. Konus o'qidagi O_1'' nuqtani markaz qilib olib, R_1 radiusli sfera yordamida kesishish chizig'ining $3(3', 3'') \equiv 4(4', 4'')$ nuqtalari yasalgan. Shuningdek, konus o'qidagi O_2'' nuqtani markaz qilib olib, R_2 radiusli sfera yordamida $5(5', 5'') \equiv 6(6', 6'')$ nuqtalarning vaziyati aniqlangan. Xuddi shu tarzda konus o'qidagi ixtiyoriy nuqtalarni markaz qilib olib, ixtiyoriy radiuslar bilan sferalar chizish yordamida ikkala sirtning kesishish chizig'i $m(m'')$ yasalgan. m ning gorizontal m' proyeksiyasi konus o'qiga perpendikulyar bo'lgan parallel kesuvchi gorizontal tekisliklar orqali aniqlanadi.

Aylanma kesik konus va tor sirtlarning kesishish chizig'ini yasash frontal proyeksiya tekisligida ko'rsatilgan (12.11-rasm). Konusning o'qi i'' va tor yasovchilarining markazlari yotuvchi n'' chiziq bitta frontal tekislikda joylashgan. Bu sirtlarning kesishish chizig'ini yasash uchun torning frontal proyeksiya tekisligidagi i_1'' o'qi orqali N_{IV} frontal proyeksiyalovchi tekislikning izi o'tkaziladi. Bu tekislik torni n'' markazlar chizig'ini ixtiyoriy A_1'' nuqtada kesadi. Bunda N_{IV} tekislik torni l_1'' aylana bo'yicha kesadi. l_1'' aylananing markazi A_1'' nuqtadan aylana tekisligiga perpendikulyar chiqariladi. Uning aylanma konus o'qi i'' bilan kesishish nuqtasi O_1'' belgilanadi. O_1'' nuqtani markaz qilib olib, torning l_1'' aylanasiidan o'tuvchi R_1 radiusli sfera chiziladi. Bu yordamchi sfera konus bilan l_2'' va l_3'' aylanalar bo'yicha va tor sirti bilan l_1'' va l_4'' aylanalar bo'yicha kesishadi. l_1'' va l_2'' aylanalarning kesishish nuqtalari $3'' \equiv 4''$ hamda l_3'' va l_4'' aylanalarning kesishish nuqtalari $5'' \equiv 6''$ izlanayotgan egri chiziqning nuqtalari bo'ladi. Chunki $3'' \equiv 4''$ va $5'' \equiv 6''$ nuqtalar konus va tor sirtlari uchun umumiy nuqtalardir.



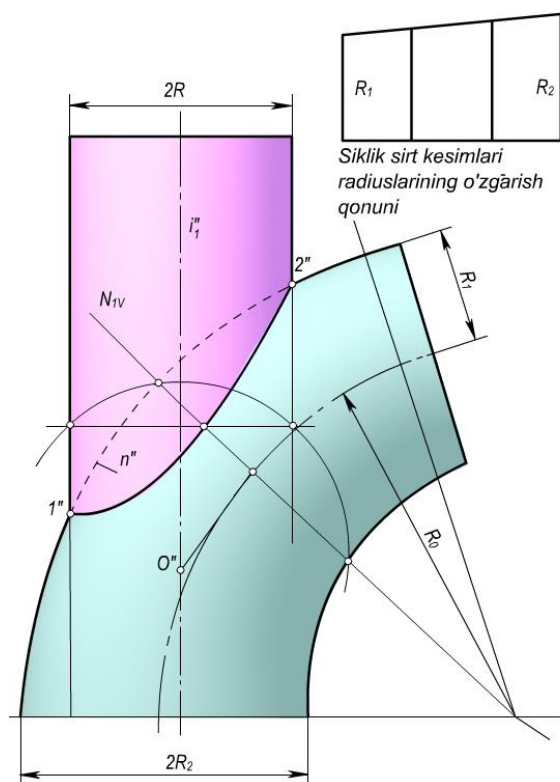
12.10-rasm.



12.11-rasm

Aylanma konus va tor sirtlar kesishish chizig'ining xarakterli A'' , B'' va C'' nuqtalari bu sirtlarni frontal ocherklarining kesishish nuqtalari yordamida aniqlangan. Sirtlar o'qlarining kesishish nuqtasi O_2'' orqali tor sirtga urinma qilib o'tkazilgan $\square''$ sfera sirti orqali A'' va $7''$ xarakterli nuqtalar aniqlangan. Bu nuqtalar egrilikning burilish nuqtalari bo'ladi.

Torning i_1'' aylanish o'qi orqali bir necha frontal proyeksiyalovchi tekisliklar izlarini o'tkazib va bu tekisliklarda hosil bo'lgan aylanalar orqali markazi konus o'qida turlicha joylashgan yordamchi sferalar o'tkazib, egri chiziqning qolgan oraliq nuqtalari yasaladi.



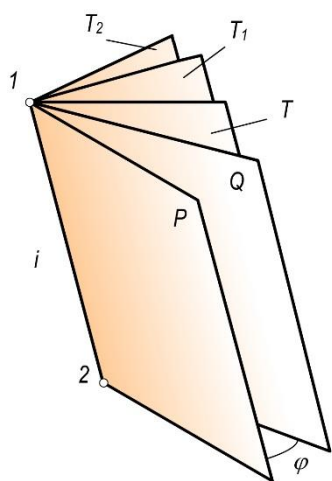
12.12-rasm

12.12-rasmda siklik va silindrik sirtlardan tashkil topgan truboprovodning bir qismi frontal proyeksiyada tasvirlangan. Bunda aylanish silindri bilan naysimon siklik sirtning n'' kesishish chizig'ini yasash ekssentrik sferalar usuli bilan ko'rsatilgan. Har ikkala sirt uchun umumiy bo'lgan n'' egri chiziqlarning barcha nuqtalarini yasash yuqorida keltirilgan misolga asosan bajarilgan.

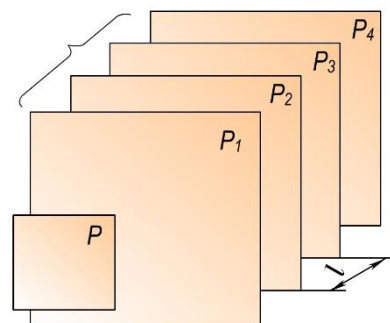
12.5-§. Sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ini yasash. Kesuvchi tekisliklar dastasi usuli

12.5.1. Tekisliklar dastasi. Birta to'g'ri chiziqdan o'tuvchi tekisliklarni tekisliklar dastasi deyiladi. To'g'ri chiziq tekisliklar dastasining o'qi deb

yuritiladi. Tekisliklar dastasi xos (12.13-rasm) yoki xosmas o'qqa (12.14-rasm) ega bo'ladi. Xos o'qli tekisliklar dastasining chizmadagi bir ismli izlari bir nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar dastasini tashkil qiladi (12.15-rasm). Shu izlar dastasining $1''$ va $2''$ nuqtalari tekisliklar dastasi i o'qining izlaridan iborat bo'ladi. Dasta tekisliklarining vaziyati esa, bitta parametr, ya'ni aylanish burchagi φ ning kattaligi orqali aniqlanadi.

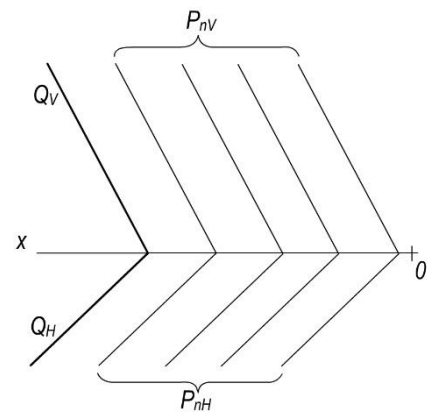
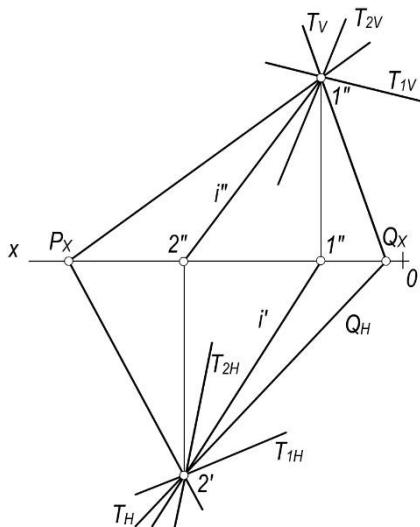


12.13-rasm

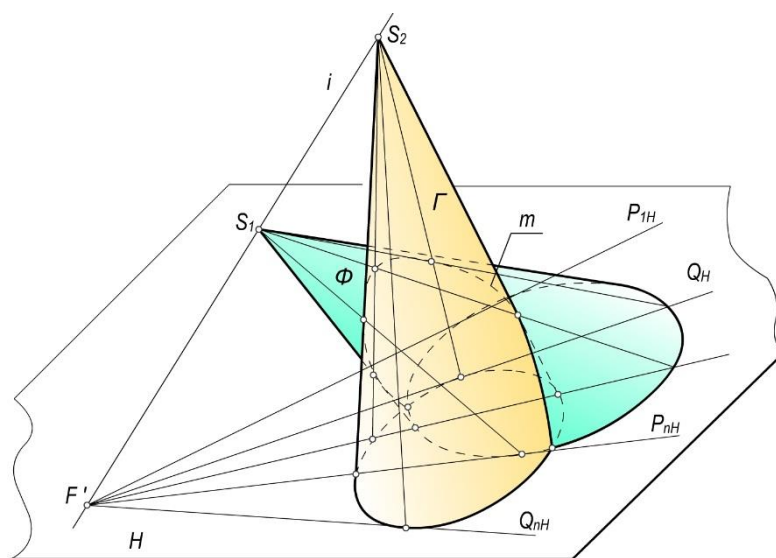


12.14-rasm

Tekisliklar dastasi, asosan, tekislik bilan sirtning, sirt bilan sirtning va sirt bilan ko'pyoqlik sirtining o'zaro kesishish chiziqlarini yasashda yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasi usuli nomi bilan ishlatiladi.



12.5.2. Chiziqli sirtlarning o‘zaro vaziyatini ularning kesishish chiziqlarini yasamasdan aniqlash. Har bir chiziqli sirtning yasovchilari orqali o‘tgan tekisliklar dastasi sirtning asos tekisligida izlar dastasi to‘plamini hosil qiladi. Bu izlar dastasi sirt asosiga urinuvchi izlari orasida bo‘ladi.



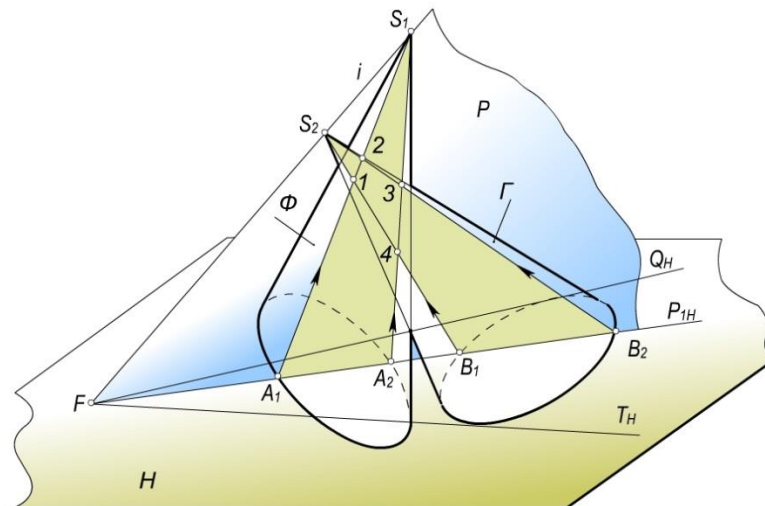
12.17-rasm

Asoslari bir tekislikda yotgan sirtlarning o‘zaro vaziyatini shu sirtlarning yasovchilari orqali o‘tgan, umumiy o‘qli kesuvchi tekisliklar dastasi izlari to‘plamining o‘zaro vaziyati aniqlaydi. Agar izlar dastasi o‘zaro kesishsa, sirtlar ham kesishadi. Ular kesishmasa, sirtlar ham kesishmaydi. 12.17–rasmda asoslari H tekislikda yotgan ikki konus sirtining o‘zaro vaziyati aniqlangan. S_1 va S_2 konus uchlari orqali o‘tgan kesuvchi tekisliklar $P_{1H}...P_{nH}$ va $Q_{1H}...Q_{nH}$ izlar to‘plamini hosil qilgan. Bu to‘plamlar qisman kesishgani uchun konus sirtlari ham qisman kesishib, bitta m fazoviy egri chiziq hosil qilgan. Izlar to‘plamining bu xususiyati, berilgan o‘zaro kesishuvchi sirtlarning kesishish chiziqlarini yasamasdan oldin uning xarakterini aniqlash imkonini beradi. Buni asoslari bir tekislikda (masalan, H da) yotgan kesishuvchi sirtlarning 12.1-jadvalda keltirilgan sxematik chizmalardan kuzatish mumkin.

12.5.3. Sirtlarning kesishish chiziqlarini yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasi usuli bilan yasashning umumiy algoritmi

- Ikki sirtning proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan vaziyatiga qarab kesuvchi tekisliklar dastasining vaziyati tanlanadi. Bunda kesuvchi sirtlarning hosil bo‘lish qonuniyatlariga asosan ular berilgan sirtlar bilan kesishganda kesimda to‘g‘ri chiziqlar yoki aylanalar to‘plami hosil bo‘ladigan qilib tanlanadi.
- Sirtlarning asoslari yotgan tekislikda kesuvchi tekisliklar izlarining dastasi yasaladi.
- Kesishuvchi sirtlar asoslarining o‘zaro vaziyati va kesuvchi tekisliklar izi dastasining vaziyati 12.1-jadvalga asosan aniqlanadi.
- Kesishuvchi sirtlar kesishish chizig‘ining xarakterli nuqtalari belgilanadi.
- Kesishish chizig‘ining oraliq nuqtalari yasaladi.

- Hosil bo'lgan nuqtalar ketma-ket ravon tutashtiriladi.

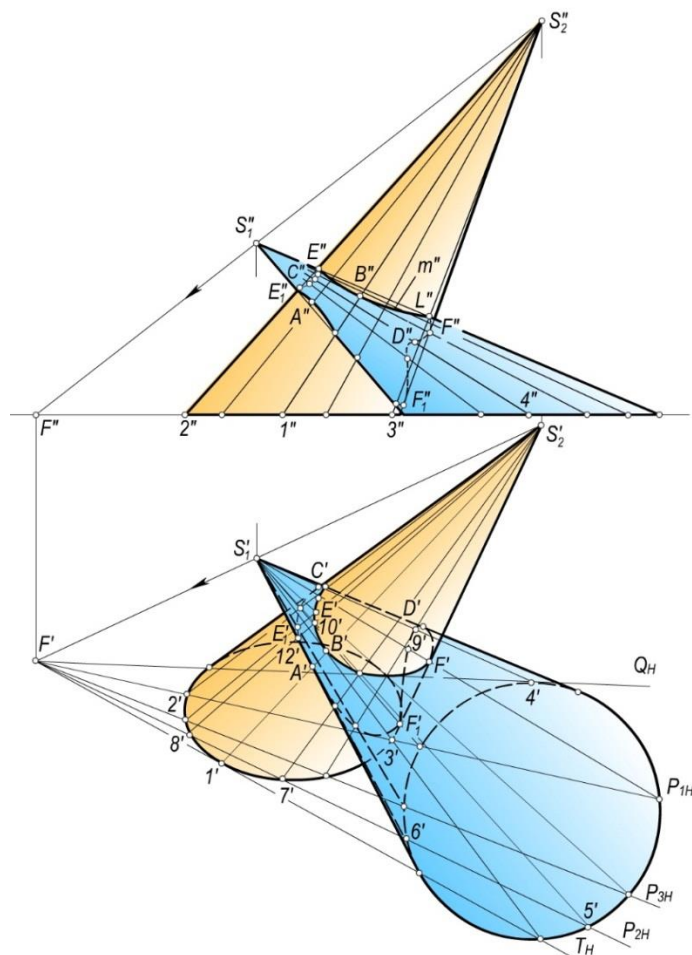


12.18-rasm

12.5.4. Konus bilan konusning o'zaro kesishish chizig'ini yasash. (12.18-12.19-rasmlar). Konus uchidan o'tgan har qanday tekislik konusni yasovchilari bo'yicha kesadi. Berilgan Φ va Γ konuslarni kesib o'tuvchi tekisliklar dastasining i o'qi kesishuvchi konuslarning S_1 va S_2 uchlariidan o'tuvchi S_1S_2 to'g'ri chiziq bo'ladi (12.18-rasm). i o'qi orqali o'tkazilgan P tekislik yordamida ikki sirtga umumiy bo'lgan 1,2,3 va 4 nuqtalarni yasash ko'rsatilgan. Bu konuslarning asosi va xos o'qli yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasining izlari 12.1-jadvalning 1-punktidadidek bo'ladi. Shuning uchun berilgan $\square$ va $\square$ sirtlar qisman kesishib, ikkita fazoviy egri chiziq hosil qilishini oldindan jadval yordamida aniqlab olamiz.

12.19-rasmda asoslari H tekislikda yotgan ikki konusning kesishish chizig'ini yasash tekis chizmada ko'rsatilgan. Bunda avvalo kesishish $A(A',A'')$, $B(B',B'')$, $C(C',C'')$, $D(D',D'')$ nuqtalari yasaladi. Kesishish chizig'ining A va B , C va D nuqtalari T_H va Q_H urinma tekisliklar yordamida aniqlab, ular $S_2'1'$ va $S_1'4'$ yasovchilarning nuqtalaridir E' , E_1' va F' , F_1' nuqtalar kesishuvchi konus sirtlarning gorizontall proyeksiyasidagi ixtiyoriy yasovchilar ustidagi nuqtalardir. Bu nuqtalar esa kesuvchi tekisliklar dastasining P_{1H} , P_{2H} , P_{3H} , ... kabi izlari yordamida hosil qilingan.

Konus sirtlarning joylashishi 12.1-jadvalning 2-punktiga to'g'ri kelgani uchun ularning kesishish chizig'i bitta fazoviy egri chiziq bo'ladi.



12.19-rasm

12.1-jadval

№	Kesishuvchisirtlarasoslariningo‘zarovazi yativake-suvchitekisliklardastasiningizlari		Kesishish chiziqining sxematik ko‘rinishi	Kesishuvchi sirtlarning o‘zaro vaziyati
	Xos o‘qli	Xosmas o‘qli		
1.				☐ va ☐ sirtlar o‘zaro to‘liq kesishib, ikkita fazoviy egri chiziq hosil qiladi.
2.				☐ va ☐ sirtlar o‘zaro qisman kesishib, bitta fazoviy egri chiziq hosil qiladi.

3.				□ va □ sirtlar o‘zaro qisman kesishib, bitta kesishish nuqtasiga ega bo‘lgan bitta yopiq egri chiziq hosil qiladi. A nuqta sirtlarning urinish nuqtasi bo‘ladi.
4.				□ va □ sirtlar o‘zaro to‘liq kesishib, ikkita tekis egri chiziq hosil qiladi. Kesishish chiziqlari A'_1 va A'_2 nuqtalarda bir – biri bilan kesishadi. A'_1 va A'_2 nuqtalar □ va □ sirtining urinish nuqtalari bo‘ladi.
5.				□ va □ sirtlar o‘zaro kesishmaydi.
6.				□ sirt bilan □ ko‘pyoqlik sirti o‘zaro to‘liq kesishib, ikkita fazoviy chiziq siniq egri chiziq hosil qiladi.
7.				□ sirt bilan □ ko‘pyoqlik sirti qisman kesishib, bitta fazoviy siniq egri chiziq hosil qiladi.
8.				□ sirt bilan □ ko‘pyoqlik sirti qisman kesishib, urinish nuqtasiga ega bo‘lgan bitta fazoviy

				siniq egri chiziq hosil qiladi, A nuqta $\square$ va $\square$ sirtlarning o'zaro urinish nuqtasi bo'ladi.
9.				$\square$ sirt bilan $\square$ ko'pyoqlik sirti o'zaro to'liq kesishib, A_1 va A_2 urinish nuqtalariga ega bo'lgan ikkita fazoviy siniq chiziq hosil qiladi. A_1 va A_2 nuqtalar $\square$ va $\square$ sirtlarning o'zaro urinish nuqtalari bo'ladi.
10.				$\square$ sirt bilan $\square$ ko'pyoqlik o'zaro kesishmaydi.

Kesishish chizig'ining oraliq nuqtalarini yasash uchun yordamchi kesuvchi tekisliklarning istalgan birini, masalan, P_{2H} tekislik har ikkala konuslarda $S_1'5'6'$ va $S_1'7'8'$ uchburchaklar hosil qiladi. Bu uchburchaklar o'zaro kesishib $9'$, $10'$, $11'$ va $12'$ kesishish nuqtalarini hosil qiladi. Bu nuqtalarning frontal proyeksiyalari mos yasovchilarning frontal proyeksiyalari ustida topiladi. Xuddi shu yasash tartibini boshqa kesuvchi tekisliklar uchun yetarli marta takrorlansa, ikki konus sirtning o'zaro kesishish chizig'ining qolgan nuqtalari ham xosil bo'ladi.

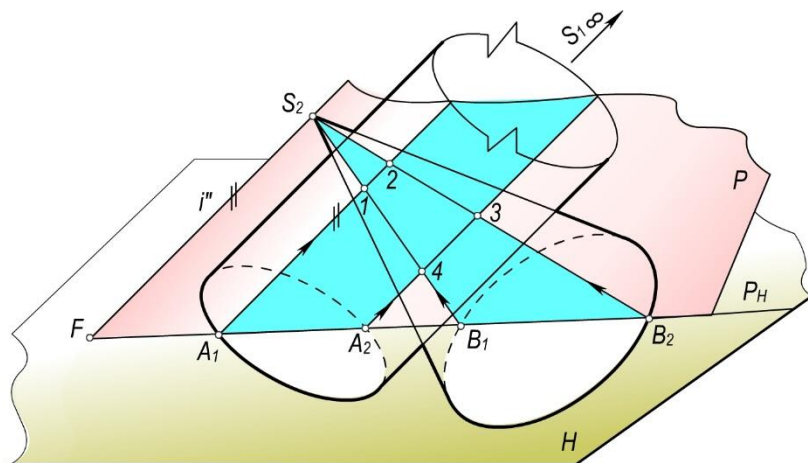
Hosil bo'lgan barcha kesishish nuqtalari yasovchilarning ko'rinishligi qoidasiga amal qilgan holda ketma-ket ravon tutashtiriladi.

12.5.5. Konus bilan piramidaning o'zaro kesishish chiziqlarini yasash. Konus bilan piramida sirtlari fazoviy siniq egri chiziq hosil qilib kesishadi. Bu sirtlarning o'zaro vaziyati 12.1-jadvaldan foydalanib aniqlanadi. Kesishish chizig'ining sinish nuqtalari piramida qirralarining konus sirti bilan kesishgan nuqtalardir. Kesishish chizig'ining tekis egri chiziqlari piramida yoqlarining konus sirti bilan kesishgan chiziqlaridir. Bu chiziqlar ikkinchi tartibli tekis egri chiziqlar hisoblanib, tekislik bilan sirtning o'zaro kesishish chizig'ini yasash algoritmidan foydalanib yasalsa ham bo'ladi. Konus bilan piramida sirtning o'zaro kesishish chizig'ini yasash algoritmi umuman olganda, konus bilan konusning kesishish

chizig'ini yasash algoritmining o'zginasidir. □ aqat xarakterli nuqtalar qatoriga piramida qirralarining konus sirti bilan kesishgan nuqtalarini ham yasashni kiritish yetarli.

12.5.6. Konus bilan silindrning o'zaro kesishish chizig'ini yasash. Konus bilan silindr sirtlari o'zaro kesishganda fazoviy, xususiyl hollarda esa tekis egri chiziq hosil bo'ladi.

Asosi bir tekislikda yotuvchi konus va silindr sirtlarini kesishish chizig'ini yasash uchun konusning S_2 uchidan silindr yasovchilariga parallel qilib kesuvchi tekisliklar dastasining i o'qi o'tkaziladi (12.20-rasm).



12.20-rasm

Bu dastaning istalgan P tekisligi konusni $S_2B_1B_2$ uchburchak va silindrni esa A_1, A_2 nuqtalardan o'tuvchi yasovchilari bilan kesadi. Bularni o'zaro kesishishi natijasida kesishish chizig'ining 1, 2, 3, 4 nuqtalari hosil bo'ladi.

12.21-rasmda asoslari H tekislikda yotgan konus bilan silindr sirtlarining kesishish chizig'ini yasash tekis chizmada ko'rsatilgan. Buning uchun sirlarga urinuvchi yordamchi kesuvchi P_1, P_4 tekisliklarning P_{1H}, P_{4H} izlari yasaladi.

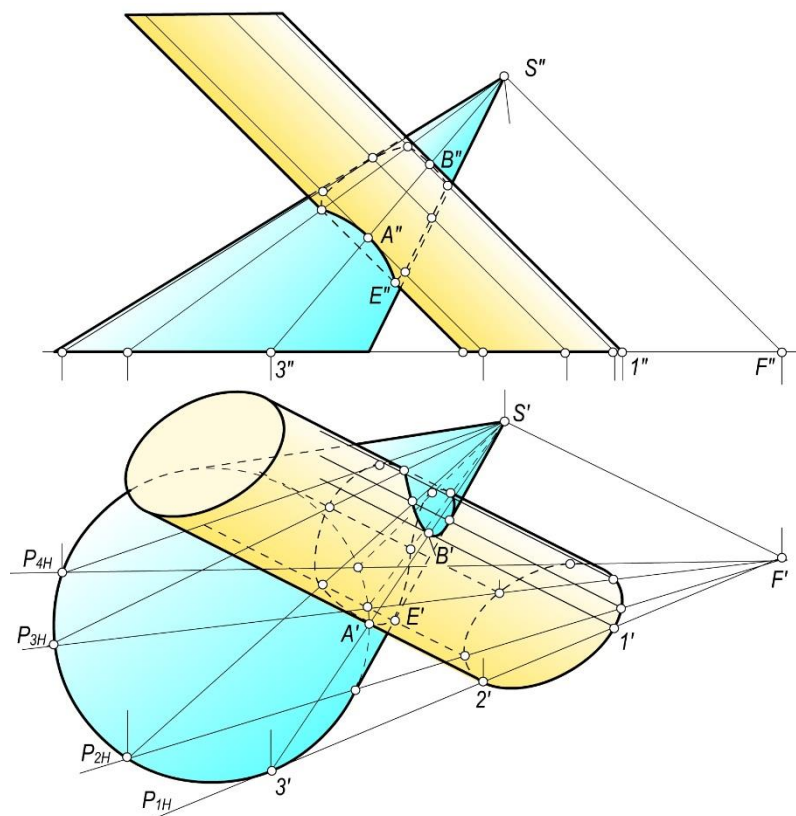
12.1-jadvalning 2-punktiga asosan konus va silindrning butunlay kesishib, bitta yopiq egri chiziq hosil qilinishi aniqlanadi.

Konus bilan silindrning xarakterli nuqtalarini aniqlash 12.19-rasmda ko'rsatilgan konus bilan konusning o'zaro kesishganidek bajariladi.

Kesishish chizig'ining oraliq nuqtalari P_1 va P_4 tekisliklar orasidagi yordamchi tekisliklar orqali yasaladi. Hosil bo'lgan barcha kesishish nuqtalari ketma-ket ravon tutashtiriladi.

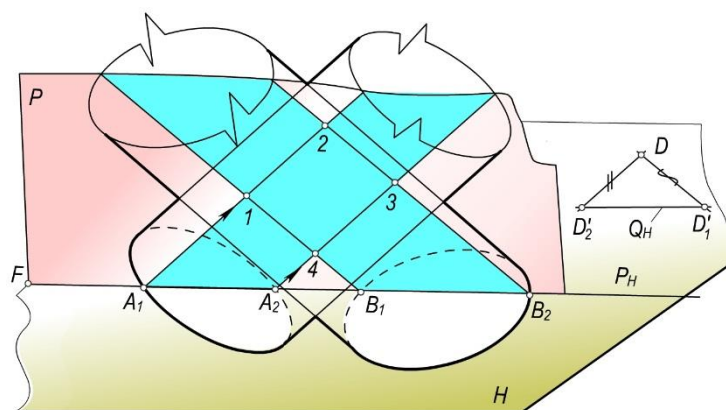
12.5.7. Konus bilan prizmaning o'zaro kesishish chizig'ini yasash. Konus bilan prizma sirti o'zaro kesishib, fazoviy siniq egri chiziq hosil qiladi. Bu kesishish chizig'ining sinish nuqtalari prizma qirralarining konus sirti bilan kesishish nuqtalaridir. Kesishish chizig'ining tekis egri chiziqlari prizma yoqlarining konus sirti bilan kesishuvidan hosil bo'ladi.

Xususiy holda konus bilan prizmaning kesishish chizig'ini tekislik bilan sirtning kesishish chizig'ini yasash algoritmini bir necha marta qo'llash yo'li bilan aniqlanadi. Umumiy holda esa, konus bilan prizmaning kesishish chizig'ini yasash algoritmi konus bilan silindrning kesishish chizig'ini yasash algoritmining o'zginasi bo'lib, faqat xarakterli nuqtalar soniga qo'shimcha ravishda prizma qirralarining konus bilan kesishish nuqtalarini yasash kifoyadir.



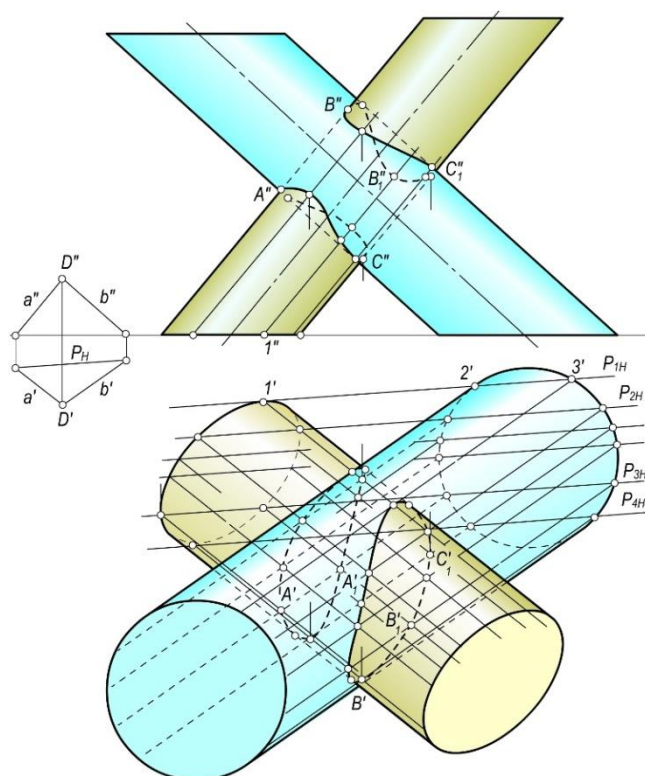
12.21-rasm

12.5.8. Silindr bilan silindrning o'zaro kesishish chizig'ini yasash. Silindr bilan silindr sirti o'zaro kesishib, fazoviy egri chiziq xosil qiladi. Bu silindrlarning to'g'ri chiziqli yasovchilari orqali o'tgan kesuvchi yordamchi tekisliklar dastasi o'zaro parallel bo'lib, xosmas o'qqa ega bo'ladi. Bunda yordamchi tekisliklar dastasining yo'nalishi berilgan silindrlar yasovchilariga parallel bo'lgan yo'naltiruvchi tekislikni aniqlaydi va bu tekislik parallelizm tekisligi deb yuritiladi. Berilgan silindrlarning o'zaro vaziyati 12.1-jadvaldan aniqlab olinadi. 12.22-rasmda ikki silindr sirti kesishish chizig'ining 1,2,3,4 nuqtalarini yasash ko'rsatilgan. Bu nuqtalar **Q** tekislikka parallel bo'lgan ixtiyoriy yordamchi va ikki silindrni kesuvchi **P** tekislikni o'tkazish yo'li bilan yasalgan.



12.22-rasm

12.23-rasmda asoslari H tekislikda yotgan ikki silindrning kesishish chizig'ini yasash tekis chizmada ko'rsatilgan. Silindr sirtlarining biriga urinib, ikkinchisini kesuvchi yordamchi P_1 va P_4 tekisliklar dastasining gorizontaal P_{1H} , P_{4H} izlari o'tkaziladi. Bunda $P_{1H} \parallel P_{4H} \parallel Q_H$ bo'ladi. Silindrlarning o'zaro vaziyati 12.1-jadvalning 1-punktiga mos kelgani uchun bu silindrlar qisman kesishib, ikkita fazoviy egri chiziq hosil qiladi.



12.23-rasm.

Kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalari xuddi konus bilan konusning yoki konus bilan silindr kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalari kabi bo'ladi. Bu

$A(A', A'')$, $B(B', B'')$, $C(C', C'')$ nuqtalarning gorizontaal proyeksiyalari P_{2H} , P_{3H} ..., tekislik izlari yordamida yasaladi.

Kesishish chizig'ining boshqa oraliq nuqtalari P parallel yordamchi tekisliklar o'tkazish yo'li bilan yasaladi. Hosil bo'lgan barcha kesishish nuqtalari o'zaro ravon birlashtiriladi.

Prizma bilan silindrning o'zaro kesishish chizig'ini yasash algoritmi xuddi yuqorida bayon etilgan ketma-ketlikda bo'ladi.

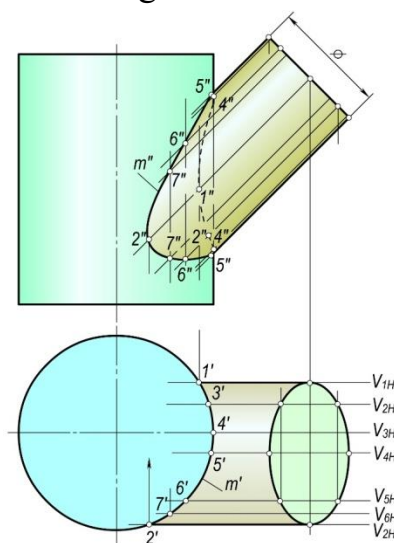
Parallel kesuvchi tekisliklar usuli. Kesuvchi tekisliklar dastasi usuli. Ikkinchi tartibli sirtlarning o'zaro kesishishidagi maxsus hollar.

O'qlari bir tekislikda yotmaydigan aylanish sirtlarining o'zaro kesishishi. Parallel kesuvchi tekisliklar usuli

Agar ikki kesishuvchi sirtlarning o'qlari o'zaro kesishmasdan, ulardan biri biror proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lib, ikkinchi sirtning o'qi ikkinchi proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar yoki parallel bo'lsa, u holda bu sirtlarning kesishish chizig'ini yasashda parallel kesuvchi tekisliklar usulidan foydalaniladi. Parallel kesuvchi tekisliklarni proyeksiyalar tekisliklaridan birortasiga parallel qilib olinadi.

Parallel kesuvchi tekisliklar usulining qulayligi shundaki, bunda yordamchi kesuvchi tekisliklar kesishuvchi sirtlarni aylanalar va to'g'ri chiziqlar bo'yicha kesadi. Parallel kesuvchi tekisliklar usulida tekisliklar dastasining o'qi xosmas bo'ladi. Parallel kesuvchi tekisliklar usuli bilan yechiladigan bir necha sirtlarning o'zaro kesishuvini ko'rib chiqamiz.

12.6.1. Ikki silindrning o'zaro kesishishi. 12.24–rasmda kesishuvchi silindrlarning biri gorizontaal proyeksiyalovchi, ikkinchisining o'qi frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgan holda silindrlar tasvirlangan.



12.24-rasm

Bu sirtlarning kesishish chizig'ini yasashda yordamchi kesuvchi tekisliklar V tekislikka parallel bo'ladi. Ularning o'zaro vaziyati chizmaning gorizontal proyeksiyasidan ko'rinib turibdi. Kesishish chizig'ining xarakterli $1(1',1'')$, $2(2',2'')$, $4(4',4'')$, $5(5',5'')$ nuqtalari yordamchi kesuvchi frontal V_{1H} , V_{2H} , V_{3H} ,... tekisliklar yordamida hosil qilingan. Bunda yordamchi parallel tekisliklar har ikkala silindrni yasovchilari bo'yicha kesadi. Bir tekislikda yotuvchi ikki silindrga mansub bo'lgan yasovchilarning kesishish nuqtalari ikkala sirt uchun umumiy bo'lib, yasaladigan m (m' , m'') egri chiziqning nuqtalari bo'ladi. m egri chiziqning kolgan nuqtalari V_{1H} va V_{2H} tekisliklar orasida yordamchi kesuvchi tekisliklar o'tkazish yo'li bilan yasalgan. Kesishish chizig'ining frontal silindrning V_5 simmetriya tekisligidan kuzatuvchi tomondagi nuqtalari ko'rinadi, uning orqasidagi nuqtalari esa ko'rinmaydi.

12.6.2. O'qlari uchramas va H yoki V ga perpendikulyar bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishish chizig'ini yasash (12.25-rasm). Kesishuvchi sirtlardan doiraviy silindr o'qi V tekislikka va doiraviy konus o'qi H tekislikka perpendikulyar bo'lganda yordamchi parallel kesuvchi tekisliklar gorizontal tekisliklar bo'ladi. Bu tekisliklar konusni aylanalar va silindrni yasovchilari bo'yicha kesadi. Hosil bo'lgan aylana va yasovchilar o'zaro kesishib, kesishish chizig'ining nuqtalarini hosil qiladi.

Kesishish chizig'ining $A(A',A'')$, $B(B',B'')$, $C(C',C'')$, nuqtalari xarakterli nuqtalardir. Ular bevosita sirtlar frontal ocherklarining kesishish nuqtalarida belgilanadi. Qolgan nuqtalar kesuvchi tekisliklar yordamida yasaladi. Masalan, 1,2,3,4,5 nuqtalar $H_1 \parallel H$,... va $H_5 \parallel H$ tekisliklar o'tkazib, gorizontal proyeksiyadagi q' va q_1' aylanalarning va a' , b' , c' va d' to'g'ri chiziqlar bilan chegaralangan to'rtburchak kesimlarining kesishuvidan hosil qilingan. Qolgan nuqtalar ham shu tartibda hosil qilinadi.

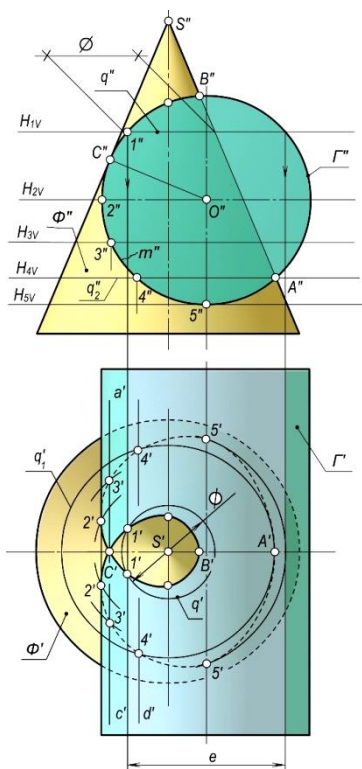
$2(2',2'')$ xarakterli nuqta $\square$ silindrning $H_2(H_{2V})$ simmetriya tekisligini o'tkazish yo'li bilan topiladi. Kesishish chizig'ining ko'rinadigan va ko'rinmaydigan nuqtalari ham H_2 simmetriya tekisligi yordamida aniqlanadi.

12.26-rasmda o'qlari kesishib o'zaro perpendikulyar bo'lgan aylanish silindri bilan tor sirti bo'lagining kesishish chizig'ini yasash tasvirlangan. Kesishish egri chizig'ini yasash $H_1(H_{1V})$,... gorizontal kesuvchi tekisliklar o'tkazish yo'li bilan yasalgan. Bunday holda sirtlarning kesishish egri chizig'i ikkita simmetrik bo'lakdan iborat bo'ladi. 1, 4, 7 xarakterli nuqtalarni yasash H_{1V} , H_{4V} va H_{7V} tekisliklar yordamida yasalgan. Kesishgan egri chiziqning gorizontal proyeksiyasini ko'rinadigan va ko'rinmaydigan qismlari H_4 simmetriya tekisligi yordamida aniqlanadi.

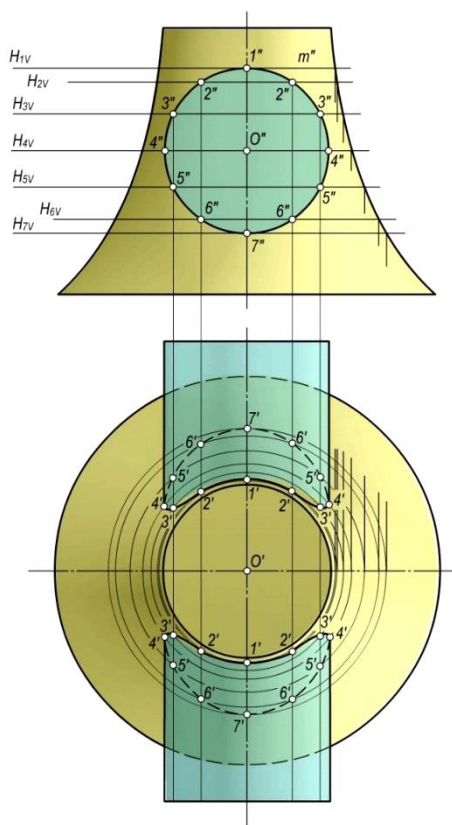
12.6.3. Yarim sfera bilan uchburchakli to'g'ri prizmaning o'zaro kesishishi. Sfera bilan prizma sirti fazoda siniq egri chiziq bo'yicha kesishadi.

12.27-rasmda yarim sfera va qirralari H tekislikka perpendikulyar bo'lgan uchburchakli prizma tasvirlangan. Yordamchi kesuvchi tekisliklar frontal tekisliklardan iborat bo'ladi. Bu tekisliklar sferani parallellari bo'yicha, prizmani esa yon qirralariga parallel to'g'ri chiziqlar bo'yicha kesadi.

Rasmdan ko'rinib turibdiki, prizma sirti sharni to'la kesadi va uchta aylanalar hosil bo'ladi. Ularning V dagi proyeksiyalari ellipslar va aylana bo'lib proyeksiylanadi. Shar va prizma sirti o'zaro kesishish chizig'ining xarakterli 1,4,5,6 va 3 nuqtalari frontal $V_1(V_{1H})$, $V_4(V_{4H})$ va $V_3(V_{3H})$ tekisliklar yordamida yasaladi. 1,4,5 nuqtalar kesishish chizig'ining sinish nuqtalari bo'lib, prizma qirrasining sfera bilan kesishgan nuqtalaridir. V_3 tekislik sharning simmetriya tekisligidir, undagi 3 va 6 nuqtalar frontal proyeksiyada kesishish chizig'ining ko'rinadigan qismini ajratib turuvchi nuqtalardir. Kolgan yasashlar rasmdan ko'rinib turibdi. Bu misolda yordamchi parallel kesuvchi tekisliklarni gorizontal tekislik qilib olsa ham bo'ladi.



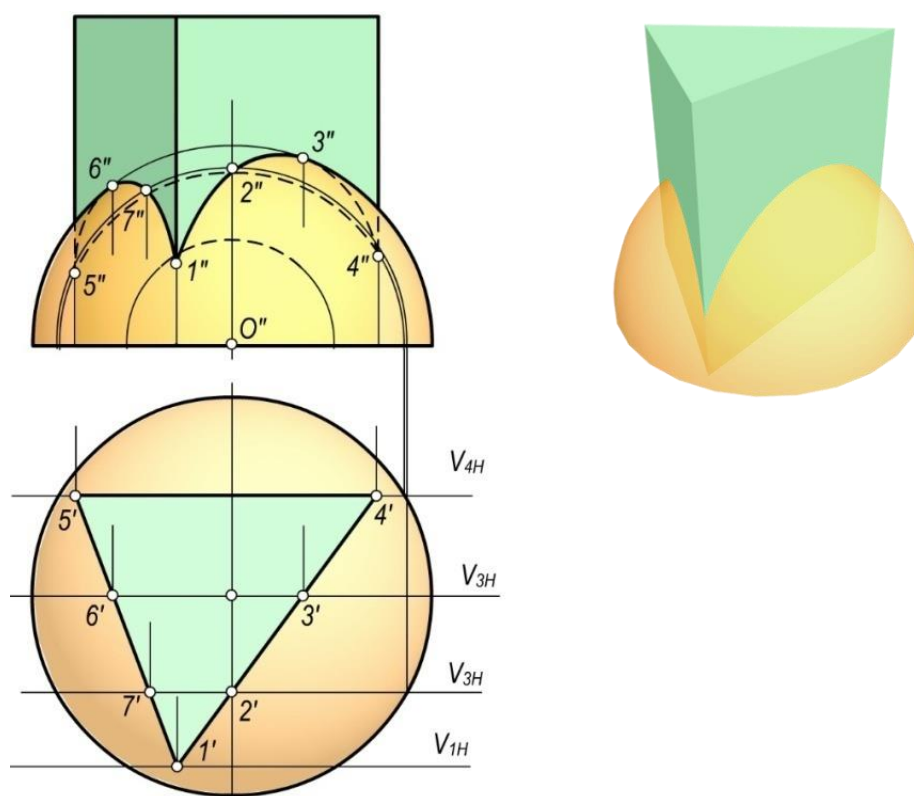
12.25-rasm.



12.26-rasm.

12.6.4. O'qlari o'zaro parallel bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishishi. O'qlari parallel bo'lgan $\square$ siqiq aylanma ellipsoid bilan $\square$ aylanish sirti 12.28-shaklda tasvirlangan. Bu sirtlarning o'qlari H tekisligiga perpendikulyar joylashgan. Sirtlarning fazoda bunday berilishida yordamchi kesuvchi tekisliklarni berilgan sirtlarning o'qlariga perpendikulyar qilib o'tkaziladi. Dastlab kesishuv

chizig'ining $1(1',1'')$ va $6(6',6'')$ xarakterli nuqtalari belgilanadi. Qolgan nuqtalar $H_2(H_{2V})$, $H_3(H_{3V})$... kesuvchi tekisliklar yordamida yasalami. Kesuvchi gorizontal yordamchi tekisliklar berilgan ikkala aylanish sirtini aylanalar bo'yicha kesadi. Kesimlarda hosil bo'lgan bu aylanalar o'zaro kesishib, ikkala sirlarga oid bo'lgan kesishish chizig'ining nuqtalarini beradi. Masalan, 12.28-rasmda $2(2',2'')$, $2_1(2_1',2_1'')$ nuqtalarni hosil qilishda H_{2V} tekisligi o'tkazilgan. Bu tekislik sirlarning birini $l(l',l'')$ ikkinchisini $n(n',n'')$ aylanalar bo'yicha kesgan. Hosil bo'lgan l va n aylanalar o'zaro kesishib, $2(2',2'')$ va $2_1(2_1',2_1'')$ nuqtani hosil qiladi, ya'ni gorizontal proyeksiyalar tekisligidagi l' va n' aylanalarning kesishidan $2'$ va $2_1'$ nuqtalar hosil bo'ladi so'ngra ularning V dagi proyeksiyalari H_{2V} -da yasalami. Qolgan barcha nuqtalar shu usulda aniqlanadi.



12.27-rasm.

12.7-§. Ikkinchi tartibli sirlarning o'zaro kesishishidagi maxsus hollari

Ikkinchi tartibli sirlarning o'zaro kesishishi ko'pgina geometrik va muhandislik amaliyotidagi masalalarni o'z ichiga oladi.

Ma'lumki, ikkinchi tartibli sirlar algebrlik sirlar turkumiga kiradi. Shuning uchun ularning kesishish chiziqlari ham algebraik egri chiziqlar bo'ladi.

Ta'rif. Ikki sirt kesishish chizig'ining tartibi sirlar tartibining ko'paytmasiga tengdir.

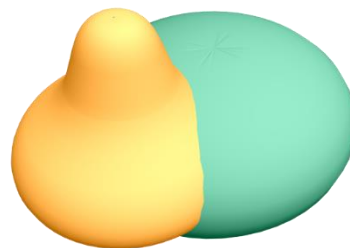
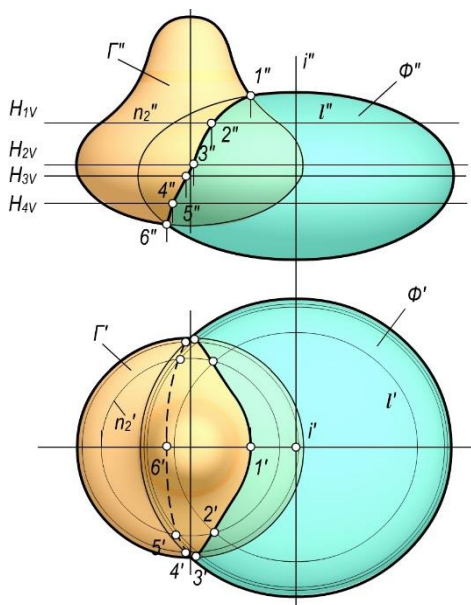
Shunga ko'ra, ikkita ikkinchi tartibli sirt kesishganda to'rtinchi tartibli kesishish chizig'i hosil bo'ladi $\square_1^2 \cap \square_2^2 = m^4$. Sirtlarning kesishish chizig'i, kesishuvchi sirtlarning vaziyati va shakliga qarab, turli tartibli egriliklarga ajraladi.

Masalan, 4-tartibli egri chiziq

$$4=3+1, \quad 4=2+1+1, \quad 4=2+2, \quad 4=1+1+1+1$$

tartibdagi egri chiziqlarga ajralishi mumkin. Bularning geometrik ma'nosi quyidagicha:

- To'rtinchi tartibli egri chiziq bitta uchinchi tartibli egri chiziqqa avto'g'richiziqqa ajralgan.
Umumiy to'g'richiziq liyasovchiga egabo'lgan har qanday chiziq li ikkinchi tartibli kisirtning kesishuvida bu holni ko'rish mumkin.
- To'rtinchi tartibli egri chiziq bitta ikkinchi tartibli egri chiziqqa avto'g'richiziqqa ajraladi.
- To'rtinchi tartibli egri chiziq ikkita ikkinchi tartibli egri chiziqqa ajralgan. Bu holni keyinroq batafsil ko'rib chikamiz.
- To'rtinchi tartibli egri chiziq to'rt to'g'richiziqqa ajraladi.
Bu holni umumiy to'g'richiziqqa egabo'lgan aylana mavaj elliptik silindrlar misolidan ko'rish mumkin.



12.28-rasm.

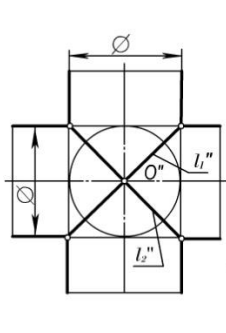
12.7.1. Monj teoremasi va uning xususiy xollari

Teorema: Agar ikki o'zaro kesishuvchi ikkinchi tartibli sirtlarning tashqarisida yoki ichkarisida biror uchinchi ikkinchi tartibli sirtni urinma vaziyatda chizish mumkin bo'lsa, u holda berilgan sirtlar ikkita tekis egri chiziqlar bo'yicha kesishadi. Egri chiziqlarning tekisliklari urinish nuqtalarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq orqali o'tadi.

Monj teoremasi muhandislik amaliyotida ikkinchi tartibli ikki sirtning tashqarisida yoki ichkarisida sfera chizish mumkin bo'lgan hollarda ularning kesishish chizig'ini yasash uchun qo'llaniladi. Monj teoremasiga doir bir necha misollarni ko'ramiz. Chizmalarni frontal proyeksiyalar tekisligidagi tasvirlar orqali berilgan.

Masalan, 12.29-rasmda o'qlari kesishuvchi holda joylashgan ikki aylanma kesishuvchi silindrlar ichiga sferalar chizilgan. Teoreмага asosan bu silindrlar ikki l_1'' va l_2'' ellipslar bo'yicha kesishadi. 12.30-rasmda aylanma silindr bilan konusning kesishish chizig'ini yasash ko'rsatilgan. Bunda silindr va konusga urinuvchi sirt sfera, sirtlarning kesishish chiziqlari l_1'' va l_2'' ellipslardir.

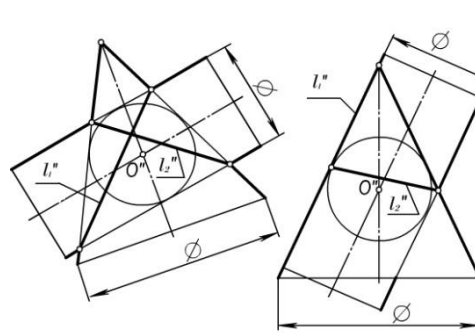
Monj teoremasining truboprovodlarni loyihalashda qo'llanilishi mumkin. O'qlari o'zaro O'' nuqtada kesishuvchi har xil diametrli ikki silindrik I va II trubalar berilgan. Ularni tutashtiruvchi oraliq trubalar yasash kerak bo'lsin (12.31-rasm). Buning uchun avvalo trubaning i_1'' va i_2'' o'qlarini l'' aylana yoyi bilan tutashtiramiz. Co'ngra bu yoyi teng bo'laklarga bo'lib, bo'linish nuqtalarini sferalarning markazi sifatida qabul qilamiz. r va R radiuslarni proporsional o'zgartirilgan holda sferalar chiziladi. Har ikki yonma-yon sferalarga urinmalar o'tkazib, konuslar hosil qilinadi. Ikkita yonma-yon konuslar umumiy ichki sferaga ega bo'lgan uchun ellipslar bo'yicha kesishadi. Ular chizmada kesma tarzida tasvirlangan.



a)

a)

12.29-rasm

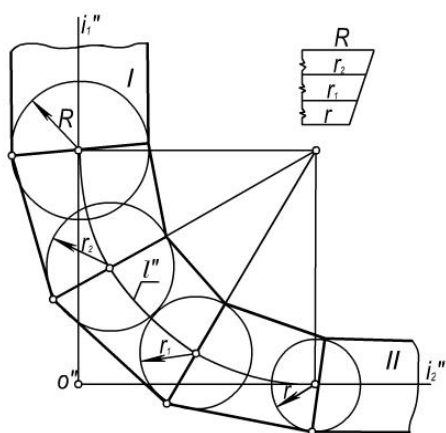


b)

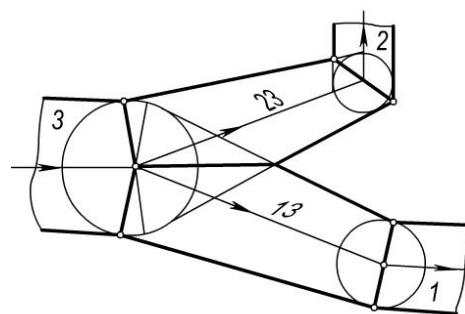
b)

12.30-rasm

12.32-rasmda xuddi 12.31-rasmdagidek va Monj teoremasiga asosan har xil diametrli uchta 1, 2 va 3 aylanma silindrlarning bir-biriga 13 va 23 konus sirti orqali o'tishi ko'rsatilgan.



12.31-rasm

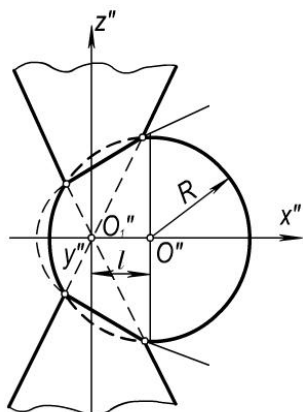


12.32-rasm

12.7.2. Umumiy simmetriya tekisligiga ega bo'lgan ikkinchi tartibli sirlarning kesishuvi

Teorema: Agar kesishuvchi ikkinchi tartibli ikki sirt umumiy simmetriya tekisligiga ega bo'lsa, u holda ularning kesishish chizig'i simmetriya tekisligida ikkinchi tartibli chiziq bo'lib proyeksiyalanadi

Isboti. Umumiy simmetriya tekisligiga ega bo'lgan ikkinchi tartibli ikki sirt berilgan bo'lsin. Ma'lumki, ular to'rtinchi tartibli m^4 egri chiziq bo'yicha kesishadi. Sirlarning simmetriya tekisligi ularning kesishish chizig'ining ham simmetriya tekisligi bo'ladi. Bu tekislikka perpendikulyar bo'lgan biror tekislik bilan to'rtinchi tartibli egri chiziq kesilsa, unda to'rtta nuqta hosil bo'ladi. Shu nuqtalardan bir jufti simmetriya tekisligining bir tomonida, ikkinchi jufti uning ikkinchi tomonida yotadi. Bu nuqtalar ham simmetrik joylashgan bo'ladi. Demak,



12.33-rasm

to'rtinchi tartibli egri chiziqning shunday ikki nuqtasi mavjudki, ular simmetriya tekisligiga nisbatan simmetrik joylashadi. Shuning uchun ularning simmetriya tekisligidagi ortogonal proyeksiyalari ustma-ust tushadi. To'rtinchi tartibli egri chiziqning hamma nuqtalari shu tarzda proyeksiyalansa, ikkinchi tartibli egri chiziq hosil bo'ladi.

Bu teoremaning isbotini analitik usulda ham ko'rsatish mumkin. Umumiy frontal simmetriya tekisligiga ega

bo'lgan aylanma konus va sfera berilgan bo'lsin (12.33-rasm). Bu ikki sirt ham ikkinchi tartibli bo'lgani uchun ular to'rtinchi tartibli egri chiziq bo'yicha kesishadi.

$z=kx$ yasovchi to'g'ri chiziq Oz o'q atrofida aylantirilsa, aylanma konus sirti hosil bo'ladi. U holda, bu konusning tenglamasi

$$z^2=k^2(x^2+y^2) \quad (1)$$

ko'rinishda yoziladi. Markazi Ox o'qi bo'yicha l masofaga siljigan sferaning tenglamasini

$$(x-l)^2+y^2+z^2=R^2 \quad (2)$$

ko'rinishda yozish mumkin. (1) va (2) tenglamalar birgalikda bitta sistemaga olinsa, ular konus bilan sfera sirtlarining kesishish chizig'ini ifodalaydi:

$$\begin{cases} z^2=k^2(x^2+y^2) \\ (x-l)^2+y^2+z^2=R^2 \end{cases} \quad (3)$$

yoki

$$\begin{cases} y^2=\frac{z^2}{k^2}-x^2 \\ (x-l)^2+y^2+z^2=R^2 \end{cases} \quad (4)$$

4-sistemaning ikkinchi tenglamasida u^2 o'rniga birinchi tenglamadagi y^2 ning qiymati quyilsa, unda kesishish chizig'ining xOz , ya'ni V tekisligidagi (simmetriya tekisligidagi) proyeksiyasi hosil bo'ladi:

$$(x-l)^2+z^2-k^2x^2=R^2 \quad (5)$$

Ba'zi soddalashtirishlardan so'ng (5) ni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin.

$$z^2=2\frac{lk^2}{1+k^2}x+\frac{k^2}{1+k^2}(R^2-l^2) \quad (6)$$

Bu yerda $\frac{lk^2}{1+k^2}=p$, $\frac{k^2}{1+k^2}(R^2-l^2)=q$ deb belgilansa, (6) tenglamani

$$z^2=2px+q \quad (7)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Natijada, umumiy simmetriya tekisligiga ega bo'lgan aylanma konus va sfera sirtlari kesishish chizig'ining shu tekislikdagi proyeksiyasi parabola (7) ekanligi kelib chiqadi.

(5) tenglamada $z=0$ deb olinsa, parabola uchining koordinatasi topiladi:

$$x_0=\frac{l^2-R^2}{2l}. \quad (8)$$

Agar $l=0$ deb olinsa, sferaning markazi aylanma konus uchi bilan bir nuqtada bo'ladi, u holda (6) tenglamaning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$z^2 = \frac{R^2 k^2}{1+k^2} \quad (9)$$

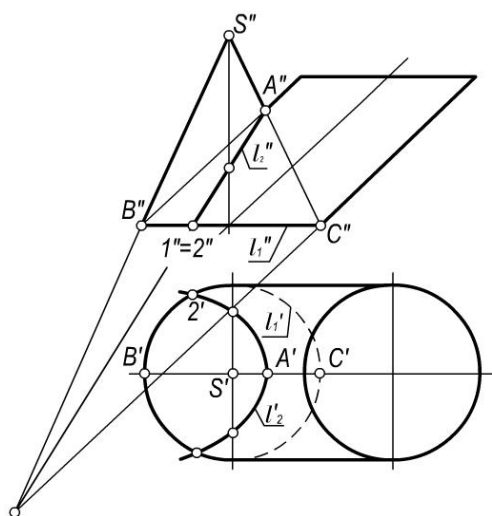
yoki

$$z = \pm \frac{Rk}{\sqrt{1+k^2}} \quad (10)$$

Bu tenglama (10) ikkita parallel to'g'ri chiziq tenglamasini ifodalaydi. Bu holda (6) parabola frontal tekislikda ikki parallel to'g'ri chiziqqa ajralgan bo'ladi, ya'ni 4-tartibli egri chiziq ikkita aylanaga ajraladi. Haqiqatan, umumiy o'qqa ega bo'lgan ikki aylanma sirt doim aylanalar bo'yicha kesishadi.

12.8-§. Ikkinchi tartibli sirtlarning o'zaro kesishishiga oid teoremlar

1-teorema: Agar ikkinchi tartibli ikki sirt bitta tekis egri chiziq bo'yicha kesishsa, u holda ular yana biror egri chiziq bo'yicha kesishadi va bu ham tekis egri chiziq bo'ladi.



12.34-pacm.

Isboti. Teorema birinchi qismining shartiga asosan ikkinchi tartibli ikki sirt bitta tekis egri chiziq bo'yicha kesishadi. Bu egri chiziq faqat ikkinchi tartibli bo'lishi mumkin. Chunki ikkinchi tartibli sirtlarni ixtiyoriy tekislik bilan kesganda ham ikkinchi tartibli chiziq xosil bo'ladi. Ikkita ikkinchi tartibli sirt to'rtinchi tartibli egri chiziq bo'yicha kesishgani uchun ikkinchi noma'lum bo'lgan egri chiziq ham Monj teoremasiga asosan ikkinchi tartibli egri chiziq bo'ladi. 12.34-rasmda umumiy asosi aylana bo'lgan silindr va konus sirtlari berilgan. Kesishuvchi bu sirtlar ikkinchi tartibli va bitta umumiy aylana

bo'yicha kesishgan. Teorema shartiga asosan bu sirtlarga tegishli yana bitta tekis egri chiziq bo'lishi lozim. Izlanayotgan ikkinchi tekis egri chiziq ellips $l_2(l_2', l_2'')$ bo'ladi. Shunday qilib, konus va silindr sirtlari bir aylana va bir ellips bo'yicha kesishadi.

Teoremaning natijasi sifatida quyidagilarni keltirish mumkin.

Ta’rif. Agar sfera biror sirt bilan aylana bo‘yicha kesishsa, u holda bu sfera shu sirt bilan yana bir aylana bo‘yicha kesishadi.

12.35,a,b-rasmda sfera bilan konusning kesishishi V tekislikka tasvirlangan. Bunda sfera va konus uchun umumiy bo‘lgan tekis egri chiziqlardan biri sferaning katta l_1 ” gorizontal kesimidir. Teorema shartiga ko‘ra, yana bir tekis kesim mavjud. Izlangan tekis keim l_2 ” aylana bo‘ladi.

Ikkinchi tartibli sirtlarning kesishuvdagi to‘rtinchi tartibli egri chiziq ikkita tekis chiziqqa ajraladigan va ulardan biri mavhum bo‘lgan hollar ham uchraydi. 12.36–rasmda har xil diametrli sferalarning kesishishi tasvirlangan. Ular bitta tekis egri chiziq – $A''B''$ aylana bo‘yicha kesishgan. Bunda ikkinchi tekis egri chiziq mavhum deb qaraladi.

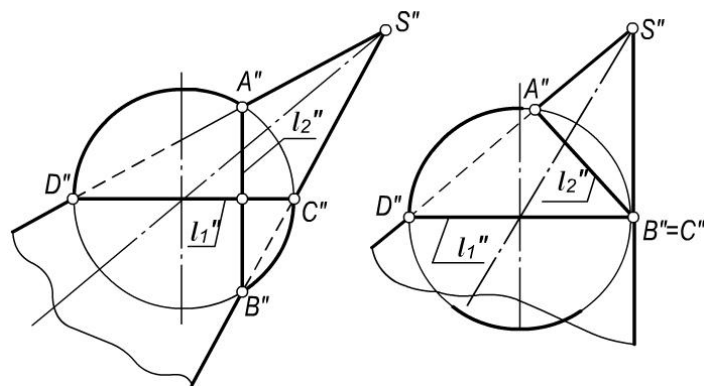
O‘qlari parallel bo‘lgan ikkinchi tartibli ikki aylanma silindr ikkita parallel yasovchi (yoki bitta tekis egri chiziq) bo‘yicha kesishadi. Ikkinchi tekis egri chiziq (ikkita yasovchi) mavhumdir (12.37-rasm).

2-teorema. Agar ikkinchi tartibli ikki sirt ikkita nuqtada urinsa, u holda ularning kesishish chiziqlari ham ikkinchi tartibli ikki tekis egri chiziqqa ajraladi.

Bu tekis egri chiziqlarning tekisliklari urinish nuqtalarini tutashtiruvchi to‘g‘ri chiziq orqali o‘tadi.

12.38-rasmda ikkita urinish nuqtasiga ega bo‘lgan aylanma va elliptik silindrlarning kesishishi tasvirlangan. Bu sirtlar l_1 ” va l_2 ”ellipslar bo‘yicha kesishadi. 12.39–rasmda ikkita urinish nuqtasiga ega bo‘lgan elliptik konus va sferaning kesishishi tasvirlangan. Teorema shartiga ko‘ra, bu sirtlar l_1 ” va l_2 ” aylanalar bo‘yicha kesishadi, chunki sferaning tekis kesimlari faqat aylanalardir.

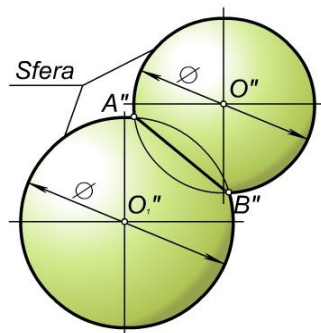
2-teorema shartidan foydalanib, umumiy ko‘rinishdagi ikkinchi tartibli sirtlarning doiraviy kesimlari yo‘nalishlarini aniqlash mumkin. 12.39-rasmda G_{1w} va G_{2w} profil proyeksiyalovchi tekisliklarning yo‘nalishi elliptik konus doiraviy kesimlarining yo‘nalishini aniqlaydi.



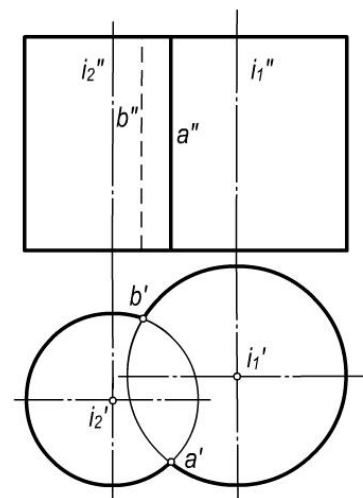
a)

b)

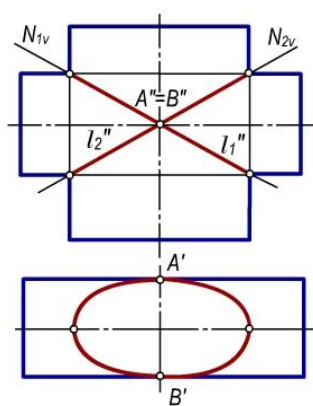
12.35-rasm



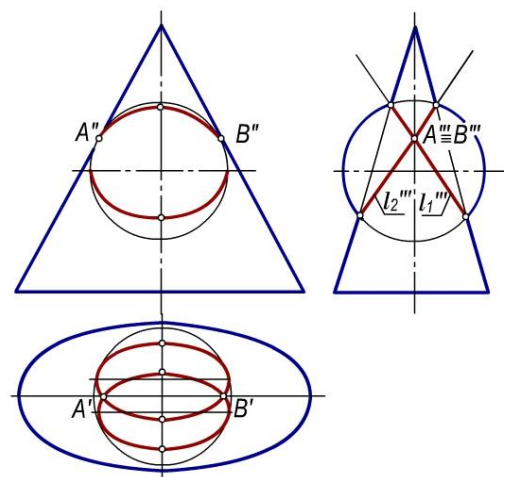
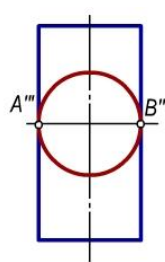
12.36-rasm



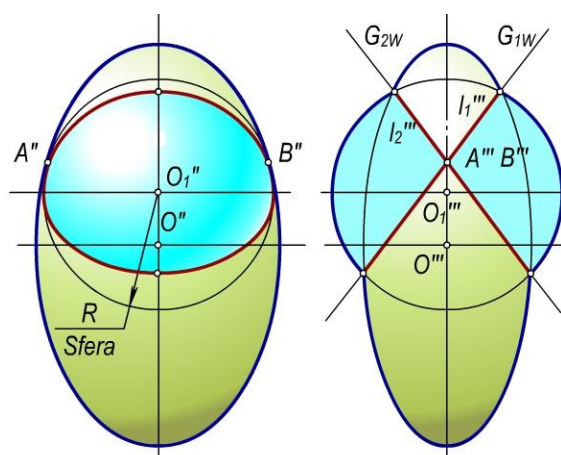
12.37-rasm



12.38-rasm



12.39-rasm

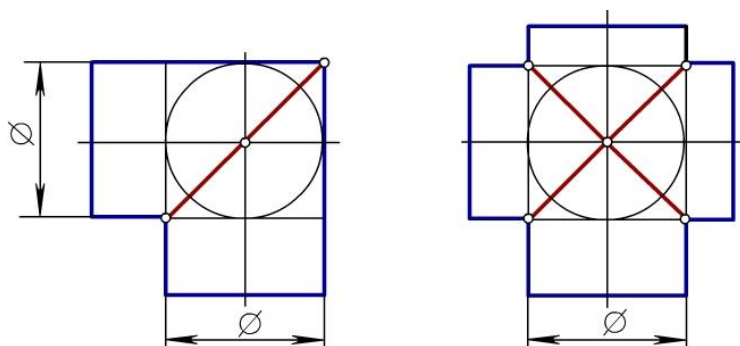


12.40-pacm

12.40-rasmda uch o'qli ellipsoid doiraviy kesimlarining yo'nalishi aniqlangan. Bunda berilgan ellipsoidning ichida ikki A'' va B'' nuqtalarga urinuvchi ixtiyoriy R radiusli sfera chiziladi. 2-teorema shartiga asosan sfera va ellipsoid sirtlari l_1'' va l_2'' aylanalar bo'yicha kesishadi. G_{1W} va G_{2W} aylanalar tekisliklarining yo'nalishi uch o'qli ellipsoid doiraviy kesimlarining yo'nalishi bo'ladi.

12.41,a,b-rasmlarda shar atrofida chizilgan ikki aylanma silindrlarning kesishishi V tekislikka tasvirlangan.

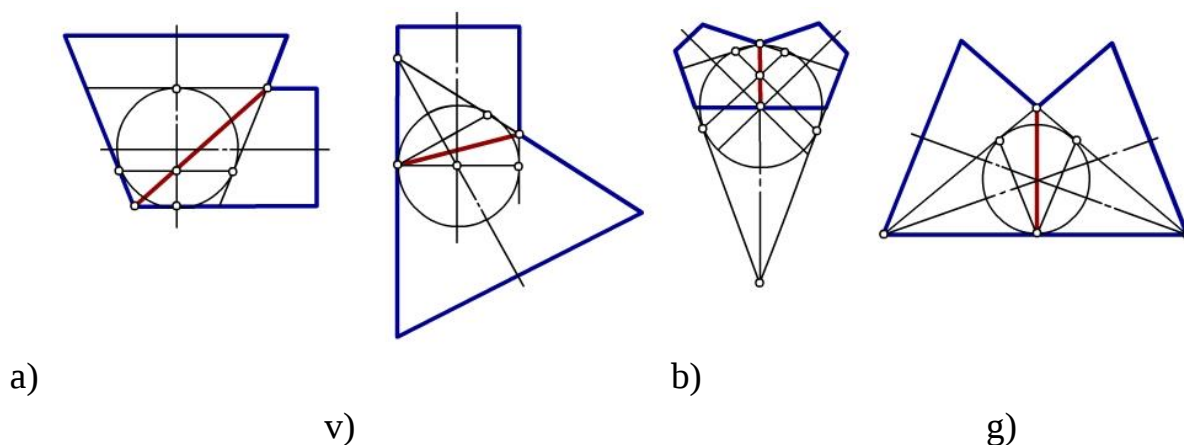
Silindrik sirtlar ikki tekis egri chiziqlari ellipslar bo'yicha kesishadi. Qurilish amaliyotida silindrlarning shunday vaziyatda kesishishi *novali gumbaz* deb yuritiladi. 12.42, a,b,v,g-rasmlarda o'qlari o'zaro kesishgan o'tish trubalarini yasash misollari ko'rsatilgan.



a)

b)

12.41-rasm



a)

v)

b)

g)

12.42-rasm

3-teorema. Ikkinchi tartibli sirtlarning ocherki (konturi) ikkinchi tartibli egrichiziqdan iboratdir.

Bu teorema ikkinchi tartibli sirtlarni tasvirlashda alohida ahamiyatga ega, chunki ikkinchi tartibli sirtlar ko'pincha, chizmada o'zlarining ocherklari bilan beriladi.

Isboti. 1. Parallel proyeksiyalashda ikkinchi tartibli sirtlarning xossasiga asosan uni har qanday tekislik bilan kesganda ikkinchi tartibli tekis egri chiziq hosil bo'ladi. Bu egri chiziqning ixtiyoriy vaziyatdagi tekislikdagi parallel proyeksiyasi umumiy holda ikkinchi tartibli egri chiziq bo'ladi.

Kesuvchi tekislik ikkinchi tartibli sirtning simmetriya tekisligi bo'lib, asosiy proyeksiyalar tekisliklarining biriga parallel bo'lsa, kesimning shu proyeksiyasi tekisliklaridagi parallel proyeksiyalari o'ziga kongruent bo'ladi.

2. Markaziy proyeksiyalashda S markaz bo'yicha biror ikkinchi tartibli $\square$ sirtni proyeksiyalar tekisligi P ga proyeksiyalaymiz. Bunda proyeksiyalovchi nurlar to'plami o'rovchi konus sirtini hosil qiladi. O'rovchi konus sirti berilgan $\square$ sirt bilan bitta tekis egri chiziq bo'yicha urinadi. Bu egri chiziq berilgan sirtning S markaz bo'yicha ocherki hisoblanadi.

Hosil bo'lgan proyeksiyalovchi konus sirtini ixtiyoriy P tekislik bilan kesganda kesimda ikkinchi tartibli egri chiziq hosil bo'ladi.

Hazorat savollari

1. Ikki sirtning o'zaro kesishish chizig'ini yasashning umumiy algoritmi nimadan iborat?
2. Ikki sirtning kesishish chizig'ini yasashda qanday yordamchi sirtlardan foydalaniladi?
3. Sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ida qanday nuqtalari xarakterli deyiladi?
4. Umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishish chizig'ini qanday egri chiziqlar bo'ladi?
5. Konsentrik va eksentrik sferalardan qanday hollarda foydalaniladi?
6. Sferaning har qanday aylanma sirt bilan kesishuvidan nima hosil bo'ladi va u qanday aniqlanadi?
7. Monj teoremasi va undan kelib chiqadigan xususiy hollarni aytib bering.
8. Bitta sferaga tashqi chizilgan silindr va konusning o'zaro kesishishidan qanday chiziqlar hosil bo'ladi?
9. Yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasi usulining mohiyati nimadan iborat?

10. Silindr bilan prizmaning o'zaro kesishish chizig'ini yasashda yordamchi tekislik qanday vaziyatda o'tkaziladi?
11. O'qlari kesishmaydigan og'ma silindr va konuslarni kesish chizig'ini yasashda kesuvchi tekislik qanday o'tkaziladi?

Foydalaniladigan asosiy darsliklar va o‘quv qo‘llanmalar, elektron ta’lim resurslari hamda qo‘shimcha adabiyotlar ro‘yxati

Asosiy darsliklar va o‘quv qo‘llanmalar

1. Sh.K. Murodov va boshqalar. Chizma geometriya. T.; «Iqtisod-moliya», 2008.
2. B.B.Qulnazarov. Chizma geometriya. T.; «O‘zbekiston», 2006.
3. A.N. Valiyev. Perspektiva. T.; «Voriz-nashriyot», 2012 yil, 320 bet
4. P. Исматуллаев. Чизма геометрия Т.; “ТДПУ ризографи”, 2003
5. И. Рахмонов. Перспектива. Т.; «Ўқитувчи», 1993.
6. Raxmonov. I, Qirg‘izboyeva. N., Ashurboyev A., Valiyev A., Nigmanov B. Chizmachlik. T.; «Voriz-nashriyot». 2016

Qo‘shimcha adabiyotlar

1. Мирзиёев Ш. М Бюк келажегимизни мард ва олижаноб халқимиз билан бирга кураимиз.-Т.: “Ўзбекистон”, 2017.
2. 2017-2021 йилларда Ўзбекистон Республикасини ривожлантиришнинг бешта устувор йўналишлари бўйича ҳаракатлар стратегияси. – Т .: 2017.
3. Sh.K. Murodov va boshqalar. Chizma geometriya kursi. T.; «O‘qituvchi», 1988.
4. R.Q. Ismatullaev. Chizma geometriya. T.; 2005.
5. R.X. Xorunov. Chizma geometriya kursi. T.; «O‘qituvchi», 4-nashri, 1997.
6. R.X. Xorunov, A. Akbarov. Chizma geometriyadan masalalar va ularni echish usullari. 2-nashri, «O‘qituvchi», 1995.
7. Sh.K. Murodov va boshqalar. Chizma geometriya. T.; «Iqtisod-moliya», 2006, 2008.

<http://www.phys.msu.ru>

<http://nuclphys.sinp.msu.ru>

<http://cdfc.sinp.msu.ru/index.ru.html>

www.phisicon.ru

www.ziyonet.uz