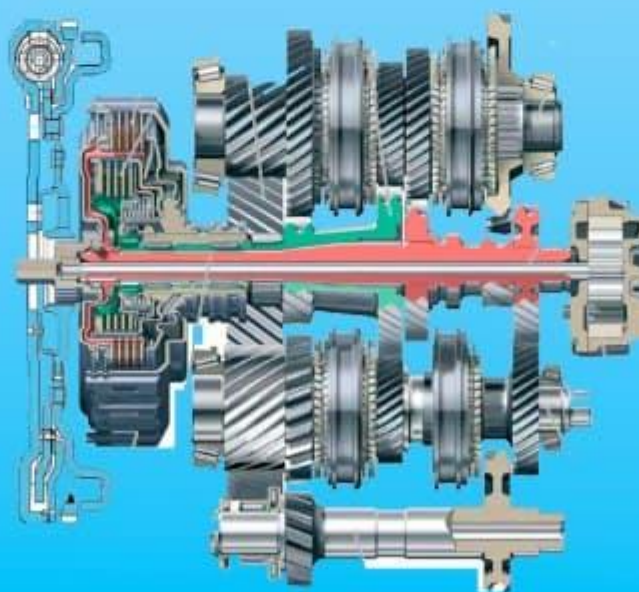


БОЙКО А.И., БОРЫЧЕВ С.Н., БАЙБОБОВЕВ Н.Г.

КУРС ЛЕКЦИЙ

ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН



БОЙКО А.И.,БОРЫЧЕВ С.Н.,БАЙБОБОВЕВ Н.Г.

**КУРС ЛЕКЦИЙ
ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И
МАШИН**

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АГРОТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ П.А.КОСТЫЧЕВА**

**КУРС ЛЕКЦИЙ
ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И
МАШИН**

Рязань -2019 г.

УДК 621.01(075.8)

ББК 34.41

Б77

Бойко А.И., Борычев С.Н., Байбобоев Н.Г.

Б77 Курс лекций по Теории механизмов и машин для студентов 2-го курса: Учебное пособие. – Рязань: ФГОУ ВПО Рязанский ГАТУ, 2019. – 208 с.

Рецензенты:

Г.К.Рембалович – профессор кафедры «Техническая эксплуатация транспорта», ФГОУ ВПО Рязанский ГАТУ, доктор технических наук;

В.М.Турдалиев – профессор кафедры «Общетехнические дисциплины» Наманганский инженерно-строительный институт, доктор технических наук.

В учебном пособии изложены методы структурного и кинематического анализа рычажных механизмов, приведена их классификация. Рассмотрены вопросы силового и динамического анализа, теории трения, теории регулирования движения, виброактивности и виброзащиты машин, и основные принципы уравнивания механизмов.

Учебное пособие предназначено для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальностям: 190601.65 «Автомобили и автомобильное хозяйство»; 190603.65 «Сервис транспортных и технологических машин и оборудования».

Учебное пособие рассмотрено и одобрено на заседании кафедры ТиПМ (протокол № 10 от 27.05.2019 г.) и методической комиссии инженерного факультета (протокол № 9 от 27.06.2019г.).

Учебное пособие рассмотрены и одобрены на заседании Методического совета университета и рекомендованы в печать.(протокол № 1 от 30.08.2019г.).

ББК 34.41

© Бойко А.И., Борычев С.Н., Байбобоев Н.Г.

Содержание

	Стр
Введение	4
Лекция № 1. Основные понятия ТММ	6
Лекция № 2. Кинематический анализ механизмов	24
Лекция №3. Метод кинематических диаграмм	49
Лекция №4. Силовой анализ механизмов	55
Лекция №5. Трение в механизмах	76
Лекция №6. Динамика механизмов и машин	107
Лекция №7. Теория регулирования	124
Лекция №8. Виброактивность и виброзащита машин	146
Лекция №9. Уравновешивание механизмов	174
Библиографический список	206

Введение

Настоящая книга предназначена в качестве учебного пособия для студентов высших технических учебных заведений. Изложенный в учебном пособии материал соответствует направлению подготовки специалистов по специальностям: 190601.65 «Автомобили и автомобильное хозяйство»; 190603.65 «Сервис транспортных и технологических машин и оборудования».

Учебная дисциплина «Теория механизмов и машин» основывается на физико-математической подготовке студентов, обеспечиваемой предшествующими курсами: «Высшая математика», «Физика», «Инженерная графика», «Теоретическая механика», «Прикладная механика», «Основы проектирования на ЭВМ».

Являясь основой специальных курсов по проектированию машин отраслевого назначения, курс теория механизмов и машин -ТММ ставит следующие задачи:

- научить студентов общим методам исследования и проектирования механизмов машин и приборов;

- научить студентов понимать общие принципы передачи движения с помощью механизмов, взаимодействие механизмов в машине, определяющее кинематические и динамические характеристики всей механической системы;

- научить студентов системному подходу к проектированию механизмов и машин, определению оптимальных параметров механизмов для требуемых условий работы;

- дать навыки создания алгоритмов и расчета параметров на ЭВМ с помощью программных пакетов AutoCAD, MathCAD, EXCEL и др.

- привить навыки использования лабораторной измерительной аппаратуры для установления кинематических, кинетостатических и динамических параметров механизмов и машин.

Весь материал, изложенный в настоящем учебном пособии составлен на основе существующих механизмов и машин, применяемых в современном сельскохозяйственном и транспортном машиностроении, что нацелено на повышение качества подготовки будущих специалистов.

Лекция №1

Основные понятия ТММ

План:

- 1.1. Наука ТММ, ее роль и значение в развитии народного хозяйства и научно-технического прогресса страны.
- 1.2. Роль русских и советских ученых в развитии науки ТММ.
- 1.3. Основные понятия ТММ.
- 1.4. Основные виды механизмов.
- 1.5. Структурный анализ и синтез механизмов.

1.1. Наука ТММ, ее роль и значение в развитии народного хозяйства и научно-технического прогресса страны

Развитие народного хозяйства и научно-технического прогресса страны связано с созданием новых машин, повышающих производительность и облегчающих труд людей, а также обеспечивающих средства исследования законов природы и жизни человека.

Целью создания машины является увеличение производительности и облегчение физического и умственного труда человека путем замены человека машиной.

Машина - есть устройство, выполняющее механические и логические движения для преобразования энергии, материалов и информации.

В зависимости от выполняемых функций различают следующие классы машин: энергетические (преобразуют механическую энергию в любой другой вид энергии и наоборот), рабочие (транспортные и технологические, преобразуют материалы), информационные и кибернетические.

Система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемые движения других тел, называется механизмом. В зависимости от состава механизмов, входящих в систему их называют гидравлические, пневматические, электрические и т.д.

С точки зрения их функционального назначения, механизмы делят на виды: механизмы двигателей и преобразователей, передаточные, исполнительные, механизмы подачи, транспортировки, питания и сортировки обрабатываемых материалов, механизмы автоматического счета, взвешивания готовой продукции.

Разнообразие машин и механизмов в связи с их функциональными назначениями требует применения общих методов их исследований, базирующихся на основных принципах современной механики.

ТММ является первой дисциплиной, вводящей студентов в круг общих и специальных дисциплин, которая вместе с курсами деталей машин, теоретической механики и сопротивления материалов образует цикл предметов, обеспечивающих общеинженерную подготовку студентов в зависимости от их специальности.

ТММ – есть наука, изучающая строение, кинематику и динамику механизмов в связи с их анализом и синтезом.

Проблемы ТММ можно разбить на 2 группы:

- анализ механизмов (исследование структурных, кинематических и динамических свойств);
- синтез механизмов (проектирование механизмов с заданными структурными, кинематическими и динамическими свойствами для осуществления требуемых движений).

Структурный и кинематический анализы механизмов имеют своей целью изучение теории строения механизмов, исследование движения тел их образующих, с геометрической точки зрения, независимо от сил, вызывающих движение этих тел.

Динамический кинетостатический анализ имеет своей целью изучение методов определения сил, действующих на тела, образующих механизм, во время движения этих тел и изучения взаимосвязи

между движениями этих тел, силами на них действующих и массами, которыми они обладают.

1.2. Роль русских и советских ученых в развитии науки ТММ

Простейшие механизмы были известны с давних времен, постепенно совершенствуясь до нашего времени с целью повышения производительности и облегчения труда человека.

Леонардо да Винчи (1452-1519) разработал проекты конструкций механизмов ткацких станков, печатных и деревообрабатывающих станков, сделана попытка определения коэффициента трения (экспериментальным путем).

Итальянский врач и математик Кардан Джеронимо (1501-1576) изучал движение механизмов часов и мельниц.

Французские ученые Амонтон Гильом (1663-1705) и Кулон Шарль-Огюстен (1736-1806) предложили формулы для определения силы трения покоя и скольжения.

Эйлер Леонард (1707-1783) – решил ряд задач по кинематике и динамике твердого тела, исследовал кинематику колебаний и устойчивость упругих тел,

исследовал профили зубьев колес – (перспективный эвольвентный).

Изобретатель Ползунов Иван Иванович (1728-1766) разработал проект механизма двухцилиндрового парового двигателя и другие устройства для работы парового котла.

Механик Кулибин Иван Петрович (1735-1818) знаменитые часы в форме яйца (сложнейший механизм).

ТММ как наука сформировалась в начале XIX века под названием «Прикладная механика», что способствовало росту машиностроения, огромный вклад в ее развитие внесли такие ученые как:

Чебышев Пафнутий Львович (1821-1894) – опубликовал 15 работ по структуре и синтезу рычажных механизмов, дана их структурная формула.

Вышнеградский Иван Алексеевич (1831-1895) основоположник теории автоматического регулирования.

Николай Евгеньевич Жуковский (1847-1921) – динамика машин, теория регулирования, основоположник современной аэродинамики.

Петров Н.П. (1836-1920) – основы гидродинамической теории смазки.

Горячкин Владимир Петрович (1836-1935) – теоретические основы конструирования сельскохозяйственных машин.

Ассур Леонид Владимирович (1878-1920) открыл общую структуру многозвенных механизмов (на примере плоских), применяющихся при их анализе и синтезе.

Малышев Александр Петрович (1879-1962) – теория структурного анализа и синтеза сложных плоских и пространственных механизмов.

Артоболовский Иван Иванович (1905-1977) – организатор советской школы ТММ, автор многих учебников по данному предмету.

Левитский Николай Иванович, Умнов Николай Владимирович и др. работали в области динамики машин, теории машин-автоматов.

Бруевич Николай Григорьевич (1896-1987) – создал теорию точности механизмов.

Кожевников Сергей Николаевич (1906-1988) – разработал общие методы динамического анализа механизмов с упругими звеньями.

1.3. Основные понятия ТММ

Все механизмы состоят из звеньев.

Звеном называется одно или несколько жестко соединенных твердых тел, входящих в состав механизмов (шатун – корпус, крышка, разъемный

подшипник, втулка, крепежные детали – жестко соединенные между собой).

Ведущими называются звенья, положения которых назначаются непосредственно значением выбранных независимых параметров (φ , ω).

Ведомыми называются звенья, положения и перемещения которых однозначно зависят от положений и перемещений ведущих звеньев.

Кинематическая пара - соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающих их относительное движение.

Поверхности, линии, точки звена, по которым оно может соприкоснуться с другим звеном, образуя между собой кинематическую пару – называются *элементами звена*.

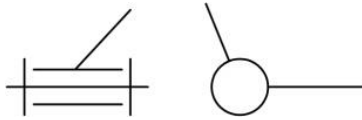
Связанная система звеньев, образующих между собой кинематические пары – называется *кинематической цепью* (кривошипно-шатунный механизм).

1.4. Основные виды механизмов

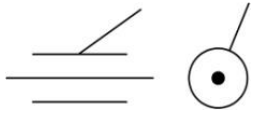
Кинематические пары различают по характеру соприкосновения звеньев: низшая кинематическая пара (элементы звеньев соприкасаются только по поверхности), высшая кинематическая пара (по

линиям или в точках). Кинематические пары классифицируют по числу степеней свободы H в относительном движении звеньев (подвижность пары) и по числу S условий связи (ограничений), накладываемых парой на движение одного звена относительно другого, причем все связи геометрические, ограничения только на координаты точек в их относительном движении: $H = 6 - S$.

Всего существует 5 классов кинематических пар, рассмотрим некоторые из них:

 - вращательная пара – V класс, низшая;

 - поступательная пара – V класс, низшая;

 - цилиндрическая пара – IV класс, низшая;

 - сферическая пара – III класс, низшая.

Низшая кинематическая пара позволяет осуществлять передачу больших усилий за счет наличия значительной контактной поверхности.

Высшая кинематическая пара позволяет уменьшить трение в машинах. Дает возможность получения разнообразных законов движения.

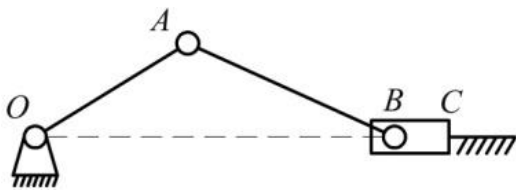
Механизмы классифицируют по различным признакам и в первую очередь, по кинематическим

парам, которые могут быть плоскими и пространственными.

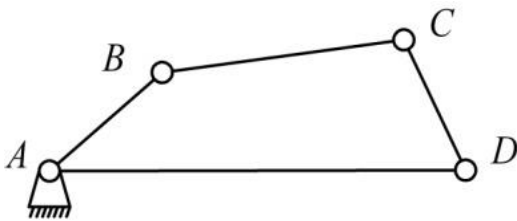
Плоским называется механизм, все подвижные точки звеньев которого описывают траектории, лежащие в одной плоскости.

Пространственным называется механизм, все подвижные точки звеньев которого описывают неплоские траектории или траектории, лежащие в разных плоскостях.

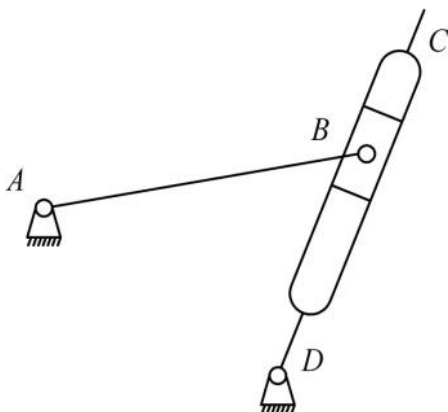
Ниже кинематические пары плоских механизмов:



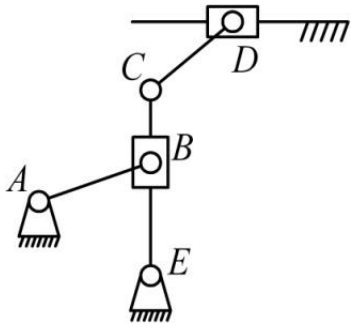
- кривошипно-ползунный механизм;



- шарнирный четырёхзвенный механизм;

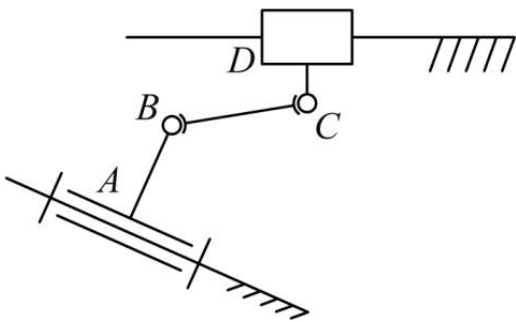


- кулисный механизм;

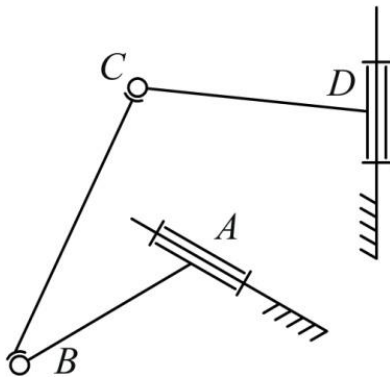


-кулисный механизм с камнем.

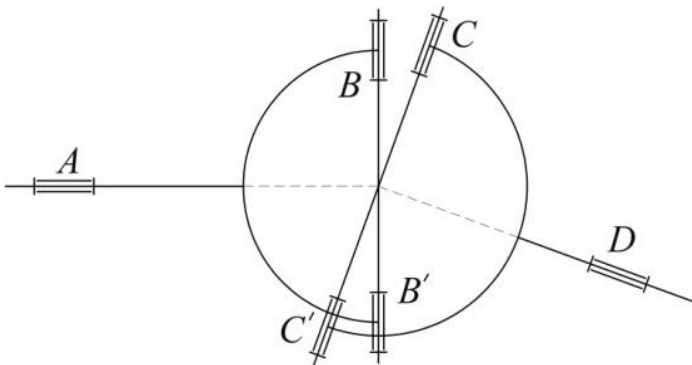
Низшие кинематические пары пространственных механизмов:



-кривошипно-ползунный механизм;



-шарнирный четырёхзвенник;



-карданная передача.

К плоским и пространственным механизмам с высшими кинематическими парами относятся: зубчатые, кулачковые, фрикционные, мальтийские и храповые механизмы.

1.5. Структурный анализ и синтез механизмов

Существуют общие закономерности в структуре (строении) самых различных механизмов, связывающие число степеней свободы W механизма с числом звеньев и числом и видом его кинематических пар (структурные формулы механизмов).

Для пространственных механизмов наиболее распространена формула Малышева:

$$W = 6n - \left[\sum_{i=1}^{i=5} (6-i)p_i - q \right], \quad (1.1)$$

где: n – число подвижных звеньев; i – подвижность кинематических пар; p_i – число кинематических пар; q – число наложенных избыточных связей.

Избыточные связи - это связи, которые дублируют другие связи, не уменьшая подвижность механизма, а только обращая его в статически неопределимую систему.

Так как в уравнении (1.1) имеются 2 неизвестных: W и q , поэтому это сложная задача, при этом необходимо задаться W , равное числу обобщенных координат механизма (определено геометрическим построением).

Тогда:

$$q = W - 6n + \sum_{i=1}^{i=5} (6-i)p_i . \quad (1.2)$$

Следует отметить, что в структурные формулы не входят размеры звеньев, поэтому их можно предполагать любыми (в некоторых пределах). Если $q=0$, задача статически определима и сборка механизма происходит без деформации звеньев (самоустановившийся механизм); $q>0$ – то сборка механизма и движение звеньев становится возможным только при деформировании последних.

Для плоских механизмов без избыточных связей применяют структурную формулу Чебышева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 . \quad (1.3)$$

В настоящее время в число наложенных связей может войти некоторое число q_n (повторных) и избыточных связей, устранение которых не увеличивает степени подвижности механизма.

Следовательно, число степеней свободы W_n его подвижной кинематической цепи относительно стойки будет равно:

$$W_n = 3n - (2p_n + p_v - q_n) , \quad (1.4)$$

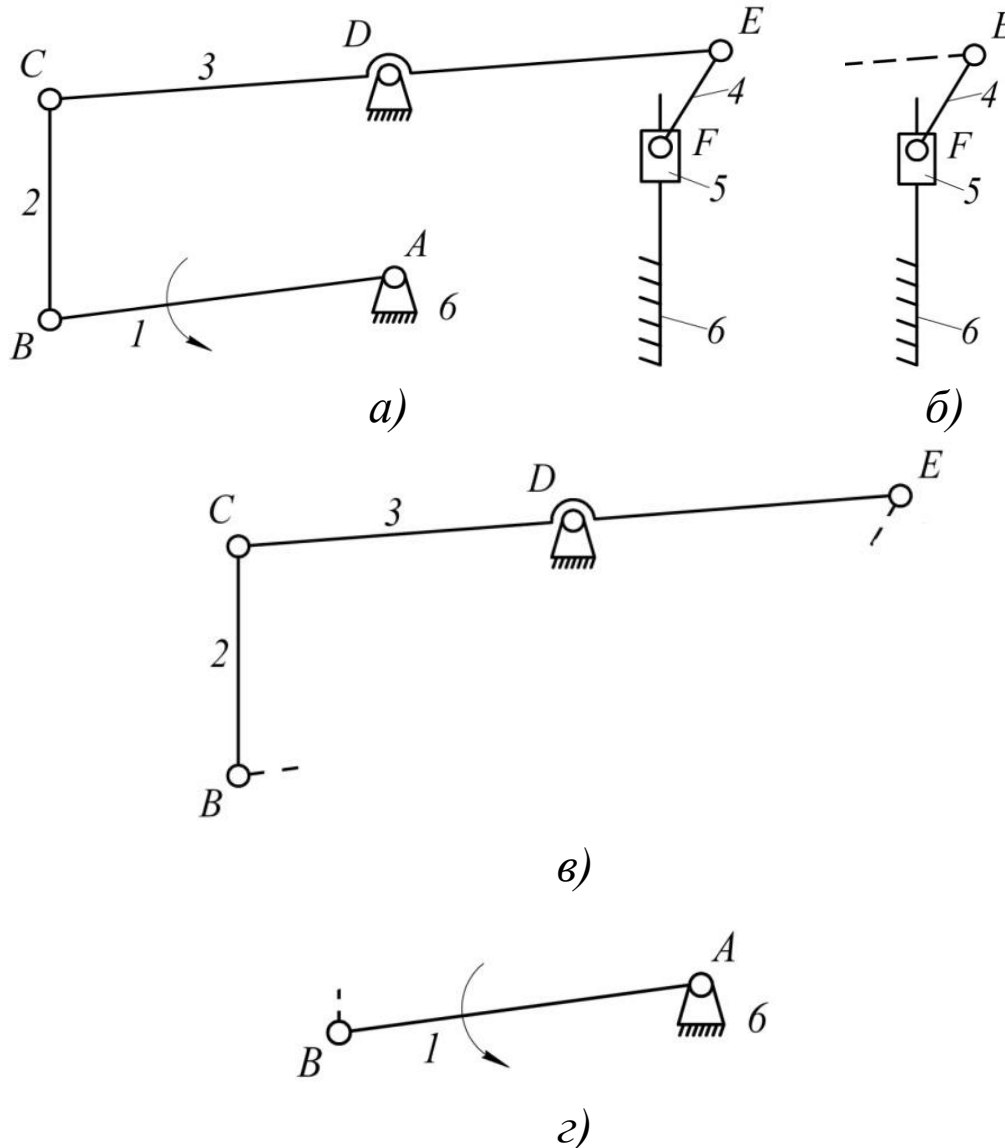
где p_n – число кинематических пар низших;

p_v – число кинематических пар высших.

Отсюда, если известно W_n :

$$q_n = W_n - 3n + 2p_n + p_v. \quad (1.5)$$

Структурный анализ заданного механизма (рис.1.1) следует проводить путем расчленения его на структурные группы и первичные механизмы в порядке, обратном исследованию механизма.



а) кинематическая схема механизма; б) звено 5 вместе со звеном 4; в) звенья 2 и 3; г) входное звено 1.

Рисунок 1.1 – Структурный анализ шестизвенового механизма.

Определим степень подвижности механизма, изображенного на рис. 1.1а:

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$

Остался один первичный механизм (рис.1.1г), $W=1$. Число первичных механизмов (I класса) равно числу степеней свободы.

Для проведения структурного анализа механизмов используют разработанную Ассуром структурную классификацию, применяемую для плоских рычажных механизмов без избыточных связей, которая облегчает их исследование.

Группой Ассура называется кинематическая цепь, которая при присоединении свободными элементами звеньев к стойке будет иметь нулевую степень подвижности, а после присоединения к механизму не изменит числа его степеней подвижности.

Структурная формула группы Ассура имеет вид:

$$3n + 2p_5 = 0 \quad \text{или} \quad p_5 = \frac{3}{2}n. \quad (1.6)$$

Из выражения (1.6) следует, что число звеньев в группе должно быть четным, а число пар пятого класса кратно трем, таким образом, возможны следующие сочетания (см. таблицу 1.1).

Группы Ассура делятся на классы, порядки и виды.

Класс группы Ассура определяется высшим классом простейшего контура, входящего в его состав.

Класс контура - число кинематических пар, образующих данный контур.

Таблица 1.1

Сочетания чисел звеньев и кинематических пар в механизмах.

n	2	4	6	8
p_5	3	6	9	12

Порядок группы Ассура определяется числом свободных элементов кинематических пар, которыми она присоединяется к механизму.

В зависимости от сочетания вращательных и поступательных пар и взаимного их расположения, группы Ассура II класса делятся на 5 видов (рис.1.2) (самая простая двухповодковая группа II класса).

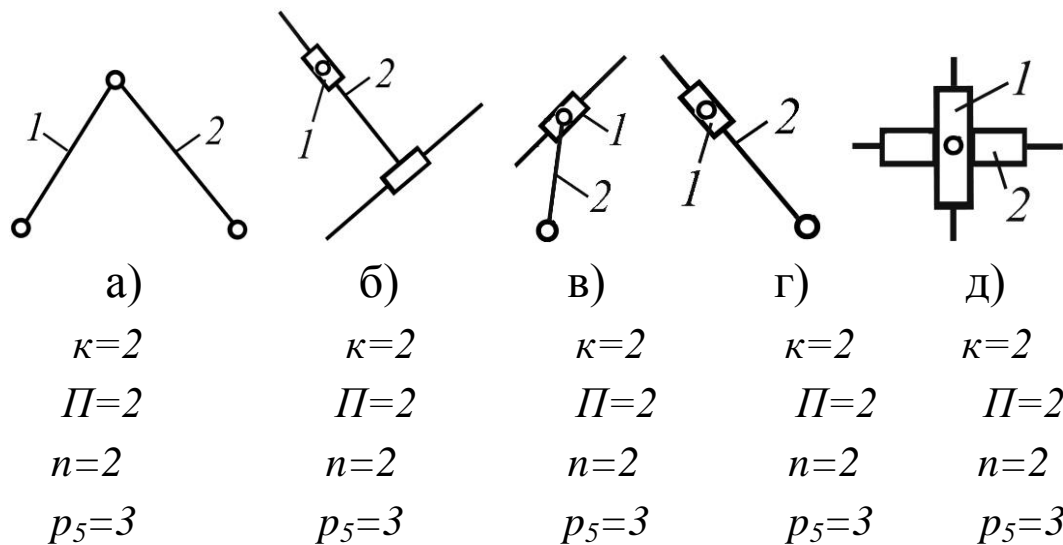
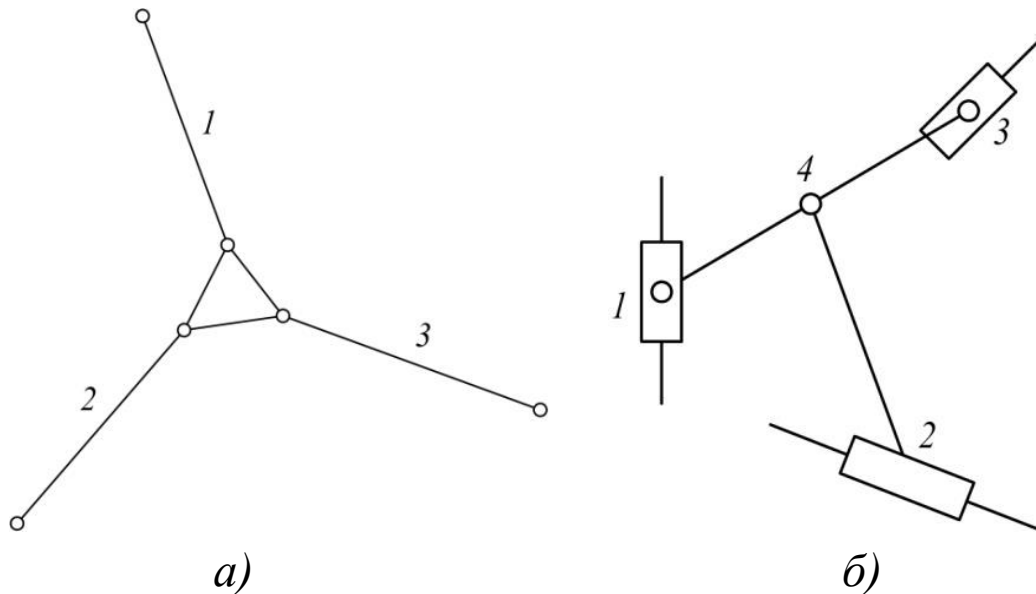


Рисунок 1.2 – Кинематические схемы групп Ассура II класса.

Следующая более сложная структурная группа трехпроводковая или группа III класса (рис.1.3): $n=4$, $p_5=6$, (порядок) $П=3$.



а) трехкоромысловая группа; б) с одной кулисой и двумя камнями.

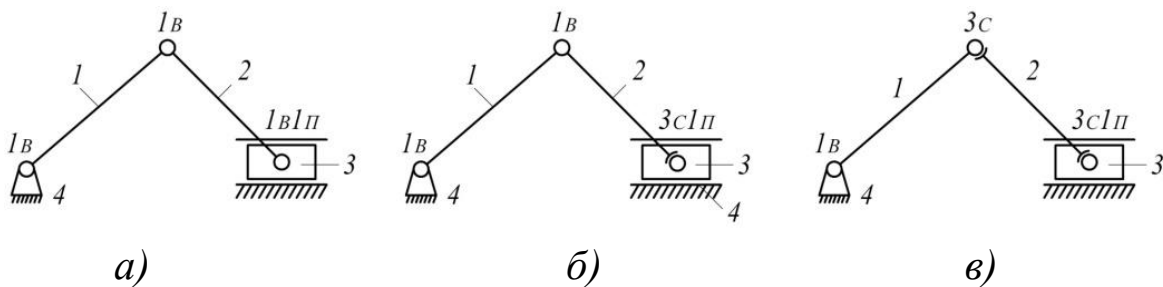
Рисунок 1.3 – Кинематические схемы групп Ассура III класса.

Класс механизма определяется высшим классом входящей в него структурной группы; при анализе заданного механизма класс его зависит и от выбора первичных механизмов.

Структурный синтез плоских механизмов следует проводить применяя метод Ассура, который обеспечивает статически определимую плоскую схему механизма ($q_n=0$), и формулу Малышева, поскольку вследствие неточностей изготовления плоский

механизм в какой-то мере получается пространственным.

Рассмотрим на примере кривошипно-шатунного механизма (КШМ), состоящего из двухповодковой группы звеньев 2 (рис.1.4) и 3, и первичного механизма 1 и 4. Следовательно: $W=1$ и $n=3$ для первого варианта схемы: а) $p_1=4$, $q=1-6\cdot 3+5\cdot 4=3$ – избыточные связи. На рис. 1.4 применяются следующие условные обозначения: 1в – вращательная пара (с одной степенью свободы); 1п – поступательная пара (с одной степенью свободы); 3с – сферическая пара (с тремя степенями свободы).



а) с тремя избыточными связями; б), в) без избыточных связей.

Рисунок 1.4 – Кинематическая схема КШМ с разным количеством избыточных связей.

Чтобы их устранить, необходимо повышать подвижность некоторых пар, то есть снижать их класс. На схеме б) $p_1=2$, $p_2=1$, $p_3=1$, $q=1-6\cdot 3+5\cdot 2+4\cdot 1+3\cdot 1=0$. На схеме в) $w=w_0+w_M=3$, $p_1=1$, $p_2=1$, $p_3=2$, $q=3-6\cdot 3+5\cdot 1+4\cdot 1+3\cdot 2=0$.

Вопросы для самоконтроля

1. Дать цель структурного анализа механизмов? 2. Какую цель преследует динамический кинетостатический анализ механизмов? 3. Назвать русских ученых, внесших значительный вклад в развитие науки ТММ? 4. Дать основные понятия ТММ? 5. По какому признаку классифицируют кинематические пары? 6. Назовите отличия высшей кинематической пары от низшей? 7. Запишите формулу Малышева и расшифруйте величины в нее входящие? 8. Дать определение группы Ассур? 9. Рассказать правило, используемое для определения класса механизма?

Лекция №2

Кинематический анализ механизмов

План:

- 2.1. Общие сведения о кинематическом анализе механизмов.
- 2.2. Кинематика входных и выходных звеньев, аналоги скоростей и ускорений.
- 2.3. Построение планов механизмов, скоростей и ускорений.
- 2.4. Определение скоростей и ускорений групп Ассура II класса с вращательными кинематическими парами методом планов.
- 2.5. Определение скоростей и ускорений групп Ассура II класса с поступательными кинематическими парами методом планов.

2.1. Общие сведения о кинематическом анализе механизмов

Кинематическое исследование механизма, то есть изучение движения звеньев его без учета сил, обуславливающих это движение, состоит из решения трех задач:

- определение перемещений звеньев и траекторий, описываемых точками звеньев;

- определение скоростей отдельных точек звеньев и угловых скоростей звеньев;
- определение ускорений отдельных точек звеньев и угловых ускорений звеньев.

Все эти показатели являются основными кинематическими характеристиками, по которым конструктор делает вывод о том, насколько правильно сделан выбор конструктивной схемы и определены размеры звеньев.

Из курса теоретической механики известно, что при плоскопараллельном движении твердого тела (звена) движение в каждый момент времени может быть представлено как вращение вокруг некоторой точки, называемой мгновенным центром вращения.

Если вращение звена рассматривается относительно неподвижной стойки, то соответственно мгновенный центр вращения называется МЦВ в абсолютном движении рассматриваемого звена.

Если вращение звена рассматривается относительно любого подвижного звена, то соответствующий МЦВ – называют МЦВ в относительном движении рассматриваемых звеньев.

Выполним графическое построение МЦВ на примере шарнирного четырехзвенника (рис.2.1).

В то же время, геометрическое место МЦВ образует так называемые центроиды, которые аналогично сказанному выше могут быть:

центроидами абсолютного движения (когда одна центроида является неподвижной, а другая перекатывается по ней без скольжения, например, шарнирный четырехзвенник).

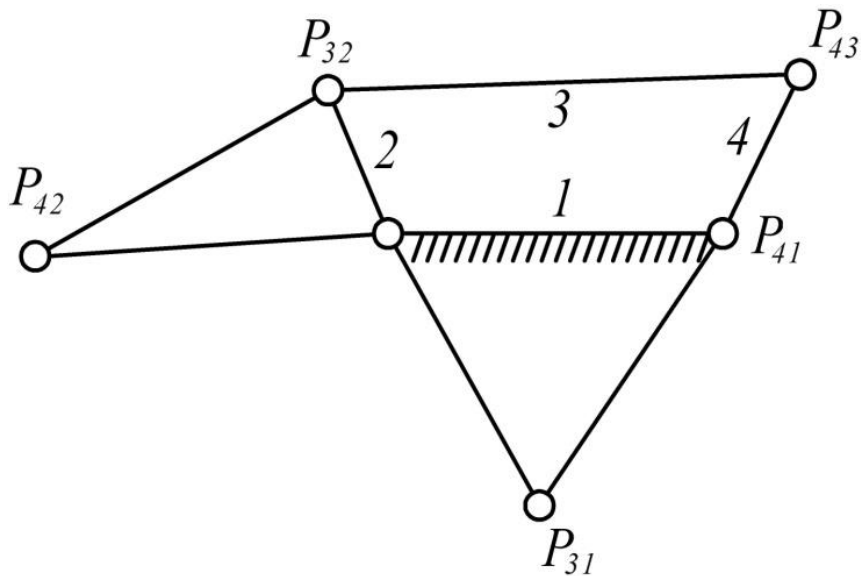


Рисунок 2.1 – Пример МЦВ.

Если остановить одно из звеньев, то обе центроиды окажутся неподвижными, и их качение одна по другой будет воспроизводить относительные движения звеньев и соответственно их центроиды будут относительными.

На принципе МЦВ и их центроид основан и кинематический анализ различных механизмов.

2.2. Кинематика входных и выходных звеньев, аналоги скоростей и ускорений

Как было сказано выше, число независимых друг от друга кинематических параметров с заданными структурной схемой и размерами его звеньев равно числу степеней свободы механизма или числу обобщенных его координат. Звено, которому приписывается одна или несколько обобщенных координат называют начальным звеном или первичным (рис.2.2).

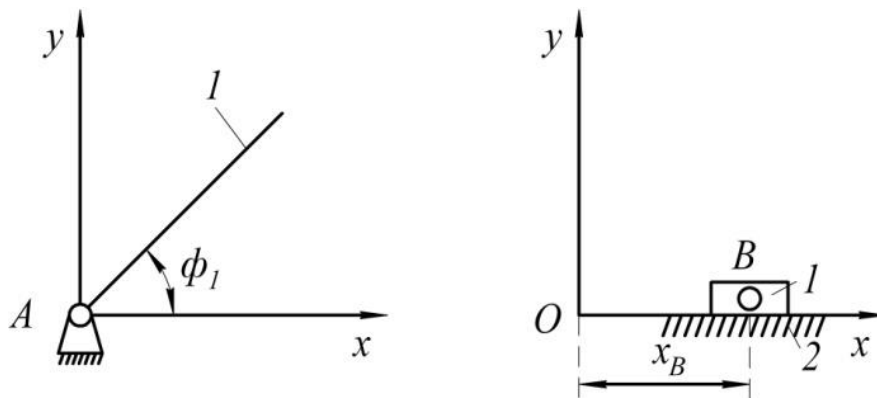


Рисунок 2.2 – Пример обобщенных координат.

Любой механизм предназначен для преобразования движения входного или выходного звена в требуемые движения остальных звеньев.

В большинстве случаев, движение выходных и промежуточных звеньев определяется в два этапа:

-устанавливаются зависимости кинематических параметров звеньев и точек от обобщенной координаты, то есть определяются функции положения и передаточные функции механизма;

- определяется закон изменения обобщенной координаты от времени и зависимости кинематических параметров выходных и промежуточных звеньев.

При кинематическом анализе механизмов скорости и ускорения звеньев удобно выражать функцию угла поворота φ или перемещения S начального звена.

Если угол поворота φ_n какого-либо n -го звена (например, шатуна) задан в виде функции $\varphi_n = \varphi_n(\varphi)$, тогда представим угловую скорость ω_n этого звена следующим образом.

Домножим и поделим на $d\varphi$:

$$\omega_n = \frac{d\varphi_n}{dt} = \frac{d\varphi_n}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \cdot \frac{d\varphi_n}{d\varphi} = \omega \cdot \omega_\varphi = \omega \cdot \varphi_n' \quad (2.1)$$

где: ω - угловая скорость начального звена [рад/с];

$$\omega_\varphi = \varphi_n' = \frac{d\varphi_n}{d\varphi} \text{ - безразмерная угловая скорость звена}$$

n (еще ее называют аналогом угловой скорости звена n).

Дифференцируя выражение (2.1) времени t , получим величину углового ускорения ε_n звена n :

$$\begin{aligned}\varepsilon_n &= \frac{d\omega_n}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega \cdot \omega_\varphi) = \omega \frac{d\omega_\varphi}{dt} + \omega_\varphi \frac{d\omega}{dt} = \\ &= \omega \frac{d\omega_\varphi}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \omega_\varphi \frac{d\omega}{dt} = \omega^2 \frac{d\omega_\varphi}{d\varphi} + \varepsilon \cdot \omega_\varphi =, \quad (2.2) \\ &= \omega^2 \cdot \varepsilon_\varphi + \varepsilon \cdot \omega_\varphi = \omega^2 \cdot \varphi_n'' + \varepsilon \cdot \varphi_n'\end{aligned}$$

где: φ_n'' - аналог углового ускорения звена n .

Согласно вышеприведенной методике, могут быть получены уравнения для определения скорости и ускорения точки b звена n .

Примем, что r_b - радиус-вектор, определяющий положение точки b .

Из уже изученного Вами курса теоретической механики, известно, что скорость V_m и ускорение a_m могут быть получены двукратным дифференцированным радиус-вектора r_b по времени t .

Имеем:

$$V_b = \frac{dr_b}{dt} = \frac{dr_b}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{dr_b}{d\varphi} = \omega \cdot V_\varphi = \omega \cdot r_b'. \quad (2.3)$$

Здесь: $V_\varphi = r_b' = \frac{dr_b}{d\varphi}$ - аналог скорости точки b , [м]

имеет размерность длины.

Ускорение a_b получим дифференцированием скорости V_b по времени t . В общем случае a_b состоит из:

- нормального ускорения, направленного вдоль радиус-вектора r_b к его началу;
- тангенциального ускорения, направленного перпендикулярно радиус-вектору r_b ;
- относительного релятивного ускорения, направленного вдоль r_b ;
- кориолисова ускорения, направленного перпендикулярно r_b .

Запишем выражение для определения ускорения a_b :

$$\begin{aligned}
 a_b &= \frac{dV_b}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega V_\varphi) = \omega \frac{dV_\varphi}{dt} + V_\varphi \frac{d\omega}{dt} = \\
 &= \omega \frac{dV_\varphi}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} + V_\varphi \frac{d\omega}{dt} = \omega^2 \frac{dV_\varphi}{d\varphi} + \varepsilon V_\varphi = \\
 &= \omega^2 \cdot a_\varphi + \varepsilon \cdot V_\varphi = \omega^2 \cdot r_b'' + \varepsilon \cdot r_b';
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Здесь ω и ε начального звена;

$$a_\varphi = r_b'' = \frac{d^2 r_b}{d\varphi^2} \quad - \text{аналог ускорения точки } b,$$

имеющий размерность длины.

Вывод: аналоги скоростей и ускорений зависят только от обобщенной координаты, и не зависят от времени.

2.3. Построение планов механизмов, скоростей и ускорений

Планы положений, скоростей и ускорений относятся к графическим методам кинематического исследования механизмов и получили широкое распространение благодаря:

- быстрой, удобству и наглядности контроля;
- высокой точности этих методов (99,5...99,7%), которой достаточно для решения большинства практических задач, а в некоторых случаях они являются только единственно приемлемыми.

Недостатки: графические методы построений затруднительно использовать в случае, когда требуется значительный объем однообразных построений и высокая точность.

Планом механизма называют изображение кинематической схемы механизма в выбранном масштабе, соответствующее определенному положению начального звена.

Масштаб плана механизма определяет размеры отрезков, изображающих длину звеньев и координаты точек звеньев.

Под масштабом понимают отношение значения длины изображаемого звена в единицах СИ к значению отрезка на плане, то есть:

$$K_L = \frac{l_{AB}}{AB}, \quad (2.5)$$

где: AB – длина отрезка на плане положений механизма, мм; l_{AB} – длина изображаемого звена, м.

Планом скоростей механизма называют чертеж, на котором изображены в виде отрезков вектора, равные по модулю и по направлению скоростям различных точек звеньев в данный момент. План скоростей для механизма является совокупностью нескольких планов скоростей для отдельных звеньев, у которых полюса планов P являются общей точкой полюсом плана скоростей механизма.

План ускорений механизма – чертеж, на котором изображены в виде отрезков векторы, равные по модулю и направлению ускорениям различных точек звеньев механизма в данный момент времени.

2.4. Определение скоростей и ускорений групп Ассура II класса с вращательными кинематическими парами методом планов

Рассмотрим механизм, состоящий из 3 звеньев, случай первый: переносное движение, поступательное (рис.2.3)

Определим скорость точки A . Поскольку $\omega_1 = \text{const}$, то точка A совершает абсолютное движение вокруг стойки, то есть:

$$v_A = \omega_1 \cdot l_{OA} \text{ м/с}, \quad (2.6)$$

Масштаб скорости: $K_v = \frac{v_A}{O'a}$, $\frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{мм}}$ - есть величина, показывающая какое количество метров в секунду на плане скоростей изображает отрезок длиной в 1 мм. Точка O' - полюс плана. Например, $O'a = 70$ мм. Рекомендуется использовать следующую

формулу: $K_v = K_L \omega_1, \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{мм}}$, где K_L - масштаб

построения плана положений механизма, $\frac{\text{м}}{\text{мм}}$.

Определяем скорость точки B методом от известного к неизвестному. Шатун совершает сложное плоскопараллельное движение.

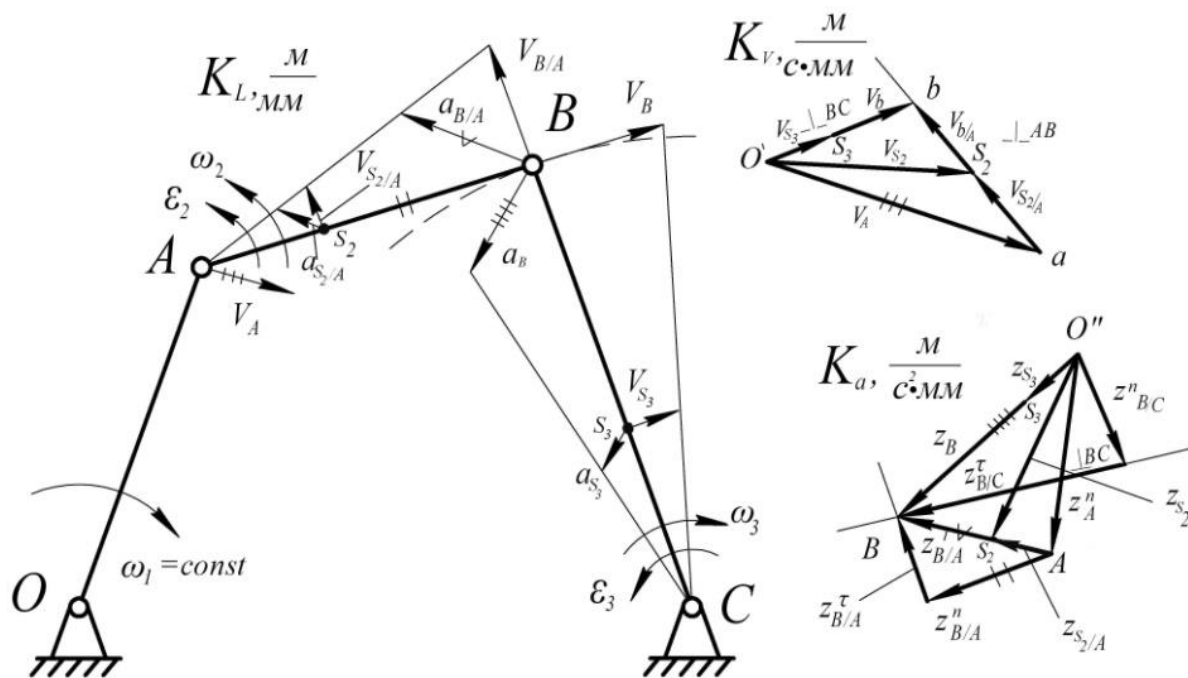


Рисунок 2.3 – Механизм кривошипно-коромысловый.

Переносное движение точки A является поступательным, а относительное движение шатуна является вращательным:

$$\overline{v_B} = \underline{\underline{v_A}} + \underline{\underline{v_{B/A}}}; \quad (2.7)$$

где: $\underline{\quad}$ - известно только направление;

$\underline{\underline{\quad}}$ - известны величина и направление.

Выражение (2.6) решается графически:

$$v_B = K_v \cdot O'b \text{ м/с};$$

$$v_{B/A} = K_v \cdot ab \text{ м/с}.$$

План скоростей – графическое изображение характерных точек механизма с помощью векторов, проведенных из одной точки в определенном масштабе, а векторы относительных скоростей точек проведены через концы векторов абсолютных скоростей характерных точек механизма.

Определение скорости и местоположения точки S_3 (центра массы балансира):

$$\frac{v_{S_3}}{v_B} = \frac{CS_3}{CB}; \Rightarrow v_{S_3} = v_B \frac{CS_3}{CB} \text{ м/с}; \quad (2.8)$$

$$OS_3 = \frac{v_{S_3}}{K_v} \text{ мм.}$$

Определение скорости точки S_2 .

Поскольку точка S_2 принадлежит шатуну, то для определения скорости точки S_2 необходимо составить уравнение, аналогичное уравнению (2.6), то есть рассмотреть движение точки S_2 относительно точки A :

$$\overline{v_{S_2}} = \overline{v_A} + \overline{v_{S_2/A}}; \quad (2.9)$$

$$\frac{v_{S_2/A}}{v_{B/A}} = \frac{AS_2}{AB}, \Rightarrow v_{S_2/A} = v_{B/A} \cdot \frac{AS_2}{AB} \text{ м/с};$$

$$aS_2 = \frac{v_{S_2/A}}{K_v} \text{ мм.}$$

$$v_{S_2} = K_v \cdot O'S_2 \text{ м/с.}$$

Определение угловых скоростей звеньев механизма:

$$\omega_3 = \frac{v_B}{l_{BC}} \text{ 1/с;}$$

$$\omega_2 = \frac{v_{B/A}}{l_{AB}} \text{ 1/с.}$$

Определение ускорений.

Ускорение точки A :

$$a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = \frac{v_A^2}{l_{OA}} \text{ м/с}^2.$$

Масштаб плана ускорений: $K_a = \frac{K_v^2}{K_L}, \frac{м}{с^2 \cdot мм}$ -

есть величина, показывающая какое количество метров в секунду в квадрате на плане скоростей изображает отрезок длиной в 1 мм.

$$K_a = \frac{K_L^2 \cdot \omega_1^2}{K_L} = K_L \cdot \omega_1^2, \frac{м}{с^2 \cdot мм}.$$

$Z_A^n = \frac{a_A^n}{K_a}$ мм – длина соответствующего отрезка.

Для определение ускорения точки B , графически решим систему уравнений:

$$\begin{cases} \bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{B/A}^n + \bar{a}_{B/A}^\tau \\ \bar{a}_B = \bar{a}_C + \bar{a}_{B/C}^n + \bar{a}_{B/C}^\tau \end{cases} \quad (2.10)$$

Здесь имеем 5 неизвестных, 2 из них определяем следующим образом:

$$a_{B/A}^n = \frac{V_{B/A}^2}{l_{BA}} \text{ м/с}^2;$$

$$a_{B/C}^n = \frac{V_{B/C}^2}{l_{BC}} \text{ м/с}^2.$$

Длины составляющих векторов:

$$z_{B/A}^n = \frac{a_{B/A}^n}{K_a} \text{ мм};$$

$$z_{B/C}^n = \frac{a_{B/C}^n}{K_a} \text{ мм}.$$

Построение плана ускорений: $z_{B/A}^n$ откладываем из точки A параллельно AB (см. рис.2.3). Из конца $z_{B/A}^n$ проводим перпендикуляр; из полюса (точка O'') параллельно BC отложим отрезок $z_{B/C}^n$ и через его конец проведем перпендикулярную прямую. Точка пересечения прямых $z_{B/C}^\tau$ и $z_{B/A}^\tau$ укажет на полное ускорение точки B .

$$a_{B/C}^\tau = z_{B/C}^\tau \cdot K_a \text{ м/с}^2; \quad (2.11)$$

$$a_{B/A}^\tau = z_{B/A}^\tau \cdot K_a \text{ м/с}^2; \quad (2.12)$$

$$a_{B/A} = z_{B/A} \cdot K_a \text{ м/с}^2. \quad (2.13)$$

Определение ускорения точки S_3 выполняем аналогично выражению (2.8) точки S_3 :

$$\frac{a_{S_3}}{a_B} = \frac{CS_3}{CB}, \quad \Rightarrow \quad a_{S_3} = a_B \frac{CS_3}{CB} \text{ м/с}^2, \quad \text{причем,}$$

направление a_{S_3} параллельно a_B .

$$Z_{S_3} = \frac{a_{S_3}}{K_a} \text{ мм.}$$

Ускорение точки S_2 определяем согласно выражению (2.8):

$$\overline{a_{S_2}} = \overline{a_A^n} + \overline{a_{S_2/A}}. \quad (2.14)$$

$$\frac{a_{S_2/A}}{a_{B/A}} = \frac{AS_2}{AB}, \quad \Rightarrow \quad a_{S_2/A} = a_{B/A} \cdot \frac{AS_2}{AB} \text{ м/с}^2;$$

$$Z_{S_2/A} = \frac{a_{S_2/A}}{K_a} \text{ мм};$$

$$a_{S_2} = K_a \cdot Z_{S_2} \text{ м/с}^2.$$

Определим угловое ускорение коромысла:

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{B/C}^\tau}{l_{BC}} \text{ 1/с}^2.$$

Определим угловое ускорение шатуна:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{B/A}^\tau}{l_{AB}} 1/c^2.$$

2.5. Определение скоростей и ускорений групп Ассра II класса с поступательными кинематическими парами методом планов

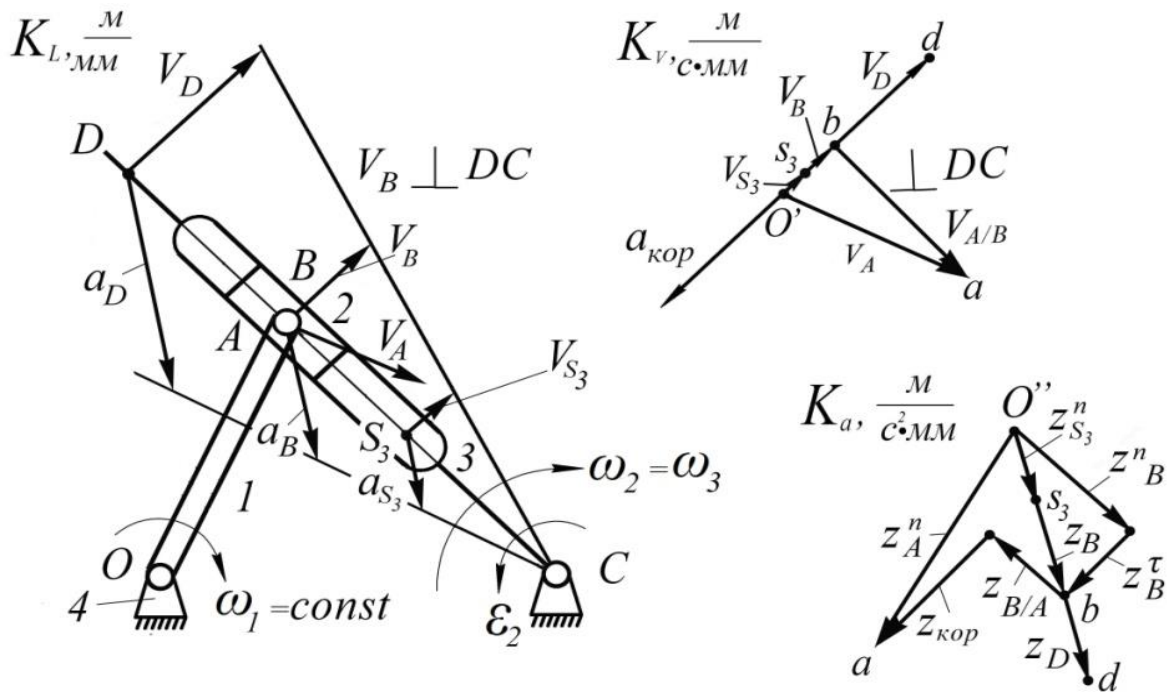


Рисунок 2.4 – Механизм кривошипно-кулисный.

Определение скоростей и ускорений кулисного механизма (случай 2).

Движение переносное вращательное.

Точка A принадлежит кривошипу и ползуну.

Точка B принадлежит кулисе и совпадает с точкой A .

Определим скорость точки A :

$$v_A = \omega_1 \cdot l_{OA} \text{ м/с}; \quad (2.15)$$

$$O'a = 70 \text{ мм.}$$

Масштаб плана скоростей:

$$K_v = \frac{v_A}{O'a} \frac{м}{с \cdot мм}.$$

Определим скорость точки B . При определении скорости точки B за абсолютное движение принимаем движение точки A , за переносное – движение точки B , за относительное – движение точки A относительно точки B :

$$\underline{\underline{v_B}} = \underline{v_A} + \underline{v_{A/B}}. \quad (2.16)$$

В уравнении (2.16), абсолютное движение точки A разложим:

$$\underline{\underline{v_B}} = \underline{v_A} + \underline{v_{A/B}}$$

перен абсол. относит.
(вращат) (вращат.) (поступат)

Уравнение (2.16) решим графически. Из полученного плана скоростей (рис.2.4) выразим величины скоростей: v_B и $v_{A/B}$:

$$v_B = K_v \cdot O'b \text{ м/с};$$

$$v_{A/B} = K_v \cdot ab \text{ м/с}.$$

Из свойства подобия треугольников найдем скорость точки S_3 (центра массы кулисы):

$$\frac{v_{S_3}}{v_B} = \frac{CS_3}{CB}; \quad v_{S_3} = v_B \frac{CS_3}{CB} \text{ м/с};$$

$$O's_3 = \frac{v_{S_3}}{K_v} \text{ мм}.$$

Скорость точки D определим аналогично скорости точки S_3 :

$$\frac{v_D}{v_B} = \frac{CD}{CB}; \quad v_D = v_B \frac{CD}{CB} \text{ м/с};$$

$$O'd = \frac{v_D}{K_v} \text{ мм}.$$

Угловая скорость кулисы и ползуна:

$$\omega_2 = \omega_3 = \frac{v_B}{l_{BC}} \text{ 1/с};$$

Определение ускорений:

Определение ускорений точки A :

$$a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = \frac{v_1^2}{l_{OA}} \text{ м/с}^2.$$

Определение масштаба плана ускорений:

$$K_a = \frac{K_v^2}{K_L} \frac{m}{c^2 \cdot мм};$$

$$z_A^n = \frac{a_A^n}{K_a} \text{ мм.}$$

Для определения ускорений точки B составляем уравнение, аналогичное уравнению (2.16):

$$\overline{a_B} = \overline{a_A^n} + \overline{a_{A/B}} + \overline{a_{кор}}. \quad (2.17)$$

Преобразуем выражение (2.16):

$$\overline{a_B} = \overline{a_B^n} + \overline{a_B^\tau} = \overline{a_A^n} + \overline{a_{A/B}} + \overline{a_{кор}} \text{ м/с}^2,$$

где: $a_B^n = \omega_3^2 \cdot l_{BC} = \frac{v_B^2}{l_{BC}}.$

На плане ускорений (рис. 2.4) отложим отрезок z_B^n , параллельно кулисе DC :

$$z_B^n = \frac{a_B^n}{K_a} \text{ мм.}$$

Затем, на плане ускорений (рис. 2.4) из конца вектора ускорения точки A звена I , отложим отрезок, обозначающий ускорение Кориолиса:

$$a_{кор} = 2\omega_3 \cdot v_{A/B} \cdot \sin 90^\circ \text{ м/с}^2;$$

угловая скорость синус угла
переносного движения между векторами

$$z_{кор} = \frac{a_{кор}}{K_a} \text{ мм.}$$

Ускорение Кориолиса направляем таким образом, чтобы вектор относительной скорости поворачивался на угол 90° по направлению угловой скорости переносного движения.

После проведенных вычислений в уравнении (2.17) осталось 2 неизвестных, которые аналитически найти достаточно проблематично. Однако, несмотря на это, данное выражение можно решить графическим способом. Для этого, из конца вектора z_B^n (рис.2.4) проведем прямую, ему перпендикулярную (линию действия z_B^τ), затем, из начала вектора $z_{кор}$ проведем прямую параллельную кулисе DC (линию действия $z_{A/B}$). Данные прямые пересекутся в точке b , таким образом, мы получим векторы соответственно z_B^τ и $z_{A/B}$. Соединим точку b с точкой O'' , получим искомый вектор z_B .

Определим модули ускорений векторов, найденных в предыдущем шаге:

$$a_B = K_a \cdot Z_B \text{ м/с}^2;$$

$$a_B^\tau = K_a \cdot Z_B^\tau \text{ м/с}^2;$$

$$a_{A/B} = K_a \cdot Z_{A/B} \text{ м/с}^2.$$

Определяем угловое ускорение кулисы DC :

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \frac{a_B^\tau}{l_{BC}} \text{ 1/с}^2.$$

Из теоремы подобия треугольников, найдем ускорение точки S_3 (центра тяжести кулисы):

$$\frac{a_{S_3}}{a_B} = \frac{CS_3}{CB}, \Rightarrow a_{S_3} = a_B \frac{CS_3}{CB} \text{ м/с}^2;$$

Обозначим положение точки S_3 на плане ускорений (рис. 2.4):

$$Z_{S_3} = \frac{a_{S_3}}{K_a} \text{ мм.}$$

Ускорение точки D найдем аналогично точке S_3 :

$$\frac{a_D}{a_B} = \frac{CD}{CB}, \Rightarrow a_D = a_B \cdot \frac{CD}{CB}.$$

Обозначим положение точки D на плане ускорений (лежит на продолжении вектора Z_B (рис. 2.4)):

$$Z_D = \frac{a_D}{K_a} \text{ мм.}$$

Комбинированный прием (случай 3).

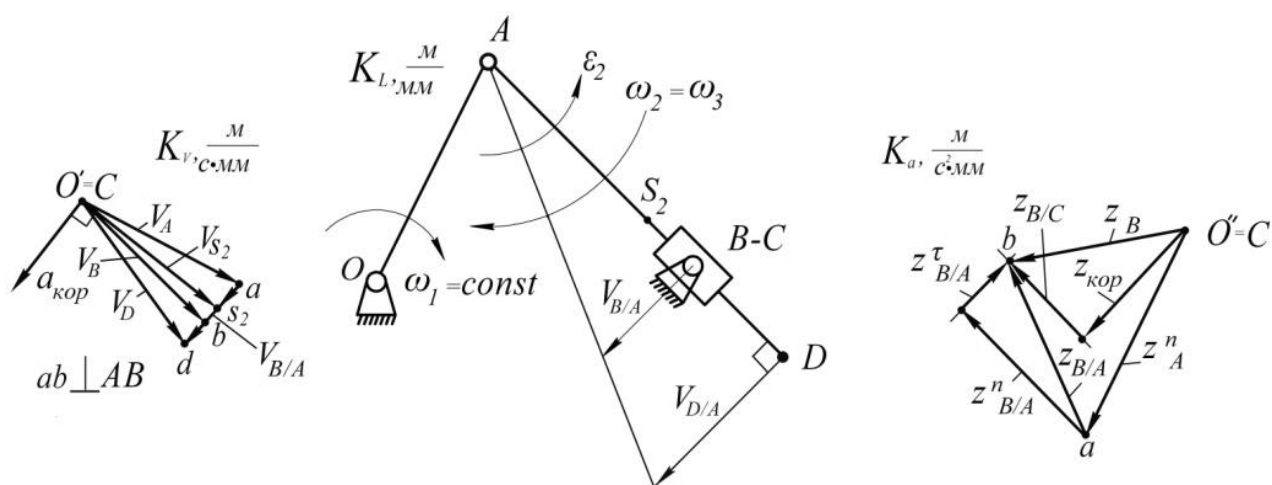


Рисунок 2.5 – Механизм кривошипно-кулисный с неподвижным камнем.

Скорость точки A (рис.2.5) и масштаб построений определим, как и в двух предыдущих случаях. Точка B принадлежит кулисе. Точка C принадлежит камню и станине.

Для определения скорости точки B (рис.2.5) составляем два уравнения одно- по первому случаю, а второе – по второму случаю:

$$\begin{cases} \overline{v_B} = \overline{v_A} + \overline{v_{B/A}} \\ \overline{v_B} = \overline{v_C} + \overline{v_{B/C}} \end{cases}, \quad (2.18)$$

здесь, $v_C=0$, точка C неподвижна.

Систему уравнений (2.18) решим графическим способом.

Выберем полюс точку O' (рис.2.5), совпадающую с точкой C . Отложим отрезок $O'a$ соответствующий по модулю и направлению скорости точки A . Из точки a проведем прямую, перпендикулярную кулисе AB . Затем, из точки O' проведем прямую, параллельную кулисе AB . Данные прямые пересекутся в точке b . Получены таким образом, два вектора v_B и $v_{B/A}$. Найдем модуль скорости v_B и $v_{B/A}$:

$$v_B = K_v \cdot O'b \text{ м/с};$$

$$v_{B/A} = K_v \cdot ab \text{ м/с}.$$

Для определение скорости точки D составим уравнение:

$$\overline{v_D} = \overline{v_A} + \overline{v_{D/A}}, \quad (2.19)$$

где: $v_{D/A}$ – скорость относительного движения коромысла. Скорость $v_{D/A}$ найдем из теоремы подобия треугольников:

$$\frac{v_{D/A}}{v_{B/A}} = \frac{AD}{AB}; \quad v_{D/A} = v_{B/A} \frac{AD}{AB} \text{ м/с};$$

Длина отрезка, отображающая скорость $v_{D/A}$ найдем из выражения:

$$ad = \frac{v_{D/A}}{K_v} \text{ мм.}$$

Соединим точку O' с точкой d (рис.2.5), получим вектор скорости т. D v_D :

$$v_D = K_v \cdot OD \text{ м/с};$$

Скорость точки S_2 , принадлежащей кулисе, найдем аналогично скорости точки D :

$$\overline{v_{S_2}} = \overline{v_A} + \overline{v_{S_2/A}}. \quad (2.20)$$

Определим угловые скорости кулисы и камня:

$$\varpi_2 = \varpi_3 = \frac{v_{BA}}{l_{AB}} \text{ 1/с.}$$

Определение ускорений.

Для определения ускорения точки B составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \overline{a_B} = \overline{a_A^n} + \overline{a_{B/A}^n} + \overline{a_{B/A}^\tau} \\ a_B = a_C + a_{B/C} + a_{кор} \end{cases}; \quad (2.21)$$

Ускорение точки A , а также масштаб построений вычислим согласно методике, рассмотренной в предыдущих двух случаях.

Определим величины формулы (2.21), которые нетрудно выразить аналитически:

$$a_{B/A}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AB} = \frac{v_{B/A}^2}{l_{AB}} \text{ м/с}^2;$$

$$a_{кор} = 2\omega_2 \cdot v_{B/C} \cdot \sin 90^\circ = 2\omega_2 \cdot v_{B/C} \text{ м/с}^2.$$

Выразим длину соответствующих отрезков, отображаемых на плане ускорений (см.рис.2.5):

$$Z_{B/A}^n = \frac{a_{B/A}^n}{K_a}; \quad Z_{кор} = \frac{a_{кор}}{K_a} \text{ мм};$$

Для определения остальных компонент, входящих в выражение (2.20) применим метод планов. Выберем полюс плана – точку O'' (рис.2.5), совпадающую с точкой C . Построим отрезок $O''a$ параллельно текущему положению кривошипа (рис.2.5), отображающий ускорение a_A^n . Из точки a построим вектор $z_{A/B}^n$, отображающий $a_{A/B}^n$, из его конца

проведем перпендикулярную ему прямую. Затем, из полюса точки O'' (руководствуясь формулой (2.21)) проведем $z_{кор}$ – ускорение Кориолиса $a_{кор}$, из конца вектора которого построим параллельную прямую кулисе AB . Данные прямые пересекутся в точке b . Таким образом, получим векторы: $z_{A/B}^{\tau}$ и $z_{B/C}$, отображающие ускорения: $a_{A/B}^{\tau}$ и $a_{B/C}$ соответственно. Соединив точки a и b , получим вектор $z_{A/B}$ отображающий ускорение $a_{A/B}$. Проведем вектор между точками O'' и b , который является ускорением a_B .

Определим модуль полного ускорения точки B :

$$a_B = K_a \cdot Z_B \text{ м/с}^2.$$

Определим угловые ускорения кулисы и камня:

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \frac{a_{B/A}^{\tau}}{l_{AB}} \text{ 1/с}^2.$$

Аналогично можно выразить модули и всех ранее определенных векторов ускорений.

Вопросы для самоконтроля

1. Рассказать общие сведения о кинематическом анализе механизмов? 2. Какому звену приписывается одна ли несколько обобщенных координат? 3. Зависят ли аналоги скоростей и ускорений от времени? 4. Дать определение плана положений механизма? 5. Назовите отличия плана ускорений от плана скоростей механизма? 6. Расскажите основные этапы кинематического исследования шарнирно-рычажного механизма?

Лекция №3

Метод кинематических диаграмм

План:

- 3.1. Общие сведения.
- 3.2. Методика построения кинематических диаграмм.
- 3.3. Вычисление погрешности построений.

3.1. Общие сведения

Метод кинематических диаграмм применяется для кинематического исследования какой-либо точки механизма и обычно используется в качестве проверочного.

Диаграммой перемещения ползуна (см. рис.3.1) называют график зависимости пути (отстояния) какой-либо точки ползуна от времени. Диаграмма перемещения может быть построена графически или получена экспериментально.

3.2. Методика построения кинематических диаграмм

Для проверки правильности определения кинематических параметров механизма методом планов скоростей и ускорений построим диаграмму перемещения точки C .

Диаграмма перемещения

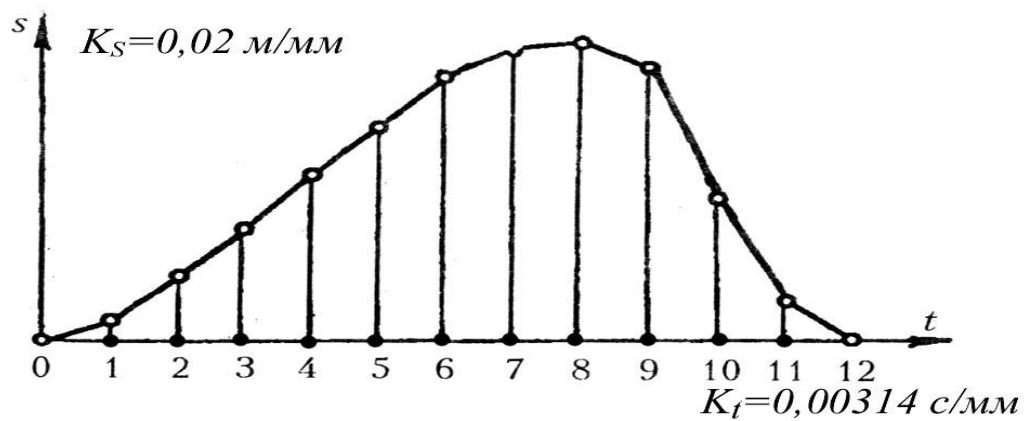


Диаграмма скорости

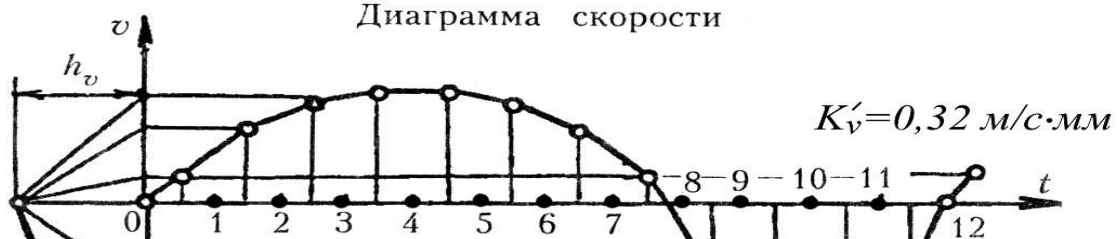


Диаграмма ускорения

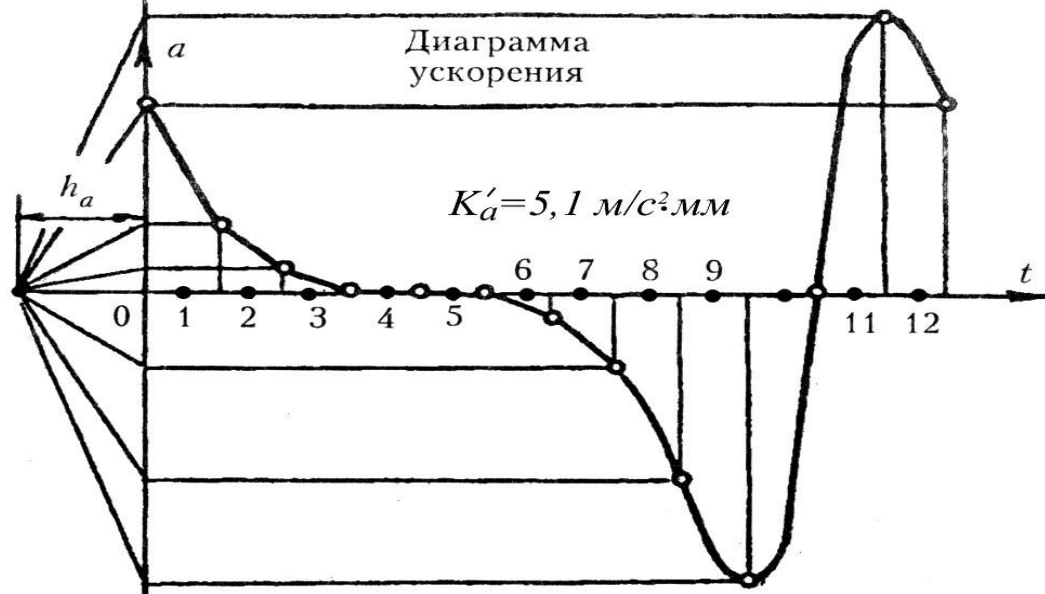


Рисунок 3.1 – Кинематические диаграммы кривошипно-кулисного механизма.

По оси абсцисс отложим время одного оборота кривошипа в масштабе:

$$K_t = \frac{2\pi}{\omega_1 l_t}, \quad (3.1)$$

где: l_t – длина отрезка, отображающего период одного оборота кривошипа, мм.

Примем: $l_t = 100$ мм, тогда:

$$K_t = \frac{2 \cdot 3,14}{20 \cdot 100} = 0,00314 \text{ с/мм.}$$

По оси ординат будем откладывать отстояние ползуна в каждом положении механизма в масштабе:

$$K_s = 2K_l = 2 \cdot 0,01 = 0,02 \text{ м/мм.}$$

Следует отметить, что в курсовом проекте рационально принимать $K_s = K_l$, а $l_t = 180 \div 200$ мм.

Отложив отрезок l_t на оси абсцисс и разделив его на 12 равных частей, построим диаграмму перемещений (рис.3.1)

Приняв полюсные расстояния $h_v = h_a = 20$ мм, графическим дифференцированием (методом хорд) построим диаграммы скорости и ускорения точки С. При этом масштабы по оси ординат составят:

$$K'_v = \frac{K_s}{K_t h_v}, \quad (3.2)$$

где: K'_v – масштаб диаграммы скорости по оси ординат;

$$K'_v = \frac{0,02}{0,00314 \cdot 20} = 0,32 \text{ м/(с мм)}.$$

Масштаб диаграммы ускорений точки B :

$$K'_a = \frac{K'_v}{K_t h_a}; \quad (3.3)$$

где: K'_a – масштаб диаграммы ускорения по оси ординат.

$$K'_a = \frac{0,32}{0,00314 \cdot 20} = 5,1 \text{ м/(с}^2 \text{ мм)}.$$

Теперь, получив величины скоростей и ускорений точки C , определенные двумя способами: методом планов (см. таблицы скоростей и ускорений точек звеньев механизма для 12-ти положений механизма из пояснительной записки к курсовому проекту) и методом графического дифференцирования, оценим точность кинематического анализа.

3.3. Вычисление погрешности построений

Ошибку при определении скоростей точек, например для 5-го положения, можно найти из соотношения:

$$\Delta_V^{(5)} = \left(1 - \frac{v_C^{(5)}}{y_v^{(5)} \cdot K_V'} \right) \cdot 100\% , \quad (3.4)$$

где: $v_C^{(5)}$ – скорость точки C , полученная методом планов скоростей в 5-ом положении механизма, м/с;

$y_C^{(5)}$ – величина ординаты скорости точки C в 5-м положении механизма на диаграмме скоростей, мм.

Подставив в формулу (3.4) конкретные значения, получим:

$$\Delta_V^{(5)} = \left(1 - \frac{4,2}{12,8 \cdot 0,32} \right) \cdot 100\% = 2,54\% .$$

Ошибка при определении ускорений составит:

$$\Delta_a^{(5)} = \left(1 - \frac{a_C^{(5)}}{y_a^{(5)} \cdot K_a'} \right) \cdot 100\% . \quad (3.5)$$

Подставив в выражение (3.5) конкретные значения, получим:

$$\Delta_a^{(5)} = \left(1 - \frac{11,9}{2,4 \cdot 5,1} \right) \cdot 100\% = 2,78\% .$$

Аналогично вычисляются ошибки и для других положений механизма.

Ошибки при вычислении инженерных задач графоаналитическими способами не должны превышать $\pm 5\%$.

Согласно нашим расчетам, требуемая точность кинематического анализа достигнута.

Вопросы для самоконтроля

1. Где применяется метод кинематических диаграмм?
2. Перечислите способы получения диаграммы перемещения какого-либо звена механизма?
3. Назовите рекомендуемый диапазон выбираемого полюсного расстояния для графического построения кинематических диаграмм?
4. Дать верхний предел погрешности вычислений при инженерных расчетах?

Лекция №4

Силовой анализ механизмов

План:

- 4.1. Общая методика силового расчета.
- 4.2. Кинетостатический расчет механизма при поступательно переносном движении.
- 4.3. Кинетостатический расчет механизма при вращательном переносном движении (кулисный механизм).
- 4.4. Кинетостатический расчет механизма при вращательном переносном движении (камень).
- 4.5. Кинетостатический расчет ведущего звена механизма.
- 4.6. Рычаг Жуковского.

4.1. Общая методика силового расчета

Силовой расчет является одним из важнейших этапов проектирования механизмов и машин. Его цель – определить силы, действующие на звенья механизма, для расчета деталей на прочность и износ, а также мощность двигателя, установить тип и размеры подшипников и т. п.

Кинестатика – раздел механики, в котором рассматриваются способы решения задач динамики с помощью аналитических или графических методов

статики. В основе кинетостатики лежит принцип Д'Аламбера: если к действующим на точки материальной системы заданным (активным) силам и силам реакций связей присоединить силы инерции, то полученная система сил будет находиться в равновесии.

Основной задачей кинетостатического анализа является определение всех сил, приложенных к звеньям механизма, и реакций в кинематических парах. В результате кинетостатического расчета получают картину силового нагружения звеньев и кинематических пар, необходимую для расчетов на прочность, износостойкость, долговечность.

Во время работы механизма на его звенья действуют внешние силы, которые, как правило, являются заданными или легко определяемыми. К ним относятся: движущие силы, силы производственных сопротивлений, силы тяжести звеньев, силы инерции. При движении механизма в кинематических парах возникают реакции связей и силы трения.

Реакции в кинематических парах возникают не только от действия внешних сил, но и от действия сил инерции. Составляющие реакций от действия сил инерции называют дополнительными динамическими давлениями.

Движущие силы – ускоряющие движение ведущего звена механизма, а те силы, которые замедляют его движение – силами сопротивлений.

Силы сопротивлений делятся на полезные и вредные. Силы, на преодоление которых затрачивается работа, необходимая для выполнения технологического процесса, называют силами производственных, или полезных, сопротивлений. Силами вредных сопротивлений называют силы, на преодоление которых затрачивается дополнительная работа сверх необходимой для выполнения технологического процесса.

Например, у двигателя внутреннего сгорания движущей силой является давление газов, силами производственных сопротивлений – силы на совершение полезной работы (например, на привод электрогенератора). А трение в подшипниках, колец о цилиндры, сопротивление воздуха, масла и так далее относятся к силам вредных сопротивлений.

Следует заметить, что приведенная классификация носит условный характер. Например, силы тяжести при подъеме центров масс звеньев будут силами сопротивлений, а при опускании – движущими силами. Так же обстоит дело и с силами трения. Трение в подшипниках представляют силы сопротивления, а в ременных передачах – движущие силы.

Работу движущих сил называют затрачиваемой, работу сил производственных сопротивлений – полезной, работу сил вредных сопротивлений – вредной.

Определение сил инерции: из теоретической механики известно, что в общем случае если звено совершает плоскопараллельное движение и имеет плоскость симметрии, параллельную плоскости движения, то все силы его инерции могут быть сведены к силе инерции $F_{И}$, приложенной в центре масс звена S , и к паре сил инерции с моментом $M_{И}$ относительно этого центра (например, звено BC на рис.4.1).

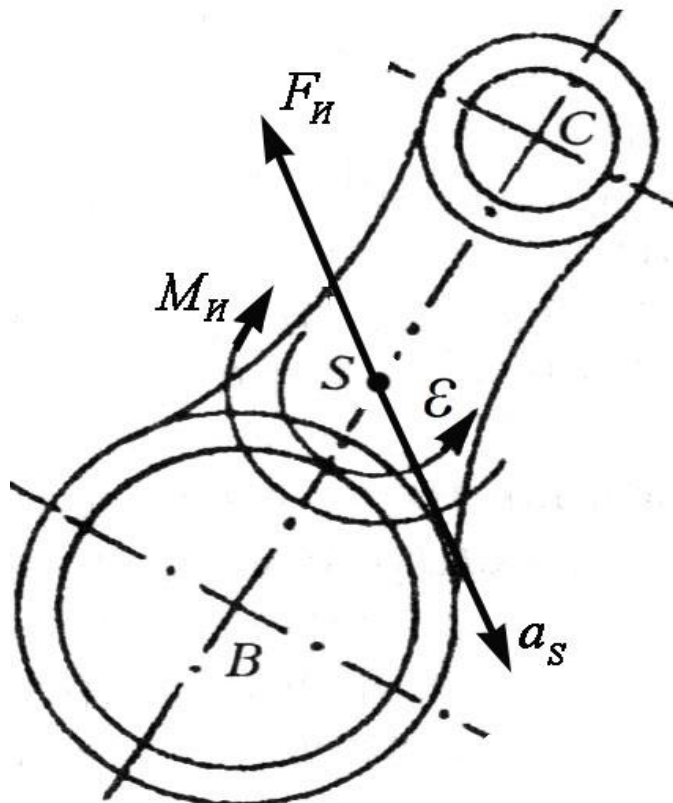


Рисунок 4.1 – Силы инерции звена.

Сила инерции определяется по формуле:

$$F_{И} = -ma_s, \quad (4.1)$$

где: $F_{И}$ – сила инерции звена, Н;

m – масса звена, кг;

a_s – полное ускорение центра масс, м/с².

Знак «минус» показывает, что вектор силы инерции направлен прямо противоположно вектору ускорения.

Таким образом, для установления силы инерции звена плоского механизма надо знать его массу и полное ускорение центра масс, которое определяют из плана ускорений.

Момент пары сил инерции направлен противоположно угловому ускорению и определяется из соотношения:

$$M_{И} = -J_s \varepsilon, \quad (4.2)$$

где: J_s – момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр масс и перпендикулярной плоскости движения звена, кг·м²;

ε – угловое ускорение звена, рад/с².

Таким образом, для определения момента пары сил инерции необходимо знать момент инерции звена, а также величину и направление его углового ускорения.

Момент инерции звена находят из выражения:

$$J_s = m\rho^2, \quad (4.3)$$

где: ρ – радиус инерции.

Момент инерции определяется для простых симметричных звеньев аналитически, для звеньев сложной формы – экспериментально (метод физического маятника, метод крутильных колебаний, метод падающего груза и т. д.).

Величина углового ускорения устанавливается по формуле:

$$|\varepsilon| = \frac{a_{CB}^{\tau}}{l_{CB}} = \frac{K_A \cdot O''c}{l_{CB}}, \quad (4.4)$$

где: a_{CB}^{τ} – тангенциальное ускорение точки C относительно точки B , м/с²;

K_A – масштаб плана ускорений, м/(с²·мм);

$O''c$ – длина отрезка из плана ускорений (см. рис.4.2), мм;

l_{BC} – действительная длина звена, м.

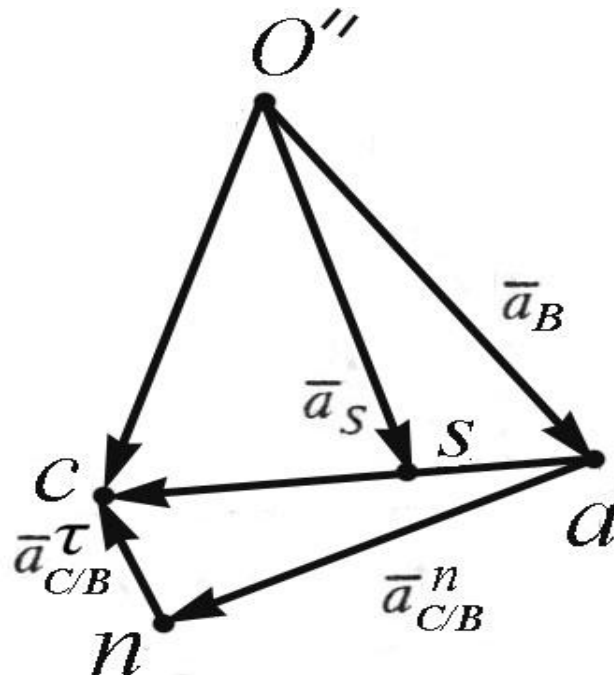


Рисунок 4.2 – План ускорений шатуна.

4.2. Кинестатический расчет механизма при поступательно переносном движении

Пусть группа 1-го вида нагружена силами F_2 и F_3 и парами сил с моментами M_2 и M_3 , к которым, как известно, можно свести любую плоскую систему сил и моментов (рис. 4.3а). Приложим к точкам A и C в произвольном направлении пока еще неизвестные реакции R_{12} и R_{43} . Разложим их на составляющие: нормальные, направленные по осям звеньев: R_{12}^n и R_{43}^n и тангенциальные – R_{12}^τ и R_{43}^τ , направленные перпендикулярно к осям звеньев:

$$\bar{R}_{12} = \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^\tau, \quad (4.5)$$

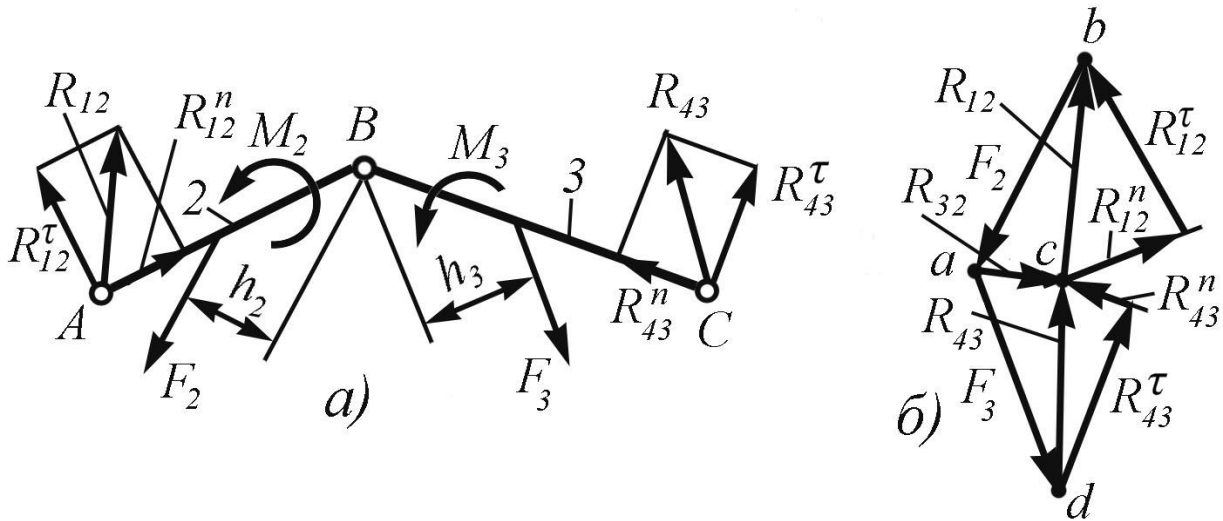
$$\bar{R}_{43} = \bar{R}_{43}^n + \bar{R}_{43}^\tau. \quad (4.6)$$

Тангенциальные составляющие могут быть определены из уравнений равновесия, составленных для каждого из звеньев 2 и 3 по отдельности, относительно точки B :

$$\sum M_B^{(2)} = -R_{12}^\tau l_{AB} + F_2 h_2 + M_2 = 0, \quad (4.7)$$

откуда:

$$R_{12}^\tau = \frac{F_2 h_2 + M_2}{l_{AB}}. \quad (4.8)$$



а) силовое нагружение; б) план сил.

Рисунок 4.3 – Силовой расчет структурной группы 2-го класса 1-го вида.

Следует заметить, что направление вектора R_{12}^{τ} принято произвольно. Поэтому, если результат получится с отрицательным знаком, то действительное направление вектора R_{12}^{τ} (см. рис.4.3а) будет противоположным.

Аналогично для звена 3 получим:

$$\sum M_B^{(3)} = -R_{43}^{\tau} l_{BC} + M_3 - F_3 h_3 = 0, \quad (4.9)$$

откуда:

$$R_{43}^{\tau} = \frac{F_3 h_3 - M_3}{l_{BC}}. \quad (4.10)$$

Запишем для группы звеньев 2-3 векторное уравнение равновесия:

$$\bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^{\tau} + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{R}_{43}^{\tau} + \bar{R}_{43}^n = 0. \quad (4.11)$$

В уравнении (4.11) неизвестны величины R_{12}^n и R_{43}^n , но известны их точки приложения (центры шарниров) и направления (по осям звеньев). Величины этих векторов определяются из плана сил. Последний построим в масштабе K_F , Н/мм по уравнению (4.11) (см. рис. 4.3б).

Сначала вычерчиваем вектора известных сил R_{12}^r , F_2 , F_3 , и R_{43}^r .

Затем через открытые начало и конец векторов R_{12}^r и R_{43}^r проводим перпендикулярные им линии до пересечения. Точка пересечения укажет нам начала и концы векторов R_{12}^n и R_{43}^n . Сложив составляющие по уравнениям (4.5...4.6), получим векторы реакций в кинематических парах A и C .

Для определения реакций в шарнире B составим векторное уравнение равновесия для звена 2:

$$\bar{R}_{12} + \bar{F}_2 + \bar{R}_{32} = 0. \quad (4.12)$$

Теперь по уравнению (4.12) на том же плане сил построим вектор R_{32} .

Обозначив стороны многоугольника плана сил малыми буквами, вычислим величины реакций:

$$R_{12} = cb \cdot K_F; \quad (4.13)$$

$$R_{32} = ac \cdot K_F; \quad (4.14)$$

$$R_{43} = dc \cdot K_F. \quad (4.15)$$

Таким образом, все реакции в кинематических парах определены.

4.3. Кинестатический расчет механизма при вращательном переносном движении (кулисный механизм)

В группе 2-го вида один внешний шарнир заменен поступательной парой. Пусть группа звеньев 2-3 нагружена силами F_2 , F_3 и моментами M_2 и M_3 (рис. 4.4). Требуется установить реакции: $\bar{R}_{12} + \bar{R}_{03} + \bar{R}_{32} = 0$. Векторное уравнение равновесия для данной группы звеньев будет иметь следующий вид:

$$\bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^\tau + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{R}_{03} = 0. \quad (4.16)$$

Для определения составляющей R_{12}^τ запишем уравнение моментов относительно точки B для 2-го звена:

$$\sum M_B^{(2)} = F_2 h_2 + M_2 - R_{12}^\tau l_{AB} = 0, \quad (4.17)$$

откуда:

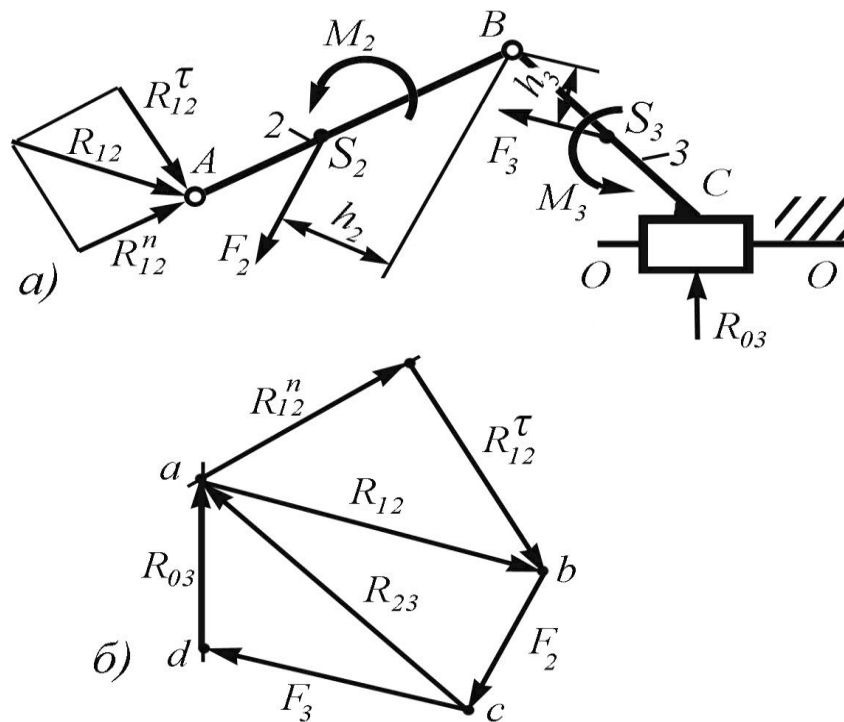
$$R_{12}^\tau = \frac{F_2 h_2 + M_2}{l_{AB}}. \quad (4.18)$$

Построив план сил в масштабе K_F (рис.4.4б), имеем:

$$R_{12} = ab \cdot K_F; \quad (4.19)$$

$$R_{03} = ad \cdot K_F; \quad (4.20)$$

$$R_{32} = ac \cdot K_F. \quad (4.21)$$



а) силовое нагружение; б) план сил.

Рисунок 4.4 – Силовой расчет группы 2-го класса 2-ого вида.

4.4. Кинестатический расчет механизма при вращательном переносном движении (камень)

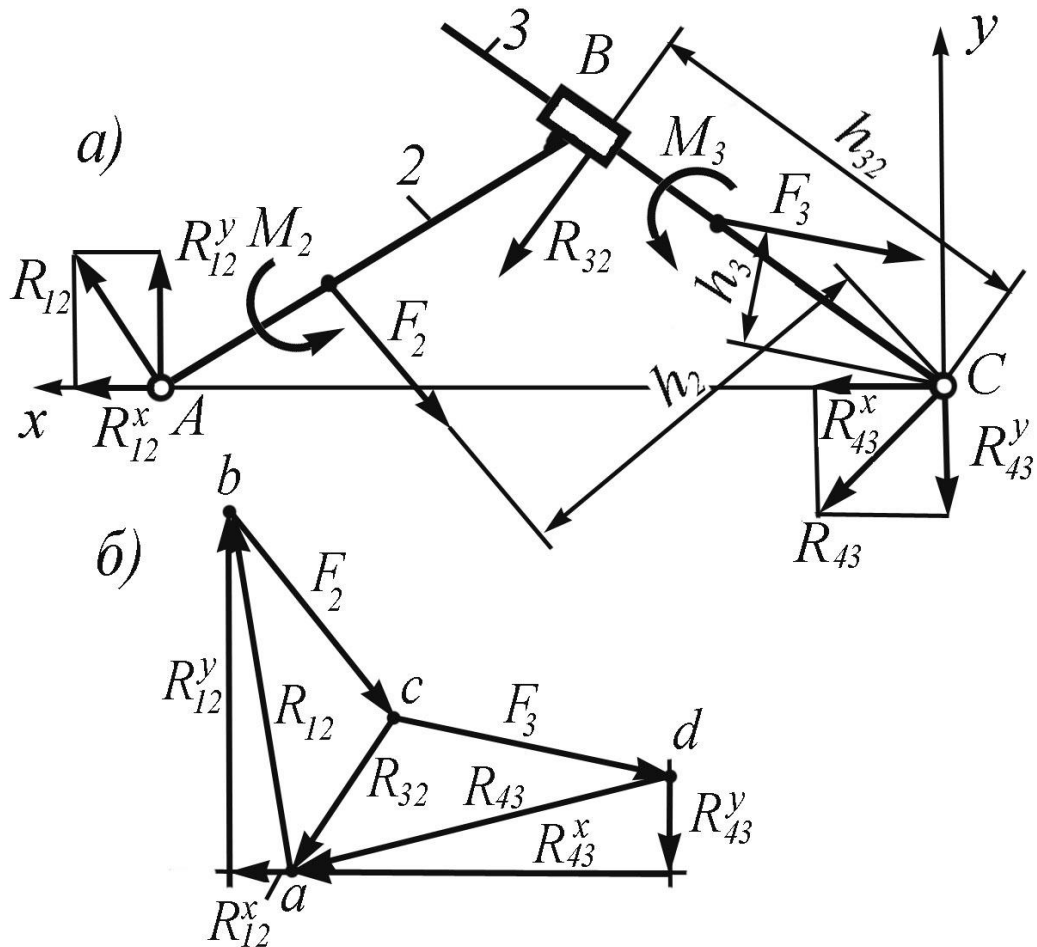
В группе звеньев 3-го вида внутренняя вращательная пара заменена поступательной.

Пусть на звенья группы действуют силы F_2 и F_3 и моменты M_2 и M_3 . Проведем через шарниры A и C ось x , а перпендикулярно ей ось y .

Разложим произвольно направленные реакции в шарнирах по осям x и y (рис. 4.5):

$$\bar{R}_{12} = \bar{R}_{12}^x + \bar{R}_{12}^y, \quad (4.22)$$

$$\bar{R}_{43} = \bar{R}_{43}^x + \bar{R}_{43}^y. \quad (4.23)$$



а) силовое нагружение; б) план сил.

Рисунок 4.5 – Силовой расчет группы звеньев 2-го класса 3-го вида.

Составив уравнения моментов относительно точки C, определим величины составляющих R_{12}^y и R_{43}^y :

$$\sum M_C^{(2)} = F_2 h_2 - F_3 h_3 + M_2 + M_3 - R_{12}^y l_{AC} = 0, \quad (4.24)$$

откуда:

$$R_{12}^y = \frac{F_2 h_2 - F_3 h_3 + M_2 + M_3}{l_{AC}}. \quad (4.25)$$

Запишем векторное уравнение равновесия для всей группы звеньев:

$$\bar{R}_{12}^x + \bar{R}_{12}^y + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{R}_{43}^y + \bar{R}_{43}^x = 0. \quad (4.26)$$

Построим план сил в масштабе K_F (рис.4.5б) следующим образом: сначала построим из точки b известные силы R_{12}^y , F_2 и F_3 . Затем через конец вектора F_3 проведем линию параллельно оси y , а через начало вектора R_{12}^y – линию, параллельную оси x . Точка пересечения данных линий является концом вектора R_{43}^y . Сумма векторов $R_{12}^x + R_{43}^x$ лежит на линии, параллельной оси x . Для определения конца вектора R_{43}^x (рис.4.5б) и начала вектора R_{12}^x запишем векторное уравнение равновесия для звена 2:

$$\bar{R}_{12}^x + \bar{R}_{12}^y + \bar{F}_2 + \bar{R}_{32} = 0. \quad (4.27)$$

Из уравнения видно, что реакция R_{32} , направление которой известно (перпендикулярно к оси звена 3), проходит через конец вектора F_2 . Проведем эту линию на плане сил. Точка пересечения с линией,

параллельной оси x , явится концом векторов R_{43}^x и R_{32} , а также началом вектора R_{12}^x .

Сложив составляющие векторов по уравнениям (4.22...4.23), получим полные реакции в шарнирах A и C :

$$R_{12} = ab \cdot K_F; \quad (4.28)$$

$$R_{32} = ac \cdot K_F; \quad (4.29)$$

$$R_{43} = ad \cdot K_F. \quad (4.30)$$

Теперь найдем точку приложения реакции R_{32} . Для звена 3 составим уравнение моментов относительно точки C :

$$\sum M_C^{(3)} = M_3 - F_3 h_3 + R_{32} h_{32} = 0, \quad (4.31)$$

откуда:

$$R_{32} = \frac{F_3 h_3 - M_3}{h_{32}}. \quad (4.32)$$

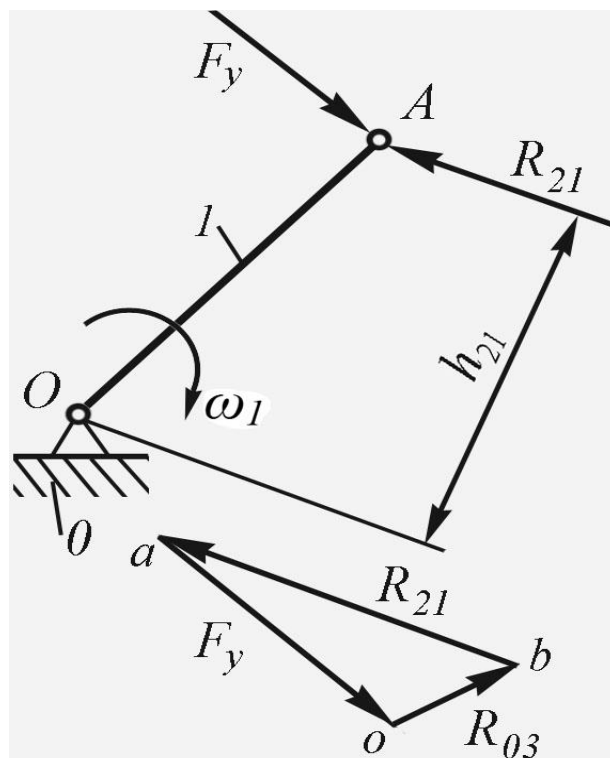
Таким образом, все неизвестные силы и точки приложения реакций определены.

Заметим, что силовой расчет групп 2-го класса 4-го и 5-го видов в данной работе не приводится, так как он проще, чем первых трех видов, и основывается на изложенных приемах.

4.5. Кинестатический расчет ведущего звена механизма

Ведущее звено 1 (рис. 4.6) механизма в большинстве случаев с неподвижным звеном 0 образует вращательную пару и является кривошипом. Обычно кривошип уравнивается противовесами и вращается с угловой скоростью $\omega = \text{const}$. Следовательно, силы инерции у кривошипа отсутствуют.

Пусть на кривошип в точку A приложена со стороны 2-го звена реакция $R_{21} = -R_{12}$, выводящая его из равновесия.



а) силовое нагружение; б) план сил.

Рисунок 4.6 – Силовой расчет ведущего звена.

Для силового расчета необходимо ведущее звено уравновесить. С этой целью в точку A под углом 90° к оси звена направляют уравновешивающую силу F_y , величина которой определяется из уравнения моментов относительно точки O :

$$\Sigma M_O = R_{21}h_{21} - F_y l_{OA} . \quad (4.33)$$

Из формулы (4.33) следует:

$$F_y = \frac{R_{21}h_{21}}{l_{OA}} . \quad (4.34)$$

В шарнире (точка O) действует реакция со стороны неподвижного звена R_{01} . Она устанавливается из плана сил, построенного по векторному уравнению равновесия:

$$\overline{F_y} + \overline{R_{21}} + \overline{R_{01}} = 0 . \quad (4.35)$$

Из плана сил в масштабе K_F (см. рис.4.6) вычислим реакцию со стороны неподвижного звена:

$$R_{01} = ab \cdot K_F . \quad (4.36)$$

Уравновешивающий момент M_y определяется по формуле:

$$M_y = F_y l_{OA} . \quad (4.37)$$

Расчетом ведущего звена и определением уравнивающей силы или уравнивающего момента заканчивается кинестатический расчет всего механизма методом планов сил. Кинестатический расчет является проектным или основным расчетом. В качестве проверочного делается расчет уравнивающей силы методом Жуковского.

4.6. Рычаг Жуковского

Приведенной называют силу, условно приложенную к одной из точек механизма (к точке приведения, обычно к точке A ведущего звена) и определяемую из равенства элементарной работы этой силы сумме элементарных работ сил и пар сил, действующих на звенья механизма, т.е:

$$F_{\Pi} dS_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi} = \sum_{i=1}^n F_i dS_i \cos \alpha_i \quad (4.38)$$

где: F_{Π} – приведенная сила, Н; dS_{Π} – элементарное перемещение точки приложения приведенной силы F_{Π} , м; α_{Π} – угол между векторами приведенной силы и скорости точки приведения; i – порядковый номер звена, $i = 1, 2, 3, \dots, n$; F_i – сила, приложенная к i - му звену; dS_i – элементарное перемещение

точки приложения силы F_i ; α_i – угол между векторами F_i и скоростью точки v_i .

Разделив правую и левую части уравнения (4.38) на dt , получим:

$$F_{\Pi} v_{\Pi} \cos \alpha_{\Pi} = \sum_{i=1}^n F_i v_i \cos \alpha_i ; \quad (4.39)$$

или:

$$P_{\Pi} = \sum_{i=1}^n P_i , \quad (4.40)$$

где: v_{Π} , v_i – скорости точек приложения сил F_{Π} , F_i ; P_{Π} , P_i , – мощности соответственно приведенной и приводимой сил. Из уравнения (4.40) следует, что мощность приведенной силы равна сумме мощностей сил, приложенных к звеньям механизма.

Уравновешивающей называют силу, равную приведенной силе F_{Π} и направленную в противоположную ей сторону:

$$F_Y = -F_{\Pi} . \quad (4.41)$$

Заменяя в уравнении (4.39) приведенную силу уравновешивающей, получим:

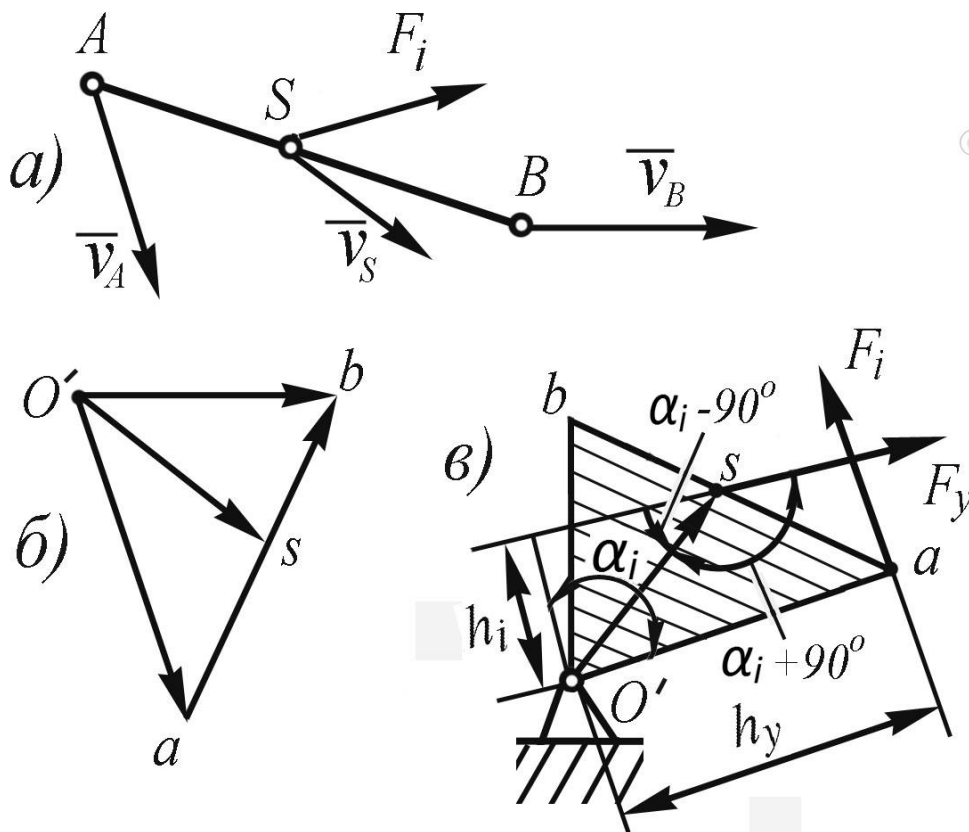
$$F_Y v_Y \cos \alpha_Y + \sum_{i=1}^n F_i v_i \cos \alpha_i = 0 , \quad (4.42)$$

или:

$$P_Y + \sum_{i=1}^n P_i = 0 , \quad (4.43)$$

Из уравнений (4.42) и (4.43) видно, что сумма мощностей на возможных перемещениях точек механизма равна нулю.

Пусть в точке S звена AB приложена сила F_i (рис. 4.7а), а точки A и B имеют скорости v_A и v_B . Построив план скоростей (рис. 4.7б) в масштабе K_v , определим скорость точки S . Перенесем вектор v_s в точку S звена и построим между векторами F_i и v_s угол α_i .



а) силовое нагружение звена; б) план скоростей;
в) схема нагружения «рычага».

Рисунок 4.7 – «Рычаг» Жуковского.

Повернем план скоростей звена на 90° (в любом направлении) и перенесем в точку s повернутого плана

силу F_i . Из полюса плана опустим на линию действия силы F_i перпендикуляр h_i , который будет плечом действия силы F_i относительно полюса.

Из чертежа (рис. 4.7в) следует:

$$P_i = F_i v_i \cos \alpha_i = F_i O's \cdot K_v \cos \alpha_i = F_i h_i K_v. \quad (4.44)$$

Таким образом, приходим к выводу, что мощность силы, действующей на звено, можно представить в виде момента этой силы относительно полюса повернутого на 90° плана скоростей и умноженного на масштаб плана K_v . Выполнив такую замену в соотношении (4.42), получим:

$$F_y h_y + \sum_{i=1}^n F_i h_i = 0. \quad (4.45)$$

Найденное уравнение выражает теорему Жуковского, являющуюся геометрической интерпретацией принципа возможных перемещений.

Теорема Жуковского: если в соответствующие точки повернутого на 90° плана скоростей перенести все силы, под действием которых механизм находится в равновесии, то сумма моментов всех таких сил относительно полюса плана равна нулю.

Повернутый план скоростей Н. Е. Жуковский рассматривает как жесткий уравновешенный рычаг с опорой в полюсе («рычаг» Жуковского).

Вопросы для самоконтроля

1. Назовите цель силового расчета механизмов? 2. На чем основан принцип силового расчета механизма? 3. Дать характеристику движущих сил? 4. Дать определение силам сопротивлений? 5. Записать выражение для определения сил инерции? 6. Записать выражение для определения момента инерции? 7. Объяснить методику записи уравнения для любого звена механизма? 8. Каким образом можно получить из плана скоростей механизма «рычаг Жуковского»? 9. Рассказать теорему Жуковского?

Лекция №5

Трение в механизмах

План:

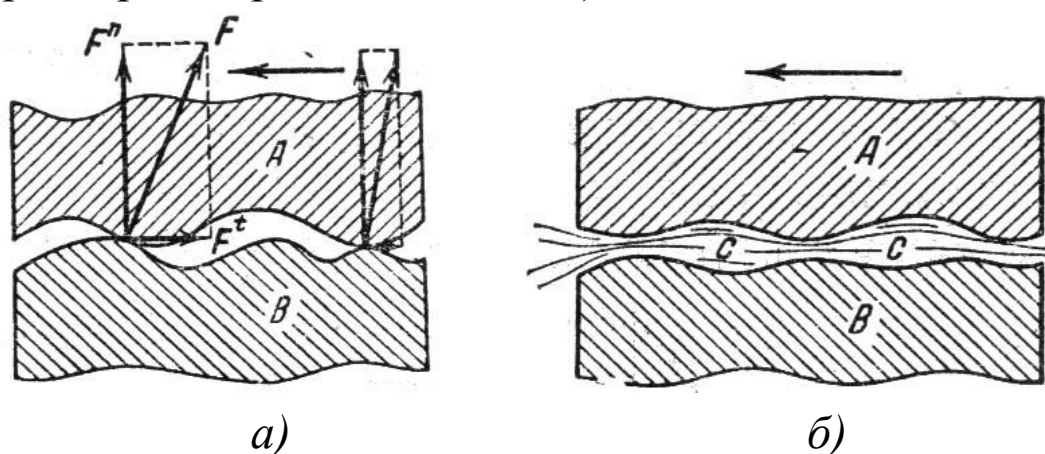
- 5.1. Виды трения.
- 5.2. Угол трения и коэффициент трения.
- 5.3. Силовой анализ с учетом сил трения.
- 5.4. Трение качения.
- 5.5. КПД механизмов.

5.1. Виды трения

Вопрос о природе трения до сих пор изучен недостаточно. Согласно экспериментальным исследованиям, трение представляет собой сложный комплекс механических, физических и химических явлений, причем те или иные явления преобладают в зависимости от условий, при которых происходит процесс трения.

Обычно различают два основных вида трения: *трение сухое* (или трение несмазанных поверхностей) и *трение жидкостное* (или трение смазанных поверхностей). Кроме того, различают иногда еще два промежуточных вида трения: *полусухое трение* и *полужидкостное трение*.

Явление сухого трения может быть объяснено схематически следующим образом. Рассматривая под большим увеличением поверхности трущихся тел, можно обнаружить, что эти поверхности не абсолютно гладкие, а шероховатые и покрыты большим количеством неровностей. На рис.5.1а схематически изображены трущиеся поверхности A и B . Если эти поверхности двигать друг относительно друга, то выступы одной поверхности будут задевать за выступы другой поверхности. Выступы будут деформироваться. Деформации эти могут быть упругими и неупругими в зависимости от величины нагрузки, приложенной к трущимся поверхностям, скорости относительного движения, различных физических свойств трущихся тел (упругость, характер поверхностей и т. д.).



а) поверхности взаимодействуют непосредственно друг с другом; б) поверхности разделены слоем смазки.

Рисунок 5.1 - Увеличенное изображение двух трущихся поверхностей.

Если в точках касания приложить опорные реакции F , направленные по нормали к элементарным площадкам соприкасания (рис.5.1а), и разложить их на составляющие, перпендикулярные и параллельные направлению движения, то нормальные составляющие F^n будут уравниваться заданными нормальными нагрузками, а касательные составляющие F^t в сумме создадут некоторую силу сопротивления относительно перемещению поверхностей A и B . Эта сила сопротивления и называется *силой трения*.

Если выступающие неровности поверхностей A и B непосредственно соприкасаются друг с другом, то такой вид трения называется *сухим трением*. Если же между поверхностями A и B имеется промежуточный слой смазки (рис.5.1б) и поверхности A и B непосредственно не соприкасаются, то такой вид трения называется *жидкостным трением*. Поэтому при жидкостном трении силами трения являются силы сопротивления сдвигу отдельных слоев смазки.

Полусухим трением называют такой вид трения, при котором наиболее выступающие шероховатости не разделяются слоем смазки и приходят в непосредственное соприкосновение. Разница между

полусухим и полужидкостным видами трения заключается главным образом в том, какой из основных видов трения преобладает.

Например, сухое трение наблюдается во фрикционных, ременных и других передачах, а жидкостное трение - в смазанных подшипниках, подпятниках, в периоды пуска машины переходящее иногда в полусухое или даже сухое трение.

По видам относительного движения различают: *трение скольжения* - внешнее трение при относительном скольжении, соприкасающихся тел и *трение качения* (сопротивление перекатыванию) - внешнее трение при относительном качении соприкасающихся тел.

5.2. Угол трения и коэффициент трения

Рассмотрим основные закономерности, характеризующие явление трения скольжения несмазанных тел. Пусть тело, вес которого равен G , находится в покое на наклонной плоскости (рис.5.2), имеющей угол наклона α к горизонту. Если обозначить нормальную реакцию наклонной плоскости через F^n , а силу, возникающую вследствие трения и направленную параллельно плоскости, —

через F^{τ} , то для равновесия тела (влиянием опрокидывающего момента пренебрегаем) необходимо, чтобы удовлетворялись равенства:

$$\begin{aligned} F^{\tau} &= G \sin \alpha, \\ F^n &= G \cos \alpha. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Из равенств (5.1) следует:

$$\frac{F^{\tau}}{F^n} = \operatorname{tg} \alpha. \quad (5.2)$$

Наблюдения показывают, что равновесие возможно, пока угол α не превышает некоторого предельного значения φ_{Π} и пока имеет место неравенство

$$\operatorname{tg} \alpha \leq \operatorname{tg} \varphi_{\Pi}; \quad (5.3)$$

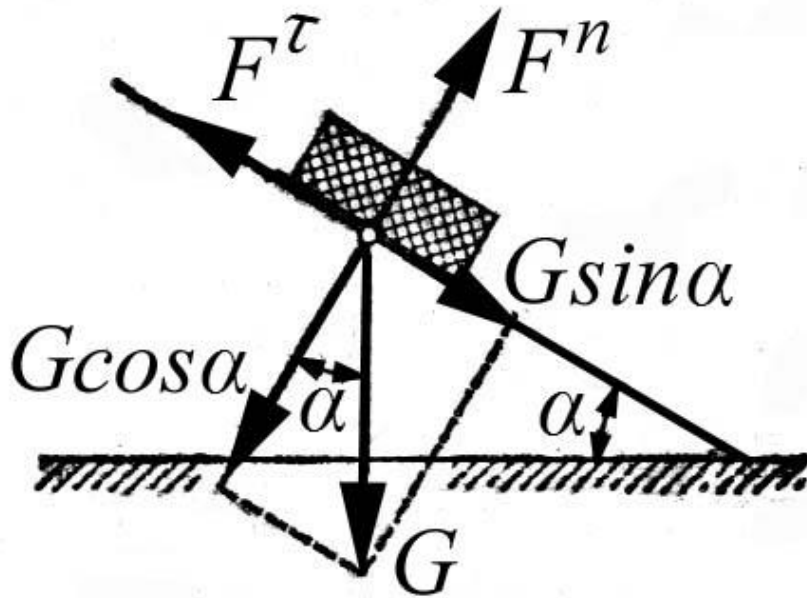


Рисунок 5.2 – Исследование вопроса о трении на наклонной плоскости.

Если обозначить $tg\varphi_{\Pi}$ через f_{Π} , то можно написать:

$$tg\alpha \leq f_{\Pi}.$$

Число f_{Π} называется *коэффициентом трения покоя*, а угол φ_{Π} – *углом трения покоя*.

Из равенства (5.1) следует, что величина силы F^{τ} удовлетворяет неравенству:

$$F^{\tau} \leq f_{\Pi} F^n. \quad (5.4)$$

Трение, имеющее место при относительном покое соприкасающихся тел, называется *трением покоя* или *статическим трением*. Физический смысл неравенства (5.4) можно пояснить следующим образом. Если представить себе, что на тело действует сдвигающая сила, величина которой постепенно увеличивается от нулевого значения, то эта сила будет вызывать постепенно увеличивающуюся деформацию сдвига трущихся поверхностей, но тело не будет находиться в движении. Когда величина сдвигающей силы достигнет значения, равного величине $f_{\Pi} F^n$, то в дальнейшем начнется уже движение одного тела относительно другого.

Если соприкасающиеся тела находятся в относительном движении, то имеет место не трение покоя, а *трение движения*.

В отличие от силы трения покоя, сила трения движения производит определенную работу. В конце XVII века французским ученым Кулоном было опубликовано сочинение, в котором он на основе собственных наблюдений и исследований других ученых (главным образом, Амонтона) сформулировал основные положения теории трения движения.

Опытное определение силы трения движения F_T и силы трения покоя F^c может быть сделано, если приложить к телу движущую силу, параллельную плоскости касания. Тело, как указывалось выше, выходит из состояния покоя, когда эта движущая сила достигает значения:

$$F^c \geq f_{II} F^n$$

Чтобы тело продолжало двигаться с постоянной скоростью, необходимо приложить к нему движущую силу, несколько меньшую силы F^c и равную:

$$F_T \leq f F^n .$$

Значение коэффициентов трения f_{II} и f для наиболее употребительных сочетаний материалов соприкасающихся пар приводится во всех инженерных справочниках.

Сила трения всегда имеет направление, противоположное относительной скорости движения.

Основные положения о силах сухого трения в уточненной форме могут быть сформулированы следующим образом:

а) коэффициент трения можно считать постоянным, а силы трения прямо пропорциональны нормальным давлениям только в определенном диапазоне скоростей и нагрузок;

б) силы трения всегда направлены в сторону, противоположную относительным скоростям;

в) трение покоя в начальный момент движения в большинстве случаев несколько больше трения движения;

г) с увеличением скорости движения сила трения в большинстве случаев уменьшается, приближаясь к некоторому постоянному значению;

е) с увеличением времени предварительного контакта сила трения возрастает.

Если тело находится в покое, то реакция $F = \sqrt{F^{\tau^2} + F^{n^2}}$ отклонена от нормали $n—n$ на угол, не превышающий φ_{II} ; при этом угол φ_{II} больше угла φ (рис.5.3).

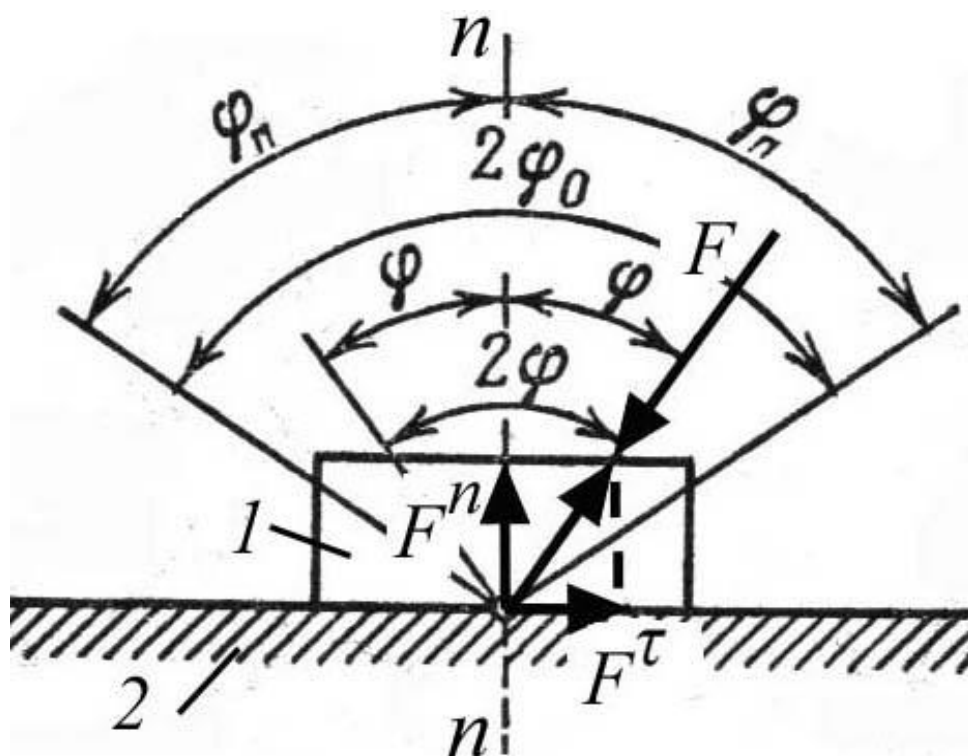


Рисунок 5.3 – Схема к определению углов трения покоя и движения.

Если давать силе F различные направления в пространстве, то область равновесия будет ограничена конусом трения покоя, который может быть образован вращением угла трения φ_n вокруг нормали $n-n$ к соприкасающимся поверхностям (рис. 5.4).

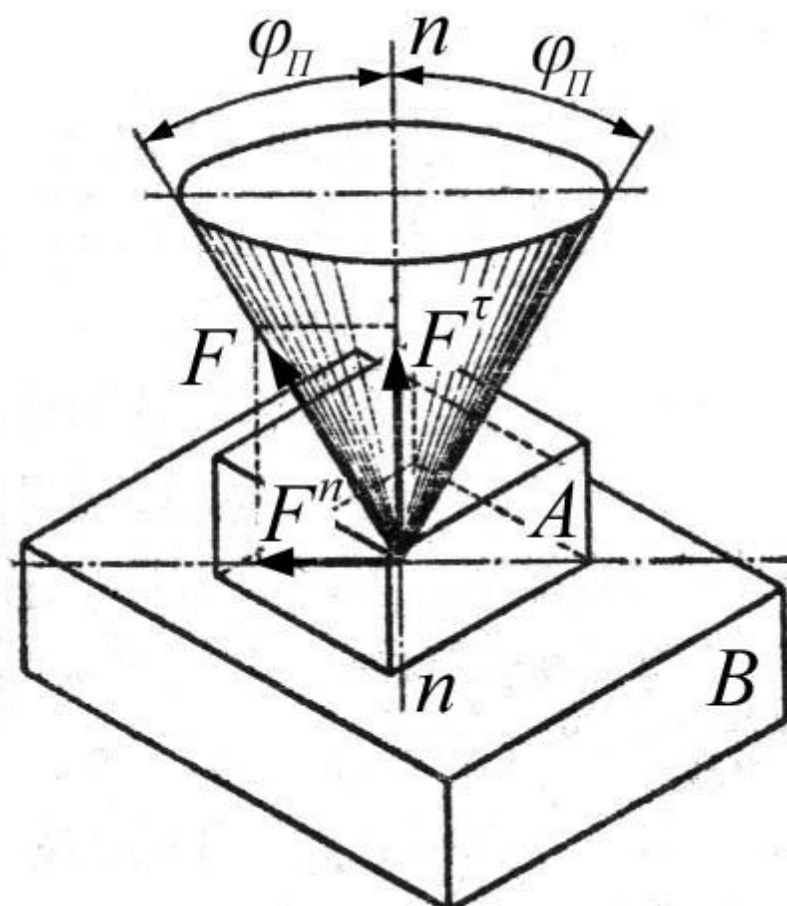


Рисунок 5.4 – Схема к определению конуса трения покоя.

5.3. Силовой анализ с учетом сил трения

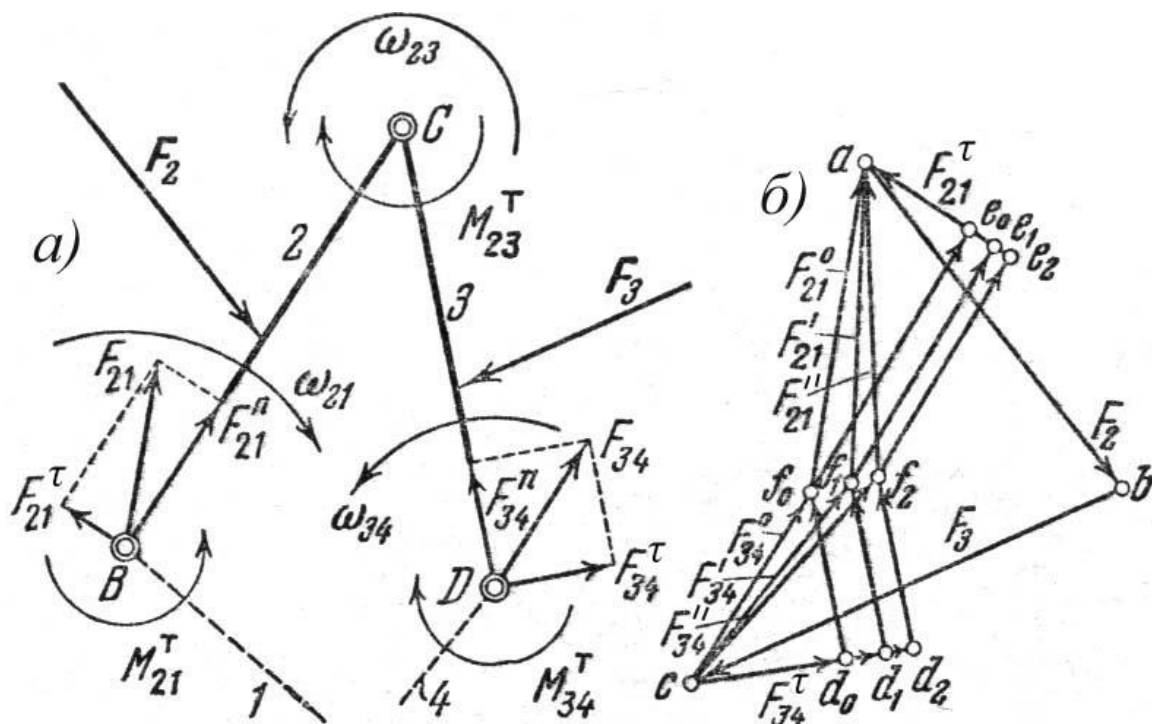
Определение реакций в кинематических парах групп с учетом сил трения.

В предыдущей лекции нами был рассмотрен метод определения реакций в кинематических парах в предположении, что трение в парах отсутствует.

Рассмотрим теперь, какие должны быть внесены изменения в методику изложенных расчетов, если

учитываются силы трения, возникающие в кинематических парах.

В качестве примера рассмотрим группу II класса первого вида (рис.5.6а), нагруженную силами F_2 и F_3 .



а) кинематическая схема с изображенными на ней силами и моментами пар сил; б) план сил.

Рисунок 5.5 – Двухповодковая группа первого вида.

В состав группы входят три вращательные кинематические пары, и в этих парах возникают моменты $M_{21}^T, M_{32}^T, M_{23}^T, M_{34}^T$ от сил трения. Величины этих моментов, равны:

$$M_{21}^T = F_{21} f_B' r_E, \quad M_{32}^T = -M_{23}^T = F_{32} f_C' r_C, \quad M_{34}^T = F_{34} f_D' r_D, \quad (5.5)$$

где: F_{21}, F_{32}, F_{34} - величины реакций в парах B, C, D ; f_B', f_C', f_D' - коэффициенты трения во вращательных

парах; r_B , r_B и r_D – радиусы цилиндрических элементов этих пар.

Направление этих моментов (выражение (5.5)) зависит от направления соответствующих угловых скоростей относительного движения звеньев группы. Так, если угловая скорость ω_{21} звена 2 относительно звена 1 направлена по часовой стрелке (рис. 5.5а), то момент M_{21}^T при рассмотрении равновесия звена 2 должен быть направлен противоположно вращению часовой стрелки.

Векторное уравнение равновесия сил, действующих на группу, имеет следующий вид:

$$F_{21}^n + F_{21}^\tau + F_2 + F_3 + F_{34}^n + F_{34}^\tau = 0 \quad (5.6)$$

где: F_{21}^n , F_{21}^τ , F_{34}^n , F_{34}^τ – соответствующие составляющие реакций F_{21} , и F_{34} (рис. 5.5а).

Для определения величин составляющих F_{21}^τ , и F_{34}^τ составляем уравнения моментов всех сил, действующих на звенья 2 и 3:

$$M_C(F_{21}^\tau) + M_C(F_2) + M_{21}^T + M_{23}^T = 0, \quad (5.7)$$

$$M_C(F_{34}^\tau) + M_C(F_3) + M_{34}^T + M_{32}^T = 0. \quad (5.8)$$

В уравнения (5.7) и (5.8) входят моменты трения, которые определяются из уравнений (5.5), но так как реакции F_{21} , F_{32} , и F_{34} неизвестны и подлежат определению, то из уравнений (5.7) и (5.8) не могут

быть непосредственно определены и составляющие F_{21}^{τ} , и F_{34}^{τ} . Таким образом, задача сводится к совместному решению всех шести уравнений равновесия, которые в общем случае могут быть составлены для звеньев 2 и 3. Совместное решение такой системы уравнений приводит к чрезвычайно громоздким вычислениям, поэтому для практических расчетов лучше применять способ последовательных приближений, к изложению сущности которого мы и перейдем.

Предположим в первом приближении, что моменты сил трения равны нулю: $M_{21}^T = 0$, $M_{32}^T = -M_{23}^T = 0$, и $M_{34}^T = 0$. Тогда задача сводится к ранее рассмотренному случаю расчета группы без учета сил трения в кинематических парах. Указанными там методами находим составляющие F_{21}^{τ} , и F_{34}^{τ} и строим план сил (рис. 5.5б). Пусть на этом плане сил полученные реакции в парах B , C и D соответственно равны F_{21}^0 , F_{32}^0 , F_{34}^0 . На рис. 5.5б реакция F_{32}^0 не показана, чтобы не загружать чертеж. Полученные значения реакций F_{21}^0 , F_{32}^0 , и F_{34}^0 подставляем в формулы (5.5). Имеем:

$$\begin{aligned}
 (M_{21}^T)' &= F_{21}^0 f_B' r_E; \\
 (M_{32}^T)' &= (-M_{23}^T)' = F_{32}^0 f_C' r_C; \\
 (M_{34}^T)' &= F_{34}^0 f_D' r_D.
 \end{aligned}
 \tag{5.9}$$

Эти новые значения моментов трения подставляем в уравнения (5.7) и (5.8) и определяем из них новые значения величин составляющих $(F^t_{21})'$ и $(F^t_{34})'$. Вновь полученные величины этих составляющих, очевидно, отличаются от тех, которые были получены в предположении равенства нулю моментов трения. Поэтому, если в первом случае конец вектора силы F^t_{34} находился в точке d_0 , то теперь он будет находиться в некоторой другой точке - d_1 . Точно так же начало вектора силы F^t_{21} будет находиться не в точке e_0 , а в точке e_1 . Проведя прямые в направлениях составляющих $(F^n_{21})'$ и $(F^n_{34})'$, найдем, что конец вектора силы F'_{34} , начало вектора силы F'_{21} и начало вектора силы F'_{32} будут находиться не в точке f_0 , а в точке f_1 . Таким образом, будет построен второй план сил, из которого определятся новые значения F'_{21} , F'_{32} и F'_{34} реакций в парах B , C и D .

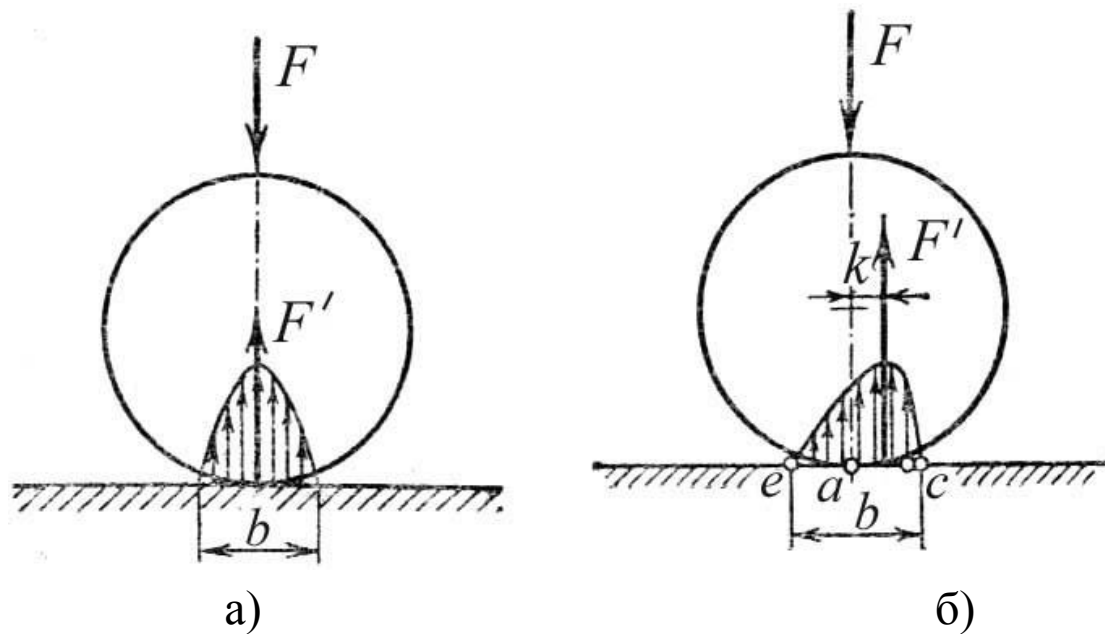
Для еще большего уточнения величин реакций в парах можно снова повторить проведенный расчет.

5.4. Трение качения

При рассмотрении относительного движения элементов звеньев, входящих в высшие пары, мы

встречаемся не только со скольжением одного элемента относительно другого, но и с качением элементов друг по другу. В том случае, когда элементы звеньев являются центроидами или аксоидами, имеет место чистое качение элементов без скольжения; в том же случае, когда элементы являются взаимооггибаемыми кривыми или поверхностями, имеет место качение и скольжение.

Рассмотрим вопрос о том, как определяется момент трения качения M_T . Физические явления, вызывающие трение качения изучены мало. В технических расчетах используют данные, полученные при экспериментах, проводимых над различными конкретными объектами: катками, колесами, роликами и шариками в подшипниках и т. д. Опыт показывает, что сопротивление перекачиванию зависит от упругих свойств материалов соприкасающихся тел, кривизны соприкасающихся поверхностей и величины прижимающей силы. На преодоление сопротивлений при перекачивании тел тратится работа. Работа эта расходуется на деформацию поверхностей касания. Пусть, например, имеется неподвижный цилиндр, лежащий на плоскости (рис. 5.6а) и нагруженный некоторой силой F .



а) эпюра напряжений контактного сжатия на деформированной площадке цилиндра; б) искаженная форма эпюры напряжений контактного сжатия, получающаяся при перекатывании цилиндра.

Рисунок 5.6 – Эпюры напряжений сжатия опорной площадки.

В зоне касания цилиндра и плоскости возникает местная деформация контактного сжатия на площадке шириной b (рис.5.6а). Согласно положениям теории упругости напряжения приблизительно могут быть приняты распределенными по эллиптическому закону. При этом кривая распределения напряжений симметрична и, следовательно, линия действия равнодействующей F' этих напряжений совпадает с линией действия силы F .

Начнем перекатывать цилиндр (рис. 5.6б). Тогда участок ac площадки контактного сжатия будет

находиться в зоне нарастающих деформаций, а участок ae – в зоне исчезающих деформаций. Из-за внутреннего трения в материале имеет место несовпадение кривых нагрузки и разгрузки материала (явление *упругого последствия* или *гистерезиса*). Поэтому кривая напряжений в области нарастающих деформаций выше кривой в области исчезающих деформаций. Следовательно, распределение напряжений по площадке b оказывается несимметричным с максимумом, сдвинутым в сторону движения. Равнодействующая F' напряжений смещена вправо от точки a на величину k . Величину k называют плечом силы трения качения. При качении необходимо преодолеть некоторый момент M_T , называемый *моментом трения качения*, величина которого равна:

$$M_T = Fk . \quad (5.10)$$

Здесь коэффициентом пропорциональности является плечо момента трения качения k , которое называется, также *коэффициентом трения качения*.

Из формулы (5.10) следует, что коэффициент трения качения имеет *размерность длины*. Пусть под действием внешней силы F'' (рис. 5.7), приложенной в точке O . Цилиндр A равномерно перекатывается без скольжения по плоскости B . Равномерное перекатывание цилиндра происходит под действием

пары сил F'' и F_0 , здесь F_0 – сила трения скольжения, приложенная в точке C и равная по величине силе F'' .

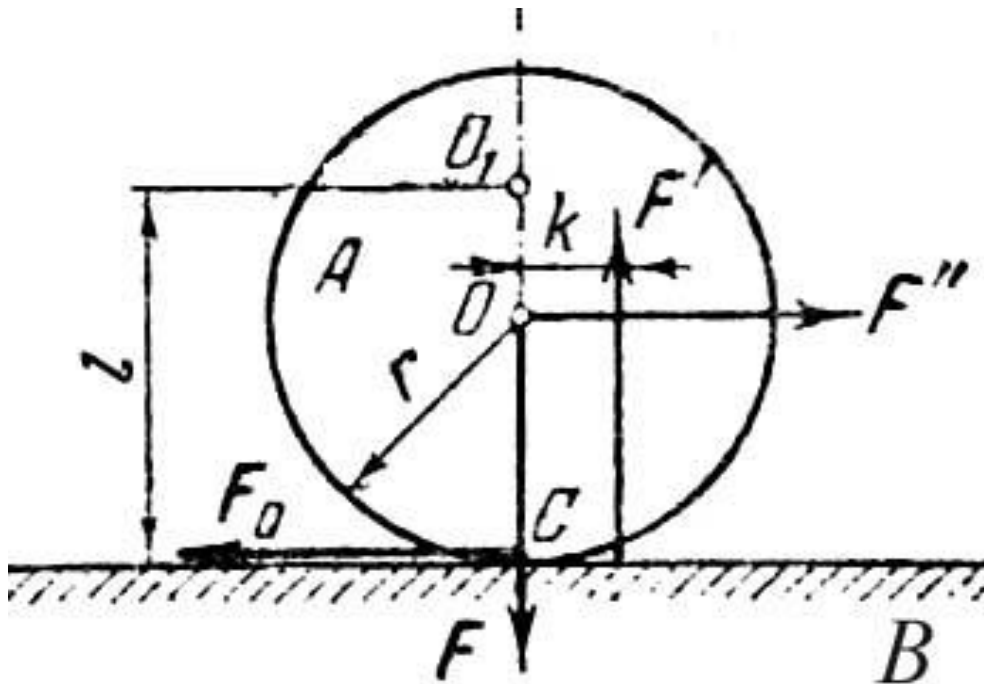


Рисунок 5.7 – Распределение сил, действующих на катящийся цилиндр.

Сила F_0 есть сила трения покоя, равная по величине $F_0 < Ff_{\text{п}}$, где $f_{\text{п}}$ – коэффициент трения покоя, или как его называют в этих случаях, – коэффициент сцепления цилиндра с плоскостью. Пара сил, под действием которой цилиндр A перекачивается по плоскости, имеет момент:

$$M = F''r, \quad (5.11)$$

где: r – радиус цилиндра.

При равномерном качении цилиндра этот момент M равняется по абсолютной величине моменту

сопротивления перекачиванию, т. е. моменту трения качения:

$$F''r = M_T = Fk, \quad (5.12)$$

откуда:

$$F'' = k \frac{F}{r}. \quad (5.13)$$

Из равенства (5.13) следует, что величина силы F'' прямо пропорциональна коэффициенту трения качения и обратно пропорциональна радиусу цилиндра.

Рассмотрим, при каких условиях наблюдается трение качения и при каких – трение скольжения. Пусть цилиндр A перемещается равномерно по плоскости B под действием силы F'' , приложенной в центре O и параллельной плоскости B (рис. 5.7). Если нормальное давление в точке C касания равно F , то сопротивление трения скольжения F_0 равно:

$$F_0 = f_{\Pi}F. \quad (5.14)$$

Следовательно, чтобы цилиндр равномерно *скользил* по плоскости, необходимо, чтобы величина силы F'' была равна:

$$F'' = f_{\Pi}F. \quad (5.15)$$

Условие равномерного *качения* определяется равенством:

$$F''r = kF. \quad (5.16)$$

Чтобы цилиндр *только скользил* по плоскости, необходимо, чтобы кроме условия: $F'' = f_{\Pi}F$ удовлетворялось еще условие:

$$F''r < kF, \quad (5.17)$$

откуда:

$$Ff_{\Pi}r < kF, \text{ или } f_{\Pi} < \frac{k}{r}. \quad (5.18)$$

Таким образом, чтобы имело место *чистое скольжение*, необходимо, чтобы коэффициент сцепления был *меньше* отношения k/r . Чтобы цилиндр *только перекатывался* по плоскости, необходимо, чтобы, кроме условия $F''r = kF$, удовлетворялось еще условие:

$$F'' < f_{\Pi}F,$$

откуда:

$$f_{\Pi} > \frac{k}{r}. \quad (5.19)$$

Таким образом, чтобы имело место *чистое качение*, необходимо, чтобы коэффициент сцепления был *больше* отношения k/r .

Если сила F'' приложена не в точке O цилиндра (рис.5.7), а в какой-либо другой точке, например, в точке O_1 , находящейся на заданном расстоянии l от плоскости, необходимо во всех выведенных соотношениях величину r заменять величиной l . Нельзя не сказать, что на практике работа

сопротивлений перекачиванию почти всегда меньше работы сопротивлений трению скольжения, поэтому в технике, трением качения широко пользуются, применяя катки, шариковые и роликовые подшипники.

5.5. КПД механизмов

Полным временем движения механизма назовем промежуток времени от момента начала движения механизма до момента конца его движения.

Полное время движения механизма состоит из трех частей:

- а) *времени разбега;*
- б) *времени установившегося движения;*
- в) *времени выбега.*

Время разбега характеризуется возрастанием скорости начального звена от нулевого значения до некоторого среднего значения, соответствующего нормальной рабочей скорости этого звена механизма.

Установившимся движением механизма называется движение, при котором его кинетическая энергия является периодической функцией времени. Во время установившегося движения обычно скорость

начального звена механизма колеблется около среднего значения, соответствующего нормальной рабочей скорости этого звена механизма. Промежуток времени, по истечении которого положение, скорость и ускорение начального звена механизма принимают первоначальные значения, является периодом изменения кинетической энергии механизма и называется *циклом установившегося движения механизма*.

Время выбега характеризуется убыванием скорости начального звена от среднего значения нормальной рабочей скорости механизма до нулевого ее значения. На рис. 5.8 показана так называемая *тахограмма механизма* – кривая $\omega = \omega(t)$ зависимости угловой скорости ω начального звена от времени t . Полное время T движения механизма состоит из времени T_p разбега, времени установившегося движения $T_{у.д}$ и времени T_e выбега. Рис. 5.8 показывает, что в течение времени установившегося движения кривая скорости $\omega = \omega(t)$ обычно имеет некоторые периодические колебания около среднего значения $\omega_{ср}$, соответствующего нормальной рабочей скорости начального звена.

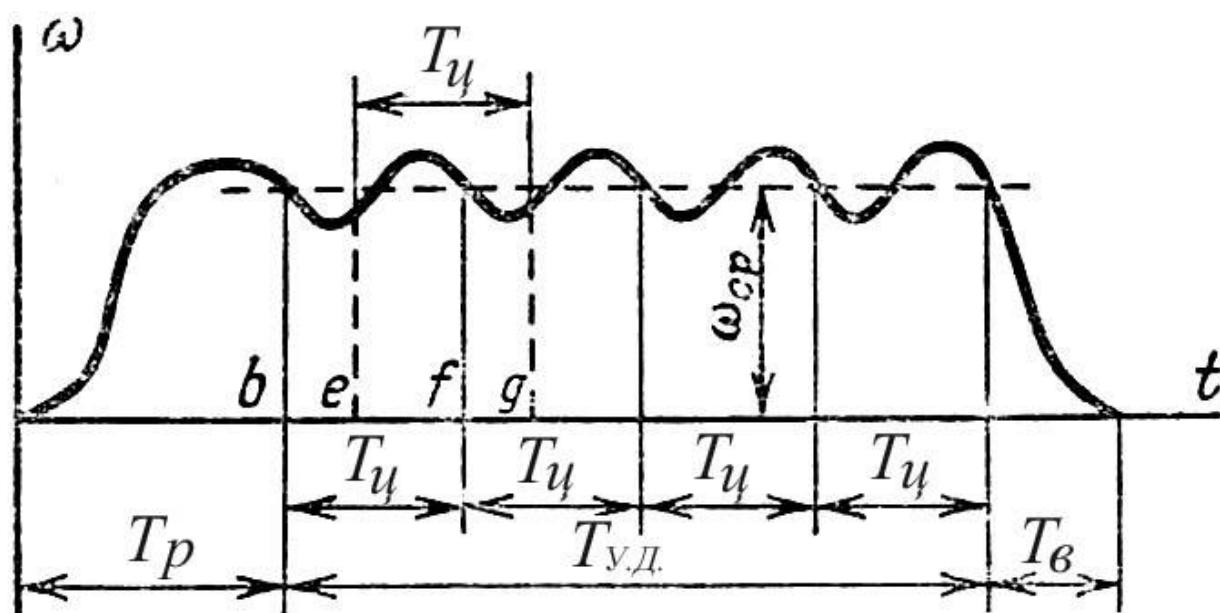


Рисунок 5.8 – Тахограмма механизма.

На рис. 5.8 время установившегося движения имеет четыре цикла. Каждому циклу соответствует время T_u . Таким образом, общее время T равно:

$$T = T_p + T_{у.д} + T_v, \quad (5.20)$$

где: $T_{у.д}$ равно:

$$T_{у.д} = nT_u, \quad (5.21)$$

где: n – число циклов.

Продолжительность времени T_p , времени T_v и времени T_u зависит от соотношений между действующими силами, массами и метрическими параметрами механизма, и если эти соотношения известны и достаточны, то всегда можно определить время T_p разбега, время T_v выбега и время T_u одного цикла движения.

Полное время $T_{уд}$ установившегося движения может состоять из любого числа циклов движения и зависит от того, сколь долго необходимо и возможно поддерживать рабочий режим движения механизма – режим со средней рабочей угловой скоростью $\omega_{ср}$.

Периодическим движением механизма называется такое движение, при котором в течение некоторого промежутка времени механизм обладает постоянными циклами движения, причем в течение каждого цикла движение происходит по одному и тому же закону.

Механический КПД

Рассмотрим случай отдельно установившегося движения.

Для установившегося движения запишем уравнение работы:

$$A_{д} = A_{ПС} + A_{Т}, \quad (5.22)$$

где: $A_{д}$ – работа всех движущих сил; $A_{ПС}$ – работа всех производственных сил; $A_{Т}$ – работе всех непроизводственных сил сопротивления.

Таким образом, за полный цикл установившегося движения работа всех движущих сил равна работе всех производственных $A_{ПС}$ и всех непроизводственных $A_{Т}$ сил сопротивления.

Механическим коэффициентом η полезного действия называется отношение абсолютной величины работы сил производственных

сопротивлений к работе всех движущих сил за цикл установившегося движения:

$$\eta = \frac{A_{ПС}}{A_D} ; \quad (5.23)$$

Или, принимая во внимание уравнение (5.22), получаем:

$$\eta = \frac{A_{ПС}}{A_{ПС} + A_T} . \quad (5.24)$$

Формулу (5.23) можно представить также в следующем виде:

$$\eta = \frac{A_D - A_T}{A_D} = 1 - \frac{A_T}{A_D} . \quad (5.25)$$

Поскольку, согласно уравнению (5.22):

$$A_{ПС} = A_D - A_T .$$

Отношение работы A_T непроизводительных сопротивлений к работе движущих сил принято обозначать через ψ и называть *механическим коэффициентом потерь*. В соответствии с этим формулу (5.25) можно написать так:

$$\eta = 1 - \psi . \quad (5.26)$$

Чем меньше в механизме работа непроизводительных сопротивлений, тем меньше его коэффициент потерь и тем совершеннее механизм в энергетическом отношении.

В некоторых случаях удобно вводить в рассмотрение коэффициент φ , представляющий собой отношение $\varphi = A_T / A_{ПС}$. Из формул (5.25) и (5.26) получаем связь между коэффициентами η , φ и ψ :

$$\varphi = \frac{1 - \eta}{\eta} = \frac{\psi}{1 - \psi} = \frac{\varphi}{\eta}. \quad (5.27)$$

Из уравнения (5.25) следует; что ни в одном механизме работа A_T непроизводительных сопротивлений (например, сил трения) практически не может равняться нулю, поэтому коэффициент полезного действия η всегда меньше единицы.

Из формулы (5.25) следует, что коэффициент полезного действия может быть равен нулю, если:

$$A_D = A_T.$$

Следовательно, коэффициент полезного действия равен нулю, если работа движущих сил равна работе всех сил непроизводительных сопротивлений, которые имеются в механизме. В этом случае движение механизма является *возможным, но без совершения какой-либо полезной работы*. Такое движение механизма обычно называют *движением вхолостую*.

Коэффициент полезного действия не может быть меньше нуля, так как для этого необходимо (см.

формулу (5.25)), чтобы отношение работ A_T/A_D было больше единицы:

$$\frac{A_T}{A_D} > 1, \text{ или } A_D < A_T.$$

Из этих неравенств следует, что если механизм, удовлетворяющий указанному условию, находится в покое, то действительного движения механизма произойти не может. Это явление носит название *самоторможения механизма*. Если же механизм находится в движении, то под действием сил непроизводительных сопротивлений он постепенно будет замедлять свой ход, пока не остановится (затормозится). Следовательно, получение при теоретических расчетах отрицательного значения коэффициента полезного действия служит признаком самоторможения механизма или невозможности движения механизма в заданном направлении.

Таким образом, коэффициент полезного действия механизма может изменяться в пределах:

$$0 \leq \eta < 1 \quad (5.28)$$

Из формул (5.27) и (5.28) следует, что коэффициент ψ изменяется в пределах $0 < \psi \leq 1$, а коэффициент φ – в пределах $0 < \varphi \leq \infty$.

В большинстве механизмов движущие силы и силы сопротивления в течение времени установившегося движения непостоянны. Поэтому для определения коэффициента полезного действия подсчитывают работу всех движущих сил и производственных сопротивлений за один полный цикл времени установившегося движения машины. Например, если задан график (рис. 5.9) суммарной движущей силы $F_D = F_D(S)$, то для определения работы A_D движущих сил весь график разбивают на отдельные участки и определяют площади этих участков. Полная работа A_D движущих сил будет равна сумме всех этих площадей, умноженной на соответствующие масштабы силы F_D и пути S .

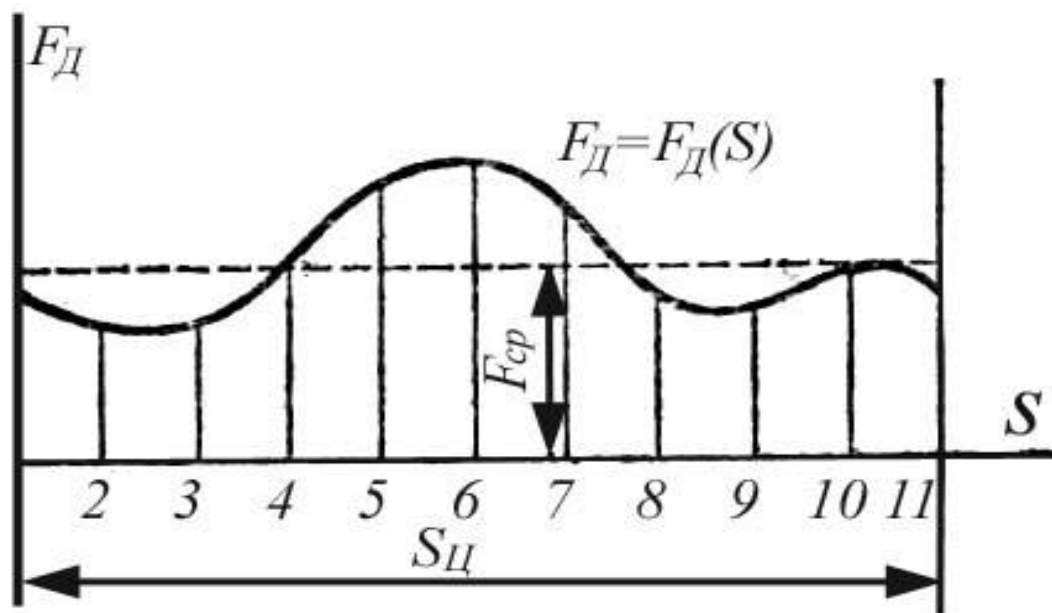


Рисунок 5.9 – График суммарной движущей силы.

Если, далее, определить величину средней движущей силы F_{cp} , то работа A_D движущих сил будет равна:

$$A_D = F_{cp} \cdot S_{ц}, \quad (5.29)$$

где: $s_{ц}$ – путь, пройденный точкой приложения силы F_D за один полный цикл времени установившегося движения.

Аналогично может быть определена работа $A_{ПС}$ задан график $F_{ПС}=F_{ПС}(S)$ сил производственных сопротивлений.

Рассмотрим вопрос об определении коэффициента полезного действия нескольких механизмов, соединенных *последовательно* друг с другом. Пусть имеется n последовательно связанных между собой механизмов (рис.5.10).

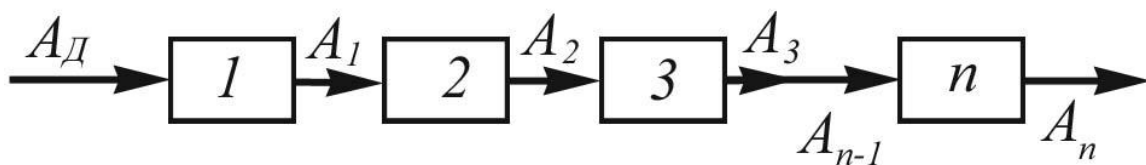


Рисунок 5.10 – Схема последовательного соединения механизмов.

Первый механизм приводится в движение движущими силами, совершающими работу A_D . Поскольку полезная работа каждого предыдущего механизма, затрачиваемая на производственные сопротивления, является работой движущих сил для каждого последующего.

Тогда коэффициент полезного действия η_1 первого механизма равен:

$$\eta_1 = \frac{A_1}{A_D};$$

Второго: $\eta_2 = \frac{A_2}{A_1};$

Третьего: $\eta_3 = \frac{A_3}{A_2};$

Для n -го $\eta_{1n} = \frac{A_n}{A_{n-1}}.$

Общий коэффициент полезного действия η_{1n} равен:

$$\eta_{1n} = \frac{A_n}{A_D}. \quad (5.30)$$

Значение этого коэффициента полезного действия может быть получено, если перемножить все отдельные коэффициенты полезного действия: $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n.$

Имеем:

$$\eta_{1n} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots \cdot \eta_n = \frac{A_1}{A_D} \cdot \frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{A_3}{A_2} \cdot \dots \cdot \frac{A_n}{A_{n-1}} = \frac{A_n}{A_D}. \quad (5.31)$$

Таким образом, *общий механический коэффициент полезного действия последовательно соединенных механизмов равняется произведению механических коэффициентов полезного действия отдельных*

механизмов, составляющих одну общую систему. Значения работ за полное время установившегося движения машины пропорциональны средним значениям мощностей за тот же период времени; поэтому формулы (5.23) и (5.25) можно написать так:

$$\eta = \frac{P_{ПС}}{P_{Д}} ; \quad (5.32)$$

Или:

$$\eta = 1 - \frac{P_{Т}}{P_{Д}} . \quad (5.33)$$

где: $P_{ПС}$ – средняя мощность, поглощаемая силами производственных сопротивлений, $P_{Т}$ – средняя мощность, поглощаемая силами непроизводственных сопротивлений, и $P_{Д}$, – средняя мощность, развиваемая движущими силами.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие виды трения принято различать? 2. В чем заключается различие между сухим трением и трением смазанных поверхностей? 3. Охарактеризовать виды трения, различающиеся по видам относительного движения? 4. Написать закон Кулона? 5. Перечислить основные положения о силах сухого трения? 6. Что такое «конус трения покоя»? 7. Назвать отличия силового расчета без учета сил трения от силового расчета с учетом сил трения? 8. Записать выражение для определения механического КПД машины?

Лекция №6

Динамика механизмов и машин

План:

- 6.1. Общая постановка задачи.
- 6.2. Средняя скорость машины и ее коэффициент неравномерности движения. Коэффициент динамичности.
- 6.3. Связь между приведенным моментом инерции и коэффициент неравномерности движения механизма. Маховик.
- 6.4. Исходные данные для определения момента инерции маховика.
- 6.5. Определение момента инерции маховика:
 - а) по диаграмме Виттенбауэра;
 - б) по уравнению моментов.

6.1. Общая постановка задачи

Основная задача динамического анализа – определение наивыгоднейших соотношений между силами, массами и скоростями звеньев механизмов, обеспечивающих заданный режим движения механизма или машины. В общем случае, даже при установившемся режиме движения скорость начального звена механизма является величиной переменной. Колебания скоростей звеньев механизма

вызывают дополнительные нагрузки в кинематических парах, понижают общий КПД машины и надежность ее работы. Кроме того, возникают упругие колебания звеньев механизма, что снижает их прочность, ухудшается технологический процесс, который выполняет машина, возрастают потери мощности.

Колебания скорости начального звена бывают 2 типов: *периодические* – это колебания, при которых скорости механизмов имеют определенный цикл, по истечению которых эти скорости принимают свои первоначальные значения. *Непериодические* (апериодические) – колебания скорости не имеют определенного цикла (возникают из-за внезапного изменения сил полезных сопротивлений).

Поскольку колебания скоростей могут достигать достаточно больших значений, что может нарушить условия работы механизма. Тогда возникает задача по регулированию этих колебаний в заданных пределах во время установившегося движения.

Регулирование периодических колебаний механизма обычно выполняется регулированием масс его звеньев. Массы должны быть подобраны так, чтобы они могли аккумулировать все приращения кинетической энергии механизма, имеющей место при превышении работы движущих сил над силами сопротивления.

В случае же непериодических колебаний движения подбором масс можно решить задачу только в случае, если они незначительны. При больших непериодических колебаниях применяют специальные механизмы, регулирующие законы движения или движущие силы, или силы сопротивления (например, регуляторы).

6.2. Средняя скорость машины и ее коэффициент неравномерности движения. Коэффициент динамичности

Введем понятие о средней скорости начального звена механизма или машины. Обозначим путь, проходимый выбранной на начальном звене точкой B за один цикл ее движения от положения i до положения k через S . Будем называть средней скоростью $(v_{cp})_o$ скорость такого равномерного движения, при котором точка прошла бы путь S в тот же промежуток времени t , который требуется и при неравномерном движении.

$$dt = \frac{dS}{V} \Rightarrow t = t_k - t_i = \int_{S_i}^{S_k} \frac{dS}{V}, \quad (6.1)$$

откуда с учетом того, что:

$$t_k - t_i = \frac{S}{(V_{CP})_d}; \quad (V_{CP})_d = \frac{S}{\int_{S_i}^{S_k} \frac{dS}{V}}$$

Действительную среднюю скорость часто заменяют средней арифметической скоростью V_{CP} и полагают:

$$V_{CP} \approx \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2}.$$

Для механизмов с малой неравномерностью движения в качестве v_{CP} принимают наиболее удобную для расчета, часто номинальную, указанную в паспорте двигателя.

Для механизмов с малой скоростью движения предпочтительнее пользоваться $(V_{CP})_d$.

Коэффициент неравномерности движения машины или механизма:

$$\delta = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_{cp}} \quad (6.2)$$

Задача регулирования движения механизма или машины в период их установившегося движения сводится к подбору такого соотношения масс звеньев, при котором δ не превышал какого-либо заранее заданного значения.

Например, коэффициент неравномерности для сельскохозяйственных машин: $\delta = \frac{1}{5} - \frac{1}{50}$; для двигателей внутреннего сгорания: $\delta = \frac{1}{80} - \frac{1}{100}$; для компрессоров: $\delta = \frac{1}{50} - \frac{1}{100}$.

По аналогии со скоростью будем иметь действительную среднюю арифметическую угловую скорость:

$$\left(\omega_{cp}\right)_{\delta} = \frac{\varphi}{\int_{\varphi_i}^{\varphi_k} \frac{d\varphi}{\omega}}; \quad \omega_{cp} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}.$$

Выразим коэффициент неравномерности движения через угловую скорость:

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{cp}}. \quad (6.3)$$

Коэффициент неравномерности движения характеризует только перепад угловой скорости начального звена в пределах ω_{\max} и ω_{\min} , но не характеризует динамики движения этого звена.

Коэффициент динамичности

Динамические характеристики механизмов охарактеризованы коэффициентом динамичности K :

$$K = \frac{\varepsilon_{ext}}{\omega_{cp}^2} = \frac{J_{п.ср} \cdot \varepsilon_{ext}}{J_{п.ср} \cdot \omega_{cp}^2} = \frac{M_{ext}}{2T_{cp}}, \quad (6.4)$$

где: M_{ext} – экстремальный момент или отношение экстремального момента, приложенного к начальному звену к удвоенной величине T_{cp} - средняя кинетическая энергия механизма.

Выражение (6.4) характеризует отношение экстремального (наибольшего) значения углового ускорения ε_{ext} к квадрату средней угловой скорости.

6.3. Связь между приведенным моментом инерции и коэффициентом неравномерности движения механизма. Маховик

Диаграмма зависимости кинетической энергии от приведенного момента инерции звеньев (рис.6.1).

Рассмотрим вопрос о связи между приведенным моментом инерции, приведенными силами и коэффициентом неравномерности движения механизма.

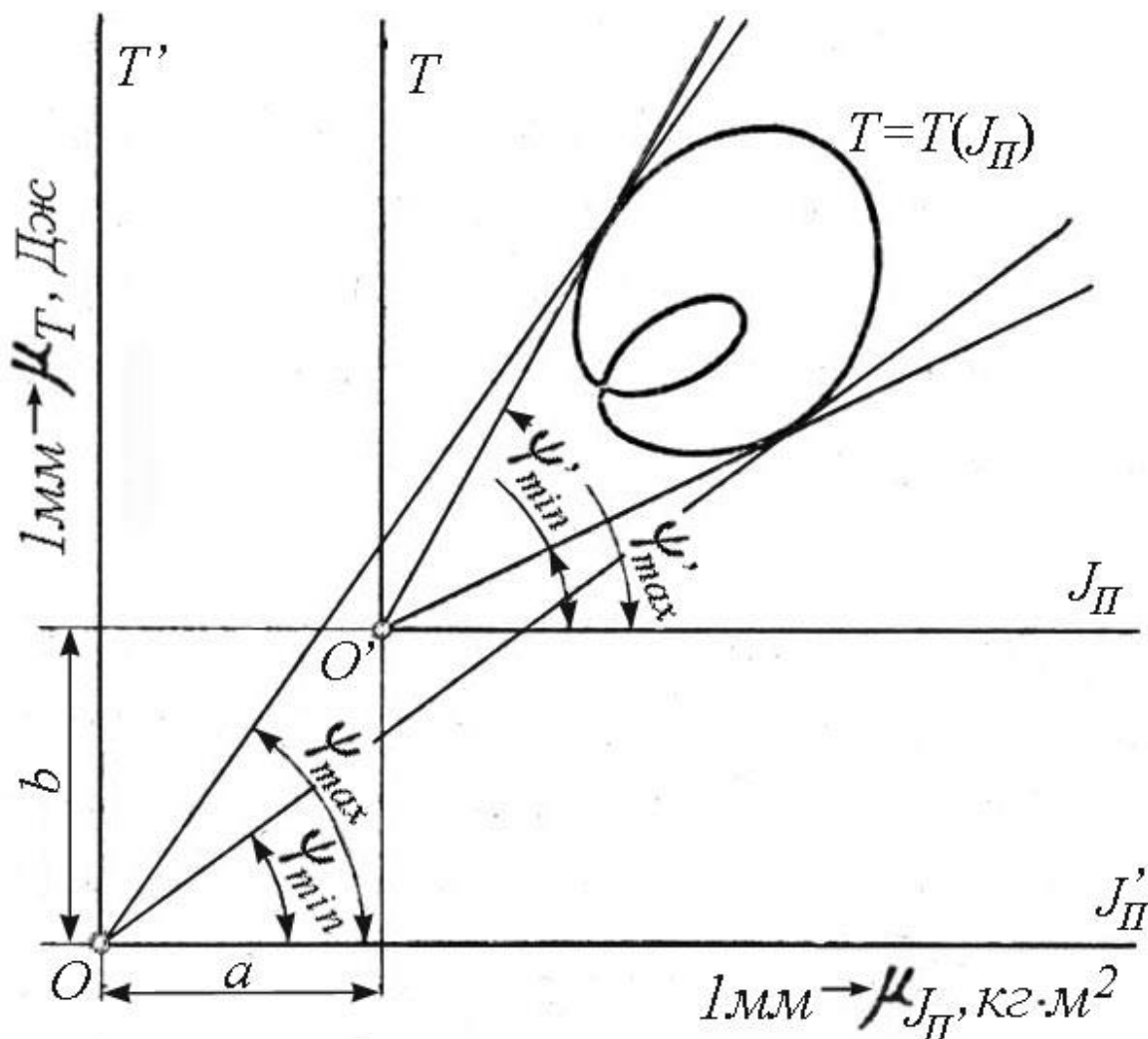


Рисунок 6.1 – К исследованию зависимости коэффициента неравномерности движения от величины приведенного момента инерции.

Решая уравнение (6.3) относительно ω_{max} и ω_{min} получим:

$$\omega_{max} = \omega_{cp} \left(1 + \frac{\delta}{2} \right), \quad \omega_{min} = \omega_{cp} \left(1 - \frac{\delta}{2} \right). \quad (6.5)$$

Возведя, левые и правые части в квадрат, находим:

$$\omega^2_{\max} = \omega^2_{cp} \left(1 + \frac{\delta}{2} + \frac{\delta^2}{4} \right) \approx \omega^2_{cp} (1 + \delta);$$

$$\omega^2_{\min} = \omega^2_{cp} \left(1 - \frac{\delta}{2} + \frac{\delta^2}{4} \right) \approx \omega^2_{cp} (1 - \delta);$$

$$\omega^2_{\max} = 2 \frac{\mu_T}{\mu_{Jn}} \operatorname{tg} \Psi_{\max} \quad \omega^2_{\min} = 2 \frac{\mu_T}{\mu_{Jn}} \operatorname{tg} \Psi_{\min}; \quad (6.6)$$

$$\operatorname{tg} \Psi_{\max} = \frac{\mu_{Jn}}{2\mu_T} \omega^2_{cp} (1 + \delta);$$

$$\operatorname{tg} \Psi_{\min} = \frac{\mu_{Jn}}{2\mu_T} \omega^2_{cp} (1 - \delta).$$

С помощью формул (6.6) можно для заданной угловой скорости ω_{cp} и для любого коэффициента δ определить соответственные углы Ψ_{\max} и Ψ_{\min} . Тогда, если при заданном J_{II} и T , построена диаграмма $T = T(J_{II})$ всегда может быть выяснен вопрос, как должны измениться эти величины при изменении δ : ($J_0 = \mu_{Jn} \cdot a$; $T_0 = \mu_T \cdot b$).

При уменьшении δ возрастает приведенная масса и его кинетическая энергия T , потребная для приведения в движение механизма с заданной средней угловой скоростью.

Вывод: увеличение равномерности движения начального звена механизма или машины может быть

достигнуто увеличением J_{Π} (приведенного момента инерции) механизма.

Например, увеличение приведенных масс или J_{Π} может быть сделано за счет увеличения масс отдельных звеньев. Практически это можно осуществить посадкой на один из валов машины добавочной детали, имеющей заданный момент инерции, которую принято называть *маховым колесом* или *маховиком*. Маховик как бы является аккумулятором кинетической энергии механизмов машины, накапливая ее во время ускоренного движения и отдавая при замедленном. Это свойство применяется для преодоления повышенных полезных нагрузок без увеличения мощности двигателя. Наиболее удобной является форма маховика в виде диска с тяжелым ободом или колеса со спицами.

6.4. Исходные данные для определения момента инерции маховика

Для определения момента инерции маховика необходимо иметь заданные приведенные силы или приведенные моменты сил движущих и сил сопротивления за один полный цикл времени установившегося движения (см. рис. 6.2).

Построение диаграммы изменения кинетической энергии ΔT ведут путем подсчета площадей заключенных между кривыми:

$$M_d = M_d(\varphi) \text{ и } M_c = M_c(\varphi).$$

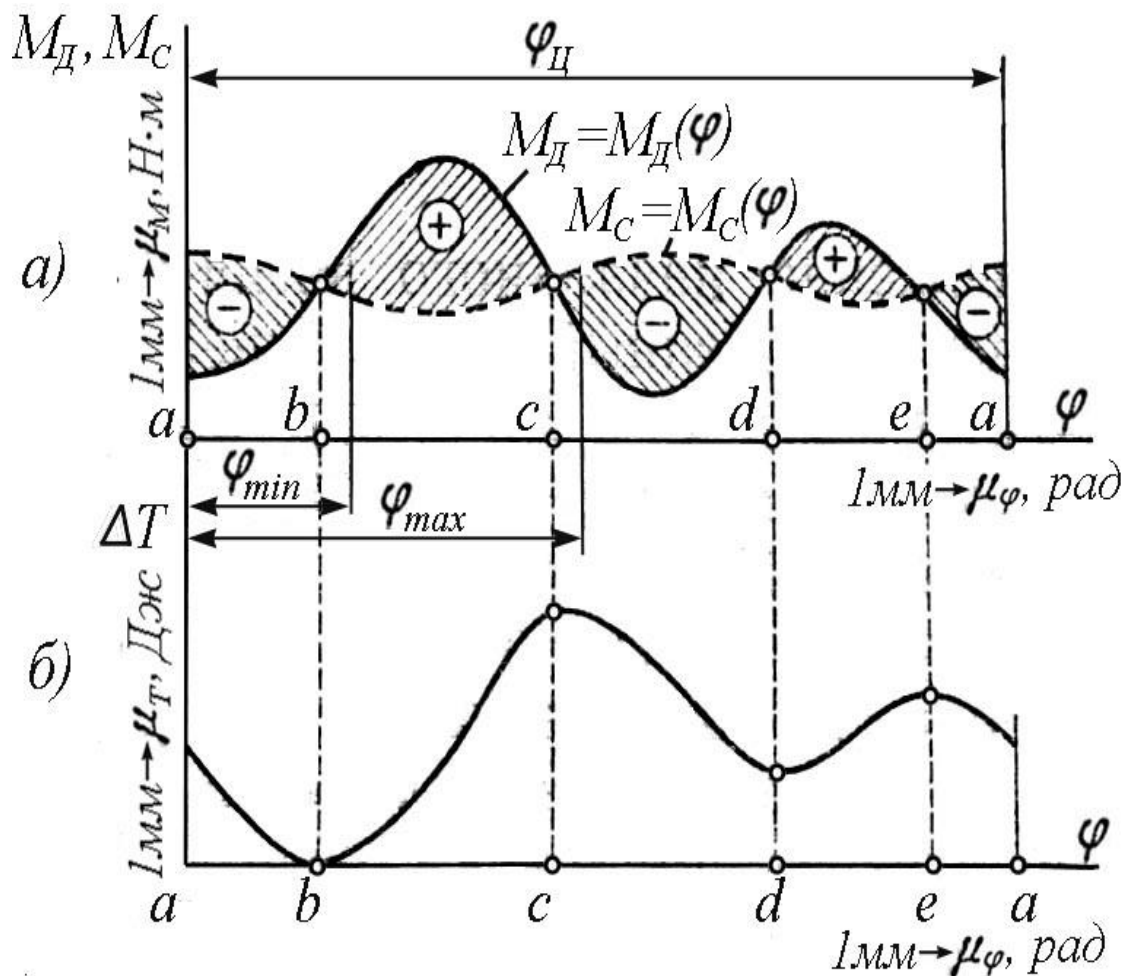
Построение диаграммы $\Delta T = \Delta T(\varphi)$ (рис. 6.2) удобнее начать с положения b . На участке bc кинетическая энергия возрастает, а на участке cd убывает.

Сумма всех «+» = «-», т.к. за один полный цикл установившегося движения приращение ΔT должно быть равно 0.

Полная кинетическая энергия в каком-либо T_i положении звена равна:

$$T_i = T_p + \Delta T_i, \quad (6.7)$$

где: T_p - неизвестно; ΔT_i - по диаграммам $M_d = M_d(\varphi)$ и $M_c = M_c(\varphi)$.



а) диаграммы движущих сил и сопротивления;
 б) диаграммы приращения кинетической энергии.
 Рисунок 6.2 – Диаграмма к расчету маховика.

Полный приведенный момент инерции машины равен:

$$J_{\Pi i} = J_M + J_0 + J_{3i} = J_M + \Delta J_{\Pi i}, \quad (6.8)$$

где: J_M - момент инерции маховика (неизвестен, подлежит определению); J_0 - момент инерции звена приведения; J_{3i} - приведенный момент инерции остальных звеньев $J_{3i} = J_3(\varphi) = const$.

Здесь: $\Delta J_{Pi} = J_0 + J_{3i}$.

Из приведенной диаграммы (рис. 6.3) видно, что ΔJ_{Pi} состоит из постоянного момента инерции J_0 и переменного J_3 .

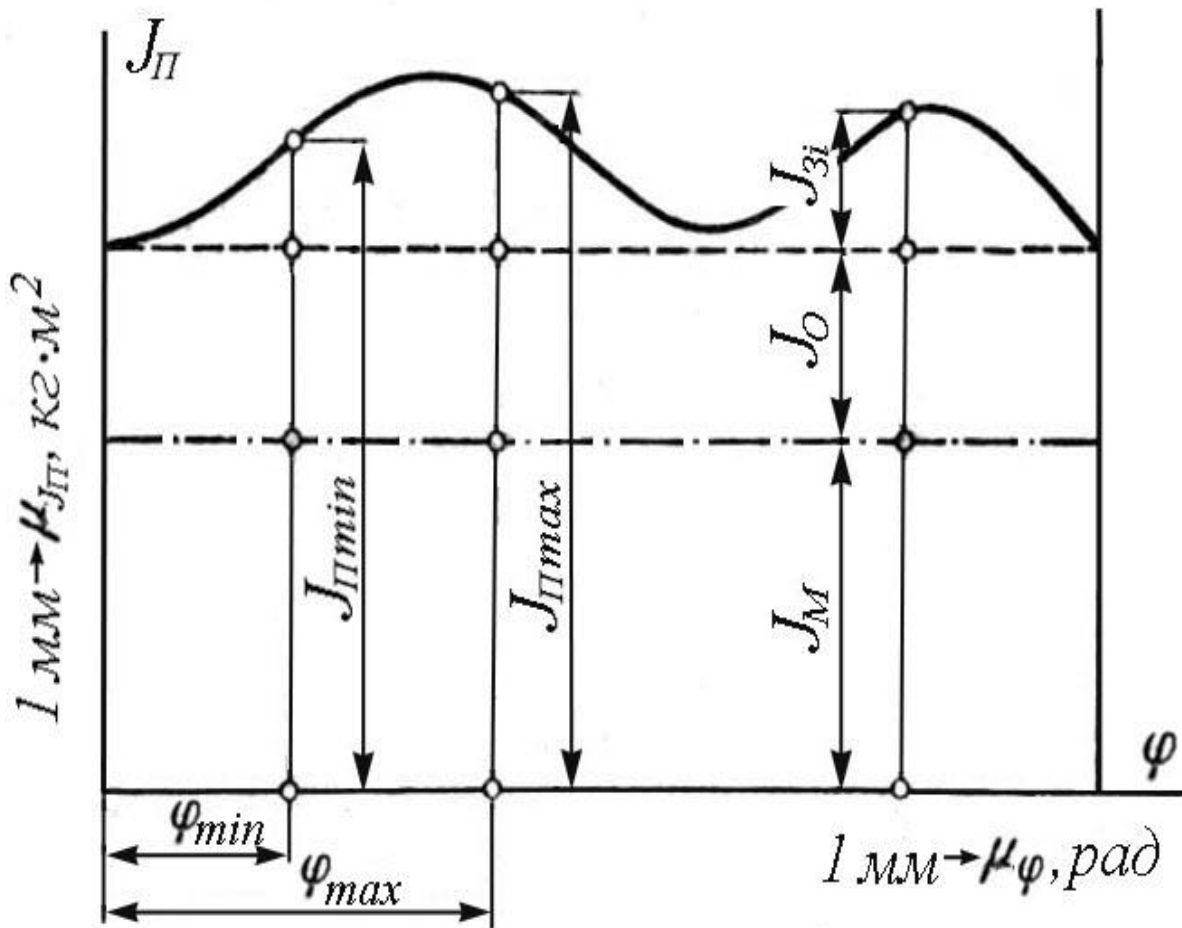


Рисунок 6.3 – Диаграмма изменения приведенного момента инерции.

6.5. Определение момента инерции маховика по диаграмме Виттенбауэра

Для определения необходимого момента инерции J_M надо иметь заданную среднюю угловую скорость ω_{cp} звена приведения: $\omega_{cp} \frac{\pi n}{30}$, где n – частота вращения звена приведения (принимается равной номинальной угловой скорости звена машины – из паспорта).

Возведем все части выражения (6.5) в квадрат:

$$\omega_{\max}^2 \approx \omega_{cp}^2 (1 + \delta); \quad \omega_{\min}^2 \approx \omega_{cp}^2 (1 - \delta).$$

Запишем выражение разности работ:

$$A_D - A_C = \frac{J_{II \max} \cdot \omega_{\max}^2}{2} - \frac{J_{II \min} \cdot \omega_{\min}^2}{2}; \quad (6.9)$$

$$A_D \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} M_D d\varphi; \quad A_C \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} M_C d\varphi. \quad (6.10)$$

Если известны углы φ_{\max} и φ_{\min} (см. рис.6.2а), то $A = A_D - A_C$ сводится к определению соответствующей площади S заключенной между M_D и M_C ограниченных ординатами, соответственно: φ_{\max} и φ_{\min} .

С учетом сказанного перепишем выражение (6.10):

$$A = \frac{(J_M + J_0 + J_{3\max}) \cdot \omega_{cp}^2 (1 + \delta)}{2} - \frac{(J_M + J_0 + J_{3\min}) \cdot \omega_{cp}^2 (1 - \delta)}{2};$$

$$\text{где: } J_M = \frac{A}{\omega_{cp}^2 \cdot \delta} - J_0 - \frac{J_{3\max}(1 + \delta) - J_{3\min}(1 - \delta)}{2\delta},$$

если $J_3 = const$, тогда:

$$J_M = \frac{A}{\omega_{cp}^2 \cdot \delta} - (J_0 + J_3) \Rightarrow J_M = \frac{A}{\omega_{cp}^2 \cdot \delta}. \quad (6.11)$$

$$A_D \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} M_D d\varphi - \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} M_C d\varphi = K_M \cdot K_\varphi \cdot S_{bc}. \quad (6.12)$$

$\omega_{\min} \rightarrow \text{точка } e$

$\omega_{\max} \rightarrow \text{точка } c$

Из рисунка 6.2: $M_D; M_C = M(\varphi) \quad S_{cd} \rangle S_{de}$,

$$S_{bc} \rangle S_{cd} \quad \begin{array}{l} \omega_{\min} \rightarrow \text{точка } d \\ \omega_{\max} \rightarrow \text{точка } e \end{array}.$$

Определяем ω_{\max} и ω_{\min} методом сравнения избыточных площадок, заключенных между ординатами φ_{\max} и φ_{\min} (см. рис.6.2а) при условии малого сдвига ω_{\max} и ω_{\min} по отношению к *max* и *min* кинетической энергии (вполне допустимо в практических инженерных расчетах).

Методика расчета

6.5.1. Построение диаграмм приведенных моментов сил движущих и сил полезного сопротивления, работ сил движущих и сил полезного сопротивления, приращение кинетической энергии

а) после уравновешивания ведущего звена механизма определяем приведенный момент (движущий) на условии равенства работ и мощности:

$$M_{np}^D = \sum_{i=1}^n P_i \frac{V_k}{\omega_1} \cos \alpha + \sum_{j=1}^n M_j \frac{\omega_j}{\omega_1}, \quad (6.13)$$

где: P_i - силы давления газов на поступательные пары; V_k - скорость К-той точки; α - угол между векторами P_i и V_k ; M_j - известный по величине и направлению момент, приложенный к звену j ; ω_j - угловая скорость j звена к которому приложен M_j ; ω_1 - известная угловая скорость входного звена.

б) По вычисленным значениям строят диаграмму M_{np}^D . Методом графического интегрирования строят диаграмму работ движущих сил: $K_A = K_m \cdot K_\varphi \cdot H$.

в) Из начала координат диаграммы $A_D(\varphi)$ проводят прямую линию до соединения с последней точкой диаграммы, полученная прямая линия есть $A_C(\varphi)$, т.к. $M_C = const$;

г) Графически дифференцируя $A_C(\varphi)$, получают диаграмму $M_C(\varphi)$, есть прямая линия.

е) для построения диаграммы приращения кинетической энергии $\Delta T = f(\varphi)$ необходимо алгебраически из ординат диаграммы $A_D(\varphi)$ вычесть ординаты $A_C(\varphi)$, соответственно полученные значения образуют $\Delta T = f(\varphi)$ - строится напротив диаграммы M_C , $M_D = f(\varphi)$

6.5.2. Построение диаграммы кинетической энергии, приведенного момента инерции звеньев механизма и энергомасс

а) Кинетическая энергия механизма складывается из кинетической энергии его звеньев т.е.:

$$T = T_1 + \sum_{i=2}^n T_i \quad (\text{Дж}), \quad (6.14)$$

где: $T_1 = \frac{J_{o1} \cdot \omega_1^2}{2}$ - постоянная величина кинетической энергии во всех положениях механизма (на примере ведущего звена); T_i - кинетическая энергия других его звеньев.

Для шатунов: $T_i = \frac{J_{Si} \cdot \omega_i^2}{2} + m_i \frac{V_{Si}^2}{2}$;

Для поступательных пар: $T_i = m_i \frac{V_{Si}^2}{2}$.

Вопросы для самоконтроля

1. Назовите основную задачу динамического анализа?
2. Какие бывают виды колебаний начального звена механизма?
3. Запишите выражение для определения коэффициента неравномерности движения машины?
4. Охарактеризуйте коэффициент динамичности?
5. Какие условия необходимо соблюсти для увеличения равномерности движения начального звена механизма?
6. Запишите выражение для определения приведенного момента инерции механизма?

Лекция №7

Теория регулирования

План:

- 7.1. Общая постановка задачи.
- 7.2. Основные принципиальные схемы регуляторов.
- 7.3. Кинетостатический расчет центробежного регулятора.
- 7.4. Устойчивость регулятора.
- 7.4.1. Характеристики регуляторов.
- 7.5. Нечувствительность регулятора.

7.1. Общая постановка задачи

При периодических колебаниях скоростей ведущего звена машины (звена приведения) во время установившегося движения и не установившегося движения необходимо соединить звено приведения регулируемого объекта с механизмом *скоростного регулятора*.

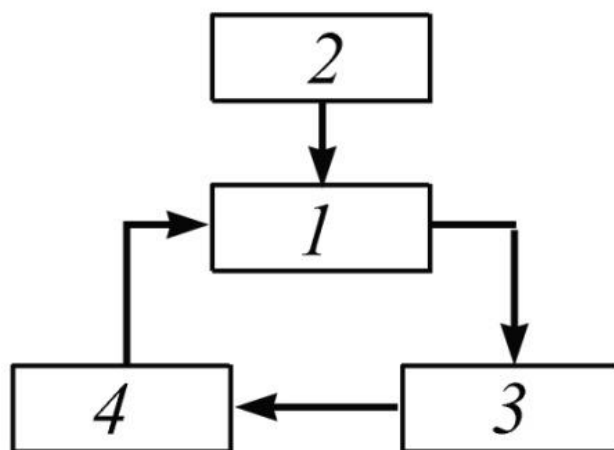
Задача скоростного регулятора состоит в установлении устойчивого (стационарного) изменения скорости, режима движения звена приведения

регулируемого объекта. Это может быть достигнуто выравниванием разницы между движущими силами и силами сопротивления.

Регулятор является как бы аккумулятором, который автоматически уменьшает приток движущих сил, если уменьшается полезное сопротивление и, наоборот, при увеличении сил полезных сопротивлений увеличивает движущие силы, т.е. он должен при нарушении равновесия между F_d и F_c сбалансировать его и заставить регулируемый объект работать с прежними или близкими к прежним скоростями.

Конструкции регуляторов весьма разнообразны, так же как и схемы регулирования. На практике нашли применение: центробежные (плоские и пространственные), инерционные, электрического типа (тахогенераторы) и т.д.

В большинстве случаев автоматическое регулирование выполняется по схеме замкнутого контура (см. рис.7.1). Рассмотрим данную схему:



1 – регулируемый объект; 2 – источник возмущения;
3 – чувствительный элемент; 4 – регулирующий орган.

Рисунок 7.1 – Схема системы регулирования по замкнутому контуру.

Принцип применения: регулируемый объект *1* (рис. 7.1) находится под внешним воздействием источника возмущения *2*. В результате данного воздействия источника возмущения *2* происходит отклонение регулируемого параметра объекта *1* от заданного. Эти изменения воспринимаются чувствительным элементом *3*, который передает необходимую информацию регулирующему органу *4*, восстанавливающему заданный параметр у регулируемого объекта, т.е. существует обратная связь: *1–3–4–1* (см. рис. 7.1).

Можно сказать: регулируемый объект посредством связи (обратной) воздействует на чувствительный элемент *3*, который в свою очередь действует на регулируемый объект.

7.2. Основные принципиальные схемы регуляторов

а) Схема прямого регулирования: $\omega_p = \frac{\omega_1}{i_{1p}}$, (рис.7.2).

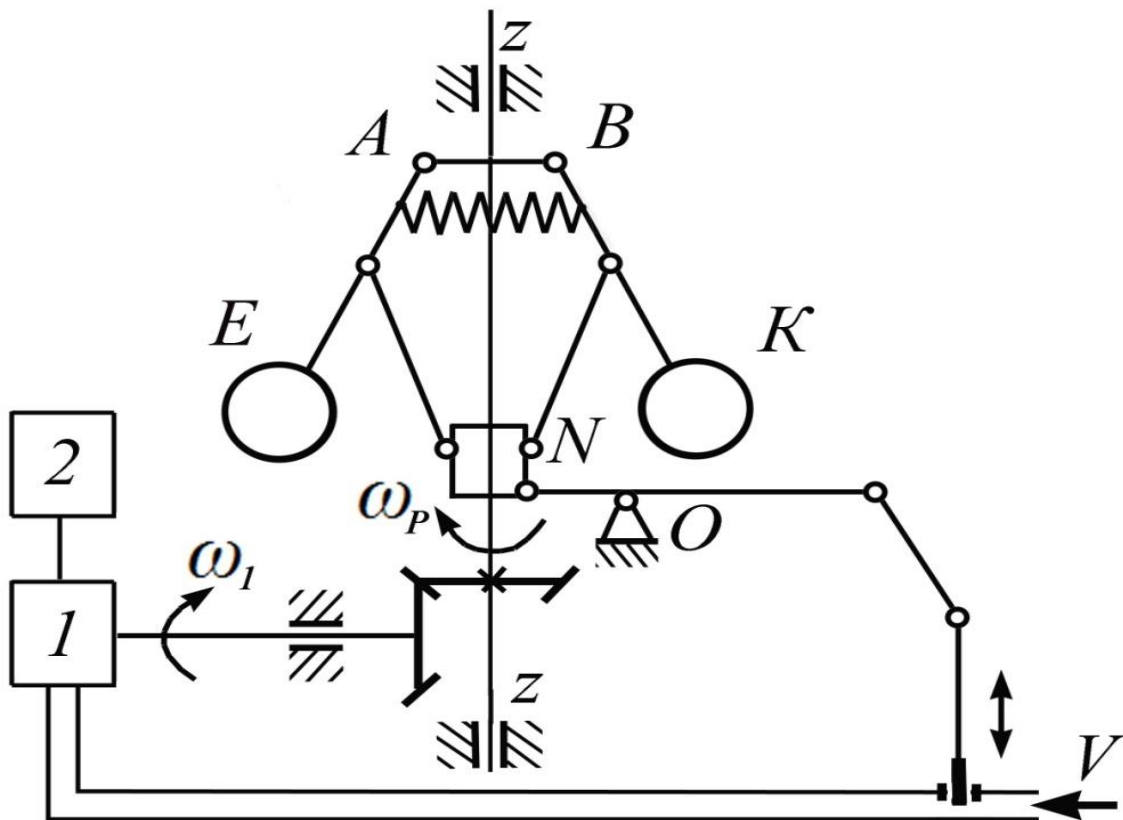


Рисунок 7.2 – Схема регулятора прямого действия.

Недостаток работы: после сброса нагрузки ω_p оказывается выше первоначальной, с которой двигатель вращался до сброса нагрузки, хотя движения агрегата получается установившимся, но скорости уже иные.

Для увеличения действия центробежных сил и для избегания неравномерности процесса регулирования устанавливают астатическую и изодромную систему регулирования, которая является системой непрямого регулирования с жесткой обратной связью (рис. 7.3).

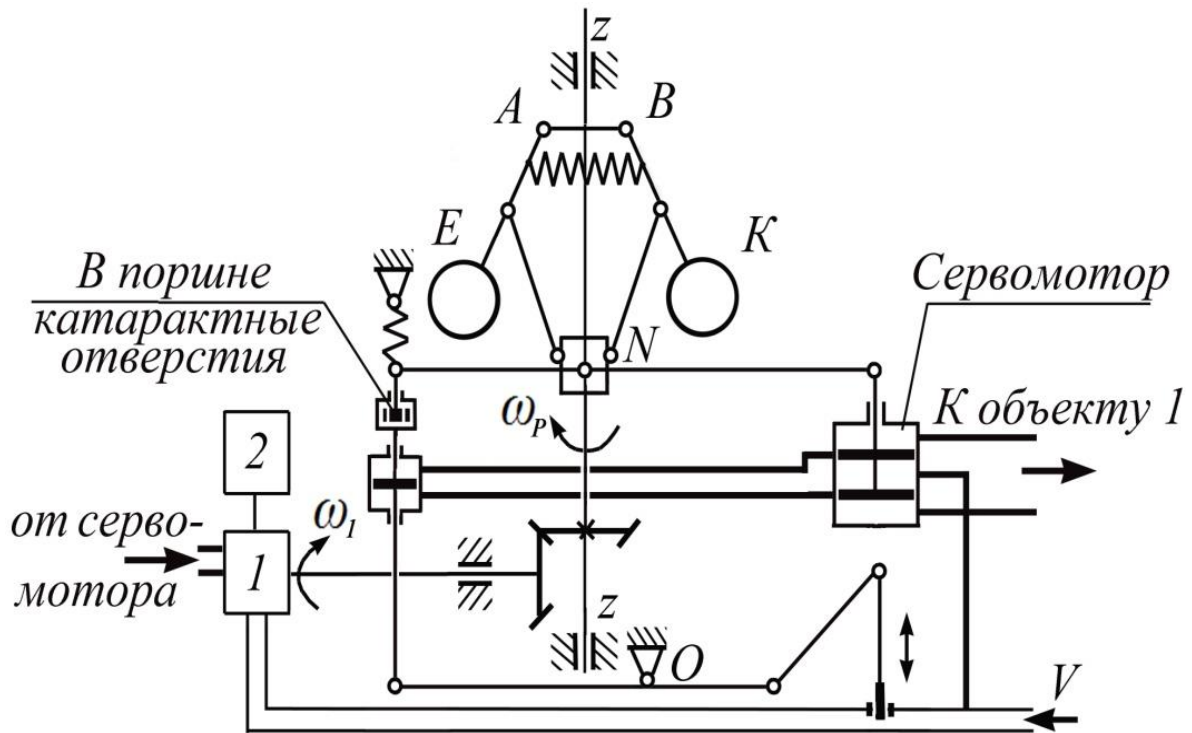


Рисунок 7.3 – Схема регулятора непрямого действия с жесткой обратной связью.

7.3. Кинестатический расчет центробежного регулятора

Выясним вопрос о зависимости угловой скорости регулятора ω_p от высоты h подъема муфты N регулятора (рис.7.4).

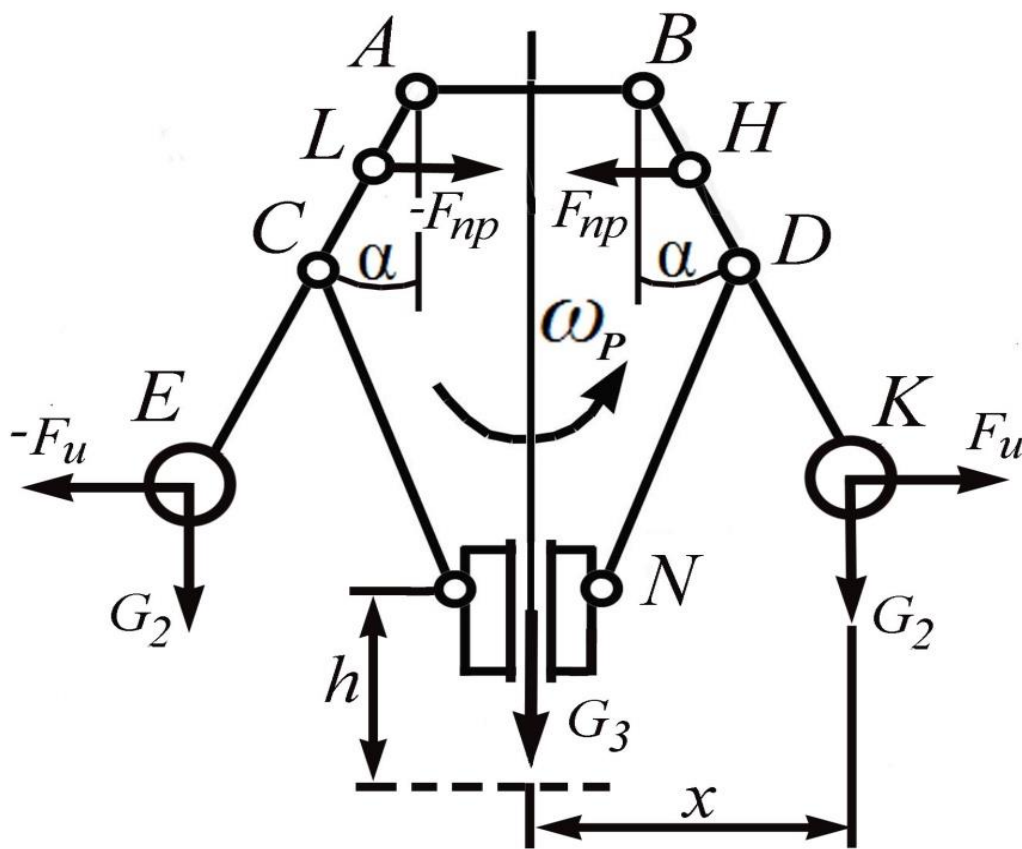


Рисунок 7.4 – Схема силового нагружения механизма центробежного регулятора.

Для этого применим «рычаг Жуковского», (план скоростей повернутый на 90°) см. (рис 7.5).

Составим уравнение моментов относительно полюса.

$$-G_1(pn) - G_2(pk) \cdot \sin \alpha - G_2(pe) \cdot \sin \alpha - F_{np}(pl) \cdot \cos \alpha - F_{np}(pj) \cdot \cos \alpha + P_{y1}(pn) = 0, \quad (7.1) \text{ где:}$$

P_{y1} – уравновешивающая сила (рис.7.5), Н; α – угол подъема звеньев AE и BK (рис.7.4); G_1, G_2 – вес соответственно подвижной муфты, Н; F_{np} – сила сжатия пружины, Н; pn, pk, pe, pl, pj – отрезки, характеризующие длину звеньев (рис.7.5), мм.

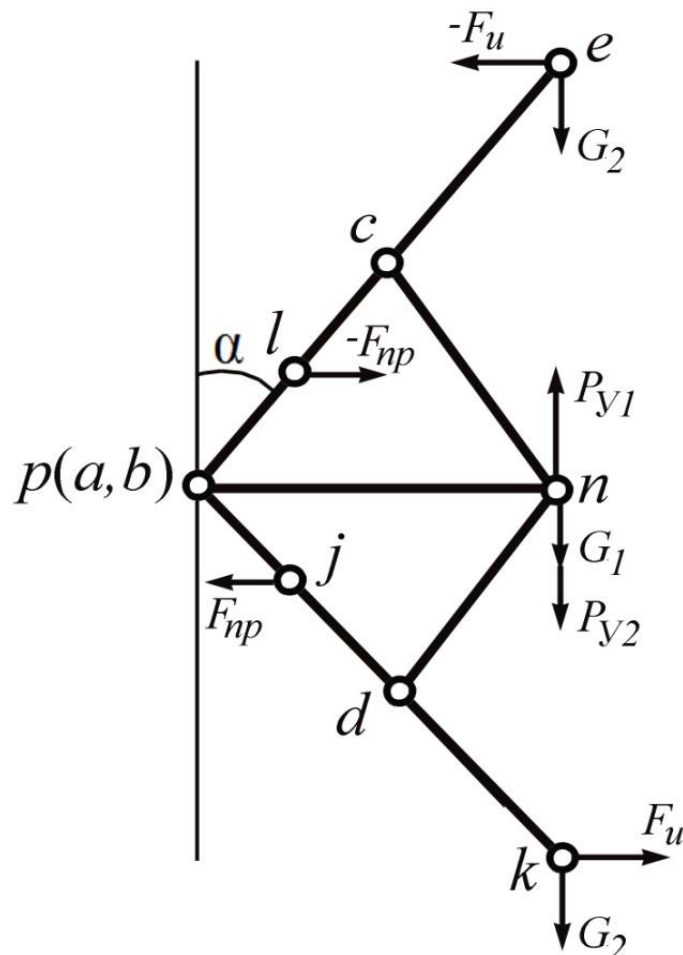


Рисунок 7.5 – Рычаг Жуковского.

Поскольку: $pk = pe$ и $pl = pj$ (рис.7.5), тогда (7.1) запишем в виде:

$$P_{y1} = G_1 + 2G_2 \frac{pk}{pn} \cdot \sin \alpha + 2F_{np} \frac{pl}{pn} \cdot \cos \alpha . \quad (7.2)$$

Отрезки pk ; pn ; ph построены на (рис.7.5) в масштабе линейной скорости K_v и отображают скорости соответствующих точек:

$$V_K = K_v \cdot (pk); V_N = K_v \cdot (pn); V_L = K_v \cdot (pl). \quad (7.3)$$

Перепишем выражение (7.2) с учетом (7.3):

$$P_{П1} = P_{y1} = G_1 + 2G_2 \frac{V_K}{V_N} \cdot \sin \alpha + 2F_{np} \frac{V_L}{V_N} \cdot \cos \alpha , \quad (7.4)$$

где: $P_{П1}$ – модуль поддерживающей силы регулятора, Н; Следует отметить, что направлена она противоположно P_{y1} , т.е. вниз.

Аналогично определяем уравновешивающую силу P_{y2} от сил инерции F_u :

$$F_u(pk) \cdot \cos \alpha + F_u(pe) \cdot \cos \alpha - P_{y2}(pn) = 0 ; \quad (7.5)$$

Преобразуем выражение (7.5), получим:

$$P_{y2} = 2F_u \left(\frac{pk}{pn} \right) \cdot \cos \alpha . \quad (7.6)$$

Запишем выражение (7.6) с учетом (7.3):

$$P_{П2} = P_{y2} = 2F_u \left(\frac{V_K}{V_N} \right) \cdot \cos \alpha , \quad (7.7)$$

где: $P_{П2}$ – модуль приведенной к муфте регулятора центробежной силы, Н; Следует отметить, что направлена она противоположно P_{y2} , т.е. вверх.

Силу инерции для грузов регулятора можно определить:

$$F_u = \frac{G_2}{g} \cdot \omega_p^2 \cdot x, \quad (7.8)$$

где: m – масса груза, кг; ω_p – равновесная угловая скорость регулятора, рад/с; x – расстояние от центра тяжести груза до оси вращения регулятора, м.

Подставим в (7.7) выражение (7.8), тогда:

$$P_{П2} = 2 \cdot \frac{G_2}{g} \cdot \omega_p^2 \cdot x \cdot \frac{V_K}{V_N} \cos \alpha. \quad (7.9)$$

Равновесие регулятора будет:

$$\sum P = P_{П1} + P_{П2} = 0. \quad (7.10)$$

Подставляя в уравнение (7.10) значения $P_{П1}$ и $P_{П2}$ из уравнений (7.4) и (7.9), получим:

$$G_1 + 2G_2 \frac{V_K}{V_N} \cdot \sin \alpha + 2F_{np} \frac{V_L}{V_N} \cdot \cos \alpha - \\ - 2 \cdot \frac{G_2}{g} \cdot \omega_p^2 \cdot x \cdot \frac{V_K}{V_N} \cos \alpha = 0 \quad (7.11)$$

Введем следующие обозначения:

$$A = 2 \frac{G_2}{g} \cdot x \cdot \cos \alpha \frac{V_K}{V_N}; \quad (7.12)$$

$$B = G_1 + 2G_2 \frac{V_K}{V_N} \cdot \sin \alpha + 2F_{np} \frac{V_L}{V_N} \cdot \cos \alpha .$$

Перепишем выражение (7.11) с учетом (7.12):

$$A\omega_p^2 - B = 0. \quad (7.13)$$

Поскольку P_{III} и P_{II2} зависят от координаты h уравнение (7.13) перепишем в виде:

$$A(h)\omega_p^2 - B(h) = 0. \quad (7.14)$$

Из уравнения (7.14) имеем:

$$\omega_p^2 = \frac{A(h)}{B(h)}. \quad (7.15)$$

Таким образом, каждому положению муфты, определенному координатой h , соответствует определенная ω_p .

Пользуясь формулами для (7.12) и (7.15), а также планом скоростей можно построить кривую зависимости перемещения h муфты N от квадрата равновесной угловой скорости ω_p : $z = z(\omega_p^2)$ (см. рис.7.6).

Воспользовавшись данной кривой (рис.7.6) можно определить по заданной угловой скорости ω_p положение муфты h .

Степень неравномерности регулятора:

$$\varepsilon = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{cp}}, \quad (7.16),$$

где: $\omega_{cp} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}$. (7.17)

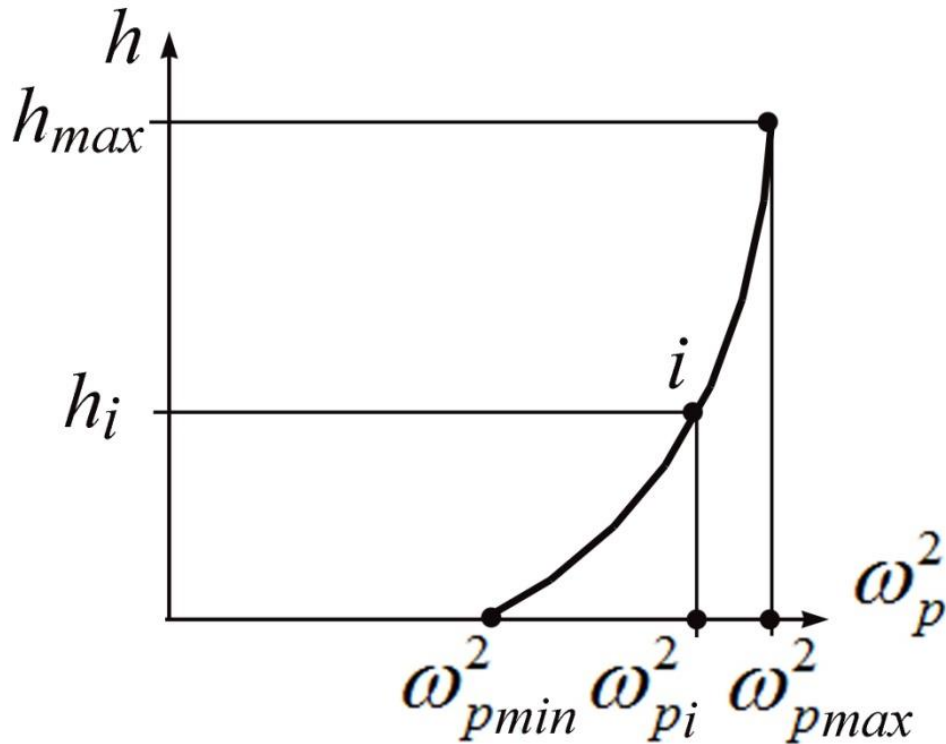


Рисунок 7.6 – Равновесная кривая регулятора.

Также, степень неравномерности регулятора на основе уравнений (7.16) и (7.17) может быть принята равной:

$$\varepsilon = \frac{\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2}{2\omega_{cp}^2}. \quad (7.18)$$

Иногда, силы приведения рационально приложить не к муфте, а к центру груза, направляя их по линии действия центробежной силы инерции P_u .

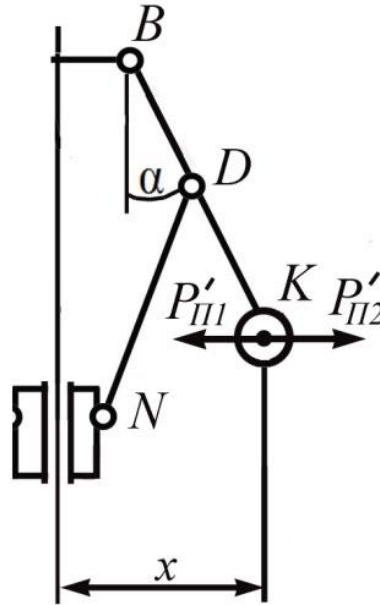


Рисунок 7.7 – Расчетная схема приведения сил к центру груза.

Уравнение равновесия регулятора примет вид:

$$\sum P = \bar{P}'_{II1} + \bar{P}'_{II2} = 0, \quad (7.19)$$

где: \bar{P}'_{II1} – приведенная сила весов G_1 и G_2 грузов и муфты, и сил F_{np} и $-F_{np}$ пружины; \bar{P}'_{II2} – приведенная сила от сил инерции F_u и $-F_u$.

Модуль силы P'_{II1} получим, помножив все члены уравнения (7.4) на отношение скорости v_N муфты N к проекции скорости v_K муфты K на горизонталь, т.е. на:

$$\frac{V_N}{V_K \cdot \cos \alpha} \cdot$$

С учетом сказанного имеем:

$$P'_{\Pi 1} = \frac{G_1 \cdot V_N}{V_K \cdot \cos \alpha} + 2G_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha + 2F_{np} \frac{V_L}{V_K} . \quad (7.20)$$

Модуль силы $P'_{\Pi 2}$ определим, если помножить правую часть уравнения (7.7) на соотношение:

$$\frac{V_N}{V_K \cdot \cos \alpha} :$$

$$P'_{\Pi 2} = 2 \cdot \frac{G_2}{g} \cdot \omega_p^2 \cdot x . \quad (7.21)$$

Причем, сила $P'_{\Pi 1}$ направлена противоположно силе $P'_{\Pi 2}$.

Подставим уравнения (7.20) и (7.21) в (7.19), получим:

$$\begin{aligned} & \frac{G_1 \cdot V_N}{V_K \cdot \cos \alpha} + 2G_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha + 2F_{np} \frac{V_L}{V_K} - \\ & - 2 \cdot \frac{G_2}{g} \cdot \omega_p^2 \cdot x = 0 \end{aligned} . \quad (7.22)$$

Введем обозначения:

$$D = 2 \cdot \frac{G_2}{g} \cdot x , \quad (7.23)$$

и

$$C = \frac{G_1 \cdot V_N}{V_K \cdot \cos \alpha} + 2G_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha + 2F_{np} \frac{V_L}{V_K} . \quad (7.24)$$

Запишем уравнение (7.22) в виде:

$$D \omega_p^2 - C = 0 . \quad (7.25)$$

Из уравнения (7.25) следует:

$$\omega_p^2 = \frac{C(x)}{D(x)}. \quad (7.26)$$

Зависимость $C=C(x)$ (см. рис.7.8) называется характеристикой регулятора.

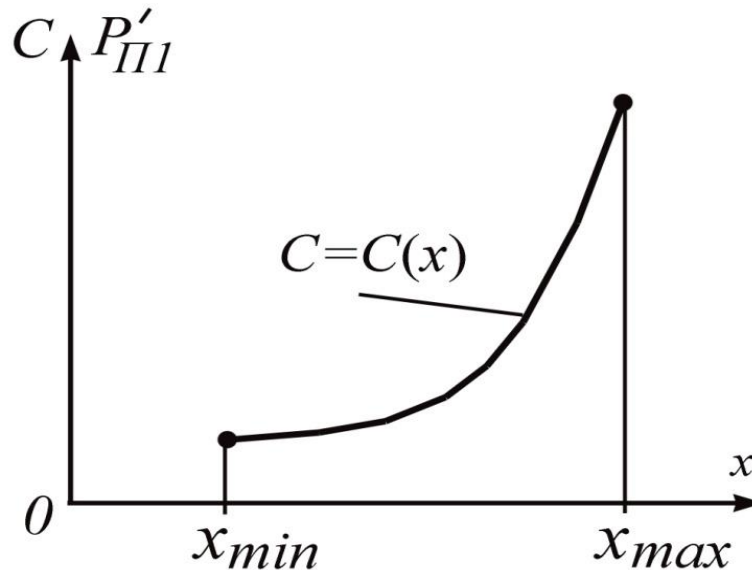


Рисунок 7.8 – Характеристика регулятора.

7.4. Устойчивость регулятора

Если скорость ω_p постоянна, то величина силы $P'_{П2}$ пропорциональна расстоянию x и ее изменение выразится прямой линией Od (см. рис.7.9) проходящей через начало координат и наклоненной к оси абсцисс под углом γ . Od называют линией центробежной силы.

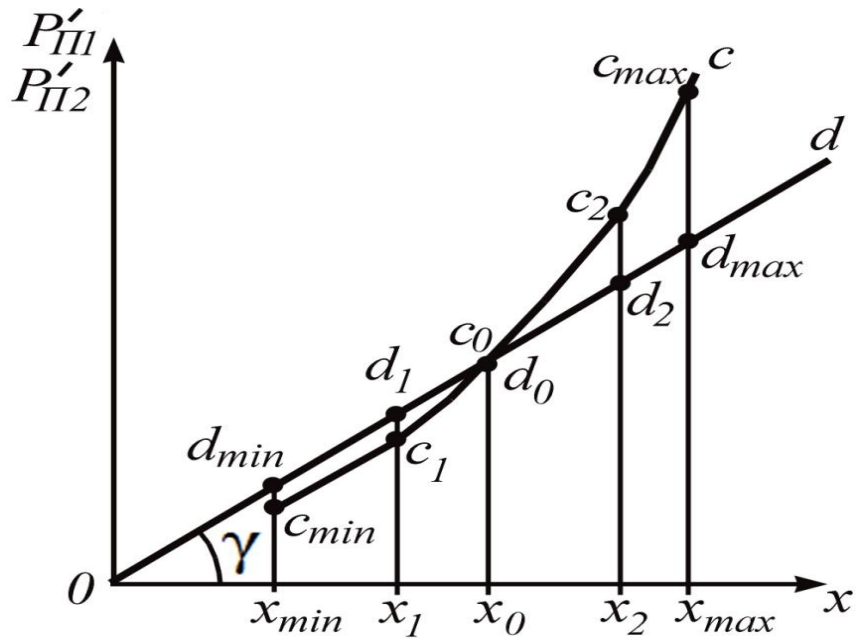


Рисунок 7.9 – Схема к определению устойчивости регулятора.

Кривая cc (рис.7.9) характеризует зависимость $P'_{II1} = P'_{II1}(x)$. Пусть регулятор выведен из равновесного положения (муфта движется вниз), при этом центры грузов сблизятся и будут находиться на расстоянии от оси вращения: $x_1 < x_0$. Если предоставим регулятор самому себе, тогда он окажется под действием центробежной силы P'_{II2} , определяемой ординатой $x_1 d_1$, большей ординаты $x_1 c_1$, соответствующей силе P'_{II1} . Под действием избыточных центробежных сил грузы будут расходиться, пока не вернуться в равновесное состояние (точка c_0 (рис.7.9)). Выведем регулятор из равновесного положения (муфта движется вверх), при этом центры грузов расходятся и будут находиться на

расстоянии от оси вращения: $x_2 > x_0$. Если предоставим регулятор самому себе, тогда он окажется под действием силы $P'_{П1}$, определяемой ординатой x_2c_2 , большей ординаты x_2d_2 , соответствующей центробежной силе $P'_{П2}$. Следовательно, грузы будут сближаться, пока не вернуться в равновесное состояние (точка c_0 (рис.7.9)).

Таким образом, равновесие регулятора является устойчивым, если характеристика регулятора расположена так, что до точки c_0 она лежит ниже линии центробежной силы, а после точки c_0 – выше линии центробежной силы. Поскольку регулятор должен работать в пределах, определяемых степенью неравномерности ε (выражение (7.16))

7.5. Характеристики регуляторов

На (рис.7.10) представлена характеристика регулятора bb и линий Oa и Oe и центробежных сил $P'_{П2\min}$ и $P'_{П2\max}$.

Следует отметить, что для любых линий центробежных сил, проведенных между линиями Oa и Oe (см. рис.7.10), регулятор с характеристикой bb будет устойчив для равновесных положений от x_{\min} до x_{\max} . Такой регулятор называют статическим.

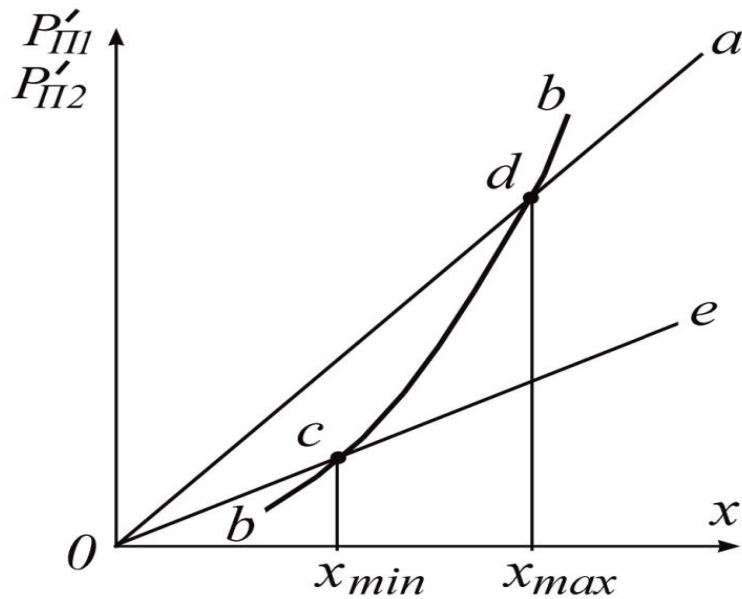


Рисунок 7.10 – Характеристика статического регулятора.

Тогда как на (рис.7.11) представлена характеристика регулятора bb условия устойчивости которой не выполняются на всем интервале от x_{min} до x_{max} . Такой регулятор называют нестатическим.

Например, если кривая bb имеет вид прямой параллельной оси ординат, то $\omega_{min} = \omega_{max}$ и $\varepsilon=0$, регулятор находится в динамическом равновесии в любом положении. Такой регулятор называют астатическим (нестатическим). Однако, астатические регуляторы малопригодны для практического использования, поскольку не обладают динамической устойчивостью.

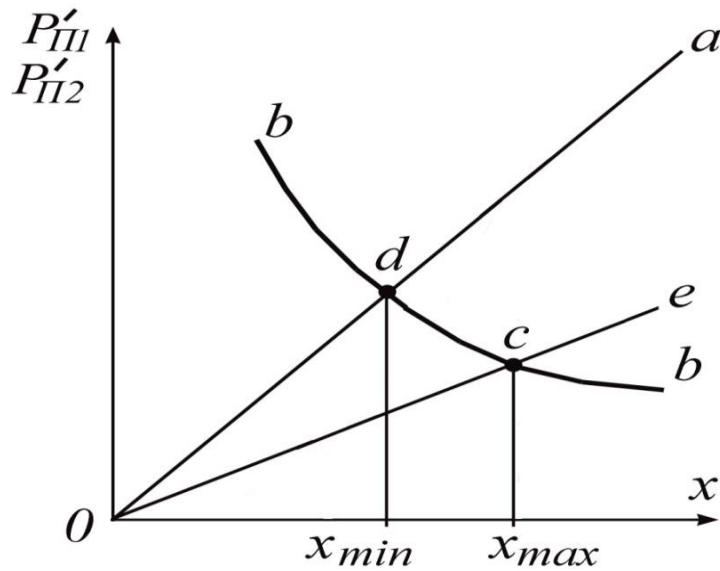


Рисунок 7.11 – Характеристика нестатического регулятора.

7.6. Нечувствительность регулятора

В рассмотренном выше материале говорилось о равновесном состоянии регулятора без учета сил трения на равновесное положение муфты регулятора. Вектор полной приведенной к муфте регулятора силы трения F будет направлен в сторону противоположную движению муфты.

Следовательно, запишем уравнения равновесия регулятора с учетом сказанного:

- движение муфты вверх:

$$A\omega_p''^2 - B - F = 0, \quad (7.27)$$

- движение муфты вниз:

$$A\omega_p'^2 - B + F = 0, \quad (7.28)$$

где: ω_p'' , ω_p' - предельная угловая равновесная скорость, соответственно при подъеме, опускании.

Из уравнений (7.27) и (7.28), можно записать:

$$\omega_p''^2 = \frac{B + F}{A}; \quad (7.29)$$

$$\omega_p'^2 = \frac{B - F}{A}. \quad (7.30)$$

Согласно (7.30) равновесная угловая скорость регулятора ω_p^2 :

$$\omega_p^2 = \frac{B}{A}. \quad (7.31)$$

Изучив выражения (7.29....7.31) можно записать неравенство:

$$\omega_p' \leq \omega_p \leq \omega_p''. \quad (7.32)$$

Следовательно, для каждого значения равновесной угловой скорости ω_p имеется некоторый интервал, внутри которого положение муфты неизменно.

Данное свойство регулятора можно представить графически на (рис.7.12) представлены равновесные кривые: $h = h(\omega_p'^2)$, $h = h(\omega_p^2)$ и $h = h(\omega_p''^2)$. Заштрихованная область (рис.7.12) называется

областью нечувствительности регулятора. В этой области муфта регулятора остается неподвижной.

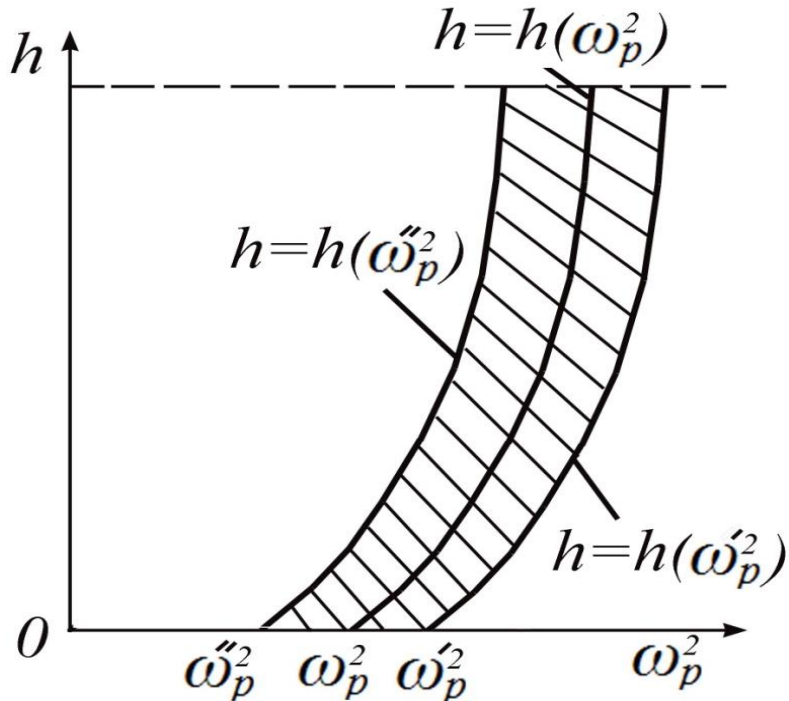


Рисунок 7.12 – Характеристика нечувствительности регулятора.

Мерой чувствительности регулятора принимается коэффициент нечувствительности η , равный:

$$\eta = \frac{\omega_p'' - \omega_p'}{\omega_p}, \quad (7.33)$$

где:

$$\omega_p \approx \frac{\omega_p'' + \omega_p'}{2}. \quad (7.34)$$

Приближенно выражение (7.33) с учетом (7.34) можно записать:

$$\eta = \frac{\omega_p''^2 - \omega_p'^2}{2\omega_p^2}. \quad (7.35)$$

Из уравнений (7.34) и (7.35) запишем:

$$\omega_p'' = \omega_p \left(1 + \frac{\eta}{2}\right); \quad (7.36)$$

$$\omega_p' = \omega_p \left(1 - \frac{\eta}{2}\right). \quad (7.37)$$

Приближенно можно считать:

$$\omega_{\max}'' = \omega_{\max} \left(1 + \frac{\eta}{2}\right); \quad (7.38)$$

$$\omega_{\max}' = \omega_{\max} \left(1 - \frac{\eta}{2}\right). \quad (7.39)$$

Действительную степень неравномерности запишем:

$$\varepsilon_D = \frac{\omega_{\max}'' - \omega_{\min}'}{\omega_p}. \quad (7.40)$$

Подставим в уравнение (7.40) выражения (7.38) и (7.39), получим:

$$\varepsilon_D = \frac{\omega_{\max} \left(1 + \frac{\eta}{2}\right) - \omega_{\min} \left(1 - \frac{\eta}{2}\right)}{\omega_p} = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_p} + \eta = \varepsilon + \eta. \quad (7.41)$$

Вывод: действительная степень неравномерности ε_d равна приблизительно сумме степени неравномерности ε , полученной при отсутствии трения и коэффициента нечувствительности η регулятора.

Вопросы для самоконтроля

1. Назовите задачу скоростного регулятора?
2. Что такое «схема регулирования по замкнутому контуру»?
3. Нарисуйте схему регулятора прямого действия?
4. Какую информацию можно получить, пользуясь равновесной кривой регулятора?
5. Рассказать о явлении «устойчивость регулятора»?
6. Дать понятие о характеристиках регулятора?
7. Дайте определение нечувствительности регулятора?

Лекция №8

Виброактивность и виброзащита машин

План:

- 8.1. Общие сведения.
- 8.2. Источники колебаний и объекты виброзащиты.
- 8.3. Влияние вибраций на технические объекты и на человека.
- 8.4. Основные методы виброзащиты.
- 8.5. Динамическое гашение колебаний.
- 8.6. Применение вибрации, вибрационные машины, принцип их действия.

8.1. Общие сведения

Создание высокопроизводительных машин и скоростных транспортных средств, форсированных по мощностям и производительности, неизбежно приводит к увеличению интенсивности и расширению спектра вибрационных и виброакустических полей. Вредная вибрация нарушает планируемые конструктором законы движения машин, порождая неустойчивость рабочих процессов и может вызвать выход из строя всей системы. Из-за вибрации увеличиваются динамические нагрузки в элементах конструкций (кинематических парах механизмов,

стыках и др.), в результате снижается несущая способность деталей, развиваются трещины, возникают усталостные разрушения. Вибрация порождает шум, являющийся важным экологическим показателем среды обитания человека. Вибрация оказывает и непосредственное влияние на человека, снижая его функциональные возможности и работоспособность. Поэтому особое значение приобретают методы и средства оценки виброактивности и уменьшения уровня вибрации. Совокупность таких методов и средств принято называть виброзащитой.

8.2. Источники колебаний и объекты виброзащиты

При постановке задач виброзащиты в исследуемой механической системе обычно выделяют две подсистемы: *I* и *O* (рис. 8.1), соединенные между собой связями *C*. Подсистему *I*, в которой непосредственно происходят физические процессы, вызывающие колебания, называют источником колебаний. Подсистема *O* представляет ту часть механической системы, колебания в которой требуется уменьшить, ее называют объектом виброзащиты. Силы, возникающие в связях *C*,

соединяющих объект с источником колебаний, и вызывающие колебания объекта, называют силовыми (динамическими) воздействиями.

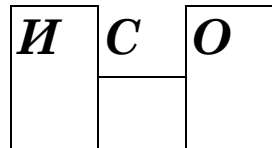


Рисунок 8.1 – Схема к задаче виброзащиты.

Рассмотрим некоторые характерные примеры:

- двигатель (турбина, генератор, двигатель внутреннего сгорания, любой роторный механизм), установленный на фундаменте, имеет неуравновешенный ротор. Здесь источником колебаний является ротор, а объектом виброзащиты – корпус двигателя, динамические воздействия представляют собой динамические реакции опор ротора. Задача виброзащиты – уменьшить колебания корпуса двигателя, вызванные неуравновешенностью ротора;
- при решении задачи о защите человека-оператора от вибрации, например при его работе на автомобиле или на тракторе, можно стремиться к уменьшению колебаний шасси со всеми установленными на нем агрегатами; или можно стремиться к уменьшению колебаний кабины водителя или только сиденья. В каждом случае

объект, источник и динамические воздействия будут определяться по-разному.

Иногда бывают заданы не динамические воздействия, а перемещения точек крепления связей к источнику. Такие воздействия называют *кинематическими*, и они характерны для кулачковых механизмов, зубчатых передач и транспортных машин при их движении по неровной дороге. Силовые и кинематические воздействия часто объединяются общим термином – *механические воздействия*.

Механические воздействия принято делить на три класса: линейные перегрузки; вибрационные воздействия; ударные воздействия.

Линейными перегрузками называют кинематические воздействия, возникающие при ускоренном движении источника колебаний. Особенно значительные линейные перегрузки возникают на транспортных машинах, в особенности на летательных аппаратах, при увеличении скорости, торможении, а также различных маневрах (виражи, разворот и т. д.). Основными характеристиками линейных перегрузок являются постоянное ускорение a_0 (рис. 8.2) и максимальная скорость изменения ускорения da/dt .

Вибрационные воздействия (кинематические и силовые) являются колебательными процессами. Силовые воздействия характеризуются функциями

времени составляющих сил $F(t)$ или моментов сил $M(t)$, действующих на объект. Кинематические воздействия характеризуются ускорениями $a(t)$ точек источника колебаний, связанных с объектом виброзащиты, их скоростями $v(t)$ и перемещениями $s(t)$.

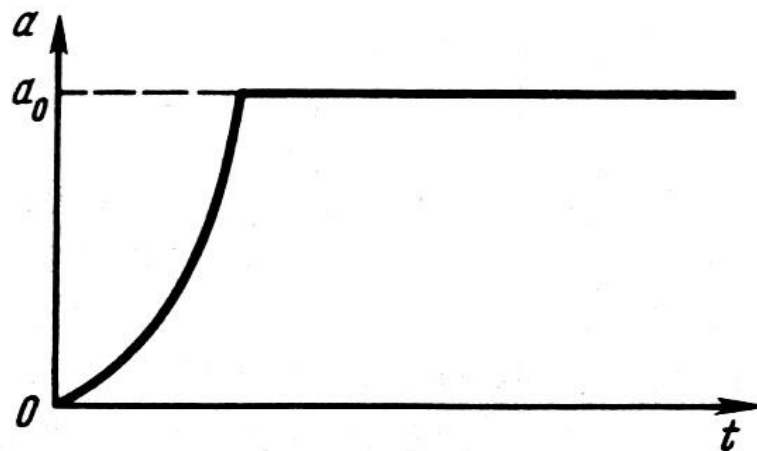


Рисунок 8.2 – Схема к понятию линейных перегрузок.

Вибрационные воздействия делятся на стационарные, нестационарные и случайные. Простейшим видом стационарного вибрационного воздействия является *гармоническое*. Гармоническими называют периодические процессы, которые могут быть описаны функцией времени:

$$x(t) = X_0 \sin \omega_0 t, \quad (8.1)$$

где: X_0 – амплитуда; ω_0 – частота; t – время.

Более сложные виды вибрационных воздействий могут быть представлены: *полигармоническими вибровоздействиями* (имеют дело на многих современных технических объектах, что вызвано существованием большого числа независимых источников вибрации и нерегулярностью некоторых физических процессов: например, процессы горения в реактивном двигателе, обтекание тел турбулентным потоком, взрывные и ударные процессы); *нестационарными* вибрационными воздействиями, возникающими под действием переходных процессов (например, силовое воздействие на корпус двигателя с неуравновешенным ротором, возникающее при разгоне); *высокочастотными* вибрационными воздействиями, передающимися объекту не только через элементы механических соединений его с источником, но и через окружающую среду (воздух, воду), такие воздействия, называемые акустическими, оказываются особенно интенсивными на современных реактивных летательных аппаратах; *случайными* вибрационными возбуждениями, которые не являются полностью предсказуемыми, подобно гармоническому или полигармоническому возбуждению (например, такие процессы, как аэродинамический шум струи газа, пульсация жидкости при ее движении в трубопроводе, вибрации платформы, на которой установлено несколько агрегатов, вибрации,

обусловленные шероховатостями пар трения, являются по своей природе стохастическими, то есть содержащими элемент случайности); ударными вибровоздействиями (кратковременные механические воздействия, в которых максимальные значения сил являются весьма большими, причем, функцию, выражающую зависимость силы, момента силы или ускорения при ударе от времени, называют формой удара).

8.3. Влияние вибраций на технические объекты и на человека

В данном вопросе рассмотрим влияние механических воздействий на различные технические объекты (машины, приборы, аппараты) и человека.

1. Действие линейных перегрузок эквивалентно статическому нагружению объекта. В некоторых случаях, действие линейной перегрузки может вызвать нарушение нормального функционирования системы (размыкание пружины электрических контактов, ложные срабатывания релейных устройств и т. п.).

2. Наиболее опасными для технических объектов оказываются вибрационные воздействия. Знакопеременные напряжения, вызванные вибрационными воздействиями, приводят к

накоплению повреждений в материале, что вызывает появление усталостных трещин и разрушение. Кроме усталостных напряжений в механических системах наблюдаются и другие явления, вызываемые вибрациями, например постепенное ослабление («разбалтывание») неподвижных соединений.

Если в механизме имеются подвижные соединения с зазорами (например, кинематические пары в механизмах), вибрационные воздействия могут вызвать соударения сопрягаемых поверхностей, приводящие к их разрушению и генерированию шума. В большинстве случаев разрушение объекта при вибрационных воздействиях связано с возникновением резонансных явлений. Поэтому при полигармонических воздействиях наибольшую опасность представляют те гармоники, которые могут вызвать резонанс объекта.

3. Ударные воздействия также могут явиться причиной разрушения объекта. Часто повреждения, вызываемые ударом, носят характер хрупких разрушений. Однако многократные удары могут приводить и к усталостным разрушениям, особенно в тех случаях, когда периодическое ударное воздействие оказывается способным вызвать резонансные колебания объекта.

4. Вибрационные и ударные воздействия, не вызывая разрушений объектов, могут приводить к

нарушению их нормального функционирования. Например, вибрации металлорежущих станков и другого технологического оборудования, вызванные действием различных источников, приводят к снижению точности и чистоты обработки, а также и к другим нарушениям технологических процессов.

Отказ – нарушение функционирования объекта, не связанное с разрушениями или с другими необратимыми изменениями.

Вибропрочность – способность объекта не разрушаться при механических воздействиях, а способность нормально функционировать под воздействием вибраций – *виброустойчивостью*.

Главная *цель виброзащиты* технических объектов – повышение их вибропрочности и виброустойчивости.

Вибрация, возникающая при работе машин различных типов и оборудования, оказывает вредное влияние на людей, находящихся вблизи источника вибрации или в непосредственном контакте с ним. Вибрация вызывает нарушения физиологического и функционального состояния человека-оператора. Стойкие физиологические изменения называют вибрационной болезнью. Функциональные нарушения могут выражаться в ухудшении зрения, изменении реакции вестибулярного аппарата (нарушение координации движений; возникновение

галлюцинаций, относящихся к ориентации тела в пространстве, и т. п.), а также к более быстрой утомляемости.

В первую очередь, вибрация оказывает вредное влияние на рабочих, использующих ручные механизированные инструменты, на персонал, обслуживающий вибрационные машины (виброплиты, вибротрамбовки, виброгрохоты, вибромолоты, виброштамповки свай, труб и т. п., виброконвейеры, виброкатки, виброуплотнители, вибросепараторы, средства вибрационной очистки и т. д.), а также многие строительные, дорожные и сельскохозяйственные машины (бульдозеры, грейдеры, скреперы, тракторы, комбайны и т. д.). Допустимые для человека динамические воздействия регламентируются санитарными нормами и правилами. Для снижения негативного действия вибрации на человека и технические объекты широко используют *виброизолятор* (амортизатор) – элемент виброзащитной системы, наиболее существенная часть которого – упругий элемент. В результате внутреннего трения в упругом элементе происходит демпфирование колебаний. Кроме того, в ряде конструкций амортизаторов применяют специальные демпфирующие устройства для рассеяния энергии колебаний.

8.4. Основные методы виброзащиты

Уменьшение интенсивности колебаний объекта может быть достигнуто следующими способами.

Снижение виброактивности источника. Возбуждение колебаний может быть обусловлено различными причинами. Удобно разделить возмущающие факторы на две группы. К первой группе относят явления, связанные с трением в кинематических парах. Снижение виброактивности факторов этой группы связано с изменением свойств материалов трущихся поверхностей и может быть достигнуто способами, специфическими для каждого частного случая, например применением специальных смазок.

Вторая группа возмущающих факторов связана с движущимися телами (вращение роторов, перемещение звеньев механизма). Снижение виброактивности источника в этом случае заключается в уменьшении динамических реакций с помощью уравновешивания движущихся масс.

Изменение конструкции объекта.

Можно указать два способа снижения колебаний, общих для всех механических систем. Первый способ

состоит в устранении резонансных явлений. Если объект обладает линейными свойствами, то задача сводится к соответствующему изменению его собственных частот. Для нелинейных объектов должны выполняться условия отсутствия резонансных явлений. Второй способ заключается в увеличении диссипации (рассредоточения) механической энергии в объекте. Этот способ виброзащиты, называемый демпфированием, будет рассмотрен ниже.

Динамическое гашение колебаний.

Динамический виброгаситель (кратко – гаситель) формирует дополнительные динамические воздействия, прикладываемые к объекту в точках присоединения гасителя. Динамическое гашение осуществляется при таком выборе параметров гасителя, при котором эти дополнительные воздействия частично уравнивают (компенсируют) динамические воздействия, возбуждаемые источником. В табл. даны основные виды динамических гасителей колебаний.

Виброизоляция.

Действие виброизоляции сводится к ослаблению связей между источником и объектом; при этом уменьшаются динамические воздействия, передаваемые объекту. Ослабление связей обычно сопровождается возникновением некоторых

нежелательных явлений: увеличением статических смещений объекта, увеличением амплитуд относительных колебаний при низкочастотных воздействиях и при ударах, увеличением габаритов системы. Поэтому применение виброизоляции как метода виброзащиты в большинстве случаев связано с нахождением компромиссного решения, удовлетворяющего всю совокупность требований.

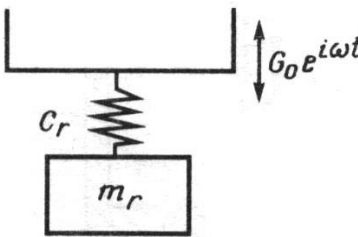
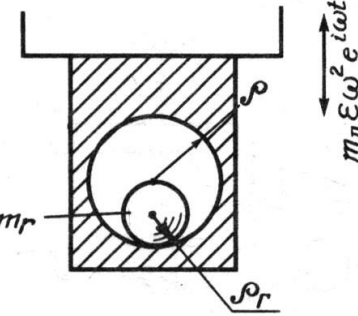
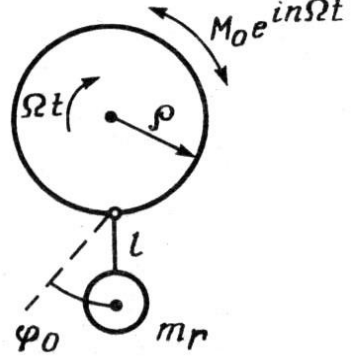
8.4.1. Виброзащитные устройства и их эффективность

Демпферы, динамические гасители и виброизоляторы образуют в совокупности виброзащитные устройства. Пассивными называют устройства, состоящие из инерционных, упругих и диссипативных элементов. Активные устройства могут, кроме перечисленных, содержать элементы немеханической природы и, как правило, обладают независимым источником энергии. Эффективность виброзащитных систем принято оценивать отношением значения какого-либо характерного параметра колебаний объекта с виброзащитным устройством, к значению того же параметра при отсутствии виброзащиты см. табл. 8.1. Это отношение

называют коэффициентом эффективности
вибрационной защиты.

Таблица 8.1

Динамические инерционные гасители колебаний

Тип гасителя	Принципиальная схема	Основные геометрические соотношения	Область применения
Пружинный		$\sqrt{\frac{c_r}{m_r}} = \varpi$	<p>Подавление продольных и крутильных гармонических колебаний фиксированной частоты</p>
Катковый		$m_r(\rho - \rho_r) = m_d \varepsilon$	<p>Подавление продольных колебаний, вызванных вращением неуравновешенной массы с m_d эксцентриситетом ε</p>
Маятниковый (крутильных колебаний)		$\frac{n^2 l}{\rho} = 1;$ $m_r = \frac{M_0}{\Omega^2(\rho + l)\rho\Psi_0 j}$ $\Psi_0 < 0,35 \dots 0,4$ <p>(j - число маятников)</p>	<p>Подавление крутильных гармонических колебаний вращающихся тел</p>

8.5. Динамическое гашение колебаний.

Метод динамического гашения колебаний состоит в присоединении к объекту виброзащиты дополнительных устройств с целью изменения его вибрационного состояния. Работа динамических гасителей основана на формировании силовых воздействий, передаваемых на объект. Этим динамическое гашение отличается от другого способа уменьшения вибрации, характеризуемого наложением на объект дополнительных кинематических связей, например закреплением отдельных его точек.

Изменение вибрационного состояния объекта при присоединении динамического гасителя может осуществляться как путем перераспределения колебательной энергии от объекта к гасителю, так и в направлении увеличения рассеяния энергии колебаний. Первое реализуется изменением настройки системы *объект – гаситель* по отношению к частотам действующих вибрационных возмущений путем коррекции упругоинерционных свойств системы. В этом случае присоединяемые к объекту устройства называют *инерционными динамическими гасителями*. Инерционные гасители применяют для подавления

моногармонических или узкополосных случайных колебаний.

При действии вибрационных нагрузок более широкого частотного диапазона предпочтительней оказывается второй способ, основанный на повышении диссипативных свойств системы путем присоединения к объекту дополнительных специальных демпфируемых элементов. Динамические гасители диссипативного типа получили название поглотителей колебаний. Если они одновременно корректируют упругоинерционные и диссипативные свойства системы, то их называют динамическими гасителями с трением.

Динамические гасители могут быть конструктивно реализованы на основе пассивных элементов (масс, пружин, демпферов) и активных, имеющих собственные источники энергии. В последнем случае речь идет о применении систем автоматического регулирования, использующих электрические, гидравлические и пневматические управляемые элементы.

Динамическое гашение применимо для всех видов колебаний: продольных, изгибных, крутильных и т. д.; при этом вид колебаний, осуществляемых присоединенным устройством, как правило, аналогичен виду подавляемых колебаний.

Пружинный одномассовый инерционный динамический гаситель

На рис. 8.3, представлен простейший случай, когда демпфируемый объект моделируется сосредоточенной массой m , прикрепленной к основанию линейной пружиной с жесткостью c .

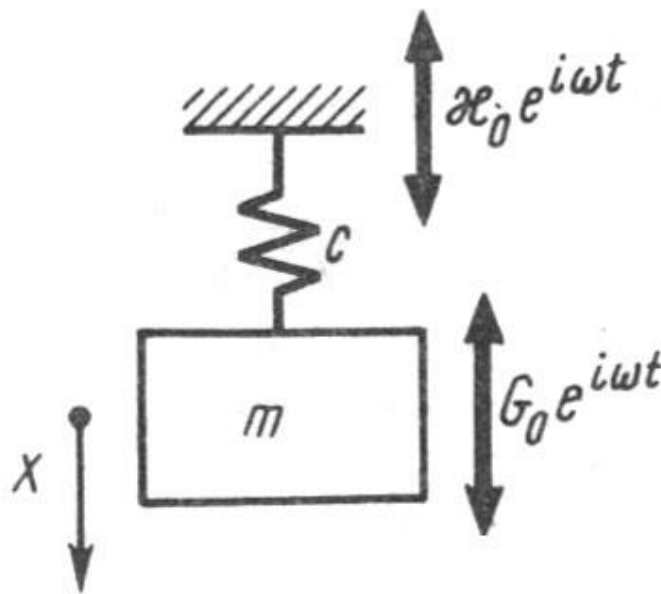


Рисунок 8.3 – Схема пружинного инерционного одномассового гасителя.

Колебания объекта возбуждаются либо периодической силой $G(t)=G_0 e^{i\omega t}$, действующей на объект, либо вибрациями основания по закону $x(t)=x_0 e^{i\omega t}$.

Под действием приложенного возмущения объект совершает одномерные колебания. Собственная частота демпфируемого объекта $\omega_0 = \sqrt{c/m}$. При $\omega \rightarrow \omega_0$

колебания объекта существенно возрастают. Для их уменьшения к нему присоединяется динамический гаситель 2 (рис. 8.4), имеющий сосредоточенную массу m_{Γ} пружину с жесткостью c_{Γ} и вязкий демпфер с коэффициентом трения b_{Γ} .

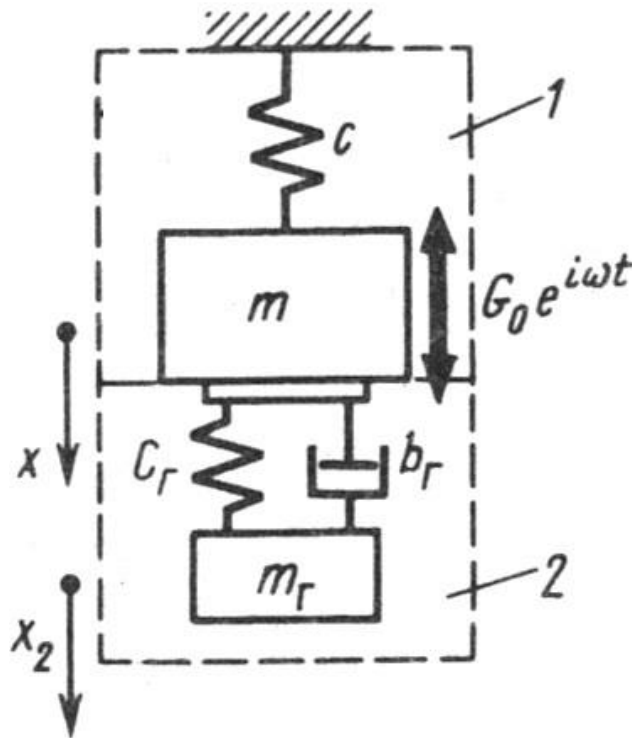


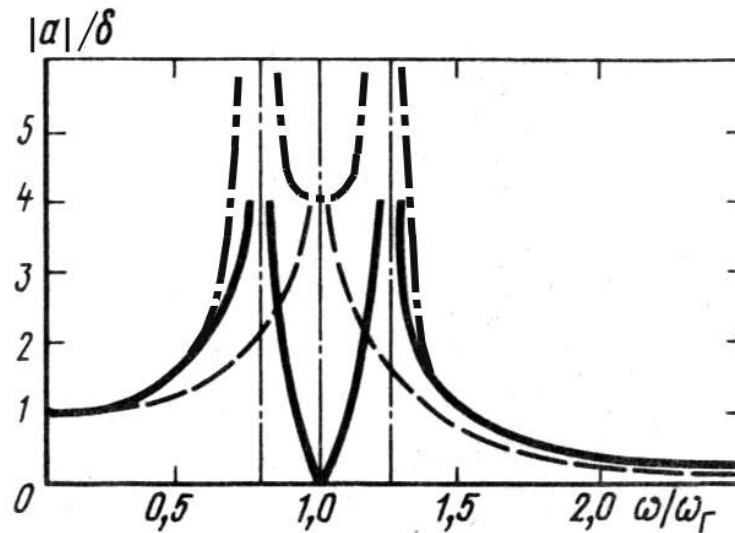
Рисунок 8.4 – Схема пружинного инерционного одномассового гасителя с сосредоточенной массой и демпфером.

Дифференциальные уравнения продольных колебаний системы с гасителем имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + b_{\Gamma}(\dot{x} - \dot{x}_{\Gamma}) + cx + c_{\Gamma}(x - x_{\Gamma}) &= G_0 e^{i\omega t} ; \\ m\ddot{x}_{\Gamma} + b_{\Gamma}(\dot{x}_{\Gamma} - \dot{x}) + c_{\Gamma}(x_{\Gamma} - x) &= 0 , \end{aligned} \quad (8.2)$$

где x, x_{Γ} – абсолютные координаты перемещений масс.

На (рис.8.5) приведены амплитудно-частотные характеристики рассматриваемой системы с гасителем, изображенной на (рис.8.4).



Амплитудно-частотная характеристика:

- - демпфируемого объекта*
- - демпфируемый объект с гасителем*
- · - · - · - только гасителя*

Рисунок 8.5 – Амплитудно-частотная характеристика объекта.

Для сравнения на (рис.8.5) штриховой линией нанесена амплитудно-частотная характеристика объекта, а штрихпунктирной – гасителя. При выбранной настройке присоединение гасителя образует такую результирующую систему с двумя

степенями свободы, у которой на частоту возбуждения приходится *антирезонанс*. При этом частота антирезонанса совпадает также с частотой резонанса исходной системы.

8.6. Применение вибрации, вибрационные машины, принцип их действия

Силы инерции не всегда являются вредными, с которыми надо бороться. В настоящее время имеется много машин, в которых для выполнения того или иного технологического процесса намеренно возбуждаются колебания. Машины, в которых технологический процесс выполняется на основе возбужденных колебаний, называют вибрационными машинами. Возбудителями колебаний в этих машинах могут быть механические и электромагнитные вибраторы, гидравлические и пневматические пульсаторы. Поскольку рабочему органу машины, взаимодействующему с обрабатываемой средой, необходимо придать колебательное движение с желаемой частотой колебаний и амплитудой.

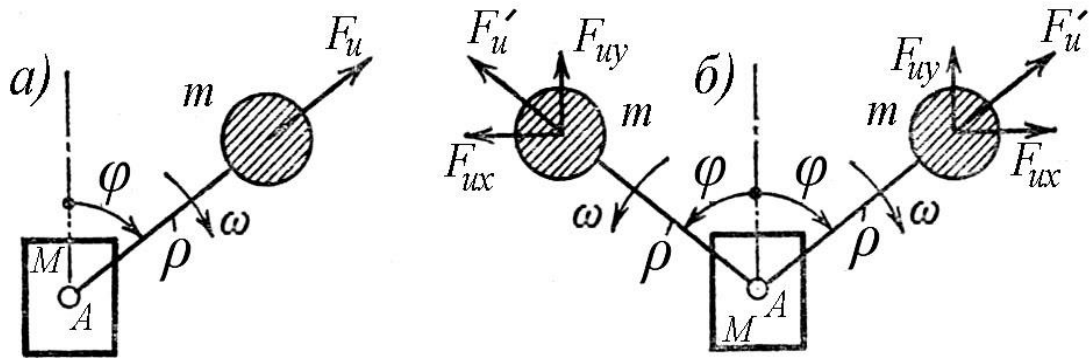
Вибрационные машины получили большое распространение в различных отраслях промышленности и в сельском хозяйстве. С помощью

вибраций дробят, измельчают, транспортируют кусковой и сыпучий материал, разделяют смеси, уплотняют бетон, погружают сваи и шпунт в грунт, просеивают различные продукты. В машиностроении используют специальные вибрационные сборочные стенды, позволяющие вытеснить ручной труд при сборке сложных узлов. Нельзя не сказать, что при диагностике узлов подвески автомобилей широко применяют специальные вибрационные диагностические комплексы. Очень широко используют вибрации и в быту (например, ударные дрели, перфораторы (для работ по камню и бетону), а также простые по конструкции вибрационные бритвы). Обрабатываемые среды под действием вибраций становятся более «податливыми», что способствует интенсификации технологического процесса.

Наиболее распространенным возбудителем колебаний является дебалансный возбудитель. Устройство простейшего дебалансного вибратора показано на рис. 8.6а. Неуравновешенная масса m вращается около оси A с угловой скоростью ω и развивает центробежную силу инерции F_u , равную:

$$F_u = m\rho\omega^2, \quad (8.3)$$

где ρ – расстояние центра массы m от оси A .



- а) схема простейшего дебалансного вибратора;
 б) схема дебалансного вибратора направленного действия.

Рисунок 8.6 – Схемы возбудителей колебаний механического типа.

Сила инерции дебаланса через опору A передается массе m , с которой обычно и связывается рабочий орган вибромашины, взаимодействующий с обрабатываемой средой. На (рис.8.6б) показан дебалансный вибратор направленного действия, в котором два дебаланса m вращаются с одинаковой скоростью в противоположных направлениях. Горизонтальные составляющие F_{ux} двух центробежных сил инерции F'_u взаимно уравновешиваются, а вертикальные F_{uy} – складываются, образуя суммарную силу инерции:

$$F_u = 2F_{uy} = 2m\omega^2 \rho \cos\varphi, \quad (8.4)$$

где: φ – угол, образуемый силой F'_u с вертикальной осью. Часто полагают, что дебалансы вращаются с

постоянной угловой скоростью ω , тогда $\varphi = \omega t$ и сила F_u является периодической функцией времени:

$$F_u = 2m\omega^2 \rho \cos \omega t, \quad (8.5)$$

т. е. в данном возбудителе колебаний возбуждающая сила по направлению всегда совпадает с осью углов, а по величине меняется по гармоническому закону.

Дебалансы обычно имеют между собой кинематическую связь, а иногда такой связи нет, но при определенных условиях оба дебаланса все равно вращаются с одинаковыми скоростями; в таких случаях говорят о самосинхронизации дебалансов. Форма движения массы m определяется характером ее подвески к неподвижной части машины, физико-механическими свойствами среды и механической характеристикой двигателя, приводящего во вращение дебаланс m .

Общим для всех вибромашин является следующее: Во-первых, вибрационная машина является колебательной системой, состоящей из возбудителя колебаний – вибратора и колеблющейся массы, т. е. рабочего органа и частей, жестко с ним скрепленных. Во-вторых, рабочий процесс в вибромашинах получается в результате суммарного эффекта большого количества отдельных циклов, следующих

один за другим. Хотя эффект за один цикл является незначительным, но высокая частота этих циклов делает эти машины высокоэффективными.

Динамическое исследование вибромашин состоит в составлении и решении уравнений движения. В уравнения движения входят: 1) возбуждающая сила вибратора, 2) восстанавливающие силы, зависящие от способа подвески рабочего органа, 3) силы взаимодействия вибрирующего органа со средой, 4) инерционные силы рабочего органа.

На (рис.8.7) изображена динамическая модель вибрационной машины. Дебалансный возбудитель направленного действия создает возбуждающую колебания силу F_u периодического действия, которая передается массе m , а с массой m связан исполнительный орган – сито для просеивания или разделения материалов, дека для вибротранспортирования материалов и т. д. Пружина с жесткостью c и демпфер с коэффициентом затухания b моделируют систему упругой подвески к неподвижному корпусу машины, взаимодействие с обрабатываемой средой.

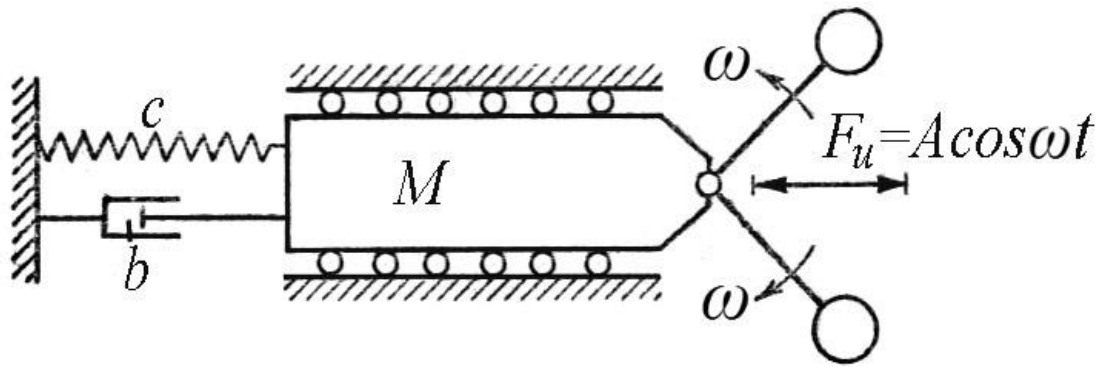


Рисунок 8.7 – Динамическая модель вибрационной машины с дебалансным вибратором направленного действия.

Возьмем простейшую, так называемую линейную колебательную систему, в которой возбуждающая сила меняется по гармоническому закону:

$$F_{и} = 2m\omega^2 \rho \cos \omega t = A \cos \omega , \quad (8.6)$$

где: A – амплитудное значение возбуждающей силы, $A=2m\omega^2\rho$.

Как показывает практика, свободные колебания в системе затухают довольно быстро и остаются лишь вынужденные колебания. Вибрационные машины основной технологический процесс выполняют в установившемся режиме, когда свободные колебания уже затухнут. Интенсивность технологического процесса определяется, главным образом, амплитудой колебаний (точнее, размахом колебаний) и частотой возбуждающей силы. Под размахом A колебаний понимают удвоенную амплитуду колебаний при гармонических и других симметричных колебаниях,

или разность между максимальными и минимальными отклонениями при несимметричных колебаниях.

В различных отраслях народного хозяйства (сельскохозяйственной, пищевой, добывающей) широко применяются транспортирующие машины вибрационного действия. На (рис.8.8) представлена кинематическая схема горизонтального вибрационного конвейера. Он предназначен для просеивания сыпучего кускового материала сквозь качающуюся решетку 5 (рис.8.8), имеющую просвет l . Через данный просвет просеиваются куски материала с размерами меньше l , тогда как более крупные перемещаются дальше, вдоль решетки и поступают на следующее устройство технологической цепочки. Основными элементами конструкции являются: кривошип 2 (рис.8.8), кинематически связанный с коромыслами 4 посредством шатуна 3. Вращение кривошипа 2 заставляет решетку 5 совершать горизонтальные колебания, за счет которых и происходит просеивание кускового материала.

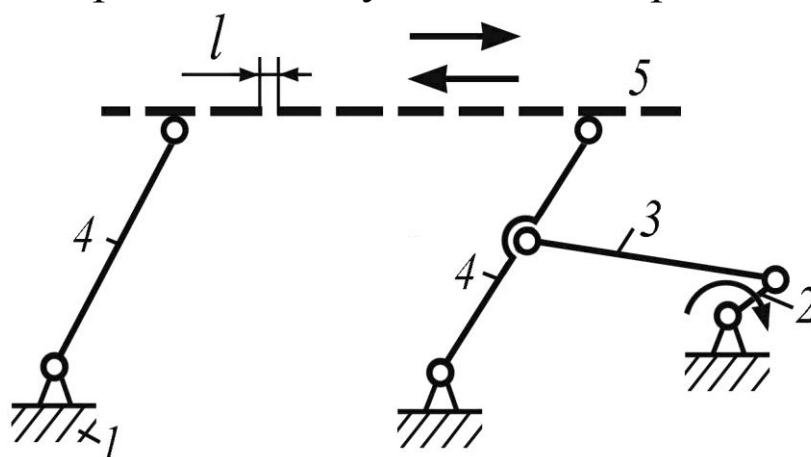


Рисунок 8.8 – Кинематическая схема горизонтального вибрационного конвейера.

На рис.8.9 приведена схема гидравлической виброзащитной системы кресла человека-оператора 1, содержащая упругий элемент 2, гидроцилиндр 3, силовой стабилизатор 4 в виде датчика пульсации давления рабочей жидкости и элемента типа сопло – заслонка, обратные связи 5, 6 по положению и по ускорению.

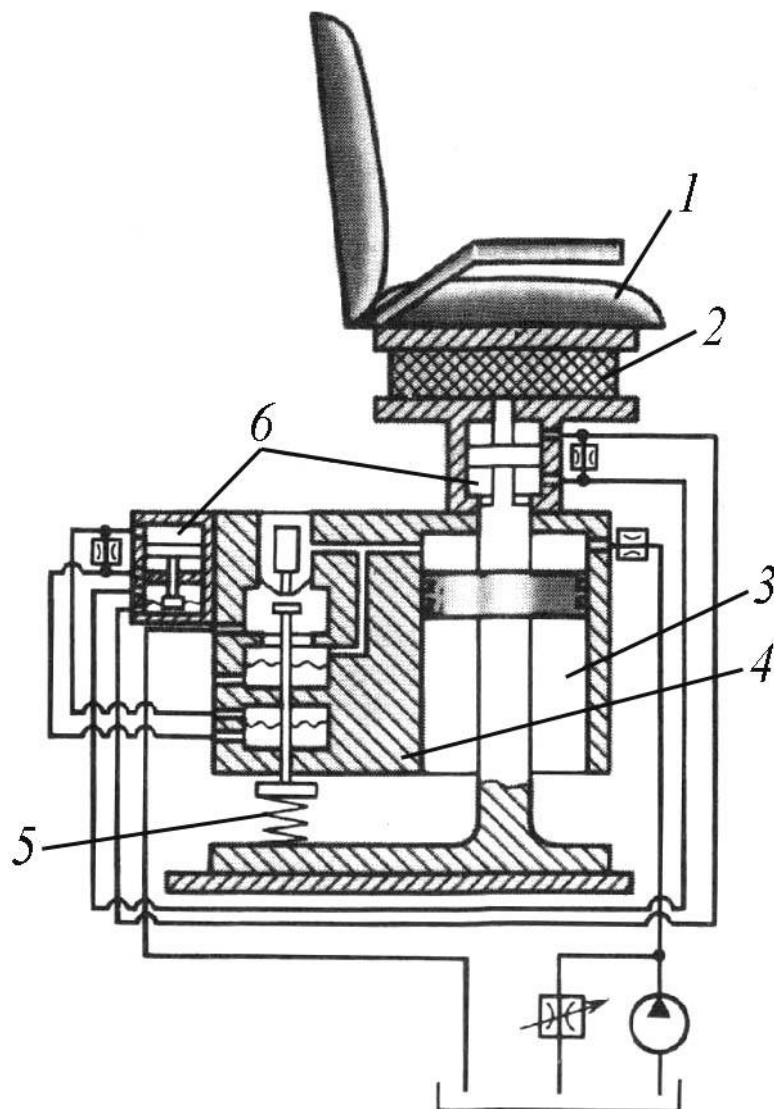


Рисунок 8.9 – Схема виброзащиты человека-оператора.

Обратная связь по положению обеспечивает стабилизацию кресла относительно фундамента.

Обратная связь по ускорению введена для предсказания возмущающего воздействия с опережением, необходимым для компенсации возмущения и повышения эффективности системы в резонансных зонах тела человека-оператора. Система позволяет свести до минимума вертикальные колебания кресла с оператором.

Вопросы для самоконтроля

1. Назовите основную задачу виброзащиты? 2. На какие три класса принято подразделять механические воздействия? 3. Что такое «линейные перегрузки»? 4. Дайте определение вибрационного воздействия? 5. Почему вибрационные воздействия наиболее опасны как для человека, так и для технических объектов? 6. Назовите основные методы виброзащиты? 7. Расскажите сущность метода динамического гашения колебаний? 8. Область применения вибрационных машин?

Лекция №9

Уравновешивание механизмов

План:

- 9.1. Неуравновешенность механизмов.
Статическое уравновешивание.
- 9.2. Неуравновешенность роторов.
- 9.3. Динамическая балансировка ротора при проектировании.
- 9.4. Статическая балансировка.
- 9.5. Динамическая балансировка.
- 9.6. Автоматическая балансировка.

В лекции 8 было показано, что при ускоренном движении звеньев механизма силовое воздействие машины на ее основание содержит динамические составляющие. При установившемся режиме динамические составляющие изменяются циклически. Это значит, что машина оказывает на свое основание периодические возмущения; вызывающие его вибрацию. Для устранения такого вредного воздействия или, по крайней мере, для его уменьшения надо путем специальных мероприятий свести к нулю эти составляющие или ограничить допустимым значением их амплитуду. Решение подобной задачи, относящейся к динамическому проектированию механизма машины, называется его

уравновешиванием и составляет содержание настоящей лекции. При этом особо будет рассмотрено динамическое воздействие вращающихся звеньев механизма (роторов) на их опоры и способы его устранения.

9.1. Неуравновешенность механизмов.

Статическое уравновешивание

Рассмотрим плоский механизм, начальное звено I которого вращается с *постоянной* угловой скоростью (рис.9.1а). При этом все остальные звенья будут двигаться с угловыми ускорениями, а центры масс S_1 S_2 S_3 будут иметь линейные ускорения. Определим по формулам (1) и (2) главные векторы и главные моменты с инерции всех звеньев.

$$\Phi_i = -m_i a_{si}, \quad (9.1)$$

$$M_{\Phi_i} = -J_{is} \varepsilon_i, \quad (9.2)$$

Пусть конструкция звеньев механизма такова, что они симметричны относительно плоскости чертежа, это свойственно механизмам очень многих машин. Тогда главные векторы и главные моменты (результатирующие пары) сил инерции всех звеньев будут располагаться в этой плоскости.

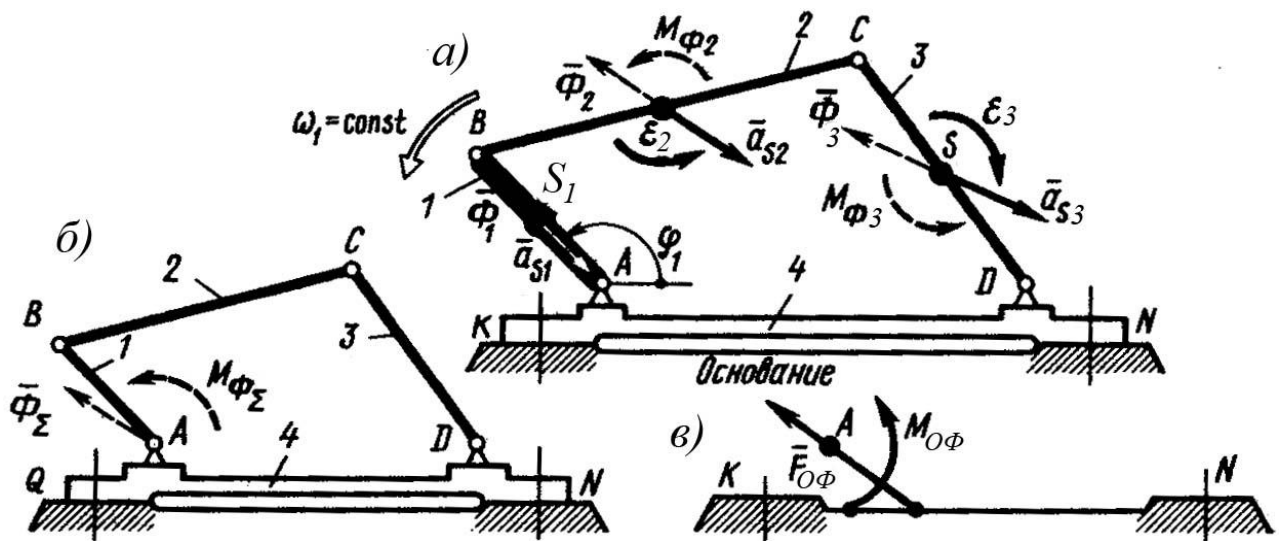


Рисунок 9.1 – Силовой анализ плоского механизма.

Приведем всю систему сил инерции к центру A (рис.9.1б) в результате чего вся эта система сведется к общему главному вектору:

$$\vec{\Phi}_{\Sigma} = \sum_1^n \vec{\Phi}_1. \quad (9.3)$$

И к общему главному моменту:

$$M_{\Phi\Sigma} = \sum_2^n M_{\Phi I} + \sum_2^n M_A(\vec{\Phi}_I), \quad (9.4)$$

где: n – число подвижных звеньев механизма ($n=3$ на рис. 9.1а).

Если общий главный вектор сил инерции механизма $\vec{\Phi}_{\Sigma} \neq 0$, т. е. $\vec{F}_{O\Phi} \neq 0$, то такой механизм называют *статически неуравновешенным*. Если же $M_{\Phi\Sigma} \neq 0$, но $\vec{\Phi}_{\Sigma} = 0$, т. е. $M_{O\Phi} \neq 0$, но $\vec{F}_{O\Phi} = 0$, то говорят о *моментной неуравновешенности* механизма

(примеч. статическая неуравновешенность, равно как и моментная, представляет собой явление в полном смысле динамическое).

Нередко при проектировании механизма проводят специальные мероприятия, ставящие своей целью достижения следующего условия:

$$\vec{\Phi}_{\Sigma} = 0 \quad (9.5)$$

Что представляет собой *статическое* уравновешивание механизма. Отметим, что при этом совсем не ставится задача достичь одновременно выполнения условия $M_{\Phi\Sigma} = 0$. Следовательно, статически уравновешенный механизм никакого динамического воздействия на свое основание *в виде силы не оказывает* ($\vec{F}_{o\Phi} = \vec{\Phi}_{\Sigma} = 0$). Вместе с тем, такой механизм продолжает оказывать динамическое воздействие в виде момента $M_{o\Phi} = M_{\Phi\Sigma} \neq 0$.

Пусть дано тело N массой m , совершающее плоское или вращательное движение (рис.9.2а). *Сосредоточим* массу тела, распределенную по всему его объему, в точках A и B (рис.9.2б). Значения сосредоточенных масс m_A и m_B определим из уравнений:

$$m_A + m_B = m; \quad (9.6)$$

$$m_A l_{AS} = m_B l_{BS} . \quad (9.7)$$

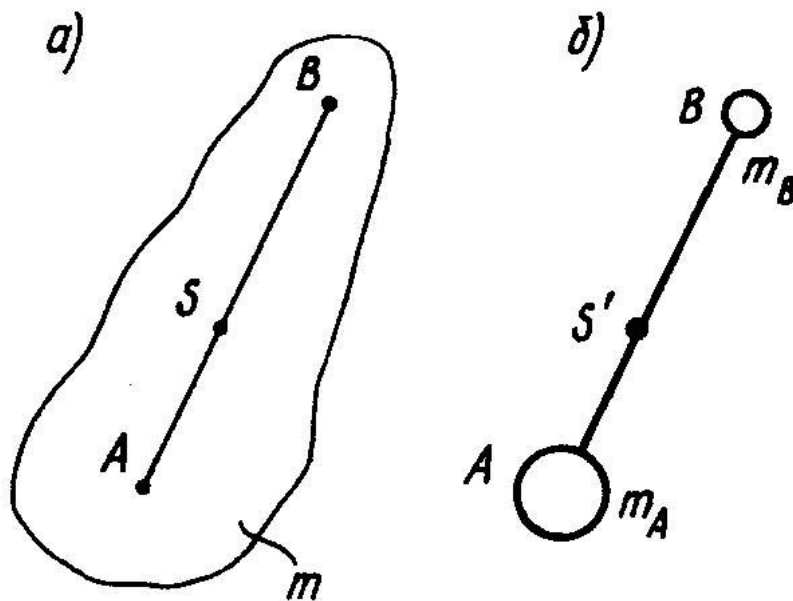


Рисунок 9.2 – Расчетная схема к определению местоположения заменяющей массы.

Уравнение (9.6) означает, что масса заменяющей системы (m_A, m_B) равна массе заданного тела; второе – что центр масс S' системы (m_A, m_B) располагается в том же месте, что и центр масс S заданного тела. Отсюда следует, что главный вектор сил инерции заменяющей системы (m_A, m_B) равен главному вектору сил инерции заданного тела. Однако главный момент сил инерции системы масс (m_A, m_B) не равен главному моменту сил инерции заданного тела. Поскольку при статическом уравнивании учитываются только главные векторы сил инерции звеньев (см. уравнение (9.5)) и не принимаются во внимание главные моменты сил инерции, то применительно именно к статическому уравниванию замена каждого звена

двумя сосредоточенными массами является вполне корректной.

Выполним полное статическое уравнивание шарнирного четырехзвенника (рис.9.3а), для которого заданы длины подвижных звеньев l_1, l_2, l_3 , их массы m_1, m_2, m_3 и положения центров масс S_1, S_2, S_3 . При работе механизма центр масс S системы подвижных звеньев 1, 2, 3 движется с ускорением a_s , а это означает, что заданный механизм (рис. 9.3а) статически неуравновешен.

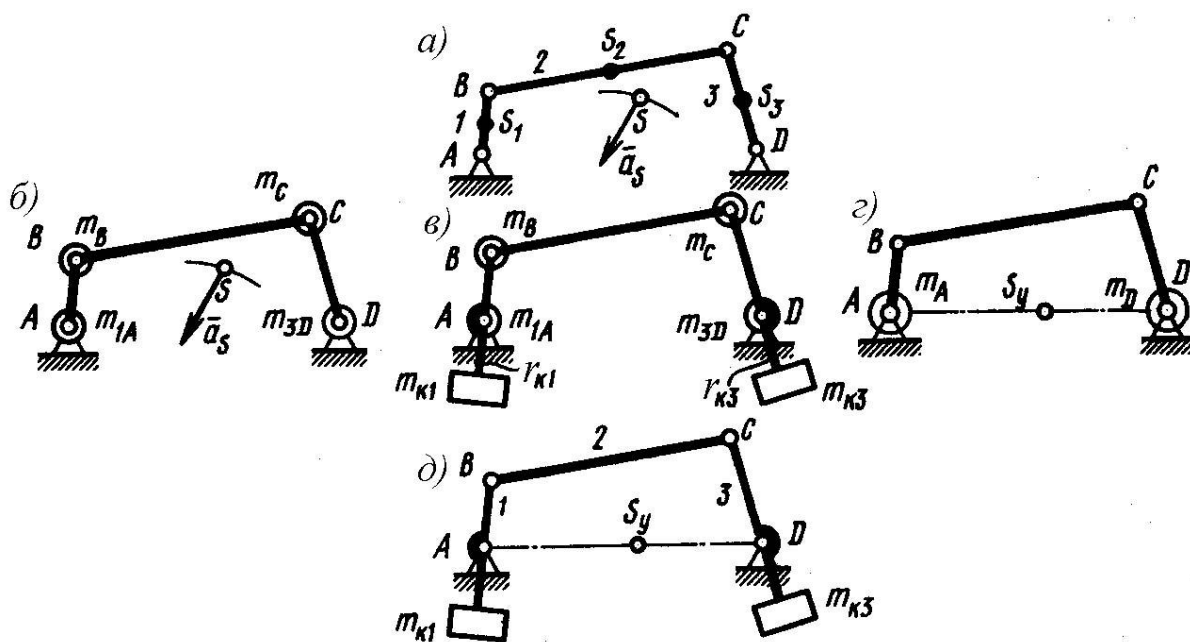


Рисунок 9.3 – Схемы уравнивания плоского механизма.

Заменим каждое подвижное звено двумя сосредоточенными массами, используя уравнения (9.6) и (9.7):

$$m_{1A} = \frac{m_1 l_{BS1}}{l_1}; m_{1B} = \frac{m_1 l_{AS1}}{l_1}; m_{2B} = \frac{m_2 l_{CS2}}{l_2}; \quad (9.8)$$

$$m_{2C} = \frac{m_2 l_{BS2}}{l_2}; m_{3C} = \frac{m_3 l_{DS3}}{l_3}; m_{3D} = \frac{m_3 l_{CS3}}{l_3}.$$

Объединим массы, размещенные в точках B и C : $m_B = m_{1B} + m_{2B}$, $m_C = m_{2C} + m_{3C}$. Таким образом, система подвижных звеньев заданного механизма окажется замененной четырьмя массами, сосредоточенными в точках A , B , C , D (рис. 9.3б), на котором показаны ставшие «безынертными» звенья механизма). Центр масс S системы (m_{1A} , m_B , m_C , m_{3D}) находится в том же месте, что и центр масс системы подвижных звеньев 1 , 2 , 3 заданного механизма, т. е. центр масс S по-прежнему движется с ускорением a_S .

Разместим на звеньях 1 и 3 противовесы (корректирующие массы) m_{k1} и m_{k3} (рис. 9.3в) с таким расчетом, чтобы центры масс систем (m_3 , m_{k1}) и (m_C , m_{k3}) оказались в неподвижных точках A и D . Для этого должны выполняться соотношения:

$$m_{k1} l_{k1} = m_B l_1; m_{k3} l_{k3} = m_C l_3. \quad (9.9)$$

Объединим массы, размещенные на звеньях 1 и 3: $m_A = m_{1A} + m_B + m_{x1}$, $m_D = m_{3D} + m_C + m_{x3}$ (рис.9.3в...г). Таким образом, после размещений противовесов заданный механизм может быть заменен системой двух неподвижных масс: m_A и m_D . Поэтому центр масс S , этой системы, а следовательно, и центр масс заданного механизма, но дополненного противовесами m_{k1} и m_{k3} тоже станет неподвижным (рис.9.3г...д). А это означает, что статическое уравновешивание заданного механизма достигнуто. Массы m_{k1} и m_{k3} противовесов надо определить из уравнений (9.9), задавшись размерами r_{k1} и r_{k3} .

Таким образом, метод заменяющих масс состоит в следующем: подвижное звено механизма надо заменить двумя сосредоточенными массами; затем, вводя противовесы (корректирующие массы) и объединяя их с заменяющими массами, добиться того, чтобы объединенные массы оказались в конечном счете размещенными в *неподвижных* точках механизма.

9.2. Неуравновешенность роторов

Ротором в теории балансировки (уравновешивания) называют любое вращающееся тело. Поэтому ротором является якорь

электродвигателя, коленчатый вал компрессора, шпиндель токарного станка, балансир часов и т. п.

Из теоретической механики известно, что давление вращающегося тела на его опоры в общем случае складывается из двух составляющих: *статической*, вызванной действием заданных сил (силы тяжести тела и др.) и *динамической*, обусловленной ускоренным движением материальных частиц, из которых состоит вращающееся тело (т. е. ротор). Если динамическая составляющая не равна нулю, то ротор в этом случае называют *неуравновешенным*.

При равномерном вращении ротора вокруг оси z (рис.9.4) проекции динамической составляющей определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} X_A + X_B &= \Phi_X ; Y_A + Y_B = \Phi_Y ; \\ -X_A a + X_B b &= M_{\Phi_y} ; Y_A a - Y_B b = M_{\Phi_x}. \end{aligned} \quad (9.10)$$

Как видно, неуравновешенность численно оценивается посредством проекций главного вектора Φ и главного момента M_Φ центробежных сил инерции ротора. Эти проекции подсчитываются по таким формулам:

$$\begin{aligned} \Phi_x &= \omega^2 t x_s ; \Phi_y = \omega^2 t y_s ; \\ M_{\Phi_x} &= -\omega^2 J_{yz} ; M_{\Phi_y} = \omega^2 J_{xx}, \end{aligned} \quad (9.11)$$

где: t – масса ротора; J_n и J_{xx} , – центробежные моменты инерции ротора относительно системы координат $Oxyz$ (рис. 9.4). Плоскость Oxy проходит

через центр масс S ротора, а вся система координат $Oxyz$ вращается вместе с ротором. Отметим, что в рассматриваемой динамической задаче главный момент сил инерции ротора M_ϕ есть величина векторная.

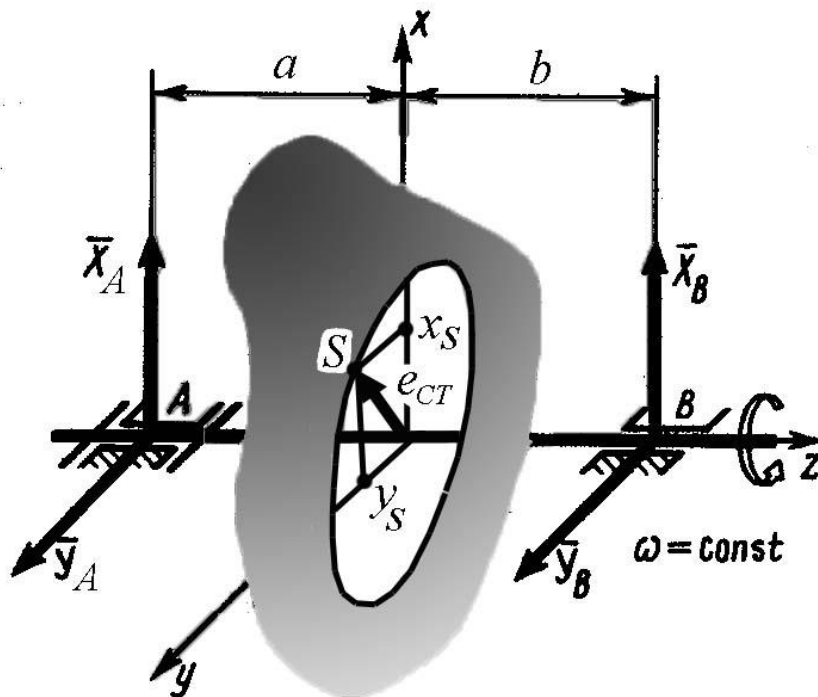


Рисунок 9.4 – Схема неуравновешенности ротора.

Как следует из уравнений (9.11), неуравновешенность ротора возрастает пропорционально квадрату его угловой скорости. Поэтому если быстроходные роторы (рабочие колеса турбин, шлифовальные круги, магнитные барабаны ЭВМ и многие другие) неуравновешенны, то они оказывают на свои опоры динамические давления, вызывающие вибрацию стойки (станины) и ее основания. Устранение этого вредного воздействия

называют *балансировкой* (уравновешиванием) ротора. Решение данной задачи относится к динамическому проектированию машин.

Модуль главного вектора центробежных сил инерции ротора, согласно уравнениям (9.11), составит $\Phi = \omega^2 m \sqrt{x_s^2 + y_s^2}$. В векторном виде запишем:

$$\Phi = \omega^2 m e_{CT}, \quad (9.12)$$

где: $e_{CT} = l_{os}$ – радиус-вектор центра масс S ротора, координирующий его эксцентричное положение (рис.9.4) и именуемый *эксцентриситетом* массы ротора. Обозначим:

$$D_{CT} = m e_{CT}. \quad (9.13)$$

Вектор D_{CT} называют *главным вектором дисбалансов ротора*. Очевидно, что $\Phi = \omega^2 D_{CT}$.

Модуль главного момента центробежных сил инерции ротора, согласно уравнениям (9.11), составит:

$$M_\Phi = \omega^2 \sqrt{J_{yz}^2 + J_{xz}^2} = \omega^2 M_D, \quad (9.14)$$

где:

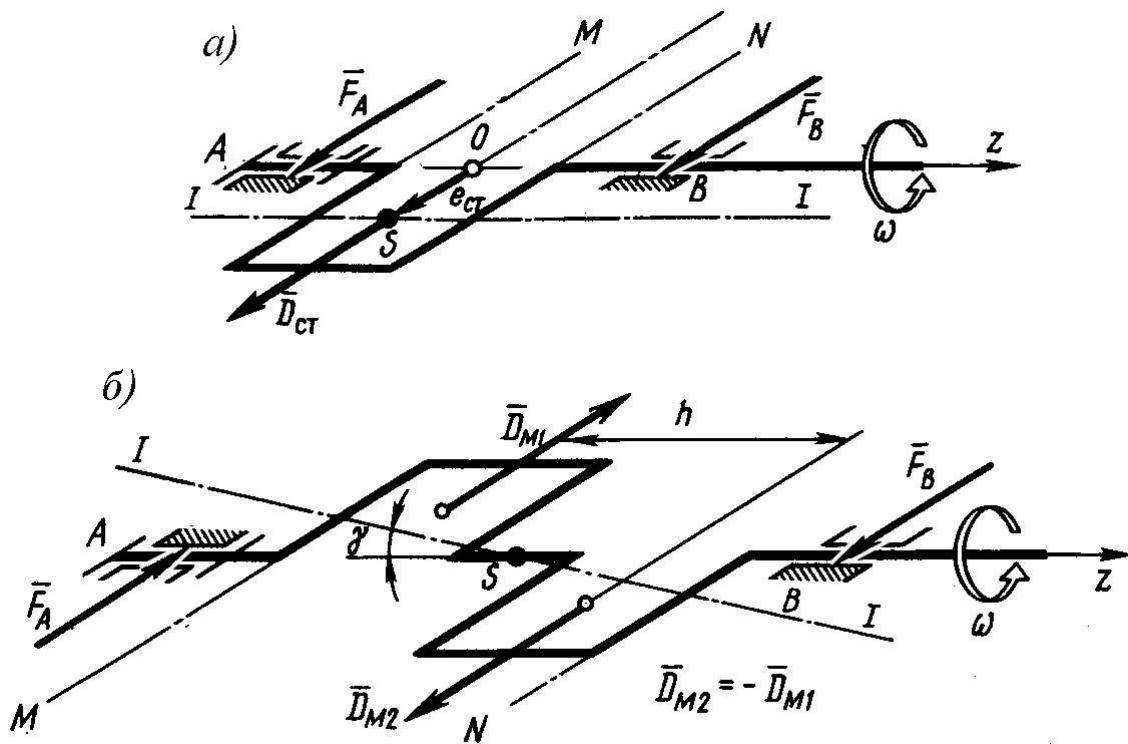
$$M_D = \sqrt{J_{yz}^2 + J_{xz}^2}. \quad (9.15)$$

Величина M_D называется *главным моментом дисбалансов ротора* и имеет векторный смысл, т. е. $M_\Phi = \omega^2 M_D$. В дальнейшем неуравновешенность ротора количественно будем характеризовать не через Φ и M_Φ , а через пропорциональные им: главный вектор D_{CT} и главный момент M_D дисбалансов ротора.

Виды неуравновешенности ротора

Статическая неуравновешенность свойственна такому ротору, центр масс S которого не находится на оси вращения, но главная центральная ось инерции (ось $I-I$) которого параллельна оси вращения (рис.9.5а). В этом случае $e_{cm} \neq 0$, $J_{xz} = J_{yz} = 0$. Согласно уравнениям (9.13) и (9.15), статическая неуравновешенность выражается только главным вектором D_{CT} дисбалансов, в то время как главный момент дисбалансов $M_D = 0$. Вектор D_{CT} направлен радиально и вращается вместе с ротором. Примером может служить одноколенчатый вал. Опоры A и B нагружены силами F_A и F_B векторы которых вращаются вместе с валом.

Статическая неуравновешенность может быть устранена, если к ротору прикрепить добавочную массу m_k , называемую *корректирующей*. Ее надо разместить с таким расчетом, чтобы $D_k = m_k e_k = -D_{CT}$. Это значит, что центр корректирующей массы должен находиться на линии действия OS вектора D_{CT} , а вектор e_k должен быть направлен в сторону, противоположную вектору e_{CT} .



а) статическая неуравновешенность; б) динамическая неуравновешенность.

Рисунок 9.5 – Виды неуравновешенности.

Однако статическую балансировку не всегда удастся выполнить одной корректирующей массой. Так, конструкция одноколенчатого вала (рис.9.5а) вынуждает применить две массы, расположенные в плоскостях коррекции M и N , так как пространство между этими двумя плоскостями должно быть полностью свободно для движения шатуна. В этом случае вектор D_k будет выражать суммарное воздействие обеих корректирующих масс. Следовательно, число и расположение плоскостей

коррекции выбирают сообразно конструкции и назначению ротора.

Моментная неуравновешенность имеет место в том случае, когда центр масс S ротора находится на оси вращения, а главная центральная ось инерции $I-I$ ротора наклонена к оси вращения ротора под углом γ (рис.9.5б). В этом случае $e_{CT}=0$, $J_{xz}\neq 0$, $J_{yz}\neq 0$. Следовательно, $D_{CT}=0$, так что моментная неуравновешенность выражается только лишь главным моментом M_D дисбалансов, т. е. парой дисбалансов (D_{M1} , D_{M2}) которая вращается вместе с ротором. Примером может служить двухколенчатый вал, для которого $M_D=D_{m1}h$. Опоры A и B нагружены парой сил (F_A , F_B) векторы которых вращаются вместе с валом.

Так как пара уравнивается только парой, то устранить моментную неуравновешенность можно в том случае, если применить не менее чем две корректирующие массы. Их расположение в плоскостях коррекции и их величины должны быть такими, чтобы дисбалансы корректирующих масс составили именно пару. Момент M_{Dk} этой пары должен быть равен $-M_D$.

Динамическая неуравновешенность является совокупностью двух предыдущих, т. е. $e_{CT}\neq 0$, $J_{xz}\neq 0$, $J_{yz}\neq 0$. Следовательно, динамическая

неуравновешенность выражается через D_{CT} и M_D . Из теоретической механики известно, что такая система нагружения эквивалентна двум скрещивающимся векторам. Поэтому динамическая неуравновешенность может быть выражена также и другим образом, а именно двумя скрещивающимися векторами дисбалансов D_1 и D_2 , которые расположены в двух плоскостях, перпендикулярных оси вращения, и вращаются вместе с ротором («крест дисбалансов»). Примером динамически неуравновешенного ротора может служить двухколенчатый вал с эксцентрично закрепленным на нем круглым диском (рис.9.6). Опоры A и B нагружены скрещивающимися силами F_A и F_B , векторы которых вращаются вместе с валом. Динамическую неуравновешенность можно устранить двумя корректирующими массами, расположенными в плоскостях коррекции, перпендикулярных оси вращения.

Из сказанного следует, что ликвидация всякой неуравновешенности – и статической, и моментной, и динамической – имеет своим результатом то, что главная центральная ось инерции ротора *совмещается* с его осью вращения, или аналитически $D_{CT}=0$, $M_D=0$. В этом случае ротор называют полностью сбалансированным.

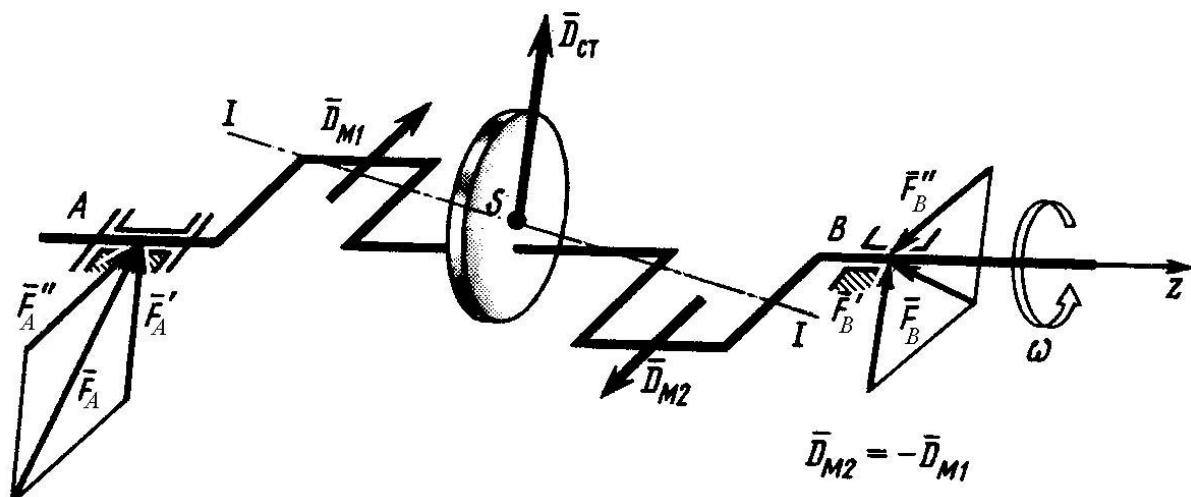


Рисунок 9.6 – Расчетная схема для определения динамической неуравновешенности.

Отметим важное свойство такого ротора: если ротор полностью сбалансирован для некоторого значения угловой скорости ω , то он сохранит свою полную сбалансированность при *любой* другой угловой скорости, как *постоянной*, так и *переменной*.

9.3. Динамическая балансировка ротора при проектировании

Если эксплуатация машины или прибора требует применения полностью сбалансированного ротора, а конструкция его такова, что ротор неуравновешен (например, рис. 9.5б), то балансировку такого ротора надо начать уже при проектировании.

Пусть ротор представляет собой совокупность нескольких деталей 1, 2, 3 (рис.9.7а), вращающихся, как единое целое. Массы m_i и координаты a_i , e_i , и φ_i , центров масс S_i всех этих деталей известны. Располагая этими сведениями, следует подсчитать дисбалансы неуравновешенных масс по формуле $D_i = m_i e_i$.

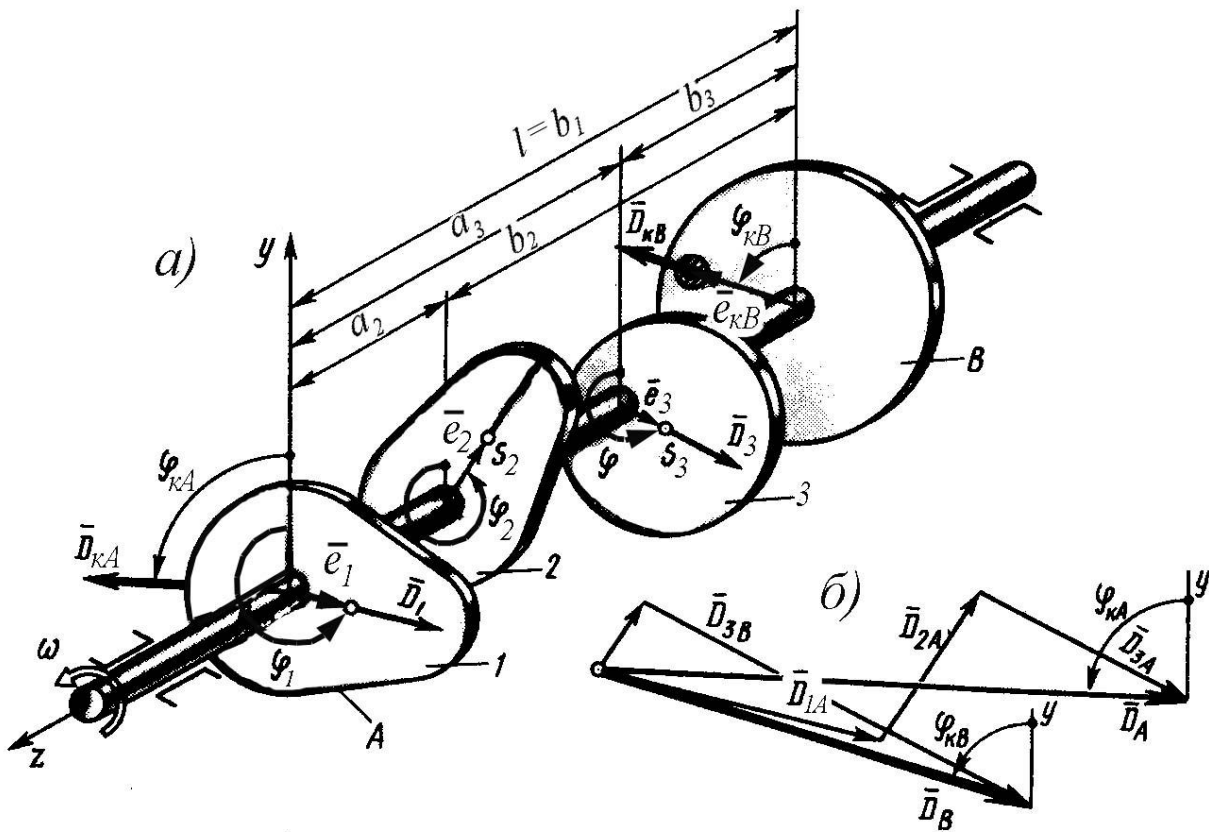


Рисунок 9.7 – Расчетная схема балансировки ротора сложной формы.

Выполняя балансировку ротора, можно было бы каждой неуравновешенной массе противопоставить

свою корректирующую массу. Однако такое решение не является целесообразным, так как в системе ротора почти всегда происходит частичное взаимное уравновешивание дисбалансов. Поэтому следует применить другой метод.

Назначим две плоскости приведения A и B , перпендикулярные оси вращения z . На рис. 9.7а плоскостью A выбрана та, в которой движется центр масс S_I а плоскость B удалена от нее на расстояние l . Приведем к плоскостям A и B дисбалансы D_1, D_2, D_3 . А всех неуравновешенных масс, т. е. заменим каждый вектор дисбаланса двумя, параллельными ему и расположенными в плоскостях приведения A и B . Для этого используем формулы $D_{iA} = D_i b_i / l$ $D_{iB} = D_i a_i / l$, т. е. применительно к рис. 9.7а:

$$D_{1A} = D_1 b_1 / l = D_1; D_{2A} = D_2 b_2 / l; D_{3A} = D_3 b_3 / l;$$

$$D_{1B} = D_1 a_1 / l = 0; D_{2B} = D_2 a_2 / l; D_{3B} = D_3 a_3 / l. \quad (9.16)$$

В результате приведения пространственная система дисбалансов D_1, D_2, D_3 получилась замененной двумя плоскими системами. Сложим дисбалансы, расположенные в каждой из плоскостей (рис.9.7б):

$$D_A = \sum D_{iA} = D_{1A} + D_{2A} + D_{3A};$$

$$D_B = \sum D_{iB} = D_{2B} + D_{3B}. \quad (9.17)$$

Таким образом, неуравновешенность заданного ротора можно представить двумя скрещивающимися векторами дисбалансов D_S и D_B (на рис. 9.7а не

показаны), расположенными в плоскостях приведения A и B . Поэтому заданный ротор, как и всякий другой, можно сбалансировать также двумя корректирующими массами. Если позволяет конструкция, разместим эти массы в плоскостях приведения A и B . Тогда они будут одновременно и плоскостями коррекции.

Устранение неуравновешенности ротора состоит в том, что корректирующие массы m_{kA} и m_{kB} должны быть размещены в плоскостях коррекции A и B в местах, определяемых координатами φ_{kA} , e_{kA} и φ_{kB} , e_{kB} . Отметим, что вместо корректирующих масс (противовесов) можно применить так называемые «антипротивовесы». Это значит, что на линии действия вектора D_{kB} размещается не корректирующая масса, а диаметрально противоположно ей из ротора удаляется соответствующее количество материала (удаляется, как говорят, «тяжелое место» ротора).

Полностью сбалансированный при проектировании ротор после изготовления обладает, тем не менее, некоторой неуравновешенностью, вызванной неоднородностью материала и отклонениями фактических размеров ротора от их номинальных значений. Такая неуравновешенность устраняется в процессе изготовления на специальных

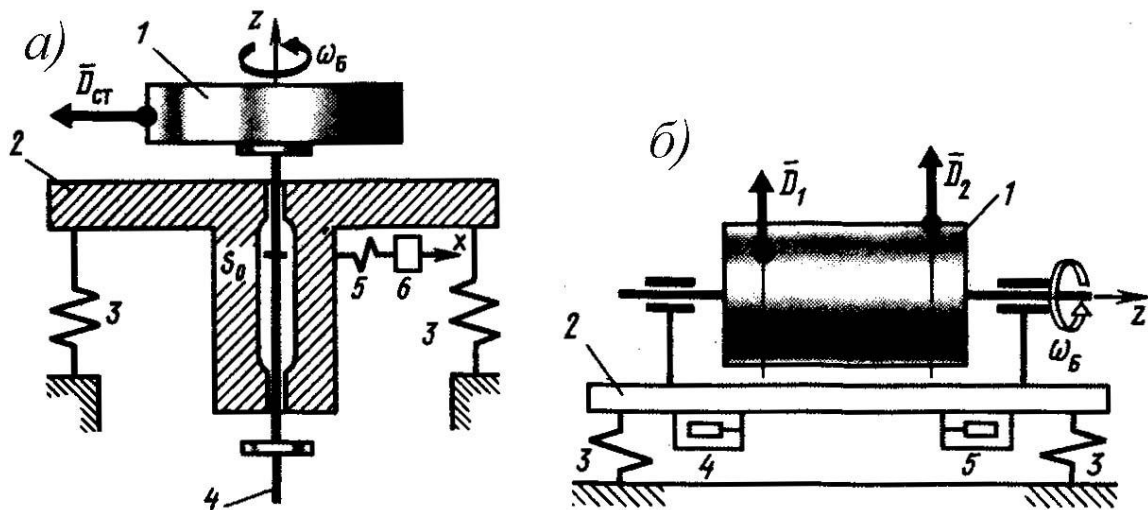
балансируемых станках. Балансировка может быть как автоматической, так и неавтоматической. Сначала рассмотрим статическую и динамическую балансировки, выполняемые в неавтоматическом режиме.

9.4. Статическая балансировка

Ранее было показано, что для роторов с малыми размерами вдоль оси вращения (шкивы, маховики, диски и т. п.) допустимо ограничиться статической балансировкой. При этом определяется только главный вектор дисбалансов $D_{ст}$.

Если требуется невысокая точность балансировки, то она выполняется в статическом режиме.

Более точным и перспективным в отношении автоматизации процесса балансировки является способ определения статической неуравновешенности *в процессе вращения ротора*, т. е. в динамическом режиме. Одним из примеров оборудования, работающего по этому принципу, служит балансирующий станок, изображенный на рис. 9.8а.



- а) статической неуравновешенности;
 б) динамической неуравновешенности.

Рисунок 9.8 – Станки для устранения определенного вида неуравновешенности.

Неуравновешенный ротор 1 (рис. 9.8а), закрепленный на шпинделе 4 , вращается с постоянной скоростью $\omega_б$ в подшипниках, вмонтированных в плите 2 . Эта плита опирается на станину посредством упругих элементов 3 . С плитой 2 с помощью мягкой пружины 5 связана масса 6 сейсмического датчика. Собственная частота колебаний массы датчика должна быть значительно ниже частоты вращения ротора. Массе 6 дана свобода прямолинейного перемещения вдоль оси x , проходящей через центр масс S_0 плиты.

При вращении шпинделя вместе с ротором ось z под влиянием неуравновешенности ротора описывает коническую поверхность, а плита совершает колебательное пространственное движение.

Составляющая этого движения, направленная вдоль оси x , воспринимается массой b . Вынужденные колебания массы относительно плиты 2 преобразуются датчиком в ЭДС, направляемую в электронное счетно-решающее устройство (на рис. 9.8а не показано), являющееся неотъемлемой частью балансировочного станка. Это устройство выдает сведения об искомой неуравновешенности в виде модуля и угловой координаты главного вектора D_{CT} дисбалансов ротора.

После определения D_{CT} оператор устраняет неуравновешенность обычно способом удаления материала (удаления «тяжелого места»).

9.5. Динамическая балансировка

Роторы, размеры которых вдоль оси вращения значительны, требуют динамической балансировки, так как главный момент дисбалансов M_D таких роторов будет существенным. Поэтому неуравновешенность будет выражаться не только главным вектором дисбалансов D_{CT} но и главным моментом дисбалансов M_D , или двумя скрещивающимися векторами дисбалансов D_1 и D_2 , т. е. будет динамической. Такую неуравновешенность можно условно представить в виде

неуравновешенности двух точечных масс, дисбалансы которых соответственно равны D_1 и D_2 .

Ось вращения ротора в станках, предназначенных для динамической балансировки, может быть или неподвижной, или может двигаться относительно станины. В зависимости от числа возможных движений оси вращения (числа ее степеней свободы) балансировочные станки целесообразно разделить на три группы. К первой группе относятся станки, когда ось вращения балансируемого ротора совершает пространственное движение; ко второй – когда ось вращения колеблется относительно другой, неподвижной оси; к третьей – когда ось вращения неподвижна.

Пример станка первой группы, когда ось вращения ротора совершает во время балансировки пространственное движение, показан на рис. 9.8б. Неуравновешенный ротор 1 (рис. 9.8б) вращается с постоянной угловой скоростью (ω_0 в подшипниках, смонтированных на плите 2. Она опирается на станину посредством четырех пружин 3. С плитой 2 связаны два сейсмических датчика: 4 и 5.

При вращении ротора под влиянием его неуравновешенности ось z и плита 2 совершают пространственное движение, которое воспринимается датчиками 4 и 5. Датчики преобразуют вынужденные

механические колебания плиты в ЭДС, направляемые в электронное счетно-решающее устройство (на рис. 9.8а не показано), которое является составной частью балансирующего станка. Электросхема этого устройства смонтирована таким образом, что измеритель дисбаланса D_1 настраивается на исключение в своих показаниях влияния дисбаланса D_2 и дает, таким образом, сведения только о дисбалансе D_1 . Точно так же благодаря специальной настройке измеритель дисбаланса D_2 дает сведения только об этом дисбалансе. Следовательно, оба искомого дисбаланса одновременно определяются электронным устройством, чем обеспечивается *высокая производительность* станка. После определения D_1 и D_2 оператор балансирует ротор в плоскостях коррекции, обычно способом удаления материала

9.6. Автоматическая балансировка

Станок для динамической балансировки называют автоматическим, если обе фазы балансировки – как измерение неуравновешенности, так и ее устранение – осуществляются без участия оператора. Возможны два

метода автоматической балансировки: дискретный метод, когда обе фазы выполняются последовательно, причем вторая фаза – на неподвижном роторе и непрерывный метод, когда обе фазы совмещены во времени и ротор во всем процессе балансировки не останавливается.

Устранять неуравновешенность можно двумя способами: добавлением или удалением корректирующих масс m_{k1} и m_{k2} в плоскостях коррекции. Автоматические балансировочные станки, работающие с добавлением корректирующих масс, необходимы для уравнивания тонкостенных роторов.

Наиболее распространен способ удаления материала, осуществляемый путем сверления отверстий или фрезерования пазов на роторе, а также другими средствами. Станки, использующие этот способ, описаны ниже. Ось вращения ротора на этих станках неподвижна, и поэтому они относятся к третьей группе.

Автоматический станок для дискретной балансировки обычно состоит из двух агрегатов: измеряющего I и устраняющего $У$ неуравновешенность (рис. 9.9), – связанных между собой электронным устройством ЭУ.

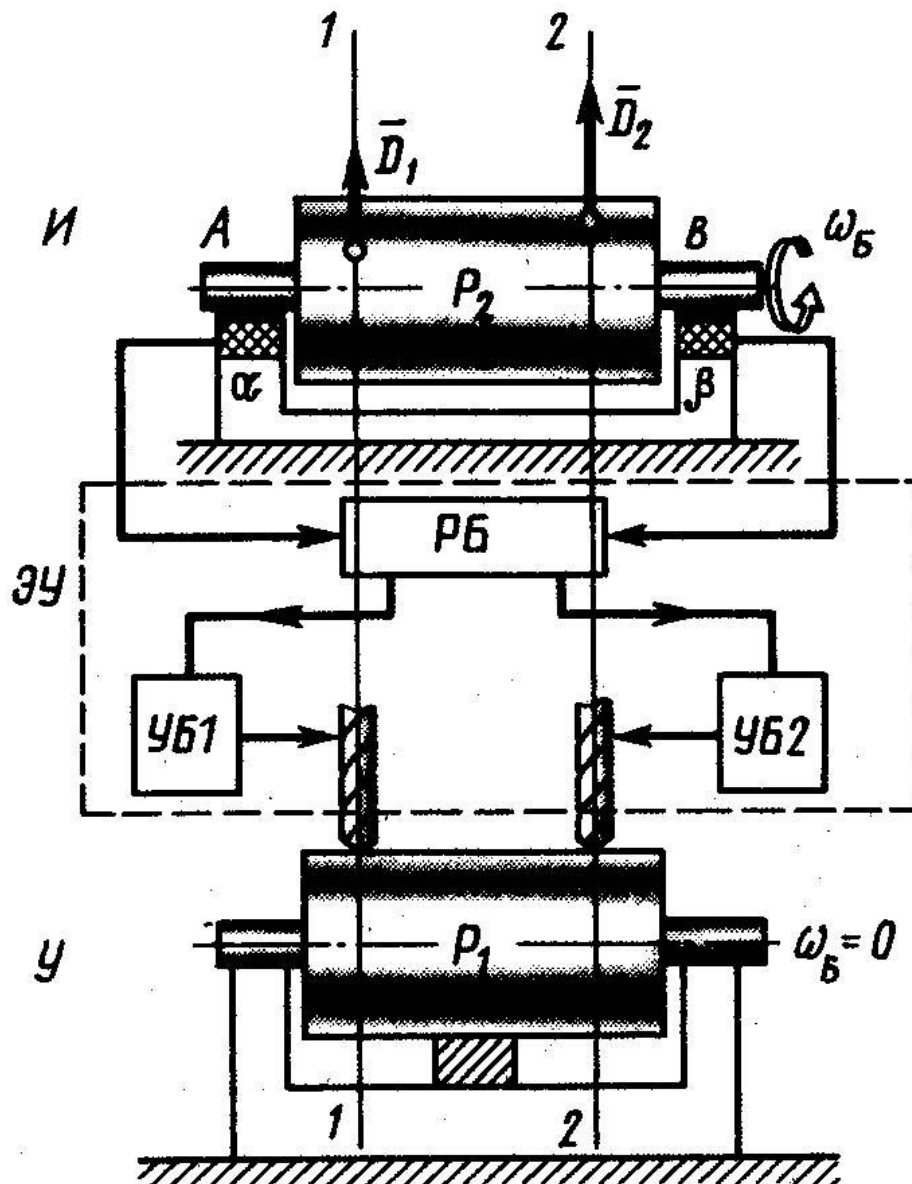


Рисунок 9.9 – Автоматический балансировочный станок без обратной связи.

Сведения о неуравновешенности ротора P_2 подаются в ЭУ от датчиков α и β неподвижных чувствительных опор A и B . В решающем блоке $PБ$ эти сведения преобразуются в сигналы, эквивалентные дисбалансам D_1 и D_2 в плоскостях коррекции 1–1 и 2–2. Сигналы направляются в блоки $УБ1$ и $УБ2$ которые управляют инструментами, устраняющими

дисбалансы в плоскостях коррекции. Но поступившие сигналы пока сохраняются в памяти, так как в это время происходит устранение дисбалансов предыдущего ротора P_1 путем удаления материала. При этом никакой *обратной связи* между балансируемым ротором P_1 и ЭУ *не существует*. По завершении балансировки ротор P_1 снимается с агрегата $У$, а на его место автоматически переносится ротор P_2 , для балансировки которого из памяти $УБ1$ и $УБ2$ вызываются очередные импульсы, управляющие инструментами, которые устраняют дисбалансы ротора P_2 . В это время в измеряющий агрегат $И$ на место ротора P_2 автоматически подается следующий ротор P_3 и процесс повторяется.

Основным требованием метода непрерывной балансировки является наличие *ненарушаемой обратной связи* между балансируемым ротором и электронным устройством. Одним из примеров такой балансировки является электрохимическая балансировка, действующая по принципу анодного растворения, а поэтому пригодная только для металлических роторов и к тому же нечувствительных к воздействию электролита на составные части ротора. Схема такого автоматического станка показана на рис. 9.10.

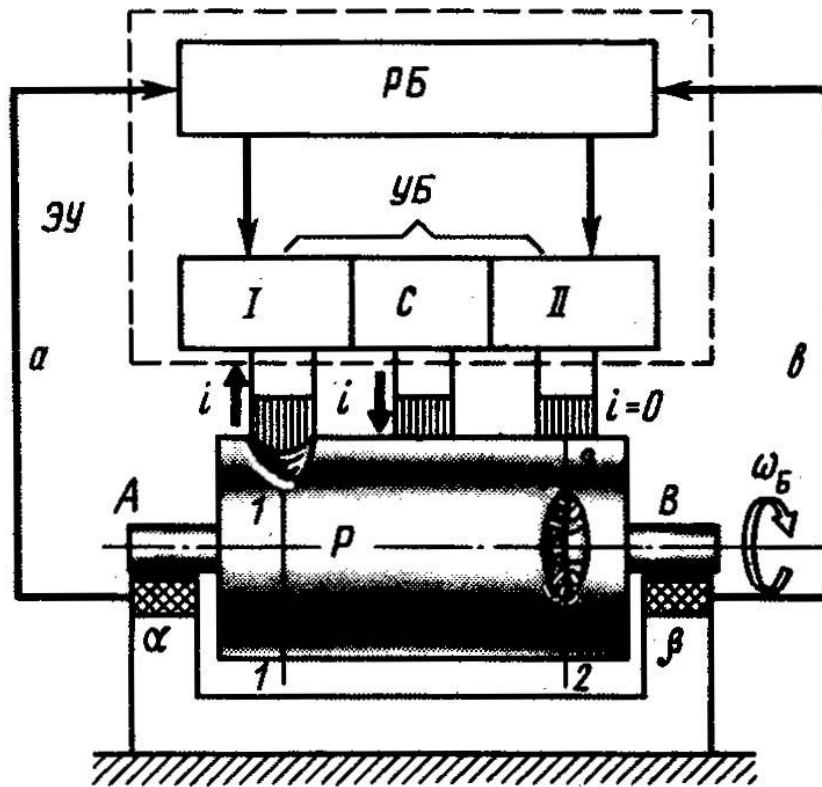


Рисунок 9.10 – Автоматический балансировочный станок с обратной связью

Блок *УБ*, который управляет удалением материала ротора, представляет коллектор с тремя электрически изолированными друг от друга соплами, через которые на ротор непрерывно подается электролит. Струя из центрального сопла *С* является общим токоподводящим электродом; струи из сопел *I* и *II*, расположенных в плоскостях коррекции *1–1* и *2–2*, выполняют роль токопринимающих электродов. Кратковременные включения тока *A* происходят в те моменты времени, когда «тяжелые места» ротора проходят под соплами *I* и *II*. Команды на включение этих импульсов формируются в решающем блоке *РБ*

под действием сигналов, поступающих от специальных датчиков α и β и зависящих от величин реакций неподвижных чувствительных опор A и B . Короткие импульсы уходящего с ротора тока i вызывают в нужных местах на его поверхности (в плоскостях коррекции 1–1 и 2–2) растворение металла (рис. 9.10). Таким образом, ротор в процессе балансировки непрерывно подает по каналам a и b обратной связи в ЭУ сведения о своей неуравновешенности, которая постепенно устраняется.

Для удаления корректирующих масс из тела ротора, изготовленного из любого материала, применяется балансировка с использованием *лазера*. Этот способ стал возможным в связи с появлением и разработкой мощных оптических квантовых генераторов. Для повышения производительности применен лазер непрерывного действия и разработана оптическая система, обеспечивающая синхронное следование луча лазера за «тяжелой точкой» ротора в плоскости коррекции. Практически это осуществлено, например, в автоматическом лазерном балансировочном станке ЛБС-3, принципиальная схема которого приведена на рис. 9.11.

Балансируемый ротор P опирается на неподвижные чувствительные опоры A и B и приводится во вращение двигателем D . От него же

подается механический сигнал и в блок УБ, приводящий в синхронное с ротором вращение полый шпindel с оптической призмой П.

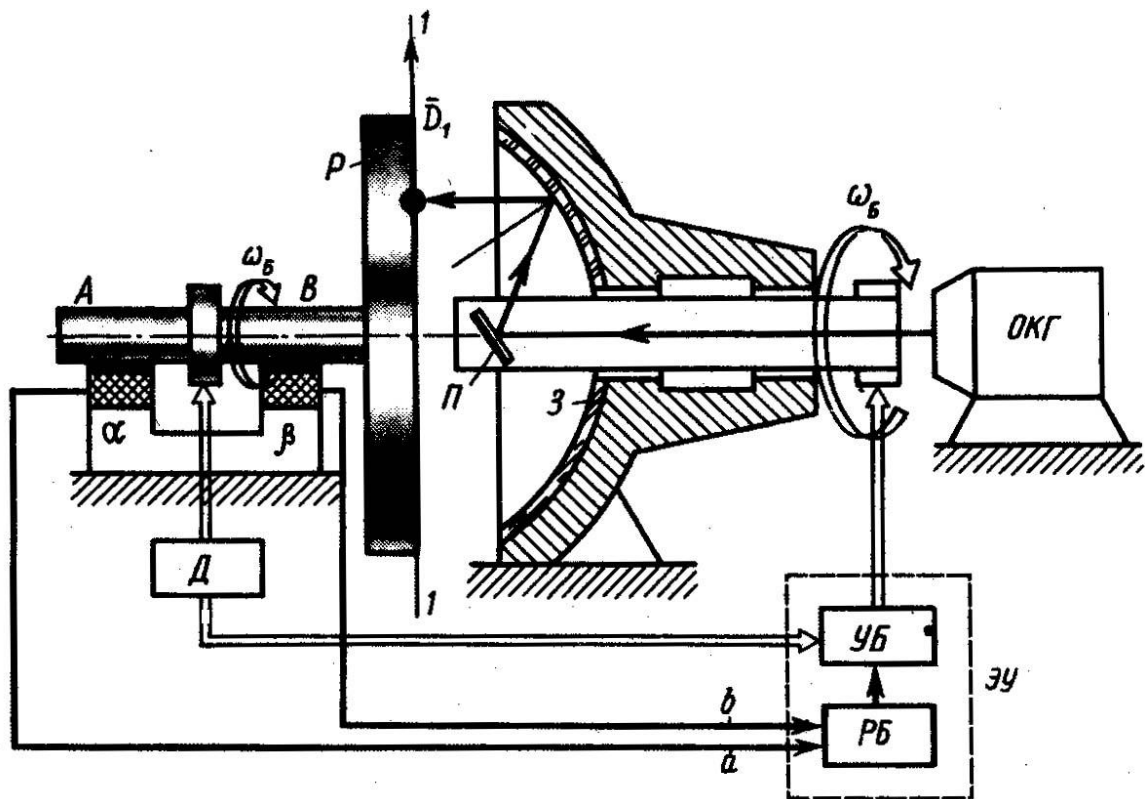


Рисунок 9.11 – Автоматический балансировочный станок с лазерной коррекцией дисбаланса.

Сигналы опорных датчиков α и β перерабатываются в решающем блоке РБ в фазирующий импульс, также посылаемый в управляющий блок УБ, который обеспечивает требуемое фазовое положение призмы П относительно ротора Р. Луч из оптического квантового генератора ОКГ проходит через полый шпindel и, отражаясь от

вращающейся призмы Π и неподвижного сферического зеркала $З$, фокусируется в «тяжелом месте» ротора, находящемся в плоскости коррекции $l-l$. Из этого места во время всего процесса балансировки луч удаляет неуравновешенный материал ротора, постепенно уменьшая тем самым дисбаланс D_1 . Одновременно автоматически уменьшается энергия луча лазера.

Балансировочные автоматические устройства применяют не только в балансировочных станках, но также и в роторных машинных установках, когда в процессе их эксплуатации происходит по тем или иным причинам нарушение сбалансированности ротора. Например, на вал ротора такой установки жестко закрепляют автоматический компенсатор в виде обоймы со свободно расположенными внутри нее корректирующими массами (шары, кольца и др.). Эти массы при вращении ротора (со сверхкритической скоростью) самоустанавливаются относительно обоймы, устойчиво обеспечивая уравновешенное состояние ротора.

Вопросы для самоконтроля

1. Расскажите в каком случае принято говорить о статической уравновешенности/неуравновешенности механизма? 2. Перечислите основные этапы, необходимые для полного статического уравновешивания шарнирного

четырехзвенника? 3. Укажите различия при статической и динамической балансировке? 4. Перечислите виды неуравновешенности ротора? 5. Раскройте сущность метода «динамическая балансировка ротора при проектировании»? 6. Расскажите о преимуществах и недостатках станков для автоматической балансировке роторов?

Библиографический список

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М.: Учебник- М.: Высшая. школа 2000.-456с.

2. Фролов К.В. Теория механизмов и механика машин: Учеб. для втузов/К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др. - М.: Высшая. школа., 2004.-286с.

3. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин. Учебное пособие- Новосибирск: Инфра-М, 2007.

4. Мамаев А.Н., Балабина Т.А. Теория механизмов и машин/ Учебник для вузов – М.: Экзамен, 2008. – 256 с.

5. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин учебное пособие под ред. П.В.Сенина и Н.И.Наумкина. Саранск: Мордовский университет, 2005. -186с.

6. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование: Учебное пособие- М.: Высшая. школа., 2004. -156с.

7. Семенов В.А. Теория механизмов и машин (методические рекомендации по изучению дисциплины и задания для курсового проекта. М.: 2001.-120с.

8. Бойко А.И., Борычев С.Н., Успенский И.А. Лабораторный практикум по теории механизмов и машин// метод. пособие – Рязань: ФГОУ ВПО Рязанский ГАТУ, 2009. – 100 с.

9. Попов С.А., Тимофеев Г.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин. М.: Высшая. школа., 1998.-120с.

10. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. М.: 1973.

11. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. М.: Наука. 1990.-286с.

12. Юдин В.А., Петрокас Л.В. Теория механизмов и машин. М.: 1977.-256с.

КУРС ЛЕКЦИЙ
ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН
для студентов 2-го курса
учебное пособие

Бумага офсетная. Гарнитура Times. Печать лазерная.

Усл. печ. л., 13,1 Тираж 100 экз. Заказ № 76

подписано в печать 22.09..2019г.

Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«Рязанский государственный агротехнологический

университет имени П.А. Костычева

390044 г. Рязань, ул. Костычева, 1

