

**Физический факультет**  
**5440100 - направление обучение Физика**  
**Кафедра Физика твердого тела**

Теоретическое исследование квантовых свойств  
приповерхностных слоев в системе металл-диэлектрик-  
полупроводник

**Выпускная квалификационная работа**

Выполнил: Ахатов Fariddun Nizomiddinovich

Научный руководитель: prof. Eshpulatov B.E.

Самарканд – 2018

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	3
<b>ГЛАВА I. ТЕОРИЯ МЕЖЗОННОГО ПОГЛОЩЕНИЯ СВЕТА ПРИПОВЕРХНОСТНЫМ СЛОЕМ ПОЛУПРОВОДНИКА</b> .....	6
§ 1.1 Межзонные плотности тока и заряда .....	6
§ 1.2 Определение коэффициента поглощения .....	10
§ 1.3 Частотная зависимость поглощения .....	13
<b>ГЛАВА II. КРАЙ СОБСТВЕННОГО ПОГЛОЩЕНИЯ ПРИПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ</b> .....	21
§ 2.1 Волновая функция экситона .....	21
§ 2.2 Экситонное поглощение света .....	24
<b>ГЛАВА III. РАССЕЯНИЕ СВЕТА В ПРИПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ В МДП СИСТЕМЕ</b> .....	28
§ 3.1 Постановка задачи и основные соотношения .....	28
§ 3.2 Дифференциальное сечение рассеяния .....	31
<b>ГЛАВА IV. ЦИКЛОТРОН-ФОНОННЫЙ РЕЗОНАНС В ИНВЕРСИОННОМ СЛОЕ</b> .....	37
§ 4.1 Общее выражение для поглощения света .....	38
§ 4.2 Циклотрон-фононный резонанс .....	40
§ 4.3 Расщепление циклотрон-фононных линий .....	42
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b> .....	46
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ</b> .....	47

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы:** Теоретические и экспериментальные исследования низкоразмерных структур позволяют решить общую проблему управления оптическими фундаментальными параметрами в кристаллических структурах и приборах: шириной запрещенной зоны, эффективными массами носителей и их подвижностями, энергетическими спектрами электронов и дырок, экситонов, показателем преломления и коэффициентом поглощения света и т.д. [1-7].

Развитие физики и технологии полупроводниковых низкоразмерных структур привело к удивительным изменениям в нашей повседневной жизни. Электроника на низкоразмерных структурах широко используется во многих областях человеческой деятельности. Едва ли можно представить нашу жизнь без телекоммуникационных систем, основанных на лазерах с двойной гетероструктурой (ДГС), без низкоразмерных светодиодов и биполярных транзисторов, без малощумящих транзисторов с высокой подвижностью электронов для высокочастотных применений, включая, например, системы спутникового телевидения. ДГС-лазеры присутствуют сейчас практически в каждом доме проигрывателях для лазерных дисков. Солнечные элементы на низкоразмерных структурах широко используются как в космосе, так и на земле.

Оптические методы на протяжении последних десятилетий широко используются при исследовании электронных свойств систем пониженной размерности [5-8]. Это связано главным образом с тем, что после взаимодействия с такой системой электромагнитная волна содержит информацию о структуре электронной и решеточной подсистем и о механизмах взаимодействия этих подсистем между собой, в частности об электронном и экситонном спектре, времени жизни возбужденных состояний и механизмах рассеяния. Следовательно, исследования оптических свойства структур пониженной размерности является одной из *актуальных* современных проблем.

**Цель выпускной квалификационной работы** состоит в развитии последовательной теории квантовых свойств приповерхностных слоев полупроводника в системе металл-диэлектрик-полупроводник (МДП).

**Задачи исследования:**

- 1) Теория межзонного поглощения света приповерхностным слоем полупроводника;
- 2) Край собственного поглощения приповерхностного слоя;
- 3) Рассеяние света в приповерхностном слое в МДП системе;
- 4) Размерно-фононный резонанс в приповерхностных слоях;
- 5) Циклотрон-фононный резонанс в инверсионном слое;

**Объектом исследования** является приповерхностный (инверсионный) слой полупроводника в структуре металл-диэлектрик-полупроводник.

**Методы исследования.** В качестве основных методов исследования квантовых свойств приповерхностных слоев полупроводника в структуре МДП был выбран межзонное магнитооптическое, собственное, размер-фононое и циклотрон-фононное поглощение света и рассеяние света.

**Научная новизна исследования** заключается в следующем:

1. Развита теория межзонного магнитооптического поглощения света приповерхностным слоем полупроводника при частотах, соответствующих переходам электронов из валентной зоны на дискретные уровни приповерхностной потенциальной ямы зоны проводимости;
2. Рассмотрено влияние экситонных эффектов в приповерхностном слое полупроводника на край межзонного поглощения в МДП-структурах.
3. Исследовано комбинационное рассеяние света (КРС) с частотой, соответствующей области фундаментального поглощения инверсионным слоем в МДП структуре.
4. Исследовано размерно-фононный резонанс(РФР) и влияние резонансного РФР на частотную зависимость поглощения света.
5. Развита теория циклотрон-фононного поглощения в приповерхностном слое полупроводника в системе МДП.

## **Научная и практическая значимость результатов исследования.**

1. Осцилляции межзонного магнетооптического поглощения приповерхностным слоем полупроводника не маскируются сильным собственным поглощением массивного образца, так как возникают на частотах меньших ширины запрещенной зоны.
2. Изменение края собственного поглощения в МДП структурах вследствие экситонных эффектов, которое отличается от объемного случая.
3. Осцилляции сечения межзонного электронного КРС в инверсионном слое системы МДП резко выражены, если отношения эффективной массы электрона к дырки или уровень энергии электрического квантования расположен близко к верхнему краю ямы.
4. Расщепление пика размерно-фононного резонанса и линий циклотрон-фононного поглощения.

**Структура и объем диссертации.** Выпускная квалификационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, список используемой литературы. Работа содержит 49 страниц машинописного текста, 6 рисунков и 1 таблица.

## ГЛАВА 1. ТЕОРИЯ МЕЖЗОННОГО ПОГЛОЩЕНИЯ СВЕТА ПРИ- ПОВЕРХНОСТНЫМ СЛОЕМ ПОЛУПРОВОДНИКА

В системе металл-диэлектрик-полупроводник (МДП) электрическое поле, приложенное перпендикулярно границе раздела полупроводник-диэлектрик, может так изогнуть зону проводимости вблизи поверхности полупроводника, что в образовавшейся потенциальной яме движение электронов будет квантованным, в то время как параллельно поверхности полупроводника их движение останется свободным [9]. Межзонное поглощение света образовавшимся таким образом приповерхностным слоем носит ступенчатый характер [10]. Если наряду с электрическим полем направить параллельно ему магнитное поле, то свободное движение вдоль слоя также квантуется, и спектр электрона в приповерхностной зоне проводимости становится полностью дискретным [9,11]. Следует иметь в виду, что движение электронов валентной зоне образуются обычные зоны Ландау.

Для описания спектров поглощения ниже используется метод эффективной массы, зонная структура полупроводника кубической сингонии предполагается простейшей (параболические зоны с экстремумами в центре зоны Бриллюэна), а прямой дипольный переход в центре зоны - разрешенным. При рассмотрении межзонных спектров достаточно ограничиться случаем нулевых температур и считать полупроводник собственным. Механизм образования приповерхностной ямы не конкретизируется, необходимо лишь, чтобы уровни в яме не были заняты электронами. Поскольку в дальнейшем используется однозонное приближение, необходимо, чтобы глубина ямы была мала по сравнению с шириной запрещенной зоны. Отражение электронов от границы раздела полупроводник – диэлектрик считается зеркальным, а потенциальный барьер на границе – бесконечно большим.

### § 1.1 Межзонные плотности тока и заряда

Толщины приповерхностных слоев, при которых становится возможным наблюдение размерного квантования электронных уровней, как правило, не превышает  $(1-2) \cdot 10^3 \text{ \AA}$ , так что условие  $(d/\lambda) \ll 1$  ( $d$ -толщина слоя,  $\lambda$ -длина

волны поглощаемого ИК излучения ) выполняется в большинстве полупроводников. Поскольку размер неоднородности, обусловленной распределением заряда в слое, мал по сравнению с длиной волны, то поглощение в такой среде должно определяться из решения уравнений Максвелла, в которых в качестве плотностей токов и зарядов должны фигурировать выражения, полученные на основе микроскопического рассмотрения [12-13].

Будем исходить из общей формулы, определяющей линейную связь между плотностью тока  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$  и плотностью заряда  $\rho_c(\mathbf{r}, t)$ , с одной стороны, и потенциалами электромагнитного поля световой волны  $A(\mathbf{r}, t)$ ,  $U(\mathbf{r}, t)$  в неоднородной среде и температуре  $T=0$ , с другой [14],

$$J_\mu(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^t dt' \int d\mathbf{r}' (0|[j_\mu(\mathbf{r}, t), \rho(\mathbf{r}', t')]|0) U(\mathbf{r}', t') - \\ - \frac{1}{i\hbar c} \int_{-\infty}^t dt' \int d\mathbf{r}' (0|[j_\mu(\mathbf{r}, t), j_\nu(\mathbf{r}', t')]|0) A_\nu(\mathbf{r}', t') - \\ - \frac{e}{m_0 c} A_\mu(\mathbf{r}, t) (0|\sum_n \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n)|0); \quad (1.1.1)$$

$$\rho_e(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^t dt' \int d\mathbf{r}' (0|[\rho(\mathbf{r}, t), \rho(\mathbf{r}', t')]|0) U(\mathbf{r}', t') - \\ - \frac{1}{i\hbar c} \int_{-\infty}^t dt' \int d\mathbf{r}' (0|[\rho(\mathbf{r}, t), j_\nu(\mathbf{r}', t')]|0) A_\nu(\mathbf{r}', t'). \quad (1.1.2)$$

Оператор плотности заряда

$$\rho(\mathbf{r}) = e \sum_n \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n)$$

оператор плотности тока

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \frac{e}{2m_0} \sum_n \left[ \left( \mathbf{P}_n - \frac{e}{c} \mathbf{A}_0 \right) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) + \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) \left( \mathbf{P}_n - \frac{e}{c} \mathbf{A}_0 \right) \right]; \quad (1.1.3)$$

$$\mathbf{P}_n = -i\hbar \nabla_n.$$

В формулах (1.1.1) и (1.1.2)  $j_\mu(\mathbf{r}, t)$ ,  $\rho(\mathbf{r}, t)$  – операторы в представлении взаимодействия,  $\mathbf{A}_0 = (-yH_0, 0, 0)$  – векторный потенциал постоянного магнитного поля  $H_0$ ,  $(0|\dots|0)$  – матричный элемент по основному многоэлек-

тронному состоянию,  $m_0$ -масса свободного электрона,  $e$ -его заряд,  $c$ -скорость света в пустоте.

Взаимодействие со световой волной описывается гамильтонианом

$$H(t) = \int \rho(\mathbf{r})U(\mathbf{r}, t)d\mathbf{r} - \frac{1}{c} \int j_\mu(\mathbf{r})A_\mu(\mathbf{r}, t)d\mathbf{r}. \quad (1.1.4)$$

Пусть

$$\Psi_{c,\beta}(\mathbf{r}, t) = \psi_{c,\beta}(\mathbf{r})e^{-i\omega_{c,\beta}t}, \quad \Psi_{v,\alpha}(\mathbf{r}, t) = \psi_{v,\alpha}(\mathbf{r})e^{-i\omega_{v,\alpha}t}. \quad (1.1.5)$$

- полный набор одноэлектронных волновых функций в зоне проводимости ( $c$ ) и валентной зоны ( $v$ ), вычисленных с учетом искажения, вносимого распределением заряда в приповерхностном слое;  $\omega_{c,\beta}$  и  $\omega_{v,\alpha}$  – частоты собственных состояний нулевого одноэлектронного гамильтониана. Индексам  $\alpha$  и  $\beta$  сопоставляются квантовые числа  $\alpha = (n_\alpha, \sigma_\alpha, k)$  и  $\beta = (n_\beta, \sigma_\beta, l)$ , где  $n_{\alpha,(\beta)}$  – номера уровней Ландау;  $k$  – непрерывное квантовое число в валентной зоне, соответствующее движению параллельно постоянным полям;  $l$  – дискретное число в приповерхностной яме и непрерывное при энергиях, превышающих глубину ямы;  $\sigma_{\alpha,(\beta)}$  описывает вместо с  $n_{\alpha,(\beta)}$  движение в магнитном поле в плоскости, нормальной направлению постоянных полей.

Учитывая формулы (1.1.3) - (1.1.5), из (1.1.2) можно получить, что

$$\rho_c(\mathbf{r}, t) = e \sum_{\alpha,\beta} a_{\alpha,\beta}(t)\Psi_{c,\beta}^*(\mathbf{r}, t)\Psi_{v,\alpha}(\mathbf{r}, t) + \text{к.с.} \quad (1.1.6)$$

Так как толщина слоя всегда велика по сравнению с постоянной решетки, то (1.1.6) следует усреднить по объему элементарной ячейки. В приближении эффективной массы

$$\psi_{c,\beta}(\mathbf{r}) = u_c(\mathbf{r})\varphi_\beta(\mathbf{r}), \quad \psi_{v,\alpha}(\mathbf{r}) = u_v(\mathbf{r})\varphi_\alpha(\mathbf{r}), \quad (1.1.7)$$

где  $u_c, u_v$  – модулирующие множители,  $\varphi_{\alpha,\beta}(\mathbf{r})$  – плавные функции, мало меняющиеся на длине порядка постоянной решетки. Усреднение формулы (1.1.6) по объему элементарной ячейки с использованием аппроксимации (1.1.7) дает нуль в силу ортогональности блоховских множителей

$$\overline{\rho_c(\mathbf{r}, t)} = 0. \quad (1.1.8)$$

В приближение эффективной массы коэффициенты  $a_{\beta,\alpha}(t)$  равны

$$a_{\beta,\alpha}(t) = \frac{e}{2\hbar m_0 c} \left[ \frac{P_0^y(\beta|A_v(\mathbf{r})|\alpha)}{(\omega_{\beta\alpha} - \omega - i\delta)} \cdot e^{-i\omega t} + \frac{P_0^y(\beta|A_v^*(\mathbf{r})|\alpha)}{(\omega_{\beta\alpha} - \omega - i\delta)} \cdot e^{-i\omega t} \right] e^{i\omega_{\beta\alpha} t}. \quad (1.1.9)$$

Здесь  $P_0^y$  – матричный элемент импульса, вычисленный на блоховских множителях,  $\omega_{\beta\alpha} = \omega_{c\beta} - \omega_{\vartheta\alpha}$ ,  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{r})e^{i\omega t} + \text{к. с.}$ ,  $\delta \rightarrow +0$ ,  $\omega$  – частота света,  $(\beta|\dots|\alpha)$  – матричные элементы на одноэлектронных функциях  $\varphi_{\alpha(\beta)}$ . Пренебрегая последним слагаемым в (1.2.1), которое дает малый вклад в ток, получим, что усредненный по элементарной ячейке ток равен

$$\begin{aligned} \overline{J_v(\mathbf{r}, t)} &= \frac{ie^2|P_0^y|^2}{2m_0^2\hbar c} \int_{-\infty}^t dt' \int d\mathbf{r}' [A_v(\mathbf{r}')e^{-i(\omega+i\delta)t'} + A_v^*(\mathbf{r}')e^{i(\omega+i\delta)t'}] \times \\ &\times \left( \sum_{\beta} \varphi_{\beta}^*(\mathbf{r}')e^{-i\omega_{c,\beta}(t-t')} \varphi_{\beta}(\mathbf{r}') \right) \left( \sum_{\alpha} \varphi_{\alpha}^*(\mathbf{r}')e^{-i\omega_{v,\alpha}(t-t')} \varphi_{\alpha}(\mathbf{r}') \right) + \text{к. с.} \end{aligned} \quad (1.1.10)$$

Направим ось  $z$  вдоль оси  $C_4$  полупроводника, а плоскость  $z = 0$  примем за границу раздела полупроводник – диэлектрик. При таком выборе осей неоднородность будет только вдоль оси  $z$ , тогда как в плоскости  $(xy)$  система будет однородна. Тогда в формуле (1.1.10) можно, во – первых, перейти от переменных  $x$  и  $y$  к переменным Фурье  $q_x$  и  $q_y$  (при переходе к переменной  $q_y$  следует учесть результаты работы [15], где доказано, что у входящие в формулу (1.1.10) суммы по квантовым числам электрона в магнитном поле зависят от разностей координат  $(x - x')$ ,  $(y - y')$ ) и, во – вторых, пренебречь пространственной дисперсией в этих направлениях. В области частот  $\omega \simeq \omega_g$  ( $E_g = \hbar\omega_g$  – ширина запрещенной зоны) в (1.1.9) следует оставить только первый (нерезонансный) член. Если предположить, что свет распространяется в плоскости  $yz$ , то все величины не будут зависеть от  $y$ . В результате получаем для компоненты Фурье плотности тока

$$\left. \begin{aligned} J_{\mu}(q_x, z, \omega) &= \frac{e^2|p_0^{\mu}|^2}{2\pi R^2 \hbar c m_0} \sum_{n,k,l} \frac{K_{lk}(z)}{(\omega_{\beta\alpha} - \omega - i\delta)} \int_0^{\infty} dz' K_{lk}^*(z') A_{\mu}(q_x, z'), \\ \overline{J_{\mu}(x, z, t)} &= J_{\mu}(x, z, \omega) e^{i\omega t} + J_{\mu}^*(x, z, \omega) e^{i\omega t}, \end{aligned} \right\} \quad (1.2.11)$$

$R^2 = (c\hbar)/(eH_0)$ ,  $K_{lk}(z) = \chi_l(z)\chi_k(z)$  и  $n = n_\alpha = n_\beta$  (правило отбора по квантовому числу Ландау). Функция  $\chi_l(z)$  описывает квантованное движение в потенциальной яме, а  $\chi_k(z)$  – движение вдоль оси  $z$  в валентной зоне

### § 1.2 Определение коэффициента поглощения

В дальнейшем удобно положить скалярный потенциал  $U(\mathbf{r}, t) = 0$ . При такой калибровке векторный потенциал  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$  в полубесконечном полупроводнике определяется уравнением

$$\text{rot rot } \mathbf{A} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_\infty \mathbf{A} = \frac{4\pi}{c} \Delta \mathbf{J}(x, z, \omega), \quad (1.2.1)$$

$$\Delta \mathbf{J}(x, z, \omega) = \mathbf{J}(x, z, \omega) - \mathbf{J}(x, \infty, \omega). \quad (1.2.2)$$

При больших положительных  $z$  влияние приповерхностного слоя ослабевает, так что в пределе  $z \rightarrow \infty$  среда является однородной и описывается высокочастотной диэлектрической постоянной  $\varepsilon_\infty$ . Выделение вклада неоднородного слоя, согласно (1.2.2), предполагает, что неоднородность обусловлена только двумя зонами (валентной и проводимости). Это ограничение не является принципиальным, так как в (1.1.10) можно учесть и более глубокие зоны. В области частот, связанной с межзонными переходами на дискретные уровни, волновые функции  $\chi_l(z) \rightarrow 0$  при  $z \rightarrow \infty$ , так что в  $\mathbf{J}(x, \infty, \omega)$  дадут вклад только члены с непрерывным  $x$ . Так как в поглощении эта часть не входит, то  $\mathbf{J}(x, \infty, \omega)$  в (1.2.2) можно опустить и считать  $\Delta \mathbf{J}(x, z, \omega) = \mathbf{J}(x, z, \omega)$ .

Рассмотрим  $S$  – поляризацию световой волны, когда отлична от нуля только компонента  $A_y(x, z)$ . Переходя в (1.2.1) к переменной  $q_x$ , получим, что

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} + Q^2\right) A_y(z) = -\frac{4\pi}{c} J_y(q_x, z, \omega), \quad Q^2 = \varepsilon_\infty \frac{\omega^2}{c^2} - q_x^2. \quad (1.2.3)$$

Вместо (1.2.3) удобно рассмотреть эквивалентное ему интегральное уравнение [16]

$$A_y(z) = C_1 e^{iQz} + C_2 e^{-iQz} + \frac{cD}{QR^2} \sum_{n,k,l} (\omega_{\beta\alpha} - \omega - i\delta)^{-1} \times \\ \times \int_0^z dz' \sin [Q(z - z')] K_{lk}(z') \int_0^\infty dz'' K_{lk}^*(z'') A_y(z''), \quad (1.2.4)$$

$$D = \frac{2e^2 |p_0^y|^2}{\hbar c m_0^2 c^2}. \quad (1.2.5)$$

Предполагая интегральный член малым, находим, что

$$A_y(x, z) = e^{iq_x x} \left\{ [C_1 - C_1 B^{(+)}(z) - C_2 B^{(-)}(z)] e^{iQz} + [C_2 + C_1 A^{(+)}(z) + C_2 A^{(-)}(z)] e^{iQz} \right\}, \quad (1.2.6)$$

где введены обозначения

$$A^{(\pm)} = \frac{cD}{2iQR^2} \sum_{n,k,l} (\omega_{\beta\alpha} - \omega - i\delta)^{-1} \times \int_0^z dz' e^{iQz'} K_{kl}(z') \int_0^\infty dz'' e^{\pm iQz''} K_{kl}^*(z''), \quad (1.2.7)$$

$$B^{(\pm)} = \frac{cD}{2iQR^2} \sum_{n,k,l} (\omega_{\beta\alpha} - \omega - i\delta)^{-1} \times \int_0^z dz' e^{-iQz'} K_{kl}(z') \int_0^\infty dz'' e^{\pm iQz''} K_{kl}^*(z''), \quad (1.2.8)$$

$$A^{(\pm)}(\infty) = A^{(\pm)}, \quad B^{(\pm)}(\infty) = B^{(\pm)}.$$

Произвольные константы  $C_1$  и  $C_2$  и амплитуда отраженной волны  $E_y^{(1)}$  выражаются через амплитуду падающей волны  $E_y^{(0)}$  с помощью трех условий: непрерывности компонент электрического  $E_y$  и магнитного  $H_z$  векторов световой волны на плоскости  $z = 0$  и отсутствия падающей волны при  $z = \infty$  в полупроводнике. Этим условиям отвечает система уравнений

$$E_y^{(0)} + E_y^{(1)} = \frac{i\omega}{c} (C_1 + C_2); \quad \frac{cq_z}{\omega} (E_y^{(1)} - E_y^{(0)}) = iQ(C_2 - C_1);$$

$$C_2 + C_1 A_y^{(+)} + C_2 A_y^{(-)} = 0. \quad (1.2.9)$$

( $q_z$  – проекция волнового вектора волны в диэлектрике), решая которую в линейном по  $A^{(\pm)}$  приближении, находим

$$C_1 = \frac{2cq_z E_y^{(0)}}{i\omega(Q+q_z)} \left[ 1 - \frac{(Q-q_z)}{(Q+q_z)} A^{(+)} \right], \quad C_2 = \frac{2cq_z E_y^{(0)} A^{(+)}}{i\omega(Q+q_z)}, \quad (1.2.10)$$

$$E_y^{(1)} = \frac{(q_z - Q)}{(q_z + Q)} \left[ 1 - \frac{4Qq_z A^{(+)}}{(q_z^2 - Q^2)} \right] E_y^{(0)}.$$

Поля в полупроводнике с учетом (1.2.10) представляются в виде

$$\left. \begin{aligned} E_y(x, z) &= \frac{i\omega C_1}{c} e^{iq_x x} \left[ e^{iQz} \left( 1 - B^{(+)}(z) \right) + e^{-iQz} \left( A^+(z) - A^{(+)} \right) \right], \\ H_x(x, z) &= -iQC_1 e^{iq_x x} \left[ e^{iQz} \left( 1 - B^{(+)}(z) \right) - e^{-iQz} \left( A^+(z) - A^{(+)} \right) \right], \\ H_x(x, z) &= \frac{q_x c}{\omega} E_y(x, z). \end{aligned} \right\} \quad (1.2.11)$$

Поглощение в слое удобно характеризовать долей поглощенной энергии  $W_i$ , определяемой как

$$W_i = 1 - (R_0/I_0) - (T_0/I_0), \quad (1.2.12)$$

где  $I_0$ ,  $R_0$  и  $T_0$  – проекция плотностей потоков электромагнитной энергии падающей, отраженной и прошедшей волн на ось  $z$ . Выражая  $q_x$ ,  $q_z$  и  $Q$  через угол падения  $\theta$  по формулам

$$q_z = \frac{\omega\sqrt{\varepsilon_0} \cos \theta}{c}, \quad q_x = \frac{\omega\sqrt{\varepsilon_0} \sin \theta}{c}, \quad Q = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_\infty - \varepsilon_0 \sin^2 \theta}, \quad (1.2.13)$$

получим, что

$$W_i = \frac{\cos \theta \alpha(\omega, Q)}{\left( \cos \theta + \sqrt{(\varepsilon_\infty/\varepsilon_0) - \sin^2 \theta} \right)^2}, \quad (1.2.14)$$

где

$$\alpha(\omega, Q) = \frac{8\pi}{\sqrt{\varepsilon_0}} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{|P_0^y|^2}{m_0^2 R^2 \omega_g} \sum_{n,k,l} \left| \int_0^\infty dz e^{-iQz} K_{kl}(z) \right|^2 \delta(\omega - \omega_{\beta\alpha}) \quad (1.2.15)$$

( $\varepsilon_0$  - диэлектрическая постоянная изолятора).

Если волна падает из полупроводника в диэлектрик, то условия непрерывности  $E_y$  и  $H_x$  на плоскости  $z = 0$  остаются прежними, а третье условие есть

$$C_1 - C_1 B^{(+)} - C_2 B^{(+)} = \frac{c}{i\omega} E_y^{(i)}.$$

где  $E_y^{(i)}$  – заданная амплитуда волны, падающей из полупроводника. В дальнейшем, чтобы от  $Q$  функции  $\alpha(\omega, Q)$ , что можно сделать, так как

параметр  $d/\lambda$ , как правило, мал. При этом предположении  $A^{(\pm)} = B^{(\pm)} = B$  и амплитуды отраженной  $E_y^{(r)}$  и прошедшей  $E_y^t$  волн получаются равными

$$E_y^{(r)} = E_y^{(i)} \left( \frac{Q-q_z}{Q+q_z} \right) \left( 1 - \frac{4Q^2 B}{Q^2 - q_z^2} \right), E_y^t = \frac{2QE_y^{(i)}}{(Q+q_z)} \left( 1 - \frac{2Q^2 B}{Q+q_z} \right). \quad (1.2.16)$$

Доля поглощенной энергии  $W_i$  в области углов падения  $0 \leq \theta \leq \theta_1$ , где  $\theta_1$ - угол полного внутреннего отражения, равна

$$W_S = \frac{(\varepsilon_0/\varepsilon_\infty)^{1/2} \cos \theta \alpha(\omega, 0)}{(\cos \theta + \sqrt{(\varepsilon_0/\varepsilon_\infty) - \sin^2 \theta})^2}. \quad (1.2.17)$$

Отношение

$$W_S(\theta = \theta_1)/W_S(\theta = 0) = (\sqrt{\varepsilon_\infty} + \sqrt{\varepsilon_0})^2 / \sqrt{\varepsilon_\infty(\varepsilon_\infty - \varepsilon_0)}$$

всегда больше 1, так что поглощение под углом  $\theta = \theta_1$  — наибольшее. Формулы (1.2.12) и (1.2.17) справедливы при выполнении неравенства  $(\alpha(\omega, Q)/Q) \ll 1$ , так как система (1.2.9) и аналогичная ей система для другого случая решались в этом предположении. Фактически это очень слабое ограничение, оно лишь запрещает предельный переход  $\varepsilon_\infty \rightarrow \varepsilon_0$ .

Случай  $P$ - поляризации аналогичен рассмотренному и не приводит для случая межзонного поглощения к качественно новым результатам.

### § 1.3 Частотная зависимость поглощения

Как следует из результатов предыдущего параграфа, частотная зависимость величин  $W_i$  и  $W_S$ , характеризующих поглощение приповерхностном слое полупроводника, полностью определяется функцией  $\alpha(\omega, 0)$ . Для ее расчета необходимо знать волновые функции  $\chi_l(z)$  и  $\chi_k(z)$ , которые должны определяться из решения самосогласованной задачи о распределении заряда слое [9, 10]. В дальнейшем, следуя работам [10, 17], мы будем предполагать, что вид потенциальной ямы известен, и тем самым задача сводится к нахождению уровней энергии в яме.

Энергии электрона  $\omega_{c,\beta}$  в зоне  $c$   $\omega_{v,\alpha}$  в зоне  $v$  равны

$$\left. \begin{aligned} \omega_{c,\beta} &= \Omega_c \left(1 - \frac{1}{2}\right) + (\varepsilon_l - V)/\hbar \\ \omega_{v,\alpha} &= -\omega_g - \Omega_v \left(n + \frac{1}{2}\right) - \varepsilon(k)/\hbar \\ \Omega_c &= eH_0/m_c c, \quad \Omega_v = eH_0/m_v c, \quad \varepsilon(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_v} \end{aligned} \right\} \quad (1.3.1)$$

$\varepsilon_l$  – уровни энергии в яме, отсчитанные от дна ямы, глубина которой  $V$ ;  $m_{c(v)}$  – эффективные массы электрона в зонах  $c$  и  $v$ . В случае ямы экспоненциальной формы для матричного элемента  $\int_0^\infty \chi_l(z)\chi_k(z)dz$  используем приведенное в [10] выражение

$$\int_0^\infty K_{kl}(z)dz = \sqrt{2d} \frac{\beta_l}{\sqrt{L}} [I(p) - \zeta(p)I(-p)]. \quad (1.3.2)$$

где

$$\left. \begin{aligned} I(\pm p) &= \sum_{m=0}^\infty \frac{1}{m!} \frac{(k_c d)^{3m}}{\mu^m} \frac{\Gamma(1 \mp ip)}{(p_l \mp ip + 2m)} \frac{{}_2F_1(-m, \pm p_l - m, p_l + 1, -\mu)}{\Gamma(m + 1 \mp ip)}; \\ \zeta(p) &= \frac{\Gamma(1 - ip)}{\Gamma(1 + ip)} \frac{I_{-ip} \left[ 2 \frac{(k_c d)^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \right]}{I_{ip} \left[ 2 \frac{(k_c d)^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \right]}; \\ \beta_l^2 &= \left\{ \sum_{m=0}^\infty \frac{(-k_c d)^{3m}}{m!} \frac{\Gamma(2p_l + 2m)}{\Gamma(2p_l + m + 1)} \left[ \frac{\Gamma(p_l + 1)}{(p_l + m + 1)} \right]^2 \right\}^{-1} \\ k_c &= \left( \frac{2m_c V}{\hbar^2 d} \right)^{1/3}, \quad \mu = \frac{m_c}{m_v}, \quad p_l = 2k_l d = a \sqrt{\mu \frac{(V - \varepsilon_l)}{\hbar \Omega_c}}; \\ p &= 2kd = a \sqrt{\frac{\varepsilon(k)}{\hbar \Omega_c}}, \quad a = \left( \frac{8m_v d^2 \Omega_c}{\hbar} \right)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (1.3.3)$$

Здесь  ${}_2F_1(-m, x, -m, y, -\mu)$  – гипергеометрическая функция;  $I_p(x)$  – функция Бесселя,  $\Gamma(x)$  – гамма - функция,  $L$  – нормировочная длина.

Используя (1.3.2), а также закон дисперсии (1.3.1), получим, что определенная в (1.2.15) функция  $\alpha(\omega, 0)$  равна

$$\frac{\alpha(\omega, 0)}{\alpha(0)} = \frac{a}{2\sqrt{2}} \sum_{nl} \frac{\beta_l^2}{\sqrt{\Gamma_{nl}}} \left| I(a\sqrt{\Gamma_{nl}}) - \zeta(a\sqrt{\Gamma_{nl}})I(-a\sqrt{\Gamma_{nl}}) \right|^2, \quad (1.3.4)$$

где

$$\alpha(0) = \frac{8\sqrt{2} e^2 |p_0^\mu|^2 m_c}{\sqrt{\varepsilon_0} c \hbar m_0 \hbar \omega_g m_0}, \quad \Gamma_{nl} = \left\{ \omega - \left[ \omega_g + \Omega \left( n + \frac{1}{2} \right) + \omega_l - V/\hbar \right] \right\} / \Omega_e, \quad (1.3.5)$$

$\Omega$  – циклотронная частота с приведенной эффективной массой.

Из (1.3.4) следует, что кривая поглощения представляет собой суперпозицию осцилляций. Каждой из которых соответствует квантовые числа  $n$  и  $l$ . Действительно, при малых  $\Gamma_{nl}$  каждая осцилляция  $\sim\sqrt{\Gamma_{nl}}$ . Как это следует из общих формул (1.3.3), при больших  $\Gamma_{nl}$  каждая осцилляция  $\sim\Gamma_{nl}^{3/2}$ . Однако как показывает численный расчет, проведенный по точным формулам (1.3.4), резко выраженные осцилляции имеют место, только если уровни энергии в яме расположены близко к верхнему краю ямы. По мере понижения уровня максимум осцилляции быстро убывает, смещаясь в сторону больших  $\Gamma_{nl}$  (рис. 1.1).

По мере изменения параметров, определяющих потенциальную яму, число уровней в ней меняется. Это можно рассмотреть на примере «треугольной» ямы, когда потенциальная энергия линейно зависит от координаты [17]. Уравнение Шредингера, описывающее движение вдоль оси  $z$ , в этом случае имеет вид

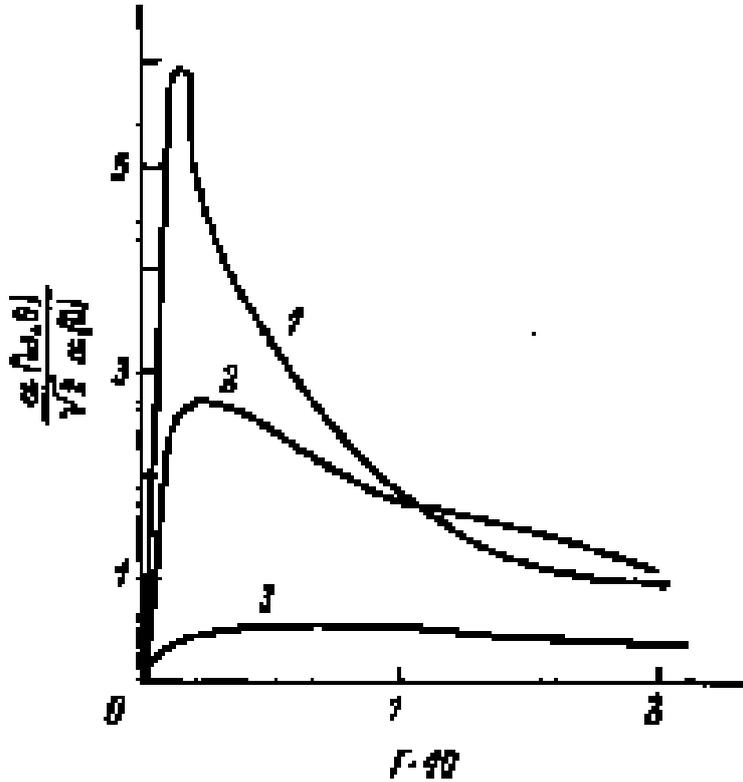
$$\left. \begin{aligned} \chi'' + \frac{2m_c V}{\hbar^2} \left(1 + \frac{z}{d}\right) \chi - \frac{2m_c \varepsilon}{\hbar^2} \chi &= 0, & 0 \leq z \leq d; \\ \chi'' + \frac{2m_c \varepsilon}{\hbar^2} \chi &= 0, & d \leq z < \infty. \end{aligned} \right\} \quad (1.3.6)$$

На волновые функции налагается условие функция  $\chi(0) = 0$ , что соответствует бесконечному барьеру на границе раздела диэлектрик-полупроводник, а также  $\chi(z) \rightarrow 0$ , если  $z \rightarrow \infty$ . С учетом этих условий, а также условий сшивания в точке  $z=d$  получается следующее уравнение для определения собственных значений  $\varepsilon$

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{k_c d - \kappa} + \frac{Ai'(k_c d - \kappa)Bi(-\kappa) - Bi'(k_c d - \kappa)Ai(-\kappa)}{Ai'(k_c d - \kappa)Bi(-\kappa) - Bi(k_c d - \kappa)Ai(-\kappa)} &= 0 \\ \kappa &= k_c d \left(1 - \frac{\varepsilon}{V}\right), \end{aligned} \right\} \quad (1.3.7)$$

$Ai(\kappa)$  и  $Bi(\kappa)$  – функция Эйри;  $Ai(\kappa) \rightarrow 0$ ,  $Bi(\kappa) \rightarrow \infty$  при  $\kappa \rightarrow \infty$ . В области  $\kappa < 0$  обе функции осциллируют [18-19]. Анализ уравнения (1.3.7) показывает, что число его корней в заданном интервале  $0 \leq \kappa \leq k_c d$  либо совпадает с таковым для функции  $Ai(-\kappa)$ , либо на единицу больше. Корни расположены близко к корням  $Ai(-\kappa_l)$ , причем все они смещены в сторону

меньших значений относительно корней  $Ai(-\kappa_l)$ . Уменьшение параметра  $k_c d$  приводит к уменьшению число корней, а начиная со значения  $k_c d = 1,99$  в яме не остается ни одного уровня. Это видно из таблицы 1.1, где приведены значения уровней энергии в яме в зависимости от величины  $k_c d$ .



**Рис.1.1. Частотная зависимость поглощения для экспоненциальной ямы.**

Кривая 1:  $\mu = 0,05, k_c d = 1,26, V = 0,5\text{эВ}, d/2 = 26,5\text{Å}$ ;

Кривая 2:  $\mu = 0,14, k_c d = 1,26, V = 0,5\text{эВ}, d/2 = 14\text{Å}$ ;

Кривая 3:  $\mu = 0,05, k_c d = 1,73, V = 0,5\text{эВ}, d/2 = 32,5\text{Å}$ ;

Поглощение в случае треугольной ямы определяется выражением

$$\frac{\alpha(\omega, 0)}{\alpha(0)} = k_c d \frac{a}{2\sqrt{2}} \sum_{nl} A_l \frac{\sqrt{\Gamma_{nl}} F_l^2(\Gamma_{nl})}{\gamma_v M^2(\Gamma_{nl}) + \Gamma_{nl} N^2(\Gamma_{nl})}, \quad (1.3.8)$$

где

$$A_l = \left\{ \frac{\gamma_l^2 k_c}{2k_l} + [Ai'(-\kappa_l) - R_l Bi'(-\kappa_l)]^2 \right\}^{-1}, \quad (1.3.9)$$

$$\gamma_l = A_i(k_c d - \kappa_l) - R_l Bi'(-\kappa_l), R_l = \frac{A_i(-\kappa_l)}{Bi(-\kappa_l)}, \quad (1.3.10)$$

$$M(\Gamma_{nl}) = Ai' \left[ -\frac{k_c d}{\sqrt[3]{\mu}} \frac{\hbar \Omega_c}{V} \Gamma_{nl} \right] - R(\Gamma_{nl}) Bi' \left[ \frac{k_c d}{\sqrt[3]{\mu}} \frac{\hbar \Omega_c}{V} \Gamma_{nl} \right], \quad (1.3.11)$$

$$N(\Gamma_{nl}) = Ai \left[ -\frac{k_c d}{\sqrt[3]{\mu}} \frac{\hbar \Omega_c}{V} \Gamma_{nl} \right] - R(\Gamma_{nl}) Bi \left[ \frac{k_c d}{\sqrt[3]{\mu}} \frac{\hbar \Omega_c}{V} \Gamma_{nl} \right], \quad (1.3.12)$$

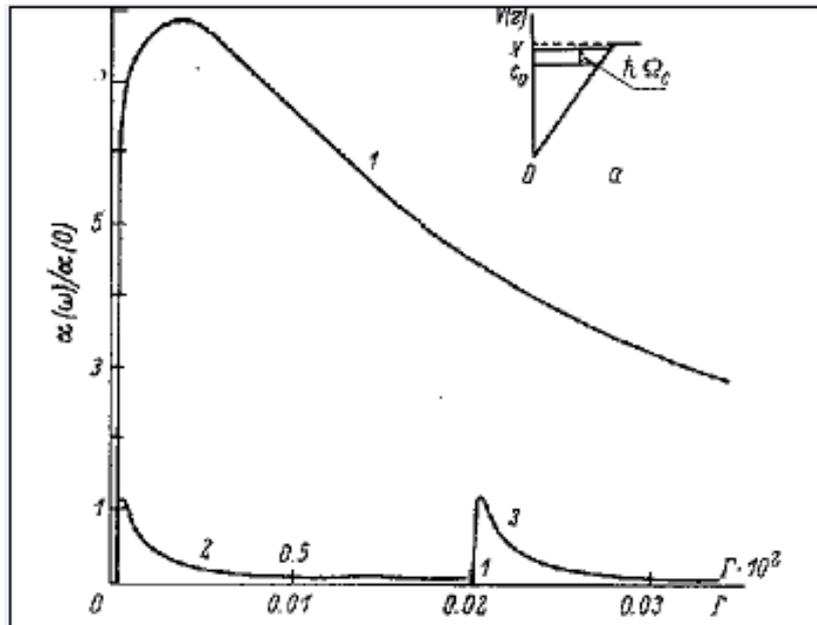
$$R(\Gamma_{nl}) = \frac{Ai' \left[ \frac{k_c d}{\sqrt[3]{\mu}} \left( 1 - \frac{\hbar \Omega_c}{V} \Gamma_{nl} \right) \right]}{Bi' \left[ \frac{k_c d}{\sqrt[3]{\mu}} \left( 1 - \frac{\hbar \Omega_c}{V} \Gamma_{nl} \right) \right]}, \quad y_v = \frac{(k_c d)^2}{\sqrt[3]{\mu}} \frac{\hbar^2}{2m_c d^2 \hbar \Omega_c}, \quad (1.3.13)$$

$$F_l(\Gamma_{nl}) = \frac{\gamma_l}{\Gamma_{nl} + \alpha_l} \left[ \frac{\hbar^2 k_l}{2m_v d^2 \hbar \Omega_c} N(\Gamma_{nl}) - \frac{k_c d}{\sqrt[3]{\mu}} \frac{\hbar^2}{2m_v d^2 \hbar \Omega_c} N(\Gamma_{nl}) \right] + \quad (1.3.14)$$

$$+ \int_0^1 du \{ Ai(k_c du - \kappa_l) - R_l Bi(k_c du - \kappa_l) \} \{ Ai \left[ -\frac{k_c d}{\sqrt[3]{\mu}} \left( u - 1 + \frac{\hbar \Omega_c}{V} \Gamma_{nl} \right) \right] - \\ - R(\Gamma_{nl}) Bi \left[ -\frac{k_c d}{\sqrt[3]{\mu}} \left( u - 1 + \frac{\hbar \Omega_c}{V} \Gamma_{nl} \right) \right] \}; \\ \alpha_l = \mu \frac{(V - \varepsilon_l)}{\hbar \Omega_c}.$$

Асимптотическое поведение  $\alpha(\omega, 0)$  при малых и больших  $\Gamma_{nl}$ , как это видно из (1.3.8), совпадает со случаем экспоненциальной ямы. Численные значения поглощения, рассчитанные по формулам (1.3.8) – (1.3.14), приведены на рис.1.2.

Межзонный магнитооптический спектр поглощения, связанный с переходами на дискретные уровни приповерхностной ямы, состоит из конечного числа осцилляций, соответствующих переходам из зоны Ландау в яме, причем переходы происходят с сохранением квантового числа Ландау  $n_\alpha = n_\beta = n$ . Если циклотронная частота  $\Omega_c$  меньше расстояния между соседними уровнями в яме, то последовательность осцилляций удобно разбить на серии, приписав каждой серии квантовое число  $l$ , которое нумерует уровни в потенциальной яме. Наинизшая серия ( $l=0$ ) состоит из эквидистантных (в пределах квадратичного закона дисперсии) осцилляций, затем на нее налагается серия  $l=1$  и т.д. По мере увеличения глубины ямы или ее ширины будут возникать новые уровни соответственно новые осцилляции.



**Рис.1.2. Частотная зависимость поглощения и уровни энергии в случае треугольной потенциальной ямы .  $m_c = 0,013 m_0, d = 320\text{\AA}$ ,**

$$\hbar\Omega_c = 4,3 \cdot 10^{-3}\text{эВ. Кривая 1: } k_c d = 2,5, V = 4 \cdot 10^{-2}\text{эВ;}$$

$$\text{Кривые 2 и 3: } k_c d = 2,8, V = 5,7 \cdot 10^{-2}\text{эВ, } n = 0, l = 0 \text{ и } n = 1, l = 0.$$

соответственно. Нижняя шкала – для кривой 1, верхняя – для 2 и 3.

Фактически наблюдать можно только те осцилляции, которые связаны с электрическим уровнем, расположенным близко к краю собственного поглощения, так что их число не велико (не более двух, как это следует из рис.1.2 в случае  $k_c d = 2,8$ ). Серии осцилляций, связанные с более глубоко лежащими уровнями, будут плохо различимы ввиду большой ширины и малой высоты осцилляций. Таким образом, на примере двух типов потенциальных ям видно, что с появлением в яме каждого нового электрического уровня должны возникать магнитооптические осцилляции, соответствующие переходам на уровни с квантовыми числами  $n = 0.1\dots$ , расположенные близко к краю собственного поглощения массивного образца. Если же уровень расположен в глубине ямы, то поглощение, обусловленное переходам на все уровни с данным  $l$  и разными  $n$ , мало, так как оно смещается в сторону больших  $\Gamma_{nl}$  и маскируется сильным собственным поглощением.

Поскольку электронные переходы начинаются с верхнего края валентной зоны, то поглощение происходит на частотах, меньших ширины запрещенной зоны.

Так если  $k_c d = 7,02$  и  $V = 0,3$  эВ (см. таблицу 1.1), то первый ( $\varepsilon_0$ ) и второй ( $\varepsilon_1$ ) уровни расположены на 0.23 и 0.18 эВ ниже края зоны проводимости.

Таблица 1.1. Положение уровней энергии в треугольной потенциальной яме

$d^2 V m_c \cdot 10^8$	$k_c d$	Число уровней	Положение уровня и (формула (1.3.8))
	1.99	0	
0.442	2.34	1	2.21
2.35	4.09	2	2.32; 4.02
5.88	5.52	3	2.34; 4.08; 5.43
12.0	7.02	4	2.34; 4.09; 5.50; 6.74

Примечание. Положение уровня дано относительно дна ямы,  $d$  выражено в микронах,  $V$  - эВ,  $m_c$  - в единицах  $m_0$ .

Следует отметить, что полученные осцилляции, в отличие от обычных межзонных осцилляций коэффициента поглощения [20] несингулярны. Это связано с предположением о зеркальности отражения электронов от границы раздела диэлектрик – полупроводник, при котором межзонный матричный элемент импульса (имеется в виду часть матричного элемента, связанная с плавными функциями) обращается в нуль при квантовом числе  $k = 0$ . Это свойство матричного элемента сохраняется при конечной величине барьера на границе раздела. Диффузная компонента в отражении также имеет место. Однако она, по-видимому, вносит малый вклад. Так как характерная длина волны электрона по порядку величины равна толщине слоя, которая велика по сравнению с размером неоднородности поверхности.

Рассеяние электронов на примесях и фононах изменит форму осцилляций, однако при достаточно сильных магнитных полях они сохранятся. Так, например, если  $k_c d = 2.8, V = 57.3$  мэВ,  $m_c = 0.013 m_0$  (InSb),  $d = 320$ ,  $\varepsilon_0 = 47.8$  мэВ в магнитном поле  $2.8 \cdot 10^4$  эрстед возникает два пика, расстояние между которыми равно 4.3 мэВ (рис.1.2, кривые 2 и 3). В этих условиях соседние осцилляции будут разрешимы при  $T \lesssim \hbar \Omega_c$ , что имеет место, когда примесях [21] (короткодействующий потенциал), то граничной объемной концентрацией  $N$ , при которой осцилляции разрешимы, является  $N=10^{16} \text{см}^{-3}$ . Таким образом, рассматриваемые осцилляции доступны экспериментальному исследованию. Оценка величины  $\alpha(\omega, 0)$  по формуле (1.2.15), проведенная при значении параметров, близких к InSb ( $|p_0|^2 = 20m_0$  эВ [22],  $m_c = 0,013m_0, \sqrt{\varepsilon_0} \approx 3, \hbar\omega_g = 0,23$  эВ,  $k_c d = 2.8, V=57$  мэВ,  $d=320$  А), приводит к доле поглощенной энергии в максимуме осцилляции, равной 4%. Малость величины  $\alpha(\omega, 0)$  оправдывает использованное при решении интегральных уравнений (1.2.4) итерационное приближение.

## **ГЛАВА II. КРАЙ СОБСТВЕННОГО ПОГЛОЩЕНИЯ ПРИПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ**

За последнее время в связи с возросшими возможностями эксперимента появился интерес к изучению экситонных состояний, где движение электрона в силу размерного квантования является двухмерным. Однако существующие теоретические исследования [23-29] посвящены в основном размерно-квантованным полупроводниковым пленкам (РКПП). Система металл-диэлектрик – полупроводник (МДП), в которой также осуществляются двухмерные электронные состояния в приповерхностном слое полупроводника, отличается от РКПП. В частности, тем, что в приповерхностном слое в МДП (инверсии или аккумуляции) квантуется движение только электрона (или только дырки). Спектр же носителя другого знака остается неквантованным. Это обстоятельство качественно изменяет спектр экситонного поглощения в системе МДП по сравнению с РКПП.

Рассматриваются полупроводники с параболическим законом дисперсии, зоны считаются невырожденными, температура достаточно низкой, так что валентная зона заполнена полностью, а зона проводимости пустая. Диэлектрическая проницаемость полупроводника предполагается большой, а эффективные массы носителей тока малыми, что необходимо для существования экситона большого радиуса. Потенциальный барьер на границе раздела полупроводник – диэлектрик полагается бесконечно большим. Пренебрегается также влиянием сил электростатического изображения носителей тока.

### **§ 2.1 Волновая функция экситона**

Предположим, что выполняется соотношение

$$d \ll a_0, \tag{2.1.1}$$

где  $a_0 = \varepsilon \hbar^2 / \mu e^2$  – боровский радиус экситона,  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость полупроводника,  $e$  – заряд электрона,  $\mu$  – приведенная эффективная масса электрона и дырки,  $d$  – толщина приповерхностного слоя. Если в (2.1.1) заменить  $d$  на радиус циклотронной орбиты в магнитном поле, то критерий (2.1.1) будет соответствовать условию применимости адиабатического приближения при рассмотрении кулоновской связанной пары, когда движение частицы в магнитном поле считают быстрым по сравнению с движением в кулоновском поле [30]. В соответствии с условием для водородоподобной системы в сильном магнитном поле в работе [31] применялся метод разделения переменных. При выполнении соотношения (2.1.1) движение нормально к поверхности раздела полупроводник – диэлектрик (вдоль оси  $z$ ) можно считать быстрым по сравнению с движением в плоскости ( $xy$ ), параллельной поверхности полупроводника. Тогда, разделяя переменные быстрой и медленной подсистем, аналогично [31] получим для волновой функции  $\Psi$  и энергии двумерного экситона  $E$ , в случае связанного состояния следующие выражения

$$\Psi(r, \varphi, z_c, z_v) = X_c(z_c) X_v(z_v) \Phi_{nm}(r, \varphi), \quad (2.1.2)$$

где

$$\Phi_{nm}(r, \varphi) = \frac{\sqrt{n!} r^{|m|} \exp[i m \varphi - (r/a_0)(n+|m|+1/2)^{-1}]}{\sqrt{\pi(n+2|m|)!} a_0^{|m|+1} (n+|m|+1/2)^{|m|+3/2}} \times \\ \times \mathcal{L}_n^{2|m|}[(n+|m|+1/2)^{-1}], \quad (2.1.3)$$

$$E = E_g - (V - E_l) - \hbar^2 k_z^2 / 2m_v - E_G / (n+|m|+1/2)^2. \quad (2.1.4)$$

Здесь  $r$  и  $\varphi$  – координаты относительного положения электрона и дырки в плоскости ( $xy$ );  $n = 0, 1, 2, \dots$  – главное квантовое число;  $E_G = \mu e^4 / 2\varepsilon^2 \hbar^2$ ;  $\mathcal{L}_\alpha^\beta(x)$  – полином Лаггера;  $E_g$  – ширина запрещенной зоны;  $E_l (l = 0, 1, 2, \dots)$  – уровни электрона (электрические подзоны) в одномерной потенциальной яме (вдоль оси  $z$ ), отсчитанные от дна ямы, глубина которой равна  $V$ ;  $m_{v(c)}$  – эффективные массы дырки и электрона,  $k_z$  – непрерывное квантовое число, характеризующее движение электрона в валентной зоне

вдоль оси  $z$ . Для сплошного спектра экситона волновая функция и энергия равны

$$\Psi(r, \varphi, z_c, z_v) = X_c(z_c)X_v(z_v)\Phi_m(r, \varphi), \quad (2.1.5)$$

$$\begin{aligned} \Phi_m(r, \varphi) = & [(2kr)^{|m|}/2|m|\sqrt{\pi S}] \times \\ & \times \exp(im\varphi - ikz + \pi/2ka_0)|\Gamma(\kappa)|F(\kappa, 2|m| + 1; 2ikz), \end{aligned} \quad (2.1.6)$$

$$E = E_g - (V - E_l) - \hbar^2 k_z^2/2m_v + \hbar^2 k^2/2\mu, \quad (2.1.7)$$

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2, \quad \kappa = |m| + 1/2 + i/ka_0, \quad (2.1.8)$$

Где  $S$  – нормировочная площадь,  $\Gamma(x)$  – гамма функция,  $F(x, y, z)$  – вырожденная гипергеометрическая функция. При получении (2.1.2) - (2.1.8) пренебрегалось движением центра масс экситона.

Функция  $X_v(z)$  описывает движение электрона в валентной зоне, которое характеризуется квантовым числом  $k_z$ ,  $X_c(z_c)$  описывает квантованное движение электрона в одномерной потенциальной яме с дискретным квантовым числом  $l$ . Эти функции определяются потенциалом  $V(z)$  ямы. В случае «треугольной» ямы [17], который рассматривается ниже

$$V(z) = V \cdot (1 - z/d)(0 \leq z \leq d), \quad V(z) = 0(z \geq d). \quad (2.1.9)$$

для зоны проводимости и

$$V(z) = -E_g - V \cdot (1 - z/d)(0 \leq z \leq d), \quad V(z) = -E_g(z \geq d) \quad (2.1.10)$$

для валентной зоны. Решая уравнения Шредингера с потенциалами (2.1.9) и (2.1.10). Налагая условие  $X_c(0) = X_v(0) = 0$ . А также условие зеркальности отражения от плоскости  $z=0$  получим, что интервале  $0 \leq z \leq d$  эти функции равны

$$X_c(z) = \sqrt{k_c A_l} [Ai(q) - R_l Bi(q)], \quad q = k_c z - \kappa_l, \quad \kappa_l = k_c E_l d/V, \quad (2.1.11)$$

$$X_v(z) = \frac{2ik_z |Ai(q') - R(\varepsilon) Bi(q')|}{\exp(ik_z d) [k_v M(\varepsilon) + k_z N(\varepsilon)]}, \quad q' = -k_v(z - d + \varepsilon d/V), \quad \varepsilon = \varepsilon(k_z) = \hbar^2 k_z^2/2m_v. \quad (2.1.12)$$

В интервале  $d \leq z < \infty$  имеем

$$X_c(z) = \sigma_l \sqrt{k_c A_l} \exp[-k_l(z - d)], \quad k_l = \sqrt{2m_c(V - E_l)/\hbar}, \quad (2.1.13)$$

$$X_v(z) = \frac{2i\{k_z N(\varepsilon) \cos[k_z(z-d)] - k_v M(\varepsilon) \sin[k_z(z-d)]\}}{\sqrt{L} \exp(ik_z d) \{k_v M(\varepsilon) + k_z N(\varepsilon)\}}. \quad (2.1.14)$$

Здесь  $Ai(x)$ ,  $Bi(x)$ ,  $Ai'(x)$ ,  $Bi'(x)$  – функции Эйри и их производные [19],

$$\begin{aligned} R_l &= Ai(-\kappa_l)/Bi(-\kappa_l), \quad \sigma_l = Ai(k_c d - \chi_l) - R_l Bi(k_c d - \chi_l), \\ A_l^{-1} &= (\sigma_l^2/2)[k_c(1 - E_l/V)]^{-1/2} + [Ai'(-\kappa_l) - R_l Bi'(-\kappa_l)], \\ M(x) &= Ai'(-x/D) - R(x)Bi'(-x/D), \\ N(x) &= Ai(-x/D) - R(x)Bi(-x/D), \\ R(x) &= Ai(q'')/Bi(q''), \quad q'' = k_c d \beta^{-1/3} - x/D, \quad D = \beta^{-1/3} V / (k_c d E_g). \end{aligned}$$

Параметры  $k_{c(v)} = (2m_{c(v)}V/d^2d)^{1/2}$ ,  $L$  – нормировочная длина, (функция  $X_{c(v)}$  нормированы на единицу),  $\beta = m_c/m_v$ . Трансцендентное уравнения для определения энергии  $E_l$  уровня в яме приведено в главе 1.

## § 2.2 Экситонное поглощение света

Рассмотрим процесс перехода электрона из валентной зоны на дискретные уровни энергии в приповерхностной потенциальной яме в зоне проводимости и образование экситона в результате поглощения фотона. Поскольку размер неоднородности, обусловленный распределением заряда в слое, мал по сравнению с длиной волны света, то поглощение в таком слое не описывается законом  $\exp(-\alpha z)$ , где  $\alpha$  – коэффициент объемного поглощения, а должно определяться из решения уравнений Максвелла. Применительно к системе МДП этот вопрос рассмотрен в главе I для межзонного магнетооптического поглощения. Там показано, что частотная зависимость поглощения приповерхностным слоем полностью определяется безразмерной функцией  $\alpha(\omega, 0)$ , которая с точностью до множителя, определяемого геометрией эксперимента, пропорциональна доли энергии светового пучка, поглощенного приповерхностным слоем. В случае экситонного поглощения функция  $\alpha(\omega, 0)$  имеет вид

$$\alpha(\omega, 0) = \alpha(0) (\pi \hbar^2 / \mu) \sum_{nlk_z} \left| \int_0^\infty X_v(z) X_c(z) dz \right|^2 |\Phi_{n0}(0)|^2 \delta(\hbar\omega - E). \quad (2.2.1)$$

$$\alpha(0) = (8/\pi \sqrt{\varepsilon_0}) (e^2 / \hbar c) \left( |P_{cv}^y|^2 / m_0 E_g \right) (\mu / m_0),$$

где  $m_0$  – масса свободного электрона,  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость диэлектрика,  $c$  – скорость света в вакууме,  $\omega$  – частота падающего света.  $P_{cv}^y$  – компонента матричного элемента импульса вычисленная на блоховских множителях ( предполагается, что световая волна падает нормально на плоскость  $z=0$  со стороны диэлектрика и поляризована в направлении  $y$  ).

В случае связанного состояния экситона, подставляя в (2.2.1) выражения (2.2.9) – (9), выполняя интегрирование по  $k_z$  и используя (2.1.9) и (2.1.10), получим, что

$$\frac{\alpha(\omega,0)}{\alpha(0)} = \frac{(k_c d)^{1/2}}{\sqrt{\beta}} \left(\frac{E_g}{V}\right)^{1/2} \sum_{ln} \frac{A_l}{(n+1/2)^3} \frac{\sqrt{\tau_{ln}} F_l^2(\tau_{ln})}{DM^2(\tau_{ln}) + \tau_{ln} N^2(\tau_{ln})}, \quad (2.2.2)$$

$$\tau_{ln} = \Gamma_l + (E_c/E_g)(n + 1/2)^{-2}, \quad \Gamma_l = [\hbar\omega(E_g + E_l - V)]/E_g,$$

$$F_l(x) = \frac{D\sigma_l\beta^{2/3}}{(x - a_l)\sqrt{k_c d}} \left[ \sqrt{1 - E_l/V} N(x) - M(x)/(\beta^{2/3}\sqrt{k_c d}) \right],$$

$$a_l = \beta(V - E_l)/E_g.$$

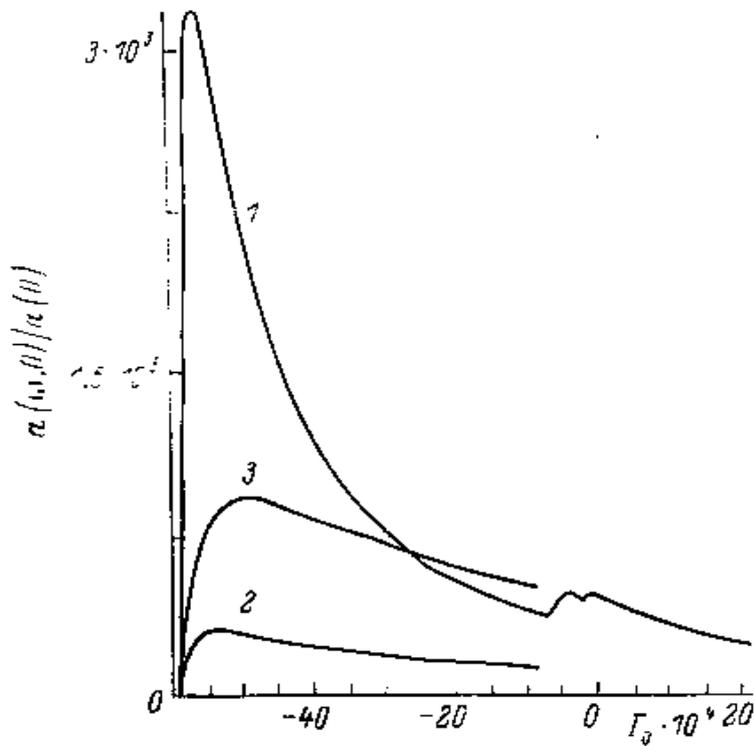
Для состояния сплошного спектра аналогичный расчет (вместо (2.1.2) и (2.1.3) использовались функции (2.1.5) и (2.1.8)) дает

$$\frac{\alpha(\omega,0)}{\alpha(0)} = \frac{(k_c d)^{1/2}}{\sqrt{\beta}} \left(\frac{E_g}{V}\right)^{1/2} \sum_l A_l \int_0^{\Gamma_l} \frac{dx\sqrt{x} F_l^2(x)}{DM^2(x) + xN^2(x)} \frac{\exp(\pi/\sqrt{\Gamma_l-x})}{ch(\pi/\sqrt{\Gamma_l-x})}. \quad (2.2.3)$$

Как видно из (2.2.1), в рассмотренной модели система экситонных подзон. Характеризуемая квантовыми числами  $n$  и  $m$ , «подвешена» под дном каждой электрической подзоны с квантовым числом  $l$  ( аналогичная ситуация имеет место в задаче объемного экситона в магнитном поле [30-31] и в РКПП [24]). Как следует из полученного выражения для  $\alpha(\omega, 0)$  (2.2.2), поглощение света, связанное с образованием состояния с квантовыми числами  $l$  и  $n$  (от азимутального числа  $m$  поглощение не зависит), представляет собой кривую с максимумом.

Таким образом, в отсутствие уширяющих механизмов экситонного поглощения имеет конечную ширину. Причиной этому является появление в

(2.2.2) дополнительного интегрирования по  $k_z$ , которое отсутствует в случае РККП и массивных образцов и где без учета уширяющих механизмов линии бесконечно узкие. Кроме того, как видно из (2.2.2), зависимость от главного квантового числа  $n$  в рассматриваемом случае отличается от таковой для объемных экситонов, так как наряду с множителем  $n^{-3}$  здесь имеется другой множитель, также зависящий от  $n$ . По этой причине максимумы экситонных пиков с ростом  $n$  совпадают медленнее, чем в объемном случае. Так, для  $n=0,1$  и  $2$  максимумы относятся как 7.2 (нулевой к первому) и 7.4 (нулевой к второму). В объемном случае это отношение равно 8 и 27 [30].



**Рис.2.1.** Частотная зависимость экситонного поглощения света вблизи края собственного поглощения, соответствующая экситонным уровням  $n = 0,1$  и  $2$  (кривая 1) и  $n = 0$  (кривые 2 и 3), рассчитанная по формулам (2.2.2) и (2.2.3). Предполагается, что потенциальной яме имеется одна электрическая подзона с квантовым числом  $l=0$ .  $\epsilon = 17.9, E_c = 0.95$  мэВ  $a_0 = 104 \text{ \AA}, E_g = 270$  мэВ (выбранные параметры близки к InSb),  $V = 150$  мэВ.

$$1 - k_c d = 2.34, E_0 = 141 \text{ мэВ}, d = 153 \text{ \AA}, \beta = 0.02;$$

$$2 - k_c d = 2.80, E_0 = 125 \text{ мэВ}, d = 200 \text{ \AA}, \beta = 0.02;$$

$$3 - k_c d = 2.34, E_0 = 141 \text{ мэВ}, d = 153 \text{ \AA}, \beta = 0.1.$$

Положение уровня  $E_0$  рассчитано по формуле (1.3.7) главы I.

Из (2.2.2) следует, что кривая поглощения, соответствующая связанным состояниям экситона, представляет собою суперпозицию осцилляций, каждая из которых характеризуется квантовыми числами  $l$  и  $n$ . На рисунке приведена частотная зависимость  $\alpha(\omega, 0)$ , рассчитанная по формулам (2.2.2) и (2.2.3) для случая, когда в потенциальной яме имеется только один уровень  $l=0$ . Как показывает численный расчет, резко выраженные осцилляции имеют место, если уровни в яме расположены близко к верхнему краю ямы. Подобное поведение осцилляций встречается в межзонном поглощении в магнитном поле (см. главу I). По мере понижения уровня в яме, максимум осцилляции уменьшается (кривая 2 на рисунке), что связано с уменьшением области, где функция  $X(z_c)$  заметно отлична от нуля. Кроме того, максимумы осцилляций зависят от параметра  $\beta = m_c/m_v$ , уменьшаясь с его ростом (см. кривые 1 и 3 на рисунке). Численный расчет показал также, что вклад формулы (2.2.2) в поглощение на частотах, соответствующих непрерывному спектру экситонов, но близких к краю, во много раз ( $\approx 400$ ) превышает вклад от формулы (2.2.3). Примерно в такое же число раз поглощение при малых  $\Gamma_l$  с учетом экситонных состояний больше поглощения в случае невзаимодействующих электрона и дырки. С увеличением  $\Gamma_l$  поглощение приближается к закону  $\Gamma_l^{-3/2}$ , которое имеет место при пренебрежении экситонными эффектами. По приближительной оценке

$$\left( 8/\pi \sqrt{\varepsilon_0} = 1, |p_{lv}^J|^2/m_0 E_g = 0.1, \mu/m_0 = 0.02 \right)$$

константа  $\alpha(0) \simeq 1.6 \cdot 10^{-5}$ , что приводит к доле поглощенной энергии порядка нескольких процентов.

### ГЛАВА III. РАССЕЯНИЕ СВЕТА В ПРИПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ В МДП СИСТЕМЕ

Метод комбинационного рассеяния света (КРС) дает эффективный бесконтактный способ элементарных возбуждений и их взаимодействия в конденсированной исследованной среде. В последние годы метод КРС интенсивно используется для исследования электронных возбуждений в полупроводниковых слоях с инверсией и накопленным поверхностным зарядом в системах металл – диэлектрик – полупроводник (МДП) [32-33]. В работе [34] сообщалось о резонансном усилении КРС квазидвумерным электронным газом, ограниченным резким гетеропереходом GaAs/n Al<sub>x</sub> Ga<sub>1-x</sub> As. Исследования КРС впервые указали на существование одночастичных возбуждений при переходе между двумя двумерными подзонами в электронной системе, чего нельзя было достичь методом поглощения света из-за деполяризационных и экситонных эффектов [9]. В [35-36] исследовалось КРС в размерно – квантованных полупроводниковых пленках.

Если наряду с электрическим полем направить параллельно ему магнитное поле, то энергетический спектр электрона в приповерхностной яме зоны проводимости становится полностью дискретным (Глава I). При направлении электрического поля, обеспечивающего изгиб зоны проводимости в сторону меньших энергий, движение электронов в валентной зоне не квантуется, так что в магнитном поле в валентной зоне образуются обычные зоны Ландау [9]. Недавно экспериментально исследовались спектры КРС в сверхрешетках GaAs-Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As в сильных магнитных полях и были обнаружены одночастичные переходы между уровнями Ландау (Глава I).

Поэтому в этой главе исследуются спектры КРС приповерхностным слоем полупроводника без магнитного поля и в сильных магнитных полях.

### § 3.1 Постановка задачи и основные соотношения

Здесь исследуется электронное КРС приповерхностным слоем полупроводника в системе МДП, помещенной в электрическое поле, перпендикулярное границе раздела диэлектрик – полупроводник (ось  $z$ ). Как известно [9], в образующемся при этом вследствие изгиба зоны проводимости инверсионном слое в полупроводнике движение электронов вдоль  $z$  квантуется (образуются двумерные «электрические» подзоны с квантовым числом  $m$ ). При этом, если электрическое поле обеспечивает изгиб зоны проводимости в сторону меньших энергий, в валентной зоне состояния не изменяются (Глава I). КРС рассматривается при температуре  $T=0$  K, когда верхняя валентная зона целиком заполнена, а зоны проводимости пусты. Поглотив квант возбуждающего света  $\hbar\omega_l$ , электрон из валентной зоны ( $v$ ) переходит в одну из подзон зоны проводимости ( $c$ ), а затем испустив квант вторичного излучения  $\hbar\omega_s$  – в нижнюю подзону зоны проводимости ( $c$ ). Используется метод эффективной массы, энергетический спектр в зонах предполагается параболическим с экстремумами в центре зоны Бриллюэна. Прямой дипольный переход в центре зоны предполагается разрешенным. Предполагается также, что электронные уровни в приповерхностный потенциальной яме пусты, а глубина ямы мала по сравнению с шириной запрещенной зоны. Отражение электронов от границ раздела полупроводник – диэлектрик считается зеркальным, а потенциальный барьер границе – бесконечно большим.

Сечения рассеяния вычисляется с помощью соотношения [37]

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega_s d\Omega} = \frac{V^2 \omega_s^2 n_s}{(2\pi)^3 c^4 n_l} W, \quad (3.1.1)$$

где  $V$  – нормировочный объем,  $c$  – скорость света в вакууме.  $W$  – вероятность испускания кванта  $\hbar\omega_s$  в единицу времени в интервале телесного угла  $d\Omega$ , нормированная на один фотон  $\hbar\omega_l$  в объеме  $V$  и вычисленная для среды с

равным единице коэффициентом преломление света,  $n_{s(l)}$  – коэффициент преломление света;

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_f |M_{fi}|^2 \delta(E_f - E_i - \hbar\omega_l + \hbar\omega_s), \quad (3.1.2)$$

$E_f, E_i$  – энергии начального и конечного состояний среды, в конечном состоянии имеется электронно – дырочная пара (ЭДП);

$$M_{fi} = \sum_a \frac{\langle f | U_s^+ | a \rangle \langle a | U_l | i \rangle}{E_i - E_a + \hbar\omega_l}, \quad (3.1.3)$$

$$U_{l(s)} = -(2\pi\hbar/V\omega_{l(s)})^{1/2} \mathbf{e}_{l(s)} \mathcal{J}, \quad (3.1.4)$$

$$\mathcal{J} = \int d\mathbf{r} j(\mathbf{r}). \quad (3.1.5)$$

$|a\rangle$  – промежуточное состояние системы, в котором имеется ЭДП,  $\mathbf{j}(\mathbf{r})$  – оператор плотности тока,  $\mathbf{e}_{l(s)}$  – вектор поляризации первичного (вторичного) излучения. Энергии и волновые функции электронов в  $c$  и  $v$  зонах определяются соотношениями

$$E_{c\alpha} = \mathcal{E}_m - V_0 + \hbar^2 k_{\parallel}^2 / 2m_c, \quad (3.1.6)$$

$$E_{v\beta} = -E_g - \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_v} - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_v}, \quad (3.1.7)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_{c\alpha}(\mathbf{r}) &= \chi_m(z) u_{c0}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}_{\parallel} r_{\parallel}}, \\ \psi_{v\beta}(\mathbf{r}) &= \chi_{k_z}(z) u_{v0}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}_{\parallel} r_{\parallel}} \end{aligned} \right\} \quad (3.1.7a)$$

где  $\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{k}_{\parallel}(k_x, k_z)$  – двумерный волновой вектор электрона;  $\mathbf{r}_{\parallel} = \mathbf{r}_{\parallel}(x, y)$ ;  $\mathcal{E}_m$  – уровни энергии в яме, отсчитанные от дна ямы, глубина которой  $V_0$ ;  $m_{c(v)}$  – эффективная масса электрона в зоне  $c(v)$ ;  $E_g$  – ширина запрещенной зоны. Функция  $\chi_m(z)$  описывает квантованное движение в потенциальной яме, а  $\chi_{k_z}(z)$  – непрерывное движение вдоль оси  $z$  в зоне  $v$ ,  $u_{c0}, u_{v0}$  – блоховские амплитуды. Вычисление междозонного матричного элемента  $\langle a | U_l | i \rangle$  из (3.1.3) с помощью (3.1.4), (3.1.5) и (3.1.7) дает

$$\langle a | U_l | i \rangle = - \left( \frac{2\pi\hbar}{V\omega_l} \right)^{1/2} \frac{e}{m_0} (\mathbf{e}_l \mathbf{p}_{cv}) M(m, k_z), \quad (3.1.8)$$

где

$$M(m, k_z) = \int_0^{\infty} dz \chi_m(z) \chi_{k_z}(z), \quad (3.1.9)$$

$\mathbf{p}_{cv}$  – межзонный матричный элемент импульса;  $e, m_0$  – заряд и масса свободного электрона. Для внутризонного в рассматриваемом случае матричного элемента  $\langle f | U_s^+ | a \rangle$  из (3.1.3) получаем

$$\langle f | U_s^+ | a \rangle = - \frac{e\hbar}{m_c} \left( \frac{2\pi\hbar}{V\omega_s} \right)^{1/2} (\mathbf{e}_{s\parallel}^* \mathbf{k}_{\parallel}) \delta_{m_a, m_f} - \frac{e}{m_c} \left( \frac{2\pi\hbar}{V\omega_s} \right)^{1/2} e_{sz}^* K(m_a, m_f), \quad (3.1.10)$$

где

$$K(m_f, m_a) = i\hbar \int_0^\infty dz \left[ \chi_{m_f}(z) \frac{d\chi_{m_a}(z)}{dz} - \chi_{m_a}(z) \frac{d\chi_{m_f}(z)}{dz} \right]. \quad (3.1.11)$$

Используя (3.1.8), (3.1.11) и (3.1.3), проводя интегрирование по  $\mathbf{k}_\parallel$  с использованием  $\delta$  – функции, получим

$$W = \frac{2\pi}{V\omega_l\omega_s} \left( \frac{e^2}{m_0} \right)^2 \frac{|\mathbf{e}_l \mathbf{p}_{cv}|^2 m^*}{\hbar \Delta E m_c} (2m_v \Delta E \hbar^{-2})^{1/2} \times \\ \times \sum_m \left\{ \left( \frac{\Delta E}{\hbar \omega_s} \right)^2 \frac{m^*}{m_c} |\mathbf{e}_{s\parallel}^*|^2 \int_0^{\Gamma_m} dy y^{-1/2} (\Gamma_m - y) |M(m, k_z)|^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{8} |\mathbf{e}_{sz}^*|^2 \sum_{m'} \frac{(\Delta E/m_c) |K(m', m)|^2}{[\hbar \omega_s - (E_{m'} - E_m)]^2} \int_0^{\Gamma_m} dy y^{-1/2} |M(m, k_z)|^2 \right\}, \quad (3.1.12)$$

где

$$m^{*-1} = m_c^{-1} + m_v^{-1}, \quad \Gamma_m = [\hbar \omega_l - E_g - (E_m - V_0) - \hbar \omega_s] / \Delta E, \\ \Delta E = \hbar^2 / 2m_0 a_B^2, \quad a_B = \hbar^2 \varepsilon / 2m_0 e^2, \quad y = \hbar^2 k_z^2 / 2m_0 \Delta E. \quad (3.1.13)$$

$\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость полупроводника.

### § 3.2 Дифференциальное сечение рассеяния

Из (3.1.12) видно, что для расчета сечения рассеяния необходимо знать вид функций  $\chi_m(z)$  и  $\chi_{k_z}(z)$ , которые определяются из решения самосогла-сованной задачи о распределении заряда в слое [32]. В дальнейшем пред-полагаем, что яма «треугольная», и для матричного элемента  $M(m, k_z)$  используем выражение, приведенное в главе I. Тогда для дифференциального сечения электронного КРС получим

$$\frac{d^2 \sigma}{d\omega d m_s} = \frac{S}{\pi^2} \left( \frac{e^2}{m_0 c^2} \right) \frac{\omega_s |\mathbf{e}_l \mathbf{p}_{cv}|^2}{\omega_l \hbar \Delta E} \left[ |\mathbf{e}_{s\parallel}|^2 \Lambda_1 + |\mathbf{e}_{sz}^*|^2 \Lambda_2 \right], \quad (3.1.14)$$

где

$$\Lambda_1 = \left( \frac{\Delta E}{\hbar \omega_s} \right)^2 \frac{(k_c d)^{5/2}}{\sqrt{\mu}} \left( \frac{\Delta E}{V_0} \right)^{1/2} \sum_{m=0}^{m_{max}} A_m \int_0^{\Gamma_m} dy \frac{\sqrt{y} (\Gamma_m - y) F_m^2(y)}{D M^2(y) + y N^2(y)}, \quad (3.1.15)$$

$$\Lambda_2 = \frac{(V_0 / \Delta E)^{1/2}}{4 \sqrt{k_c d \mu}} \sum_{m, m'=0}^{m_{max}, m'_{max}} f(m, m', \omega_s) \int_0^{\Gamma_m} dy \frac{\sqrt{y} F_{m'}^2(y)}{D M^2(y) + y N^2(y)}, \quad (3.1.16)$$

$$f(m, m', \omega_s) = \frac{A_{m'} |I(m, m')|^2}{|\hbar \omega_s / \Delta E - (\varepsilon_{m'} - \varepsilon_m) / \Delta E|^2}, \quad D = \frac{\mu^{1/3} V_0}{k_c d \mu \Delta E}, \quad \mu = \frac{m_c}{m_v}, \quad (3.1.17)$$

$$A_m = \left\{ \frac{\beta_m^2}{2 \sqrt{k_c d - \varkappa_m}} + [A_i'(-\varkappa_m) - R_m B_i'(-\varkappa_m)]^2 \right\}^{-1}, \quad \varkappa_m = k_c d \frac{\varepsilon_m}{V_0}, \quad (3.1.18)$$

$$R_m = Ai(-\kappa_m)/Bi(-\kappa_m), k_c = (2m_c V_0/\hbar^2 d)^{1/3}, \quad (3.1.19)$$

$$\beta_m = Ai'(k_c d - \kappa_m) - R_m Bi(k_c d - \kappa_m), \quad (3.1.20)$$

$$M(y) = Ai' \left( -\frac{y}{D} \right) - R(y) Bi' \left( -\frac{y}{D} \right), \quad (3.1.21)$$

$$N(y) = Ai \left( -\frac{y}{D} \right) - R(y) Bi \left( -\frac{y}{D} \right), \quad (3.1.22)$$

$$R(y) = Ai \left( k_c d \mu^{1/3} - \frac{y}{D} \right) / Bi \left( k_c d \mu^{1/3} - \frac{y}{D} \right), \quad (3.1.23)$$

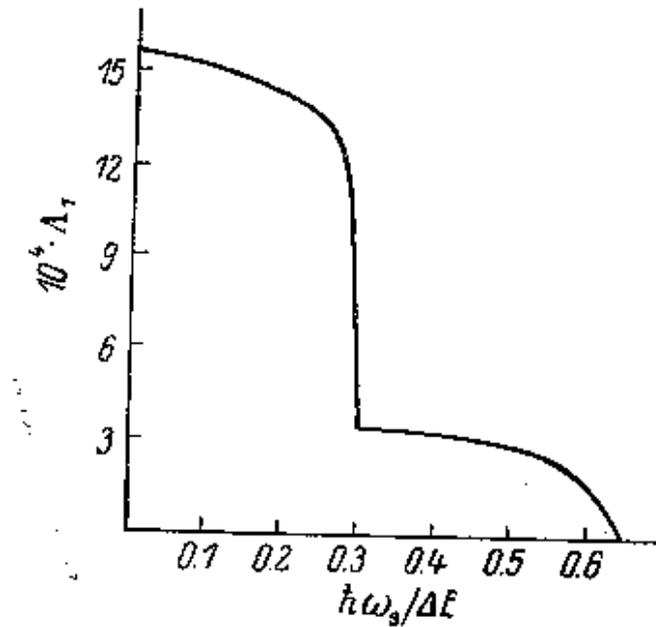
$$F_m(y) = \frac{D^2 \Delta E \beta_m}{v_0 [y + \mu a_m (\frac{v_0}{\Delta E})]} \left[ \mu^{1/3} \sqrt{k_c d - \kappa_m} N(y) - M(y) \right] + \int_0^1 dy F(m, u) Ai \left[ -\frac{k_c d}{\mu^{1/3}} (u - 1) - \frac{y}{D} \right], \quad a_m = 1 - \frac{\varepsilon_m}{v_0}, \quad (3.1.24)$$

$$I(m, m') k_c d (A_m A_{m'})^{1/2} \left\{ k_c d \int_0^1 [F(m', u) F_1(m, u) - F(m, u) F_1(m', u)] + \beta_m \beta_{m'} \frac{\sqrt{a_{m'} - \sqrt{a_m}}}{\sqrt{a_{m'} - \sqrt{a_m}}} \right\}, \quad (3.1.25)$$

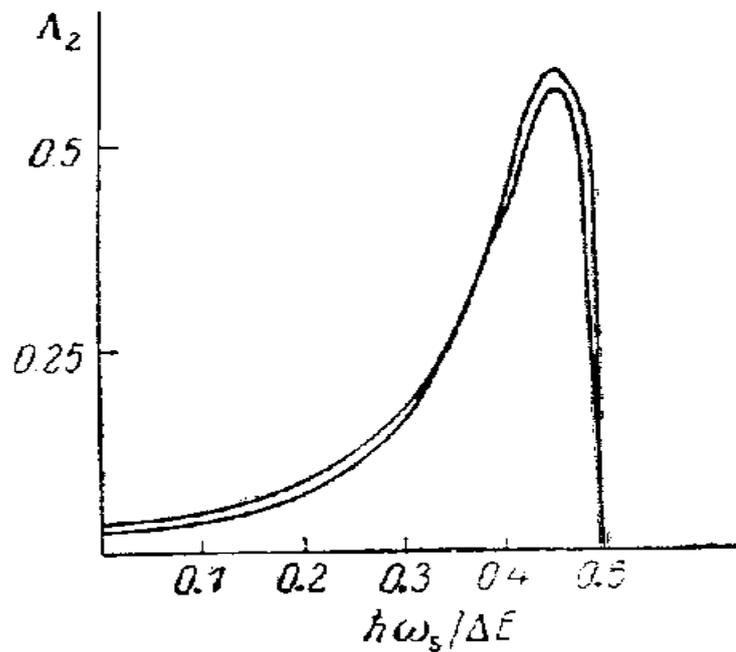
$$F(m, u) = Ai(k_c d u - \kappa_m) R_m Bi(k_c d u - \kappa_m), \quad (3.1.26)$$

$$F_1(m, u) = Ai'(k_c d u - \kappa_m) - R_m Bi'(k_c d u - \kappa_m), \quad (3.1.27)$$

Здесь  $S$  -нормировочная площадь;  $Ai(x), Bi(x), Ai'(x), Bi'(x)$  – функция Эйри и их производные соответственно [37];  $d$  – толщина приповерхностного слоя.



**Рис. 3.1.** Численный расчет частотной зависимости величины  $\Lambda_1$ .  
 Значения параметров:  $k_c d = 5,52$ ,  $m_c = 0,7m_0$ ,  $m_v = 0,5m_0$ ,  $\varepsilon = 12,5$  (GaAs),  
 $E_g = 1,4$  эВ,  $V_0 = 100$  мэВ,  $\varepsilon_0 = 42,4$  мэВ,  $\varepsilon_1 = 73,9$  мэВ,  $\varepsilon_2 = 98,4$  мэВ,  
 $\Delta E = 87$  мэВ,  $\hbar\omega_l \approx E_g$



**Рис. 3.2.** Численный расчет частотной зависимости величины  $\Lambda_2$ .  
 Значения параметров:  $k_c d = 4,09$ ,  $E_g = 1,4$  эВ,  $V_0 = 100$  мэВ,  $\varepsilon_0 = 56,7$  мэВ,  
 $\varepsilon_1 = 98,3$  мэВ,  $\Delta E = 87$  мэВ,  $\hbar\omega_l \approx E_g$ ,  $m_c = 0,07m_0$ ,  $m_v = 0,5m_0$ ,  
 $\mu = 0,14$  (кривая 1) и  $\mu = 0,25$  (кривая 2).

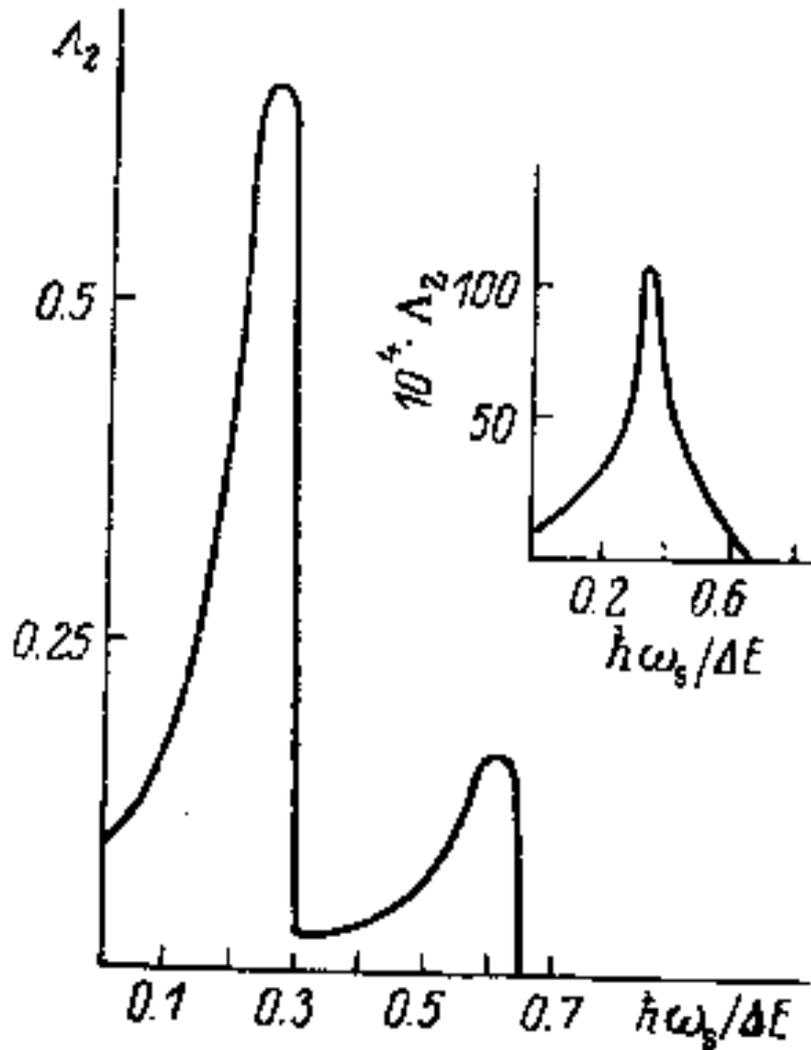
Значения  $m_{max}$  и  $m'_{max}$  в (3.1.15) и (3.1.16) определяются из условия положительного  $\Gamma_m$  в (3.1.13). Первый член в квадратных скобках в (3.1.14) обусловлен переходам электрона из  $v$  в  $v$ -зону на уровень электрического квантования с поглощением кванта  $\hbar\omega_l$  и последующим переходом в конечное состояние без изменения уровня электрического квантования с испусканием кванта  $\hbar\omega_s$ . Второе слагаемое обусловлено следующим процессом: электрона из  $v$  зоны, поглощая квант  $\hbar\omega_l$ , переходит на один из уровней электрического квантования зоны проводимости  $m'$ , а затем, испуская квант  $\hbar\omega_s$ , переходит на более низкий уровень  $m$ .

Как следует из (3.1.13), частоты вторичного излучения лежат в интервале

$$0 \leq \omega_s \leq \omega_l - E_g/\hbar + (V_0 - \mathcal{E}_m)/\hbar. \quad (3.1.28)$$

Электронное КРС приповерхностным слоем полупроводника в МДП – системе – анизотропно (см.(3.1.14)). Анализ выражения (3.1.16) показывает, что на частоте  $\hbar\omega_s = \mathcal{E}_{m'} - \mathcal{E}_m$  рассеяние ведет себе резонансным образом и

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega d\omega_s} \sim |\hbar\omega_s - (\mathcal{E}_{m'} - \mathcal{E})|^{-2}. \quad (3.1.29)$$



**Рис. 3.3.** Численный расчет частотной зависимости величины  $\Lambda_2$ .

Значения параметров:  $k_c d = 5,52$ ,  $m_c = 0,7m_0$ ,  $m_v = 0,5m_0$ ,  $\varepsilon = 12,5$  (GaAs),  
 $E_g = 1,4$  эВ,  $V_0 = 100$  мэВ,  $\varepsilon_0 = 42,4$  мэВ,  $\varepsilon_1 = 73,9$  мэВ,  $\varepsilon_2 = 98,4$  мэВ,  
 $\Delta E = 87$  мэВ,  $\hbar\omega_l \approx E_g$

Численный расчет величин  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  приведен на рис.3.1 – 3.3. Как видно из рис.3.1, в случае, когда электрон рассеивается внутри одной электрической двумерной подзоны, частотная зависимость сечения отличается от случая размерно-квантованной пленки, где эта зависимость – линейная [35].

В случае переходов электрона между электрическими подзонами (рис.3.2 и 3.3) (где введено феноменологически затухание  $\gamma = 0,1\Delta E$ ) форма линии вторичного излучения нелоренцева, и интенсивность пика зависит от  $m_c/m_v$ , а также от положения уровня энергии в яме. Пики вторичного излучения хорошо выражены, если  $m_c/m_v \ll 1$ , а также, если уровень энер-

гии расположен вблизи верхнего края ямы. С ростом  $m_c/m_v$ , а также с продвижением уровня энергии в глубь ямы интенсивность пика резко падает, а положение максимума сдвигается в длинноволновую область. Следует отметить, что при  $k_c d = 4.09$ ,  $V_0 = 100$  мэВ уровни энергии в яме  $\mathcal{E}_0 = 56,7$  мэВ и  $\mathcal{E}_1 = 98,3$  мэВ. Так что  $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0 = 41,6$  мэВ, однако, расчет показывает, что максимум располагается не при  $\hbar\omega_s = 41,6$  мэВ, а смещен в длинноволновую область на величину  $0.25 \Delta E$ . По-видимому, это обусловлено сильным затуханием движения электрона в валентной зоне, где его движение трехмерно.

Если  $k_c d = 5.52$ , в яме возникают три уровня:  $\mathcal{E}_0 = 42,2$  мэВ  $\mathcal{E}_1 = 73,9$  мэВ  $\mathcal{E}_2 = 98,37$  мэВ при  $V_0 = 100$  мэВ. В этом случае возникают 2 пика вторичного излучения, соответствующие переходам электрона между уровнями  $2 \rightarrow 0$ , а также  $2 \rightarrow 1$  (рис.3.3). Как видно из рис.3.3, интенсивность пика  $2 \rightarrow 1$  почти в пять раз больше интенсивности пика  $2 \rightarrow 0$ . Это происходит вследствие различия величин  $I(1,2)$  и  $I(0,2)$  (см. (17)). В области  $\hbar\omega_s = 0.36\Delta E$  возникает пик, соответствующий переходу  $1 \rightarrow 0$  (пик на рис.2), но его интенсивность почти в 16 раз меньше интенсивности пика  $2 \rightarrow 0$  и в 60 раз меньше интенсивности пика  $2 \rightarrow 1$ .

Приведем оценку множителя, стоящего перед квадратной скобкой в (14). Для GaAs [38]  $m_c = 0,07m_0$ ,  $m_v = 0,5m_0$ ,  $\varepsilon = 12,5$ ,  $E_g = 1,4$  эВ,  $k_c d = 4,09$ ,  $V_0 = 100$  мэВ,  $d = 193\text{\AA}$ . Предполагая  $|\mathbf{e}_l \mathbf{p}_{cv}|^2 = 3m_0^2 E_g / 2m_c$  при  $\hbar\omega_l \simeq E_g$  и  $\Delta m_s = 5\text{см}^{-1}$ , получим значение  $2.8 \cdot 10^{-8}\text{см}^{-1}$ . Как известно, в объемном случае  $(d\sigma/d\theta) = 5 \cdot 10^{-8}\text{см}^{-1}\text{ср}^{-1}$ , что указывает на возможность экспериментального наблюдения электронного КРС.

## **ГЛАВА IV. ЦИКЛОТРОН-ФОНОННЫЙ РЕЗОНАНС В ИНВЕРСИОННЫХ СЛОЯХ**

Приповерхностные слои полупроводника в структуре металл – диэлектрик – полупроводник (МДП) представляет собой наряду с размерно – квантованными пленками удобный объект для исследования двумерных электронных состояний, которые по своим свойствам сильно отличаются от электронов в массивных полупроводниках. Магнитооптические исследова-

ния МДП структур в настоящее время интенсивно развиваются [39-42]. В связи с этим представляет интерес оценить возможности метода циклотрон – фононного резонанса применительно к данным объектам, поскольку он успешно применяется в исследовании массивных полупроводников [43].

В настоящей главе излагается теория циклотрон – фононного поглощения в приповерхностном слое полупроводника в структуре МДП в условиях, когда электрон – фононного взаимодействие вызывает за счет резонансных переходов расщепление линий поглощения на несколько компонент. Предполагается, что во внешних электрическом и магнитном полях, которые параллельны друг другу и нормальны границе раздела диэлектрик – полупроводник, движение электронов полностью квантовано: вдоль оси  $z$  (нормаль к границе раздела) электрическим полем, а в плоскости слоя – магнитным полем. Механизм образования приповерхностного слоя не конкретизируется. Требуется лишь, чтобы глубина потенциальной ямы вблизи границы раздела диэлектрик – полупроводник была мала по сравнению с шириной запрещенной зоны, поскольку используется однозонное приближение. Это ограничение для широкого класса веществ не является сильным.

Электромагнитная волна поглощается за счет переброса электронов на более высокие уровни с поглощением или испусканием фонона. Если разность энергий между уровнем Ландау, на который заброшен электрон, и каким – либо другим незаполненным уровнем равна энергии фонона, то возможен резонансный переход, что приводит к сильному изменению первоначального спектра. Предполагается кубическая сингония системы, параболический закон дисперсии для электронов в массивном полупроводнике, потенциальный барьер на границе раздела полагается бесконечным.

#### **§ 4.1 Общее выражение для поглощения света**

Поскольку толщина слоя, при которой становится возможным наблюдение размерного квантования, мала по сравнению с длиной волны света, поглощение в такой неоднородной среде следует определять из уравнений Максвелла, в которых в качестве плотности тока представляется

выражение, полученного на основе микроскопического рассмотрения [12].  
Высокочастотная плотность тока  $J_\mu(\mathbf{r}, t)$  определяется из известного выражения [14]

$$J_\mu(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int dt' \int_0^\beta d\lambda Sp\{F_0 j_\nu(\mathbf{r}', t' - i\hbar\lambda) j_\mu(\mathbf{r}, t)\} E_\nu(\mathbf{r}', t'), \left. \begin{aligned} F_0 &= e^{-\beta\mathcal{H}} / Sp e^{-\beta\mathcal{H}}, & \mathcal{H} &= \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1, \end{aligned} \right\} \quad (4.1.1)$$

$E_\nu(\mathbf{r}, t)$  – электрический вектор электромагнитной волны,  $j_\mu$  –  $\mu$ -я компонента оператора плотности тока. Гамильтониан  $\mathcal{H}_0$  имеет вид

$$\mathcal{H}_0 = \frac{1}{2m} \left( p - \frac{e}{c} A \right)^2 + V(z); \quad A = (-yH, 0, 0), \quad (4.1.2)$$

Магнитное поле направлено вдоль оси  $Oz$ , т.е.  $H = H_z$ ;  $m$  – эффективная масса электрона,  $V(z)$  – потенциал, определяющий приповерхностную потенциальную яму;  $\mathcal{H}_1$  описывает электрон – фононное взаимодействие. Переменные в (4.1.2) разделяются, так что собственные функции  $\Psi_\alpha(\mathbf{r})$  равны

$$\Psi_\alpha(\mathbf{r}) = (1/\sqrt{L}) \exp(ik_x x) \varphi_n(y) \chi_l(z), \quad \alpha = (k_x, n, l), \quad (4.1.3)$$

$L$  – нормировочная длина,  $k_x$  – непрерывное квантовое число,  $n$  – число Ландау,  $l$  нумерует дискретные уровни в потенциальной яме. В дальнейшем ограничимся случаем  $S$ -поляризации световой волны, когда отлична от нуля только  $E_\nu = E_y$ . Тогда

$$j_y(\mathbf{r}) = \frac{i\hbar}{2mL} \sum_{\alpha\alpha'} \exp[i(k_x - k'_x)x] \left( \varphi_{n'} \frac{d\varphi_n}{dy} - \frac{d\varphi_{n'}}{dy} \right) \chi_l(z) \chi_{l'}(z) \alpha_\alpha^+ \alpha_{\alpha'} \quad (4.1.4)$$

( $\alpha_\alpha^+, \alpha_{\alpha'}$  – вторично – квантованные операторы электрона).

Пусть  $xz$  есть плоскость падения монохроматической волны частоты  $\omega$ . Тогда все величины в силу симметрии задачи не зависят от координаты  $y$ . Переходя от переменных  $x$  и  $t$  к Фурье – переменным  $q_x$  и  $\omega$ , получим, используя (4.1.4) и (4.1.1), уравнение для определения поля  $E_y = E_y(q_z, z, \omega)$

$$\frac{d^2 E_y}{dz^2} + Q^2 E_y = -iD \sum_{\alpha\alpha'} I_{\alpha\alpha'}^2 G_{\alpha\alpha'}(s, \beta) K_{\alpha\alpha'}(z) \int_0^\infty dz' K_{\alpha'\alpha}(z') E_y(z'), \quad (4.1.5)$$

$$Q^2 = \varepsilon_\infty (\omega^2 / c^2) - q_x^2; \quad D = \frac{4\pi\omega}{c^2 S} \left( \frac{e\hbar}{2m} \right)^2,$$

$S$  – нормировочная площадь,  $\varepsilon_\infty$  – высокочастотная диэлектрическая постоянная,  $s = -i\omega + \delta, s \rightarrow +0$ ,  $K_{\alpha\alpha'}(z) = \chi_l(z)\chi_{l'}(z)$ ,  $\beta$  – обратная температура. Двухчастичный коррелятор  $G_{\alpha\alpha'}(s, \beta)$  определяется электрон – фоннным взаимодействием,

$$G_{\alpha\alpha'}(s, \beta) = \int_{-\infty}^0 dt e^{t'} \int_0^\beta d\lambda \times \\ \times Sp \{ F_0 \alpha_\alpha^+ \alpha_\alpha e^{i\mathcal{H}(-t+i\hbar\lambda)/\hbar} \alpha_{\alpha'}^+ \alpha_{\alpha'} e^{-i\mathcal{H}(-t+i\hbar\lambda)/\hbar} \}. \quad (4.1.6)$$

Если закон дисперсии в плоскости слоя квадратичен, то

$$I_{\alpha\alpha'} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \varphi_{n'} \frac{d\varphi_n}{dy} - \frac{d\varphi_{n'}}{dy} \right) dy$$

Приводит к стандартным правилам отбора для чисел Ландау

$$I_{\alpha\alpha'}^2 = \frac{2}{R^2} [n\delta_{n',n-1} + (n+1)\delta_{n,n'-1}], \quad R^2 = \frac{c\hbar}{eH}. \quad (4.1.7)$$

Уравнение (4.1.5) решается интегрированием по интегральному члену (см. глава I). Определив  $E_y$ , можно найти долю поглощенной энергии  $W_i$  (глава I)

$$W_i = \frac{\cos \theta \alpha(\omega, Q)}{[\cos \theta + \sqrt{(\varepsilon_\infty / \varepsilon_0) - \sin^2 \theta}]^2}, \quad (4.1.8)$$

где  $\theta$  – угол падения,  $\varepsilon_0$  – статическая диэлектрическая постоянная,  $\alpha(\omega, Q)$  определяет частотную зависимость поглощения

$$\alpha(\omega, Q) = \frac{4\pi}{\sqrt{\varepsilon_0}} \frac{e^2 \hbar^2}{m^2 c} \sum_{\alpha\alpha'} I_{\alpha\alpha'}^2 |M_{ll'}(Q) Re|^2 G_{\alpha\alpha'}(s, \beta), \quad (4.1.9)$$

$$M_{ll'}(Q) = \int_0^\infty e^{-iQz} \chi_l(z) \chi_{l'}(z) dz. \quad (4.1.9a)$$

## § 4.2 Циклотрон-фоннный резонанс

Чтобы избежать излишне громоздких формул, дальнейшее рассмотрение целесообразно провести при некоторых частных предположениях, которые не искажают качественную сторону явления. Будем считать, что заполнен

только нижний уровень в яме ( $l=0, n=0$ ), оптические фононы не возбуждены, а частота света достаточна для переброса электрона на уровень  $l=0, n=0$  и рождения одного фонона. В матричных элементах  $M_{ll'}(Q)$  можно положить  $Q = 0$  в виду условия  $Qd \ll 1$  ( $d$  – толщина приповерхностного слоя), что приведет к правилам отбора  $l = l'$ .

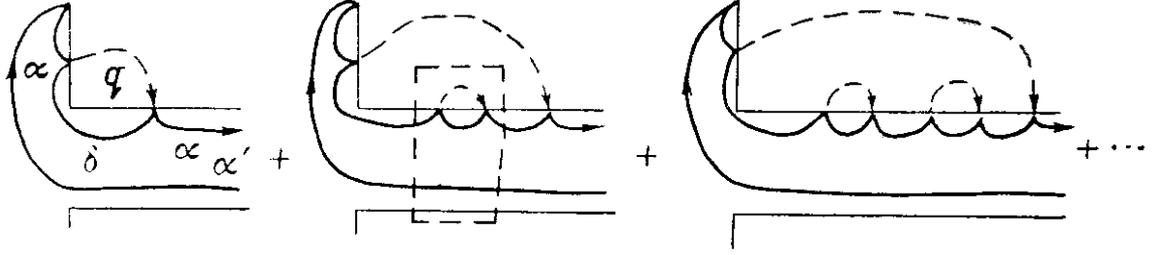
Из (4.1.8) и (4.1.9) видно, что неоднородность среды в корреляторе  $G_{\alpha\alpha'}$  проявляется только в зависимости уровней энергии и матричных элементов от квантовых чисел. Поэтому для его вычисления применяется стандартная графическая техника [44]. Вычислим сначала  $G_{\alpha\alpha'}$  в линейном по электрон – фононной связи приближении, выбрав в качестве  $\mathcal{H}_1$  фрелиховский гамильтониан взаимодействия с поляризационными  $LO$  – фононами с дискретной частотой  $\omega_0$ . Линейному приближению соответствует (первый график на рис.4.1)

$$G_{\alpha\alpha'} = \frac{1}{i\hbar} \sum_{\delta} \frac{N_{\alpha'} \sum_{\mathbf{q}} |C_{\mathbf{q}}|^2 |J_{\alpha\delta}(\mathbf{q})|^2}{\hbar\omega_{\alpha\alpha'} \hbar(\omega_{\delta\alpha'} + \omega_0) (s + i\omega_{\alpha\alpha'}) [s + i(\omega_{\delta\alpha'} + \omega_0)]}, \quad (4.2.1)$$

где  $J_{\alpha\delta}(\mathbf{q})$  – матричный элемент  $\exp(i\mathbf{q}\mathbf{r})$ , вычисленный на волновых функциях (3),  $\mathbf{q}$  – волновой вектор фонона,

$$|C_{\mathbf{q}}|^2 = \frac{8\pi\eta l_0}{V_0 q^2}; \quad l_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{2m_e\omega_0}}; \quad \eta = \frac{e^2}{4\hbar\omega_0 l_0} \left( \frac{1}{\epsilon_{\infty}} - \frac{1}{\epsilon_0} \right) \quad (4.2.2)$$

Здесь  $N_{\alpha'}$  – средние числа заполнения электронных состояний,  $V_0$  – нормировочный объем,  $\omega_{\alpha\alpha'} = \omega_{\alpha} - \omega_{\alpha'}$ ,  $\hbar\omega_{\alpha}$  – энергия уровня с квантовым числом  $\alpha$ ,  $\eta$  – безразмерная константа связи). При расчете  $J_{\alpha\delta}(\mathbf{q})$  следует учесть, что входящая в него  $\chi_l(z)$  самосогласованно зависит от заполнения уровней  $l$  в потенциальной яме. В случае, когда заполнен частично или полностью только нижний уровень (каждый уровень  $l, n$  вырожден по непрерывному квантовому числу  $k_x$ ), волновая функция легко находится вариационным методом (см. обзор [45]).



**Рис.4.1.** Ряд графиков, определяющий  $G_{10}$

Если пробную функцию выбрать в виде

$$\chi_0(z) = \left(b^{3/2}/\sqrt{2}\right) z \exp(-bz/2), \quad (4.2.3)$$

( $b$  – вариационный параметр), то для аккумуляционного слоя

$$b = 1.6[e^2 m N / (\varepsilon_0 \hbar^2)]^{1/3}, \quad (4.2.4)$$

где  $N$  – поверхностная концентрация электронов на уровне  $l=0$ ,  $n=0$ . В случае инверсионного слоя

$$b = \left[ \frac{12e^2 m N_a d_1}{\hbar^2 \varepsilon_0} \left(1 + \frac{0.34N}{N_a d_1}\right) \right]^{2/3}. \quad (4.2.5)$$

Толщина обедненного слоя  $d_1 = F\varepsilon_0/eN_a$ ,  $N_a$  – концентрация акцепторов,  $F$  – электрическое поле на границе слоя. С учетом сделанных предположений получим для  $G_{\alpha\alpha'} = G_{10}$

$$G_{10} = \frac{3\eta\sqrt{a}[-Ei(\sqrt{a})]N}{8\hbar\omega\omega_0} \frac{i\Omega}{(\omega - \Omega - \omega_0 + i\delta)}, \quad a = \frac{b^2 R^2}{2}, \quad \Omega = \frac{eN}{mc}, \quad (4.2.6)$$

$Ei(x)$  – интегральная показательная функция. Подставляя (4.2.6) в (4.1.9), получим для циклотрон – фононного поглощения

$$a(\omega, 0) = \frac{3}{\sqrt{\varepsilon_0}} \frac{e^2 \eta}{\hbar c} \frac{\pi R^2 N \Omega^2}{\omega \omega_0} \sqrt{a} [-Ei(-\sqrt{a})] \delta(\omega - \Omega - \omega_0), \quad (4.2.7)$$

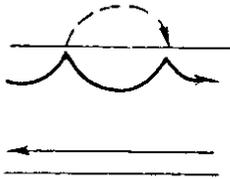
откуда следует, что поглощение имеет  $\delta$  –образный характер. Нелинейная зависимость от концентрации обусловлена зависимостью от концентрации волновых функций  $\chi_l(z)$ . Концентрация  $N$  меняется от 0 до  $(\pi R^2)^{-1}$ , так что безразмерный множитель  $\pi R^2 N$  есть отношение  $N$  к предельной концентрации.

### § 4.3 Расщепление циклотрон-фононных линий

Рассмотрим важный случай, когда  $\Omega = \omega_0$ , и электрон, заброшенный на уровень  $l=0$ ,  $n=1$ , может испустить  $LO$  – фотон и перейти на уровень  $l=0$ ,  $n=0$ . При этом нельзя ограничиться линейным по константе связи  $\eta$  приближением, так как графики более высоких порядков велики вблизи частот  $\omega = 2\omega_0$ . Графический анализ ряда теории возмущений по константе связи для  $G_{\alpha\alpha'}$  аналогичен проведенному в [46]. Имеются лишь два отличия, которые не влияют на правила выбора существенных диаграмм. Во-первых, поскольку уровни энергии дискретны, все знаменатели в графиках не зависят от непрерывных квантовых чисел, и, во – вторых, заполнение нижнего уровня в соответствии с экспериментальной ситуацией нельзя считать малым.

Результат суммирования существенных графиков (рис.6.1) сводится к замене в функции  $G_{10}$  в формуле (6.2.6) знаменателя  $\omega - \Omega - \omega_0$  на  $\Gamma + \lambda - iW / \Omega$ , где  $\Gamma = (\omega - 2\Omega)/\Omega$ ,  $\lambda = (\Omega - \omega_0)/\Omega$ , а  $W$  (рис.6.2) равна

$$W = -iB/\Gamma; \quad B = [3\eta/16\pi] \sqrt{a} - (1 - \pi R^2 N). \quad (4.3.1)$$



**Рис.4.2.** Фрагмент графика, определяющий функцию  $W$ .

*Этот же фрагмент выделен штриховым прямоугольником во втором графике рис.4.1.*

Подставляя (4.3.1) в (4.2.7), получим частотную зависимость поглощения

$$\left. \begin{aligned} a(\omega, 0) &= a_0 \left\{ \frac{(\Delta-\lambda)^2}{(\Delta-\lambda)^2+4B} \delta \left( \Gamma + \frac{\lambda-\Delta}{2} \right) + \frac{(\Delta+\lambda)^2}{(\Delta+\lambda)^2+4B} \delta \left( \Gamma + \frac{\lambda+\Delta}{2} \right) \right\}, \\ a_0 &= \frac{3\eta e^2 \pi R^2 N \Omega^2}{4 \hbar c \omega \omega_0} \sqrt{a} [-Ei(-\sqrt{a})]; \quad \Delta = \sqrt{\lambda^2 + 4B}. \end{aligned} \right\} \quad (4.3.2)$$

Из (4.3.2) следует, что имеются два  $\delta$  – образных пика, расстояние между которыми равно  $\Delta$  и зависит от заполнения нижнего уровня  $l=0$ ,  $n=0$ . В точном резонансе ( $\lambda = 0$ )

$$\Delta = 2a^{1/4} \{ [3\eta/16\pi] (1 - \pi R^2 N) \}^{1/2}.$$

Расщепление  $\Delta$  максимально при малых  $N$  и  $\Delta = 0$ , если  $\pi R^2 N = 1$  ( полное заполнение нижнего уровня ). Тогда пики сливаются. В формуле (4.3.1) для

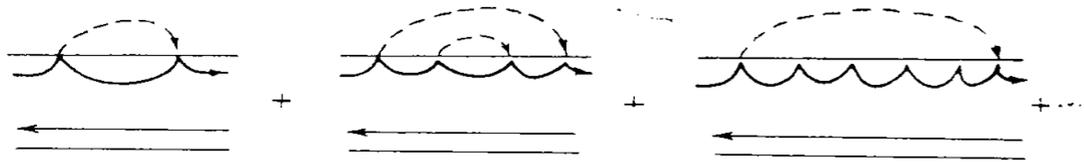
$W$  опущены нерезонансные слагаемые, связанные с переходами на более высокие уровни Ландау. Если  $B = 0$ , то эти члены не обращаются в нуль, так как множитель  $1 - \pi R^2 N$  имеется только у внутренней линии  $n_{\delta_1} = 0$ . Однако эти члены не содержат резонансных знаменателей и приводят не к расщеплению, а малому сдвигу пика. Коэффициенты при  $\delta$  – функциях в (4.3.2) пропорциональны интегральным интенсивностям пиков. Если  $\lambda = 0$ , то пики сравниваются по интенсивности. Если  $\lambda \gg \sqrt{2B} > 0$ , то интенсивность левого (меньшей частоты) пика равна  $(B/\lambda^2) \ll 1$ , а правого  $\sim 1$ . Если  $\lambda < 0$  и  $|\lambda| \gg \sqrt{2B}$ , то малым становится правый пик, а интенсивность левого  $\sim 1$ .

В заключение рассмотрим более сложную ситуацию, когда электрон в результате поглощения попадает на уровень  $l=0, n=2$ , затем в условиях  $\Omega = \omega_0$  происходит испускание двух  $LO$  – фононов с переходом электрона на исходный уровень. В этом случае поглощение определяется функцией  $G_{20}$  равной

$$G_{20} = \frac{3iN\eta\sqrt{a}}{4\hbar(2\Omega+\omega_0)(\omega-\Omega)} \frac{1}{\left(\Gamma_1 - 2\lambda - \frac{iW_1}{\Omega} + i\delta\right)}, \quad \Gamma_1 = \frac{\omega - \omega_0}{\Omega}. \quad (4.3.3)$$

$W_1$ , обуславливающая расщепление пика, определяется рядом графиков (рис.4.3) и равна

$$W_1 = \frac{A\Omega}{i[\Gamma_1 - \lambda - B/\Gamma_1]}; \quad A = \frac{3\sqrt{a\eta}}{8\pi}. \quad (4.3.4)$$



**Рис.4.3.** Ряд графиков, определяющий  $W_1$ .

Подставляя (4.3.3) и (4.3.4) в (4.1.9), получим для поглощения

$$\alpha(\omega, 0) = \alpha_1 \delta \left[ \Gamma_1 - 2\lambda - \frac{A}{\Gamma_1 - \lambda - B/\Gamma_1} \right], \quad \alpha_1 = \frac{3}{4} \left( \frac{e^2}{\hbar c} \right) \frac{\pi R^2 N \eta \Omega^2 \sqrt{a}}{\omega(\Omega + \omega_0)}, \quad (4.3.5)$$

которое состоит из трех  $\delta$ -образных пиков. В точном резонансе  $\alpha(\omega, 0)$  принимает вид

$$\alpha(\omega, 0) = \frac{\alpha_1}{2+B} \left[ B\delta(\Gamma_1) + \delta\left(\Gamma_1 - \sqrt{A(1+B/2)}\right) + \delta\left(\Gamma_1 + \sqrt{A(1+B/2)}\right) \right].$$

Расстояние между соседними пиками равно  $\Delta_1 = \sqrt{A(1+B/2)}$ . В отличие от предыдущего случая в пределе  $B = 0$  исчезает только центральный пик. Расщепление между крайними пиками остается и составляет  $\Delta_1 = \alpha^{1/4}(3/2\pi)^{1/2}\eta^{1/2}$ . Это связано с тем, что при полностью заполненном нижнем уровне имеется резонансный переход  $n=2 \rightarrow n=1$ .

Развитая выше теория предсказывает резкое изменение спектра циклотрон – фононного резонанса в области магнитных полей, таких что  $\Omega \simeq \omega_0$ . Линии поглощения расщепляются на несколько компонент, относительные интенсивности компонент зависят от параметра  $\lambda$ , характеризующего отклонение магнитного поля от резонансного значения  $\Omega = \omega_0$  и степени заполнения нижнего уровня в приповерхностной потенциальной яме. Величина расщепления пиков  $\sim \eta^{1/2}$ , в то время как в объемном случае оно  $\sim \eta^{1/2}$  [46]. Если выбрать  $\hbar\Omega = 2.3 \cdot 10^{-3}$  эВ,  $R = 1.5 \times 10^{-6}$  см, а  $b = 10^5 - 10^6$  (вариационный параметр  $b$  по порядку величины совпадает с обратной толщиной приповерхностного слоя), то  $\sqrt{a} \simeq 10^{-1} - 1.0$ . Величина расщепления при половинном заполнении уровня  $n=0, l=0$  и  $\eta=10^{-2}$  (выбранные параметры соответствуют InSb)  $\hbar\Omega\Delta = (0.2 - 0.7) \cdot 10^{-3}$  эВ. Расщепление  $\Delta_1$  при тех же значениях параметров и полном заполнении нижнего уровня составляет  $(0.5 - 1.0) \cdot 10^{-3}$  эВ, что вполне доступно измерению.

Поскольку диссипативные механизмы рассеяния (например на акустических фононах) не учитываются, а уровни электронной подсистемы дискретны, линии поглощения оказались  $\delta$ -образными. Естественно, что в реальной ситуации линии расширятся и картина расщепления станет менее отчетливой. Однако рассмотренный выше механизм рассеяния на  $LO$  –

фононах является резко немонотонным (в отличие от диссипативных механизмов, которые монотонно зависят от магнитного поля и внешней частоты) и может быть выделен на их фоне.

Для экспериментального наблюдения эффекта достаточно, чтобы в приповерхностной потенциальной яме существовал один уровень  $l=0$  и несколько уровней Ландау. Условия, при которых электроны заполняют только уровень  $l=0$ , как показано в [45], вполне могут быть выполнены (например, для  $n$ -Si это достигается для концентрации  $N \leq 7.4 \times 10^{11} \text{см}^{-2}$ ). Механизм образования слоя, как упоминалось выше, не конкретизировался. Теория непосредственно применима для аккумуляционного слоя, так как в этом случае можно ограничиться нельзя. Двухзонное приближение изменит, по-видимому, только правила запрета для поляризаций световой волны и сделает уровни неэквидистантными.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

1. Осцилляции межзонного магнетооптического поглощения приповерхностным слоем полупроводника не маскируются сильным собственным поглощением массивного образца, так как возникают на частотах меньших ширины запрещенной зоны.
2. Изменение края собственного поглощения в МДП структурах вследствие экситонных эффектов, которое отличается от объемного случая.
3. Осцилляции сечения межзонного электронного КРС в инверсионном слое системы МДП резко выражены, если отношения эффективной массы электрона к дырки или уровень энергии электрического квантования расположен близко к верхнему краю ямы.
4. Расщепление пика размерно-фононного резонанса и линий циклотрон-фононного поглощения.

#### **СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ЛИТЕРАТУР:**

- [1] Ж. И. Алферов. УФН **172**, № 9, 1068 (2002).
- [2] A. D. Yoffe. Adv. Phys. **42**, No 2, 173 (1993).
- [3] В. Я. Демиховский, Г. А. Вугальтер. Физика квантовых низкоразмерных структур. Москва «Логос» (2000).
- [4] А. Я. Шик, Л. Г. Бакуева, С. Ф. Бусихин, С. А. Рыков. Физика низкоразмерных структур. СПб, «Наука» (2001).
- [5] Ю. Питер, Мануэль Кардона. Основы физики полупроводников. (Пер. с англ. И. И. Решинной. Под ред. Б. П. Захарчени.– 3-е изд.-М. Физматлит. (2002).
- [6] Л. Е. Воробьев, Е. Л. Ивченко, Д. А. Фирсов, В. А. Шалыгин. Оптические свойства наноструктур (Под об. ред. В. И. Ильина и А. Я. Шика) – СПб, «Наука» (2001).
- [7] С. И. Покутний. Теория экситонов в квазиульмерных полупроводниковых системах. (Одесса, Астропринт: 2003).
- [8] И.Г.Ланг, Л.И.Коровин, С.Т.Павлов // ФТТ. **47**, № 9, с.1704-1710 (2005).
- [9] T. Ando, A. Fowler, F. Stern. *Electronic properties of two dimensional systems.* // Reviews of Modern Physics, 1982, Vol. **54**, No. 2, pp. 94-101.
- [10] C. B. Duke. *Optical absorption due to space-charge-induced localized states.* // Phys. Rev. **159**, 632-644 (1967).
- [11] C. B. Duke. *Continuously-variable infrared line absorption due to narrow space-charge channels.* // Phys. Lett. A **24**, 461-463 (1967).
- [12] C. B. Duke. *Quantum theory of transport in narrow channels.* // Phys. Rev. **168**, 816-831 (1968).
- [13] А. Я. Шик. // ФТТ, **12**, 67 (1970).
- [14] О.В. Константинов, В. И. Перель. // ЖЭТФ **87**, 768 (1959).
- [15] E.H. Sondheimer, A.H. Wilson.// Proc. Roy. Soc., **A210**, 173 (1951).
- [16] В.И. Смирнов. Курс высшей математики. Т. 2.ГИТТЛ, М., (1953).
- [17] D. Colman, R. T. Bate, J. P. Mise. // J. Appl. Phys., **39**, 1923 (1968).
- [18] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Квантовая механика. «Наука», М., (1974).

- [19] Г. Д. Яковлева. *Таблицы функций Эйри и их производных*. «Наука», М., (1969).
- [20] S. Zwerdling, B. Lax. // *Phys. Rev.*, **106**, 51 (1957).
- [21] L. I. Korovin, E. V. Kharitonov. // *Phys. St. Sol.*, **16**, 445 (1966).
- [22] Р. Уиллардсон, А. Бир. *Оптические свойства полупроводников (полупроводников (полупроводниковые соединения типа  $A^3B^5$ ))*. «Мир», М., (1970).
- [23] M. Shinada, S. J. Sugano. // *J. Phys. Soc. Jap.*, **20**, No 1, 1274-1281 (1965).
- [24] Э. М. Казарян, Р. Л. Энфиаджян. // *ФТП* **5**, № 10, 2002-2003 (1971).
- [25] С. Л. Арутюнян, Э. М. Казарян. // *ФТП* **9**, № 11, 2214-2217 (1975).
- [26] Н. Б. Гребенчиков, В. В. Корнеев. // *ФТТ* **19**, № 7, 2143-2149 (1977).
- [27] Л. В. Келдыш. // *Письма в ЖЭТФ* **29**, № 11, 716-719 (1979).
- [28] И. В. Лернер, Ю. Е. Лозовик. // *ЖЭТФ* **78**, № 3, 1167-1175 (1980).
- [29] Ю. А. Бычков, Э. И. Раиба. // *ЖЭТФ* **85**, № 5, 1826-1846 (1983).
- [30] Б. П. Захарченя, Р. П. Сейсян. // *УФН* **97**, № 1, 193-210 (1969).
- [31] А. Г. Жилич, Б. С. Монозон. // *ФТТ* **8**, № 12, 32559-3566 (1966).
- [32] L. G. Ching, E. Burstein, S. Buchner, H. N. J. Weider. // *Phys. Soc. Japan*, **49**, Suppl. A, 951- 955 (1980).
- [33] E. Burstein, A. Pinczuk, D. L. Mills. // *Surface Science*, **98**, 451 - 453 (1980).
- [34] G. Abstreiter, K. Ploog. // *Phys. Rev. Lett.*, **42**, 1308 (1979).
- [35] M. Zaluzny. // *Thin Solid Films*, BC **117-118**, 637 (1983).
- [36] В. Н. Генкин, В. В. Соколов. // *ФТТ* **14**, 1258-1263 (1972).
- [37] Е. Л. Ивченко, И.Г. Ланг, С.Т. Павлов. // *ФТТ* **19**, 1751-1760 (1977).
- [38] О. Моделунг. *Физика полупроводников соединений 3 и 5 групп*. М.: Мир, 159 с. (1967).
- [39] G. Abstreiter, J. P. Kotthaus, J. F. Koch, G. Dorda. // *Phys. Rev. B* **14**, 2480-2483 (1976).
- [40] S. J. Allen, Jr., D. C. Tsui, J. V. Dalton. // *Phys. Rev. Lett.*, **32**, 107-109 (1974).
- [41] W. Beinvogl, A. Kamgar, J. F. Koch. // *Phys. Rev. B* **14**, 4274-42478 (1976).
- [42] W. Beinvogl, J. F. Koch. // *Phys. Rev. Lett.*, **40**, 1736-1739 (1978).

- [43] *V. I. Ivanov-Omskii, L. I. Korovin, E. M. Shereghii.* // *Phys. St. Sol. (b)*, **90**, 11-15 (1978).
- [44] *О. В. Константинов, В. И. Перель.* // *ЖЭТФ* **39**, 197-208 (1960).
- [45] *J. A. Pals.* // *Philips Res. Repts, Suppl.*, **7**, 1-234 (1972).
- [46] *И. Гиязов, Л. И. Коровин.* // *ФТТ* **16**, 2693-2696 (1974).