

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI**

SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

MEXANIKA-MATEMATIKA FAKULTETI

«AMALIY VA NAZARIY MEXANIKA» KAFEDRASI

SHAMSIYEV DILSHOD

«5440300 –Mexanika» ta’lim yo‘nalishi
bo‘yicha bakalavr darajasini olish uchun

**« ERKINLIK DARAJASI CHEKSIZ BO‘IGAN MEXANIK SISTEMA
TEBRANISHLARI »**

mavzuli

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Bajardi :

D. Shamsiyev

Ilmiy rahbar :

prof. Xudoynazarov

Ushbu ish kafedraning 2018 yil «___» maydagi yig‘ilishida muhokama qilindi va himoya qilishga №___ bayonnoma bilan tavsiya etildi.

Kafedra mudiri :

dots. Sh. Berdiyev

Fakultet dekani :

prof. A.Begmatov

Ushbu ish DAKning 2018 yil «___» iyundagi yig‘ilishida muhokama qilindi va №___ bayonnoma bilan «___» ballga baholandi.

DAK raisi _____

Komissiya a’zolari _____

Samarqand – 2018

MUNDARIJA

KIRISH	3
1-BOB. TAQSIMLANGAN MASSALI SISTEMALARNING TEBRANISHLARI	8
1.1. To'g'ri chiziqli sterjenning bo'ylama tebranishi	8
1.2. Vallarning buralish tebranishi	10
1.3. Sterjenlarning bo'ylama majburiy tebranishlari	10
1.4. Sterjenlarning ko'ndalang majburiy tebranish	13
1.5. Balka bo'ylab harakatlanuvchi o'zgarmas kuch ta'sirida tebranish	13
1.6. Qo'zg'aluvchi yuk ta'siridan hosil bo'ladigan	18
2-BOB. HARAKATLANUVCHI YUKLANISH TA'SIRI OSTIDA KO'PRIKLARNING TEBRANISHLARI	21
2.1. Vaznsiz ko'prik	21
2.2. Ko'prikning og'irligi hisobga olingan hol	23
2.3. Posangilar ta'sirida yuzaga keluvchi tebranishlar	26
2.4. Yuk va ko'prik og'irligining bir paytda ta'siri	31
XULOSA	32
FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR	33
ILOVA	34

KIRISH

Masalaning qo'yilishi. Maskur bitiruv malakaviy ishida erkinlik darajasi cheksiz sistemalardan ko'ndalang kesimi o'zgarmas balka va sterjenlarning o'z og'irligidan hosil bo'ladigan erkin va tashqi dinamik kuchlar ta'siridagi majburiy tebranishlarini chetlarini mahkamlanishidan bog'liq hollarini tadqiq qilish ularni ko'priklarni hisoblashga tadbiq etish masalasi qo'yilgan.

Mavzuning dolzarbligi. Texnika va muhandislik qurilmalaridagi har qanday inshoot yoki mashinaning tarkibiga kiruvchi barcha qismlari ma'lum darajada elastik bo'lganidan tebranish qobiliyatiga egadir. Bu tebranishlarni etarli darajada aniqlikda qurilmalarni turli fizik mexanik xususiyatlarini hisobga olish, bu turdagi masalalar bilan ishlash dinamik jarayonlarni chuqur o'rganish muhim ahamiyat kasb etadi. Balka va sterjenlarning nostatsionar tebranishlari, ularning har xil fizik-ximik xususiyatlarini hisobga olgan holda tadqiq etish masalalari hozirgi zamon mexanikasining dolzarb muammolaridandir.

Ishning maqsad va vazifalari. Ishda to'g'ri chiziqli sterjenning bo'ylama tebranishi, vallarning buralish tebranishi, balkalarning egilish tebranishi, sterjenlarning bo'ylama va ko'ndalang majburiy tebranishlari, qo'zg'aluvchi yuk ta'siridan hosil bo'ladigan tebranish kabi taqsimlangan massali elastik sistemalarning xususiy chastotta soni va tebranish formasi aniqlashni balka va sterjenlarning uchlarinig har xil mahkamlanishidan bog'liq holda o'rganish va harakatlanuvchi jamlangan va taqsimlangan tashqi kuch ta'sirida balkalarning tenranishlari o'rganilib ularni ko'priklar hisobini amalga oshirish vazifalari maqsad qilib qo'yildi.

Ishning ilmiy tadqiqot usuli. Elastik sistemaning tebranma harakatiga oid masalalarni yechishda, sistema tarkibidagi elementlarning ba'zi qismini elastik deb qarab, uning deformatsiyasini hisobga olish bilan birga, boshqa qismini absolyut qattiq deb, faqat uning inersiya kuchinigina e'tiborga olib, masala sxemasini oddiylashtirish mumkin. Masalan, valni elastik va unga o'rnatilgan shkiplarini absolyut qattiq deb qarash mumkin. Shuning uchun ham absolyut qattiq jismlarda elastik sistemaning erkinlik darajasi chekli bo'lib ikkidan oshmagan holda qaraladi. Real ob'ektlarda uning har qanday elementida ma'lum massa bo'lishi bilan birga, deformatsiyalanish xossasi ham mavjuddir. Shuning uchun elastic sistema tarkibidagi elementlarning hajmi bo'yicha qoplangan massani va uning

deformatsiyalanish hossasini hisobga olib tekshirilsa uning erkinlik darajasi cheksiz ko'p miqdor bo'ladi. Balka tebranishlarini o'rganishda qarayotgan sistema uchun normal koordinatalardan kiritilib, kinetik va potensial energiyalar ular orqali ifodalangan. Ortogonallik sharti bilan tashqi kuchning turli ko'rinishlarida balka tebranish tenglamalarining yechimlari olingan. Olingan natijalar "Maple 9.5" dasturi yordamida grafiklar ko'rinishida tasvirlangan.

Ishning ilmiy ahamiyati. Erkinlik darajasi cheksiz ko'p miqdor bo'lgan masalaning echilishi murakkablashadi, faqat bu xildagi masala oddiy geometrik tuzilishdagi sterjen yoki plastinka kabi hollardagina oson yechiladi. Yoyilgan massali elastic sistemali erkinlik darajasi cheksiz ko'p bo'lgan bilan xususiy chastotta soni va tebranish formasi ham cheksiz miqdorda bo'ladi. Sistemaning xususiy tebranish chastotasi va tebranish formasi ma'lum bo'lsa, uning majburiy tebranishini oddiy usullardan foydalanib o'rganishimiz mumkin. Sterjen va balkalarning harakat tenglamalarini unga ta'sir etuvchi kuchlar ta'siri shartiga ko'ra hosil qilish va hosil qilingan yuqori tartibli differensial tenglamalarni yechish hamda olingan yechimlar asosida mexanik xulosalar chiqarish ishga ijodiy yondashishni talab qiladi. Olingan natijalarni plastinka va qobiqlarning harakatlanuvchi yuklanish ta'sirida tebranishlarini o'rganishga tadbqiq etib rivojlantirish mumkin.

Ishning amaliy ahamiyati. Sterjenlar, plastinka va qobiqlarning nostatsionar tebranishlari, ularning har xil fizik-ximik xususiyatlarini hisobga olgan holda tadqiq etish masalalari hozirgi zamon mexanikasining dolzarb muammolaridandir. Har qanday inshoot yoki mashinaning tarkibiga kiruvchi barcha qismlari ma'lum darajada elastik bo'lganidan tebranish qobiliyatiga egadir. Bu tebranishlarni etarli darajada aniqlikda qurilmalarni turli fizik mexanik xususiyatlarini hisobga olish, bu turdagi masalalar bilan ishlash dinamik jarayonlarni chuqur o'rganish muhim amaliy ahamiyat kasb etadi. Olingan natijalarni ko'prik qurilishi qurulishida uning ustida harakatlanuvchi transport vositalarining ta'sirini hisobga olib loyihalashtirishga qo'llash mumkin.

Ishning tuzilishi. Maskur bitiruv malakaviy ishi kirish, ikkita bob va o'nta paragraf, xulosa va foydalanilgab adabiyotlar ro'yxatidan iborat bo'lib ____ betni tashkil etadi, foydalanilgan adabiyotlar soni 6 ta.

Olingan natijalarning qisqacha mazmuni. Malakaviy bitiruv ishi doirasida quyidagi asosiy ishlar bajarildi:

yoyilgan massali elastik jismlardan ko'ndalang kesimi o'zgarmas balka va sterjenlarning o'z og'irligidan hosil bo'ladigan dinamik egilishlarini chetlarini mahkamlanishidan bog'liq hollarini tadqiq qilish masalasilari;

sterjen bo'ylama, ko'ndalang majburiy tebranish tenglamalarini keltirib chiqarish, tebranish formalari, tebranish chastotalari topish;

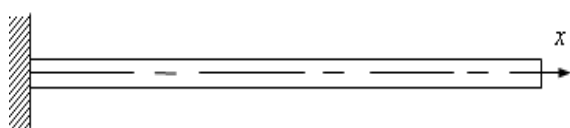
qo'zg'aluvchi yuk ta'siridan hosil bo'ladigan tebranishlarning yukning qo'zg'alish tezligining oshishidan bo'liq o'zgarishi, tezlik ning kritik qiymatini aniqlash kabi masalalar qaralgan.

ko'priklarning ustidan o'tuvchi harakatlanuvchi ob'ektlarning tebranishlarga ta'siri turli xususiy hollarda qaraldi. Natijalar grafik ko'rinishida tasvirlanib turli mexanik effektlarning ta'siri tahlil qilindi. Ba'zi natijalar grafik ko'rinishida ham tasvirlandi.

I-BOB. TAQSIMLANGAN MASSALI SISTEMALARNING TEBRANISHLARI

1.1. To'g'ri chiziqli sterjenning bo'ylama tebranishi

To'g'ri chiziqli sterjenning bo'ylama tebranish harakatini tekshirganimizda, tekis kesim gipotezasidan foydalanib sterjen kesimidagi zarralarning ko'ndalang yuza bo'yicha bajaradigan harakatini hisobga olmay, faqat sterjen o'qi bo'yicha bajariladigan harakatnigina ko'zda tutamiz. Sterjenni uning ikkita ko'ndalang kesimi vositasi bilan bir element ajratamiz. (1-rasm), bu ajratilgan elementga



1-rasm

Dalamber prinsipini tadbqiq qilib, quyidagi differensial tenglamani olamiz:

$$-N + \left(N + \frac{\partial N}{\partial x} dx\right) = \rho F dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}.$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} dx = \rho F dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \text{yoki} \quad \frac{\partial N}{\partial x} = \rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1.1)$$

Bu yerda ρ -sterjen materiali zichligi,

F - ko'ndalang kesim yuzi,

N -kesimdagi bo'lama kuch,

u - tekshirilayotgan kesimning x o'qi bo'yicha ko'chishi.

Ajratilgan yelementning chap kesimi x o'qi bo'yicha u ga ko'chsa, o'ng kesimi bo'icha esa $u + \frac{\partial u}{\partial x} dx$ ga ko'chadi. Elementning asolyut cho'zilishi $\frac{\partial u}{\partial x} dx$, nisbiy cho'zilish esa $\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x}$ bo'ladi. Kesimdagi bo'ylama kuch Guk qonuniga muvafiq quyidagicha bo'ladi:

$$N = E\varepsilon F = EF \frac{\partial u}{\partial x}.$$

N ning qiymatini (1.1) ga qoysak:

$$E \frac{\partial}{\partial x} \left(F \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

yoki

$$\frac{1}{F} \frac{\partial}{\partial x} \left(F \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1.2)$$

kelib chiqadi.

Bunda:

$$a^2 = \frac{E}{\rho} \quad (1.3)$$

Bo'ladi. Bu erda a - bo'ylama to'lqinning tarqalishi. Sterjenning ko'ndalang kesim yuzi o'zgarmasa tenglama yana ham osonlashadi:

$$a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1.4)$$

Bo'ylama tebranma harakatni ifodalovchi funksiya $u(x,t)$ kesimning holatini aniqlovchi x va t ga bog'liqdir. Shuning uchun bu funksiya $u(x,t)$ ni ikki funksiyaning ko'paytmasi tarzida ifodalaymiz:

$$u(x,t) = X(x)T(t). \quad (1.5)$$

Bu funksiyalarning har qaysisi bitta o'zgaruvchiga bog'liqdir. $u(x,t)$ ning qiymatini (1.4) ga qo'yib, quyidagi munosabatni hosil qilamiz:

$$a^2 X'' T = X \ddot{T}.$$

Shtrix bilan x ga nisbatan, nuqta bilan t ga nisbatan hosila olingan. Chiqqan muunosabatni quyidagicha yozamiz:

$$a^2 \frac{X''}{X} = \frac{\ddot{T}}{T}$$

Bu munosabatning chap tomoni faqat x ning, o'ng tomoni esa vaqat t ning funksiyasidir. Munosabat x va t ning har bir qiymatida mavjud bo'lishi uchun, uning har qaysi qismi bitta o'zgarmas songa teng bo'lishi kerak. Biz bu o'zgarmas sonni $-p^2$ orqali belgilaymiz, u holda yuqoridagi munosabatdan ikkita, bir-biridan mustasno, differensial tenglamalarni olamiz:

$$a^2 \frac{X''}{X} = -p^2, \quad \frac{\ddot{T}}{T} = -p^2;$$

Bulardan:

$$\ddot{T} + p^2 T = 0, \quad X'' + \frac{p^2}{a^2} X = 0 \quad (1.5')$$

Kelib chiqadi. Bu tenglamalarning har ikkalasining ham integrali bizga ma'lum ular tegichlica quyidagicha bo'ladi:

$$T(t) = A \cos pt + B \sin pt \quad (1.6)$$

Yoki

$$T(t) = a \sin(pt + \varphi),$$

$$X(x) = C \cos \frac{p}{a} x + D \sin \frac{p}{a} x \quad (1.7)$$

(1.6) tenglama harakatning tebranma xarakterligini ko'rsatadi; p esa bu tebranma harakat chastotasidir tebranma harakat jarayonida qandaydir bir muayyan qiymat berilsa, masalan, $t = t_1$ bo'lsa u holda $T_1(t_1)$ o'zgarmas songa aylanadi. Bu vaqtda $u = T_1 X(x)$ bo'ladi. Bundan ko'ramizki, $X(x)$ funksiya kesimlarning ko'chish formulasini aniqlar ekan. Biror kesimning holati oldindan belgilab qo'yilsa, masalan $x = x_1$ bo'lsa, har bir onda kesimning formasi o'zgarmay, mazkur kesim boshqa kesimlar kabi (1.6) ga muvoviq tebranma harakatni bajaradi. Tebranma harakatning chastotasi p ni aniqlashdan oldin, uni son cheksizligini ta'kidlab o'tamiz. p_n ning har bir qiymatiga muvofiq $T_n(t)$ funksiya va tebranish formasini maxsus forma $X_n(x)$ ga mos keladi. Shuning uchun (1.5) ko'rinishda olingan echilish tenglaning integralidir. Harakat tenglama (5.4) ning to'la integrali barcha xususiy integrallarning yig'indisidan iborat bo'ladi:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^n X_n(x) T_n(t). \quad (1.8)$$

Bunda $X_n(x)$ tebranishning xususiy funksiyasi yoki fundamental funksiya deb ataladi. Ko'pincha bu funksiya faqat tebranishning normal formasi deb yuritiladi. Bu funksiya harakatning boshlang'ich shartiga bog'liq emas. Shuning bilan birga y

ortogonallik xossaciga egadir. Bu xususiyat $F = const$ bo'lgani holda quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\int_0^l X_k(x)X_n(x)dx = \begin{cases} 1 & k = n \\ 0 & k \neq n \end{cases}$$

Buning isboti ham diskret sistemalar uchun chiqarilgandek bajariladi.

Endi chastota p ni aniqlash tenglamasini tuzishga o'tamiz. Buning uchun masalaning chagaraviy chartidan foydalanamiz. To'rtta muhim chegara shartini tekshiramiz;

1. Sterjenning bir uchi qistirib qo'yilgan bo'lsin (1-rasm). Sterjenning qistirilgan uchida har bir vaqt uchun $u = 0$ bo'ladi. Shunga ko'ra: $X(0) = 0$ bo'lishi kerak.

2. Sterjenning uchi erkin bo'lsin. U holda sterjenning erkin uchida bo'ylama kuch $N = 0$ bo'lishi kerak. Guk qonuniga muvofiq

$$N = EF \frac{\partial u}{\partial x} = EFTX' = 0,$$

Bundan

$$X'(l) = 0$$

bo'ladi.

3. Sterjen uchi elastic tirguvuchga tiralgan bo'lsin. Sterjen u ga cho'zilganda elastic reaksiya $-cu = -cXT$ hosil bo'ladi, bu reaksiya sterjen uchida hosil bo'ladigan bo'ylama kuch $N = EFTX'$ ga teng, demak, bu kesim uchun $EFX' + cX = 0$ shart bajarilishi kerak.

4. Serjen uchiga massasi M ga teng yuk qo'yilgan bo'lsin. Bu massaning inersiya kuchi quyidagicha bo'ladi:

$$-M \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -MX(l)\ddot{T}(t).$$

$\ddot{T} = -p^2T$ bo'lganidan, massaning inersiya kuchi $MX(l)p^2T$ ga teng. Bu kuch ichki kesimdagi bo'ylama kuch $N = EFTX'(l)$ ga tengdir. Shuning uchun ularni solishtirib, quyidagi shartni olamiz:

$$Mp^2 X(l) = EFX'(l).$$

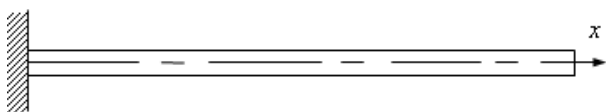
Endi bu tavsif etilgan nazariyani oydinlashtirish uchun bir qancha xususiy hollarni keltiramiz.

Bir uchi qistirib maxkamlangan sterjenning xususiy tebranish chastotasini aniqlaymiz (2-rasm):

Chegara sharti:

$x = 0$ bo'lganda $X(0) = 0$ (qistirib tiralgan kesimda)

$x = l$ bo'lganda $X'(l) = 0$ (erkin kesimda).

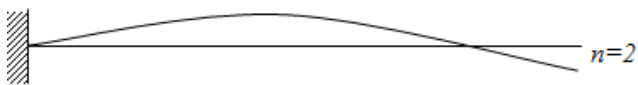


Bu shartlarni navbatma-navbat (1.7) ga qo'yib, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$C = 0, D \frac{p}{a} \cos \frac{p}{a} l = 0,$$



$$D \neq 0 \quad \text{bo'lganidan} \quad \cos \frac{p}{a} l = 0$$



bo'ladi. Bu chastotani aniqlash tenglamasi bo'lib, uning ildizi:

$$\frac{p}{a} l = (2n-1) \frac{\pi}{2}$$



2-rasm

bo'ladi. Bundan

$$p = \frac{(2n-1)a\pi}{2l} \quad (1.8)$$

Kelib chiqadi. Birinchi pastki chastota ($n=1$ bo'lganda)

$$p_1 = \frac{\pi a}{2l} = \frac{\pi}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (1.9)$$

bo'ladi. Tebranish formasi $n=1, n=2$ bo'lgan holler uchun 2-rasmda tasvirlangan. Murakkab tebranishlarda, $u(x, t)$ ning umumiy qiymati quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{2n-1}{2} \frac{\pi a}{l} t + b_n \sin \frac{2n-1}{2} \frac{\pi a}{l} t) \sin \frac{2n-1}{2} \frac{\pi x}{l}.$$

Bir uchi qistirib tiralgan va ikki pog'onadan iborat bo'lgan elastic sistemaning bo'ylama tebranishlarini tekshiramiz:

Sistema tarkibidagi sterjenlarning har biri uchun (1.7) tenglamani yozamiz.

$$\begin{aligned} X_1(x) &= C_1 \sin \frac{p}{a} x_1 + D_1 \cos \frac{p}{a} x_1 \\ X_2(x) &= C_2 \sin \frac{p}{a} x_2 + D_2 \cos \frac{p}{a} x_2 \end{aligned} \quad (a)$$

C_1, D_1, C_2, D_2 o'zgarmas sonlarni aniqlash uchun ularning chegara shartlarini yozamiz: pastki sterjen tegi uchun:

$$x_1 = 0 \text{ bo'lganda } X_1(0) = 0$$

ustki sterjenning tepasidagi uchi uchun:

$$x_2 = l_2 \text{ bo'lganda } X_2'(l_2) = 0$$

edi. Har ikkala sterjenning tutashgan joyida, ya'ni $x_1 = l_1$ va $x_2 = 0$ bo'lganda ko'shishlar $u_1 = u_2$ bo'ladi. Demak, $X_1(l_1) = X_2(0)$ tenglik hosil bo'ladi. Xuddi shu joyning o'zida ya'ni $x_1 = l_1$ va $x_2 = 0$ bo'lganda, bo'ylama kuchlar ham har ikkala qismi uchun bir xilda bo'lishi kerak:

$$N_1 = N_2 \text{ yoki } EF_1 X_1(l_1) = EF_2 X_2(0).$$

Bu shartlarni (a) ga qo'ysak, C_1, D_1, C_2, D_2 larni aniqlash uchun quyidagi tenglamalarni olamiz:

$$\begin{aligned} D_1 &= 0; \quad C_2 \cos \frac{pl_2}{a} - D_2 \sin \frac{pl_2}{a} = 0; \quad C_1 \sin \frac{pl_1}{a} = D_2; \\ F_1 C_1 \cos \frac{pl_1}{a} &= F_2 C_2. \end{aligned}$$

Bu tenglamalar C_1, C_2, D_2 ga nisbatan chiziqli va bir jinsli noma'lumlar noldan farqlanishi uchun tenglamalar sistemasining determinanti nolga teng bo'lishi kerak.

Ammo, determinant tezib, undan chastotani aniqlash uchun tenglama chiqarib o'tirmay, bevosita tenglamalardan C_1, C_2, D_2 ni yo'qotib quyidagi transtsendent tenglamani olamiz:

$$tgk \frac{l_1}{l} tgk \frac{l_2}{l} = \frac{F_1}{F_2}.$$

bundan

$$\frac{pl}{a} = k$$

Yoki tenglamani quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$\frac{F_1}{F_2} tgk \frac{l_1}{l} = ctgk \frac{l_2}{l}.$$

Transtsendent tenglamani yechish qoidalaridan foydalanib, bu tenglamani har bir xususiy hol uchun yechishimiz mumkin. Masalan,

$$l_1 = \frac{2}{3}l, \quad l_2 = \frac{3}{5}l, \quad \text{va} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{2}.$$

Bo'lgan hol uchun yuqoridagi tenglamaning grafik usulda yechiladi. Bu holda tenglama quyidagi ko'rinishda yoziladi.

$$\frac{1}{2}tg \frac{2}{3}k = ctg \frac{3}{5}k.$$

Grafikdan chastota tenglamasining birinchi to'rtta ildizini topamiz: $k_1 = 1,89$, $k_2 = 4,53$, $k_3 = 7,85$, $k_4 = 11,2$. Bu sonlarga tegishli normal tebranishga oid takrorliklar quyidagicha bo'ladi:

$$p_1 = k_1 \frac{a}{l} = 1,89 \sqrt{\frac{E}{pl^2}}; \quad p_2 = k_2 \frac{a}{l} = 4,53 \sqrt{\frac{E}{pl^2}};$$

$$p_3 = k_3 \frac{a}{l} = 7,85 \sqrt{\frac{E}{pl^2}}; \quad p_4 = k_4 \frac{a}{l} = 11,2 \sqrt{\frac{E}{pl^2}}.$$

1.2. Vallarning buralish tebranishi

Biz oldin vallarning buralishidagi tebranma harakatini tekshirganimizda, unga o'rnatilgan disk massalarining inersiya momentlarini elastikligini hisobga olib, val massalarining inersiya momentlarini esa hisobga olmagan edik. Endi valning buralishdagi tebranishida uning elastikligi bilan bir qatorda massaning inersiya momentini ham ko'zda tutamiz.

x absissasi bilan aniqlangan kesimdagi burovchi moment M buralish burchagi ϑ orasidagi differensial munosabat quyidagicha ifodalanadi:

$$M = GI_p \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \quad (2.1)$$

Bu yerda: I_p -val kesimining polyar inesiya momenti.haligi kesishgan cheksiz yaqin qo'shni kesimdagi burovchi moment

$$M + \frac{\partial M}{\partial x} dx$$

ga teng. Val materialining zichligi ρ bo'lsa, uning bo'ylama o'qiga nisbatan uzunlik birligiga to'g'rikelgan inersiya momenti I_p ga teng bo'ladi. Bu ko'zda tutilsa, valdan ajratilgan elementlar qismining muvozanat sharti quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$-M + \left(M + \frac{\partial M}{\partial x} dx \right) = I_p \rho \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2}$$

ni ko'zda tutib, bu tenglamani quyidacha yozamiz:

$$a_1^2 \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2} \quad (2.2)$$

Bunda

$$a_1^2 = \frac{G}{\rho}; \quad (2.3)$$

bu yerda a_1 -siljish to'liqinining tarqalish tezligi. Bu tenglama (2.2) sterjenning bo'ylama tebranish tenglamasi (1.4) dan faqat a_1 bilangina farq qilganidan, uning echilishi ham xuddi o'sha tenglamaning echilishidek bo'ladi, ya'ni:

$$\vartheta = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) T_n(t). \quad (2.4)$$

Bundagi $X_n(x)$ fundamental funksiya bo'lib, u quyidagicha ifodalanadi:

$$X_n(x) = C_n \sin \frac{p_n}{a_1} x + D_n \cos \frac{p_n}{a_1} x. \quad (2.5)$$

Vaqt funksiyasi:

$$X_n(t) = A_n \sin p_n t + B_n \cos p_n t. \quad (2.6)$$

Fundamental funksiya –xususiy funksiya $X_n(x)$ va takrorlik p_n har bir konkret hol uchun chegara shartlaridan foydalanib aniqlanadi. Bu hol uchun ham to'rtta eng muhim chegara shartini keltiramiz.

1.Valning uchi qistirib tiralgan bo'lsin, u holda koordinata boshini qistirilgan kesim markazida olib quyidagi shartni tuzamiz.

$$x = 0 \text{ bo'lganda } \vartheta = X_{(0)}T = 0 \text{ bo'lib,}$$

bundan:

$$X(0) = 0$$

hosil bo'ladi.

2.Valning uchi erkin bo'lsin:

$$x = l \text{ bo'lganda: } M = GI_p \frac{\partial \vartheta}{\partial x} = GI_p X'(l)T = 0$$

bo'lib, bundan: $X'(l) = 0$ bo'ladi.

3.Valning uchiga, yani $x=0$ bo'lgan nuqtasi elastik ravishda tiralgan bo'lsin. Agar val kesimi $\vartheta = XT$ miqdoriga buralsa, elastic tayanchda $-\vartheta_v = -XT$ reaksiya momenti hosil bo'ladi. Bu reaksiya momenti, tashqi momenti $GI_p XT$ ga tengdir; binobarin,

$$GI_p X'(0) + CX(0) = 0$$

tenglama hosil bo'ladi.

4. Valning uchiga, uning o'qiga nisbatan inersiya momenti I_0 ga teng bo'lgan disk o'rnatilgan bo'lsin. U diskning enersiya kuchining momenti:

$$-I_0 \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2} = -IX\ddot{T}$$

bo'ladi. Ammo (2.5) ning birinchi qismi; $\ddot{T} = -p^2 T$ ko'zda tutilsa, yuqoridagi shart quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$-I_0 \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2} = I_0 XT p^2$$

Bu inersiya kuch momenti disk o'rnatilgan kesimdagi burovchi momentga teng bo'lishi kerak, shuning uchun:

$$I_0 p^2 X = G I_p X'$$

bo'ladi. Agar haligi disk maxovik valning oralig'ida bo'lsa, maxovik o'rnatilgan kesimning har ikkala tomonidan buralishi bir xilda bo'ladi:

$$\nu_{chap} = \nu_{o'ng} \quad \text{yoki} \quad X_{chap} = X_{o'ng}$$

Burovchi moment esa bu kesimda, maxovikning inversion kuchining momentigagina farqlanadi, ya'ni:

$$M_{o'ng} = M_{chap} - p^2 I_0 X T.$$

Ko'ramizki, buralish tebranishini harakterlovchi differensial tenglama va chegara shartlari tamoman bo'ylama tebranishidan farq qilmas ekan. Shuning uchun sohadagi mulohazamizni shu bilan tugatamiz.

1.3. Balkalarning egilish tebranishi

Balkadan dx elementni ajratib, unga Dalamber prinsipini tadbiq qilamiz, ajratilgan elementga qo'yilgan yuklar bilan bir qatorda, unga inerssiya kuchi $\rho F \frac{\partial^2 g}{\partial t^2}$ ni ham qo'yamiz. Ajratilgan elementga qo'yilgan kuchlarning vertical o'qdagi proeksiyalari yig'indisini nolga tenglashtirib, quyidagi tenglamani olamiz:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \rho F \frac{\partial^2 g}{\partial t^2} = 0 \quad (a)$$

U kuchlarning momentlari yig'indisini nolga tenglashtirsak, quyidagi tenglama kelib chiqadi:

$$\frac{\partial M}{\partial x} - Q = 0 \quad (b)$$

Bu tenglamaning x ga nisbatan hosilasini olamiz va (a) ni ko'zda tutib, quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \rho F \frac{\partial^2 g}{\partial t^2} = 0 \quad (3.1)$$

Bunda F –balka ko'ndalang kesimining yuzasi, ρ -balka materialining zichligi.

Egilish nazariyasidan bizga ma'lum bo'lgan $M = EI \frac{\partial^2 g}{\partial x^2}$ munosabatidan foydalanib, (3.1)dan egilishdagi erkin tebranma harakat differensial tenglamani chiqaramiz:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2}{\partial x^2}) + \rho F \frac{\partial^2 g}{\partial t^2} = 0 \quad (3.2)$$

Ko'ndalang kesimi o'zgarmaydigan hol uchun $EI = \text{const}$ bo'lib, yuqoridagi tenglama quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\rho F}{EI} \frac{\partial^2 g}{\partial t^2} = 0 \quad (3.3)$$

Oldingidek bu tenglamaning integralini

$$g = X(x)T(t) \quad (3.4)$$

Ko'rinishida tanlaymiz. U holda (3.4) ni (3.3) ga qo'yib quyidagi munosabatni hosil qilamiz:

$$\frac{\ddot{T}}{T} = - \frac{EI}{\rho F} \frac{X^{IV}}{X}. \quad (3.5)$$

Bu munosabat, koordinata x va vaqt t ning har qanday qiymatda aynan bajarilishi uchun, uning har ikkala tomoni bitta o'zgarmas songa teng bo'lishi kerak. Biz bu o'zgarmas sonni $-p^2$ orqali belgilaymiz, u holda yuqoridagi munosabatdan ikkita, bir-biridan mustasno, differensial tenglamalarni olamiz:

$$\ddot{T} + p^2 T = 0, \quad (3.6)$$

$$X^{IV} - \frac{\rho F p^2}{EI} X = 0 \quad (3.7)$$

(3.6) tenglama harakat chastotasi p bo'lgan tebranma xarakterligini ko'rsatadi. Uning integrali bizga ma'lumdur. (3.7) tenglama esa tebranma harakatning formasini aniqlaydi. Undagi o'zgarmas koeffitsientni

$$k^4 = \frac{\rho F p^2}{EI} \quad (3.8)$$

Desak, tenglamaning integrali quyidagi ko'rinishda yoziladi

$$X(x) = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx + C_3 \sinh kx + C_4 \cosh kx \quad (3.9)$$

Ammo(3.8) ko'rinishdagitenglamani integralini A.N.Krilov juda qulay va ixcham ko'rinishda bergan. Biz bu tenglamani yechimidan foydalanamiz:

$$X(x) = AS(kx) + BT(kx) + CU(kx) + DV(kx) \quad (3.10)$$

A, B, C, D integral o'zgarmovchilari, ularning chegara shartidan aniqladi. S, T, U, V funksiyalarning kombinasiyasidan iboratdir:

$$\left. \begin{aligned} S(kx) &= \frac{1}{2}(Chkx + \cos kx) \\ T(kx) &= \frac{1}{2}(shkx + \sin kx) \\ U(kx) &= \frac{1}{2}(Chkx - \cos kx) \\ T(kx) &= \frac{1}{2}(shkx - \sin kx) \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

Bu funksiyalarning ketma ket hosilalari quyidagi munosabatlardan aniqlanadi:

$$\begin{aligned} S'(kx) &= kV(kx); & S''(kx) &= k^2U(kx); & S'''(kx) &= k^3T(kx) \\ T'(kx) &= kS(kx); & T''(kx) &= k^2V(kx); & T'''(kx) &= k^3U(kx) \\ U'(kx) &= kT(kx); & U''(kx) &= k^2S(kx); & U'''(kx) &= k^3V(kx) \\ V'(kx) &= kU(kx); & V''(kx) &= k^2T(kx); & V'''(kx) &= k^3S(kx) \end{aligned} \quad (3.12)$$

$x = 0$ bo'lganda $S(0)=1$ qolganlari nolga teng. S, T, U, V funksiyalarning bu xususiyatlari tufayli, integral o'zgarmovchilari A, B, C, D egilish funksiyasi x ning boshlang'ich qiymatlari va ularning hosilalari orqali juda qulay ifodalanadi:

$$X(0) = A; \quad X'(0) = kB; \quad X''(0) = k^2C; \quad X'''(0) = k^3D \quad (3.13)$$

Balkaning uchi qanday tartibda biriktirilgan bo'lmasin, to'rtta o'zgarmovchidan ikkitasi, albatta, nolga teng bo'ladi. Masalan, balkaning uchi qistirib tiralgan bo'lsin, u holda $X(0) = 0, X'(0) = 0$ bo'lib, $A=B=0$ bo'ladi. Balkaning uchi erkin tiralgan bo'lsa, egilish va eguvchi moment holga teng bo'ladi:

$$X(0) = 0, \quad M = EIX''(0) = 0, \quad X''(0) = 0,$$

demak, $A=C=0$.

Agar balkaning uchi tiralmagan, ya'ni erkin bo'lsa, eguvchi moment va kesib o'tuvchi kuch nolga teng bo'ladi, ya'ni

$$M = EIX''(0)T = 0, \quad Q = EIX'''(0)T = 0$$

Demak, $X''(0) = 0$; $X'''(0) = 0$.

Shuning uchun: $C=D=0$ bo'ladi. Qolgan ikkita o'zgarmas sonlar balka ikkinchi uchining tirilish shartidan aniqlanadi. Amaliy ahamiyatga ega bo'lgan bir nechta holarni tekshiramiz.

1. Balka har ikkala uchi bilan tiralgan bo'lsin.(3- rasm).Koordinata boshini balkaning chap uchida olib, quyidagi chegaraviy shartni tuzamiz:

$$x = 0 \text{ bo'lganda } X(0) = 0 \quad X''(0) = 0$$

$$x = l \text{ bo'lganda } X(l) = 0 \quad X''(l) = 0$$

Chap tayanch uchun tuzilgan shartdan $A=C=0$ dir. U holda

$$X(x) = BT(kx) + DV(kx)$$

Bo'ladi. O'ng uchidagi shartdan (3.12) ni hisobga olsak, B va D ni aniqlash uchun quyidagi tenglamani olamiz:

$$BT(kl) + DV(kl) = 0$$

$$Bk^2V(kl) + Dk^2T(kl) = 0$$

Bu tenglama B va D ga nisbatan bir jinsli tenglama bo'lganidan, bu noma'lumlar noldan farq qilishi uchun, sistemaning determinantini nolga tenglashtirib, chastota tenglamasini chiqaramiz.

$$\begin{vmatrix} T(kl) & V(kl) \\ V(kl) & T(kl) \end{vmatrix} = 0.$$

Bundan

$$T^2(kl) - V^2(kl) = 0$$

Hosil bo'ladi. T va V ing qiymatini (3.11) dan keltirib qo'ysak, quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$Shkl \sin kl = 0.$$

$Shkl \neq 0$ bo'lmaganidan, $\sin kl = 0$ bo'lishi kerak, demak,

$$kl = n\pi, \quad n = 1, 2, \dots, n$$

K bilan tebranishning aynan chastotasini ifodalovchi p orasidagi (3.8) munosabatdan foydalanib, quyidagi formulani yozamiz:

$$p_n = (kl)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho Fl^4}} = n^2 \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho Fl^4}}$$

Chastota natural sonlarning kvadratiga proporsional bo'lgan qator sonlarga teng cheksiz ko'p formalar to'plamidan iborat bo'lgan xususiy tebranishlarini olamiz. Endi bu tebranishlarga oid elastic chiziqli tenglamasini aniqlaymiz. Buning uchun B va D orasidagi munosabatni olamiz:

$$D = -\frac{T(kl)}{V(kl)}B, \quad \sin kl = 0$$

bo'lganidan, $T(kl) = V(kl) = \frac{1}{2}shkl$ va $D = -B$ bo'ladi.

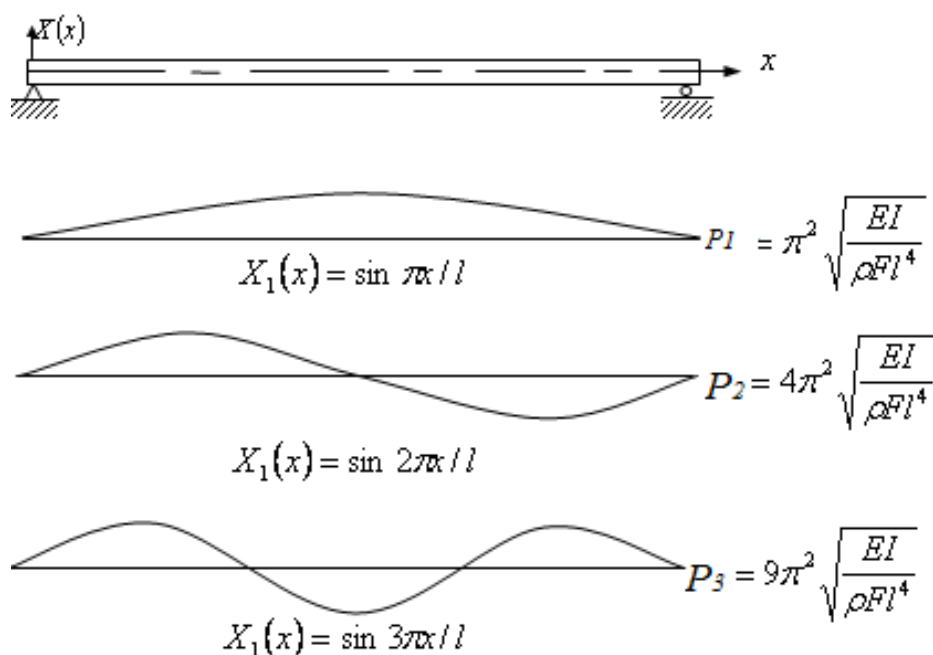
Binobarin, $X(x)$ ni quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$X_n(x) = B\{T_n(k_n l) - V_n(k_n l)\} = B \sin \frac{n\pi x}{l}$$

$k_n = \frac{n\pi}{l}$ ekanligi ko'zda tutilsa, elastic chiziqli tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$X_n(x) = B \sin \frac{n\pi x}{l}$$

Demak, n tebranishga oid elastic chiziqli tenglamasi, yarim to'lqinlar soni n ta bo'lgan sinuslardan iborat bo'lar ekan. (3-rasm)



3-rasm

2. Bir uchi qistirib tiralgan, boshqa uchi erkin bo'lgan balkaning erkin tebranishlarini tekshiramiz.(4-rasm). Chap tayanch uchun chegaraviy shart:

$$x = 0 \text{ bo'lganda } X(0) = 0 \quad X'(0) = 0$$

$$x = l \text{ bo'lgan erkin tomon uchun } X''(l) = 0 \quad X'''(l) = 0$$

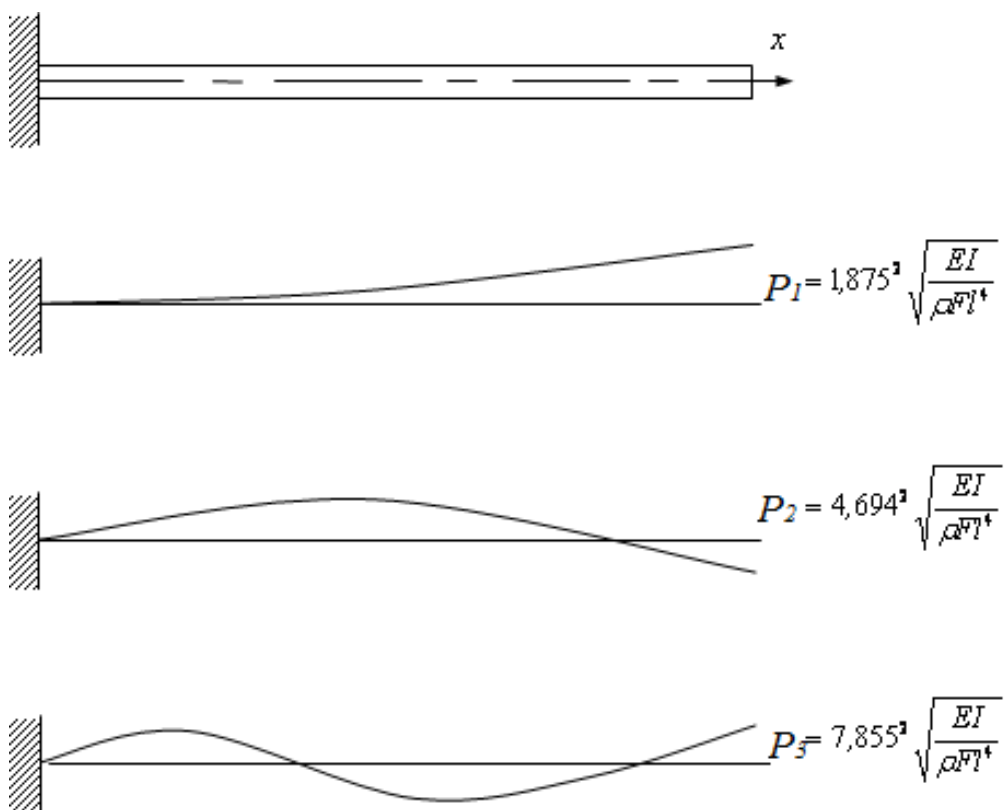
Bu shartlarning birinchisidan $a=b=0$ hosil bo'lib elastik chiziqlar tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$X(x) = CU(kx) + DV(kx)$$

Bu tenglamadan hamda balkaning erkin uchi uchun o'rinli chegaraviy shartdan foydalanib quyidagi chastota tenglamasini tuzamiz:

$$Ck^2 S(kl) + Dk^2 T(kl) = 0$$

$$Ck^3 V(kl) + Dk^3 S(kl) = 0$$



4-rasm

Bu tenglamalarning determinantini nolga tenglashtirib, transcendent tenglamani hosil qilamiz.

$$S^2(kl) - T(kl)V(kl) = 0$$

S, T, V larning qiymatini qo'ysak, tenglama quyidagicha yoziladi:

$$\cos kl = -\frac{1}{\cosh kl}$$

Uning ildizlari:

$$(kl)_1 = 1,875$$

$$(kl)_2 = 4,694.$$

$n > 2$ bo'lgan hol uchun $(kl)_n \approx \frac{2n-1}{2} \pi$ bo'ladi. k ning bu qiymatlariga tegishli

tebranish chastotasi quyidagich ifodalanadi:

$$p = (kl)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho F l^4}} \quad p_1 = 3,52 \sqrt{\frac{EI}{\rho F l^4}} \quad p_2 = 22,0 \sqrt{\frac{EI}{\rho F l^4}}$$

$$p_n = \frac{(2n-1)^2}{4} \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho Fl^4}}$$

Tebranishlarning elastic chiziqli formasi quyidagi tenglamadan aniqlanadi:

$$X_n(x) = C \left\{ U(k_n l) - \frac{S(k_n l)}{T(k_n l)} \right\} V(k_n l)$$

$n=1, n=2, n=3$ bo'lgan hollarda elastic chiziqli formalari 11-rasmda tasvirlangan

1.4. Sterjenlarning bo'ylama majburiy tebranishlari

Sterjenning uchiga qo'yilgan uyg'otuvchi kuch, garmonik ravishda o'zgarsin deb faraz qilaylik; unda

$$p = p_0 \sin \omega t \quad (4.1)$$

bo'ylama. Bunday kuch ta'siridan sterjenda hosil bo'ladigan majburiy tebranish uyg'otuvchi kuchning chastotasi bilan bajarilishini biz ilgari qayd qilgan edik. Shuning uchun sterjen o'qining har qanday nuqtasidagi bo'ylama ko'chishini quyidagicha ifodalaymiz:

$$u(x, t) = U(x) \sin \omega t \quad (4.2)$$

Bunda $U(x)$ hozircha noma'lum funksiya bo'lib, u majburiy tebranish formasidir:

Bu funktsiyani topishda erkin tebranish uchun chiqarilgan quyidagi tenglamadan foydalanamiz;

$$a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Bu tenglamaga $u(x, t)$ ning qiymatini (4.2)dan keltirib qo'yib $U(x)$ ni aniqlash uchun quyidagi differensial tenglamani hosil qilamiz:

$$U'' + \frac{\omega^2}{a^2} U = 0 \quad (4.3)$$

Bu tenglamaning erkin tebranish harakati formasini aniqlash tenglamasidan farqi shundaki, bu yerda tebranish chastotasi ω oldindan ma'lum bo'lib, bundan faqat majburiy tebranish amplitudasi $U(x)$ niga aniqlash zarur. (4.3)ning integrali:

$$U(x) = A \cdot \sin \frac{\omega}{a} x + B \cos \frac{\omega}{a} x \quad (4.4)$$

bo'ladi. A va B o'zgarmas sonlar chegara shartidan aniqlanadi. Biz tekshirayotgan holda sterjenning bir uchi tiralgan va boshqa uchiga (4.1) bilan aniqlanadigan kuch qo'yilgan. t ning har qanday qiymatiga $x=0$ bo'lgan kesim uchun $U(0)=0$ bo'lib, boshqa uchidagi bo'ylama kuch, uyg'otuvchi kuch P ga teng, ya'ni:

$$N = EF \frac{\partial u}{\partial x} = EF U'(t) \sin \omega t = P_0 \sin \omega t;$$

bundan:

$$U'(t) = \frac{P_0}{EF}$$

bo'ladi: bu shartlardan foydalanib A va U ni aniqlaymiz:

$$B = 0; \quad A = \frac{P_0 a}{EF \omega \cos \frac{\omega}{a} t}$$

Shunday qilib, majburiy tebranish amplitudasi quyidagicha ifodalanadi:

$$U(x) = \frac{P_0 a}{\omega EF \cos \frac{\omega}{a} t} \sin \frac{\omega}{a} x. \quad (4.5)$$

Sterjen uchining tebranish amplitudasi esa quyidagicha bo'ladi:

$$U(t) = \frac{P_0 a}{EF \omega} \operatorname{tg} \frac{\omega t}{a} \quad (4.6)$$

Uyg'otuvchi kuch chastotasi mjuda kichik bo'lsa, ya'ni P kuch juda sekin

o'zgarsa, $\operatorname{tg} \frac{\omega t}{a} \approx \frac{\omega t}{a}$ bo'lib,

$$U_{\omega} = \frac{P_0 t}{EF}$$

bo'ladi. Agar $\frac{\omega t}{a} = \frac{\pi}{2}$, ya'ni $\omega = \frac{\pi a}{2t}$ bo'lsa, amplituda $U(t) = \infty$ ga aylanib, rezonans hodisasi ro'y beradi.

$\omega = \frac{\pi a}{2t}$ –bo'ylama tebranishining eng pastki chastotasi.

Agar o'yg'otuvchi kuch sterjenning butun uzunligi bo'yicha taqsimlangan bo'lsa (bu umumiy holdir), yuqorida tavsif etilgan usuldan foydalanib bo'lmaydi, chunki sterjendan ajratilgan har qanday elementga tiklovchi elastic va inersiya kuchlaridan tashqari, uyg'otuvchi kuch ham ta'sir ko'rsatadi. Shuning uchun majburiy tebranish harakat differensial tenglamasi bu hol uchun boshqacha bo'ladi. Sterjenning har bir nuqtasiga qo'yilgan uyg'otuvchi kuch koordinata x va vaqt t ning ixtiyoriy funksiyasi bo'lsin:

$$q = q(x, t).$$

Agar uyg'otuvchi kuch sterjenning barcha nuqtalari uchun vaqt bo'yicha bir xil qonun bilan o'zgarsa, uni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$q(x, t) = q_0(x)H(t) \quad (4.7)$$

Sterjendan ajratilgan dx elementga uyg'otuvchi kuch $q(x, t)dx$ ni qo'ysak, harakat differensial tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$EF \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} - pF \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} = q(x, t) \quad (4.8)$$

Bu tenglamaning integralini toppish uchun uyg'otuvchi kuch $q(x, t)$ va noma'lum ko'chish $u(x, t)$ ni fundamental funksiya $X_i(x)$ bo'yicha qatorga ajratamiz. Fundamental funksiya $X_i(x)$ sterjenning erkin tebranish harakatidan aniqlanadi:

$$\left. \begin{aligned} q(x, t) &= X_1(x)S_1(t) + X_2(x)S_2(t) + X_3(x)S_3(t) + \dots \\ u(x, t) &= X_1(x)T_1(t) + X_2(x)T_2(t) + X_3(x)S_3(t) + \dots \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

Sterjen ko'ndalang kesimining o'zgarishligini ko'zda tutib, $S_1(t)$ ni aniqlash uchun (4.9) ning birinchi qismini $X_1(x)dx$ ga ko'paytirib, undan sterjen bo'yicha integral olamiz. $X_1(x)$ ortogonal xususiyatga ega bo'lganidan o'ng tomondagi integrallar quyidagi shartni qanoatlantiradi:

$$\int_0^l X_i(x)X_k(x)dx = 0$$

Shuning uchun $S_i(t)$ quyidagicha ifodalanadi:

$$S_i(t) = \frac{\int_0^i q(x,t) X_i(x) dx}{\int_0^i X_i^2(x) dx} \quad (4.10)$$

Uyg'otuvchi kuch (4.7) bilan o'zgarsa:

$$S_i(t) = \frac{\int_0^i q_0(x) X_i(x) dx}{\int_0^i X_i^2(x) dx} H(t) \quad (4.11)$$

bo'ladi. $T_i(t)$ ni quyidagi mulohaza asosida aniqlaymiz: (4.9) ning birinchi tenglamasining o'ng tomonidagi har bir hadi, uning ikkinchi tenglamasidagi shu hadga tegishli bo'lgan hadi bilan ifodalanadigan harakatni bajaradi degan fikr – elastik sistemaga qo'ilgan kuchlarning ta'siri bir-biriga o'tmaydi degan prinsipdan kelib chiqadi. Shuning uchun (4.8) va (4.9) ning i qismini olishimiz mumkin:

$$q(x,t) = X_i(x) S_i(t), \quad u(x,t) = X_i(x) T_i(t)$$

U holda (4.8) tenglamani quyidagicha yozamiz:

$$EFX_i^n T_i - \rho F X_i T_i = X_i S_i;$$

Bu tenglamaning o'zgaruvchilarini ajratib, uni quyidagi ko'rinishga keltiramiz;

$$a^2 \frac{X_i^n}{X_i} = \frac{T_i}{T_i} + \frac{S_i}{\rho F T_i}.$$

Bu tenglamaning har ikkala tomoni bir-biridan mustasno funksiya bo'lganidan, ularni bitta noma'lum o'zgarmovchi p_i^2 ga tenglashtirib, T_i ni aniqlash uchun quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$T_i(t) + p_i^2 T_i(t) = \frac{S_i(t)}{\rho F} \quad (4.12)$$

Bu tarzdagi tenglamaga biz bir necha marta duch keldik, uning integrali quyidagicha yoziladi;

$$T_i(t) = \frac{1}{\rho F p_i} \int_0^t q(x,\tau) \sin p_i(t-\tau) d\tau \quad (4.13)$$

Buni quyidagi tenglama $u(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x)T_i(t)$ ga qo'yib $u(x,t)$ ni aniqlaymiz. Shu bilan qo'yilgan masala oxirigacha yechilgan hisoblanadi. Uyg'otuvchi kuch (4.7) tenglama bilan ifodalansa, $T_i(t)$ quyidagicha yoziladi:

$$T_i(t) = \frac{\int_0^i q_0(x) X_i(x) dx}{\rho F P i \int_0^i X_i^2(x) dx} \int_0^t H(\tau) \sin p_i(t-\tau) t \tau \quad (4.14)$$

1.5. Sterjenlarning ko'ndalang majburiy tebranishi.

Egilish tebranishini bajaruvchi balkaning biror joyiga

$$P = P_0 \sin \omega t$$

Uyg'otuvchi kuch qo'yilgan bo'lsa, tebranishdagi egilgan o'qning harakat tenglamasini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$v(x, t) = X(x) \sin \omega t \quad (5.1)$$

U holda $X(x)$ ning qiymatini aniqlash tenglamasi (3.7) dan farq qilmaydi, faqat p^2 ning o'rniga ω^2 ni qo'yish kerak. Shuning uchun kuch qo'yilgan kesim (5.1) tenglamani qanoatlantirishi zarur, chunki $P = P_0 \sin \omega t$ kuch qo'yilgan kesim balkani ikkita uchastkaga ajratayotir.

Egilish tebranishdagi balkaga, hajmiy uyg'otuvchi $q(x, t)$ ta'sir etsa, majburiy tebranish harakat differensial tenglamasi shu hol uchun chiqarilgan erkin tebranish tenglamasidan balkadan ajratilgan elementga qo'yilgan uyg'otuvchi kuchning mavjud bo'lishi bilan farqlanadi. U tenglama quyidagicha yoziladi:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{EI}{\rho F} \frac{\partial^4 u}{dx^4} = \frac{q(x, t)}{\rho F}. \quad (5.2)$$

Ilgarigidek, uyg'otuvchi kuch $q(x, t)$ va egilish $v(x, t)$ ni fundamental funksiya $X_i(x)$ bo'yicha qatorga ajratamiz.

$$\begin{aligned} q(x, t) &= X_1(x)S_1(t) + X_2(x)S_2(t) + \dots + X_i(x)S_i(t) + \dots \\ v(x, t) &= X_1(x)T_1(t) + X_2(x)T_2(t) + \dots + X_i(x)T_i(t) + \dots \end{aligned}$$

$S_i(t)$ va $T_i(t)$ larni oldingi mulohazaga binoan quyidagicha aniqlaymiz:

$$T_i(t) = \frac{\int_0^i q(x, t) X_i(x) dx}{\int_0^i X_i^2(x) dx}. \quad (5.3)$$

Bu formula ko'rinishi jihatidan xuddi (4.9) ning o'zginasidir, ammo, bu yerda $X_i(x)$ boshqa uchun tuzilgan quyidagi tenglamaning integralidir:

$$\frac{EI}{\rho E} X_i^{IV} + p^2 X_i = 0 \quad (5.4)$$

$T_i(t)$ quyidagi tenglamadan aniqlanadi:

$$T_i(t) + p_i^2 T_i(t) = \frac{S_i(t)}{\rho F}. \quad (5.5)$$

Buning integrali yana, ilgariidek, quyidagicha yoziladi

$$T_i(t) = \frac{1}{\rho F p_i} \int_0^t S_i(\tau) \sin p_i(t - \tau) d\tau.$$

Bu ko'zda tutila, egilish funksiyasini quyidagiha bo'ladi:

$$v(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x) T_i(t) \quad (5.6)$$

Bundan foydalanib eguvchi moment va kesib o'tuvchi kuchlar qiymatini topish qiyin emas.

$$\left. \begin{aligned} M(x, t) &= EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = EI \sum_{i=1}^{\infty} \frac{d_{xi}^2}{dx^2} T_i(t) \\ Q(x, t) &= EI \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} = EI \sum_{i=1}^{\infty} \frac{d_{xi}^3}{dx^3} T_i(t) \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

Bu formulalardan istalgan kesim uchun istalgan vaqtdan M va Q ni hisoblay olamiz.

1.6. Qo'zg'aluvchi yuk ta'siridan hosil bo'ladigan tebranish

O'zgarmas miqdordagi yuk qo'yilgan nuqta elastic sistema bo'ylab ko'chsa, bu holda ham sistemada tebranma harakat hosil bo'ladi. Masalan, ko'prikdan avtomashina yoki poezd o'tganda, albatta, tebranma harakat hosil bo'lishini ko'priksda turgan kishi sezadi, ammo bu tebranma harakat poezd o'tishi bilan oq tezda so'nadi, shuning uchun biz bu yerda shunga o'xshash tebranish harakati ustida to'xtab o'tirmaymiz. Ammo qo'zg'aluvchi yuk ta'siridan elastic sistemada muntazam tebranma harakatning ro'y berish amaliy ahamiyatga egadir. Bunday hol cheksiz uzun balkaga qo'zg'alayotgan yuk yoki aylanishdagi sterjenga tegib turgan tayanch ta'siridan hosil bo'lishi mumkin. Elastic asosda yotgan balkada tekis tezlikda harakatlanuvchi yuk ta'siridan hosil bo'ladigan tebranma harakatni tekshiramiz. Elastic asosda yotuvchi balka hisobini Vinkler gipotezasi asosida

tekshirgan vaqtda balkaning egilgan o'qini aniqlash uchun quyidagi tenglamani yozgan edik:

$$\sum I \frac{d^4 w}{dx^4} + kw = q(x); \quad (6.1)$$

Bunda k -elastik asosning moyillik koeffisienti, $q(x)$ – balkaga ta'sir ko'rsatuvchi yoyilgan yukning intensivligi.

Balkaning tebranma harakat tenglamasini yozish uchun, qo'yilgan yukka balkadan ajratilgan elementning inersiya kuchini qo'shish lozim, u kuch $F\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$ ga tengdir. Bu ko'zda tutilsa (6.1) tenglama quyidagicha yoziladi:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + F\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + kw = q(x, t); \quad (6.2)$$

$\frac{F\rho}{EI} = 4n^2$, $\frac{k}{m^4} = 4m^2$ desak, tebranma harakat tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4n^2 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 4m^4 w = \frac{1}{EI} q(x, t); \quad (6.3)$$

Bu tenglamadan balkaning erkin tebranishdagi takrorligini va tebranish formasini aniqlash qiyin emas, chunki oddiy balka kuchun qo'llangan usuldan foydalanib bu masalani ham yechish mumkin.

Agar yoyilgan yuk o'z qiymatini saqlagani holda balka bo'yicha v tezlikda harakatlansa, q ni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$q(x, t) = q(x - vt) \quad (6.4)$$

Balkaning stasionar tebranmaharakatida, balkaning egilishi ham yuk tezliidek balka bo'ylab ko'chsa, egilish quyidagicha topiladi:

$$w(x, t) = w(x - vt);$$

$$x - vt = \xi$$

Desak uning qiymatini (6.4) va (6.3) ga tenglamani quyidagicha yozish mumkin:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + 4n^2 v^2 \frac{d^2 w}{d\xi^2} + 4m^4 w = q(\xi); \quad (6.6)$$

Buning uchun karakteristik tenglamasi:

$$\lambda^4 + 4n^2 v^2 \lambda^2 + 4m^4 = 0$$

bo'ladi. Bu karakteristik tenglamaning ildizi kompleks bo'lishi uchun:

$$v < \frac{n}{m} = \sqrt{\frac{4kEI}{\rho^2 F^2}}$$

bo'lishi kerak. Shu holda

$$S_{1,2,3,4} = \pm \alpha \pm i\beta$$

bo'ladi. Bunda: $\alpha = \sqrt{m^2 - v^2 n^2}$, $\beta = \sqrt{m^2 + v^2 n^2}$.

Bu holda (6.6) tenglamaning umumiy integrali quyidagicha bo'ladi:

$$w = e^{\alpha\xi} (C_1 \cos \beta\xi + C_2 \sin \beta\xi) + e^{-\alpha\xi} (C_3 \cos \beta\xi + C_4 \sin \beta\xi) + \Phi(\xi) \quad (6.7)$$

Bunda $\Phi(\xi)$ – (6.6) ning xususiy integralidir. U qo'zg'aluvchi $q(x,t)$ yukning harakteriga bog'liqdir.

Bir muhim xususiy holni tekshiramiz. Holati $\xi = 0$ yoki $X = vt$ bilan aniqlanadigan to'plangan P yuk balka bo'ylab qo'zg'alsin. Bu holda $\xi < 0$ va $\xi > 0$ bo'lgan holda tashqi yuk nolga teng bo'ladi. Shuning uchun (6.7) ifodada $\Phi(\xi) = 0$ bo'ladi. Kuch qo'yilgan nuqtadan uzoqlashgan sari, egilish so'nishi kerak, shuning uchun, tegishli o'zgarma sonlarni nolga tenglashtirish zarur. Kuch qo'yilgan nuqtaning chap tomonidan balkaning egilishi ($\xi < 0$ bo'lgandagi egilish) quyidagicha ifodalanadi:

$$w = e^{\xi\alpha} (C_1 \cos \beta\xi + C_2 \sin \beta\xi).$$

Kuch qo'yilgan nuqtadan o'ng tomondagi egilish ($\xi > 0$ bo'lgandagi egilish) esa quyidagicha bo'ladi:

$$w = e^{-\xi\alpha} (C_3 \cos \beta\xi + C_4 \sin \beta\xi)$$

Kuch qo'yilgan nuqtada, ya'ni $\xi = 0$ bo'lgan joyda quyidagi shartlar bajarilishi zarur: $w_z = w_y$

$$\frac{dw_z}{d^2} = \frac{dw_y}{d\xi}; \quad \frac{d^2 w_y}{d\xi^2} = \frac{d^2 w_z}{d\xi^2}; \quad \frac{d^3 w_z}{d\xi^3} = \frac{d^3 w_y}{d\xi^3} + \frac{P}{EI};$$

Bu shartlardan to'rtta ixtiyoriy o'zgarmas sonlar C_1, C_2, C_3, C_4 ni aniqlab, $\xi > 0$ bo'lgan hol uchun egilgan o'q tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$w = \frac{P}{8EI \alpha m^2} e^{-\alpha \xi} \left(\cos \beta \xi + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta \xi \right);$$

$\xi < 0$ bo'lgan hol uchun:

$$w = \frac{P}{8EI \alpha m^2} e^{\alpha \xi} \left(\cos \beta \xi - \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta \xi \right).$$

Kuch qo'yilgan kesim tagidagi ($\xi = 0$ bo'lgandagi) egilish:

$$w(0) = \frac{P}{8EI \alpha m^2} = \frac{E}{\sqrt{4k^3 EI}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{v_k^2}}} \quad (6.8)$$

bo'ladi. Bu yerda

$$v_k = \sqrt[4]{\frac{4kEI}{\rho^2 F^2}} \quad (6.9)$$

dir. Bundan ko'ramizki, yukning qo'zg'alish tezlanish v ko'paygan sari, balka ko'proq egilib, tezlik o'zining kritik qiymati v_k ga erishganda esa cheksiz egilishga intilar ekan. Tezlikning ko'payishi bilan elastic chiziq ham o'z ko'rinishini o'zgartadi. Yuk qo'zg'alishining tezligi v o'zining kritik qiymatiga yaqinlashgan sari, egilish yuk qo'yilgan nuqtadan uzoqdagi nuqtalarda static egilishga qaraganda sekinroq so'nadi. Kritik tezlik v_k ning fizik ma'nosi shundan iborat: balka bo'ylab qo'zg'aluvchi yukning tezligi balka bo'ylab ketayotgan to'lqinning eng kichik tezligiga teng bo'lgandagi tezlik kritik tezlik deb ataladi. Bu fikrning to'g'riligini ko'rsatish uchun balka bo'yicha ketayotgan to'lqinni sinusondal formada deb qaralsa, u quyidagicha ifodalanadi:

$$w = C \sin \frac{\pi}{\lambda} (x - vt) \quad (6.10)$$

Bunda λ –yarim to'lqinning uzunligi; v - to'lqinning tarqalish tezligi.

(6.10) ifodani balkaning erkin tebranish tenglamasiga qo'yib, to'lqin tarqalish tezligi uchun

$$v = \sqrt{\frac{1}{4n^2} \left(\frac{\pi^2}{\lambda^2} + 4m^4 \frac{\lambda^2}{\pi^2} \right)} \quad (6.11)$$

ifodani olamiz. Bundan to'lqinning tarqalish tezligi, uning uzunligiga bog'liq ekanligini ko'ramiz. To'lqinning tarqalish tezligi uning uzunligi $\lambda = \frac{\pi}{m\sqrt{2}}$

bo'lganda o'zining eng kichik qiymati v_k ga teng bo'ladi.

Demak, yukning qo'zg'alish tezligi ketayotgan to'lqin tezligiga yaqinlashgan sari, balkaning egilishi anchagina oshib borar ekan.

(6.8) formuladan aniqlanadigan egilishning cheksizga intilishi, tebranma harakat tenglamasini tuzishda, muhit qarshiligini hisobga olinsa, $v \rightarrow v_k$ da egilish keskin ravishda o'ssa ham, ma'lum chekli qiymatga teng bo'ladi. Muhit qarshiligi hisobga olingan holda ham majburiy tebranish mavjuddir, chunki elastic chiziqqa o'tkazilgan urinma gorizonta yo'nalishda bo'lmaganidan qo'zg'alayotgan yuk vertical holatda qolmay, qiyshayishi tufayli, u gorizonta tuzuvchini hosil qiladi; bu tuzuvchining bajargan ishi muhit qarshiligini engib, majburiy tebranishini ta'min etadi.

II- BOB. HARAKATLANUVCHI YUKLANISH TA'SIRI OSTIDA KO'PRIKLARNING TEBRANISHLARI

2.1-§ Vaznsiz ko'prik

Bundan oldingi bobda olingan ba'zi natijalardan harakatlanuvchi yuklanish ta'sirida ko'priklarda yuzaga keladigan tebranishlarni o'ranishda foydalanish mumkin. Odatda ko'priklarni hisoblashda harakatlanuvchi yuklanish bir holatdan ikkinchi holatga cheksiz kichik tezlik bilan o'tadi va shuning uchun har bir harakatlanuvchi yukning bosimini uning og'irligiga teng deb olish mumkin. Chekli tezliklar holida bu faraz o'rinni bo'lmaydi. Ko'priklar egilganda harakatlanuvchi vertikal yo'nalishda ham qandaydir ko'chisha ega bo'ladi. Bu ko'chishga mos keluvchi inersiya kuchlari ham bosimni hisoblashda e'tiborga olish kerak bo'ladi. Bundan tashqari harakatlanuvchi yuklanish o'tayotgan paytdagi ko'prik elementi o'zining ham ko'chishidagi inersiya kuchlarini e'tiborga olish kerak. Bitiruv malakaviy ishi doirasida ko'priklarning dinamik egilishi haqidagi masala to'liq yechmasdan quyidagi xususiy hollarni qaraymiz:

1). Ko'prikning og'irligi harakatlanuvchi yuk og'irligiga nisbatan kichik bo'lgan hol, bunda yukning inersiya kuchlari bilan yetarlicha aniqlikda chegaralanishi mumkin.

2). Harakatlanuvchi yuklanishning og'irligi ko'prik massasiga nisbatan kichik kichik bo'lgan hol.

Harakatlanuvchi yuk inersiya kuchlarining ko'prik egilishiga ta'sirini (ko'prikning o'zining massasini hisobga olmasdan) aniqlash Kembrij universiteti professori R.Villis tomonidan taklif etilgan. P harakatlanuvchi yuklanishning trayektoriyasi

$$y = \frac{P(lx - x^2)^2}{3lEJ}$$

tenglamadan aniqlanadi deb qabul qilib (yuk ko'prik bo'ylab cheksiz kichik tezlik bilan harakatlanganda, yukning har bir holatidagi statik egilishni hisoblab

bu ifodani topish mumkin). R.Villis yuk inersiya kuchini quyidagi ko'rinishda topgan

$$-\frac{P}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\frac{P}{g} \frac{a^2 \partial^2 y}{\partial x^2} = -\frac{Pa^2}{g} \frac{2P}{3lEJ} (l^2 - 6lx + 6x^2)$$

a -orqali yukning ko'prik bo'ylab harakatlanish tezligi belgilangan. Inersiya kuchi $x=l/2$ bo'lganda eng katta qiymatga erishadi. Bu momentda yukning bosimi

$$P \left(1 + \frac{a^2 Ql}{3gEJ} \right) = P \left(1 + \frac{16a^2 f_{st}}{gl^2} \right) = P \left(1 + \frac{1}{\beta} \right), \quad (2.2)$$

bu yerda

$$f_{st} = \frac{Pl^2}{48EJ}, \quad \beta = \frac{gl^2}{16a^2 f_{st}}.$$

Harakatlanuvchi yuklanish ta'siridagi vaznsiz sterjenning egilishi haqidagi masalaning aniq yechimi birinchi marta ingliz olimi Gabriyel Stoks tomonidan aniqlangan.

Harakatlanish tezligining va ko'prik uchun statik egilish f_{st} ning katta bo'lmagan qiymatlarida R. Villis tomonidan chiqarilgan (2.2) natija yukning inersiya kuchi ta'sirini yetarlicha aniqlikda baholaydi. Yukning o'rtadagi bosim uchun ikkinchi yaqinlashish sifatida quyidagi formulani qabul qilish mumkin.

$$P \left(1 + \frac{1}{\beta - 3} \right) \quad (2.3)$$

Agar (2.3) formula yordamida vagonning bosimini aniqlamoqchi bo'lsak P kuch o'rniga g'ildiraklardan biriga tushadigan og'irlikni qo'yishimiz kerak, vagonning qolgan qismlari og'irlikning ta'siri ressur hisobidan kichikroq bo'ladi. Shuning uchun ularning ta'sirini 1 ga yaqin songa ko'paytirib topishimiz mumkin. G Simmerman hisoblariga ko'ra inersiya kuchi ta'sirida bosimning statik bosimiga nisbatan 14% dan oshishi eng noqulay holat

hisoblanadi (bunday bosimning oshishini harakat tezligi $100\frac{km}{soat}$, qalinligi 30 sm bo'lganda kuzatish mumkin).

Yukning trayektoriya tenglamasi sifatida (2.1) tenglamani qabul qilib, balkaning egilishidagi inersiya kuchini eng katta eguvchi momentni baholash mumkin. Agar Q orqali balka og'irligini belgilasak, u holda eng katta eguvchi momentni P yukning va balkaning inersiya kuchlarini e'tibora olib quyidagicha yozish mumkin

$$M_{\max} = \frac{Pl}{4} \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) + \frac{Ql}{8} \left(1 + \frac{5}{4} \frac{1}{\beta} \right). \quad (2.4)$$

3.2- § Ko'prikning og'irligi hisobga olingan hol

Bundan oldingi paragrafda keltirgan (2.2) va (2.3) formulalar vaznsiz sterjenlar uchun keltirib chiqarilgan. Ko'rinib turibdiki, ular balkaning og'irligi yuk og'irligiga nisbatan kichik bo'lgan hollarda o'rinli. Ko'prik ravog'ining uzunligi oshishi bilan harakatlanuvchi yuklanishning egilishiga ta'sirini o'rganishda balka og'irligining ta'siri ham muhim ahamiyatga ega bo'ladi. J. Stoks balkada yuqkning harakatlanishi tebranishlarni keltirib chiqarishini aniqlagan. Bu tebranishlarni aniqlash uchun taqribiy usuldan foydalangan. Bu usul harakatlanuvchi yukning og'irligi ko'prik og'irligiga nisbata kichik degan farazga asoslangan.

Balkaning tebranishlari haqidagi masalaning aniq yechimi harakatlanuvchi yukning massasi hisobga olinmagan holda A.N.Krilov tomonidan berilgan. Uning yechimi normal koordinatalardan foydalangan holda, prizmatik sterjenning ko'ndalang tebranish tenglamasini integrallashga asoslangan. Balka tebranishlaridagi qo'shimcha egilish $\alpha = al/b\pi$ kattalik bilan aniqlanadi. α va unga mos asosiy tebranish davri T ning qiymatlari ko'prikning turli uzunlikdagi ravoqlari uchun quyidagi jadvalda keltirilgan:

l, m	10	20	40	60	80	100
--------	----	----	----	----	----	-----

T, sek	0.046	0.079	0.129	0.181	0.226	0.270
$\alpha \begin{cases} a = 10m/s \\ a = 30m/s \end{cases}$	0.023	0.020	0.016	0.015	0.014	0.0135
	0.069	0.060	0.048	0.045	0.042	0.040

Hisoblashlarda ko'prik ko'ndalang kesimni o'zgarmas deb olinadi. Ko'prik og'irlishi temir yo'l ko'priklarning xususiy og'irliklari jadvaldan topiladi. Ko'prik balandligi ravoqning 0,1 qismiga teng, mumkin bo'lgan kuchlanish 800kg/sm^2 .

Jadvaldan ko'rinadiki, balka tebranishlarning eng katta egilishiga ta'siri ham, ravoq uzunligining oshishi uning kamayishiga olib keladi. Yuqoridagi formulardan foydalanib harakatlanuvchi yukning egilishiga ta'sirini yuk og'irligi ko'prik og'irligidan kichik bo'lganda baholash mumkin. Harakatlanuvchi P yukning ko'prikka ko'rsatadigan P' bosimini quyidagi formula yordamida aniqlash mumkin.

$$P' = P \left(1 - \frac{1}{g} \frac{d^2 y}{dt^2} \right).$$

Birinchi yaqinlashishni bu ifodaga balkaga qo'yilgan P o'zgarmas kuch ta'sirida egilishni ifodalovchi ifodalarni qo'yib olamiz. Yig'indilarda faqat birinchi had bilan chegaralanib, ya'ni balkani erkinlik darajasi 1 ga teng sistema sifatida qarab va $x = at$ deb olib, yuk ta'sirida balka egilishi uchun quyidagi ifodani olamiz.

$$y = \frac{2Pl^3}{EJ\pi^4} \sin \frac{\pi at}{l} \left(\sin \frac{\pi at}{l} - \alpha \sin \frac{b\pi^2 t}{l^2} \right)$$

$\frac{d^2 y}{dt^2}$ ni topib va α^2 ko'paytuvchiga ega hadlarni tashlab yuborib harakatlanuvchi yuk inersiya kuchi uchun ushbu qiymatini topamiz.

$$-\frac{P}{g} \frac{d^2 y}{dt^2} = -P \frac{2P}{Q} \frac{2Pl}{EJ\pi^4} \alpha \sin \frac{\pi at}{l} \sin \frac{b\pi^2 t}{l^2}. \quad (2.5)$$

Bu kuchlar ta'sirida tebranishlarni topamiz.

Umumlashgan $\overline{\Phi}$ kuchning qiymatini topish uchun umumiy usulni qo'llaymiz:

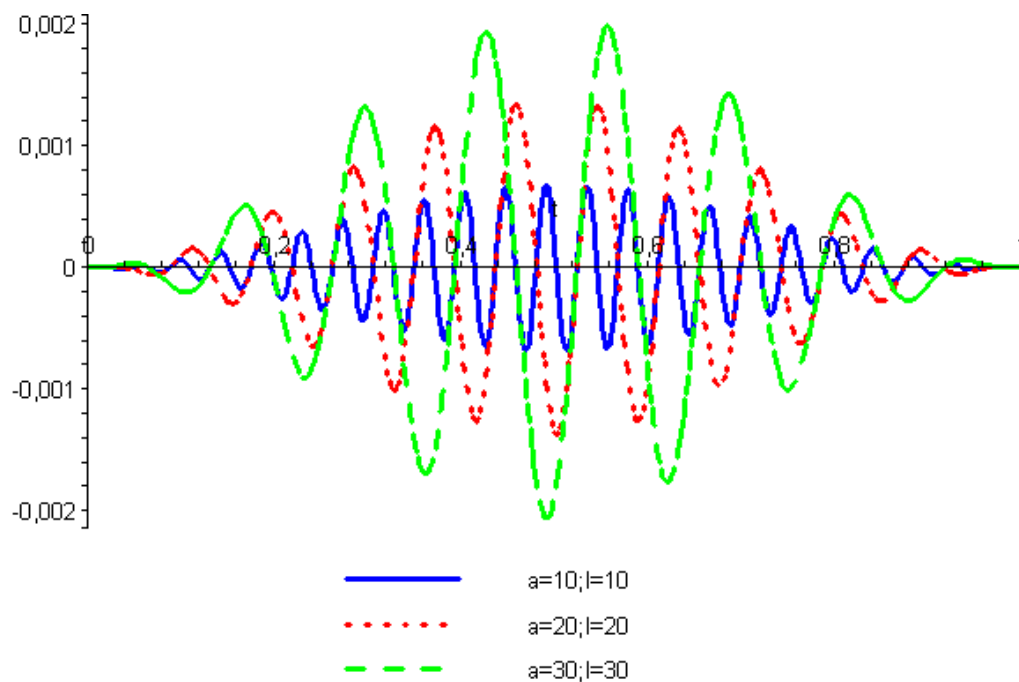
$$\bar{\Phi} = -P \frac{2P}{Q} \alpha \sin \frac{2\pi\alpha t}{l} \sin \frac{b\pi^2 t}{l^2}.$$

Buni umumiy yechimga qo'ysak

$$y = \frac{2Pl^3}{EJ\pi^4} \frac{2P}{Q} \alpha \sin \frac{b\pi^2 t}{l} \sin^2 \frac{\pi\alpha t}{l}. \quad (2.6)$$

Agar $2P/Q$ - kichik bo'lsa, u holda birinchi yaqinlashishga mos bu tebranishlarning amplitudasi α amplitudali tebranishlarnikiga nisbatan kichik bo'ladi. Faqat ana shu shartdagina ketma-ket yaqinlashish yo'li bilan harakatlanuvchi yukning inersiya kuchi ta'sirini baholashimiz mumkin.

(2.6) yechim yordamida ko'priq o'rtasining vaqt davomida tebranishli yukning turli tezliklari va turli uzunliklar uchun keltilgan. Grafiklardan ko'rinadiki, tezlik oshishi bilan bu holda ham amplituda oshmoqda.



2.1-chizma. Tezlik va uzunlikning turli qiymatlarida o'rtadagi egilishning vaqtdan bog'liq o'zgarishi

Shuni e'tiborga olishimiz kerakki, ko'priq bo'ylab harakatlanuvchi paravoz va vagonlarning inersiya kuchini baholashda aylanuvchi g'ildiraklarning massasi ham muhim ahamiyatga ega. Boshqa qismlarning

massasi resor hisobidan ko'prik tebranishlariga katta ta'sir ko'rsatmaydi, ya'ni ko'prikning xususiy tebranish chastotasi (agar ko'prik ravog'i unchalik katta bo'lmasa) paravoz va vagonlarning xususiy tebranish chastotalaridan bir necha marta katta bo'ladi.

Qaralgan ikkala xususiy holdan shunday xulosa chiqarish mumkinki, ko'prikka chekli tezlik bilan kelayotgan yuk ta'siridagi eguvchi moment eng katta qiymati unchalik katta bo'lmaydi va ko'prik uzunligi ortishi bilan kamayadi.

Egilishning ortishi yuqorida keltirilgan sabablardan tashqari, relslar ulamalarining zarbalari, eskirgan bandajlarning zarbalari va nosangilar ta'sirida vujudga kelishi mumkin. Kichik uzunlikdagi ko'priklarda ulamalardagi zarbalar yetarlicha katta kuchlanishlarni vujudga keltirishi mumkin. Shuning uchun bunday ko'priklarda ulamalar bo'lishiga yo'l qo'ymaslik kerak.

2.3-§ Posangilar ta'sirida yuzaga keluvchi tebranishlar

Bundan oldingi paragrafda keltirilgan jadvaldan ko'rinadiki, ravog uzunligi 60-100m bo'lgan ko'priklarning tebranish davri 1/6dan 1/4 sekund oraliqda bo'ladi. Kattaroq tezliklarda posangi o'rnatilgan g'ildiraklar to'liq bir marta aylanib ulguradi. Ko'prikning erkin tebranishi chastotasi bilan posangili g'ildirakning burchak tezligi teng bo'lganda rezonans hodisasi sodir bo'ladi. Posangilarning inersiya kuchi ta'sirida tebranish amplitudasi yetarlicha katta qiymatlar qabul qilishi mumkin. Bunday tebranishlarni o'rganish uchun umumiy usuldan foydalanamiz.

Posangi og'irligi Q , posangi og'irlik markazidagi g'ildirak o'qigacha bo'lgan masofa ρ , parovozning ilgarilanma harakat tezligi a , g'ildirak radiusi r bo'lsin. U holda posangida yuzaga keluvchi markazdan qochuvchi kuch

$$F = Qa^2 \rho / gr^2.$$

Posangilarning odatdagi o'lchovlarida va odatdagi tezliklarida F kuch tezyurar poyezdlar uchun 5000 kg, yuk poyezdlari uchun 3500kg gacha yetadi.

Ko'priknining majburiy tebranishni yuzaga keltiruvchi kuch F kuchining vertikal tuzuvchisidir. Agar soddalik uchun g'ildirak o'tayotgan momentda posangi eng past holatini egallasin deb faraz qilsak, hamda g'ildirakning burchak tezligini ω orqali belgilaymiz. U holda F ning vertikal tuzuvchisi

$$F = \cos \omega t . \quad (2.7)$$

φ_n koordinataga mos keluvchi $\overline{\Phi}_n$ umumlashgan kuch quyidagi formula orqali ifodalanadi

$$\overline{\Phi}_n = F \cos \omega t \sin \frac{\pi n t}{l} . \quad (2.8)$$

Tebranishlarni aniqlash uchun kuchning bu qiymatini umumiy yechimga qo'yish kerak. Yuqoridagi aytilganni bajarib, integrallab va yozuvni qisqartirish uchun $al/b\pi = \alpha$, $\omega^2/b\pi^2 = \beta$ belgilash kiritib, u egilish uchun umumiy ifodani olamiz:

$$y = \frac{Fl^3}{EJ\pi^4} \sum_{i=1}^{\infty} \sin \frac{i\pi x}{l} \left\{ \frac{\sin \left(\frac{i\pi a}{l} + \omega \right) t}{i^4 - (\beta + i\alpha)^2} + \frac{\sin \left(\frac{i\pi a}{l} - \omega \right) t}{i^4 - (\beta - i\alpha)^2} + \right. \\ \left. + \frac{\alpha}{i} \left[\frac{\sin \frac{i^2 b \pi^2}{l} t}{(ia)^2 - (i^2 - \beta)^2} + \frac{\sin \frac{i^2 b \pi^2}{l^2} t}{(ia)^2 - (i^2 + \beta)^2} \right] \right\} . \quad (2.9)$$

Agar bu yechimda $\omega = \beta = 0$ deb olsak, u holda o'zgarmas tezlik bilan harakatlanuvchi o'zgarmas F kuchining ta'sirida balka tebranishlari uchun ifodaga mos keladi, (2.9) yechim umumiy yechimga mos keladi.

$\alpha = 0$ va β kichik deb hisoblasak

$$y = \frac{2Fl^3}{EJ\pi^4} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{i\pi x}{l} \sin \frac{i\pi a t}{l}}{i^4} ,$$

ya'ni $F \cos \omega t$ kuch ko'chganda statik egilish. Bu formulani kichik uzunlikdagi ko'priklarga qo'llash mumkin.

Yuqorida aytib o'tildiki, katta tezliklarda g'ildirakning burchak tezligi ω ko'priknining asosiy tebranish chastotasi $b\pi^2/l^2$ ga yaqin qiymat qabul qiladi va

β kattalik am 1 ga yaqin qiymat qabul qiladi. $i=1$ va β 1 ga yaqin bo'lgan holda (2.9) yechimdagi hadlarni tekshiramiz. Ba'zi almashtirishlardan keyin bu hadlarni quyidagicha ifodalash mumkin.

$$\begin{aligned} & \frac{Fl^3}{2EJ\pi^4} \sin \frac{\pi x}{l} \left\{ \sin \left(\frac{\pi a}{l} + \omega \right) + \left(\frac{1}{1+\alpha+\beta} + \frac{1}{1-\alpha-\beta} \right) + \right. \\ & + \sin \left(\frac{\pi a}{l} - \omega \right) t \left(\frac{1}{1+\alpha-\beta} + \frac{1}{1-\alpha+\beta} \right) + \sin \frac{b\pi^2 t}{l^2} \left(\frac{1}{1+\alpha-\beta} + \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{-1+\alpha+\beta} + \frac{1}{1+\alpha+\beta} + \frac{1}{-1+\alpha-\beta} \right) \right\}. \end{aligned}$$

β parametr 1 ga yaqinlashganda ahamiyatga ega bo'lgan hadlar quyidagilar bo'ladi.

$$\frac{Fl^3}{2EJ\pi^4} \sin \frac{\pi x}{l} \left\{ \frac{\sin \left(\frac{\pi a}{l} + \omega \right)}{1-\alpha-\beta} + \frac{\sin \left(\frac{\pi a}{l} - \omega \right) t}{1+\alpha-\beta} - \frac{\sin \frac{b\pi^2 t}{l^2}}{1-\alpha-\beta} + \frac{\sin \frac{b\pi^2 t}{l^2}}{1+\alpha-\beta} \right\}. \quad (2.10)$$

$\beta=1-\alpha$, ya'ni $\omega = \frac{b\pi^2}{l^2} - \frac{\pi a}{l}$ bo'lsin. U holda (2.10) ni quyidagicha yozish mumkin

$$\begin{aligned} & \frac{Fl^3}{2EJ\pi^4} \sin \frac{\pi x}{l} \left\{ \frac{\sin \left(\frac{\pi a}{l} + \omega \right) t - \sin \frac{b\pi^2 t}{l^2}}{1-\alpha-\beta} + \frac{\sin \left(\frac{\pi a}{l} - \omega \right) t + \sin \frac{b\pi^2 t}{l^2}}{1+\alpha-\beta} \right\} = \\ & = \frac{Fl^3}{2EJ\pi^4} \sin \frac{\pi x}{l} \left\{ -t \frac{b\pi^2}{l^2} \cos \frac{b\pi^2 t}{l^2} + \frac{1}{\alpha} \sin \frac{\pi a t}{l} \cos \omega t \right\}. \end{aligned}$$

Bu hadlarga mos keluvchi o'rtadagi y_1 egilishni $x = l/2$ deb olamiz

$$y_1 = \frac{2Fl^3}{EJ\pi^4} \frac{1}{4\alpha} \left\{ -t \frac{a\pi}{l} \cos \frac{b\pi^2 t}{l^2} + \sin \frac{\pi a t}{l} \cos \omega t \right\}.$$

$t = l/2a$ bo'lganda, ya'ni posangili g'ildirak ko'priki o'rtasiga yetganda

$$\begin{aligned} (y_1)_{t=l/2a} &= \frac{2Fl^2}{EJ\pi^4} \frac{1}{4\alpha} \left\{ -\frac{\pi}{2} \cos \frac{b\pi^2 t}{l^2} + \cos \omega t \right\} = \\ &= \frac{2Fl^3}{EJ\pi^4} \frac{1}{4\alpha} \left\{ -\frac{\pi}{2} \cos \frac{b\pi^2 t}{l^2} + \cos \left(\frac{b\pi^2}{l^2} - \frac{\pi a}{l} \right) t \right\} = \end{aligned}$$

$$= \frac{2Fl^3}{EJ\pi^4} \frac{1}{4\alpha} \left\{ -\frac{\pi}{2} \cos \frac{b\pi^2 t}{l^2} + \cos \left(\frac{b\pi^2 t}{l} - 90^\circ \right) \right\}.$$

Qaralayotgan momentda eng noqulay amplitudasi uchun quyidagini topamiz

$$\frac{2Fl^3}{EJ\pi^4} \frac{\pi}{8\alpha}. \quad (2.11)$$

$t = l/a$ bo'lgan holda esa tebranish amplitudasi

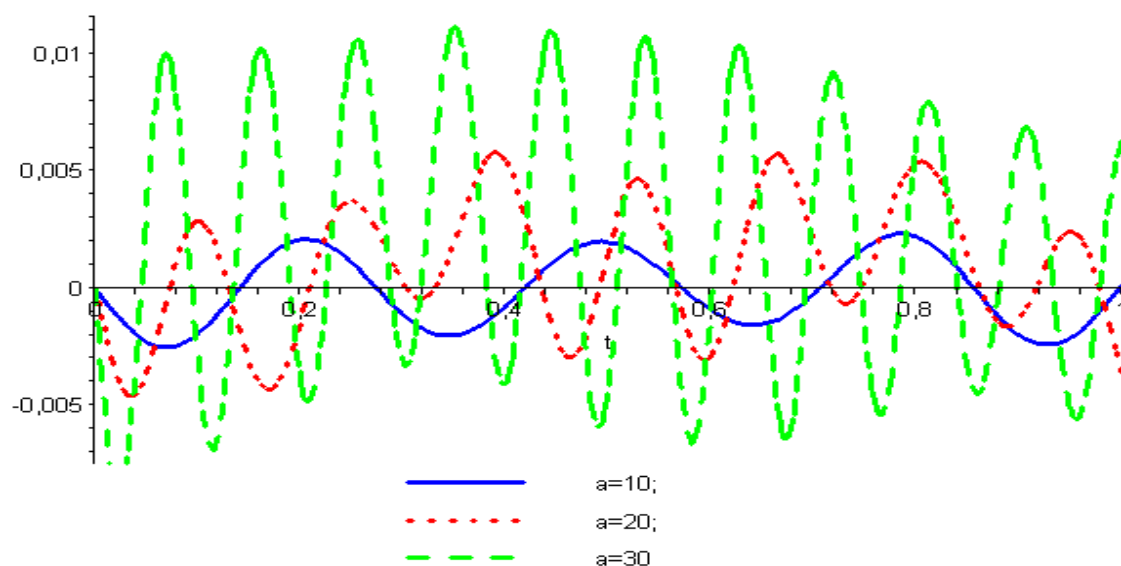
$$\frac{2Fl^3}{EJ\pi^4} \frac{\pi}{4\alpha}. \quad (2.12)$$

Topilgan amplituda ravvoq o'rtasiga qo'yilgan $F \cos \frac{b\pi^2 t}{l^2}$ kuch ta'sirida l/a vaqt oralig'idagi egilishiga nisbatan ikki marta kichik.

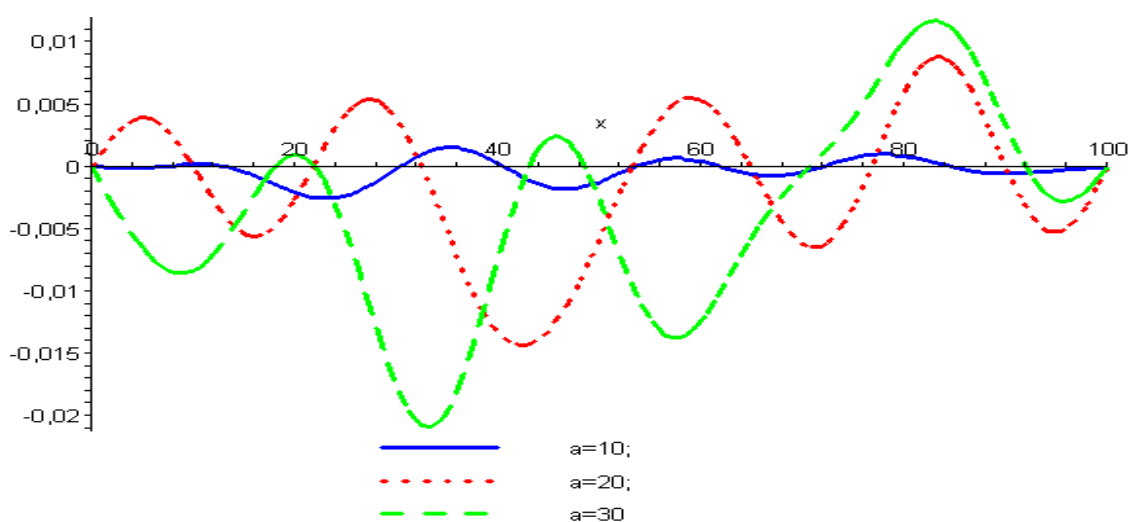
(2.9) yechim “Maple 9.5” dasturidan foydalangan holda grafik ko'rinishida 2.2 – 2.5-chizmalarda tasvirlangan.

2.2-chizmada aylanib harakatlanuvchi yuk ta'sirida ko'priq o'rtasining vaqt davomida tebranishi harakat tezligining turli qiymatlari uchun keltirilgan. Bu holda ham tezlikning katta qiymatlariga egilishning katta qiymatlari mos kelmoqda.

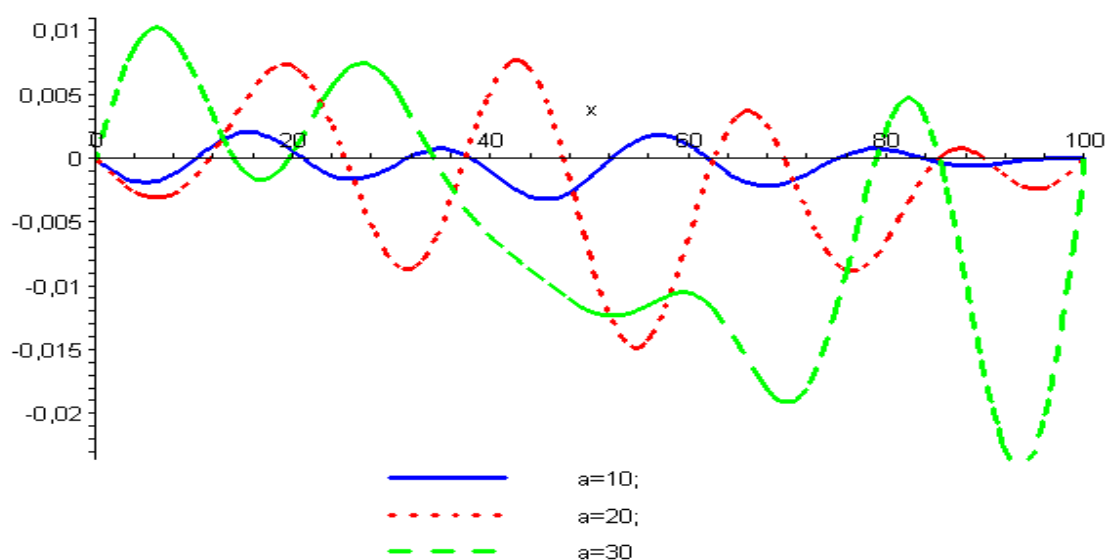
2.3. – 2.5-chizmalarda esa vaqtning turli momentlari uchun tebranish formalari tasvirlangan. Ko'rinib turibdiki, maksimal egilish harakatlanuvchi yuk vaqtning qaralayotgan momentida qayerda joylashishidan bog'liq holda turli joylarda sodir bo'lmoqda. Bundan oldingi natijalarni takrorlab, katta tezliklarga katta amplitudalar mos kelmoqda.



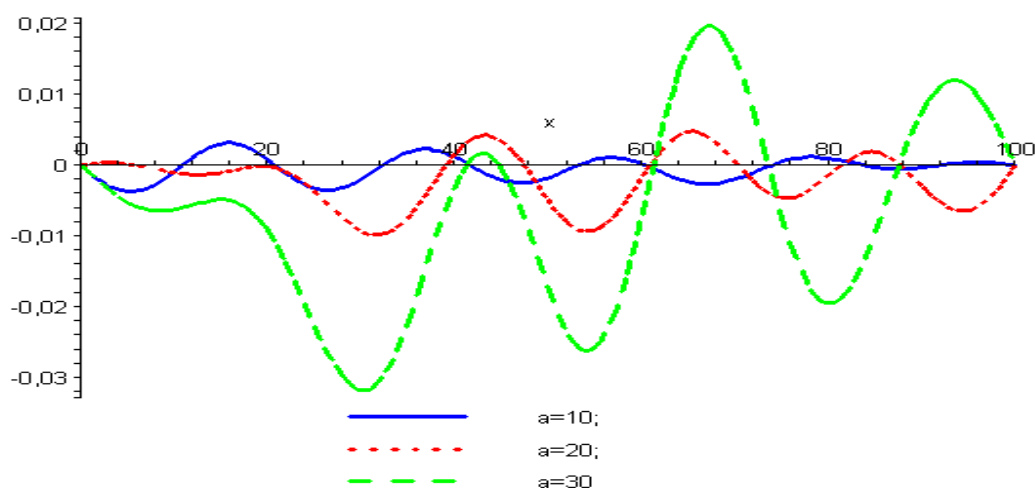
2.2-chizma. Tezlikning turli qiymatlarida ko'priq o'rtasining posangilar ta'sirida tebranishining vaqtdan bog'liq o'zgarishi ($l=100$)



2.3-chizma. Tezlikning turli qiymatlarida ko'priq posangilar ta'sirida $t=2$ bo'lgan momentdagi egilish formasi ($l=100$)



2.4-chizma. Tezlikning turli qiymatlarida ko'priq posangilar ta'sirida $t=4$ bo'lgan momentdagi egilish formasi ($l=100$)



2.5-chizma. Tezlikning turli qiymatlarida ko'priq posangilar ta'sirida $t=6$ bo'lgan momentdagi egilish formasi ($l=100$)

2.4-§. Yuk va ko'priklarning og'irligining bir paytda ta'siri

Oxirgi bu paragrafda elementar yechimga imkon beruvchi yana bitta masalani qaraymiz. Faraz qilaylik, p kg/m uzluksiz yuklanish ko'ndalang kesimi o'zgarmas balka bo'ylab a o'rnashgan tezlik bilan harakatlansin, q -bir pogon birlikdagi balka og'irligi. Bu holda tebranish bo'lmaydi, balka xususiy og'irligi va harakatlanuvchi yuk, hamda ularning inersiya kuchlari ta'sirida egiladi.

Balkaning egilish tenglamasi esa quyidagicha bo'ladi

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = p + q - \frac{Pa^2}{g} \frac{d^2 y}{dx^2}.$$

Bu tenglamani

$$x=0 \text{ va } x=l \text{ da } y = \frac{d^2 y}{dx^2} = 0$$

chegaraviy shartlarni hisobga olib integrallaymiz va balkaning egilishi uchun quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$y = \frac{g}{pa^2} (p+q) \left\{ -\frac{lx}{2} + \frac{x^2}{2} - \frac{1}{\alpha^2} (1 - \cos \alpha x) + \frac{1}{\alpha^2} \frac{1 - \cos \alpha l}{\sin \alpha l} \sin \alpha x \right\}$$

bu yerda $\alpha^2 = pa^2 / gEJ$. O'rtadagi egilish esa

$$f = \frac{g}{pa^2} (p+q) \left\{ \frac{1}{\alpha^2} \operatorname{tg} \frac{\alpha l}{2} \sin \frac{\alpha l}{2} - \frac{2}{\alpha^2} \sin^2 \frac{\alpha l}{4} - \frac{l^2}{8} \right\}.$$

Keltirilgan masalalardan ko'rinadiki, bir qator texnik masalalarni yechishda normal koordinatalarni foydalanishga asoslangan umumiy usulni bir qator boshqa texnik masalalarga ham qo'llash mumkin ekan. Uni xatto zarba ta'siridagi tebranishlarga ham qo'llash mumkin.

XULOSA

Shunday qilib ushbu bitiruv malakaviy ishini bajarish davomida quyidagi ishlar amalga oshirildi:

- to'g'ri chiziqli sterjenning bo'ylama tebranishi, balkalarning egilish tebranishi, vallarning buralish tebranishi kabi yoyilgan massali elastik jismlardan ko'ndalang kesimi o'zgarmas balka va sterjenlarning o'z og'irligidan hosil bo'ladigan dinamik egilishlarini chetlarini mahkamlanishidan bog'liq hollarini tadqiq qilish masalalari o'rganil;
- qo'zg'aluvchi yuk ta'siridan hosil bo'ladigan tebranishlarnig yukning qo'zg'alish tezligining oshishidan bo'liq o'zgarishi, tezlik ning kritik qiymatini aniqlash masalalar qaraldi. Bundan ko'ramizki, yukning qo'zg'alish tezligi ko'paygan sari, balka ko'proq egilib, tezlik o'zining kiritik qiymatiga erishganda esa cheksiz egilishga intilar ekan. Demak, yukning qo'zg'alish tezligi ketayotgan to'lqin tezligiga yaqinlashgan sari, balkaning egilishi oshib borar ekan. Olingan yechimning xususiy hollari tahlil qilindi va rezonans hodisasi qachon sodir bo'lishi ko'rsatildi. Ba'zi natijalar grafik ko'rinishda ifodalandi;
- O'rganilganlar asosida ko'prik tebranishlariga harakatlanuvchi yuklanishning ta'siri tahlil qilindi. Olingan natijalar grafik ko'rinishida ham ifodalanib turli mexanik effektlarning ta'siri tahlil qilindi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. М.Т. Уразбоев, Материаллар каршилиги. Т. Укитувчи 1965 й.
2. Бидерман. Прикладная теория механических колебаний. М. 1972. Высшая школа.
3. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. Москва «Наука», 1988 год.
4. Тимошенко С.П. Прочность и колебания элементов конструкций. Москва «Наука», 1975 год.
5. Ray W. Clough, Joseph Penzien. Dynamics of Structures. International Student Edition. 1975. 634 p.
6. Xolmurodov R. I., Xudoynazarov X.X. Elastiklik nazariyasi. I, II qism. Toshkent.: Fan. 2004.
7. Кохманюк С.С. и др. Колебания деформируемых систем при импульсных и подвижных нагрузках. –Киев: Наук.думка, 1980.
8. Ржаницын А. Р. Строительная механика. - Москва: Высшая школа, 1991. - 439 с.
9. <http://www.edu.uz> – ta'lim sayti.
10. <http://www.edu.ru> – ta'lim sayti.
11. <http://www.intuit.ru> – masofaviy ta'lim sayti.
12. <http://www.eqworld.ru> – adabiyotlarning elektron varianti.
13. <http://www.twirpx.com> – adabiyotlarning elektron varianti.
14. <http://www.ziyounet.uz> - adabiyotlarning elektron variantlari

ILOVA

```

with(linalg):
pi:=3.1415;
rho:=7.85e3;
E:=2e11;
d:=0.2; h:=0.2;
F:=d*h;
J:=d*h^3/12;
b:=sqrt(E*J/(rho*F));
l:=100;
P:=1000;

Q:=100;
a:=10; a1:=20; a2:=30;

g:=10; rho1:=0.5; r:=0.4;
omega:=a/r; omega1:=a1/r; omega2:=a2/r;
Fs:=Q*a^2*rho1/(g*r^2);
Fs1:=Q*a1^2*rho1/(g*r^2);
Fs2:=Q*a2^2*rho1/(g*r^2);
alpha:=a*l/(b*pi);
alpha1:=a1*l/(b*pi);
alpha2:=a2*l/(b*pi);
beta:=omega*l^2/(b*pi^2);
t:=2;

y:=Fs*l^3/(E*J*pi^4)*sum(sin(i*pi*x/l)*(sin((i*pi*a/l+omega)*t)/(i^4-
(beta+i*alpha)^2)+sin((i*pi*a/l-omega)*t))/(i^4-(beta-
i*alpha)^2)+alpha/i*(sin(i^2*b*pi^2*t/l^2)/((i*a)^2-(i^2-
beta)^2)+sin(i^2*b*pi^2*t/l^2)/((i*a)^2-(i^2+beta)^2)),i=1..10);

y1:=Fs1*l^3/(E*J*pi^4)*sum(sin(i*pi*x/l)*(sin((i*pi*a1/l+omega1)*t)/(i
^4-(beta+i*alpha1)^2)+sin((i*pi*a1/l-omega1)*t))/(i^4-(beta-
i*alpha1)^2)+alpha1/i*(sin(i^2*b*pi^2*t/l^2)/((i*a1)^2-(i^2-
beta)^2)+sin(i^2*b*pi^2*t/l^2)/((i*a1)^2-(i^2+beta)^2)),i=1..10);

y2:=Fs2*l^3/(E*J*pi^4)*sum(sin(i*pi*x/l)*(sin((i*pi*a2/l+omega2)*t)/(i^
4-(beta+i*alpha2)^2)+sin((i*pi*a2/l-omega2)*t))/(i^4-(beta-
i*alpha2)^2)+alpha2/i*(sin(i^2*b*pi^2*t/l^2)/((i*a2)^2-(i^2-
beta)^2)+sin(i^2*b*pi^2*t/l^2)/((i*a2)^2-(i^2+beta)^2)),i=1..10);

plot([y,y1,y2],x=0..1,linestyle=[1,2,3],
color=[blue,red,green],legend=["a=10;", "a=20;", "a=30"]);

```

**Samarqand Davlat Universiteti mexanika-matematika fakulteti bitiruvchisi
Shamsiyev Durbekning “5440300-Mexanika” ta’lim yo’nalishi bo’yicha
bakalavr darajasini olish uchun “Erkinlik darajasi cheksiz sistema
tebranishlari” mavzusidagi bitiruv malakaviy ishiga
T A Q R I Z**

Har qanday inshoot yoki mashinaning tarkibiga kiradigan barcha qismi ma’lum darajada elastik bo’lganidan tebranish qobiliyatiga egadir. Tebranuvchi konstruksiyalarni hamma joyda uchratishimiz mumkin. Shu sababli ularning tebranishlarini turli effektlar ta’sirini hisobga olgan holda o’rganish muhim ahamiyatga ega. Balka ko’rinishidagi konstruksiya elementlari tebranishlarini o’rganish ham deformatsiyanuvchi qattiq jismlar mexanikasining dolzarb masalalaridan hisoblanadi.

Malakaviy bitiruv ishida balkalarning bo’ylama, buralma va ko’ndalang tebranishlari, ko’ndalang kesim elementlari siljishining va aylanish inertsiasining ta’siri hisobga olgan holda egilish tebranishlari, harakatlanuvchi yuk ta’sirida ko’priklardagi tebranishlar o’rganilgan.

Ushbu bitiruv ishi doirasida turli ko’rinishdagi tashqi kuch, ichki mexanik effektlar va chegaraviy shartlarni hisobga olgan holda balkalarning ko’ndalang tebranishlari o’rganilgan. Shuningdek ishda balkalarning egilish tebranishi, ko’ndalang majburiy tebranishlari, balka egilish tebranishiga ko’ndalang kesim elementlari siljishining va aylanish inertsiasining ta’siri kabi masalalarni yechish hamda yechimlar asosida taqsimlangan massali elastik sistemalarning xususiy chastota soni va tebranish formasi aniqlashni ularning uchlarinig har xil mahkamlanishidan bog’liq holda o’rganish vazifalari bajarilgan.

Talaba Shamsiyev Durbekning “5440300-mexanika” ta’lim yo’nalishi bo’yicha bakalavr darajasini olish uchun yozgan ushbu bitiruv malakaviy ishida qaralgan masalalarning amaliy ahamiyati va muhimligi yuqorida qayd etilgan fikrlar mazkur bitiruv ishini talab darajasida va qilingan ishni ____ ballga loyiq deb hisoblayman.

Taqrizchi:

“ _____ ” *kafedrasi dotsenti*

**Samarqand Davlat Universiteti mexanika-matematika fakulteti bitiruvchisi
Shamsiyev Durbekning “5440300-Mexanika” ta’lim yo’nalishi bo’yicha
bakalavr darajasini olish uchun “Erkinlik darajasi cheksiz sistema
tebranishlari” mavzusidagi bitiruv malakaviy ishiga
M U L O H A Z A**

Bitiruv malakaviy ishida erkinlik darajasi cheksiz bo’lgan yoyilgan massali sistemalarning bo’ylama, buralma tebranishlari hamda egilish tebranishiga ko’ndalang kesim elementlari siljishining va aylanish inertsiasining ta’siri hisobga olgan holda erkin va majburiy tebranishlarini tadqiq qilish masalasi qo’yildi.

Qaralayotgan masalada sistemali erkinlik darajasi cheksiz ko’p bo’lgani uchun xususiy chastotta soni va tebranish formasi ham cheksiz miqdorda bo’ladi. Sistemaning xususiy tebranish chastotasi va tebranish formasi ma’lum bo’lsa, uning majburiy tebranishini oddiy usullardan foydalanib o’rganishimiz mumkin. Sterjen va balkalarning harakat tenglamalarini unga ta’sir etuvchi kuchlar ta’siri shartiga ko’ra hosil qilish va hosil qilingan yuqori tartibli differensial tenglamalarni yechish hamda olingan yechimlar asosida mexanik xulosalar chiqarish ishga ijodiy yondashishni talab qiladi.

Ishda balka egilish tebranishiga ko’ndalang kesim elementlari siljishining va aylanish inertsiasining ta’siri, ko’ndalang majburiy tebranishi tenglamalari, davriy ko’ndalang kuchning egilishga ta’siri, uzluksiz ko’ndalang yuklanish ta’siridagi balkaning egilish tebranishi tenglamalarining keltirib chiqarilishi o’rganilgan. O’rganilgan tenglamalar asosida balka egilish tebranishi tenglamasining umumiy yechimi yordamida balka o’qi bo’ylab ta’sir qiluvchi kuchni hisobga olganda tebranish tenglamalari yechimlari, siljish deformatsiyasi va aylanish inersiasining ta’sirini hisobga olgan holda tebranish tenglamasi yechimini topish va yechimlar asosida balka egilish formalarini aniqlash ishlari bajarilgan.

Talaba Shamsiyev Durbekning ijodiy intilishi masalani keng tahlil qilishga xulosalar va tatbiqlarni yoritilishi mazkur malakaviy bitiruv ishi qo’yilgan barcha talablarga javob berishini ko’rsatadi. Shuning uchun mazkur malakaviy bitiruv ishi _____ ballga baholash mumkin deb hisoblayman.

Ilmiy rahbar:

prof. X. Xudoynazarov