

Samarqand davlat universiteti
mexanika-matematika fakulteti

4-kurs talabasi
Muqumov Oxunjonning

"Planetalar harakati hisobi va uni matematik paketlar yordamida
vizuallashtirish» mavzuidagi malakaviy bitiruv ishiga"

Ilmiy rahbar: Bo'ronov X.

Samarqand - 2018

PLANETALAR HARAKATI HISOB VA UNI MATEMATIK PAKETLAR YORDAMIDA VIZUALLASHTIRISH

<i>KIRISH</i>.....	3
1-§ Yuzalar qonuni. Markaziy kuchlar ta`sirida harakatlanuvchi moddiy nuqtaning tezligi va harakat differensial tenglamalari	5
2-§ Moddiy nuqtaning Nyuton tortishish maydonidagi harakati. Trayektoriyani aniqlash	11
3-§ Orbita bo`ylab harakat qonunini topish. Kepler tenglamalari	21
4-§ Yer tortish maydonidagi harakatlar. Sun'iy yo`ldoshlarning trayektoriyalari	17
<i>Xulosa</i>.....	33
<i>Adabiyotlar ro'yxati</i>.....	34

KIRISH

Moddiy nuqtaning markaziy kuch ta'siridagi harakatini tadqiq etish bo'yicha oxirgi yillarda mamlakatimizda bir qancha ishlar olib borilmoqda, xususan mamlakatimiz rahbari mamlakatimizning o'z sun'iy yo'ldoshlariga ega bo'lishi zarurligini ta'kidlab o'tgan. Nazariy mexanika kursida markaziy kuch ta'siri ostidagi moddiy nuqtaning harakatini tadqiq etishning dastlabki tushunchalari beriladi. Lekin bu ma'lumotlar markaziy kuch ta'siri ostidagi moddiy nuqta harakatini tadqiq etish uchun yetarli bo'lmaydi.

Masalaning qo'yilishi. Bitiruv ishida moddiy nuqtaning markaziy kuch ta'siri ostidagi harakati o'rganiladi. Moddiy nuqtaning harakat miqdori momenti o'zgarishi haqidagi teoremani qo'llagan holda harakatning asosiy qonunlari, tenglamalarini keltirib chiqarish o'rganiladi. Sun'iy yo'ldoshlarning trayektoriyalarini aniqlash masalalari yechiladi.

Mavzuning dolzarbligi. Osmon mexanikasini o'rganish taraqqiy etgan mamlakatlar uchun ko'p tomondan foydali va qiziqarli, ko'p jihatdan kelajakka tomon qo'yiladigan katta qadamlardan hisoblanadi. Barcha rivojlangan mamlakatlar sun'iy yo'ldoshlarga ega bo'lishi bu mamlakatning telekommunikasiya sohasida ilg'or davlatlar qatoriga qo'shilish uchun zaruriy vosita hisoblanadi. Shu sababli chin ma'nodagi kuchli davlat o'z sun'iy yo'ldoshlariga ega bo'lishi zarur.

Shu sababli markaziy kuch ta'siri ostida harakatlanayotgan moddiy nuqtaning trayektoriyalarini aniqlash masalasi zamonaviy mexanikaning dolzarb masalalaridan hisoblanadi.

Ilmiy-tadqiqot metodlari. Malakaviy bitiruv ishida qarayotgan mexanik sistemalarning harakat tenglamalarini tuzishda nazariy mexanika kursida o'rganilgan moddiy nuqtaning markaziy kuch ta'siri ostidagi harakatining asosiy

qonunlari, teoremlari qo'llaniladi. Hosil bo'lgan harakat tenglamalaridan foydalangan holda kerakli natijalar olinadi.

Ishning ilmiy va amaliy ahamiyati. Malakaviy bitiruv ishida olingan natijalar markaziy kuch tasiri ostida harakatlanayotgan moddiy nuqta harakatini tadqiq etishga bag'ishlangan. Ushbu bitiruv ishi markaziy kuch ta'siri ostidagi moddiy nuqtalarning harakatlari bilan shug'ullanadigan va umuman ushbu sohalar bilan qiziqadigan injener-texniklar, matematika, mexanika, amaliy matematika, fizika mutaxassisliklari talabalari uchun foydali bo'ladi.

Ishning tuzilishi. Bitiruv malakaviy ishi kirish, to'rtta paragraf, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan iborat bo'lib, kirish qismida ishning mohiyati, qo'yilgan masala, masalani o'rganish, ahamiyati qisqacha yoritilgan.

Birinchi paragrafda markaziy kuch ta'siri ostidagi moddiy nuqta tezligini aniqlash, harakat differensial tenglamalarini chiqarish, harakat qonunlarini keltirib chiqarilgan.

Ikkinchi markaziy kuch ta'siri ostidagi moddiy nuqtaning Nyuton tortishish maydonidagi harakatlarini sinflash, kosmik tezliklarni aniqlash, moddiy nuqta qanday kosmik tezlik bilan harakatlanganda qanday trayektoriyaga ega bo'lishi keltirilgan va undan kelib chiqadigan asosiy natijalar keltirilgan.

Uchinchi paragrafda markaziy kuch ta'siri ostidagi jismlarning orbita bo'ylab harakatlarini tadqiq etish va ular asosida Kepler qonunlari keltirib chiqarilgan.

To'rtinchi paragrafda Yer sirti yaqinida harakatlanayotgan moddiy nuqta harakatlari tadqiq etilgan va Yerning sun'iy yo'ldoshlarining trayektoriyalarini aniqlash masalasi qaralgan. Bitiruv ishining oxirida bitiruv ishida foydalanilgan ish bo'yicha xulosalar va adabiyotlar ro'yxati keltirilgan.

Olingan natijalarning qisqacha mazmuni. Malakaviy bitiruv ishida markaziy kuch ta'siri ostidagi moddiy nuqtaning harakatlari o'rganilgan, trayektoriyalarini aniqlash bo'yicha xulosalar taqdim etilgan. .

1-§. Yuzalar qonuni. Markaziy kuchlar ta'sirida harakatlanuvchi moddiy nuqtaning tezligi va harakat differensial tenglamalari

1.Yuzalar qonuni. Agar moddiy nuqtaga ta'sir etuvchi kuch markaziy bo'lsa, va koordinatalar boshi kuch markazida olinsa, u holda $\vec{r} \times \vec{F} = 0$. U holda harakat miqdori momentining o'zgarishi haqidagi teorema

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \times m\vec{g}) = \vec{r} \times \vec{F}$$

quyidagi birinchi integralni beradi:

$$\vec{r} \times \vec{g} = \vec{c} = \overrightarrow{Const.} \quad (1.1)$$

Bundan shunday xulosa kelib chiqadiki, markaziy kuch ta'sirida harakatlanuvchi nuqtaning harakat trayektoriyasi tekis egri chiziqdan iborat bo'lib, nuqta yuzalar qonuni asosida harakatlanadi, ya'ni nuqtaning radius-vektori teng vaqtlar oralig'ida teng yuzalar chizadi.

(1.1) tenglikdan yuzalar qonunini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$|\vec{r} \times \vec{g}| = 2 \frac{d\sigma}{dt} = c, \quad (1.2)$$

Bu yerda $\frac{d\sigma}{dt}$ nuqtaning sektorial tezligi, c – o'zgarmasga yuzalar doimiysi deyiladi. c ning qiymati boshlang'ich shartlardan topiladi. Boshlang'ich paytda $\vec{r} = \vec{r}_0$ va $\vec{g} = \vec{g}_0$ bo'lsa, u holda

$$c = |\text{mom}_0(\vec{g}_0)| = r_0 g_0 \sin(\vec{r}_0, \wedge \vec{g}_0) \quad (1.3)$$

Moddiy nuqtaning harakat trayektoriyasi tekis egri chiziqdan iborat bo'lgani uchun qutb koordinatalari $\vec{r}$ va φ lardan foydalanish mumkin.

Kinematika bo'limida biz ko'rgan edikki

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\varphi}{dt}.$$

Bunga asosan yuzalar qonunini ifodalovchi (1.2) tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = c. \quad (1.4)$$

2. Markaziy kuch ta'sirida harakatlanuvchi moddiy nuqtaning tezligi. Bizga ma'lumki, nuqtaning tezligi qutb koordinatalarida quyidagicha ifodalanadi:

$$g^2 = \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2. \quad (1.5)$$

Nuqta tezligining qutb o'qlaridagi proyeksiyalari

$$g_r = \frac{dr}{dt}, \quad g_\varphi = r \frac{d\varphi}{dt} \quad (1.6)$$

larni almashtiramiz. Buning uchun (1.4) tenglikdan foydalanib, vaqt t ni yo'qotamiz:

$$g_r = \frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{c}{r^2} \frac{dr}{d\varphi}, \quad g_\varphi = r \frac{d\varphi}{dt} = \frac{c}{r}.$$

Yangi o'zgaruvchi kiritamiz, ya'ni

$$u = \frac{1}{r}. \quad (1.7)$$

Bundan

$$\frac{du}{d\varphi} = -\frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\varphi}. \quad (1.8)$$

Natijada tezlikning proyeksiyalari quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\mathcal{G}_r = -\frac{c du}{d\varphi}, \quad \mathcal{G}_\varphi = cu. \quad (1.9)$$

Shunday qilib, nuqta tezligi uchun quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$\mathcal{G}^2 = c^2 \left[\left(\frac{du}{d\varphi} \right)^2 + u^2 \right]. \quad (1.10)$$

3. Markaziy kuchlar maydonida harakatlanuvchi nuqtaning harakat differensial tenglamalari. Markaziy kuchni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$\vec{F} = F_r \frac{\vec{r}}{r}, \quad (1.11)$$

bu yerda F_r – kuchning radius – vektordagi proyeksiyasi.

Kinematika bo'limidan bizga ma'lumki, nuqta tezlanishining radial tuzuvchisi $w_r = \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2$ ko'rinishda bo'ladi. Dinamikaning asosiy tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$m\vec{w} = F_r \frac{\vec{r}}{r}.$$

Bu tenglamani radius – vektorga proyeksiyalaymiz:

$$m(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) = F_r. \quad (1.12)$$

(1.4) tenglamadan foydalanib, (1.12) tenglamani quyidagi ko'rinishda yozamiz:

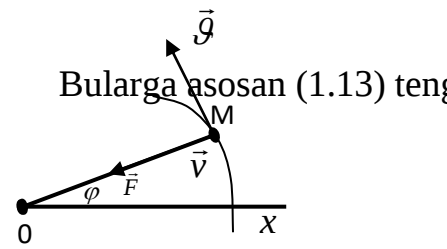
$$\ddot{r} - \frac{c^2}{r^3} = \frac{1}{m} F_r. \quad (1.13)$$

Nuqtaning harakat tenglamasini qutb koordinatalarida ifodalash uchun (1.13) tenglamada t o'zgaruvchini yo'qotamiz. (1.4) tenglamalarga asosan:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{c}{r^2} = cu^2, \quad u = \frac{1}{r},$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 r}{dt^2} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{dr}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{c}{r^2} \frac{dr}{d\varphi} \right) = \frac{d}{dt} \left[-cu^2 \frac{1}{u^2} \frac{du}{d\varphi} \right] = -c \frac{d}{dt} \left(\frac{du}{d\varphi} \right) \\ &= -c \frac{d^2 u}{d\varphi^2} \frac{d\varphi}{dt} = -c^2 u^2 \frac{d^2 u}{d\varphi^2}. \end{aligned}$$

$$-c^2 u^2 \frac{d^2 u}{d\varphi^2} - c^2 u^3 = \frac{1}{m} F_r.$$



1-shakl

bundan

$$mc^2 u^2 \left[\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u \right] = -F_r. \quad (1.14)$$

(1.14) tenglamaga Bine tenglamasi deyiladi. Umumiy holda nuqtaga ta'sir etuvchi kuch

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}, \varphi, v_r, v_\varphi, t) \quad \text{yoki} \quad \vec{F}_r = \vec{F}_n \left(u, \varphi, \frac{du}{d\varphi}, t \right).$$

Bine tenglamasi (1.4) tenglama bilan birgalikda ikkita differensial tenglamalar sistemasini hosil qiladi. Bu tenglamalar sistemasini yechib, u va φ ni yoki $\vec{r}$ va φ ni vaqtning funksiyasi ko'rinishida topish mumkin, ya'ni markaziy kuch ta'sirida harakatlanuvchi nuqtaning harakat tenglamalarini topish mumkin.

Olingan tenglamalar Quyosh tortish maydonida yoki planetalar tortish maydonidagi harakatlarni o'rganishda, shuningdek, osmon mexanikasida, raketalar dinamikasida va kosmonavtikada katta ahamiyatga ega.

Agar moddiy nuqta $r = a = \text{Const}$ aylana bo'ylab harakatlansa, (a -aylana radiusi) unga ta'sir etuvchi markaziy kuchni topamiz. (1.14) Bine formulasiga r ning bu qiymatini qo'yamiz:

$$F_r = -mc^2 u^3 = -\frac{mc^2}{a^3}.$$

Demak, ta'sir etuvchi kuchning moduli o'zgarmas bo'lar ekan (1.10) formuladan foydalanib, nuqtaning tezligini topamiz:

$$g = cu = \frac{c}{a}.$$

Bundan c ni

topib, yuqoridagi formulaga qo'yamiz:

$$F_r = -\frac{mg^2}{a}.$$

Shunday qilib, m massali moddiy nuqtaning a radiusli aylana bo'ylab harakati $g = g_0$ o'zgarmas tezlikli, $\frac{mg^2}{a}$ o'zgarmas tortuvchi kuch ta'siridan sodir bo'lar ekan.

4. Planetalar harakati. Butun olam tortilish qonuni. Osmon mexanikasining asosida Keplerning (121-130) uchta qonuni yotadi. Bu qonunlarni quyida bayon qilamiz:

1) Hamma planetalar Quyosh atrofida tekis orbitalar bo'ylab yuzalar qonuni asosida harakatlanadi.

2) Planetalar orbitalari konus kesimlardan iborat bo'lib, fokuslaridan birida Quyosh yotadi.

3) Planetaning Quyosh atrofida aylanish yulduz vaqtining kvadrati orbita katta yarim o'qining kubiga proporsional.

Kepler qonunlari asosida Nyuton Quyosh atrofida harakatlanuvchi planetalarga ta'sir etuvchi kuchning o'zgarish qonunini topgan, undan keyin butun olam tortilish qonunini yaratgan.

Keplerning birinchi qonunidan planetaga ta'sir etuvchi kuch markaziy bo'lib, uning yo'nalishi Quyoshdan o'tadi. Ikkinchi qonundan planetaga ta'sir etuvchi kuch Quyoshga tortuvchi bo'lib, masofaning kvadratiga teskari proporsional.

Bizga ma'lumki, konus kesimlarning qutb koordinatalaridagi tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$r = \frac{p}{e \cos \varphi} \quad \text{yoki} \quad u = \frac{1 + e \cos \varphi}{p}, \quad (1.15)$$

bu yerda e trayektoriya eksentrisiteti, p – parametr. Agar trayektoriya ellips bo'lsa,

$$p = \frac{b^2}{a},$$

bu yerda a va b lar ellipsning katta va kichik yarim o'qlari.

u ning (1.15) ifodasini (1.14) Bine formulasiga qo'yib, ta'sir etuvchi kuchni topamiz:

$$\frac{mc^2 u^2}{p} [-e \cos \varphi + 1 + e \cos \varphi] = -F_r,$$

bundan

$$F_r = -\frac{c^2 m u^2}{p}.$$

Quyidagicha belgilash kiritamiz:

$$\frac{c^2}{p} = \mu. \quad (1.1)$$

$u = \frac{1}{r}$ bo'lgani uchun kuchni quyidagi ko'rinishda ta'svirlash mumkin:

$$F_r = -\mu \frac{m}{r^2}. \quad (1.2)$$

Shunday qilib, nuqtaga ta'sir etuvchi kuch tortuvchi bo'lib, markazgacha bo'lgan masofa kvadratiga teskari proporsional ravishda o'zgarar ekan. μ ga Gauss doimiysi deyiladi.

Keplerning uchinchi qonuniga asosan:

$$\frac{a^3}{T^2} = Const \quad \text{yoki} \quad \frac{4\pi^2 a^3}{T^2} = Const. \quad (1.3)$$

Agar nuqta trayektoriyasi ellipsdan iborat bo'lsa, radius-vektor to'la bir marta aylanganda u ellips yuzasini chizadi. Ellipsning yuzi $\pi a b$ bo'lgani uchun yuza doimiysini quyidagicha olish mumkin:

$$c = \frac{2\pi a b}{T} \quad \text{va} \quad c^2 = \frac{4\pi^2 a^2 b^2}{T^2}.$$

$p = \frac{b^2}{a}$ dan foydalanib, quyidagi tenglikni yozamiz:

$$c^2 = \frac{4\pi^2 a^3 p}{T^2},$$

bundan

$$\frac{c^2}{p} = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2}.$$

$\frac{c^2}{p} = \mu$ bo'lgani uchun (1.3) ga asosan:

$$\mu = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2} = Const. \quad (1.4)$$

Shunday qilib μ koeffitsiyent Quyosh atrofida harakatlanuvchi hamma jismlar uchun bir xil, faqat Quyosh massasidan bog'liq bo'ladi.

Yer tortish maydonida harakatlanuvchi jismlar uchun o`zining Gauss doimiysi mavjud. Uni λ bilan belgilaymiz. Quyosh Yerni

$$F_1 = -\frac{\mu m}{r^2} \quad (1.20)$$

kuch bilan tortadi. O`z navbatida Yer Quyoshni

$$F_2 = -\frac{\lambda M}{r^2} \quad (1.21)$$

kuch bilan tortadi. m va M mos ravishda yer va Quyoshning massasi. Ta`sir va aks ta`sir qonuniga asosan:

$$F_1 = F_2 \quad \text{yoki} \quad \frac{\mu m}{r^2} = \frac{\lambda M}{r^2},$$

bundan

$$\frac{\mu}{M} = \frac{\lambda}{m} = \text{Const},$$

Demak ixtiyoriy planetaning Gauss doimiysining shu planeta massasiga nisbati o`zgarmas va hamma planetalar uchun bir xil bo`lar ekan. Bu o`zgarmasga gravitatsiya doimiysi deyiladi va  $f$  bilan belgilaymiz, ya`ni

$$\frac{\mu}{M} = \frac{\lambda}{m} = f.$$

Bundan

$$\mu = fM, \quad \lambda = fm.$$

μ va λ larning bu qiymatlarini (1.20) va (1.21) larga qo`yamiz va $|F_1| = |F_2| = F$ belgilash kiritib, quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$F = f \frac{M m}{r^2} \quad (1.22)$$

Bu formula butun olam tortishish qonunini ifodalaydi: ikki jismning o'zaro tortishish kuchi ularning massalari ko'paytmasiga to'g'ri proporsional va oralaridagi masofa kvadratiga teskari proporsional.

Gravitatsiya doimiysining o'lchov birligi:

$$[f] = \frac{M \cdot L \cdot L^2}{T^2 \cdot M^2} = \frac{L^3}{MT^2}.$$

SI sistemasida

$$f = 6,673 \cdot 10^{-11} m^3/kg \text{ sek}^2.$$

Planetaning moddiy nuqtaga ta'sir etuvchi Nyuton tortish kuchini quyidagi ko'rinishda yozish mumkin.

$$\vec{F} = -f \frac{mM}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}, \quad (1.23)$$

bu yerda f – gravitatsiya doimiysi, m -moddiy nuqtaning massasi, M – planetaning massasi, r – planeta markazidan moddiy nuqttagacha bo'lgan masofa. Yer sirtida ($r = R$ – yer radiusi) bu kuch mg ga teng, g – erkin tushish tezlanishi.

Shunday qilib, $r = R$ bo'lganda (1.23) tenglikdan:

$$mg = \frac{f m M}{R^2}; \text{ bundan } f M = g R^2,$$

natijada (1.23) formula quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\vec{F} = -\frac{mgR^2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}. \quad (1.24)$$

Bine formulasiga asosan, bu holda $F_r = -mgR^2 u^2$.

Moddiy nuqta Yer sirtidan uncha katta bo'lmagan masofada harakatlansa, unga boshqa planetalar tomonidan ta'sir etuvchi kuchlarni etiborga olmaslik mumkin

va nuqtaga faqat (1.24) kuch taʼsir etadi deb qarash mumkin. Bu holda nuqtaning harakat differensial tenglamasini quyidagi koʻrinishda yozish mumkin:

$$\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = \frac{1}{p}, \quad (1.25)$$

bu yerda $p = 4c^2/(gR^2) = \text{const.}$

2-§. Moddiy nuqtaning Nyuton tortishish maydonidagi harakati. Trayektoriyani aniqlash

Moddiy nuqta harakatining asosiy diferensial tenglamasi (1.24) ning umumiy yechimini quyidagi koʻrinishda axtaramiz:

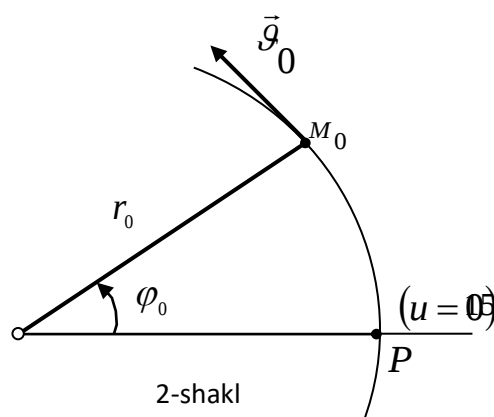
$$u = \frac{1}{p} + a \cos(\varphi - \varepsilon), \quad (2.1)$$

bu yerda a va ε lar integrallash oʻzgarmaslari. $u = 1/r$ ga asosan (2.1) ni quyidagi koʻrinishda yozamiz:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\varphi - \varepsilon)}, \quad (2.2)$$

bu yerda $e = ap$ – oʻzgarmas miqdor.

Tahlilni soddalashtirish uchun $\psi = \varphi - \varepsilon$ yangi oʻzgaruvchi kiritamiz. Endi ψ



2-shakl

burchak fiksirlangan boshlang'ich Ox yo'nalishdan emas, balki ε burchakka burilgan Ox_1 yo'nalishga nisbatan hisoblanadi (53-shakl). Lekin bu almashtirish bilan trayektoriya ko'rinishi o'zgarmaydi. Natijada (2.2) tenglamaning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \psi} \quad (2.3)$$

Analitik geometriya kursidan ma'lumki, (2.3) tenglama konus kesimi tenglamasini ifodalaydi.

Trayektoriya tipi eksentrisitet e ning qiymati bilan aniqlanadi. e eksentrisitetning qiymatini boshlang'ich shartlardan bog'lab topamiz. Boshlang'ich vaqt sifatida moddiy nuqtaning x_1 o'qdan o'tish vaqtini olamiz, ya'ni $t = 0$, $\psi = 0$. (2.3) formuladan

$$\frac{dr}{d\psi} = \frac{p e \sin \psi}{(1 + e \cos \psi)^2}.$$

Bunga asosan, nuqtaning radius-vektori $\psi = 0$ da ekstremumga erishadi. Bu shuni bildiradiki, $\psi = 0$ bo'lganda ixtiyoriy e uchun nuqtaning tezligi uning boshlang'ich holatini aniqlovchi r_0 radius-vektorga perpendikulyar bo'ladi.

$\dot{\phi} = \dot{\psi}$, transversal tezlik uchun $\mathcal{G}_\rho = r\dot{\psi}$ larni e'tiborga olib, yuza integralini quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$\frac{1}{2} r \mathcal{G}_\rho = c.$$

Aytaylik, $\psi = 0$ bo'lganda $r = r_0$, $\mathcal{G} = \mathcal{G}_0$ bo'lsin. Bu boshlang'ich shartlar uchun (2.3) dan:

$$r_0 = \frac{p}{1 + e}.$$

Bundan

$$e = \frac{p}{r_0} - 1. \quad (2.4)$$

Qaralayotgan boshlang'ich shartlar uchun $\mathcal{G}_p = \mathcal{G}_0$, u holda $c = \frac{1}{2} r_0 \mathcal{G}_0$ va $p = 4c^2/(gR^2)$ larni etiborga olib, quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$e = \frac{r_0 \mathcal{G}_0^2}{gR^2} - 1. \quad (2.5)$$

(2.5) formula nuqtaning boshlang'ich tezligiga qarab trayektoriyaning ko'rinishini topish imkonini beradi.

Elliptik trayektoriya uchun $e > 1$. Bunga asosan, (2.4) formuladan:

$$\mathcal{G}_0 < \sqrt{2gR^2/r_0}.$$

Xususiyl holda $e = 0$ bo'lsa, trayektoriya aylanadan iborat bo'ladi va nuqtaning boshlang'ich tezligi quyidagiga teng bo'ladi:

$$\mathcal{G}_1 = \mathcal{G}_0 = \sqrt{gR^2/r_0}.$$

Bu tezlikka aylana bo'ylab harakat tezligi deyiladi. Aylana bo'ylab harakat tezligi Yer sirtiga yaqin harakatlar uchun ($r_0 = R$) birinchi kosmik tezlik deyiladi va u quyidagiga teng:

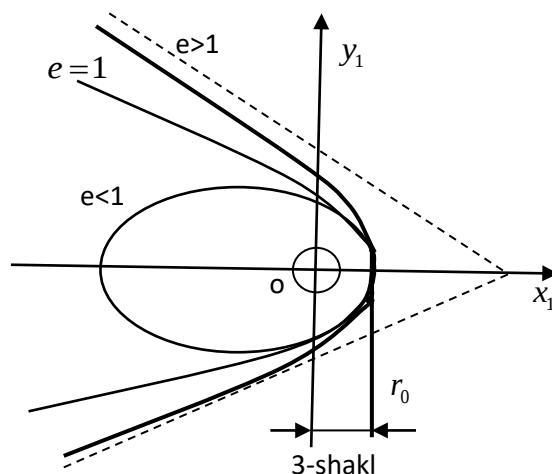
$$\mathcal{G}_1 = \sqrt{gR} \approx 7,9 \text{ km/s}.$$

Parabolik trayektoriya uchun $e = 1$. (2.4) formulaga asosan:

$$\mathcal{G}_2 = \mathcal{G}_0 = \sqrt{2gR^2/r_0}.$$

$\mathcal{G}_2$ tezlikka parabolik tezlik deyiladi. Agar nuqtaga Yer sirtiga yaqin nuqtadan boshlang'ich tezlik berilsa, $\mathcal{G}_2$ tezlik

$$g_2 = \sqrt{2gR} \approx 11,2 \text{ km/s}$$



ga teng bo`ladi.

Agar nuqtaga $g_0 = g_2$ boshlang`ich tezlik berilsa nuqta Yerdan cheksiz uzoqlashadi.

Giperbolik trayektoriya uchun $e > 1$. Bu holga quyidagi boshlang`ich tezlik mos keladi:

$$g_0 > \sqrt{2gR^2/r_0}.$$

Moddiy nuqta trayektoriyasining tortuvchi markazga eng yaqin nuqtasiga perisentr (Yerning sun`iy yo`ldoshlari uchun – perigeliy) deyiladi.

3–shaklda $e \geq 0$ bo`lganda barcha mumkin bo`lgan trayektoriyalar tasvirlangan. Hamma trayektoriyalar uchun O markazdan perisentrgacha bo`lgan masofa bir xil. Bu masofa (2.5) formulaga asosan

$$r_{\min} = r_0 = \frac{p}{1+e}$$

ga teng.

(2.5) tenglamadan

$$u = \frac{1 + e \cos \psi}{p}, \quad (2.6)$$

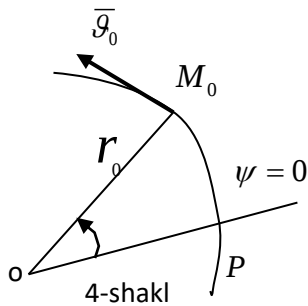
bundan

$$\frac{du}{d\varphi} = -\frac{e}{p} \sin \psi. \quad (2.7)$$

Boshlang'ich paytda nuqta M_0 holatda va tortuvchi markazdan r_0 masofada bo'lib, $\vec{g}_0$ boshlang'ich tezlikka ega bo'lsin (4-shakl). $\angle POM_0 = \psi_0$ burchak P perisentrning M_0 nuqtaga nisbatan holatini aniqlaydi. (1.10) formuladan foydalanib, $\frac{du}{d\varphi}$ ning boshlang'ich qiymatini topib, quyidagi boshlang'ich shartlarga ega bo'lamiz:

$$\psi = \psi_0; \quad u = u_0 = \frac{1}{r_0}, \quad \left(\frac{du}{d\psi} \right)_{\psi=\psi_0} = -\sqrt{\frac{g_0^2}{c^2} - u_0^2}. \quad (2.8)$$

g_{r_0}, g_{ψ_0} va demak, $dr_0, d\psi_0$ larni ishoralari bir xil bo'lishi uchun ildiz oldida (-) ishora olinadi. (1.8) formulada $\left(\frac{du}{d\psi} \right)_0 < 0$ bo'lishi kerak. (2.8) boshlang'ich shartlarni (2.6) va (2.7) tenglamalarga qo'yib, quyidagilarni olamiz:



$$u_0 = \frac{1 + e \cos \psi_0}{p},$$

$$\frac{1}{c} \sqrt{g_0^2 - c^2 u_0^2} = \frac{e}{p} \sin \psi_0.$$

Bu yerda p ni (1.1) dan foydalanib almashtiramiz, natijada

$$e \sin \psi_0 = \frac{c}{\mu} \sqrt{g_0^2 - c^2 u_0^2},$$

$$e \cos \psi_0 = \frac{c^2}{\mu} u_0 - 1. \quad (2.9)$$

Bu tengliklarni avval birini ikkinchisiga hadma-had bo`lib, keyin kvadratga ko`tarib qo`shib, quyidagilarni topamiz:

$$tg\psi_0 = \frac{c\sqrt{g_0^2 - c^2 u_0^2}}{c^2 u_0 - \mu}, \quad (2.10)$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{c^2}{\mu^2} (g_0^2 - 2\mu u_0)} \quad (2.11)$$

Bu formulaga kiruvchi yuza doimiysi c (1.3) formuladan topiladi. (2.10) formuladan perisentrning nuqtani boshlang`ich  $\vec{r}_0$  radius-vektorga nisbatan holatini aniqlovchi  $\psi_0$  burchak topiladi. Trayektoriya eksentrisiteti  $e$  (2.11) formuladan topiladi. Bu formuladan ko`rinib turibdiki, e ning qiymati

$$h = g_0^2 - 2\mu u_0 = g_0^2 - \frac{2\mu}{r_0} \quad (2.12)$$

ning ishorasidan bog`liq. Bu miqdorning fizik ma`nosini aniqlaymiz. Markaziy kuchlar maydonida Π potensial energiya avval ko`rganimizdek

$$\Pi = -\frac{\mu m}{r}$$

formula bilan topiladi. Nuqtaning to`la boshlang`ich energiyasini hisoblaymiz:

$$E_0 = \frac{m g_0^2}{2} + \Pi_0 = \frac{m g_0^2}{2} - \frac{\mu m}{r_0} = \frac{m}{2} \left(g_0^2 - \frac{2\mu}{r_0} \right).$$

Demak, h to`la boshlang`ich energiyaga proporsional bo`lar ekan. Shuning uchun nuqta trayektoriyasining ko`rinishi boshlang`ich to`la energiya ishorasiga bog`liq: agar  $h < 0$ , ya`ni $g_0^2 < \frac{2\mu}{r_0}$, bu holda $e < 1$, trayektoriya ellips; agar $h = 0$,

ya`ni  $g_0^2 = \frac{2\mu}{r_0}$ , bu holda  $e = 1$ , trayektoriya parabola; agar  $h > 0$ , ya`ni $g_0^2 > \frac{2\mu}{r_0}$,

bu holda $e > 1$, trayektoriya giperbola.

Bularga asosan, nuqta tortuvchi markazdan cheksiz uzoqlashishi uchun unga $g_n = \sqrt{\frac{2\mu}{r_0}}$ tezlikdan kam bo'lmagan tezlik berish kerak.

3-§. Orbita bo'ylab harakat qonunini topish.

Kepler tenglamalari

Moddiy nuqtaning orbita bo'ylab harakat qonunini topish uchun (1.4) tenglamada $r = \frac{1}{u}$ almashtirishni olamiz, natijada quyidagi tenglamaga kelimiz:

$$\frac{d\varphi}{dt} = cu^2.$$

Bu yerda u ni (2.6) ifodasi bilan almashtirib, quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$dt = \frac{p^2}{c} \frac{d\psi}{(1 + e\cos\psi)^2},$$

bundan

$$t - t_0 = \frac{p^2}{c} \int_0^\varphi \frac{d\psi}{(1 + e\cos\psi)^2}, \quad (3.1)$$

bu yerda t_0 nuqtaning perisentrda o'tish vaqti.

Bu integralni hisoblash uchun odatdagi almashtirishni olamiz:

$$\operatorname{tg} \frac{\psi}{2} = \eta. \quad (3.2)$$

U holda

$$\cos\psi = \frac{1 - \eta^2}{1 + \eta^2}, \quad d\psi = \frac{2d\eta}{1 + \eta^2}, \quad (3.3)$$

$$\frac{d\psi}{(1+e\cos\psi)^2} = \frac{2(1+\eta^2)d\eta}{(1+e)^2\left(1+\frac{1-e}{1+e}\eta^2\right)^2}. \quad (3.4)$$

Avval harakatni elliptik orbita uchun qaraymiz, ya'ni $e < 1$. U holda quyidagicha belgilash kiritamiz:

$$\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} = k \quad \text{va} \quad \theta = k\eta, \quad (3.5)$$

bu yerda θ o'zgaruvchi o'z navbatida biror E burchak yarmining tangensi bo'ladi. (3.2) va (3.3) larga asosan:

$$\theta = \operatorname{tg} \frac{E}{2}, \quad d\theta = \frac{1+\theta^2}{2} dE, \quad \cos E = \frac{1-\theta^2}{1+\theta^2}. \quad (3.6)$$

U holda (3.4) tenglik quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{(1+e\cos\psi)^2} &= \frac{2(k^2+\theta^2)d\theta}{k^3(1+e)^2(1+\theta^2)^2} = \frac{1-e+(1+e)\theta^2}{k^3(1+e)^2(1+\theta^2)} dE = \\ &= \frac{1}{k^3(1+e)^3} \left(1-e\frac{1-\theta^2}{1+\theta^2}\right) dE = \frac{1-e\cos E}{(1-e^2)^{3/2}} dE. \end{aligned}$$

Buni (3.1) ning o'ng tomoniga qo'yib, integralni hisoblab, quyidagi tenglikni topamiz:

$$E - e\sin E = \lambda(t - t_0), \quad (3.7)$$

bu yerda

$$\lambda = \frac{c(1-e^2)^{3/2}}{\rho^2}. \quad (3.8)$$

(3.2), (3.5) va (3.6) tengliklardan:

$$\operatorname{tg} \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\psi}{2}. \quad (3.9)$$

Osmon mexanikasida ψ burchakka tabiiy anamal, E-burchakka ekssentristik anamal deyiladi. Ekssentristik anamal bilan vaqt orasidagi bogʻlanishni ifodalovchi (3.7) tenglamaga Kepler tenglamasi deyiladi. (3.6) va (3.7) tenglamalar sistemasidan ixtiyoriy paytda r va ψ ni topish imkonini beradi, yaʼni qarayotgan holda harakat qonunini aniqlaydi.

Agar nuqtaning aylanish davrini T bilan belgilasak, $\varphi = \pi$ boʻlganda $(t - t_0) = \frac{T}{2}$ vaqt oraligʻida boʻladi, $tg \frac{E}{2} = \infty$ va $E = \pi$. Natijada (3.7) tenglamadan $2\pi = \lambda T$. Bunda λ ni aylanish davri orqali ifodasini topamiz:

$$\lambda = \frac{2\pi}{T}. \quad (3.10)$$

Shunday qilib, Kepler tenglamasini quyidagi koʻrinishda tasvirlash mumkin:

$$E - e \sin E = \frac{2\pi}{T}(t - t_0). \quad (3.11)$$

Agar harakat parabola boʻyicha sodir boʻlsa, (3.4) tenglikka $e = 1$ ni qoʻyib (3.1) integralni hisoblaymiz va quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$t - t_0 = \frac{1}{2}tg \frac{\varphi}{2} + \frac{1}{6}tg^3 \frac{\varphi}{2}. \quad (3.12)$$

Agar nuqtaning trayektoriyasi giperboladan iborat boʻlsa, $e > 1$. (2.6) tenglamadan koʻrish mumkinki, ψ burchak noldan $e \cos \psi^* = -1$ tenglik bilan aniqlangan ψ^* gacha oʻzgarganda moddiy nuqta giperbolaning maʼlum shoxi boʻylab perisentrda cheksiz uzoqlashadi. Nuqtaning bu shox boʻylab harakat qonunini aniqlash uchun (3.7) va (3.9) tenglamalarda $E = iE_1$ deb olib, $\sin iE_1 = i \operatorname{sh} E_1$, $tg iE_1 = i \operatorname{th} E_1$ larga asosan harakat qonunini aniqlash uchun quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$e \operatorname{sh} E_1 - E_1 = \lambda_1(t - t_0), \quad (3.13)$$

bu yerda

$$\lambda_1 = \frac{c(e^2 - 1)^{3/2}}{\rho^2}, \quad th \frac{E_1}{2} = \sqrt{\frac{e-1}{e+1}} tg \frac{\psi}{2}. \quad (3.14)$$

(3.14) munosabatdan ψ burchak $0 \leq \psi \leq \psi^*$ intervalda o'zgarganda $e \cos \psi \geq -1$ bo'lgani uchun

$$\sqrt{\frac{e-1}{e+1}} tg \frac{\psi}{2} \leq 1$$

o'rinli bo'ladi. Bunga $tg \frac{\psi}{2}$ ni $\cos \varphi$ orqali ifodalab ishonch hosil qilish mumkin.

4-§. Yer tortish maydonidagi harakatlar. Sun'iy yo'ldoshlarning trayektoriyalari

Yuqorida keltirilgan formula va tenglamalarni Yer tortish maydonidagi harakatlarga qo'llaymiz. Yerni qo'zg'almas markaz deb olib, harakatlanuvchi jismni m massali moddiy nuqta deb qaraymiz. Muhitning qarshiligini e'tiborga olmaymiz. Faraz qilaylik, moddiy nuqta boshlang'ich paytda Yer markazidan $R = OM_0$ masofada bo'lsin va Yer tortish kuchining M_0 nuqtadagi tezlanishi g ga teng bo'lsin (5-shakl). Agar M_0 nuqta Yer sirtida bo'lsa, R masofa yer ekvatorining radiusiga teng bo'lib, $R_0 = 6378 km$ va $g = g_0 = 9,81 m/sec^2$.

M_0 nuqtaga ta'sir etuvchi tortish kuchi quyidagiga teng:

$$F_r = -\frac{\mu m}{R^2} = -mg.$$

Bundan Yer tortish maydonining Gauss doimiysini topamiz:

$$\mu = R^2 g. \quad (4.1)$$

Boshlang'ich paytda moddiy nuqta gorizontga α burchak ostida og'gan $\vec{g}_0$ tezlikka ega bo'lsin. U holda yuza doimiysi quyidagicha bo'ladi:

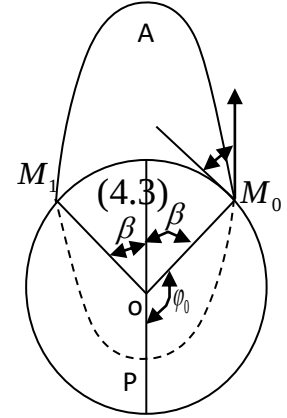
$$C = mom_0 \vec{g}_0 = R \vec{g}_0 \cos \alpha. \quad (4.2)$$

Nuqtaning trayektoriyasi yuqorida ko'rganimizdek konus kesimdan iborat bo'ladi, ya'ni

$$u = \frac{1 + e \cos \varphi}{p}$$

yoki

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \varphi},$$



5-shakl

bu yerda φ burchak perigeliydan boshlab hisoblanadi. p parametr va e eksentrisitetlar oldingi formulalardan topiladi, masalan ellips uchun

$$p = \frac{b^2}{c}, \quad e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}.$$

$\varphi_0 = POM_0$ burchakning qiymatini (2.10) formuladan topish mumkin. c va μ larni (4.1) va (4.2) ifodalari bilan almashtiramiz, $u_0 = 1/R$ deb, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$p = \frac{c^2}{\mu} = \frac{g_0^2 \cos^2 \alpha}{g}, \quad (4.4)$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{g_0^2 \cos^2 \alpha}{g^2 R^2} (g_0^2 - 2gR)}, \quad (4.5)$$

$$e \sin \varphi_0 = \frac{g_0 \cos^2 \alpha}{gR} \tan \alpha, \quad e \cos \varphi_0 = \frac{g_0^2 \cos^2 \alpha}{gR} - 1. \quad (4.6)$$

(4.5) formuladan ko`rinib turibdiki,  $\vartheta_0 < \sqrt{gR}$  bo`lganda ($e < 1$) trayektoriya ellips, $\vartheta_0 > \sqrt{2gR}$ bo`lganda ( $e = 1$ ) trayektoriya parabola,  $\vartheta_0 > \sqrt{2gR}$  bo`lganda ($e > 1$) trayektoriya giperbola bo`ladi.

Moddiy nuqta Yer tortish maydonini tashlab chiqib ketishi uchun kerak bo`lgan eng kichik boshlang`ich tezlik $\vartheta_r = \sqrt{2gR}$ parabolik tezlik hisoblanadi, unga ikkinchi kosmik tezlik ham deyiladi. Agar nuqtaning boshlang`ich holati  $M_0$  Yer sirtida olinsa,  $R = R_0 = 6378 \text{ km}$ ,  $g = g_0 = 9,81 \text{ m/sek}^2$  va  $\vartheta_r \approx 11,2 \text{ km/sek}$ . Agar jism  $\vartheta_0 < \vartheta_r$  boshlang`ich tezlik bilan otlsa, u yo Yerning sun`iy yo`ldoshiga aylanadi yoki Yerga qaytib tushadi.

1. Sun`iy yo`ldoshlar. Yer sirtidan otilgan jism Yer atrofida yopiq trayektoriya bo`ylab harakatlanishi uchun trayektoriyaning ixtiyoriy nuqtasida  $r \geq R_0$  yoki  $R_0 = r(\varphi_0)$  bo`lgani uchun

$$\frac{p}{1 + e \cos \varphi} \geq \frac{p}{1 + e \cos \varphi_0}.$$

Demak, φ burchakning 0 dan π gacha o`zgarganida  $\varphi \geq \varphi_0$  bo`lishi kerak, bu esa $\varphi_0 = 0$ bo`lganda bajariladi. Shunday qilib, sun`iy yo`ldoshning perigeliysi uning boshlang`ich holati M_0 bilan ustma-ust tushar ekan.

$R = R_0$ va $\varphi_0 = 0$ larni (4.6) tengliklarga qo`yamiz:

$$\cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = 0, \quad \frac{\vartheta_0^2 \cos^2 \alpha}{g_0 R_0} - 1 = e.$$

$e > 0$ bo`lgani uchun  $\cos^2 \alpha \neq 0$ , demak,  $\operatorname{tg} \alpha = 0$ , bundan  $\alpha = 0$  (yoki  $\alpha = \pi$ ).  $\alpha = 0$ ,  $e > 0$  larga asosan, oxirgi tenglikdan  $\vartheta_0^2 > g_0 R_0$  munosabatga kelamiz. Yer sirtidan otilgan jism Yerning sun`iy yo`ldoshiga aylanishi uchun quyidagi ikkita shartlarning bajarilishi zarur:

$$\alpha = 0, \quad \sqrt{g_0 R_0} \leq \mathcal{G}_0 < \sqrt{2g_0 R_0}. \quad (4.7)$$

Orbita ekscentrisiteti ixtiyoriy R uchun (4.7) dan quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$e = \frac{\mathcal{G}_0^2}{gR} - 1. \quad (4.8)$$

$\mathcal{G}_k = \sqrt{gR}$ ga aylanma tezlik yoki birinchi kosmik tezlik deyiladi. Agar M_0 nuqta Yer sirtida bo'lsa, $\mathcal{G}_k = \sqrt{g_0 R_0} \approx 7910 \text{ m/sek}$. Agar $\mathcal{G}_0 > \mathcal{G}_k$ bo'lsa, yo'ldosh orbitasi ellips bo'ladi, $\mathcal{G}_0$ boshlang'ich tezlik qancha katta bo'lsa, ekscentrisitet shuncha katta bo'ladi (6-shakl).

Agar otish burchagi $\alpha \neq 0$ bo'lsa, har qanday boshlang'ich tezlik bilan otilgan jism Yerning sun'iy yo'ldoshiga aylanadi. Sun'iy yo'ldoshni uchirishda boshqaruvchi raketalar uni kerakli balandlikka ko'tarib, unga kerakli $\mathcal{G}_0$ boshlang'ich tezlikni beradi ($\alpha \approx 0$). M_0 nuqtaning H balandligi oshishi bilan otish burchagi $\alpha = 0$ dan chetlanishi mumkin. (4.1) tenglikka asosan:

$$g = g_0 \frac{R_0^2}{R^2},$$

u holda $R = R_0 + H$ va

$$\mathcal{G}_k = \sqrt{gR} = \sqrt{\frac{g_0 R_0^2}{R}} = \sqrt{g_0 R_0} \sqrt{\frac{R_0}{R_0 + H}}. \quad (4.9)$$

Demak, H balandlikning oshishi bilan aylanma tezlik kamayar ekan.

Yo'ldoshning aylanish davrini Keplerning uchinchi qoninidan topish mumkin. (1.4) formulada Gauss doimiysini (4.1) bilan almashtirib, aylanish davri uchun quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$T = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{a^3}{g}}. \quad (4.10)$$

Bu formulaga kirgan orbita yarim o`qi uzunligini quyidagicha almashtiramiz:

$$a = \frac{r_p + r_A}{2} \quad \text{yoki} \quad a = \frac{p}{1-e^2}, \quad (4.11)$$

bu yerda $\bar{r}_p$ va r_A - lar Yerdan yo`ldosh orbitasining perigeliyi va afeliylarigacha bo`lgan masofalar, p va e lar (4.4) va (4.5) formulalardan topiladi; $\alpha = 0$ bo`lganda e ning qiymati (4.8) dan topiladi.

2. Elliptik trayektoriya. Otish burchagi $\alpha = 0$ va $\vartheta_0 < \sqrt{2g_0 R_0}$ bo`lsa, Yer sirtidan otilgan jism ellips yoyini chizib, Yerga qaytib tushadi. Bunday trayektoriyalarning asosiy xarakteristikalarini topamiz.

Uchish uzoqligini topamiz. Markaziy burchak $M_0 OM_1$ ni 2β (5-shakl) bilan belgilaymiz. U holda orbitaning Yer sirti bo`ylab uzoqligi quyidagiga teng bo`ladi:

$$D = M_0 \cup M_1 = 2R_0\beta. \quad (4.12)$$

$\beta = \pi - \varphi_0$ va $\operatorname{tg}\beta = -\operatorname{tg}\varphi_0$ bo`lgani uchun (4.6) tengliklarini birini ikkinchisiga bo`lamiz, natijada

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\vartheta_0^2 \operatorname{Cos}^2 \alpha}{g_0 R_0 - \vartheta_0^2 \operatorname{Cos}^2 \alpha} \operatorname{tg}\alpha. \quad (4.13)$$

(4.12) va (4.13) formulalar berilgan ϑ_0 va α lar uchun yo`ldoshning uchish uzoqligini aniqlaydi. Agar  $\vartheta_0 \operatorname{Cos} \alpha = \sqrt{g_0 R_0}$  bo`lsa, $\beta = \frac{\pi}{2}$ bo`lib, uchish uzoqligi  $D = \pi R_0$  ga teng bo`ladi, ya`ni yo`ldosh M_0 nuqtaga diametrial qarama-qarshi M_1 nuqtaga tushadi

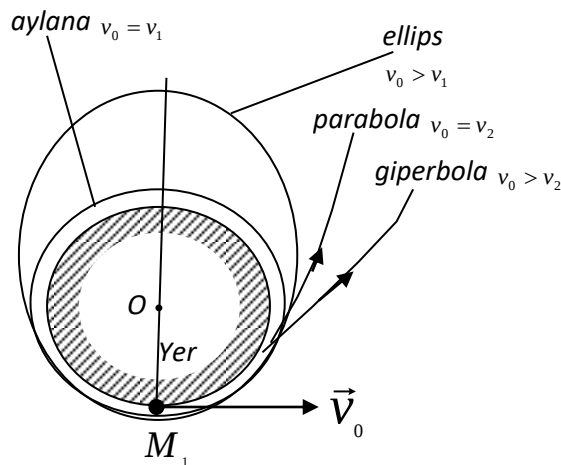
$$g_0^2 = \frac{2g_0 R_0 \operatorname{tg} \beta}{\sin 2\alpha + 2\cos^2 \alpha \operatorname{tg} \beta}. \quad (4.14)$$

Yoʻldoshning eng katta balandligi H ni $H = r(\pi) - R_0$ tenglikdan topish mumkin. (4.3) tenglamada $\varphi = \pi$ deb, p ning (4.4) ifodasi bilan almashtirib, H uchun quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$H = \frac{g_0^2 \cos^2 \alpha}{g_0(1-e)} - R_0. \quad (4.15)$$

Sunʼiy yoʻldoshning M_0 nuqtadan M_1 nuqtaga uchish vaqtini (3.7) Kepler tenglamasida $t_0 = 0$ deb topamiz. U holda elliptik orbita boʻylab aylanish davri T uchun quyidagi ifodani olamiz.

$$T_{uch} = 2[t(\pi) - t(\pi - \beta)] = 2\left[\frac{T}{2} - t(\pi - \beta)\right].$$



6-shakl.

yoki (3.10) va (3.7) formulalarga asosan

$$T_{uch} = \frac{2}{\lambda}(\pi - E_1 + e \sin E_1), \quad (4.1)$$

bu yerda $E_1 - E$ ning $\varphi = \pi - \beta$ dagi qiymatiga teng,

$$\lambda = \frac{R_0 g_0^2 (1-e^2)^{3/2}}{g_0^3 \cos^3 \alpha}; \quad (4.2)$$

oxirgi natija (4.8), (4.2) va (4.4) formulalarda $R = R_0$ va $g = g_0$ deb hosil qilingan. (4.1) da $\pi - E_1 = E_\beta$ deb uchish vaqti uchun quyidagi formulani hosil qilamiz:

$$T_{uch} = \frac{2g_0^3 \cos^3 \alpha}{R_0 g_0^2 (1-e^2)^{3/2}} (E_\beta + e \sin E_\beta). \quad (4.3)$$

(3.9) tenglamada $\varphi = \pi - \beta$, $E = E_1 = \pi - E_\beta$ deb olamiz natijada

$$\operatorname{ctg} \frac{E_\beta}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2}$$

yoki

$$\operatorname{tg} \frac{E_\beta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}, \quad (4.4)$$

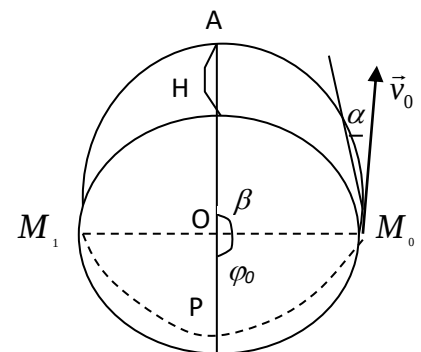
e ning qiymati (4.5) formuladan olinadi.

Endi berilgan $D = 2R_0 \beta$ uzoqlikni hosil qilish uchun kerak bo'ladigan eng kichik $g^{\min}$ boshlang'ich tezlik va α_H otish burchagini topamiz. Buning uchun g_0 boshlang'ich tezlikni (4.12) dan foydalanib, β orqali ifodalaymiz.

(4.1)ga asosan berilgan uzoqlik, ya'ni berilgan β burchak uchun kerak bo'ladigan g_0 α dan bog'liq bo'ladi, ya'ni

$$F(\alpha) = \sin 2\alpha + 2 \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \beta$$

maxraj minimumga erishishi kerak.



7-shakl

$$F'(\alpha) = 2\cos 2\alpha - 2\sin 2\alpha \tan \beta = 0$$

tenglamadan $\tan 2\alpha = \tan \beta$ ni topamiz, bundan

$$\alpha_H = 45^\circ - \frac{\beta}{2}. \quad (4.20)$$

Osonlik bilan ishonch hosil qilish mumkinki, $F^M(\alpha_H) < 0$ va natijada $\alpha = \alpha_H$ bo'lganda $g_0 = g_0^{\min}$ bo'ladi. α_H ning topilgan qiymatini (4.14) ga qo'yamiz:

$$g_0^{\min} = \sqrt{2R_0 g_0 \frac{\sin \beta}{1 + \sin \beta}}. \quad (4.21)$$

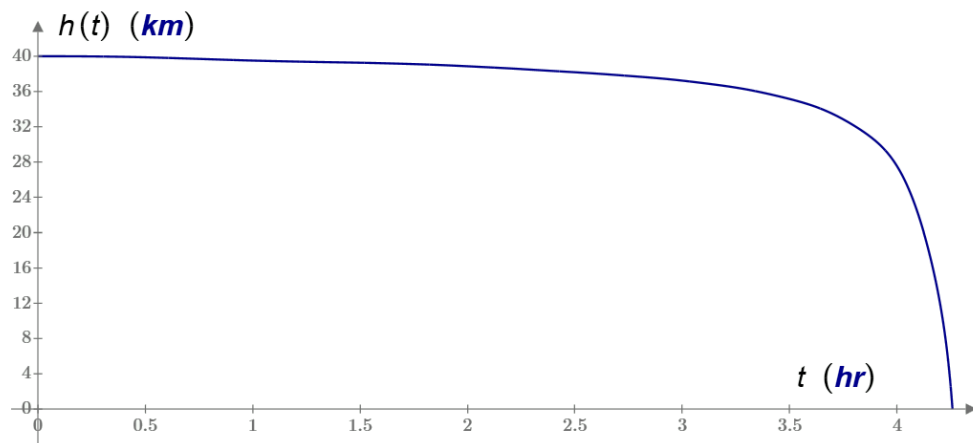
(4.21) va (4.20) formulalar berilgan uchish uzoqligi $D = 2R_0 \beta$ ni hosil qilish uchun kerak bo'ladigan eng kichik boshlang'ich tezlikni va otish burchagini aniqlaydi.

Solve

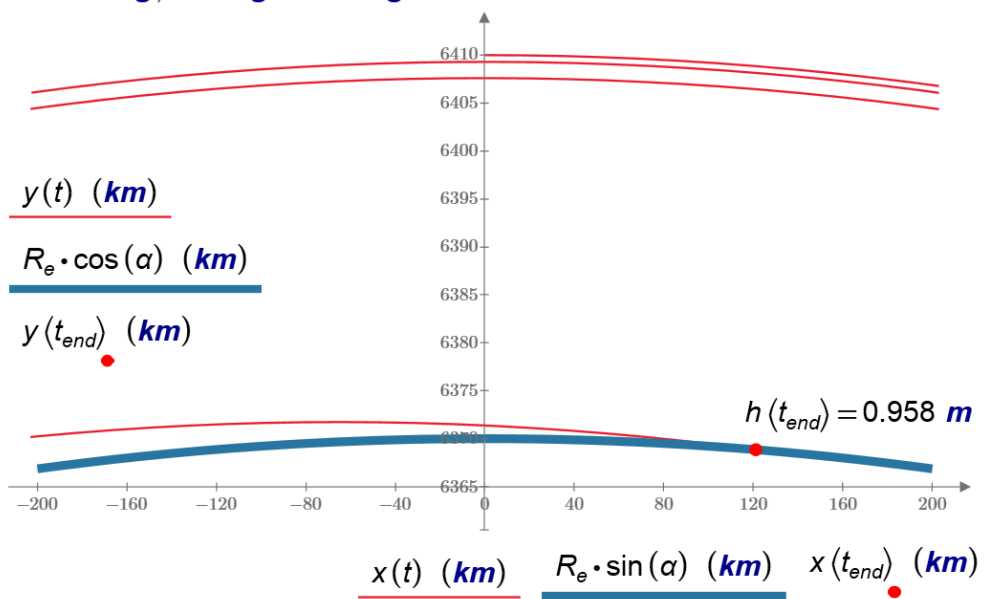
$$\begin{aligned} x(0) &= 0, \quad v_x(t) = x'(t), \quad m_s \cdot v_x'(t) = -G \cdot \frac{m_s \cdot m_e \cdot x(t)}{(\sqrt{x(t)^2 + y(t)^2})^3} - k \cdot v_x(t) \cdot |v_x(t)| \cdot S_s \cdot \rho (\sqrt{x(t)^2 + y(t)^2} - R_e) \\ v_x(0) &= v_0 \\ y(0) &= R_e + h_0, \quad v_y(t) = y'(t), \quad m_s \cdot v_y'(t) = -G \cdot \frac{m_s \cdot m_e \cdot y(t)}{(\sqrt{x(t)^2 + y(t)^2})^3} - k \cdot v_y(t) \cdot |v_y(t)| \cdot S_s \cdot \rho (\sqrt{x(t)^2 + y(t)^2} - R_e) \\ v_y(0) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ v_x \\ v_y \end{bmatrix} := \text{Odesolve} \left(\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ v_x(t) \\ v_y(t) \end{bmatrix}, t_{end}, 10^5 \right)$$

$$h(t) := \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2} - R_e \quad t := 0 \text{ s}, \frac{t_{end}}{7000} \cdot t_{end}$$



$$\alpha := 0 \text{ deg}, 0.1 \text{ deg} \dots 360 \text{ deg}$$



XULOSA

Bitiruv ishida quyidagi natijalar olindi:

- Moddiy nuqtaning harakat miqdori momenti o'zgarishi haqidagi teoremani qo'llagan holda harakatning asosiy qonunlari, tenglamalarini keltirib chiqarish o'rganiladi. Sun'iy yo'ldoshlarning trayektoriyalarini aniqlash masalalari yechiladi.
- markaziy kuch ta'siri ostidagi moddiy nuqta tezligini aniqlash, harakat differensial tenglamalarini chiqarish, harakat qonunlarini keltirib chiqarilgan.
- Nyuton tortishish maydonidagi harakatlarini sinflash, kosmik tezliklarni aniqlash, moddiy nuqta qanday kosmik tezlik bilan harakatlenganda qanday trayektoriyaga ega bo'lishi keltirilgan va undan kelib chiqadigan asosiy natijalar keltirilgan.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Do'smatov O.M., Tilavov A. Nazariy mexanika (Sistema dinamikasi). SamDU – 2005.
2. N.N.Buxgols. Osnovnoy kurs teoreticheskoy mexaniki. –M.: «Nauka», I.II. chasti, 2009 g.
3. Do'smatov O.M., Tilavov A. Nazariy mexanika. – Samarqand -2001 y.
4. To'rayev X.T., Tilavov A. Nazariy mexanika. – Samarqand -2006 y.
5. To'rayev X.T., Tilavov A. Nazariy mexanika. Statika va kinematika – Toshkent -2011 y.
6. Meshcherskiy I.V. Nazariy mexanikadan masalalar to'plami. - T.: O'qituvchi, 1989.
7. Rashidov T., Shoziyotov Sh., Mo'minov Q.B. Nazariy mexanika asoslari. - T.: «O'qituvchi», 1990.
8. O'rozboyev M.T. Nazariy mexanika asosiy kursi, - T.: «O'qituvchi», 1966.
9. Yablonskiy A.A.Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike. M.: Visshaya shkola, 1972.
10. Targ S.M. Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki. - M.: «Nauka», 1974.
11. <http://shops.h1.ru/index.shtml?topic=11729&page=1>
12. <http://www.unilib.neva.ru/rus/lib/>

**Samarqand davlat universiteti mexanika-matematika fakulteti 4-kurs
talabasi Muqumov Oxunjonning «Planetalar harakati hisobi va uni
matematik paketlar yordamida vizuallashtirish» mavzuidagi malakaviy
bitiruv ishiga**

TAQRIZ

«Planetalar harakati hisobi va uni matematik paketlar yordamida vizuallashtirish» mavzuidagi bitiruv malakaviy ishi kirish, to'rtta paragraf, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan iborat bo'lib, kirish qismida ishning mohiyati, qo'yilgan masala, masalani o'rganish, ahamiyati qisqacha yoritilgan.

Birinchi paragrafda markaziy kuch ta'siri ostidagi moddiy nuqta tezligini aniqlash, harakat differensial tenglamalarini chiqarish, harakat qonunlarini keltirib chiqarilgan. Ikkinchi markaziy kuch ta'siri ostidagi moddiy nuqtaning Nyuton tortishish maydonidagi harakatlarini sinflash, kosmik tezliklarni aniqlash, moddiy nuqta qanday kosmik tezlik bilan harakatlanganda qanday trayektoriyaga ega bo'lishi keltirilgan va undan kelib chiqadigan asosiy natijalar keltirilgan. Uchinchi paragrafda markaziy kuch ta'siri ostidagi jismlarning orbita bo'ylab harakatlarini tadqiq etish va ular asosida Kepler qonunlari keltirib chiqarilgan. To'rtinchi paragrafda Yer sirti yaqinida harakatlanayotgan moddiy nuqta harakatlari tadqiq etilgan va Yerning sun'iy yo'ldoshlarining trayektoriyalarini aniqlash masalasi qaralgan.

Muqumov Oxunjonning «Planetalar harakati hisobi va uni matematik paketlar yordamida vizuallashtirish» mavzuli malakaviy bitiruv ishlariga qo'yilgan talablarga to'liq javob beradi va muvaffaqiyatli himoya qilganda unga bakalavr darajasini berish mumkin, deb hisoblayman.

Taqrizchi:

dots. F.Nomozov.

**Samarqand davlat universiteti mexanika-matematika fakulteti 4-kurs
talabasi Muqumov Oxunjonning «Planetalar harakati hisobi va uni
matematik paketlar yordamida vizuallashtirish» mavzuidagi malakaviy
bitiruv ishiga**

MULOHAZA

Muqumov Oxunjonning «Planetalar harakati hisobi va uni matematik paketlar yordamida vizuallashtirish» mavzuidagi malakaviy bitiruv ishida markaziy kuch ta'siri ostidagi moddiy nuqtaning Nyuton tortishish maydonidagi harakatlarini sinflash, kosmik tezliklarni aniqlash, moddiy nuqta qanday kosmik tezlik bilan harakatlanganda qanday trayektoriyaga ega bo'lishi keltirilgan va undan kelib chiqadigan asosiy natijalar keltirilgan. Yer sirti yaqinida harakatlanayotgan moddiy nuqta harakatlari tadqiq etilgan va Yerning sun'iy yo'ldoshlarining trayektoriyalarini aniqlash masalasi qaralgan. Bitiruv ishining oxirida ishda olingan natijalar xulosa qismida jamlangan.

Muqumov Oxunjon ishni bajarish davomida o'zining yaxshi tomonlari bilan ajralib turdi, uning «Planetalar harakati hisobi va uni matematik paketlar yordamida vizuallashtirish» mavzuli malakaviy bitiruv ishi bitiruv ishlariga qo'yilgan talablarga to'liq javob beradi va muvaffaqiyatli himoya qilinganda unga bakalavr darajasini berish mumkin, deb hisoblayman.

Nazariy va amaliy mexanika kafedrası

dotsenti:

X.M.Bo'ronov.