

**O'zbekiston Respublikasi oliy va o'rta-maxsus ta'lim
vazirligi**

Namangan muhandislik – qurilish instituti

Prof. S. M. Targ umumiy taxriri ostida

NAZARIY MEXANIKA

USLUBIY KO'RSATMALAR VA

NAZORAT TOPSHIRIQLARI

o'quv qo'llanma

**(Oliy o'q'uv yurtlarining mashinasozlik, qirilish, transport, asbobsozlik
yo'nalishlari sirtqi bo'lim talabalari uchun)**

TOSHKENT-2019

Теоретическая механика.

Методические указания и контрольные задания.

Для студентов-заочников машиностроительных, строительных, транспортных, приборостроительных специальностей высших учебных заведений.

Под редакцией проф.С.М.Тарга.

Москва. «Высшая школа», 1989 год.

Nazariy mexanika.

Uslubiy ko'rsatmalar va nazorat topshiriqlari.

Oliy o'quv yurtlari mashinasozlik, qurilish, transport, asbobsozlik ta'lim yo'nalishlari sirtqi bo'limi talabalari uchun.

Rus tilidan tarjima

Tarjimonlar: **prof., t. f. d. Yuldashev Sharafitdin Sayfiddinovich**
dots. t. f. n. Mahmudov Zokirjon Sotivoldiyevich
Jumaboyeva Shirin

Taqrizchilar: **f.-m. f. n. Tillaboyev Yo. K., NamMQI Materiallar**
qarshiligi va mexanika kafedrasining mudiri
prof., f.-m. f. d. Samatov B., NamDU, kafedra
mudiri
dots., t. f. n. Karimov A., NamMTI Umumtexnika
fanlari kafedrasi dotsenti

Uslubiy ko'rsatmalar

Talabalar nazariy mexanika fanini 3 bo'limga - statika, kinematika va dinamikaga bo'lib o'rganadilar.

1. Ushbu fanni o'zlashtirish uchun matematikadan mos tayyorgarlikka ega bo'lish lozim. Statika bo'limidan boshlab barcha bo'limlarda vektor algebrasidan keng foydalaniladi. Talaba vektorlarning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini hisoblashni, vektorlarni geometrik usulda (vektor uchburchagi yoki ko'pburchagi tuzish) va analitik usulda (koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari orqali) qo'shishni, ikki vektorning skalyar va vektor ko'paytmasini va ularning xossalarini, hamda vektorlarni differensiallashni puxta bilmog'i lozim. Undan tashqari tekislikdagi va fazodagi to'g'ri burchakli dekart koordinata o'qlaridan foydalanishni, o'qlarning birlik vektorlarini va ixtiyoriy vektorlar orqali tashkil etuvchilarga ajratishni yaxshi bilishi kerak.

Kinematika bo'limini o'rganish uchun talaba bir o'zgaruvchili funktsiyani differensiallashni, bu funktsiyani grafigini chizishni bilishi, tabiiy koordinata o'qlari, egri chiziqlarning egriligi, egrilik radiusi kabi tushunchalarga ega bo'lishi, analitik geometriyada o'rganiladigan ikkinchi tartibli egri chiziqlar nazariyasini puxta egallashi kerak.

Dinamika bo'limini o'rganish uchun talabalar oddiy funktsiyalarning aniq va aniqmas integrallarini hisoblashni, bir necha o'zgaruvchili funktsiyaning xususiy hosilasini olishni, to'la differensialni hisoblashni, birinchi tartibli differensial tenglamalarni, ikkinchi tartibli o'zgarmas koeffitsiyentli (bir jinsli va bir jinsli bo'lmagan) chiziqli differensial tenglamalarni integrallashni o'zlashtirgan bo'lishlari lozim.

2. O'quv qo'llanmasidan (kitobdan) mustaqil foydalanganda dastlab, qo'yilgan savolning ma'nosiga e'tibor berish kerak. Asosan – kitobdagi materialni “yodlash” emas, balki uning ma'nosini tushunishdan iborat.

Kitobdan mustaqil foydalanganda uni mavzular bo'yicha (quyida keltiriladigan dastur asosida) yoki bo'limlar bo'yicha o'rganish tavsiya qilinadi. Birinchi navbatda, mavzuga tegishli hamma materialni, ba'zi tushunmovchiliklarga

qaramasdan o'qib chiqish kerak. So'ngra qiyin bo'lib tuyulgan qismlarni diqqat bilan tahlil qilish kerak. Qayta o'qish paytida ta'rif, teoremlarga alohida e'tibor bering (odatda ular kitobda ajratib beriladi), ularni nima uchun shunday yozilganini, ma'nosini tushinishga harakat qiling, keltirilgan ta'rif va teoremlarni o'z so'zlaringiz bilan aytishga intiling. Undan tashqari, isbotlanuvchi ifodalarni isbot qilish jarayonini puxta o'rganish (mexanikada odatda ular uncha qiyin emas), uni mustaqil amalga oshirishni bilish kerak.

Mavzuni o'rganib bo'lgandan so'ng, imkoniyati boricha kitobga qaramasdan, qisqacha konspekt qilinsa foydali bo'ladi.

Fanni o'rganish mobaynida masalalar yechish ko'nikmasini hosil qilishga katta e'tibor berish kerak. Buning uchun, mavzuga oid materialni o'rganib bo'lgach, shu mavzuga tegishli masalaning yechilishini kitobda keltirilgan uslubiy ko'rsatmalar asosida puxta o'rganish lozim. So'ngra I.V. Meshcherskiyning "Nazariy mexanikadan masalalar to'plami" kitobidan yechilgan masalaga o'xshash bir nechta masalani yechib, so'ngra nazorat topshiriqlarini bajarishga kirishish kerak.

3. Mavzuni o'rganib bo'lgandan so'ng, kurs dasturidagi ana shu mavzuga oid savollarga javob bera olish-olmasligingizni tekshirib ko'ring. O'rganilishi va o'zlashtirilishi lozim bo'lgan barcha savollar dasturda batafsil ko'rsatilgani uchun, qo'shimcha savollar bu yerda keltirilmagan. Ammo, talaba o'z bilimini tekshirish uchun quyidagi tartibda savollar tuzib olishi mumkin.

Dasturga kirgan navbatdagi mavzuni o'rgana boshlaganda shu mavzuga oid dasturdagi barcha savollarni daftarning chap qismiga yozib, o'ng qismida kengroq joy qoldiring. Agar dasturda "fazodagi va tekislikdagi kesishuvchi kuchlarning muvozanat shartlari" yozilgan bo'lsa, u holda "fazodagi kesishuvchi kuchlarning muvozanat shartlari", "tekislikdagi kesishuvchi kuchlarning muvozanat shartlari" savollarini alohida-alohida yozing. So'ngra, mavzuga oid materialni o'rganish mobaynida daftarning o'ng qismiga qo'yilgan savolga javob yozilgan kitob betini, tenglama yoki formula nomerini yozing. Natijada, daftaringizda o'z bilimingizni tekshirish uchun barcha savollarga ega bo'lasiz va undan yakuniy nazoratga

tayyorgarlik ko'rishda foydalanishingiz mumkin. Undan tashqari qo'yilgan savolga javob yozilgan kitob betini ochib o'zingizni tekshirib ko'rishingiz mumkin. Va nihoyat, daftarni shu usulda to'ldirib, dasturga kirgan barcha materiallarni bilgan yoki bilmaganligingizni tekshirib olishingiz mumkin. (Barcha o'rganilgan savollarda daftarning o'ng qismida kitob betlari yozilgan bo'ladi).

Shu narsaga e'tibor berish lozimki, biror material turli o'quv qo'llanmalarida turli tartibda berilishi mumkin. Shuning uchun biror savolga javob kitobning boshqa bo'limida bo'lishi mumkin. Masalan, statika bo'limida kuchlar sistemasini bir markazga keltirish haqidagi teorema (dasturda ko'rsatilganidek) ixtiyoriy kuchlar sistemasi uchun berilishi yoki avvalo, tekislikdagi kuchlar sistemasi uchun, so'ngra ixtiyoriy kuchlar sistemasi uchun berilishi mumkin.

Shunday qilib, tavsiya qilingan adabiyot bo'yicha o'rganganingizda, biror mavzuga oid savollarni bir qismiga oldin, boshqa qismiga esa keyingi mavzulardan javob olishingiz mumkin. Bu holat sizga fanni to'la o'zlashtirishga xalal bermaydi.

Nazorat topshirig'ini bajarishga oid ko'rsatmalar ishchi dasturdan so'ng keltirilgan. Ularni albatta o'qib chiqish va unga amal qilish zarur. Undan tashqari har bir topshiriqqa doir uslubiy ko'rsatmalar va o'xshash masalalar yechib ko'rsatilgan.

NAZARIY MEXANIKA FANI DASTURI

Kirish. Mexanik harakat-materiya harakatining ko'rinishlaridan biri. Mexanika haqida tushuncha, nazariy mexanika fani va uning tabiiy va texnika fanlari orasidagi o'rni. Mexanika bir qator zamonaviy texnika fanlarning nazariy asosi ekanligi. Mexanika fani rivojlanishining asosiy bosqichlari.

QATTIQ JISM STATIKASI

Statikaning asosiy tushunchalari va aksiomalari. Statika haqida tushuncha. Statikaning asosiy tushunchalari: absolyut qattiq jism, ekvivalent kuchlar sistemasi, teng ta'sir etuvchi, muvozanatlashgan kuchlar sistemasi, ichki va tashqi kuchlar. Statika aksiomalari. Bog'lanish va bog'lanish reaksiya kuchlari.

Bog'lanishning asosiy turlari: silliq sirt, g'ildirakli tayanch, ip, silindrik sharnir, sferik sharnir, sterjen, mazkur bo'g'lanishlarning reaksiya kuchlari.

Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi. Kuchlarni qo'shishning geometrik va analitik usullari. Kesishuvchi kuchlar. Kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisi. Kesishuvchi kuchlar sistemasining geometrik muvozanat shartlari. Fazoviy va tekislikdagi kesishuvchi kuchlar muvozanat shartlarining analitik ifodasi. Uch kuch muvozanati haqidagi teorema.

Juft kuchlar nazariyasi. Nuqtaga (markazga) nisbatan kuch momenti vektori. Juft kuch momenti vektori. Ixtiyoriy markazga nisbatan juftni tashkil etuvchilarining momenti haqidagi teorema. Juftlarning ekvivalentligi haqidagi teoremlar. Fazoda ixtiyoriy joylashgan juftlarni qo'shish. Juft kuchlar sistemasining muvozanat shartlari.

Ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini bir markazga keltirish. Kuchni o'z-o'ziga parallel ko'chirish haqidagi teorema. Kuchlar sistemasini berilgan markazga keltirish haqidagi statikaning asosiy teoremasi. Kuchlar sistemasining bosh vektori va bosh momenti.

Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi (tekislikdagi kuchlar sistemasi). Kuch momentining algebraik miqdori. Tekislikdagi kuchlar sistemasining bosh vektori va bosh momentini hisoblash. Tekislikdagi kuchlar sistemasini sodda holga keltirish: juft kuchga keltirish, teng ta'sir etuvchiga keltirish va muvozanatda bo'lish holati. Tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatining analitik shartlari. Muvozanat tenglamalarining uch ko'rinishi: a) barcha kuchlarni ikkita koordinata o'qlariga proyeksiyalarining va ixtiyoriy nuqtaga nisbatan momentlarining algebraik yig'indisi nolga tengligi, b) barcha kuchlarning ikkita nuqtaga nisbatan momentlarining va biror o'qdagi proyeksiyalarining algebraik yig'indilari nolga tengligi, c) barcha kuchlarning 3 ta nuqtaga nisbatan momentlarining algebraik yig'indisi nolga tengligi. Tekislikdagi parallel kuchlarning muvozanat shartlari. Teng ta'sir etuvchining momenti haqidagi Varin'on teoremasi. Yoyilgan va to'plangan kuchlar. To'g'ri chiziq bo'ylab tekis taqsimlangan kuchlar va uning teng ta'sir etuvchisi. Bir uchi bilan

devorga qistirib mahkamlangan jismning reaksiya kuchlari. Bir necha jismdan iborat sistema muvozanati. Statik aniq va statik aniqmas sistemalar. Ishqalanish kuchini hisobga olgan holdagi muvozanat. Ishqalanish koeffitsienti. Eng katta ishqalanish kuchi. Ishqalanish burchagi va konusi.

Fazoda ihtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi (fazoviy kuchlar sistemasi). O'qqa nisbatan kush momenti va uni hisoblash. Kuchning o'qqa nisbatan momenti bilan shu o'qdagi nuqtaga nisbatan momenti orasidagi munosabat. Koordinata o'qlariga nisbatan kuch momentini hisoblashning analitik formulalari. Fazoviy kuchlar sistemasini bosh vektori va bosh momentini hisoblash. Fazoviy kuchlar sistemasini sodda holga keltirish: jift kuchga, teng ta'sir etuvchiga, dinamik vintga keltirish. Fazoviy kuchlar sistemasi ta'siridagi jism muvozanatda bo'lish sharti. Fazoviy kuchlar sistemasi muvozanatining analitik shartlari. Fazoviy parallel kuchlarning muvozanat shartlari. Teng ta'sir etuvchining koordinata o'qiga nisbatan momenti haqidagi Varin'on teoremasi.

Parallel kuchlar markazi va og'irlik markazi. Parallel kuchlar markazi. Parallel kuchlar markazining koordinatalarini aniqlash formulalari. Qattiq jismning og'irlik markazi va uning koordinatalarini aniqlash formulalari. Bir jinsli jismlar og'irlik markazlarini aniqlash usullari. Aylana yoyining, uchburchak yuzining, doira sektorining og'irlik markazini aniqlash.

KINEMATIKA

Kinematikaga kirish. Kinematika haqida tushuncha. Klassik mehanikada fazo va vaqt tushunchasi. Mexanik harakatning nisbiyligi. Sanoq sistemasi. Kinematika masalalari.

Nuqta kinematikasi. Nuqta harakatini vector usulda berilishi. Nuqta traektoriyasi. Nuqta tezligi-uning radius vektoridan vaqt bo'yicha olingan hosila. Nuqta tezlanishi-uning tezlik vektoridan vaqt bo'yicha olingan hosila. Nuqta harakatini koordinata usulida berilishi (To'g'ri burchakli dekart koordinatalarida). Nuqtaning traektoriya tenglamasini aniqlash. Nuqtaning tezligi va tezlanishini uning koordinata o'qlaridagi proeksialari orqali aniqlash. Nuqta harakatini tabiiy

usulda berilishi. Tabiiy koordinata o'qlari. Nuqta tezligining tabiiy koordinata oqlaridagi proyeksiyalari orqali aniqlash: urinma va normal tezlanishlar. Nuqtaning tekis va tekis o'zgaruvchan egri chiziqli harakat qonunlari.

QATTIQ JISM KINEMATIKASI

Ilgarilanma harakat. Qattiq jismning ilgarilanma harakati. Qattiq jismning ilgarilanma harakatidagi tezligi , tezlanishi va traektotiyasi haqidagi teorema.

Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati (aylanma harakat). Qattiq jismning aylanma harakati qonuni. Burchak tezlik va burchak tezlanish. Tekis va tekis o'zgaruvchan aylanma harakat qonunlari. Aylanma harakatdagi qattiq jism nuqtasining tezlik va tezlanishlari. Burchak tezlik va burchak tezlanish vektorlari. Aylanma harakatdagi qattiq jism nuqtasi tezligini urinma va normal tezlanishlarini vektorli ko'paytma ko'rinishida ifodalash.

Qattiq jismning tekis parallel harakati. Qattiq jismning tekis parallel harakati. Tekis shaklning harakat tekisligidagi ko'chishi. Tekis shaklning harakat tenglamalari. Tekis parallel harakatni tekis shaklning qutb bilan birga ilgarilanma va qutb nuqta atrofidagi aylanma harakatlarga ajratish. Burchak tezlik va burchak tezlanishning qutbga bog'liq emasligi. Tekis shakl nuqtasining tezligi-qutbning va nuqtaning qutb atrofidagi aylanma harakat tezliklarining geometrik yig'indisiga tengligi. Tekis shakl ikki nuqtasining tezliklarini proyeksiyasi haqidagi teorema. Tezliklar oniy markazi. Tekis shakl nuqtasining tezligini tezliklar oniy markazidan foydalanib topish. Tekis shakl nuqtasining tezlanishi-qutbning va nuqtaning qutb atrofidagi aylanma harakat tezlanishlarining geometrik yig'indisiga teng ekanligi. Tezlanishlar oniy markazi haqida tushuncha.

Qattiq jismning qo'zg'almas nuqta atrofidagi harakati (sferik harakat). Eyler burchaklari. Qattiq jismning qo'zg'almas nuqta atrofidagi harakat qonuni. Jismning oniy aylanish o'qi. Jismning burchak tezlik va burchak tezlanish vektorlari. Qo'zg'almas nuqtali jism nuqtalarining tezlik va tezlanishlarini aniqlash.

Qattiq jism harakatining umumiy holi Erkin qattiq jismning harakat tenglamalari. Bu harakatni qutb bilan birgalikda ilgarilanma va qutb atrofidagi aylanma harakatlarga ajratilsh. Erkin qattiq jism nuqtalari tezligi va tezlanishini aniqlash.

Nuqtaning va qattiq jismning murakkab harakati (murakkab harakat). Nuqtaning absolyut, nisbiy va ko'chirma harakatlari. Nuqta absolyut, nisbiy va ko'chirma harakat tezlik va tezlanishlari. Tezliklarini qo'shish haqidagi teorema, tezlanishlarni qo'shish haqidagi Koriolis teoremasi. Koriolis tezlanishning miqdori va yo'nalishi. Ko'chirma harakat ilgarilanma harakat bo'lgan hol.

Qattiq jismning murakkab harakati, ilgarilanma harakatlarni qo'shish. Qattiq jismning parallel va kesishuvchi o'qlar atrofidagi aylanma harakatlarini qo'shish. Vint harakati.

DINAMIKA

Dinamikaga kirish. Dinamika haqida tushuncha. Asosiy tushuncha va kattaliklar - massa, moddiy nuqta, kuch. Vaqtga, nuqta holatiga va uning tezligiga bog'liq kuchlar. Mexanika qonunlari (Galiley-Nyuton qonunlari). Inersial sanoq sistemasi. Dinamikaning masalalari.

NUQTA DINAMIKASI

Dinamikaning birinchi va ikkinchi masalalarini yechish. Erkin va bog'lanishdagi moddiy nuqtaning dekart koordinata o'qlaridagi harakat differensial tenglamalari. Nuqta hatakating tabiiy koordinata o'qlaridagi harakat differensial tenglamalari.

Moddiy nuqta uchun dinamikaning ikki asosiy masalasi. Dinamikaning birinchi masalasini yechish.

Dinamikaning ikkinchi masalasini yechish. Boshlang'ich shartlar - integral o'zgarmlari va ularni bo'shlang'ich shartlardan foydalanib aniqlash. Ta'sir etayotgan kuch vaqtga, nuqta holatiga (koordinatasiga) va tezligiga bog'liq bo'lgan hollarda nuqta harakat differensial tenglamasini integrallashga doir masalalar.

Bog'lanishdagi nuqtaning harakati. Nuqtaning nisbiy harakati.

Bog'lanishdagi (erkin bo'lmagan) nuqta harakati tenglamalari. Berilgan qo'zg'almas silliq egri sirt bo'ylab nuqtaning harakat differensial tenglamalari. Harakat qonunini va reaksiya kuchlarini aniqlash.

Moddiy nuqtaning nisbiy harakati. Moddiy nuqtaning nisbiy harakat differensial tenglamalari.

Ko'chirma va Koriolis inersiya kuchlari. Klassik mexanikaning nisbiylik prinsipi. Nisbiy muvozanat.

Nuqtaning to'g'ri chiziqli tebranma harakati. Nuqtaning qaytaruvchi kuch ta'siridagi erkin tebranma harakati. Tebranishlar amplitudasi, boshlang'ich fazasi, chastotasi va tebranishlar davri. Nuqta tezligiga proporsional bo'lgan qarshilik kuchi ta'sirida nuqtaning so'nuvchi tebranma harakati. Tebranishlar davri, tebranish dekrementi. Aperiodik (davriy bo'lmagan) harakat. Moddiy nuqtaning uyg'otuvchi kuch va nuqta tezligiga proporsional bo'lgan qarshilik kuchi ta'siridagi majburiy tebranma harakati. Qarshilik kuchi nolga teng hol. Majburiy tebranishlar amplitudasi, fazalar siljishi va ularning chastotalar nisbatiga bog'liqligi, dinamik koeffitsiyent. Rezonans hodisasi.

Mexanik sistema dinamikasiga kirish. Mexanik sistema. Mexanik sistemaga ta'sir etuvchi kuchlarning klassifikatsiyasi: aktiv va bog'lanish reaksiya kuchlari, ichki va tashqi kuchlar. Ichki kuchlarning xossalari. Sistema massasi. Massalar markazi. Massalar markazining radius vektori va koordinatalari.

Inersiya momentlari. Qattiq jismning o'qqa nisbatan inersiya momenti. Inersiya radiusi. Jismning qutb va tekislikka nisbatan inersiya momentlari. Parallel o'qlarga nisbatan inersiya momentlari haqidagi Gyuygens teoremasi.

Inersiya momentini hisoblashga doir masalalar. (Bir jinsli sterjenning, doiraviy halqaning, doiraviy silindrning, doiraviy yupqa plastinkaning inersiya momentlari). Ixtiyoriy o'qqa nisbatan jismning inersiya momentlarini hisoblash formulasi. Markazdan qochuvchi inersiya momenti. Inersiya bosh o'qlari, inersiya markaziy bosh o'qlari va ularning xossalari.

Dinamikaning umumiy teoremlari. Massalar markazining harakati haqidagi teorema. Mexanik sistemaning harakat differensial tenglamalari. Mexanik sistema massalar markazining harakati haqidagi teorema. Massalar markazi harakatining saqlanish qonuni.

Harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teorema. Moddiy nuqta harakat miqdori. Kuchning elementar impulsi. Kuchning chekli vaqt oralig'idagi impulsi va uning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari. Moddiy nuqta harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teoremaning differensial va chekli ko'rinishlari.

Mexanik sistemaning harakat miqdori va uning sistema massasi va massalar markazining tezligi orqali ifodasi. Mexanik sistema harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teoremaning differensial va chekli ko'rinishlari. Mexanik sistema harakat miqdorining saqlanish qonuni.

O'zgaruvchi massali nuqta va jism haqida tushuncha. Meshcherskiy tenglamasi. Siolkovskiye formulasi.

Harakat miqdori momentining o'zgarishi haqidagi teorema. Moddiy nuqta harakat miqdorining markazga va o'qqa nisbatan momenti. Moddiy nuqta harakat miqdori momentining o'zgarishi haqidagi teorema. Markaziy kuch. Markaziy kuch ta'sirida moddiy nuqta harakat miqdori momentining saqlanishi. Sektorli tezlik haqida tushuncha. Yuzalar qonuni.

Markazga va o'qqa nisbatan mexanik sistema harakat miqdori bosh momenti yoki kinetik momenti. Aylanma harakatdagi qattiq jismning aylanish o'qiga nisbatan kinetik momenti. Mexanik sistema kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teorema. Mexanik sistema kinetik momentining saqlanish qonuni. Mexanik sistema kinetik momentining nisbiy harakatda massalar markaziga nisbatan o'zgarishi haqidagi teorema.

Kinetik energiyaning o'zgarishi haqidagi teorema. Moddiy nuqtaning kinetik energiyasi. Kuchning elementar ishi, elementar ishning analitik ifodasi. Kuchning chekli ko'chishda bajargan ishi. Quvvat, og'irlik kuchi, elastiklik kuchi va ishqalanish kuchlarining bajargan ishlari. Moddiy nuqta kinetik energiyasi o'zgarishi haqidagi teoremaning differensial va chekli ko'rinishlari.

Mexanik sistmaning kinetik energiyasi. Qattiq jismning ilgarilanma, aylanma va tekis parallel harakatlarida kinetik energiyani hisoblash formulalari. Mexanik sistema kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teoremaning differensial va chekli ko'rinishlari.

Qattiq jism ichki kuchlari yig'indisining bajargan ishi nolga tengligi. Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jismga qo'yilgan kuchlarning bajargan ishi va quvvati.

Kuch maydoni haqida tushuncha. Potensialli kuch maydoni va kuch funksiyasi. Teng potensialli sirtlar. Potensialli kuch maydonida chekli ko'chishda bajarilgan ish. Potensial energiya. Potensialli kuch maydoniga misollar: bir jinsli og'irlik maydoni, tortish maydoni. Mexanik energiyaning saqlanish qonuni.

Qattiq jism dinamikasi. Qattiq jismning ilgarilanma harakati differensial tenglamalari. Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati differensial tenglamalari. Fizik mayatnik. Qattiq jismning tekis parallel harakati differensial tenglamalari.

Dalamber prinsipi. Moddiy nuqtaning inersiya kuchlari. Moddiy nuqta va mexanik sistema uchun Dalamber prinsipi. Qattiq jism nuqtalari inersiya kuchlarini markazga keltirish, inersiya kuchlari bosh vektori va bosh momenti.

Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jismning aylanish o'qiga ko'rsatiladigan dinamik bosimini aniqlash. Aylanish o'qi inersiya bosh markaziy o'qidan iborat bo'lgan hol.

Mumkin bo'lgan ko'chish prinsipi va dinamikaning umumiy tenglamasi. Mexanik sistemaga qo'yilgan bog'lanishlar. Sistemaning erkinlik darajasi. Ideal bog'lanishlar. Mumkin bo'lgan ko'chish prinsipi. Dinamikaning umumiy tenglamasi.

Sistemaning umumlashgan koordinatalardagi harakat tenglamalari (Lagranj tenglamalari). Sistemaning umumlashgan koordinatalari, umumlashgan tezlik. Elementar ishning umumlashgan koordinatalaridagi ifodasi. Umumlashgan kuchlar va ularni hisoblash, kuchlar potensialli bo'lgan hol. Sistemaning umumlashgan koordinatalardagi muvozanat shartlari. Sistemaning umumlashgan

koordinatalardagi harakat differensial tenglamalari yoki Lagranjning 2-tur tenglamalari. Potensialli kuchlar ta'siridagi sistema uchun Lagranjning 2-tur tenglamalari. Lagranj funksiyasi (kinetik potensial).

Muvozanatning turg'unligi haqida tushuncha. Erkinlik darajasi bitta bo'lgan sistemaning ustuvor muvozanati yaqinidagi erkin tebranishi va uning xossalari.

Zarba nazariyasi. Zarba hodisasi. Zarbali kuch va zarbali kuch impul'si. Moddiy nuqtaga zarbali kuchning ta'siri. Zarbada sistema harakat miqdorining o'zgarishi haqida teorema. Sharning qo'zg'almas sirtga urilishidagi to'g'ri zarba, elastik va elastik bo'lmagan zarbalar. Zabadagi tiklash koeffitsiyenti va uni tajribadan aniqlash. Ikki jismning to'g'ri markaziy zarbasi. Karno teoremasi.

ADABIYOTLAR:

1. Шохайдарова П, Шозиятов Ш, Зоиров Ж. Назарий механика. Тошкент. “Ўқитувчи”, 1989 йил.
2. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. Том 1-2. Москва. 1996 г. И последующие издания.
3. Тарг.С.М. Назарий механика қисқа курси. Фаргона . 2004 йил.
4. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. 1-2 часть. 1994 и последующие издания.
5. Мещерский И.В. Назарий механикадан масалалар тўплами. Тошкент “Ўқитувчи”, 1989 йил.
6. Добронравов В.В., Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. Москва “Высшая школа”, 1993 г. И последующие издания

Qo'shimcha adabiyotlar:

1. Азиз-Қориев С.Қ., Янгуразов Ш.Х. Назарий механикадан масалалар ечиш. 1-2 қисм. Тошкент “Ўқитувчи”, 1975 йил.
2. Бать М.И., Джанелидзе Ж.Ю., Келзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Часть 1 и 2 . Москва, 1994 и последующие издания.
3. А.А.Яблонский “Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. 2004 и последующие издания.

Nazorat topshiriqlari:

Topshiriqlar mazmuni, variantlarni tanlash tartibi, ishni bajarish tartibi, masala matniga izoxlar.

Talabalar 5 ta nazorat topshirig'i (ishi) bajaradilar:

- 1-topshiriq (statika) S1, S2, S3, S4-masalalar,
- 2-topshiriq (kinematika) K1, K2, K3, K4-masalalar,
- 3-topshiriq (dinamika) D1, D2, D3, D4-masalalar,
- 4-topshiriq (dinamika) D5, D6, D7, D8-masalalar,
- 5-topshiriq (dinamika) D9, D10, D11, D12-masalalar.

Izoh. Oliy o'quv yurtidagi mutahassisliklar o'quv rejasidagi soatlar miqdori va o'qitish semestriga qarab nazorat topshiriqlari va ulardagi masalalar sonini kafedra qarori bilan qaysi masalalarni bajarilishini belgilashi mumkin.

Har bir masalada 10 ta shakl va jadval, hamda masala shartlari keltirilgan. Shakllarning nomerlanishi ikkiyoqlama bo'lib, shaklning tartib raqamini nuqtadan keyingi raqam ifodalaydi. Masalan, S1.4 - bu S1 masalaning 4 - shakli va xokazo (Masala shartida bu shaklga yana bir bor qaytilsa uni 4 - shakl deb yoziladi). Masala shartlari jadvalda 1-chi ustun bo'ylab 0 dan 9 gacha keltirilgan.

Talaba barcha masalalarda shaklini o'z reyting daftarchasidagi shifrining oxirigidan oldingi raqami bo'yicha, masala shartini esa o'z shifrining oxirgi raqami bo'yicha tanlaydi.

Masalan, agar talaba reyting daftarchasi shifri 46 raqam bilan tugasa, 4-shakl va jadvaldan 6 masala shartlarini oladi.

Har bir topshiriq alohida daftarga bajariladi va daftarning betlari nomerlanadi. Muqovada fan nomi, topshiriq tartib raqami, talabaning familyasi va ismi, o'quv shifri, fakulteti, mutaxassisligi va yashash joyi manzili ko'rsatiladi. Daftarning birinchi betiga topshiriq nomeri, yechiladigan masalalar tartib raqamlari va nazorat topshiriqlar berilgan qo'llanmaning chop etilgan yili ko'rsatiladi.

Har bir masalaning yechimini yozishni albatta juft betdan boshlash kerak (aks holda ishni tekshirish qiyinlashadi). Dastlab masala tartib raqami yoziladi, so'ngra shakl chiziladi (shaklni qalam bilan chizish kerak, so'ngra berilgan kattaliklar

hamda topilishi kerak bo'lgan kattaliklar yoziladi, masala shartini to'la yozish kerak emas). Shaklni o'z variantingiz shartlarini e'tiborga olgan holda chizish kerak va undagi burchaklar, ta'sir etayotgan kuchlar, jismlar soni va ularning joylashishi sizning variantingizdagi masala shartiga mos bo'lishi kerak. Natijada sizning shaklingiz umumiy shaklga nisbatan ancha sodda ko'rinish hosil qiladi.

Shaklni batartib va ko'rgazmali qilib chizish lozim, shakl o'lchamlari ta'sir etayotgan kuchlarni, tezlik va tezlanish vektorlarini aniq tasvirlashga imkon berishi kerak.

Shaklda albatta barcha vektorlarni, koordinata o'qlarini ko'rsatish, topilgan kattaliklarning o'lchov birliklarini ko'rsatish shart. Masalaning yechimini qisqacha tushuntirib yozish lozim (qaysi formula yoki teoremadan foydalanilgani, u yoki bu kattalikni qanday hosil bo'lganini va xokazo), hamda hisoblash ishlarini barchasini to'la keltirish kerak. Daftarning har bir betida tekshirish kamchiliklarini ko'rsatish uchun joy qoldirish kerak.

Yuqorida aytilgan talablarga javob bermaydigan nazorat topshiriqlari tekshirilmaydi va qayta ishlash uchun talabaga qaytariladi. Qayta tekshirishga topshirilayotgan daftarga (agar ish boshqa daftarda bajarilgan bo'lsa) albatta, sinovdan o'tmagan daftarni qo'shib topshirish lozim. Talaba yakuniy nazorat paytida o'qituvchi tomonidan tekshirilib, qabul qilingan daftarni o'qituvchiga ko'rsatadi, daftarda tekshiruvchi ko'rsatgan ayrim xatolar tuzatilgan bo'lishi kerak.

Har bir masalani shartini o'qishda quyidagilarga e'tibor berish lozim: Ko'pchilik shakllar masshtabga rioya qilinmagan holda chizilgan. *S1-S4* va *D1-D12* masalalardagi satrlarga parallel chiziqlarni gorizonta deb, satrlarga perpendikulyar chiziqlarni vertical deb hisoblash kerak, masala shartida bular aytilmagan. Hamda, barcha iplar (arqonlar, sim arqonlar) ning og'irliklari hisobga olinmaydi va ular cho'zilmaydi, bloklar orqali o'tganlari bloklar sirtida sirg'anmaydi deb hisoblanadi.

Kinematika va dinamika bo'limlarida katok va g'ildiraklar tekislikda sirpanmasdan harakatlanadi.

Agar shakldagi jismlar nomerlangan bo'lsa, u holda jadvalda va masala shartidagi P_1, l_1, r_1 va xokazolar 1-jismning og'irligi va o'lchovlarini, P_2, l_2, r_2 2-jismning og'irligi va o'lchovlarini bildiradi. Xuddi shu kabi kinematika va dinamikada v_B, a_B lar B nuqtaning tezligi va tezlanishini, ω_1, ε_1 lar 1-jismning burchak tezligi va burchak tezlanishini, ω_2, ε_2 lar 2-jismning va xokazo ifodalaydi. Bu haqda har bir masalada alohida aytilmagan bo'lishi mumkin.

Shuni ham e'tiborga olish lozimki, masala shartlarida berilgan kattaliklarning ba'zisi masala yechishda ishlamasligi mumkin, bu kattaliklar boshqa variantdagi masalalarni yechishda ishlaydi. Masalaning umumiy shartlarini o'qiyotganda faqat o'z variantingizga tegishli qismiga (sizning variantingiz shakli yoki shartlariga) e'tibor bering.

Nazorat ishiga kirgan masalalarni yechishga doir uslubiy ko'rsatmalar har bir masala shartidan so'ng "Ko'rsatmalar" umumiy nomi bilan berilgan. So'ngra, o'xshash masala yechib ko'rsatilgan. Shuning uchun ba'zi oraliqda hisoblashlar tushirib qoldirilgan. Lekin o'z masalangizni yechishda albatta barcha almashtirishlarni va hisoblashlarni to'la keltirishingiz shart. Masala oxirida javoblar keltiriladi.

NAZORAT TOPSHIRIQLARI

STATIKA

S1 TOPSHIRIQ

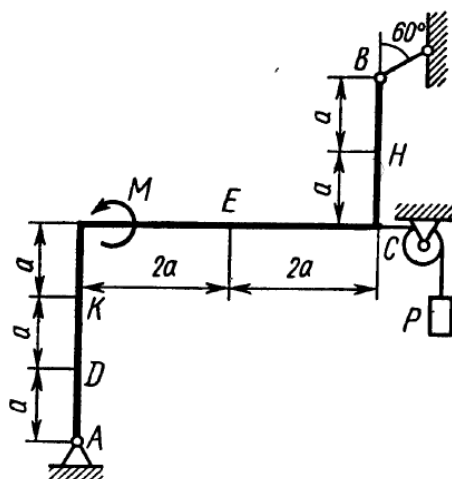
Vertikal tekislikda joylashgan AB o'zgarmas rama ($S1. 0 - S1.9$ shakllar, $S1$ jadval) A nuqtada sharnir yordamida qo'zg'almas qilib, B nuqtada esa og'irligi hisobga olinmaydigan sterjen yordamida yoki qo'zg'aluvchi sharnirli tayanchga mahkamlangan.

Ramaning C nuqtasiga sim arqon bog'langan bo'lib, blok orqali o'tgan arqon uchiga $P = 25 \text{ kN}$ yuk osilgan. Ramaga momenti $M = 100 \text{ kN/m}$ bo'lgan juft kuch va qo'yilish nuqtasi, miqdori va yo'nalishi jadvalda ko'rsatigan ikkita kuch ta'sir qiladi (masalan: 1-shartda ramaning D nuqtasiga qo'yilgan va gorizontall o'q bilan 15° burchak hosil qilgan $\vec{F}_2$ kuch, E nuqtasiga qo'yilgan, gorizontall o'q bilan 60° burchak hosil qilgan $\vec{F}_3$ kuch ta'sir qiladi).

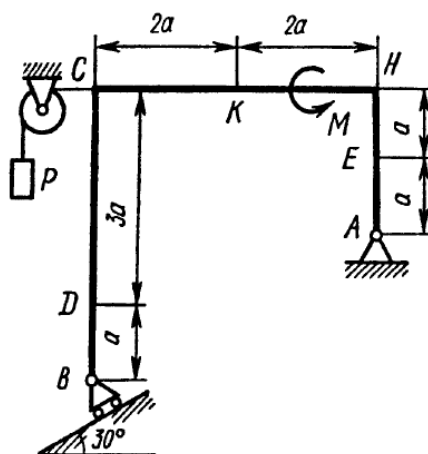
Qo'yilgan kuchlar ta'siridagi A va B nuqtalardagi tayanch reaksiya kuchlari aniqlansin. Hisoblash paytida $a = 0,5 \text{ m}$ ga teng deb olinsin.

Ko'rsatmalar: $S1$ topshiriq - tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi ta'siridagi jismning muvozanatiga doir masala. Masalani yechishda blok orqali o'tgan arqonning ikkala qismining tarangligi teng ekanligini (ishqalanish kuchini hisobga olmaganda) e'tiborga olish lozim. Momentlar tenglamasini soddaroq (tenglamaga kamroq noma'lum qatnashadigan) tuzish uchun ikkita noma'lum reaksiya kuchlarining ta'sir chiziqlari kesishgan nuqtaga nisbatan moment olish maqsadga muvofiq. $\vec{F}$ kuchning momentini hisoblashda uni yelkasi oson aniqlanadigan gorizontall $\vec{F}'$ va vertikal $\vec{F}''$ tashkil etuvchilarga ajratib, Varin'on teoremasidan foydalanish kerak:

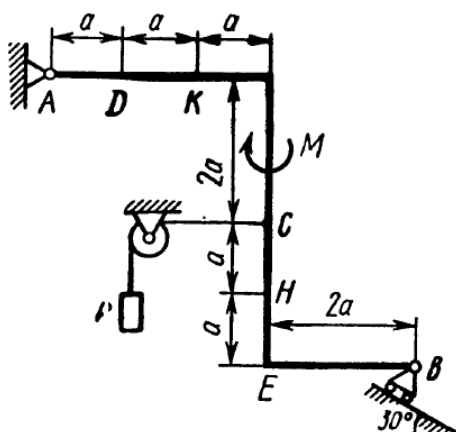
$$m_0(\vec{F}) = m_0(\vec{F}') + m_0(\vec{F}'')$$



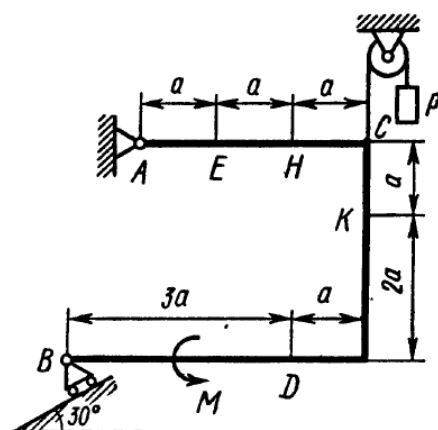
S1.0 shakl



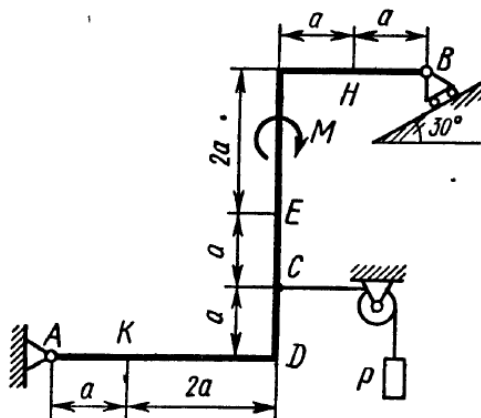
S1.1 shakl



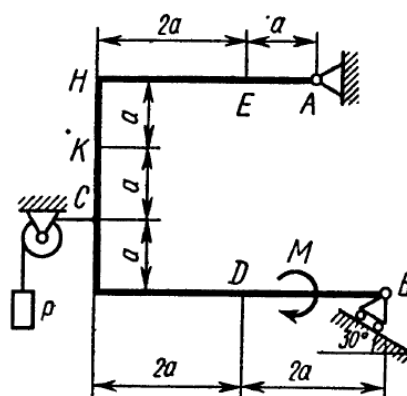
S1.2 shakl



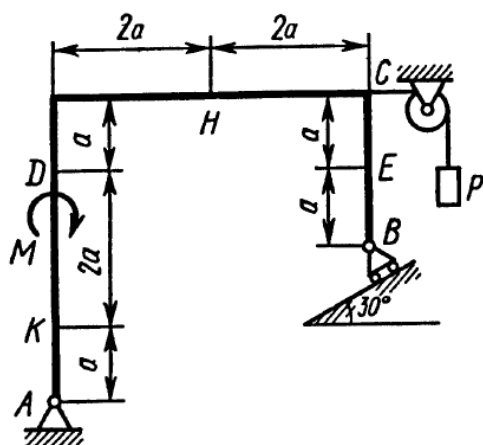
S1.3 shakl



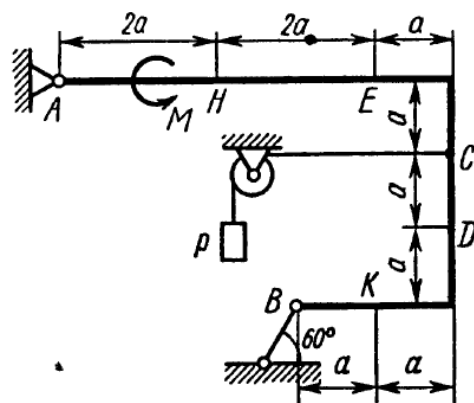
S1.4 shakl



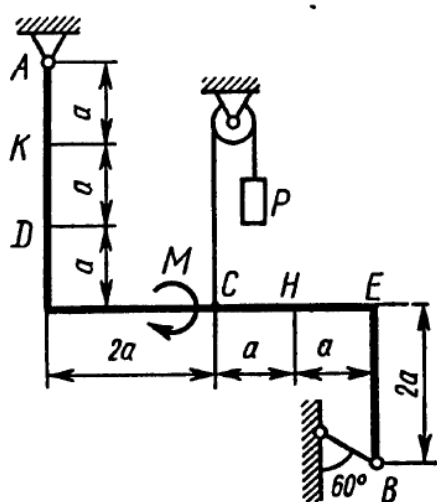
S1.5 shakl



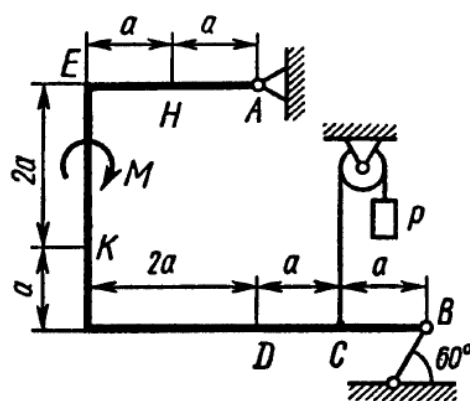
S1.6 shakl



S1.7 shakl



S1.8 shakl



S1.9 shakl

S1 jadval

Kuchlar								
Shart nomeri	$F_1 = 10kN$		$F_2 = 20kN$		$F_3 = 30kN$		$F_4 = 40kN$	
	Qo'yilish nuqtasi	α_1 grad	Qo'yilish nuqtasi	α_2 grad	Qo'yilish nuqtasi	α_3 grad	Qo'yilish nuqtasi	α_4 grad
0	H	30	-	-	-	-	K	60
1	-	-	D	15	E	60	-	-
2	K	75	-	-	-	-	E	30
3	-	-	K	60	H	30	-	-
4	D	30	-	-	-	-	E	60
5	-	-	H	30	-	-	D	75
6	E	60	-	-	K	15	-	-
7	-	-	D	60	-	-	H	15
8	H	60	-	-	D	30	-	-
9	-	-	E	75	K	30	-	-

S1 topshiriqni bajarish namunasi

$ABCD$ o'zgarmas plastinka ($S1$ -shakl) A nuqtada qo'zg'almas sharnirli tayanchga, B nuqtada esa g'ildirakli sharnir tayanchga mahkamlangan. Unga ta'sir etayotgan barcha kuchlar hamda masofalar shaklda ko'rsatilgan.

Berilgan: $F = 25 \text{ kN}$, $\alpha = 60^\circ$, $P = 18 \text{ kN}$, $\gamma = 75^\circ$, $M = 50 \text{ kN} \cdot m$,

$\beta = 30^\circ$, $a = 0,5m$

Qo'yilgan kuchlar ta'siri natijada A va B nuqtalardagi tayanchlarda hosil bo'lgan reaksiya kuchlari aniqlansin.

Yechish:

1. Plastinkaning muvozanat holatini tekshiramiz. Koordinata o'qlarini o'tkazamiz va plastinkaga ta'sir etayotgan $\vec{F}$ kuchni, momenti M bo'lgan juft kuchni, sim arqonning taranglik kuchi $\vec{T}$ ni (miqdor jihatidan $T=P$) va $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{R}_B$ tayanch reaksiya kuchlarini (A -qo'zg'almas sharnirli tayanchning reaksiya kuchini ikkita tashkil etuvchiga ajratdik, qo'zg'aluvchan sharnirli B tayanch reaksiya kuchi tayanch turgan tekislikka perpendikulyar yo'nalgan) shaklda tasvirlaymiz.

2. Hosil bo'lgan tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi uchun uchta muvozanat tenglamasini tuzamiz. $\vec{F}$ kuchni A nuqtaga nisbatan momentini hisoblashda uni $\vec{F}'$ va $\vec{F}''$ tashkil etuvchilarga ajratib,

$$(F' = F \cos \alpha, \quad F'' = F \sin \alpha) \quad m_A(\vec{F}) = m_A(\vec{F}') + m_A(\vec{F}'')$$

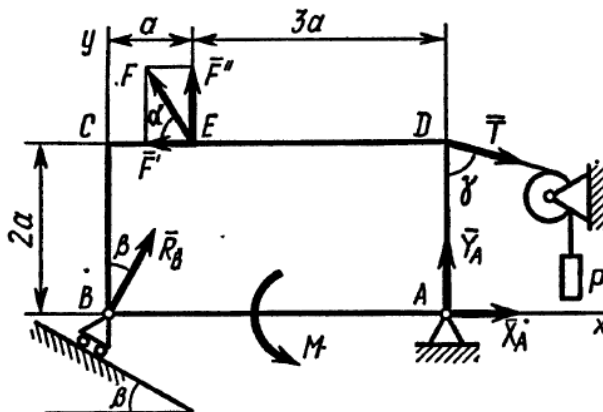
ifodadan foydalanamiz. Quyidagini hosil qilamiz:

$$\sum F_{kx} = 0, \quad X_A + R_B \sin \beta - F \cos \alpha + T \sin \gamma = 0; \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = 0, \quad Y_A + R_B \cos \beta + F \sin \alpha - T \cos \gamma = 0; \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sum m_A(\vec{F}_k) &= 0, & M - R_B \cos \beta \cdot 4a + F \cos \alpha \cdot 2a - \\ & - F \sin \alpha \cdot 3a - T \sin \gamma \cdot 2a = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$-F \sin \alpha \cdot 3a - T \sin \gamma \cdot 2a = 0 \quad (3)$$



S1 shakl

Tuzilgan tenglamalar sistemasiga berilgan kattaliklarning miqdorlarini qo'yib, hosil bo'lgan tenglamalardan noma'lum tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz.

Javob: $X_A = -8,5 \text{ kN}$; $Y_A = -23,3 \text{ kN}$; $R_B = 7,3 \text{ kN}$;

X_A, Y_A ifodalar oldidagi minus ishora $\overrightarrow{X_A}, \overrightarrow{Y_A}$ kuchlarning haqiqiy yo'nalishi S1 shaklda ko'rsatilganiga qarama-qarshi yo'nalganligini bildiradi.

S2 TOPSHIRIQ

Konstruksiya o'zgaras to'g'ri burchak shaklidagi rama va sterjendan tuzilgan bo'lib, ular C nuqtada bir-biri bilan sharnir yordamida tutashtirilgan (S2.0 - S2.5 shakllar), yoki bir-biriga erkin tiralib turadi (S2.6 - S2.9 shakllar). Konstruksiya quyidagicha tashqi bog'lanishlarga ega: A nuqtada qo'zg'almas sharnirli tayanch yoki shu uchi bilan devor yoki polga qistirib mahkamlangan, B nuqtada esa silliq tekislik (S2.0 va S2.1 shakllar) yoki BB^1 sterjen (S2.2 va S2.3 shakllar) yoki qo'zg'almas sharnirli tayanch (S2.4 - S2.9 shakllar), D nuqtada DD^1

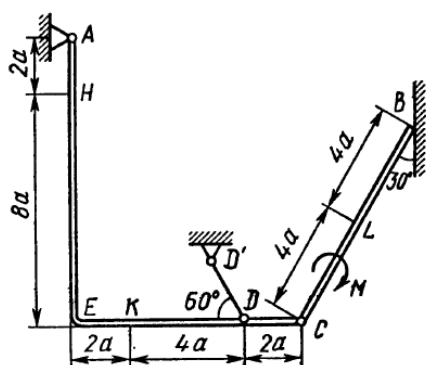
sterjen (S2.0, S2.3, S3.8 shakllar) yoki qo'zg'aluvchi sharnirli tayanch (S2.7 shakl).

Har bir konstruksiyaga momenti $M = 60 \text{ kN} \cdot \text{m}$ bo'lgan juft kuch, intensivligi $q = 20 \text{ kN/m}$ bo'lgan tekis tarqalgan kuch va ikkita kuch ta'sir qiladi. Bu ikki kuchning miqdori, qo'yilish nuqtasi va yo'nalishi S2 jadvalda berilgan. Jadvaldagi "yoyilgan kuch qo'yilgan qism" ustunida tekis tarqalgan kuchlarning ta'sir etish qismi ko'rsatilgan (masalan, 1 shart bo'yicha konstruksiya L nuqtaga qo'yilgan, gorizontaal o'q bilan 60° burchak hosil qilgan $\overrightarrow{F_2}$ kuch, E nuqtaga qo'yilgan, gorizontaal o'q bilan 30° burchak hosil qilgan $\overrightarrow{F_3}$ kuch, hamda CK qism bo'yicha yoyilgan kuch ta'sir qiladi).

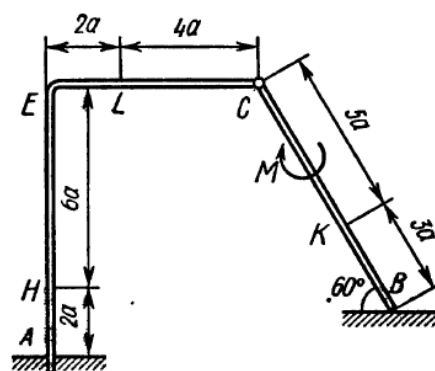
Qo'yilgan kuchlar ta'siridagi konstruksiyaning A, B, C (S2.0, S2.3, S2.7, S2.8 shakllar uchun D nuqtadagi) nuqtalaridagi tayanch reaksiya kuchlarini toping. Hisoblashlar paytida $a = 0,2 \text{ m}$ deb oling.

S2a jadvalda yoyilgan kuchlarning konstruksiyaning turli qismlarida qanday yo'nalganligi keltirilgan.

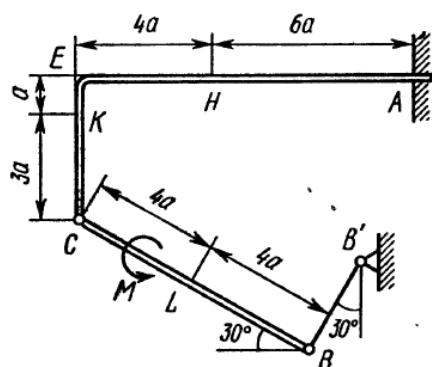
Ko'rsatmalar. S2-topshiriq tekislikda joylashgan kuchlar sistemasi ta'siridagi qattiq jismlar sistemasining muvozanatiga doir. Bu masalani yechish uchun avvalo, butun sistemaning muvozanatini tekshirib, barcha tenglamalarni birga yechish yoki sistemani birdaniga ikki qismga ajratib, har birini muvozanatini alohida-alohida tekshirib, ta'sirga aks ta'sirning tengligi qonunidan foydalanib yechish mumkin. Masalada bir uchi qistirib mahkamlangan tayanch ishtirok etsa uning reaksiya kuchlarini x va y o'qi bo'yicha tashkil etuvchilarga, hamda miqdor va yo'nalishi noma'lum juft kuch bilan almashtirib aniqlash kerak.



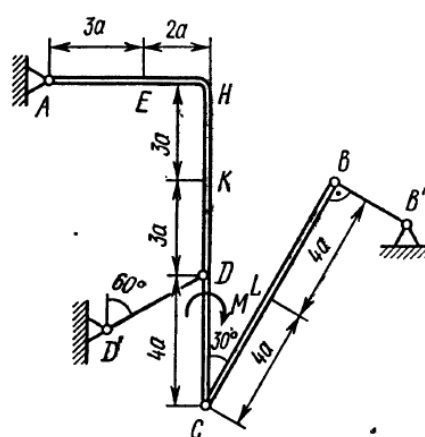
S2.0 shakl



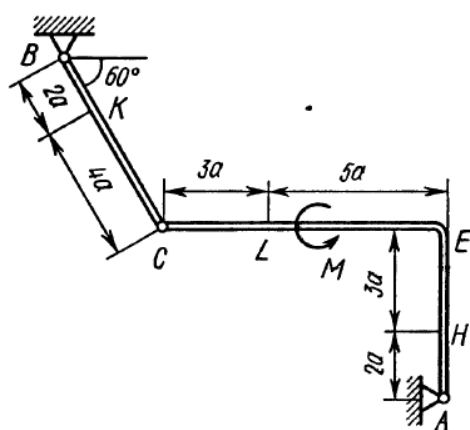
S2.1 shakl



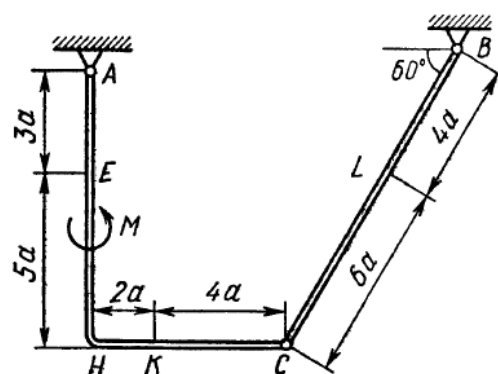
S2.2 shakl



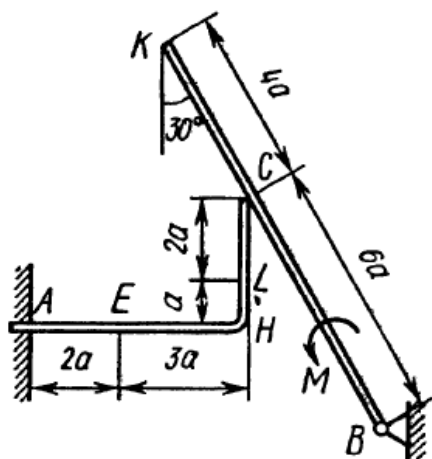
S2.3 shakl



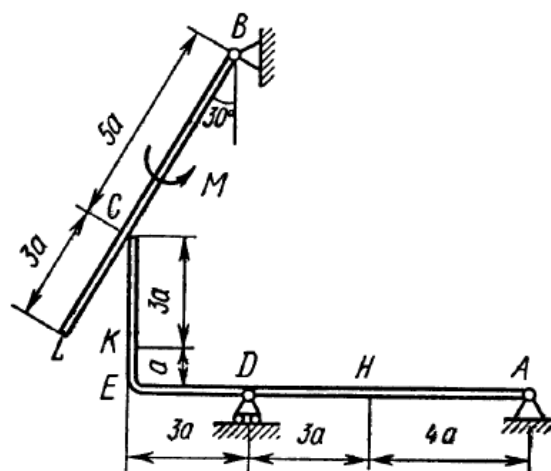
S2.4 shakl



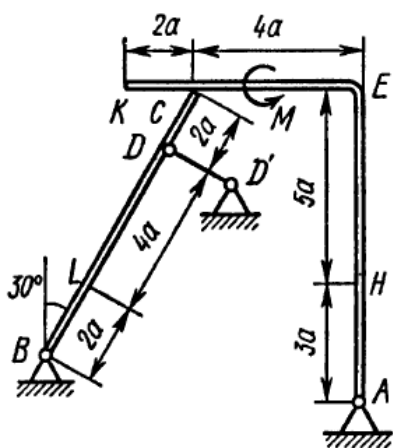
S2.5 shakl



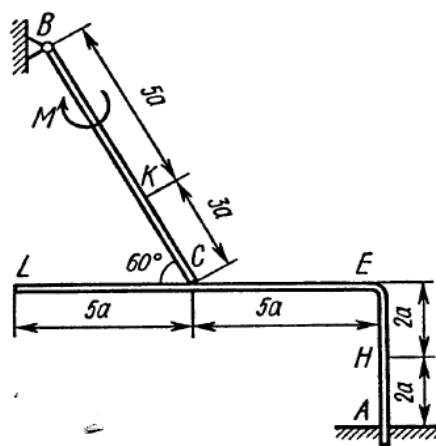
S2.6 shakl



S2.7 shakl



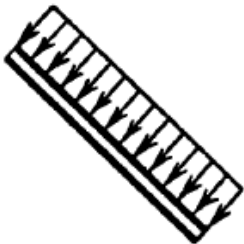
S2.8 shakl



S2.9 shakl

S2 jadval

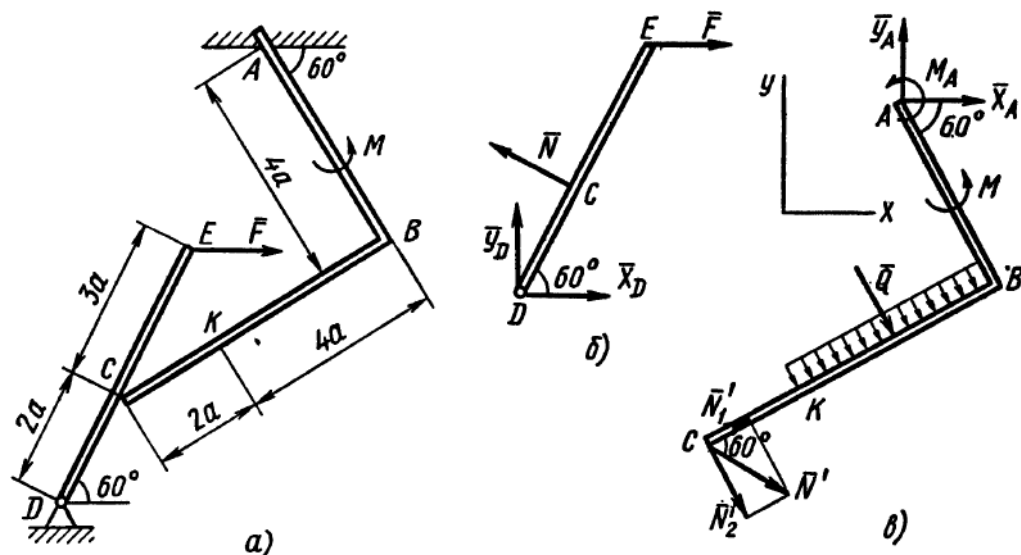
Kuch-lar									Yoyil-gan kuch qo'yil-gan qism
Shart nomeri	Qo'yilish nuqtasi	α_1 grad	Qo'yilish nuqtasi	α_2 grad	Qo'yilish nuqtasi	α_3 grad	Qo'yilish nuqtasi	α_4 grad	
0	K	60	-	-	H	30	-	-	CL
1	-	-	L	60	-	-	E	30	CK
2	L	15			K	60			AE
3			K	30			H	60	CL
4	L	30			E	60			CK
5			L	75			K	30	AE
6	E	60			K	75			CL
7			H	60	L	30			CK
8			K	30			E	15	CL
9	H	30					L	60	CK

To'g'ri burchak shaklidagi sterjenda		To'g'ri sterjen qismida	
gorizontal	vertikal	S2. 0,3,5,7,8-shakllar	S2. 1,2,4,6,9-shakllar
			

S2 topshiriqni bajarish namunasi: To'g'ri burchak shaklidagi ($\angle ABC = 90^\circ$) ABC ramaning A uchi qistirib mahkamlangan, C uchi esa DE sterjenga tiralib turadi. (S2a shakl). Sterjen D nuqtada qo'sg'almas sharnirli tayanchga mahkamlangan. Sterjenga $\vec{F}$ kuch, ABC sterjenning KB qismiga intensivligi q bo'lgan, tekis tarqalgan kuch va AB qismiga momenti M bo'lgan juft kuch ta'sir qiladi.

Berilgan: $F = 10 \text{ kN}$; $M = 5 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $q = 20 \text{ kN/m}$, $a = 0,2 \text{ m}$.
Qo'yilgan kuchlar ta'sirida A, C, D nuqtalardagi tayanchlar reaksiya kuchlari aniqlansin.

Yechish: 1. Noma'lum reaksiya kuchlarini aniqlash uchun sistemani ikki bo'lakka ajratamiz va oldin DE sterjenning muvozanatini tekshiramiz (S2 b shakl). x, y koordinata o'qlarini o'tkazamiz va sterjenga ta'sir etuvchi $\vec{F}$ kuchni, sterjenga perpendikulyar yo'nalgan $\vec{N}$ bog'lanishning reaksiya kuchini D nuqta tayanch reaksiyasining $\vec{X}_D$ va $\vec{Y}_D$ tashkil etuvchilarini shaklda tasvirlaymiz.



S2 shakl

Hosil bo'lgan tekislikdagi kuchlar sistemasi uchun uchta muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\sum F_{KX} = 0, \quad X_D + F - N \sin 60^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{KY} = 0, \quad Y_D + N \cos 60^\circ = 0 \quad (2)$$

$$\sum m_D(\vec{F}_k) = 0, \quad N \cdot 2a - F \cdot 5a \sin 60^\circ = 0 \quad (3)$$

2. Endi to'g'ri burchak shaklidagi stenjenning muvozanatini tekshiramiz (S2. 6 shakl). Unda $\vec{N}$ bosimga qarama-qarshi yo'nalgan stenjenning bosimi $\vec{N}'$ KB qism o'rtasiga qo'yilgan, tekis tarqalgan kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\vec{Q}$ kuch ($Q = q \cdot 4a = 16 \text{ kN}$) momenti M ga teng bo'lgan juft kuch, qistirib mahkamlangan rama A nuqtasining $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$ reaksiyalari va momenti M_A bo'lgan juft kuch ta'sir qiladi. Hosil bo'lgan tekislikdagi kuchlar sistemasi uchun uchta muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\sum F_{kx} = 0, \quad X_A + Q \cos 60^\circ + N' \sin 60^\circ = 0; \quad (4)$$

$$\sum F_{ky} = 0, \quad Y_A - Q \sin 60^\circ - N' \cos 60^\circ = 0; \quad (5)$$

$$\sum m_A(\overrightarrow{F_k}) = 0, \quad M_A + M + Q \cdot 2a + N' \cos 60^\circ \cdot 4a + N' \sin 60^\circ \cdot 6a = 0 \quad (6)$$

$\overrightarrow{N'}$ kuchni momentini hisoblashda uni $\overrightarrow{N'_1}$ va $\overrightarrow{N'_2}$ tashkil etuvchilarga ajratib, Varin'on teoremasini qo'llaymiz. Tuzilgan tenglamalarimizga berilgan kattaliklarning qiymatini quyib (1) - (6) tenglamalarni birgalikda yechib, noma'lum tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz. Ta'sirga aks ta'sir qonuniga ko'ra $N' = N$ ekanligini hisobga olamiz.

Javob: $N = 21,7 \text{ kN}, \quad Y_D = -10,8 \text{ kN}, \quad X_D = 8,8 \text{ kN},$

$X_D = -26,8 \text{ kN}, \quad Y_A = 24,7 \text{ kN}, \quad M_A = -42,6 \text{ kN} \cdot \text{m}$

Ishoralardan ma'lum bo'ladiki, $\overrightarrow{Y_D}, \overrightarrow{M_A}$ kuchlarning va momentning yo'nalishi shaklda ko'rsatilganiga qarama-qarshi bo'lar ekan.

S3 TOPSHIRIQ

Og'irliklari hisobga olinmaydigan oltita sterjen bir-birlari bilan ikkita tugunda sharnir yordamida birlashtirilgan, qolgan uchlari esa A, B, C, D qo'zg'almas tayanchlarga sharnirlar yordamida biriktirilgan (S3.0 - S3.9 shakllar, S3-jadval). Sterjen va tugunlar shaklda ko'rsatilmagan va talaba tomonidan o'z variantlarida berilgani bo'yicha tasvirlanishi kerak (tugunlar to'g'ri parallelepipedning H, K, L yoki M uchlarida joylashgan). Jadval ustunida ko'rsatilgan birinchi tugunga $P = 200 \text{ N}$ kuch, ikkinchi tugunga esa $Q = 100 \text{ N}$ kuch ta'sir qiladi. $\overrightarrow{P}$ kuch x, y, z koordinata o'qlarining musbat yo'nalishi bilan mos ravishda $\alpha_1 = 45^\circ, \beta_1 = 60^\circ, \gamma_1 = 60^\circ$, $\overrightarrow{Q}$ kuch esa $\alpha_2 = 60^\circ, \beta_2 = 45^\circ, \gamma_2 = 60^\circ$ burchaklar hosil qiladi. x, y, z o'qlarining yo'nalishi S3.0 shaklda ko'rsatilgan.

Parallelepipedning xy tekisligiga parallel yo'qlari kvadratdan iborat. Yon yoqlarining diagonallari esa xy tekisligi bilan $\gamma = 60^\circ$ burchak hosil qiladi. Parallelepipedning diagonalini xy tekisligi bilan $\theta = 51^\circ$ burchak hosil qiladi. Sterjenlardagi zo'riqish kuchlari aniqlansin. S3.10 shaklda misol tariqasida S3.1 shaklning agar masala shartlari bo'yicha tugunlar L va M nuqtada, sterjenlar

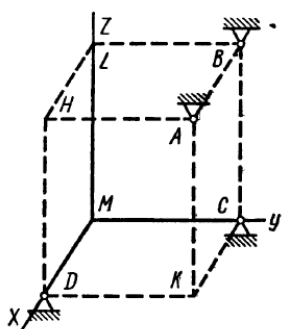
LM, LA, LB, MA, MC, MD bo'lgan holda qanday ko'rinishi tasvirlangan. Shu shaklda φ va θ burchaklar ham ko'rsatilgan.

Ko'rsatmalar. S3 topshiriq - fazodagi bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning muvozanatiga doir bo'lib, bu masalani yechish uchun sterjenlar birlashgan va berilgan kuch ta'sir etuvchi ikkita tugunning har birining muvozanatini alohida-alohida tekshirish lozim (ta'sirga aks ta'sir qonunini esda tutgan holda). Muvozanatni tekshirishni uchta sterjen tutashgan nuqtadan boshlash kerak.

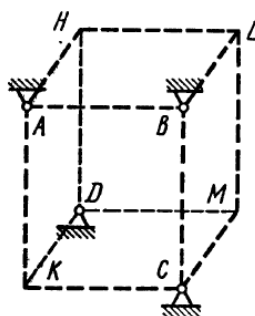
Shaklni shunday chizish lozimki, barcha sterjenlar yaxshi ko'rinib tursin (masshtabga to'la rioya qilmasa ham bo'ladi). Sterjenlarni jadvalda berilgan tartibda nomerlash lozim, sterjenlardagi zo'riqish kuchlarining indekisi sterjen nomeriga mos keluvchi raqam bilan belgilanadi (masalan $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$ va xokazo).

S3 jadval

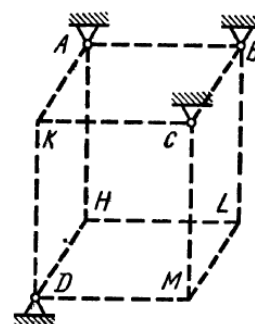
Shart nomeri	0	1	2	3	4
Tugunlar	H,M	L,M	K,M	L,H	K,H
Sterjenlar	HM,HA,YB, MA,MC,MD	LM,LA,LD, MA,MB,MC	KM,KA,KB, MA,MC,MD	LH,LC,LD, HA,HB,HC	KH,KB,Kc HA,HC,HD
Shart nomeri	5	6	7	8	9
Tugunlar	M,H	L,H	K,H	L,M	K,M
Sterjenlar	MH,MB,MC, HA,HC,HD	LH,LB,LD, HA,HB,HC	KH,KC,KD, HA,HB,Hc	LM,LB,LD MA,MB,MC	KM,KA,KD, MA,MB,MC



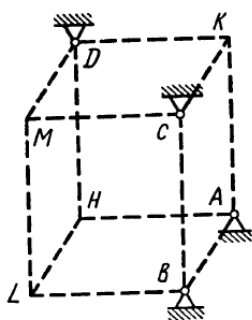
S3.0 shakl



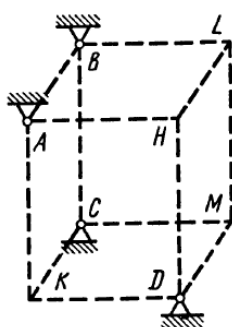
S3.1 shakl



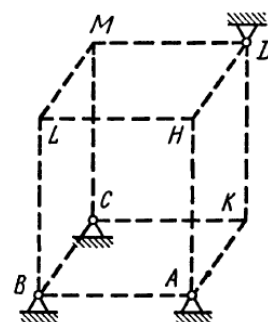
S3.2 shakl



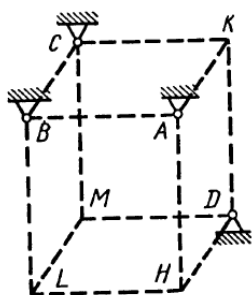
S3.3 shakl



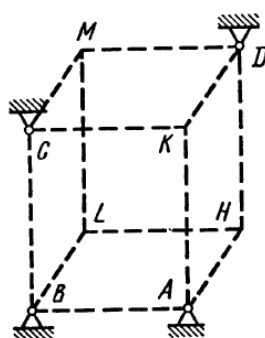
S3.4 shakl



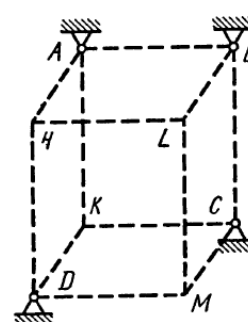
S3.5 shakl



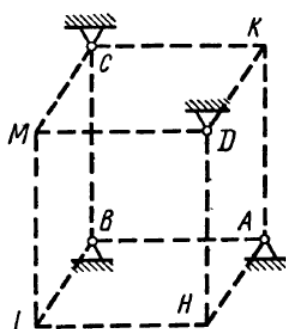
S3.6 shakl



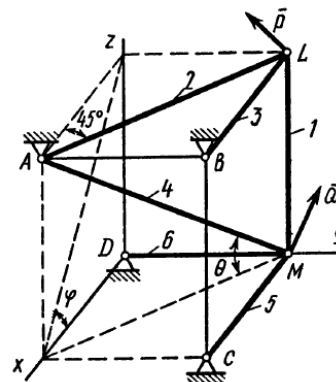
S3.7 shakl



S3.8 shakl



S3.9 shakl



S3.10 shakl

S3 topshiriqni bajarish namunasi: Og'irliklari hisobga olinmaydigan 1, 2, 6 sterjenlar bir - birlari bilan K va M tugunlarda va qo'zg'almas A, B, C, D tayanchlarda sharnirlar yordamida biriktirilgan (S3 shakl). K va M tugunlarga $\vec{P}$ va $\vec{Q}$ kuchlar qo'yilgan bo'lib, ular x, y, z koordinata o'qlari bilan mos ravishda $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ va $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ burchaklar hosil qiladi (shaklda faqat $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ burchaklar ko'rsatilgan).

Berilgan: $P = 100 \text{ N}$, $\alpha_1 = 60^\circ$, $\beta_1 = 60^\circ$, $\gamma_1 = 45^\circ$, $Q = 50 \text{ N}$,

$$\alpha_2 = 45^\circ, \beta_2 = 60^\circ, \gamma_2 = 60^\circ, \psi = 30^\circ, \delta = 74^\circ.$$

Masaladagi 1-6 sterjenlardagi zo'riqish kuchlari aniqlansin.

Yechish:

1. Masaladagi 1, 2, 3 sterjenlar kesishgan K tugun muvozanatini tekshiramiz. Bu tugunga $\vec{P}$ kuch ta'sir etadi va sterjenlarni cho'zilgan deb olsak, u holda ularning zo'riqishini tugundan yo'naltirilgan $\vec{N}_1, \vec{N}_2, \vec{N}_3$ kuchlar bilan almashtiramiz.

Hosil bo'lgan fazoviy kesishuvchi kuchlar sistemasi uchun uchta muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

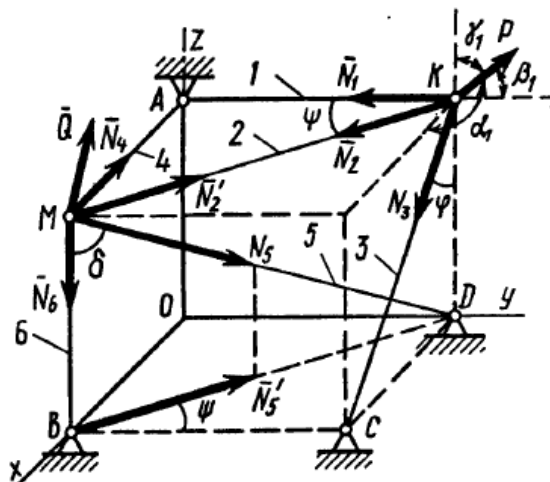
$$\sum F_{kx} = 0, \quad P \cos \alpha_1 + N_2 \sin \psi + N_3 \sin \varphi = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = 0, \quad P \cos \beta_1 - N_1 - N_2 \cos \psi = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_{kz} = 0, \quad P \cos \gamma_1 - N_3 \cos \varphi = 0 \quad (3)$$

$\vec{P}$ kuch miqdori va burchaklar qiymatlarini (1), (2), (3) tenglamalarga qo'yib noma'lum zo'riqishlarni topamiz: $N_1 = 349 \text{ N}$, $N_2 = -345 \text{ N}$, $N_3 = 141 \text{ N}$.

2. Endi M tugunga qo'yilgan kuchlar sistemasi muvozanatini tekshiramiz. Bu tugunga $\vec{Q}$ kuch va sterjenlarning $\vec{N}_2', \vec{N}_4, \vec{N}_5, \vec{N}_6$ zo'riqish kuchlari ta'sir qiladi. Ta'sirga aks ta'sir qonuniga ko'ra $\vec{N}_2'$ kuch $\vec{N}_2$ kuchga qarama-qarshi yo'nalgan, miqdorlari esa o'zaro teng: $\vec{N}_2' = -\vec{N}_2$, $N_2' = N_2$



Muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum F_{kx} = 0, \quad Q \cos \alpha_2 - N_2 \sin \psi - N_4 - N_5 \sin \delta \sin \psi = 0 \quad (4)$$

$$\sum F_{ky} = 0, \quad Q \cos \beta_2 + N_2 \cos \psi + N_5 \sin \delta \cos \psi = 0 \quad (5)$$

$$\sum F_{kz} = 0, \quad Q \cos \gamma_2 - N_5 \cos \delta - N_6 = 0 \quad (6)$$

(4) va (5) tenglamalarda qatnashayotgan $\vec{N}_5$ kuchning x va y o'qlaridagi proyeksiyalarini hisoblashda, avvalo uni xOy tekisligiga proyeksiyalab (miqdori $N'_5 = N_5 \sin \delta$) so'ngra bu proyeksiyani x va y o'qlariga proyeksiyasini olish qulayroq bo'ladi.

(4) va (5), (6) tenglamalar sistemasini $N'_2 = N_2 = -345N$ ekanligini hisobga olgan holda yechib, N_4 , N_5 , N_6 zo'riqlarini aniqlaymiz.

$$\text{Javob: } N_1 = 349 N, \quad N_2 = -345 N, \quad N_3 = 141 N, \quad N_4 = 50 N, \\ N_5 = 329 N, \quad N_6 = -66 N.$$

Ishoralardan ma'lum bo'ladiki 2 va 6 sterjenlar siqilgan, boshqalari esa cho'zilishga ishlayapti.

S4 TOPSHIRIQ

Ikkita bir jinsli to'g'ri burchakli yupqa plitalar bir-birlari bilan payvandlangan va A nuqtada sferik sharnirga (yoki podpyatnikka), B nuqtada silindrsimon sharnirga (podshipnikka) va 1-sterjenga tayangan (S4.0 - S4.7 shakllar), yoki A va B nuqtalarda podshipniklarga hamda 1 va 2 sterjenlarga tayangan S4.8, S4.9 shakllar).

Barcha sterjenlar plitaga va qo'zg'almas tayanchlarga sharnirlar yordamida biriktirilgan.

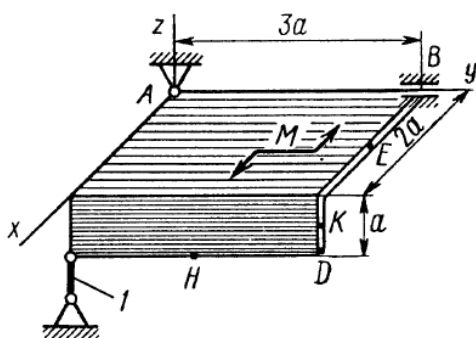
Plitalarning o'lchamlari shaklda ko'rsatilgan. Katta plitaning og'irligi $P_1 = 5 \text{ kN}$ kichiginiki esa $P_2 = 3 \text{ kN}$. Har bir plita koordinata tekisliklaridan biriga parallel joylashgan (xy - tekislik gorizontal). Plitalarga ikkita kuch va plitalardan birining tekisligida yotuvchi, momenti $M = 4 \text{ kN} \cdot \text{m}$ bo'lgan juft kuch ta'sir qiladi. Kuchlarning miqdori, qo'yilish nuqtasi va yo'nalishi S4 jadvalda berilgan. $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_4$ kuchlar xy tekisligiga parallel tekislikda, $\vec{F}_2$ kuch xz tekisligiga parallel tekislikda, $\vec{F}_3$ kuch yz tekisligiga parallel tekislikda joylashgan. Kuchlarning qo'yilish nuqtalari (D,E,H,K) plita uchlarida yoki tomonlari o'rtasida joylashgan.

A va B tayanchlardagi va strejenlardagi reaksiya kuchlarini aniqlansin. Hisoblashlar paytida $a = 0,6 \text{ m}$ deb oling.

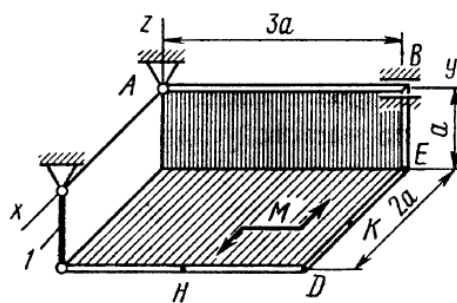
Ko'rsatmalar: S4 topshiriq- fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar ta'siridagi jismning muvozanatiga doir masala. Bu masalani yechishda sferik sharnirning (podpyatnikning) reaksiya kuchlarini koordinata o'qlari bo'yicha uchta tashkil etuvchilarga, silindrsimon sharnirning (podshipnikning) reaksiya kuchini esa sharnir (podshipnik) o'qiga perpendikulyar tekislikda ikkita tashkil etuvchiga ajratish kerak.

$\vec{F}$ kuchning momentini hisoblashda uni koordinata o'qlariga parallel ikkita (yoki uchta) $\vec{F}'$ va $\vec{F}''$ tashkil etuvchilarga ajratib, Varin'on teoremasi bo'yicha hisoblash lozim:

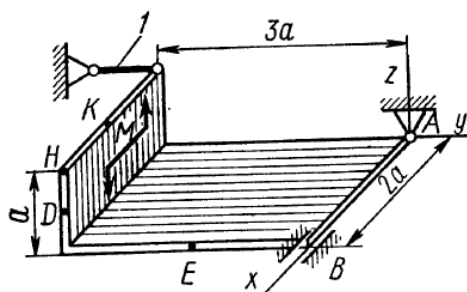
$$m_x(\vec{F}) = m_x(\vec{F}') + m_x(\vec{F}'')$$



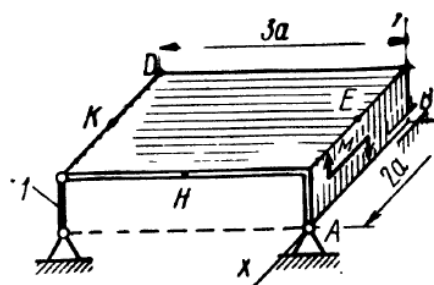
S4.0 shakl



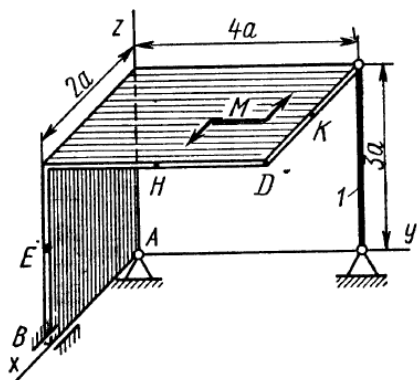
S4.1 shakl



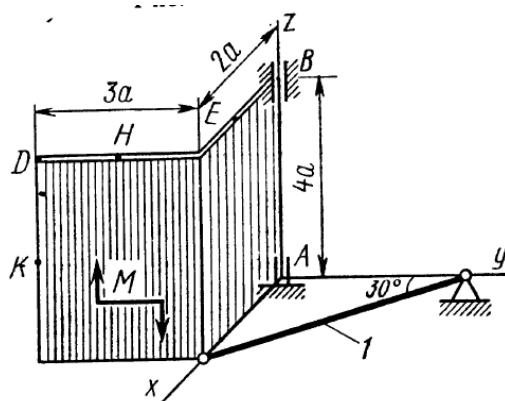
S4.2 shakl



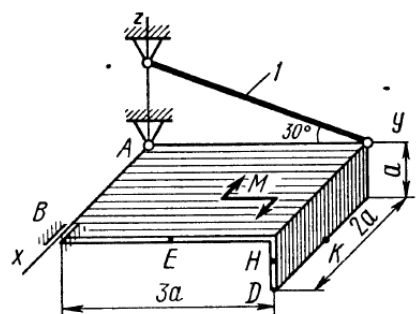
S4.3 shakl



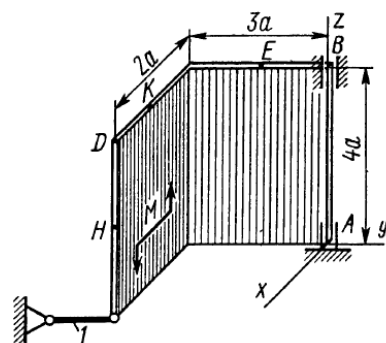
S4.4 shakl



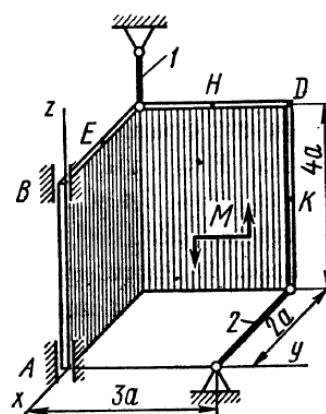
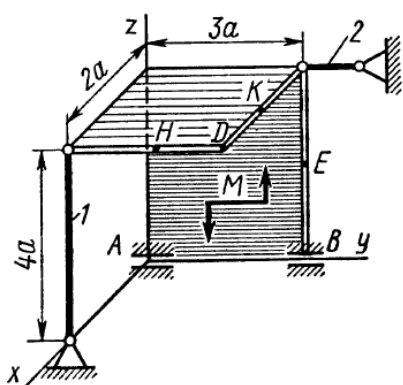
S4.5 shakl



S4.6 shakl



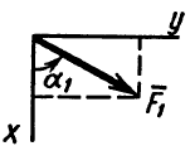
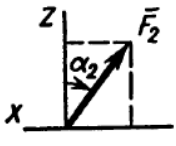
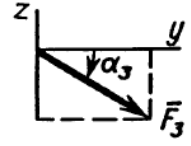
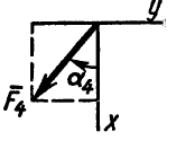
S4.7 shakl



S4.8 shakl

S4.9 shakl

S4 jadval

Kuchlar								
Shart numeri	$F_1 = 6 \text{ kN}$		$F_2 = 8 \text{ kN}$		$F_3 = 10 \text{ kN}$		$F_4 = 12 \text{ kN}$	
	Qo'yilish nuqtasi	α_1 , grad	Qo'yilish nuqtasi	α_2 , grad	Qo'yilish nuqtasi	α_3 , grad	Qo'yilish nuqtasi	α_4 , grad
0	E	60	H	30	-	-	-	-
1	-	-	D	60	E	30	-	-
2	-	-	-	-	K	60	E	30
3	K	30	-	-	D	0	-	-
4	-	-	E	30	-	-	D	60
5	H	0	K	60	-	-	-	-
6	-	-	H	90	D	30	-	-
7	-	-	-	-	H	60	K	90
8	D	30	-	-	K	0	-	-
9	-	-	D	90	-	-	H	30

S4 topshiriqni bajarish namunasi: Og'irligi P bo'lgan gorizontaal to'g'ri burchakli plita A nuqtada sferik sharnir bilan, B nuqtada silindrsimon sharnirga (podshipnikka), hamda DD' sterjenga tayanib turadi. (S4 shakl). Plitaga xz tekisligiga parallel tekislikda $\vec{F}$ kuch, yz tekisligiga parallel tekislikda esa momenti M bo'lgan juft kuch ta'sir qiladi.

Berilgan: $P = 3 \text{ kN}$, $F = 8 \text{ kN}$, $M = 4 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $\alpha = 60^\circ$,

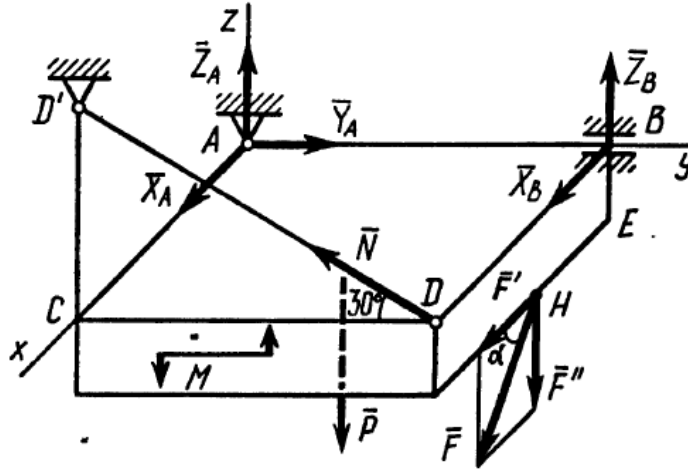
$AC = 0,8 \text{ m}$, $AB = 1,2 \text{ m}$, $BE = 0,4 \text{ m}$, $EN = 0,4 \text{ m}$.

A va B nuqtalarning tayanch reaksiya kuchlarini va DD' sterjendagi zo'riqishi aniqlansin.

Yechish:

Plitaning muvozanatini ko'ramiz. Plitaga berilgan $\vec{P}$ va $\vec{F}$ kuchlar, momenti M bo'lgan juft kuch va tayanch reaksiya kuchlari ta'sir qiladi. Sferik sharnirning reaksiya kuchlarini koordinata o'qlari bo'yicha $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$ tashkil etuvchilarga, silindrsimon sharnirnikini (Podshipnikini) podshipnik o'qiga

perpendikulyar tekislikdagi $\vec{X}_B$ va $\vec{Z}_B$ tashkil etuvchilarga ajratamiz. Sterjenni cho'zilgan deb hisoblab, uning zo'riqishi $\vec{N}$ ni sterjen bo'ylab D dan D' ga yo'naltiramiz.



S4 shakl

2. Natijada oltita noma'lum reaksiya kuchlarini aniqlash uchun plitaga ta'sir etuvchi fazoviy kuchlarning oltita muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\sum F_{kx} = 0, \quad X_A + X_B + F \cos 60^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = 0, \quad Y_A - N \cos 30^\circ = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_{kz} = 0, \quad Z_A + Z_B - P + N \sin 30^\circ - F \sin 60^\circ = 0 \quad (3)$$

$$\sum m_x(\vec{F}_k) = 0, \quad M - P \frac{AB}{2} + Z_B \cdot AB - F \sin 60^\circ \cdot AB + N \sin 30^\circ \cdot AB = 0 \quad (4)$$

$$\sum m_y(\vec{F}_k) = 0, \quad P \cdot \frac{AC}{2} - N \sin 30^\circ \cdot AC + F \sin 60^\circ \cdot \frac{AC}{2} - F \cos 60^\circ \cdot BE = 0 \quad (5)$$

$$\sum F_z(\vec{F}_k) = 0, \quad -F \cos 60^\circ \cdot AB - N \cos 30^\circ \cdot AC - X_B \cdot AB = 0 \quad (6)$$

$\vec{F}$ kuchning o'qlarga nisbatan momentini hisoblash uchun uni x va z o'qlariga parallel bo'lgan $\vec{F}'$ va $\vec{F}''$ tashkil etuvchilarga ajratib ($\vec{F}' = F \cos \alpha$, $\vec{F}'' = F \sin \alpha$), Varin'on teoremasini qo'llaymiz. (ko'rsatmalarga qarang). $\vec{N}$ zo'riqish momentini hisoblashda ham shu usulni qo'llash mumkin.

Tuzilgan tenglamalarga berilgan kattaliklarning miqdorlarini qo'yib noma'lum reaksiya kuchlarini aniqlaymiz.

Javob: $X_A = 3,4 \text{ kN}$, $Y_A = 5,1 \text{ kN}$, $Z_A = 4,8 \text{ kN}$, $X_B = -7,4 \text{ kN}$,
 $Z_B = 2,1 \text{ kN}$, $N = 5,9 \text{ kN}$.

X_B oldidagi minus ishora $\vec{X}_B$ ning haqiqiy yo'nalishi S4 shaklda ko'rsatilganiga qarama-qarshi ekanligini bildiradi.

KINEMATIKA K1 TOPSHIRIQ

K1 topshiriqqa bajarilishi kerak bo'lgan ikkita K1a va K1b topshiriqlar kiradi.

K1a topshiriq. B nuqta xy tekisligida harakatlanadi. (K1.0 - K1.9 shakllar, K1 jadval, shaklda nuqta trayektoriyasi shartli ravishda ko'rsatilgan). Nuqtaning harakat qonuni $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$ tenglamalar bilan berilgan, bu yerda x , y -santimetrlarda, t -sekundda o'lchanadi.

Nuqtaning trayektoriya tenglamasini, $t_1 = 1 \text{ s}$ vaqtdagi tezligi va tezlanishini, hamda uning urinma va normal tezlanishlarini, berilgan vaqtdagi nuqta trayektoriyasining egrilik radiusi aniqlansin.

$x = f_1(t)$ tenglamalar shaklda keltirilgan, $y = f_2(t)$ tenglamalar esa K1 jadvalda berilgan (0-2 shakllar uchun 2 ustunda, 3-6 shakllar uchun 3 ustunda, 7-9 shakllar uchun 4 ustunda).

S1-S4 topshiriqlardagi kabi shakl nomerini o'z sinov daftarchangiz oxirigidan oldingi raqami bo'yicha, K1 jadvaldagi shartlar nomerini sinov daftarchangiz oxirgi raqami bo'yicha tanlaysiz.

K1b topshiriq. Nuqta radiusi $R = 2 \text{ m}$ bo'lgan aylana yoyi bo'ylab K1 jadvalining 5-ustunida berilgan $s = f(t)$ qonun bo'yicha (s -metrlarda, t -sek).

harakatlanmoqda. Bu yerda $s = \widetilde{BM}$ nuqtaning biror B boshlang'ich holatdan yoy bo'ylab o'lchangan masofasi.

Nuqtaning $t_1=1$ s vaqtdagi tezligi va tezlanishi aniqlansin. Bu paytda nuqta M holatda deb olib, tezlik va tezlanishining $\vec{v}$, $\vec{a}$ vektorlarini shaklda tasvirlang. s sanoq yoyining musbat yo'nalishi B dan M ga qarab yo'nalgan.

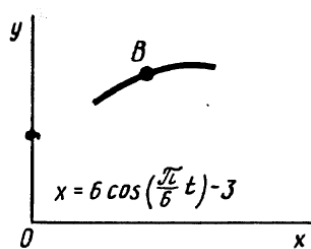
Ko'rsatmalar: $K1$ topshiriq-nuqta kinematikasiga doir bo'lib, nuqta tezligi va tezlanishini uning dekart koordinata o'qlaridagi proyeksiyalaridan foydalanib topish (nuqta harakatini koordinata usulida berilishi) formulalari, hamda harakat qonuni tabiiy usulda berilganda nuqtaning tezligi, urinma va normal tezlanishlarini aniqlash formulalaridan foydalanib topiladi. Masaladagi barcha kattaliklarni nuqtaning $t_1=1$ s vaqtdagi holati uchun aniqlash kerak. $K1a$ topshiriqdagi ba'zi variantlar uchun trayektoriya tenglamasini aniqlashda va hisoblarni soddalashtirishda trigonometriyadagi quyidagi formulalardan foydalanish qulay:

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1,$$

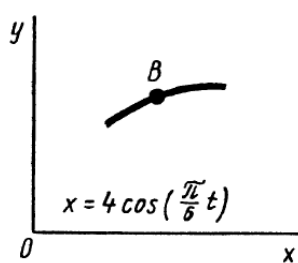
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$K1$ jadval

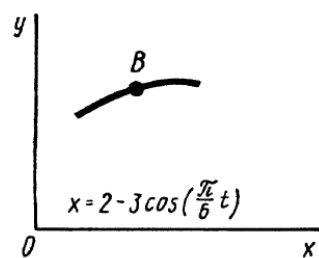
Shart nomeri	$y = f_2(t)$			$s = f(t)$
	0-2 shakllar	3-6-shakllar	7-9-shakllar	
1	2	3	4	5
0	$12\sin(\frac{\pi}{6}t)$	$2t^2$	$4\cos(\frac{\pi}{6}t)$	$4\cos(\frac{\pi}{6}t)$
1	$-6\cos(\frac{\pi}{3}t)$	$8\sin(\frac{\pi}{4}t)$	$6\cos^2(\frac{\pi}{6}t)$	$2\sin(\frac{\pi}{3}t)$
2	$-3\sin^2(\frac{\pi}{6}t)$	$(2+t)^2$	$4\cos(\frac{\pi}{3}t)$	$6t-2t^2$
3	$9\sin(\frac{\pi}{6}t)$	$2t^3$	$10\cos(\frac{\pi}{6}t)$	$-2\sin(\frac{\pi}{6}t)$
4	$3\cos(\frac{\pi}{3}t)$	$2\cos(\frac{\pi}{4}t)$	$-4\cos^2(\frac{\pi}{6}t)$	$4\cos(\frac{\pi}{3}t)$
5	$10\sin(\frac{\pi}{6}t)$	$2-3t^2$	$12\cos(\frac{\pi}{3}t)$	$-3\sin(\frac{\pi}{3}t)$
6	$6\sin^2(\frac{\pi}{6}t)$	$2\sin(\frac{\pi}{4}t)$	$-3\cos(\frac{\pi}{6}t)$	$3t^2 - 10t$
7	$-2\sin(\frac{\pi}{6}t)$	$(t+1)^3$	$-8\cos(\frac{\pi}{3}t)$	$-2\cos(\frac{\pi}{3}t)$
8	$9\cos(\frac{\pi}{3}t)$	$2-t^3$	$9\cos(\frac{\pi}{6}t)$	$3\sin(\frac{\pi}{6}t)$
9	$-8\sin(\frac{\pi}{6}t)$	$4\cos(\frac{\pi}{4}t)$	$-6\cos(\frac{\pi}{3}t)$	$-2\cos(\frac{\pi}{6}t)$



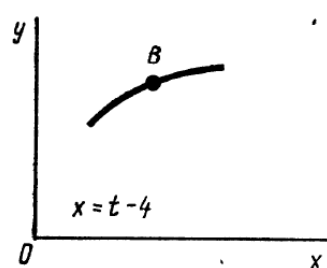
K1.0 shakl



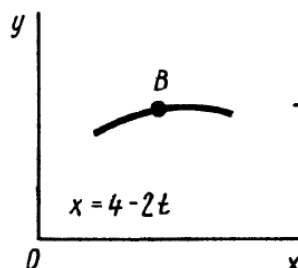
K1.1 shakl



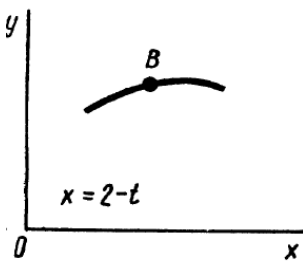
K1.2 shakl



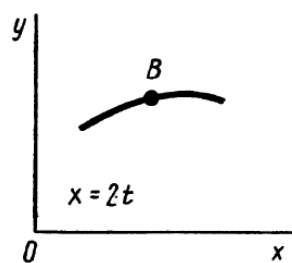
K1.3 shakl



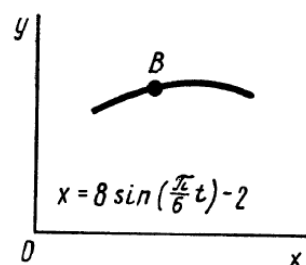
K1.4 shakl



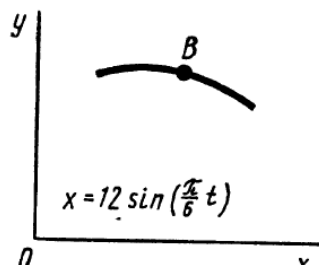
K1.5 shakl



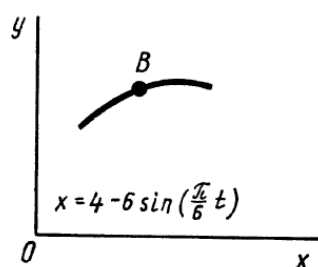
K1.6 shakl



K1.7 shakl



K1.8 shakl



K1.9 shakl

K1a topshiriqni bajarish namunasi: Nuqtaning tekislikdagi harakat qonuni berilgan:

$$x = -2 \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) + 3, \quad y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{8}t\right) - 1$$

(x va y – santimetrlarda, t – sekunda berilgan). Nuqtaning trayektoriya tenglamasini, $t_1=1$ s vaqtdagi tezligi va tezlanishini, hamda urinma va normal tezlanishlarini, trayektoriyaning egrilik radiusi aniqlansin.

Yechish: 1. Nuqta trayektoriyasining tenglamasini aniqlash uchun berilgan harakat tenglamalaridan t vaqtni chiqaramiz. Misolimizda t trigonometrik funksiya argumentiga kirganligi va bir argument ikkinchisiga nisbatan ikki barobar ortiq bo'lgani uchun quyidagi formuladan foydalanamiz:

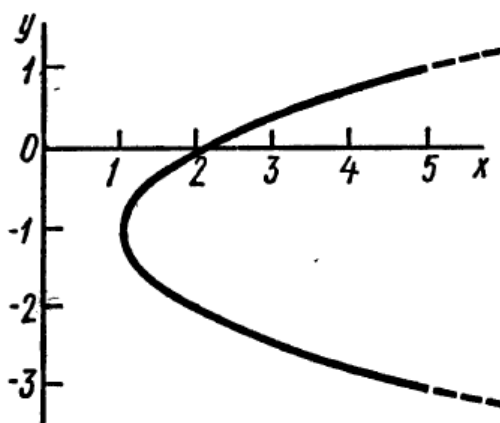
$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha \quad \text{yoki} \quad \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\pi}{8}t\right) \quad (1)$$

Harakat tenglamasidan mos ifodalarni topib (1) tenglikka qo'yamiz.

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) = \frac{3-x}{2}, \quad \sin\left(\frac{\pi}{8}t\right) = \frac{y+1}{2} \quad \text{demak,} \quad \frac{3-x}{2} = 1 - 2\frac{(y+1)^2}{4}$$

Bu yerdan nuqtaning trayektoriya tenglamasini hosil qilamiz (parabola, *KI a* shakl).

$$x = (y + 1)^2 + 1 \quad (2)$$



K1.a shakl

2. Nuqta tezligini uning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari orqali topamiz:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right);$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{\pi}{8}t\right); \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad t_1 = 1 \text{ s} \quad \text{vaqtda}$$

$$v_{1x} = 1,11 \text{ sm/s}, \quad v_{1y} = 0,73 \text{ sm/s}, \quad v = 1,33 \text{ sm/s}, \quad (3)$$

3. Huddi shu usulda nuqta tezlanishini topiladi:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{\pi^2}{8} \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right);$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\frac{\pi^2}{32} \sin\left(\frac{\pi}{8}t\right); \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad t = 1 \text{ s} \quad \text{vaqtda}$$

$$a_{1x} = 0,87 \text{ sm/s}^2, \quad a_{1y} = -0,12 \text{ sm/s}^2, \quad a_1 = 0,88 \text{ sm/s}^2 \quad (4)$$

4. Urinma tezlanish $v^2 = v_x^2 + v_y^2$ tenglikni differensiallab topiladi:

$$2v \frac{dv}{dt} = 2v_x \frac{dv_x}{dt} + 2v_y \frac{dv_y}{dt} \quad \text{yoki} \quad a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v} \quad (5)$$

(5) tenglikning o'ng tomoniga kiruvchi barcha kattaliklar (3) va (4) tengliklardan topiladi.

$$\text{Natijada } t_1 = 1 \text{ s} \text{ da} \quad a_{1\tau} = 0,66 \text{ sm/s}^2$$

5. Nuqtaning normal tezlanishini $a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2}$ formuladan topiladi. Bu yerga a_1 va $a_{1\tau}$ larning qiymatlarini qo'yib $a_{1n} = 0,58 \text{ sm/s}^2$ ni aniqlaymiz.

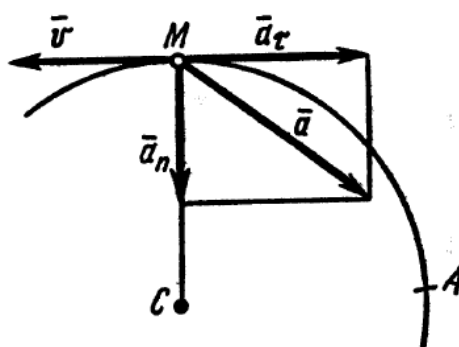
6. Nuqtaning egrilik radiusi $\rho = \frac{v^2}{a_n}$. Bu tenglikka v_1 va a_{1n} larning miqdorlarini qo'ysak, $t=1 \text{ s}$ vaqt uchun $\rho_1 = 3,05 \text{ sm}$ bo'ladi.

$$\text{Javob: } v_1 = 1,33 \text{ sm/s}, \quad a_1 = 0,88 \text{ sm/s}^2 \quad a_{1\tau} = 0,66 \text{ sm/s}^2 \\ a_{1n} = 0,58 \text{ sm/s}^2 \quad \rho_1 = 3,05 \text{ sm}.$$

K1b topshiriqni bajarish namunasi: Nuqta radiusi $R = 2\text{ m}$ bo'lgan aylana yoyi bo'ylab $s = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$ qonun bo'yicha harakatlanmoqda (s - metrda, t - sekundda), bu yerda $s = \widehat{BM}$ (K1b shakl). Nuqtaning $t_1 = 1\text{ s}$ vaqtdagi tezligi va tezlanishini toping.

Yechish: Nuqta tezligini topamiz:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right); \quad t_1 = 1\text{ s} \quad \text{vaqtda} \quad v_1 = \pi\sqrt{2}/4 = 1,11\text{ m/s};$$



K1.b shakl

Tezlanishni uning urinma va normal tashkil etuvchilari orqali topamiz:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = -\frac{\pi^2}{8} \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right), \quad a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{v^2}{R} \quad t_1 = 1\text{ s} \quad \text{va} \quad R = 2\text{ m}$$

ekanini hisobga olsak,

$a_{1\tau} = -\pi^2\sqrt{2}/16 = 0,87\text{ m/s}^2$, $a_n = v_1^2/2 = \pi^2/16 = 0,62\text{ m/s}^2$ u holda nuqtaning $t_1 = 1\text{ s}$ vaqtdagi tezlanishi $a_1 = \sqrt{a_{1\tau}^2 + a_{1n}^2} = \pi^2\sqrt{3}/16 = 1,07\text{ m/s}^2$ ga teng bo'ladi.

K1 b shaklda nuqta B nuqtadan harakatini boshlanishini hisobga olib, $\vec{v}_1$ va $\vec{a}_1$ tezlanishlarni ishorasiga qarab qo'yamiz.

K2 TOPSHIRIQ

Mexanizm bir-biri bilan tishlashgan yoki qayishli uzatma orqali tutashtirilgan 1-3 pog'onali g'ildiraklardan, 4 - tishli reykanadan va g'ildiraklardan

birortasiga o'ralgan ip uchiga osilgan 5-yukdan iborat (K2.0 - K2.9 shakllar, K2-jadval). G'ildiraklar pog'onalarining radiuslari mos ravishda 1-g'ildirakniki – $r_1 = 2 \text{ sm}$, $R_1 = 4 \text{ sm}$, 2-g'ildirakniki – $r_2 = 6 \text{ sm}$, $R_2 = 8 \text{ sm}$, 3-g'ildirakniki – $r_3 = 12 \text{ sm}$, $R_3 = 16 \text{ sm}$ ga teng. A, B, va C nuqtalar g'ildiraklarning to'g'ida joylashgan.

Jadvalning “Berilgan” ustunida mexanizmni yetaklovchi zvenosining harakat qonuni yoki tezligining o'zgarish qonuni berilgan bo'lib, bu yerda $\varphi_1(t)$ 1-g'ildirakning harakat qonuni, $S_4(t)$ 4-reykaning harakat qonuni, $\omega_2(t)$ 2-g'ildirak burchak tezligining o'zgarish qonuni, $v_5(t)$ 5-yuk tezligining o'zgarish qonuni va hokazo. (Barcha variantda φ -radianlarda, s-santimetrlarda, t-sekundlarda o'lchanadi).

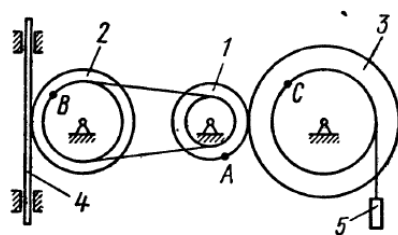
$t_1 = 2 \text{ s}$ vaqt uchun jadvalning “Topish kerak” ustunida ko'rsatilgan nuqtalarning yoki jismlarning tezliklari ($\vec{v}$ chiziqli tezlik, ω -burchak tezlik, v_5 - 5 yukning tezligi) va tezlanishlari (a -chiziqli tezlanish, ε - burchak tezlanishi) aniqlansin.

Ko'rsatmalar: K2 topshiriq-qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakatini tekshirishga doir. Masalani yechayotganda agar ikki g'ildirak tishlashgan bo'lsa, ikkala g'ildirak tishlashgan nuqtalarning tezliklari tengligini hamda, agar ikki g'ildirak qayishli uzatma yordamida tutashtirilgan bo'lsa, qayishdagi barcha nuqtalarning (shu jumladan g'ildiraklar to'g'inlaridagi barcha nuqtalarning) tezliklari miqdor jihatdan bir xil ekanligini hisobga olish lozim. Qayish g'ildirak to'g'inida sirpanmasdan harakatlanadi deb hisoblansin.

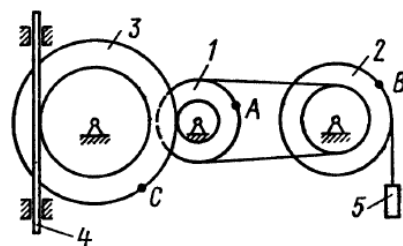
K2 jadval

Shartning tartib raqami	Berilgan	Topish kerak	
		tezliklar	tezlanishlar
0	$S_4 = 4(7t - t^2)$	v_B, v_C	ε_2, a_A, a_5
1	$v_5 = 2(t^2 - 3)$	v_A, v_C	ε_3, a_B, a_4
2	$\varphi_1 = 2t^2 - 9$	v_4, ω_2	ε_2, a_C, a_5
3	$\omega_2 = 7t - 3t^2$	v_5, ω_3	ε_2, a_A, a_4
4	$\varphi_3 = 3t - t^2$	v_4, ω_1	ε_1, a_B, a_5
5	$\omega_1 = 5t - 2t^2$	v_5, ω_B	ε_2, a_C, a_4
6	$\varphi_2 = 2(t^2 - 3t)$	v_4, ω_1	ε_1, a_C, a_5

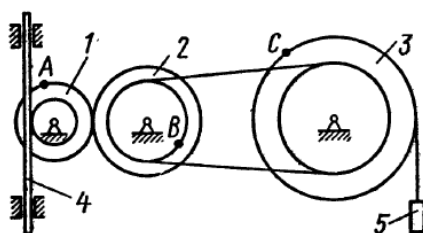
7	$v_4 = 3t^2 - 8$	v, ω_3	ε_3, a_B, a_5
8	$S_5 = 2t^2 - 5t$	v, ω_2	ε_1, a_C, a_4
9	$\omega_3 = 8t - 3t^2$	v_5, v_B	ε_2, a_A, a_4



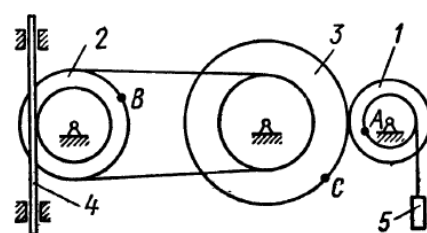
K2.0 shakl



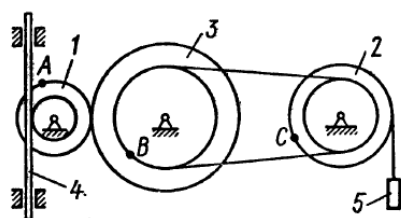
K2.1 shakl



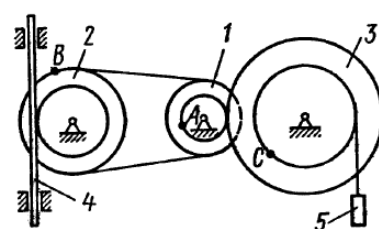
K2.2 shakl



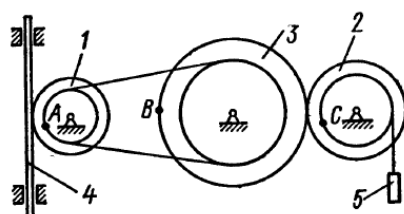
K2.3 shakl



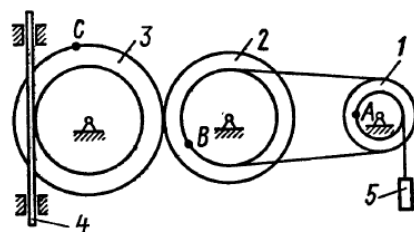
K2.4 shakl



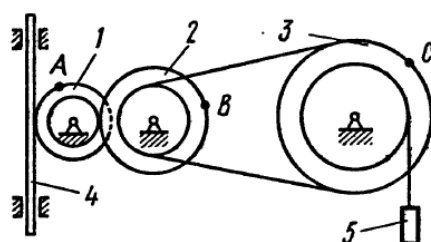
K2.5 shakl



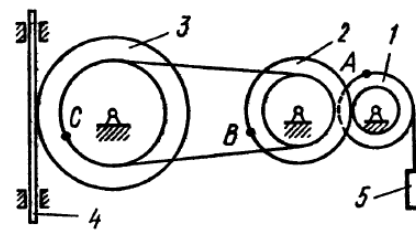
K2.6 shakl



K2.7 shakl



K2.8 shakl



K2.9 shakl

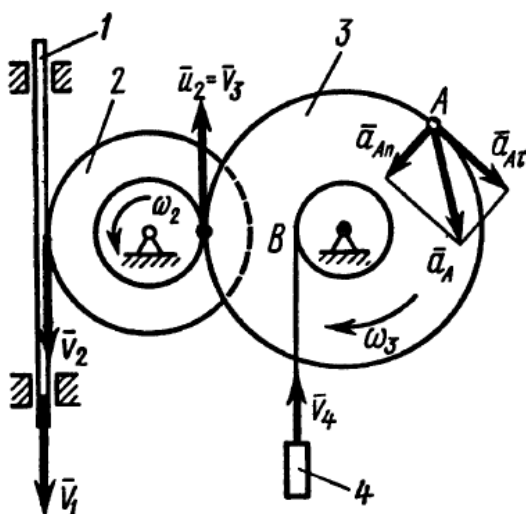
K2 topshiriqni bajarish namunasi: 1-tishli reyka, radiuslari r_2 va R_2 bo'lgan 2-pog'onali g'ildirak, radiusi r_3 bo'lgan val bilan qo'zg'almas qilib biriktirilgan radiusi R_3 bo'lgan g'ildiraklar bir-birlari bilan tishlashgan. Valga o'ralgan ipga 4 - yuk osilgan (K2 shakl). Tishli reyka $s_1 = f(t)$ qonun bo'yicha harakat qiladi.

Berilgan: $R_2 = 6 \text{ sm}$, $r_2 = 4 \text{ sm}$, $R_3 = 8 \text{ sm}$,

$r_3 = 3 \text{ sm}$, $s_1 = 3t^3$ (s-santimetrlarda, t-sekundda), $t_1 = 3 \text{ s}$, A nuqta 3-g'ildirak to'g'ida joylashgan.

Topish kerak: ω_3 , v_4 , ε_3 , a_2 kattaliklarning $t = t_1$ vaqtdagi qiymatini.

Yechish: G'ildiraklarning tashqi pog'onalarining to'g'igidagi (radiusi R_i) nuqtalarning tezligini v_i ichki pog'onalarining to'g'igidagi (radiusi r_i) nuqtalarning tezligini u_i bilan belgilaymiz.



K2 shakl

1. Barcha g'ildiraklarning burchak tezliklarini t vaqtning funksiyasi sifatida aniqlaymiz, 1 reykaning harakat qonuni berilgani uchun, uning tezligini topamiz:

$$v_1 = \frac{ds_1}{dt} = 9t^2 \quad (1)$$

Reyka bilan 2-g'ildirak tishlashgani uchun $v_2 = v_1$ yoki $v_1 = \omega_2 R_2$ Ikkinchi tomondan 2 va 3-g'ildiraklar ham tishlashganligi uchun $u_2 = v_3$ yoki $\omega_2 r_2 = \omega_3 R_3$. Bu tengliklardan quyidagilarni topamiz:

$$\omega_2 = \frac{v_1}{R_2} = \frac{3}{2}t^2, \quad \omega_3 = \frac{r_2}{R_3} \omega_2 = \frac{3}{4}t^2 \quad (2) \quad t_1 = 3s \quad \text{vaqt} \quad \text{uchun}$$

$$\omega_3 = 6,75 \text{ s}^{-1} \text{ hosil qilamiz.}$$

2. v_4 ni aniqlaymiz. $v_4 = v_B = \omega_3 r_3$ bo'lgani uchun $t = 3s$ da $v_4 = 20,25 \frac{m}{s}$.

3. ε_3 ni aniqlaymiz. (2) tenglamadan foydalanib ε_3 ni topamiz:

$$\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = 1,5t, \quad t_1 = 3s \text{ da } \varepsilon_3 = 4,5 \text{ s}^{-2}.$$

4. a_A ni aniqlash. A nuqta aylanma harakatda bo'lgani uchun

$$\vec{a}_A = \vec{a}_{A\tau} + \vec{a}_{An} \text{ bu yerda } a_{A\tau} = R_3 \varepsilon_3,$$

$$a_{An} = R_3 \omega_3^2 \quad \text{u holda } t = 3s \text{ vaqt uchun:}$$

$$a_{A\tau} = 36 \text{ sm/s}^2; \quad a_{An} = 364,5 \text{ sm/s}^2; \quad a_A = \sqrt{a_{A\tau}^2 + a_{An}^2} = 366,3 \text{ sm/s}^2$$

K2 shaklda barcha nuqtalarning tezlik va tezlanishlari hamda g'ildiraklarning burchak tezliklarining yo'nalishi ko'rsatilgan.

$$\text{Javob: } \omega_3 = 6,75 \text{ s}^{-1}; \quad v_4 = 20,25 \text{ sm/s}; \quad \varepsilon_3 = 4,5 \text{ s}^{-2}; \quad a_A = 366,3 \text{ sm/s}^2;$$

K3 TOPSHIRIQ

Mexanizm 1,2,3,4-sterjenlar va B yoki E polzundan (K3.0 - K3.7 shakllar), yoki 1,2,3-sterjenlar va B, E polzunlardan (K3.8 - K3.9 shakllar) iborat bo'lib, ular birlari va O_1, O_2 qo'zg'almas tayanchlar bilan sharnirlar yordamida tutashtirilgan. D nuqta AB sterjenning o'rtasida yotadi. Sterjenlarning uzunliklari mos ravishda $l_1 = 0,4 \text{ m}$, $l_2 = 1,2 \text{ m}$, $l_3 = 1,4 \text{ m}$, $l_4 = 0,6 \text{ m}$ ga teng.

Mexanizmning holati $\alpha, \beta, \gamma, \varphi, \theta$ burchaklari bilan aniqlanadi. Bu burchaklarning qiymatlari va kerakli miqdorlar (0-4 shakllar uchun) K3 a jadvalida va (5-9 shakllar uchun) K3 b jadvalida berilgan.

K3a jadvaldagi ω_1 va ω_4 o'zgarmas miqdorlar ($\omega_1 = \text{const}$, $\omega_4 = \text{const}$), jadvalning "Topish kerak" ustunida ko'rsatilgan kattaliklar aniqlansin. Shakldagi yoysimon strelka, mexanizm chizmasini chizishda burchaklarni soat strelkasi harakati yo'nalishida yoki qarama-qarshi yo'nalishda olish kerakligini ko'rsatadi. (Masalan, 8 shakldagi γ burchak DB to'g'ri chiziqdan soat strelkasi yo'nalishida olinadi, 9 shaklda esa soat strelkasi yo'nalishiga teskari yo'nalishda olinadi va hokazo).

Mexanizm holatini aniqlashni, holati α burchak bilan belgilanadigan sterjendan boshlash kerak. Sirpanuvchi polzunning harakatini aniqroq ko'rsatish uchun K3 masaladagi kabi tasvirlash kerak. (K3 b shaklga qarang).

Berilgan burchak tezlik va burchak tezlanishni soat strelkasi harakatiga qarshi yo'nalishda, $\vec{v}_B$ tezlik va $\vec{a}_B$ tezlanishni B nuqtadan b ga qarab yo'nalgan deb olish lozim.

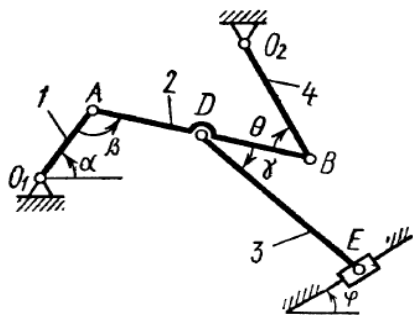
K3a jadval (K3.0-K3.4 shakllarga)

Shart nomeri	Burchaklar, grad					Berilgan		Topish kerak			
	α	β	γ	φ	θ	$\omega_1,$ 1/s	$\omega_4,$ 1/s	v, nuqta tezliklari	ω , burchak tezlik	a, nuqta tezlanishi	ε , burchak tezlanishi
0	0	60	30	0	120	6	-	B, E	DE	B	AB
1	90	120	150	0	30	-	4	A, E	AB	A	AB

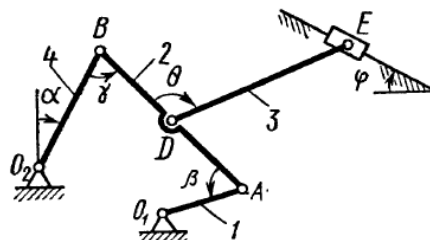
2	30	60	30	0	120	5	-	B,E	AB	B	AB
3	60	150	150	90	30	-	5	A,E	DE	A	AB
4	30	30	60	0	150	4	-	D,E	AB	B	AB
5	90	120	120	90	60	-	6	A,E	AB	A	AB
6	90	150	120	90	30	3	-	B,E	DE	B	AB
7	0	60	60	0	120	-	2	A,E	DE	A	AB
8	60	150	120	90	30	2	-	D,E	AB	B	AB
9	30	120	150	0	60	-	8	A,E	DE	A	AB

K3b jadval (K3.5-K3.9 shakllarga)

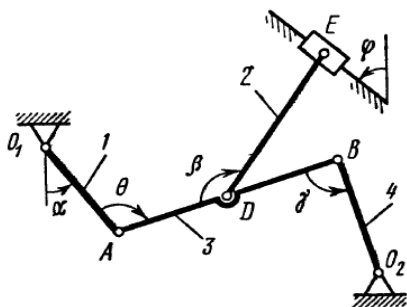
Shart noma ri	Burchaklar, grad					Berilgan				Topish kerak			
	α	β	γ	φ	θ	$\omega_1,$ $1/s$	$\varepsilon_1,$ $1/s^2$	$v_B,$ m/s	$a_B,$ m/s^2	$v,$ nuqta tezlik lari	$\omega,$ bur chak tezlik	$a,$ nuqta tezlan ishi	$\varepsilon,$ bur chak tezlanis hi
0	120	30	30	90	150	2	4	-	-	B,E	AB	B	AB
1	0	60	90	0	120	-	-	4	6	A,E	DE	A	AB
2	60	150	30	90	30	3	5	-	-	B,E	AB	B	AB
3	0	150	30	0	60	-	-	6	8	A,E	AB	A	AB
4	30	120	120	0	60	4	6	-	-	B,E	DE	B	AB
5	90	120	90	90	60	-	-	8	10	D,E	DE	A	AB
6	0	150	90	0	120	5	8	-	-	B,E	DE	B	AB
7	30	120	30	0	60	-	-	2	5	A,E	AB	A	AB
8	90	120	120	90	150	6	10	-	-	B,E	DE	B	AB
9	60	60	60	90	30	-	-	5	4	D,E	AB	A	AB



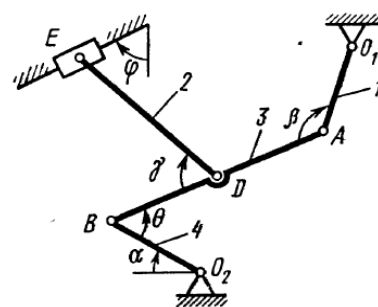
K3.0 shakl



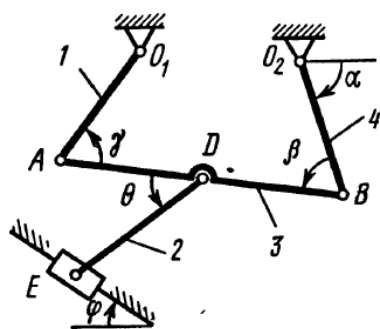
K3.1 shakl



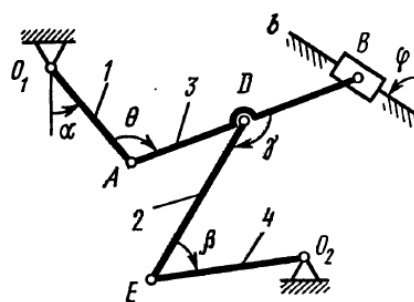
K3.2 shakl



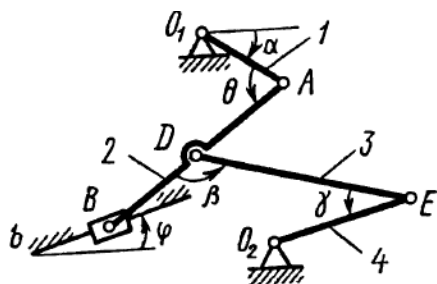
K3.3 shakl



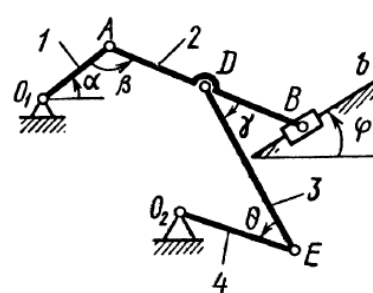
K3.4 shakl



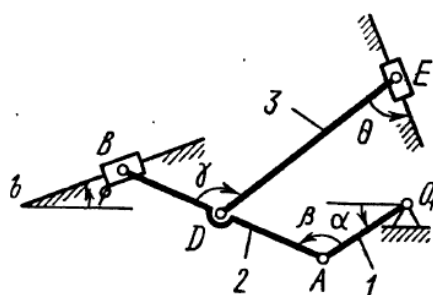
K3.5 shakl



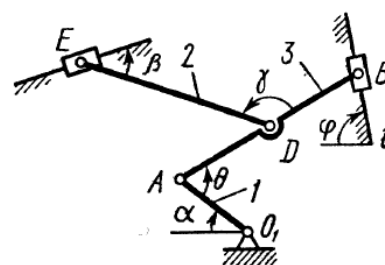
K3.6 shakl



K3.7 shakl



K3.8 shakl



K3.9 shakl

Ko'rsatmalar: K3 topshiriq-qattiq jismning tekis parallel harakatini tekshirishga doir. Bu masalani yechishda mexanizm nuqtalarining tezligini yoki qismlarining burchak tezligini aniqlash uchun tekis shakl ikki nuqtasi tezliklarining proyeksiyalari haqidagi teoremdan va tezliklar oniy markazidan foydalanish kerak. Teorema yoki tezliklar oniy markazidan foydalanganda mexanizmning har bir qismiga ularni alohida-alohida qo'llashni unutmang.

Mexanizm nuqtalarining tezlanishlarini topishda quyidagi vektor tenglikdan foydalaning:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^{\tau} + \vec{a}_{BA}^n$$

bu yerda A - nuqta-tezlanishi $\vec{a}_A$ berilgan yoki masala shartlardan tezda aniqlanadigan qutb nuqta (agar A nuqta aylana yoyi bo'ylab harakatlanayotgan bo'lsa, u holda $\vec{a}_A = \vec{a}_A^{\tau} + \vec{a}_A^n$), B nuqta esa tezlanishi $\vec{a}_B$ aniqlanishi lozim bo'lgan nuqta (agar B nuqta ham aylana yoyi bo'ylab harakatlanayotgan bo'lsa, u holda K3 topshiriqqa berilgan misol oxiridagi izohga qarang).

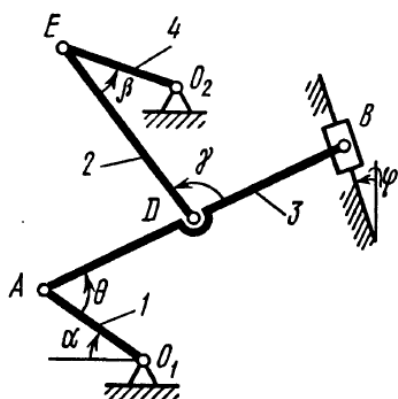
K3 topshiriqni bajarish namunasi: Mexanizm (K3a shakl) 1,2,3,4-sterjenlardan va B polzundan iborat bo'lib, ular bir-birlari va qo'zg'almas O_1 va O_2 tayanchlar bilan sharnirlar yordamida tutashtirilgan.

Berilgan: $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 150^\circ$, $\gamma = 90^\circ$, $\varphi = 30^\circ$, $\theta = 30^\circ$,

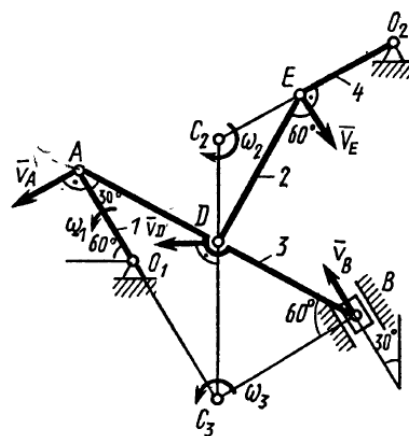
$AD = DB$, $l_1 = 0,4 \text{ m}$, $l_2 = 1,2 \text{ m}$, $l_3 = 1,4 \text{ m}$, $\omega_1 = 2 \text{ s}^{-1}$, $\varepsilon_1 = 7 \text{ s}^{-2}$.

(ω_1 va ε_1 yo'nalishi soat strelkasiga teskari yo'nalishda)

Topish kerak: v_B , v_E , ω_2 , a_B , ε_3



K3a shakl



K3b shakl

Yechish:

1. Mexanizm holatini berilgan burchaklar asosida quramiz (K3b shakl, shu shaklda barcha tezlik vektorlarini tasvirlaymiz).
2. v_B ni aniqlash. B nuqta AB sterjenga tegishli. B nuqtaning v_B tezligini topish uchun sterjen biror nuqtasining tezligi va $\vec{v}_B$ ning yo'nalishini bilishimiz kerak. Masala shartlariga ko'ra, ω_1 yo'nalishini hisobga olgan holda $\vec{v}_A$ ning miqdori va yo'nalishini topish mumkin:

$$v_A = \omega_1 l_1 = 0,8 \text{ m/s} \quad \vec{v}_A \perp O_1 A \quad (1)$$

$\vec{v}_B$ tezlik yo'nalishini B nuqta bir paytni o'zida ilgariylanma harakat qiluvchi polzunga ham tegishli ekanini hisobga olib topamiz.

$\vec{v}_A$ va $\vec{v}_B$ tezliklarning yo'nalishini topib, endi ikki nuqta tezliklarini (AB sterjen) shu nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziqqa (AB chiziqqa) proyeksiyalarining tengligi haqidagi teoremani qo'llaymiz. Oldin bu teoremadan foydalanib $\vec{v}_B$ tezlik yo'nalishini topamiz. (tezliklarning proyeksiyalari bir xil ishoraga ega bo'lishi kerak). So'ngra bu proyeksiyalarni hisoblasak:

$$v_B \cos 30^\circ = v_A \cos 60^\circ \quad \text{va} \quad v_B = 0,46 \text{ m/s} \quad (2)$$

3. $\vec{v}_E$ ni aniqlash. E nuqta DE sterjenga tegishli. Demak, oldingiga o'xshash, $\vec{v}_E$ ni aniqlash uchun oldin ham AB sterjenga, ham DE sterjenga tegishli D nuqta tezligini topishimiz kerak. Buning uchun $\vec{v}_A$ va $\vec{v}_B$ ni bilgan holda AB sterjenning tezliklar oniy markazi C_3 ni aniqlaymiz, bu nuqta $\vec{v}_A$ va $\vec{v}_B$ tezliklarga o'tkazilgan perpendikulyarlar kesishgan nuqtadir. Tezlik vektorining yo'nalishiga ko'ra AB sterjenning C_3 tezliklari oniy markazi atrofida aylanish yo'nalishini topamiz. $\vec{v}_D$ vektor C_3 va D nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lib, sterjen aylanishi tomonga yo'nalgan, miqdorini quyidagi mutanosiblikdan aniqlaymiz:

$$\frac{v_D}{C_3 D} = \frac{v_B}{C_3 B} \quad (3)$$

$C_3 D$ va $C_3 B$ masofalarni topish uchun $\triangle AC_3 B$ –to'g'ri burchakli uchburchakdan foydalanamiz:

$C_3 B = AB \sin 30^\circ = 0,5 AB = BD$ u holda $\triangle BC_3 D$ teng tomonli uchburchak bo'ladi va $C_3 B = C_3 D$. Natijada (3) tenglikdan

$$v_D = v_B = 0,46 \text{ m/s}, \quad \vec{v}_D \perp C_3 D \quad (4)$$

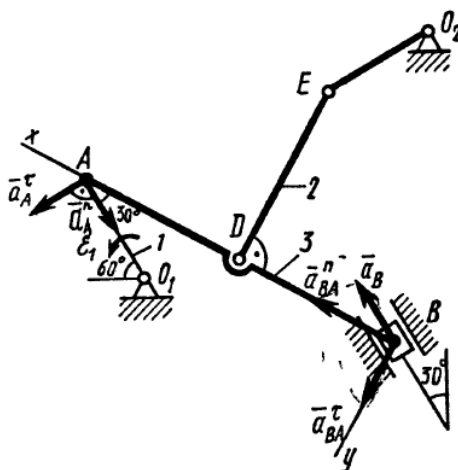
hosil bo'ladi.

E nuqta bir paytning o'zida O_2 nuqta atrofida aylanuvchi $O_2 E$ sterjenga tegishli bo'lgani uchun $\vec{v}_E \perp O_2 E$. U holda D va E nuqtalardan $\vec{v}_D$ va $\vec{v}_E$ tezlik vektorlariga perpendikulyarlar o'tkazib, DE sterjenning C_2 tezliklar oniy markazini topamiz. $\vec{v}_D$ tezlik yo'nalishiga ko'ra DE sterjenning S_2 markaz atrofida aylanish yo'nalishini aniqlaymiz. $\vec{v}_E$ vektor shu sterjen aylanish yo'nalishida bo'ladi. $K3b$ shakldan $\angle C_2 E D = \angle C_2 D E = 30^\circ$, bu yerda $C_2 E = C_2 D$. Yana proporsiya tuzib, v_E ni topamiz.

$$\frac{v_E}{C_2 E} = \frac{v_D}{C_2 D}, \quad v_E = v_D = 0,46 \text{ m/s} \quad (5)$$

4. ω_2 ni aniqlash. A sterjenning tezliklar oniy markazi C_2 nuqtaning ma'lumligidan va $C_2 D = l_2 / (2 \cos 30^\circ) = 0,69 \text{ m}$ bo'lgani uchun,

$$\omega_2 = \frac{v_D}{C_2 D} = 0,67 \text{ s}^{-1} \quad (6)$$



K3c shakl

5. $\vec{a}_B$ ni aniqlash. (K3c shakl, bu shaklda barcha tezlanish vektorlarini tasvirlaymiz). B nuqta AB sterjenga tegishli. $\vec{a}_B$ ni topish uchun AB sterjen biror nuqtasining tezlanishini va B nuqta tezlanishi yo'nalishini bilishimiz kerak. Masala shartiga ko'ra $\vec{a}_A$ ni topa olamiz:

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_A^n;$$

bu yerda miqdor jihatidan

$$a_A^\tau = \varepsilon_1 l_1 = 2,8 \text{ m/s}^2; \quad a_A^n = \omega_1^2 l_1 = 1,6 \text{ m/s}^2; \quad (7)$$

$\vec{a}_A^n$ vektor AO_1 bo'ylab, $\vec{a}_A^\tau$ esa AO_1 ga perpendikulyar yo'nalgan, bu vektorlarni shaklda ko'rsatamiz (K3c shakl). B nuqta bir paytning o'zida polzunga ham tegishli bo'lgani uchun, $\vec{a}_B$ vektor yo'nalishi shu polzun harakati yo'nalishida bo'ladi. $\vec{a}_B$ vektorni shaklda $\vec{v}_B$ yo'nalishida deb faraz qilib yo'naltiramiz. $\vec{a}_B$ ni aniqlash uchun quyidagi vektor tenglikdan foydalanamiz:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_A^n + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{BA}^n \quad (8)$$

Shaklda $\vec{a}_{BA}^n$ (B dan A ga qarab BA bo'ylab yo'nalgan) va $\vec{a}_{BA}^\tau$ (BA ga perpendikulyar qilib ixtiyoriy tomonga) vektorlarni tasvirlaymiz. Miqdor hatidan $a_{BA}^n = \omega_3^2 l_3$ ga teng. 3 sterjen tezliklar oniy markazi C_3 orqali uning ω_3 burchak tezligini topamiz:

$$\omega_3 = \frac{v_A}{C_3 A} = \frac{v_A}{l_3 \cos 30^\circ} = 0,66 \text{ s}^{-1} \quad \text{va} \quad a_{BA}^n = 0,61 \text{ m/s}^2 \quad (9)$$

Shunday qilib, (8) vektor tenglikka kirgan kattaliklardan faqat a_B va a_{BA}^τ nigina miqdori noaniq qoldi, ularning miqdorini (8) tenglikni ikkita o'qqa proyeksiyalab topish mumkin.

a_B ni topish uchun (8) tenglikni ikkita tomoni noma'lum $\vec{a}_{BA}^\tau$ vektor yo'nalishiga perpendikulyar bo'lgan BA yo'nalishga (x o'qiga) proyeksiyalaymiz:

$$a_B \cos 30^\circ = a_A^\tau \cos 60^\circ - a_A^n \cos 30^\circ + a_{BA}^n \quad (10)$$

Bu tenglikka ma'lum miqdorlarni qo'yib, a_B ni aniqlaymiz:

$$a_B = 0,72 \text{ m/s}^2 \quad (11)$$

Bizda $a_B > 0$ bo'lgani uchun, K3c shaklda ko'rsatilgan $\vec{a}_B$ vektor yo'nalishi haqiqiy yo'nalish ekan.

6. ε_3 ni aniqlash. ε_3 ni aniqlash uchun a_{BA}^τ ni topamiz. Buning uchun (8) vektor tenglikni AB yo'nalishga perpendikulyar yo'nalishiga (y o'qqa proyeksiyalaymiz):

$$-a_B \sin 30^\circ = a_A^\tau \sin 60^\circ + a_A^n \sin 30^\circ + a_{BA}^\tau \quad (12)$$

(12) tenglikka ma'lum miqdorlarni qo'yib a_{BA}^τ ni topamiz: $a_{BA}^\tau = -3,58 \text{ m/s}^2$. Minus ishora $\vec{a}_{BA}^\tau$ vektor K3c shaklda ko'rsatilganiga qarama-qarshi yo'nalishini bildiriladi.

Endi $a_{BA}^\tau = \varepsilon_3 l_3$ tenglikdan $\varepsilon_3 = \frac{|a_{BA}^\tau|}{l_3} = 2,56 \text{ s}^{-2}$

Javob: $v_B = 0,46 \text{ m/s}; v_E = 0,46 \text{ m/s};$

$\omega_2 = 0,67 \text{ s}^{-1}; a_B = 0,72 \text{ m/s}^2; \varepsilon_3 = 2,56 \text{ s}^{-2};$

Eslatma: Agar, tezlanishi topilishi kerak bo'lgan B nuqta to'g'ri chiziqli harakat qilmayotgan bo'lsa (masalan K3.0 - K3.4 shakllarda B nuqta O_2B radiusli aylana bo'ylab harakatlanadi), u holda $\vec{a}_B$ vektorning yo'nalishi oldindan noma'lum bo'ladi. Bu holda $\vec{a}_B$ vector ikkita tashkil etuvchiga ajratiladi. ($\vec{a}_B = \vec{a}_B^\tau + \vec{a}_B^n$) va (8) vektor tenglik quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\vec{a}_B^\tau + \vec{a}_B^n = \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_A^n + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{BA}^n \quad (13)$$

$\vec{a}_B^n$ vektor (masalan K3.0 shaklga qarang). BO_2 bo'ylab yo'nalgan, $\vec{a}_B^\tau$ vektor esa BO_2 ga perpendikulyar (ixtiyoriy tomonga) yo'nalgan bo'ladi. $a_A^\tau, a_A^n, a_{BA}^n$ kattaliklarning miqdorlari keltirilgan misoldagi kabi aniqlanadi (xususiyl holda agar A nuqta ilgarilanma harakat qilayotgan bo'lsa, masala shartiga ko'ra $a_A^\tau = 0$ yoki $a_A^n = 0$ bo'lishi mumkin).

a_B^n miqdori $a_B^n = v_B^2/\rho = v_B^2/l$ ga teng bo'lib, bu yerda $l - O_2B$ aylananing radiusi. Shundan keyin (13) tenglikda faqat a_B^τ va a_{BA}^τ noma'lumlar qoladi holos.

Ular keltirilgan misoldagi kabi (13) vektor tenglikni ikkita o'qqa proyeksiyalab topiladi. a_B^τ ni topib, $a_B = \sqrt{(a_B^\tau)^2 + (a_B^n)^2}$ formuladan a_B miqdorni aniqlash mumkin. a_{BA}^τ miqdor ε_{AB} ni topish uchun ishlaydi (keltirilgan misoldagi kabi).

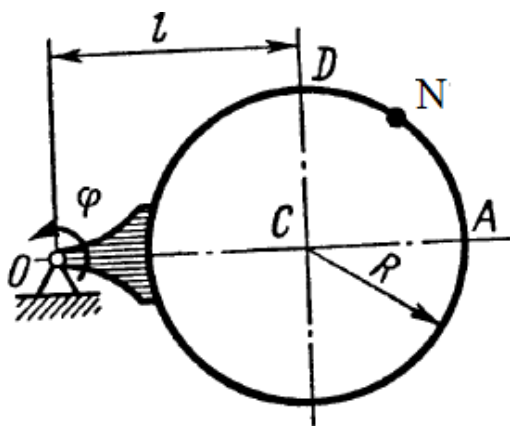
K4 TOPSHIRIQ

To'g'ri burchakli (K4.0-K4.4 shakllar) yoki radiusi $R = 60 \text{ sm}$ bo'lgan aylana shaklidagi (K4.5-K4.9 shakllar) plastinka K4-jadvalida berilgan $\varphi = f_1(t)$ qonunga ko'ra qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakat qiladi. φ burchakning musbat yo'nalishi shakllarda strelka bilan ko'rsatilgan. 0, 1, 2, 5, 6-shakllarda aylanish o'qi plastinka tekisligiga perpendikulyar bo'lib, O nuqtadan o'tadi (plastinka o'z tekisligida aylanadi), 3, 4, 7, 8, 9-shakllarda esa OO_1 aylanish o'qi plastinka tekisligida yotadi (plastinka fazoda aylanadi).

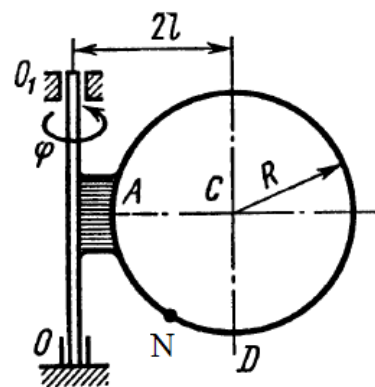
Plastinkada BD to'g'ri chiziq bo'ylab (0 - 4 shakllar) yoki R radiusli aylana yoyi bo'ylab (5-9 shakllar) N nuqta harakatlanadi, uning nisbiy harakat tenglamasi $s = AN = f_2(t)$ (bu yerda s -santimetrd, t -sekundda o'lchanadi) jadvalda 0 - 4 shakllar uchun alohida va 5 - 9 shakllar uchun alohida berilgan, shu yerda b va l masofalar ham berilgan. Barcha shakllarda N nuqta A nuqta $s = AN > 0$ holatda tasvirlangan (agar $s < 0$ bo'lsa N nuqta A nuqtaning narigi tomonida bo'ladi). N nuqtaning $t_1 = 1 \text{ s}$ vaqtdagi absolyut tezligi va absolyut tezlanishi aniqlansin.

K4 jadval

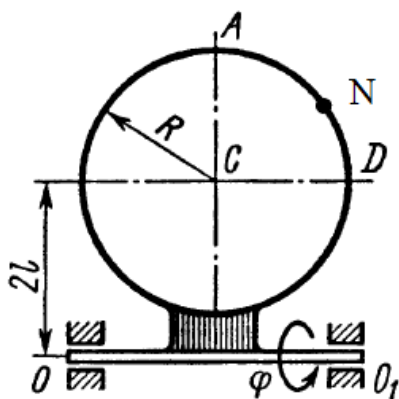
Shart nomeri	$\varphi = f_1(t)$ barcha shakllar uchun	0-4 shakllarga		5-9 shakllarga	
		b, sm	$s = AN = f_2(t)$	l	$s = \widetilde{AN} = f_2(t)$
0	$4(t^2 - t)$	12	$50(3t - t^2) - 64$	R	$\frac{\pi}{3}R(4t^2 - 2t^3)$
1	$3t^2 - 8t$	16	$40(3t^2 - t^4) - 32$	$\frac{4}{3}R$	$\frac{\pi}{2}R(2t^2 - t^3)$
2	$6t^3 - 12t^2$	10	$80(t^2 - t) + 40$	R	$\frac{\pi}{3}R(2t^2 - 1)$
3	$t^2 - 2t^3$	16	$60(t^4 - 3t^2) + 56$	R	$\frac{\pi}{6}R(3t - t^2)$



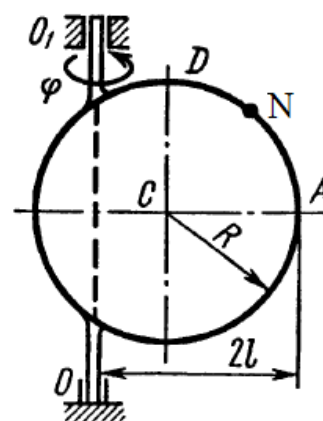
K4.6 shakl



K4.7 shakl



K4.8 shakl



K4.9 shakl

Ko'rsatmalar. K4 topshiriq- "Nuqtaning murakkab harakati" mavzusiga doir. Bu masalani yechishda nuqta tezliklari va tezlanishlarini qo'shish haqidagi teoremdan foydalaniladi. Hisoblash ishlarini bajarishdan oldin $t_1 = 1$ s paytda N nuqtaning plastinkadagi holatini aniqlab olish zarur (shakllarda N nuqta ixtoyoriy holatda ko'rsatilgan).

5 - 9 shakllarda masala shartida berilgan R ning qiymatini, N nuqtaning $t_1 = 1$ s vaqtidagi holati va shu holatda CN va CA radiuslar orasidagi burchakni topmaguncha qo'ymaslik kerak.

Bu topshiriqni yechishga doir 2 ta misol ko'ramiz.

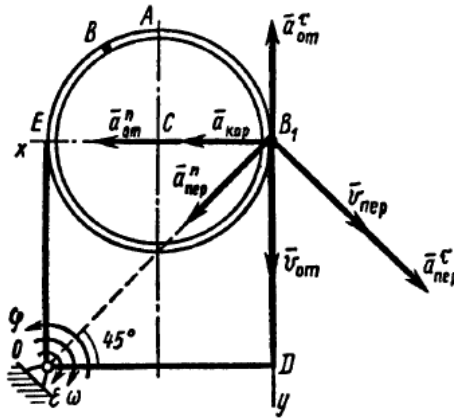
K4 topshiriqni bajarish namunasi: K4a masala .

$OEAB_1D$ ($OE = OD$, K4.a shakl) plastinka O nuqtadan o'tuvchi, plastinka tekisligiga perpendikulyar bo'lgan o'q atrofida $\varphi = f_1(t)$ qonunga muvofiq aylanma harakat qiladi (φ burchakning musbat yo'nalishi K4a shaklda strelka

bilan ko'rsatilgan). B nuqta radiusi R bo'lgan aylana yoyi bo'ylab $s = \widehat{AB} = f_2(t)$ qonun bo'yicha harakatlanadi. (s ning musbat yo'nalishi A dan B ga tomon).

Berilgan: $R = 0,5 \text{ m}; \quad \varphi = t^2 - 0,5t^3; \quad s = \pi R \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$

(φ -radianlarda, s -metrlarda, t -sekunlarda o'lchanadi) $t_1 = 2s$ vaqt uchun B nuqtaning absolyut tezligi v_{abs} va absolyut tezlanishi a_{abs} ni toping.



K4a shakl

Yechish: B nuqta murakkab harakat qilmoqda, uning aylana yoyi bo'ylab harakati nisbiy, plastinka bilan birga O nuqtadan o'tuvchi o'q atrofidagi harakati ko'chirma harakatlardan iborat. U holda, nuqtaning absolyut tezligi $\vec{v}_{abs}$ va absolyut tezlanishi $\vec{a}_{abs}$ quyidagi formulalardan topiladi:

$$\vec{v}_{abs} = \vec{v}_{nis} + \vec{v}_{ko'ch}, \quad \vec{a}_{abs} = \vec{a}_{nis} + \vec{a}_{ko'ch} + \vec{a}_{kor} \quad (1)$$

O'z navbatida $\vec{a}_{nis} = \vec{a}_{nis}^{\tau} + \vec{a}_{nis}^n$, $\vec{a}_{ko'ch} = \vec{a}_{ko'ch}^{\tau} + \vec{a}_{ko'ch}^n$ ga teng.

(1) tenglikka kirgan barcha miqdorlarni aniqlaymiz.

1. Nisbiy harakat. Bu harakat $s = \widehat{AB} = \pi R \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$ (2)

qonunga muvofiq bo'lyapti: Avvalo, t vaqtda B nuqtaning aylana yoyidagi holatini

aniqlaymiz. (2) tenglamada $t_1 = 2s$ desak, $s_1 = \pi R \cos(\pi 2/3) = 0,5 \pi R$ u holda, $\angle ACB = \frac{s_1}{R} = -0,5\pi$

Minus ishora $t_1 = 2s$ vaqtda B nuqtaning A nuqtadan o'ng tomonda joylashganini ko'rsatadi. B nuqtani *K4a* shaklda shu holatda tasvirlaymiz. (B_1 nuqta). Endi v_{nis} , a_{nis}^τ , a_{nis}^n qiymatlarini topamiz:

$$v_{nis} = \frac{ds}{dt} = -\frac{\pi^2 R}{3} \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right),$$

$$a_{nis}^\tau = \frac{d v_{nis}}{dt} = -\frac{\pi^3 R}{9} \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right),$$

$$a_{nis}^n = \frac{v_{nis}^2}{\rho_{nis}} = \frac{v_{nis}^2}{R}$$

bu yerda ρ_{nis} aylana radiusiga teng bo'lib, nisbiy harakat traektoriyasining egirlik radiusi. $t_1 = 2s$, $R = 0,5 m$ ekanini hisobga olsak

$$v_{nis} = -\frac{\pi R^2}{3} \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{\pi^2 \sqrt{3}}{12} = -1,42 \text{ m/s},$$

$$a_{nis}^\tau = -\frac{\pi^3 R}{9} \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\pi^3}{36} = 0,86 \text{ m/s}^2,$$

$$a_{nis}^n = \frac{\pi^4}{24} = 4,06 \text{ m/s}^2 \quad (3)$$

Ishoralar $\vec{a}_{nis}^\tau$ vektori s masofaning musbat yo'nalishi tomonga $\vec{v}_{nis}$ esa unga qarama-qarshi yo'nalganligini ko'rsatadi. $\vec{a}_{nis}^n$ vektor aylana markazi C ga tomon yo'nalgan. Bu vektorlarni *K4 a* shaklda tasvirlaymiz.

2. Ko'chirma harakat. Bu harakat $\varphi = t^2 - 0,5t^3$ qonunga muvofiq bo'layapti. Avvalo, ko'chirma harakat burchak tezligi ω va burchak tezlanishi ε ni topamiz:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 2t - 1,5t^2, \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 2 - 3t$$

$$t_1 = 2s \text{ vaqtda } \omega = -2s^{-1}, \quad \varepsilon = -4s^{-2} \quad (4)$$

Minus ishoralar $t_1 = 2s$ vaqtda ω va ε larning yo'nalishi φ burchakning musbat yo'nalishiga teskari ekanligini bildiradi. (bu holni *K4a* shaklda ko'rsatamiz).

$\vec{v}_{ko'ch}$ va $\vec{a}_{ko'ch}$ larni topish uchun oldin B_1 nuqtadan O aylanish o'qigacha bo'lgan $h_1 = OB_1$ masofani aniqlaymiz. Shakldan $h_1 = 2R\sqrt{2} = 1,41 \text{ m}$ u holda, $t_1 = 2s$ vaqtda (4) tenglikni e'tiborga olib quyidagilarni topamiz:

$$v_{ko'ch} = |\omega|h_1 = 2,82 \text{ m/s},$$

$$a_{ko'ch}^{\tau} = |\varepsilon|h_1 = 5,64 \text{ m/s}^2,$$

$$a_{ko'ch}^n = \omega^2 h_1 = 5,64 \text{ m/s}^2 \quad (5)$$

K4a shaklda $\vec{v}_{ko'ch}$, $\vec{a}_{ko'ch}^{\tau}$ vektorlarni, ω va ε yo'nalishini hisobga olib, hamda $\vec{a}_{ko'ch}^n$ (O_1 aylanish o'qiga yo'nalgan) vektorlarni ko'rsatamiz.

3. Koriolis tezlanishi. Koriolis tezlanishining miqdorini $a_{kor} = 2|v_{nis}| \cdot |\omega| \sin \alpha$ formuladan topamiz, bu yerda α — $\vec{v}_{nis}$ vektori va aylanish o'qi ($\vec{\omega}$ vektori) orasidagi burchak. Bizning misolimizda aylanish o'qi $\vec{v}_{nis}$ vektor yotgan plastinka tekisligiga perpendikulyar bo'lgani uchun $\alpha = 90^\circ$ ga teng. U holda $t_1 = 2s$ vaqtda Koriolis tezlanishining miqdori

$$a_{kor} = 2 \cdot 1,42 \cdot 2 \cdot 1 = 5,68 \text{ m/s}^2 \quad (6)$$

$\vec{a}_{kor}$ yo'nalishini Jukovski qoidasi bo'yicha topamiz. $\vec{v}_{nis}$ tezlik aylanish o'qi perpendikulyar bo'lgan tekislikda yotgani uchun uni ω yo'nalishida (ya'ni soat strelkasi harakati yo'nalishida) 90° ga buramiz. $K4a$ shaklda $\vec{a}_{kor}$ vektorini tasvirlaymiz. ($\vec{a}_{kor}$ yo'nalishini $\vec{a}_{kor} = 2(\vec{\omega} \times \vec{v}_{nis})$ tenglikni hisobga olib ham topish mumkin).

Shunday qilib, (1) tenglikning o'ng qismiga kirgan barcha vektorlarni aniqladik, $\vec{v}_{abs}$ va $\vec{a}_{abs}$ ni topish uchun o'ng qismdagi vektorlarni qo'yish kerak. Bu ishni analitik usulda bajaramiz.

4. v_{abs} ni topish. B_1xy koordinata o'qlarini o'tkazib, $\vec{v}_{abs} = \vec{v}_{nis} + \vec{v}_{ko'ch}$ vektor tenglikni ikkala tomonini shu o'qlarga proyeksiyalaymiz.

$t_1 = 2s$ vaqt uchun quyidagilarni hosil qilamiz:

$$v_{absx} = v_{nissx} + v_{ko'chx} = 0 - |v_{ko'ch}| \cos 45^\circ = -1,99 \frac{m}{s};$$

$$v_{absy} = v_{nissy} + v_{ko'chy} = |v_{nis}| + |v_{ko'ch}| \cos 45^\circ = 3,41 \frac{m}{s};$$

$$v_{abs} = \sqrt{(v_{absx}^2 + v_{absy}^2)} = 3,95 \text{ m/s}$$

Bizning masalamizda $\vec{v}_{nis}$ va $\vec{v}_{ko'ch}$ vektorlar orasidagi burchak 45° ekanini hisobga olib, v_{abs} ni quyidagi formuladan ham hisoblash mumkin:

$$v_{abs} = \sqrt{v_{nis}^2 + 2|v_{nis}||v_{ko'ch}| \cos 45^\circ + v_{ko'ch}^2} = 3,95 \text{ m/s}$$

5. a_{abs} ni aniqlash. Tezlanishlarni qo'shish teoremasiga ko'ra

$$\vec{a}_{abs} = \vec{a}_{nis}^\tau + \vec{a}_{nis}^n + \vec{a}_{ko'ch}^\tau + \vec{a}_{ko'ch}^n + \vec{a}_{kor} \quad (7)$$

a_{abs} ni topish uchun (7) vector tenglamasini B_1xy koordinata o'qlariga proyeksiyalaymiz:

$$a_{absx} = a_{nis}^n + a_{kor} + a_{ko'ch}^n \cos 45^\circ - |a_{ko'ch}^\tau| \cos 45^\circ,$$

$$a_{absy} = a_{ko'ch}^n \cos 45^0 + |a_{ko'ch}^\tau| \cos 45^0 - |a_{nis}^\tau|$$

Bu tenglikka kirgan miqdorlarning $t_1=2$ s vaqtdagi qiymatini qo'ysak

$$a_{absx}=9,74 \text{ m/s}^2, a_{absy}=7,15 \text{ m/s}^2.$$

U holda

$$a_{abs} = \sqrt{(a_{absx}^2 + a_{absy}^2)} = 12,08 \text{ m/s}^2.$$

Javob: $v_{abs}=3,95 \text{ m/s}, a_{abs} = 12,08 \text{ m/s}^2.$

K4b masala. ADE to'g'ri burchakli uchburchak shaklidagi plastinka z o'qi atrofida $\varphi=f(t)$ qonun bo'yicha aylanma harakat qiladi (φ burchakning musbat yo'nalishi $K4b$ shaklda strelka bilan ko'rsatilgan). Uchburchakning AD gipotenuzasi bo'ylab B nuqta $s=AB=f_2(t)$ qonun bo'yicha harakatlanadi (s ning musbat yo'nalishi A dan D ga qarab).

Berilgan: $\varphi=0,1t^3-2,2t$, $s=AB=2+15t-3t^2$ (φ -radianda, s - santimetrda, t -sekundda o'lchanadi).

Masalada $t_1=2$ s vaqt uchun v_{abs} va a_{abs} lar aniqlansin.

Yechish: B nuqta murakkab harakat qiladi. Uning AD to'g'ri chiziq bo'ylab harakati nisbiy, plastinkaning z o'qi atrofidagi aylanishi ko'chirma harakatdan iborat. U holda absolyut tezlik $\vec{v}_{abs}$ va absolyut tezlanish $\vec{a}_{abs}$ quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\vec{v}_{abs} = \vec{v}_{nis} + \vec{v}_{ko'ch}$$

$$\vec{a}_{abs} = \vec{a}_{nis} + \vec{a}_{ko'ch} + \vec{a}_{kor} \quad (1)$$

o'z navbatida

$$\vec{a}_{ko'ch} = \vec{a}_{ko'ch}^\tau + \vec{a}_{ko'sh}^n$$

ga teng. (1) ga kirgan barcha kattaliklarni topamiz:

1. Nisbiy harakat. Bu harakat to'g'ri chiziqli harakat bo'lib, quyidagi qonun bo'yicha kechadi:

$$s = AB = 2 + 15t - 3t^2 \quad (2)$$

Shuning uchun, $v_{nis} = \frac{ds}{dt} = 15 - 6t$, $a_{nis} = \frac{dv}{dt} = -6$ $t_1 = 2s$ vaqtda

$$a_{nis} = -6 \text{ sm/s}^2, \quad s_1 = AB_1 = 20 \text{ sm}, \quad v_{nis} = 3 \text{ sm/s}^2 \quad (3)$$

Ishoralar ko'rsatishicha $\vec{v}_{nis}$ vektor s masofaning musbat yo'nalishi tomonga, $\vec{a}_{nis}$ esa unga qarama-qarshi tomonga yo'nalgan. Bu vektorlarni *K4b* shaklda tasvirlaymiz.

2. Ko'chirma harakat. Bu harakat $\varphi = 0,1t^3 - 2,2t$ qonun bo'yicha berilgan. Ko'chirma harakat burchak tezligi ω va burchak tezlanishi ε ni topamiz:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 0,3t^2 - 2,2, \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 0,6t. \quad t_1 = 2s \text{ da} \quad \omega_1 = 1s^{-1},$$

$$\varepsilon = 1,2s^{-2} \quad (4)$$

Ishoralar ko'rsatishicha $t_1 = 2s$ vaqtda ε yo'nalishi φ ning musbat yo'nalishi bilan bir xil, ω yo'nalishi esa qarama - qarshi ekan, *K4b* shaklda ω va ε lar yo'nalishlarini belgilaymiz.

Shakldan B nuqtadan z aylanish o'qigacha bo'lgan h_1 masofani topamiz:

$$h_1 = AB_1 \sin 30^\circ = 10 \text{ sm}.$$

U holda, (4) tenglikni etiborga olib, $t_1 = 2s$ vaqt uchun

$$v_{ko'ch} = |\omega|h_1 = 10 \text{ sm/s},$$

$$a_{ko'ch}^{\tau} = |\varepsilon|h_1 = 12 \text{ sm/s}^2,$$

$$a_{ko'ch}^n = \omega^2 h_1 = 10 \text{ sm/s}^2 \quad (5)$$

$$v_{abs} = \sqrt{v_{nis}^2 + v_{kor}^2} \quad t_1 = 2s \quad \text{vaqt uchun} \quad v_{abs} = 10,44 \text{ sm/s}$$

5. a_{abs} ni aniqlash. Tezlanishlarni qo'shish haqidagi teorema ko'ra

$$\vec{a}_{abs} = \vec{a}_{nis} + \vec{a}_{kor}^{\tau} + \vec{a}_{kor}^n \quad (7)$$

Bu yerda a_{abs} ni aniqlash uchun B_1xyz_1 koordinata o'qlarini o'tkazamiz va $\vec{a}_{abs}$ ning bu o'qlardagi proyeksiyalarini topamiz. $\vec{a}_{kor}^{\tau}$ va $\vec{a}_{kor}^n$ vektorlari x o'qida, $\vec{a}_{kor}^n$, $\vec{a}_{nis}$ vektorlar esa B_1yz_1 tekisligida yotganini (plastinka tekisligida) hisobga olamiz. U holda (7) tenglamani ikkala tomonini B_1xyz_1 o'qlariga proyeksiyalaymiz va (3), (5), (6) tengliklarni hisobga olib, $t_1 = 2s$ vaqt uchun

$$a_{absx} = |a_{kor}^{\tau}| - a_{kor} = 9 \text{ sm/s}^2,$$

$$a_{absy} = a_{kor}^n + |a_{nis}| \sin 30^\circ = 13 \text{ sm/s}^2,$$

$$a_{absz} = |a_{nis}| \cos 30^\circ = 5,20 \text{ sm/s}^2.$$

$$\text{U holda,} \quad a_{abs} = \sqrt{a_{absx}^2 + a_{absy}^2 + a_{absz}^2} = 16,64 \frac{\text{sm}}{\text{s}^2}$$

$$\text{Javob: } v_{abs} = 10,44 \text{ sm/s}, \quad a_{abs} = 16,64 \text{ sm/s}^2.$$

DINAMIKA

D1 TOPSHIRIQ

Massasi m bo'lgan D yuk A nuqtada v_0 boshlang'ich tezlik olib ABC egilgan quvur (truba) ichida harakatlanadi (quvur vertikal tekislikda joylashgan). Quvurning ikkala uchi gorizontga ma'lum burchak ostida joylashgan yoki biri gorizont, ikkinchisi ma'lum burchak ostida og'gan. ($D1.0 - D1.9$ shakllar, $D1$ jadval).

Yo'lning AB qismida yukka og'irlik kuchidan tashqari yana $\vec{Q}$ kuch (uning yo'nalishi shaklda ko'rsatilgan) va nuqta tezligiga proporsional bo'lgan, harakatga

qarama-qarshi yo'nalgan muhit qarshilik kuchi $\vec{R}$ ta'sir qiladi. Quvurning AB qismida yukni quvurga ishqalanish kuchini hisobga olmang.

B nuqtada yuk o'z tezligini o'zgartirmasdan quvurning BC qismiga o'tadi va bu qismda unga og'irlik kuchidan tashqari ishqalanish kuchi (yuk bilan quvur orasidagi ishqalanish koeffitsiyenti $f=0,2$ ga teng) va x o'qidagi proyeksiyasi F_x bo'lgan, jadvalda berilgan $\vec{F}$ o'zgaruvchi kuch ta'sir qiladi.

Yukni moddiy nuqta deb hisoblab va $AB=l$ masofani yoki yukni A nuqtadan B nuqtagacha o'tish vaqti t_1 ni bilgan holda yukning BC qismdagi harakat qonunini toping: $x=f(t)=?$

Ko'rsatmalar. *D1* topshiriq moddiy nuqta harakat differensial tenglamasini integrallashga doir masala (dinamikaning asosiy masalasini yechish). Masala yechimi ikki qismdan iborat. Avvalo, boshlang'ich shartlarni hisobga olgan holda moddiy nuqta (yuk) harakat differensial tenglamasini tuzib olib, o'zgaruvchilarni bo'laklash usulini qo'llab uni integrallash kerak. Keyin yukning AB qismdagi harakat vaqti yoki shu qism uzunligini bilgan holda yukning B nuqtadagi tezligi topiladi. Topilgan tezlik yukni BC qismidagi harakati uchun boshlang'ich tezlik bo'ladi. Keyin BC qismda yukning harakat differensial tenglamasi tuzilib, boshlang'ich shartlarni hisobga olgan holda integrallanadi, sanoq boshi yuk B nuqtada turgan holatda olinadi va shu paytda $t=0$ deb hisoblanadi.

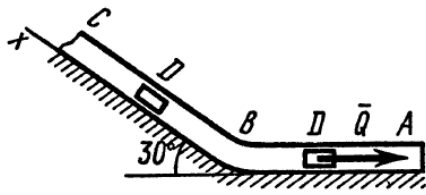
AB qismda yukning harakat differensial tenglamasini integrallashda, agar l uzunlik berilgan bo'lsa, tenglamada x o'zgaruvchiga o'tish kerak, ya'ni:

$$\frac{dv_x}{dt} = v_x \frac{dv_x}{dx}$$

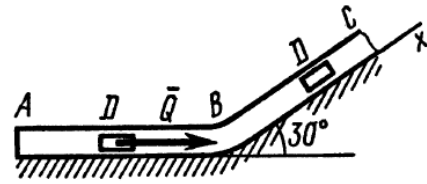
D1 jadval

Shart nomeri	m, kg	$v_0, m/s$	Q, N	R, N	l, m	t_1, s	F_x, N
0	2	20	6	$0,4 v$	-	2,5	$2 \sin(4 t)$
1	2,4	12	6	$0,8 v^2$	1,5	-	$6 t$
2	4,5	24	9	$0,5 v$	-	3	$3 \sin(2 t)$
3	6	14	22	$0,6 v^2$	5	-	$-3 \cos(2 t)$
4	1,6	18	4	$0,4 v$	-	2	$4 \cos(4 t)$
5	8	10	16	$0,5 v^2$	4	-	$-6 \sin(2 t)$
6	1,8	24	5	$0,3 v$	-	2	$9 t^2$
7	4	12	12	$0,8 v^2$	2,5	-	$-8 \cos(4 t)$

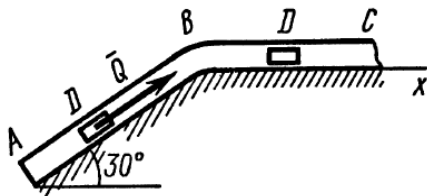
8	3	22	9	$0,5 v$	-	3	$2 \cos (2 t)$
9	4,8	10	12	$0,2 v^2$	4	-	$-6 \sin (4 t)$



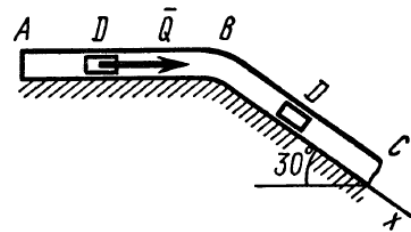
D1.0 shakl



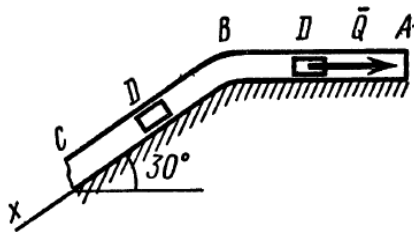
D1.1 shakl



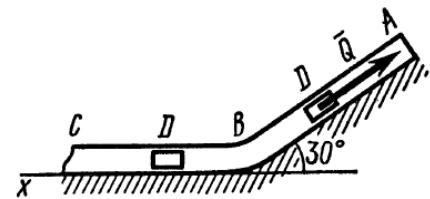
D1.2 shakl



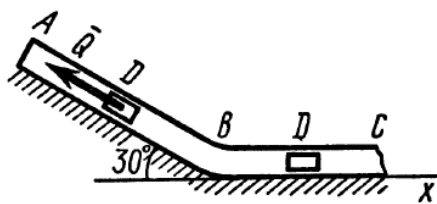
D1.3 shakl



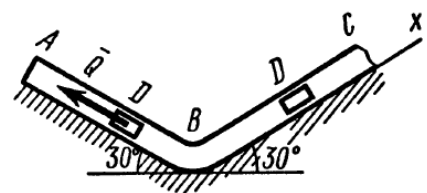
D1.4 shakl



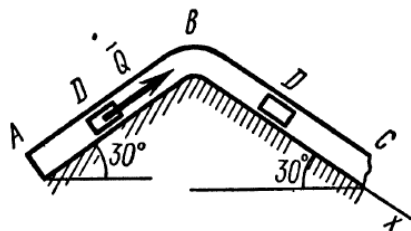
D1.5 shakl



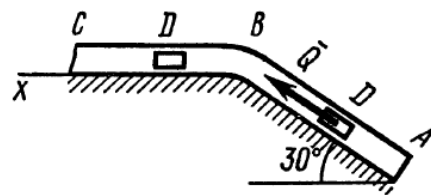
D1.6 shakl



D1.7 shakl



D1.8 shakl



D1.9 shakl

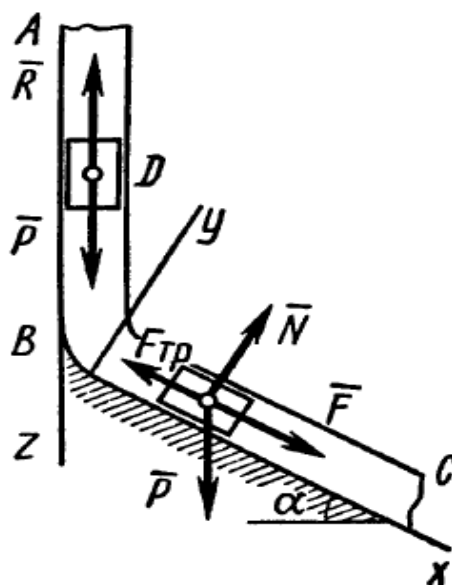
D1 topshiriqni bajarish namunasi:

Quvurning AB vertikal qismida (D1.shakl) harakatlanayotgan m massali D jismga og'irlik kuchi va qarshilik kuchi ta'sir qiladi, yukning A nuqtadagi tezligi $v = v_0$ ga AB masofa esa l ga teng. Quvurning BC qiya qismida yukka og'irlik va ishqalanish kuchlari hamda $\vec{F} = \vec{F}(t)$ o'zgaruvchi kuch ta'sir qiladi (bu kuch nyutonda berilgan).

Berilgan: $m = 2 \text{ kg}$, $R = \mu v^2$, $\mu = 0,4 \text{ kg/m}$, $v_0 = 5 \text{ m/s}$, $l = 2,5 \text{ m}$,

$$f = 0,2, \alpha = 30^\circ, F_x = 16 \sin(4 t);$$

BC qismida yukning harakat tenglamasini, ya'ni $x = f(t)$ ni toping.



D1 shakl

Yechish:

1. Yukni moddiy nuqta deb hisoblab, uni AB qismidagi harakatini tekshiramiz. Yukni AB oraliqda ixtiyoriy holatda tasvirlab unga ta'sir etayotgan $\vec{P} = m\vec{g}$ va $\vec{R}$ kuchni ko'rsatamiz (D1 shakl). Az o'qini o'tkazib, yukning shu o'qdagi harakat differensial tenglamasini tuzamiz:

$$m \frac{dv_z}{dt} = \sum F_{kz} \quad \text{yoki} \quad m v_z \frac{dv_z}{dz} = P_z + R_z \quad (1)$$

Bu tenglamaga kirgan barcha o'zgaruvchi kuchlarni ular bog'liq bo'lgan kattaliklar orqali ifodalash lozim.

$P_z = P = mg$; $R_z = -R = -\mu v^2$ ekanini hisobga olsak, shuningdek $v_z = v$ ekanligidan

$$mv \frac{dv}{dz} = mg - \mu v^2 \quad \text{yoki} \quad v \frac{dv}{dz} = \frac{\mu}{m} \left(\frac{mg}{\mu} - v^2 \right) \quad (2)$$

Yozuvlarini qisqartirish uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$k = \frac{\mu}{m} = 0,2 \text{ m}^{-1}; \quad n = \frac{mg}{\mu} = 50 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \quad (3)$$

bu yerda hisoblashlarda $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ deb olingan.

U holda, (2) tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$$2v \cdot \frac{dv}{dz} = -2k(v^2 - n) \quad (4)$$

(4) tenglamada o'zgaruvchilarni bo'laklab, ikkala tomonini integrallaymiz:

$$\frac{2v dv}{v^2 - n} = -2k dz \quad \text{va} \quad \ln(v^2 - n) = -2kz + c_1 \quad (5)$$

Boshlang'ich shartlarga ko'ra $t = 0$ da $z = 0$, $v = v_0$.

Boshlang'ich shartlarni (5) tenglamaga qo'yib c_1 ni topamiz:

$$c_1 = \ln(v_0^2 - n) \text{ va (5) tenglamadan}$$

$$\ln(v^2 - n) = -2kz + \ln(v_0^2 - n) \text{ yoki } \ln(v^2 - n) - \ln(v_0^2 - n) = -2kz$$

Bu yerdan

$$\ln \frac{v^2 - n}{v_0^2 - n} = -2kz \quad \text{va} \quad \frac{v^2 - n}{v_0^2 - n} = e^{-2kz}$$

Natijada, quyidagini hosil qilamiz:

$$v^2 = n + (v_0^2 - n)e^{-2kz} \quad (6)$$

(6) tenglamaga $z = l = 2,5 \text{ m}$ ni, k va n ning qiymatlarini (3) tenglikdan olib kelib qo'yib, yukning B nuqtadagi v_B tezligini topamiz:

$$(v_0 = 5 \text{ m/s}, \quad e = 2,7 \text{ ga teng}) \text{ deb olsak}$$

$$v_B^2 = 50 - 25/e = 40,7 \quad \text{va} \quad v_B = 6,4 \text{ m/s} \quad (7)$$

2. Endi yukning BC qismidagi harakatini tekshiramiz, topilgan v_B tezlik bu qism uchun boshlang'ich tezlik bo'ladi ($v_0 = v_B$). Yukning ixtiyoriy holatida (BC oraliqda) unga ta'sir etayotgan $m\vec{g}$, $\vec{N}$, $\vec{F}_{ish}$ va $\vec{F}$ kuchlarini tasvirlaymiz. B nuqtada Bx va By o'qlarini o'tkazib, yukning Bx o'qidagi harakat differensial tenglamasini tuzamiz:

$$m \frac{dv_x}{dt} = P_x + N_x + F_{ishx} + F_x \quad \text{yoki}$$

$$m \frac{dv_x}{dt} = mgsin\alpha - F_{ish} + F_x \quad (8)$$

bu yerda $F_{ish} = f \cdot N$ ga teng. N ni topish uchun By o'qi bo'yicha tenglama tuzamiz. Masalada $a_y = 0$ bo'lgani uchun $0 = N - mg \cos \alpha$ ni olamiz, bu yerdan $N = mg \cos \alpha$ ni $F_{ish} = fmg \cos \alpha$ tenglamaga qo'yib, undan

tashqari $F_x = 16 \sin(4t)$ ekanini hisobga olsak, (8) tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$$m \frac{dv_x}{dt} = mg(\sin \alpha - f \cos \alpha) + 16 \sin(4t) \quad (9)$$

Tenglamani ikkala tomonini m ga bo'lib, yana quyidagilarni hisoblab:

$$g(\sin \alpha - f \cos \alpha) = g(\sin 30^\circ - 0,2 \cos 30^\circ) = 3,2;$$

$16/m = 8$ larni olamiz va (9) tenglamaga qo'yamiz. U holda

$$\frac{dv_x}{dt} = 3,2 + 8 \sin(4t) \quad (10)$$

(10) tenglamaning ikkala tomonini dt ga ko'paytirib, integrallasak

$$v_x = 3,2 t - 2 \cos(4t) + c_2 \quad (11)$$

Sanoq boshini yuk B nuqtada turgan holatdan boshlab olamiz, bu vaqtda $t = 0$ bo'ladi. U holda, boshlang'ich shartlar $t = 0$ da $v = v_0 = v_B$ bo'lib, v_B tezlik (7) tenglik bilan berilgan. Bu miqdorlarni (11) tenglikka qo'ysak

$$c_2 = v_B + 2 \cos 0 = 6,4 + 2 = 8,4$$

U holda, (11) tenglamaning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 3,2 t - 2 \cos(4t) + 8,4 \quad (12)$$

Bu tenglamaning ikkala tomonini dt ga ko'paytirib, yana integrallasak

$$x = 1,6t^2 - 0,5 \sin(4t) + 8,4t + c_3 \quad (13)$$

Boshlang'ich holatda $t = 0$ da $x = 0$ bo'lgani uchun (13) tenglamadan $c_3 = 0$ ni olamiz va yukning biz izlayotgan harakat qonunini topamiz:

$$x = 1,6t^2 + 8,4t - 0,5 \sin(4t) \quad (14)$$

bu yerda x -metrlarda, t -sekundlarda o'lchanadi.

D2-TOPSHIRIQ

Liftga osilgan prujinalar uchiga massasi m bo'lgan 1-yuk osilgan ($D2.0 - D2.9$ shakllar, $D2$ jadval). Lift vertical yonalishda $z = 0,5 \alpha_1 t^2 + \alpha_2 \sin(\omega t) + \alpha_3 \cos(\omega t)$ qonun bo'yicha harakatlanadi (z – o'qi vertical yuqoriga yo'nalgan; z - metrda, t – sekunda o'lchanadi). Yukka muhitning qarshilik kuchi $R = \mu v$ ta'sir qiladi, bu yerda v yukning liftga nisbatan tezligi.

Yukning liftga nisbatan harakat qonunini, ya'ni $x = f(t)$ ni toping. Koordinata boshini cho'zilmagan prujinaga yuk osilgan holatda oling. Ishoralarda hato qilmaslik uchun x o'qini prujinaning cho'zilish tomoniga yo'naltiring, yukni esa prujina cho'zilgan, ya'ni $x > 0$ holatda tasvirlang. Hisoblashlarda $g = 10 \text{ m/s}^2$ deb olish mumkin. Prujinalarning va ularni tutashtiruvchi 2- yupqa taxtachaning massalarini hisobga olmang. Jadvalda ko'rsatilgan miqdorlar: c_1, c_2, c_3 – prujinalarning bikrlilik koeffitsiyentlari, λ_o – ekvivalent prujinaning boshlang'ich $t = 0$ paytdagi cho'zilishi, v_o – yukning liftga nisbatan boshlang'ich tezligi (vertikal yuqoriga yo'nalgan). Jadvaldagi c_1, c_2, c_3 -o'rnidagi (-) ishora shu prujinaning yo'qligini bildiradi va shaklda uni tasvirlamaslik kerak. Agar shu holatda biror prujinaning bir uchi bo'sh qolsa, u holda uni o'sha yerdagi yukka yoki lift shiftiga (poliga) mahkamlash lozim, agar 2-yupqa taxtachaga ulangan

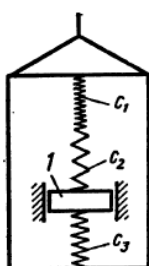
prujinalarning bir uchlari bo'sh qolsa ham yuqoridagicha ish tutish kerak. $\mu = 0$ sharti, muhitning qarshilik kuchi $R = 0$ ekanligini bildiradi.

D2-jadval

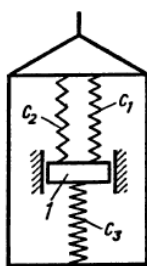
Shart nomeri	m , kg	c_1 , N/m	c_2 , N/m	c_3 , N/m	α_1 , m/s^2	α_2 , m	α_3 , m	ω , $1/s$	μ , $N s/m$	λ_o , m	v_o , m/s
0	1	300	150	-	0	0,1	0	15	0	0	0
1	0,8	-	240	120	$-1,5 g$	0	0	-	8	0,1	0
2	0,5	-	100	150	0	0,8	0	5	0	0	4
3	1	240	-	160	0	0	0,5	6	0	0	0
4	0,5	80	120	-	$-g$	0	0	-	6	0,15	0
5	2	-	400	400	0	0	0,1	16	0	0	0
6	0,4	60	-	120	g	0	0	-	4	0	2
7	0,5	120	-	180	0	0,1	0	20	0	0	0
8	0,4	50	200	-	0	0	0,2	20	0	0,15	0
9	1	200	-	300	$1,5 g$	0	0	-	20	0	3

Ko'rsatmalar. D2-topshiriq bir vaqtning o'zida moddiy nuqtaning nisbiy va tebranma harakatini o'z ichiga oladi.

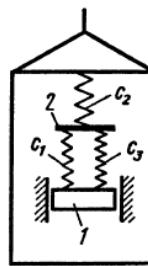
Avvalo, yukning (liftga nisbatan) nisbiy harakati differensial tenglamasini tuzish kerak, buning uchun yukka ta'sir etayotgan kuchlar qatoriga ko'chirma inersiya kuchini qo'shish kerak.



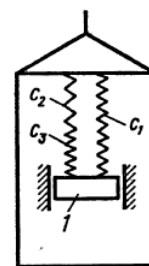
D2.0 shakl



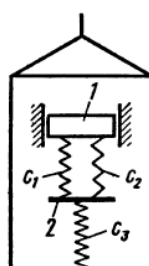
D2.1 shakl



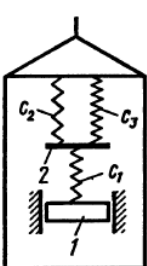
D2.2 shakl



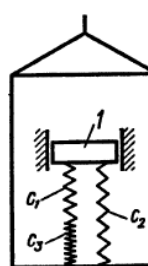
D2.3 shakl



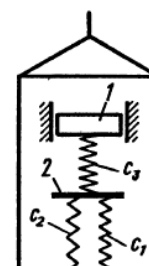
D2.4 shakl



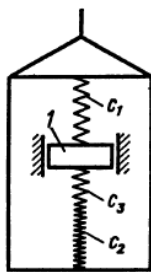
D2.5 shakl



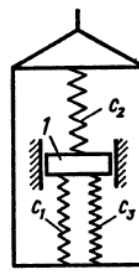
D2.6 shakl



D2.7 shakl



D2.8 shakl



D2.9 shakl

So'ngra, yukka biriktirilgan prujinalarni (masala shartiga ko'ra ular ikkita) bikrlilik koeffitsiyenti $c_{ek} = c$ bo'lgan ekvivalent prujina bilan almashtirish kerak.

a) Agar prujinalar bir-birlari bilan ketma-ket ulangan bo'lsa (masalan, D2.0 shaklidagi bikrliliklari c_1 va c_2 bo'lgan prujinalar kabi) cho'zilmagan prujinalarning uchiga biror $\vec{Q}$ yuk ossak va u muvozanatda bo'lsa, u holda prujinalarni ixtiyoriy joyidan fikran kessak, kesilgan joydagi zo'riqish Q ga teng bo'ladi.

Prujinaning cho'zilishlari $\lambda_1 = Q/c_1$, $\lambda_2 = Q/c_2$ ga ekvivalent prujinani esa $\lambda = Q/c$ ekanini e'tiborga olsak, u holda $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$ dan

$$c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}.$$

b) Agar yuk ikkita o'zaro parallel prujinalarga ulangan bo'lsa (masalan, D2.1 shakldagi bikrliliklari c_1 va c_2 bo'lgan prujinalar kabi) yoki ikkita prujina orasida bo'lsa, u holda biror $\vec{Q}$ kuch ta'sirida har bir prujinaning va ekvivalent prujinaning cho'zilishi bir xil bo'lib, λ ga teng bo'ladi. Bu holda ikkala prujina uchun $c_1 \lambda + c_2 \lambda = Q$ ekvivalent prujina uchun $c \lambda = Q$ demak $c = c_1 + c_2$.

Tenglama tuzib olingandan keyin (u ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglama bo'ladi), uni boshlang'ich shartlar asosida integrallash kerak.

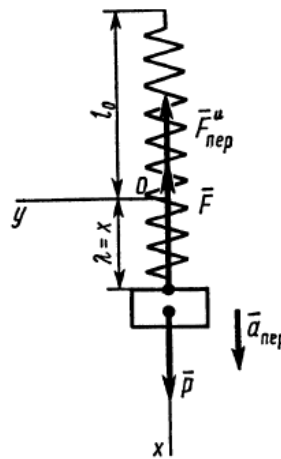
D2 topshiriqni bajarish namunasi: Vertikal tebranishlarini o'lchovchi asbobda (D2 shakl) bikrlilik koeffitsiyenti c bo'lgan prujinaga massasi m bo'lgan

yuk osilgan prujinaning ikkinchi uchi $z = A \sin(\omega t)$ (z qo'zg'almas o'q vertikal pastga yo'nalgan) qonun bo'yicha harakatlanuvchi asbob qobig'iga ulangan. Prujinaning boshlang'ich cho'zilishi λ_0 ga, yukning asbobga nisbatan boshlang'ich tezligi (vertikal pastga yo'nalgan) v_0 ga teng.

Berilgan:

$$m = 0,4 \text{ kg}, c = 40 \text{ N/m}, \lambda_0 = 0,05 \text{ m}, v_0 = 0,5 \text{ m/s}, A = 0,03 \text{ m}, \omega = 20 \frac{1}{s}$$

Yukning asbob qobig'iga nisbatan harakat qonuni $x = f(t)$ ni toping.



D2. shakl

Yechish:

1. Asbob qobig'i bilan qo'zg'aluvchi sanoq sistemasini bog'laymiz. O sanoq boshini cho'zilmagan prujina oxiridan boshlaymiz (uning l_0 uzunligi shaklda ko'rsatilgan), x o'qini esa prujinaning cho'zilish tomoniga yo'naltiramiz (D2-shakl). Yukni prujina cho'zilgan holatida tasvirlaymiz. Unga og'irlik kuchi $\vec{P}$ va elastiklik kuchi $\vec{F}$ ta'sir qiladi. Nisbiy harakat tenglamasini tuzish uchun bu kuchlar qatoriga $\vec{F}_{ko'ich}^u = -m\vec{a}_{ko'ich}$ kuchni - ko'chirma inersiya kuchini qo'shamiz, bu yerda ko'chirma harakat ilgari lanma harakatdan iborat bo'lgani uchun harakat tenglamasining vektor ko'rinishini yozamiz:

$$m\vec{a}_{nis} = \vec{P} + \vec{F} + \vec{F}_{ko'ich}^u$$

Tenglamaning ikkala tomonini x o'qiga proyeksiyalaymiz.

$$m\ddot{x} = P_x + F_x + F_{ko'chx}^u \quad (1)$$

Bu yerda $P_x = P$, $F_x = -c\lambda = -cx$ (bu yerda $\lambda = x$ prujinaning cho'zilishi).

$$F_{ko'chx}^u = -ma_{ko'chx}$$

x va z o'qlari bir xil yo'nalganligini e'tiborga olsak

$$a_{ko'chx} = a_{ko'chz} = \ddot{z} = -A\omega^2 \sin(\omega t) \quad F_{ko'chx}^u = mA\omega^2 \sin(\omega t)$$

Barcha kuchlarning topilgan proyeksiyalarini (1) tenglamaga qo'ysak,

$$m\ddot{x} = P - cx + mA\omega^2 \sin(\omega t) \quad (2)$$

Endi (2) differensial tenglamani quyidagicha yozamiz:

$$\ddot{x} + \kappa^2 x = b_1 + b_2 \sin(\omega t) \quad (3)$$

$$\text{Bu yerda } \kappa^2 = \frac{c}{m} = 100 \text{ s}^{-2}, \quad b_1 = g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad b_2 = A\omega^2 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (4)$$

2. Yukning harakat tenglamasini topish uchun (3) tenglamani integrallash kerak. Uning umumiy yechimi differensial tenglamalar nazariyasidan:

$$x = x_1 + x_2 \quad (5) \text{ ga teng bo'ladi.}$$

Bu yerda x_1 , $\ddot{x} + k^2 x = 0$ bir jinsli tenglamaning yechimi, ya'ni

$$x_1 = c_1 \sin(kt) + c_2 \cos(kt) \quad (6)$$

x_2 esa (3) tenglamaning xususiy yechimi. Tenglamaning chap va o'ng qismida turgan ifodalarlarini e'tiborga olib x_2 yechimini

$$x_2 = B + D \sin(\omega t) \quad (7)$$

ko'rinishda izlaymiz.

B va D o'zgarmaslarni topish uchun $\ddot{x}_2 = -D\omega^2 \sin(\omega t)$ ni topib, (3) tenglamaga $\ddot{x}_2$ va x_2 larni qo'yamiz, so'ngra tenglamaning ikkala tomonida erkin hadlar va $\sin(\omega t)$ oldidagi ifodalarni tenglaymiz, natijada (4) ni hisobga olib quyidagini hosil qolamiz:

$$B = \frac{b_1}{k^2} = 0,1 \text{ m}, \quad D = \frac{b_2}{k^2 - \omega^2} = -0,04 \text{ m}$$

U holda, (5)-(7) tengliklarni va $\kappa = 10 \text{ s}^{-1}$, $\omega = 20 \text{ s}^{-1}$ ekanini hisobga olib (3) tenglamaning umumiy yechimini aniqlaymiz:

$$x = c_1 \sin(10 t) + c_2 \cos(10 t) - 0,04 \sin(20 t) + 0,1 \quad (8)$$

Integral o'zgarmaslari c_1 va c_2 ni topish uchun $v_x = \dot{x}$ ni aniqlaymiz.

$$v_x = 10c_1 \cos(10 t) - 10c_2 \sin(10 t) - 0,8 \cos(20 t) \quad (9)$$

Masala shartiga ko'ra $t = 0$ da $v_x = v_o = 0,5 \text{ m/s}$; $x_o = \lambda_o = 0,05 \text{ m}$
Bu boshlang'ich shartlarni (8) va (9) tenglamalarga qo'yib ulardan $c_1 = 0,13$, $c_2 = -0,05$ ni topamiz. Natijada (8) tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$$x = 0,13 \sin(10 t) - 0,05 \cos(10 t) - 0,04 \sin(20 t) + 0,1 \quad (10)$$

Bu tenglama yukning nisbiy harakat qonuni, ya'ni tebranma harakat tenglamasidan iborat.

D3-TOPSHIRIQ

Mexanik sistema massasi $m_1 = 2 \text{ kg}$ bo'lgan D_1 yuk va massasi $m_2 = 6 \text{ kg}$ bo'lgan D_2 yuk, hamda gorizontal yo'nalishda harakatlanuvchi massasi $m_3 = 12 \text{ kg}$ bo'lgan to'g'ri burchakli plitadan iborat (D3.0-D3.9 shakllar, D3 jadval).

Sistema muvozanatda bo'lgan $t = 0$ paytdan boshlab, yuklar ichki kuchlar ta'sirida radiuslari $r = 0,4 \text{ m}$ va $R = 0,8 \text{ m}$ bo'lgan aylana novlari (jelob) bo'ylab harakatga keladi.

Yuklarni harakati paytida $\varphi_1 = \angle A_1 C_3 D_1$ burchak $\varphi_1 = f_1(t)$ qonun bo'yicha, $\varphi_2 = \angle A_2 C_3 D_2$ burchak esa $\varphi_2 = f_2(t)$ qonun bo'yicha o'zgaradi. D3-jadvalda bu bog'lanishlar 0-4 shakllar uchun (φ -radianda, t -sekundda o'lchanadi) alohida va 5-9 shakllar uchun alohida tasvirlangan.

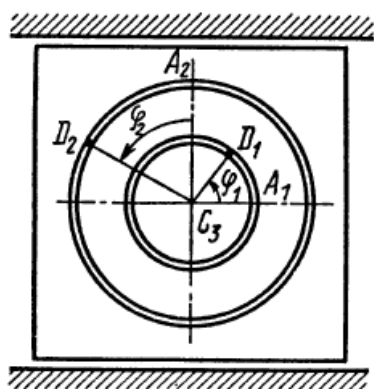
Yuklarni moddiy nuqta deb hisoblab va barcha qarshilik kuchlarini hisobga olmasdan, jadvalning topish kerak ustunida ko'rsatilgan kattaliklarni aniqlang: $x_3 = f_3(t)$ va $N = f(t)$. Bu yerda x_3 plitaning C_3 markazi koordinatasi ($x_3 = f_3(t)$ qonuniyat plita harakat qonunini aniqlaydi), $\vec{N}$ – to'la normal reaksiya kuchi.

Ko'rsatmalar: D3-topshiriq-sistema massalar markazining harakati haqidagi teoremani qo'llashga doir. Bu masalani yechishda $x_3 = f_3(t)$ ni topish uchun gorizontal x o'qqa, N ni topish uchun-vertikal y o'qqa nisbatan tenglamalar tuzish zarur.

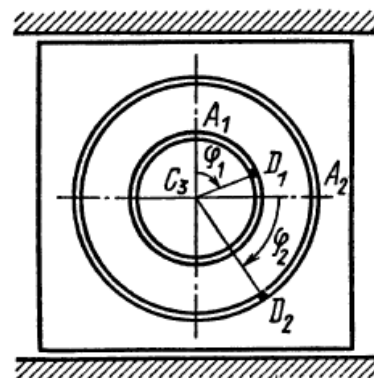
D3 jadval

Shart nomeri	0-4 shakllar		5-9 shakllar		Topish kerak
	$\varphi_1 = f_1(t)$	$\varphi_2 = f_2(t)$	$\varphi_1 = f_1(t)$	$\varphi_2 = f_2(t)$	
0	$\frac{\pi}{3}(t^2 + 1)$	$\frac{\pi}{6}(t^2 - 2)$	$\frac{\pi}{2}(3 - t^2)$	$\frac{\pi}{3}(t^2 + 2)$	x_3
1	$\pi(2 - t)$	$\frac{\pi}{4}(t + 3)$	$\frac{\pi}{4}(2t - 1)$	$\frac{\pi t}{6}$	N

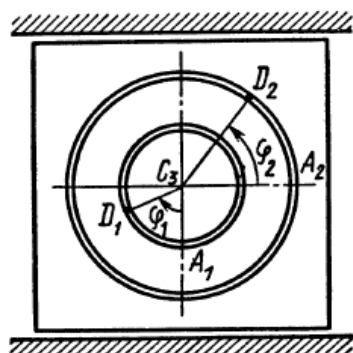
2	$\frac{\pi}{4}(t^2 + 2)$	$\frac{\pi}{6}(5 - t^2)$	$\frac{\pi}{3}(4 - t^2)$	πt^2	x_3
3	$\frac{\pi t}{3}$	$\frac{\pi}{2}(t - 2)$	$\frac{\pi}{6}(3t - 2)$	$\frac{\pi}{2}(3 - t)$	N
4	$\frac{\pi}{4}(1 - 3t^2)$	$\frac{\pi}{3}(t^2 - 4)$	$\frac{\pi t^2}{2}$	$\frac{\pi}{4}(2 - t^2)$	x_3
5	$\frac{\pi}{6}(t + 2)$	$\frac{\pi}{4}(1 - t)$	$\pi(3 - t)$	$\frac{\pi}{6}(t - 1)$	N
6	πt^2	$\frac{\pi}{6}(1 - 2t^2)$	$\frac{\pi}{4}(2t^2 - 3)$	$\frac{\pi}{3}(2 - t^2)$	x_3
7	$\frac{\pi}{3}(5 - t)$	$\frac{\pi}{4}(t + 4)$	$\frac{\pi t}{6}$	$\frac{\pi}{4}(4 - t)$	N
8	$\frac{\pi}{6}(t^2 + 3)$	$\frac{\pi}{2}(2 - t^2)$	$\frac{\pi}{3}(4 - t^2)$	$\pi(t^2 + 2)$	x_3
9	$\frac{\pi}{2}(4 - t)$	$\pi(t + 5)$	$\frac{\pi}{6}(2t - 1)$	$\frac{\pi}{2}(2 - t)$	N



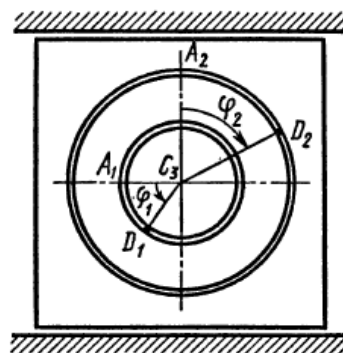
D3.0 shakl



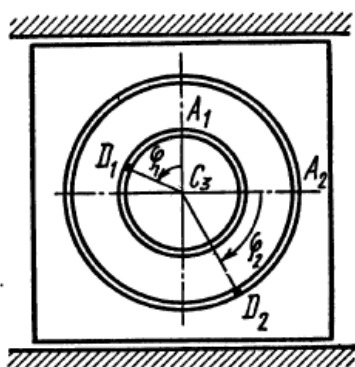
D3.1 shakl



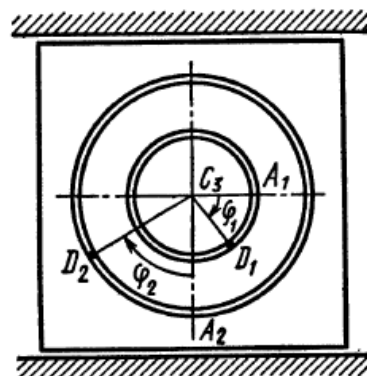
D3.2 shakl



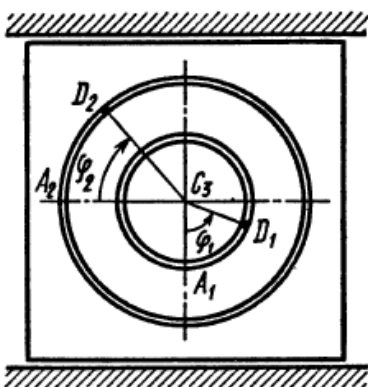
D3.3 shakl



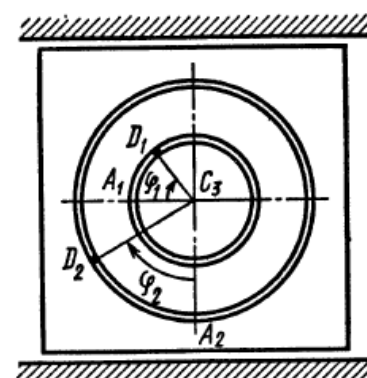
D3.4 shakl



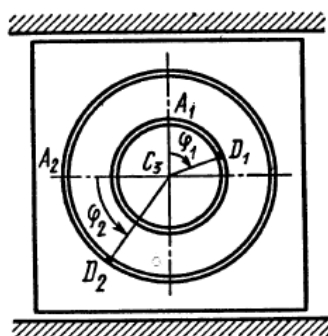
D3.5 shakl



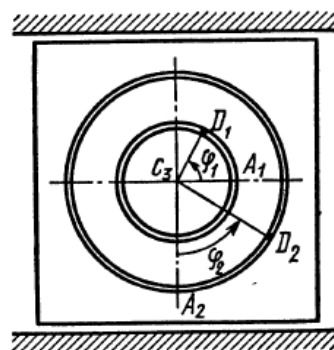
D3.6 shakl



D3.7 shakl



D3.8 shakl



D3.9 shakl

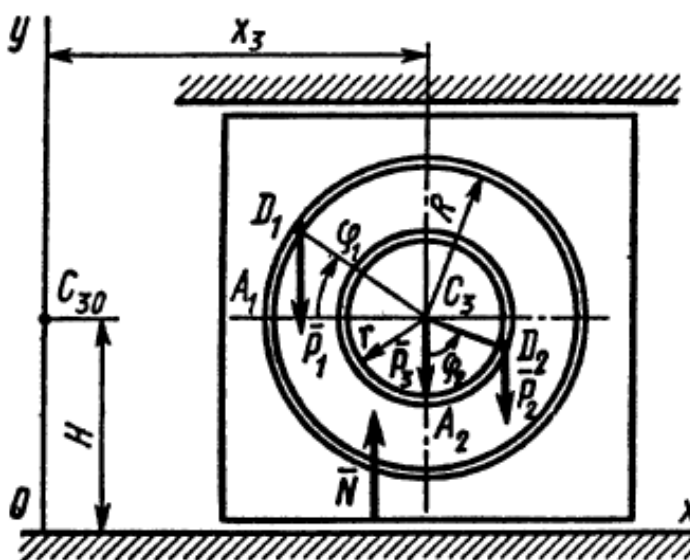
D3-Topshiriqni bajarish namunasi:

Mexanik sistema massasi m_1 bo'lgan D_1 yuk va massasi m_2 bo'lgan D_2 yuk, hamda gorizontal yo'nalishda harakatlanuvchi massasi m_3 bo'lgan to'g'ri to'rtburchakli vertikal plitadan iborat (D3 shakl). Sistema muvozanatda bo'lgan $t = 0$ paytdan boshlab, yuklar ichki kuchlar ta'sirida radiuslari r va R bo'lgan

aylana novlari bo'ylab $\varphi_1 = f_1(t)$ va $\varphi_2 = f_2(t)$ qonun bo'yicha harakatga keladi.

Berilgan: $m_1 = 6 \text{ kg}$, $m_2 = 8 \text{ kg}$, $m_3 = 12 \text{ kg}$, $r = 0,6 \text{ m}$, $R = 1,2 \text{ m}$,
 $\varphi_1 = \pi t \text{ rad}$, $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}(1 - t) \text{ rad}$ (t – sekundlarda).

Plitaning harakat qonuni $x_3 = f_3(t)$ va to'la normal reaksiya kuchi N ning o'zgarish qonunini toping.



D3. shakl

Yechish:

D_1 va D_2 yuklar va plitadan iborat sistemani ixtiyoriy holatida tasvirlaymiz (D3 shakl). Sistemaga ta'sir etayotgan $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ -tashqi kuchlarni va $\vec{N}$ normal reaksiya kuchini shaklda ko'rsatamiz. Oxy o'qlarini shunday o'tkazamizki, y o'qi plita massalar markazi C_{30} ning $t = 0$ vaqtdagi holatidan o'tsin.

a) x_3 ko'chishni aniqlash. $x_3 = f_3(t)$ ni aniqlash uchun sistema massalar markazining harakati haqidagi teoremdan foydalanamiz. Sistema massalar markazining x o'qidagi harakat differensial tenglamalarini tuzamiz:

$$M\ddot{x}_c = \sum F_{kx}^e \quad \text{yoki} \quad M\ddot{x}_c = 0 \quad (1)$$

chunki, sistemaga ta'sir etuvchi kuchlar vertikal. (1) tenglamani bir marta integrallasak $M\dot{x}_c = c_1$, ya'ni massalar markazi tezligining bu o'qdagi proyeksiyasi o'zgarmas boshlang'ich vaqtda $v_{cx} = 0$ bo'lgani uchun $c_1 = 0$ bo'ladi.

$M\dot{x}_c = 0$ tenglamani yana bir marta integrallasak

$$Mx_c = \text{const} \quad (2)$$

ya'ni, sistemaning massalar markazi Ox o'qi bo'yicha ko'chmaydi.

Mx_c ni qiymatini topamiz. D3-shakldan ko'rinadiki, ixtiyoriy vaqt uchun yuklarning absissalari $x_1 = x_3 - R\cos\varphi_1$, $x_2 = x_3 + r\sin\varphi_2$ ga teng bo'ladi. Sistema massalar markazining x_c koordinatasini topish formulasiga ko'ra

$$Mx_c = m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3; \quad \text{u holda}$$

$$Mx_c = (m_1 + m_2 + m_3)x_3 - m_1R\cos(\pi t) + m_2r\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi t}{2}\right) \quad (3)$$

(2) tenglikka ko'ra massalar markazining x_c koordinatasi boshlang'ich va ixtiyoriy hol uchun bir xil bo'ladi.

$$-m_1R + m_2r = (m_1 + m_2 + m_3)x_3 - m_1R\cos(\pi t) + m_2r\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) \quad (4)$$

$t = 0$ da $x = 0$ ekanini hisobga olsak, bu yerdan x_3 koordinatalarning vaqtga bog'liq qonunini topamiz.

$$\text{Javob: } x_3 = 0,09 \left[3\cos(\pi t) - 2\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) - 1 \right]$$

b) N reaksiya kuchini aniqlash. $N = f(t)$ ni topish uchun sistema massalar markazining harakati differensial tenglamalarini Oy vertikal o'qdagi proyeksiyasini tuzamiz. (D3-shakl):

$$M\ddot{y}_c = \sum F_{ky}^e \text{ yoki } M\dot{y}_c = N - P_1 - P_2 - P_3 \quad (1)$$

bu tenglikda $P_1 = m_1g$, $P_2 = m_2g$, $P_3 = m_3g$ ekanini hisobga olsak,

$$N = M\ddot{y}_c + (m_1 + m_2 + m_3)g \quad (2).$$

Sistema massalar markazining y_c ordinatasini aniqlash formulasiga ko'ra:

$$My_c = m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3,$$

bu yerda

$$y_1 = H + R\sin\varphi_1; y_2 = H - r\cos\varphi_2; y_3 = H = Oc_{30} = \text{const}$$

bo'lgani uchun

$$My_c = (m_1 + m_2 + m_3)H + m_1R\sin(\pi t) - m_2r\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi t}{2}\right),$$

yoki

$$My_c = (m_1 + m_2 + m_3)H + m_1R\sin(\pi t) - m_2r\sin\left(\frac{\pi t}{2}\right).$$

Bu tenglmaning ikkala tomonini ikki marta differensiallaymiz.

$$M\dot{y}_c = m_1R\pi\cos(\pi t) - m_2r(\pi/2)\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$$

$$M\ddot{y}_c = -m_1R\pi^2\sin(\pi t) + m_2r\left(\frac{\pi^2}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)$$

$M\ddot{y}_c$ ning bu qiymatini (2) tenglamaga qo'yib, N reaksiyaning t ga bog'liq qonunini topamiz.

Javob: $N = 254,8 - 1,2\pi^2 \left[6 \sin(\pi t) - \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right) \right]$. Bu yerda t -sekundda, N -nyutonda o'lchanadi.

D4-TOPSHIRIQ

Mexanik sistema gorizontal yo'nalishda harakatlanuvchi, massasi $m_1 = 18 \text{ kg}$ bo'lgan 1-plita va massasi $m_2 = 6 \text{ kg}$ bo'lgan D -yukdan iborat ($D4.0$ - $D4.9$ shakllar, $D4$ jadval). Plitaning tezligi $v_0 = 2 \text{ m/s}$ bo'lgan $t = 0$ vaqtdan boshlab D yuk plitadagi nov bo'ylab ichki kuchlar ta'sirida harakatga keladi.

Masalaning 0-3 shakllarida novning KE qismi tog'ri chiziqdan iborat va yukning harakati davomida $s = AD$ masofa $s = f_1(t)$ qonunga ko'ra o'zgaradi. Masalaning 4-9 shakllarida esa nov radiusi $R = 6,8 \text{ m}$ bo'lgan aylanadan iborat, bu holda yukning harakati paytida $\varphi = \angle AC_1D$ burchak $\varphi = f_2(t)$ qonun bo'yicha o'zgaradi.

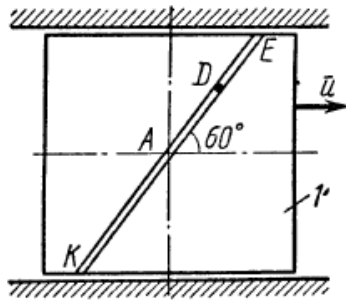
$D4$ -jadvalda bu bog'lanishlar 0 va 1 shakllar uchun alohida, 2 va 3 shakllar uchun alohida va boshqa shakllar uchun alohida berilgan (bu yerda s -metrda, t -sekundd, φ –radianda o'lchanadi).

Yukni moddiy nuqta deb hisoblab va qarshilik kuchlarini hisobga olmasdan $u = f(t)$ qonuniyatni, ya'ni plita tezligining vaqtga bog'liqlik qonuni aniqlansin.

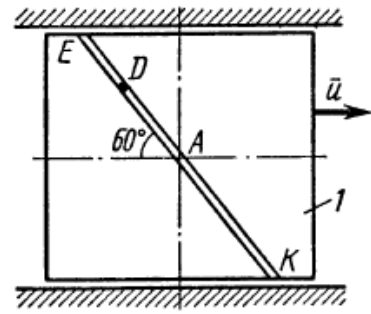
$D4$ Jadval

Shart nomeri	$s = f_1(t)$		$\varphi = f_2(t)$	
	0,1 shakllar	2,3 shakllar	4,5,6 shakllar	7,8,9 shakllar
0	$0,8 \sin(\pi t^2)$	$0,4 (3 t^2 - 2)$	$\pi(3 - 2t^2)/3$	$\pi(2t^2 - 1)$
1	$1,2 \cos(\pi t/2)$	$0,6 \sin(\pi t^2/2)$	$\pi(1 - 3t^2)/4$	$\pi(1 - 4t^2)/3$
2	$0,6 (2 t^2 - 1)$	$0,8 \cos(\pi t)$	$\pi(t^2 - 3)/6$	$\pi(3 + 4t^2)/6$
3	$0,4 \sin(\pi t^2/3)$	$0,5 \sin(\pi t^2/6)$	$\pi(2 - t^2)$	$\pi(t^2 + 1)/2$
4	$0,5 \cos(\pi t/6)$	$1,2 \cos(\pi t/3)$	$\pi(1 + 2t^2)/6$	$\pi(1 - 5t^2)/4$
5	$0,6 \sin(\pi t^2/4)$	$0,5 (3 - 4t^2)$	$\pi(5t^2 + 1)/4$	$\pi(t^2 - 4)/3$
6	$0,8(2 - 3t^2)$	$0,8 \sin(\pi t^2/3)$	$\pi(t^2 - 2)/2$	$\pi t^2/4$
7	$0,6 \cos(\pi t/3)$	$0,4 \cos(\pi t/4)$	$\pi(3 + t^2)/3$	$\pi(3t^2 - 1)/6$
8	$1,2 \sin(\pi t^2/6)$	$1,2 \sin(\pi t^2)$	$\pi t^2/2$	$\pi(t^2 + 3)/2$

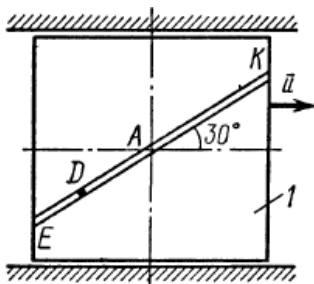
9	$0,8 \cos(\pi t/4)$	$0,6 \cos(\pi t/6)$	$\pi(t^2 + 2)/6$	$\pi(2 - t^2)/4$
---	---------------------	---------------------	------------------	------------------



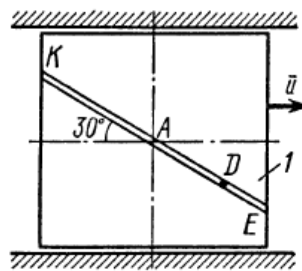
D4.0 shakl



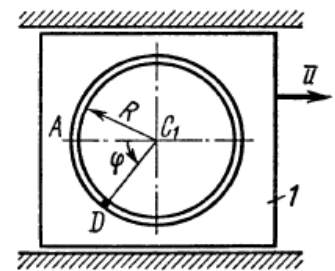
D4.1 shakl



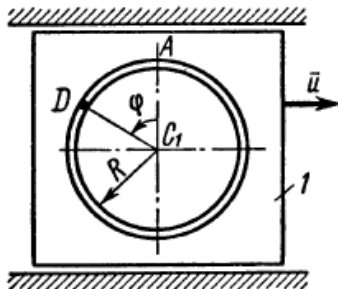
D4.2 shakl



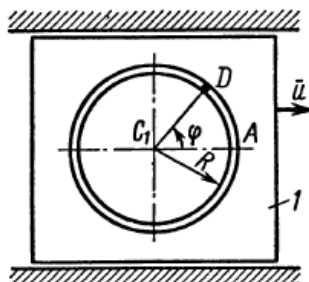
D4.3 shakl



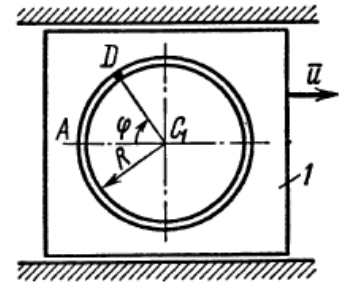
D4.4 shakl



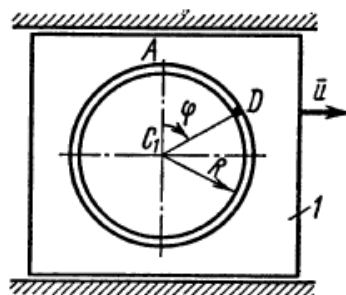
D4.5 shakl



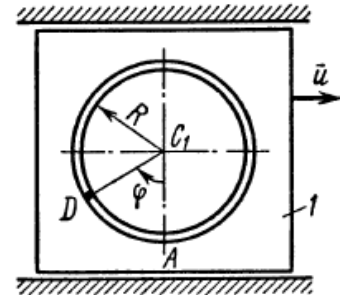
D4.6 shakl



D4.7 shakl



D4.8 shakl



D4.9 shakl

Ko'rsatmalar. D4-topshiriq - sistema harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teoremani qo'llashga doir masala. Masalani yechish uchun teoremaning gorizontaal o'qdagi proyeksiyasini tuzish kerak.

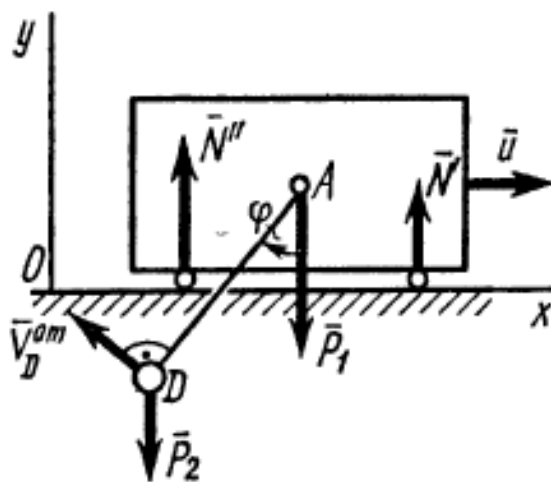
D4-topshiriqni bajarish namunasi:

Silliqlik gorizontaal tekislikda harakatlanayotgan m_1 massali aravachaning A og'irlik markaziga uzunligi l bo'lgan, og'irligi hisobga olinmaydigan AD sterjen mahkamlangan, sterjen uchiga massasi m_2 bo'lgan D yuk osilgan (D4 shakl). $t = 0$ vaqtda aravacha tezligi $u = u_0$ ga teng va AD sterjen A nuqtadan o'tuvchi shakl tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida $\varphi = \varphi(t)$ qonun bo'yicha aylana boshlaydi.

Berilgan:

$$m_1 = 24 \text{ kg}, m_2 = 12 \text{ kg}, u_0 = 0,5 \text{ m/s}, l = 0,6 \text{ m}, \varphi = \frac{\pi}{3}(1 + 2t^3) \text{ rad}.$$

Aravacha tezligining o'zgarish qonuni $u = f(t)$ aniqlansin.



D4 shakl

Yechish:

Aravacha va D yukdan iborat mexanik sistemani ixtiyoriy holatda tasvirlaymiz. Sistemaga $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ - og'irlik kuchlari va $\vec{N}'$, $\vec{N}''$ tekislikning reaksiya kuchlaridan iborat tashqi kuchlar ta'sir etadi. x o'qini gorizontaal yo'naltirib, Oxy koordinatalar sistemasini o'tkazamiz.

u ni topish uchun sistemaning $\vec{Q}$ harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teoremaning x o'qidagi proyeksiyasidan foydalanamiz.

Sistemaga ta'sir etayotgan barcha kuchlar vertikal bo'lgani uchun (*D4*-shakl), $\sum F_{kx}^e = 0$ bo'ladi va teorema ko'ra

$$\frac{dQ_x}{dt} = \sum F_{kx}^e = 0 \text{ bu yerdan } Q_x = c_1 \quad (1)$$

Ko'rilayotgan mexanik sistema uchun

$$\vec{Q} = \vec{Q}^{ap} + \vec{Q}^D \text{ bu yerda } \vec{Q}^{ap} = m_1 \vec{u} \text{ va } \vec{Q}^D = m_2 \vec{v}_D$$

aravacha va *D* yukning harakat miqdorlari mos ravishda ($\vec{u}$ – aravachning tezligi, $\vec{v}_D$ – yukning *Oxy* sistemaga nisbatan tezligi).

U holda, (1) tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$$Q_x^{ap} + Q_x^D = c_1 \text{ yoki } m_1 u_x + m_2 v_{Dx} = c_1 \quad (2)$$

v_{Dx} ni aniqlaymiz. *D* yuk murakkab harakat qilmoqda, uning aravachaga nisbatan harakati nisbiy (bu harakat *AD* sterjenning *A* nuqtadan o'tuvchi o'q atrofida aylanma harakatidan iborat). Aravachaning yuk bilan harakati esa ko'chirma harakatdan iborat, u holda

$$\vec{v}_D = \vec{v}_D^{nis} + \vec{v}_D^{ko'ch} \text{ va } v_{Dx} = v_{Dx}^{nis} + v_{Dx}^{ko'ch} \quad (3)$$

Bizda $v_D^{ko'ch} = u$ bo'lgani uchun $v_{Dx}^{ko'ch} = u_x$ ga teng. $\vec{v}_D^{nis}$ ning vektor tezligi sterjenga perpendikulyar yo'nalgan, miqdori esa

$$v_D^{nis} = l \cdot \omega_{AD} = l \cdot \dot{\varphi} = 2l\pi t^2$$

ga teng. Bu vektorni $\dot{\varphi}$ ishorasini e'tiborga olib *D4* shaklda tasvirlasak, $v_{Dx}^{nis} = -v_D^{nis} \cos \varphi$ ni hosil qilamiz.

Demak, (3) tenglama yakunda quyidagi ko'rinishda yozilishi mumkin:

$$v_{Dx} = u_x - v_D^{nis} \cos \varphi = u_x - 2l\pi t^2 \cos \left(\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} t^3 \right) \quad (4)$$

(Bu masalada v_{Dx} ning miqdorini boshqa usulda ham topish mumkin. Buning uchun D yuk x_D absissasini $D4$ shakldan topamiz: $x_D = x_A - l \sin \varphi$, u holda, $v_{Dx} = \dot{x}_D = \dot{x}_A - l \dot{\varphi} \cos \varphi$ bu yerda $x_A = u_x$ va $\dot{\varphi} = 2\pi t^2$).
 $u_x = u$ ekanini hisobga olsak va v_{Dx} - ni topilgan qiymatini (2) tenglikka qo'ysak, quyidagi ifoda hosil bo'ladi:

$$m_1 u + m_2 u - m_2 2\pi t^2 \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} t^3\right) = c_1 \quad (5).$$

Integral doimiysi c_1 ni boshlang'ich shartlardan foydalanib topamiz: $t = 0$ va $u = u_0$. Bu miqdorlarni (5) tenglikka qo'yib $c_1 = (m_1 + m_2)u_0$ ni olamiz, buni (5) tenglamaga qo'ysak, (5) quyidagi ko'rinishga keladi:

$$(m_1 + m_2)u - 2m_2 l \pi t^2 \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} t^3\right) = (m_1 + m_2)u_0$$

Bu yerdan aravacha tezligi u ning vaqtga bog'lanish qonunini topamiz:

$$u = u_0 + \frac{2 l \pi m_2}{m_1 + m_2} t^2 \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} t^3\right) \quad (6).$$

(6) tenglamada berilgan kattaliklarning qiymatini qo'yib, u ning t ga bog'lanish qonunini aniqlanadi.

$$\text{Javob: } u = 0,5 + 0,4 \pi t^2 \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} t^3\right) \text{ m/s}.$$

D5-TOPSHIRIQ

Massasi $m_1 = 24$ kg bo'lgan bir jinsli gorizontal (radiusi $R = 1,2$ m bo'lgan aylana yoki tomonlari R va $2R$ bo'lgan to'g'ri to'rtburchak shaklidagi) platforma C massalar markazidan $OC = b$ masofadan o'tgan vertical z o'qi atrofida $\omega_0 = 10 \text{ s}^{-1}$ burchak tezlik bilan aylanmoqda ($D5.0$ - $D5.9$ shakllar, $D5$ jadval). Barcha to'g'ri to'rtburchak shakldagi platformalarning o'lchovlari $D5.0a$ shaklida ko'rsatilgan (yuqoridan ko'rinishi).

$t = 0$ paytdan boshlab platforma novida massasi $m_2 = 8 \text{ kg}$ bo'lgan D yuk ichki kuchlar ta'sirida $s = AD = F(t)$ qonun bo'yicha harakatga keladi. (s - metrda, t -sekundda o'lchanadi). Shu vaqtning o'zida platformaga momenti M bo'lgan juft kuch ta'sir eta boshlaydi (n'yutonmetrda berilgan: agar $M < 0$ bo'lsa uning yo'nalishi shaklda ko'rsatilganiga qarama-qarshi bo'ladi).

Valning massasini hisobga olmasdan $\omega = f(t)$ ning, ya'ni platforma burchak tezligining vaqtga bog'liqlik qonunini toping.

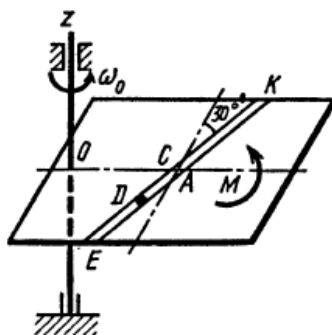
Barcha shakllarda D yuk $s > 0$ holat uchun tasvirlangan (agar $s < 0$ bo'lsa, yuk A nuqtaning boshqa tomonida bo'ladi). Shaklni chizayotganda z o'qini s markazdan $OC = b$ masofada o'tkazilishi kerak.

D5-jadval

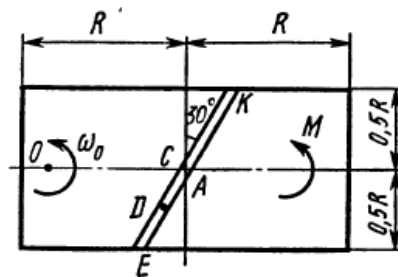
Shart nomeri	b	$s = F(t)$	M
0	R	$-0,4 t^2$	6
1	$R/2$	$0,6 t^2$	$4 t$
2	R	$-0,8 t^2$	-6
3	$R/2$	$10 t$	$-8 t$
4	R	$0,4 t^3$	10
5	$R/2$	$-0,5 t$	$-9 t^2$
6	R	$-0,6 t$	8
7	$R/2$	$0,8 t$	$6 t^2$
8	R	$0,4 t^3$	$-10 t$
9	$R/2$	$0,5 t^2$	$12 t^2$

Ko'rsatmalar. D5 topshiriq - sistema kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teoremani qo'llashga doir masala. Platforma va yukdan iborat sistemaga teoremani qo'llashda sistemaning z o'qiga nisbatan K_z kinetik momenti platforma va yuk kinetik momentlarining yig'indisiga teng ekanligini hisobga olish kerak. Shuningdek, yukning absolyut tezligi uning $\vec{v}_{nis}$ nisbiy va $\vec{v}_{ko'ch}$ ko'chirma harakatlari tezliklarining geometrik yig'indisiga $\vec{v} = \vec{v}_{nis} + \vec{v}_{ko'ch}$ teng ekanini unutmaslik lozim. Bu holda, yukning harakat miqdori $m\vec{v} = m\vec{v}_{nis} + m\vec{v}_{ko'ch}$ ga teng bo'ladi. Varin'on teoremasini (statikadagi) bu ifodaga qo'llasak,

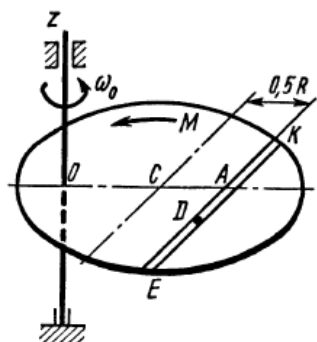
$m_z(m\vec{v}) = m_z(\vec{v}_{nis}) + m_z(\vec{v}_{ko'ch})$ bu momentlar kuchning momenti singari hisoblanadi. D5-masalada bu hisoblashlar to'la ko'rsatilgan.



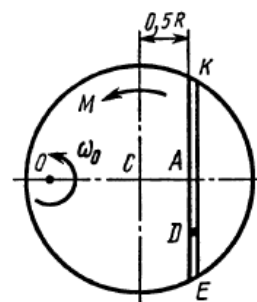
D5.0 shakl



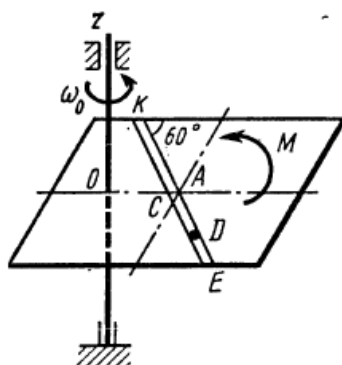
D5.0a shakl



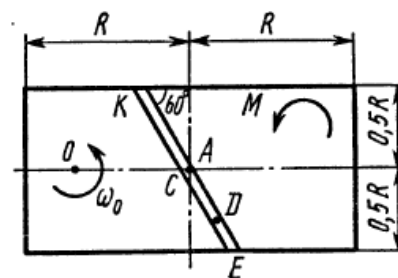
D5.1 shakl



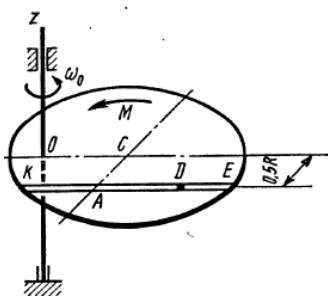
D5.1a shakl



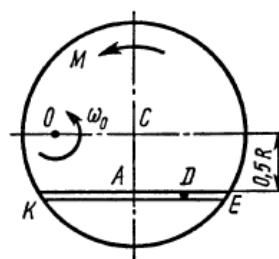
D5.2 shakl



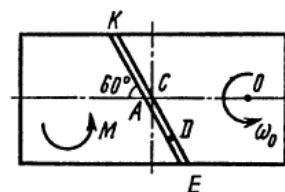
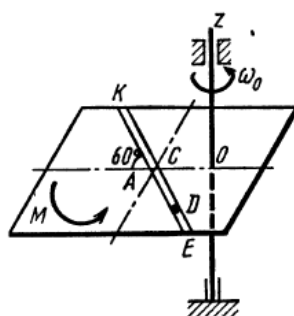
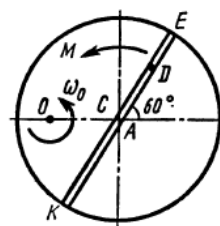
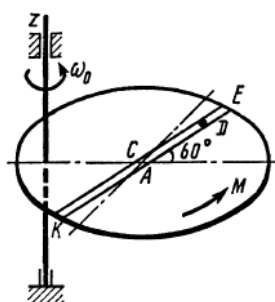
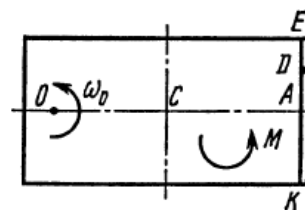
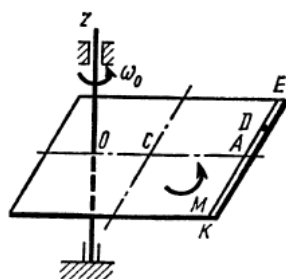
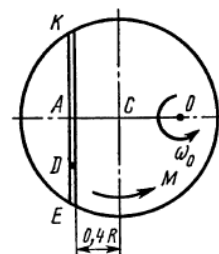
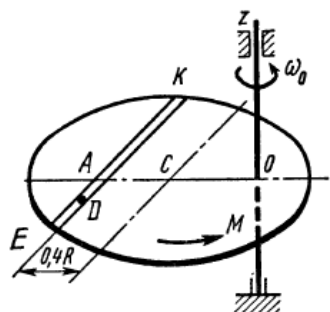
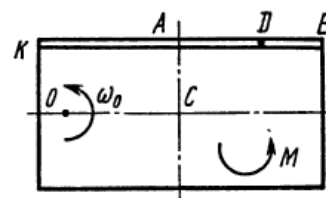
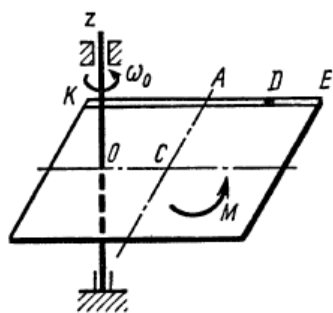
D5.2a shakl

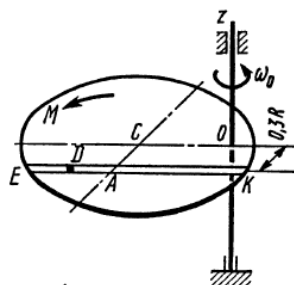


D5.3 shakl

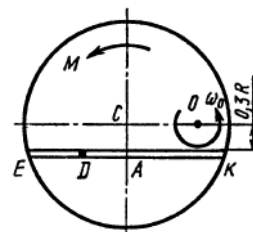


D5.3a shakl





D5.9 shakl



D5.9a shakl

Masalani yechishda qo'shimcha shaklda platformaning yuqoridan (z o'qi uchidan) ko'rinishini $D5.0a$ - $D5.9a$ shakllarda ko'rsatilgani kabi tasvirlash kerak.

Massasi m bo'lgan plastinkaning massalar markazi C dan o'tuvchi plastinka tekisligiga perpendikulyar Cz o'qiga nisbatan inersiya momenti:

a) tomonlari a_1 va a_2 bo'lgan to'g'ri burchakli plastinka uchun:

$$I_{cz} = m(a_1^2 + a_2^2)/12;$$

b) radiusi R bo'lgan doiraviy plastinka uchun

$$I_{cz} = m R^2/2.$$

D5 topshiriqni bajarish namunasi: Massasi m_1 bo'lgan bir jinsli (tomonlari $2l$ va l bo'lgan to'g'ri to'rtburchak shakldagi) gorizontal platforma vertikal valga mahkamlangan va u bilan birga z o'qi atrofida ω_0 burchak tezligi bilan aylanadi ($D5 a$ shakl). $t_0 = 0$ vaqtda valga M burovchi moment ta'sir eta boshlaydi, uning yo'nalishi ω_0 ga teskari. Shu vaqtning o'zidan boshlab massasi m_2 bo'lgan D yuk AB novda C nuqtadan (ichki kuchlar ta'sirida) $C = CD = F(t)$ qonun bo'yicha harakatga keladi.

Berilgan:

$$m_1 = 16 \text{ kg}, \quad m_2 = 10 \text{ kg}, \quad l = 0,5 \text{ m}, \quad \omega_0 = 2 \text{ s}^{-1}, \quad s = 0,4 \text{ t}^2$$

(s - metrda, t - sekundda o'lchanadi), $M = kt$ bu yerda $k = 6 \text{ H} \cdot \text{m/s}$. Platforma burchak tezligining o'zgarish qonuni $\omega = f(t)$ ni toping.



D5 shakl

Yechish: platforma va D yukdan iborat sistemani ko'ramiz. ω ni topish uchun sistemani z o'qiga nisbatan kinetik momentning o'zgarishi haqidagi teoremani qo'llaymiz:

$$\frac{dK_z}{dt} = \sum m_z (\vec{F}_k^e) \quad (1)$$

Sistemaga ta'sir etuvchi $\vec{P}_1$ va $\vec{P}_2$ og'irlik kuchlari, $\vec{R}_E$, $\vec{R}_H$ –reaksiya kuchlari va M burovchi momentni shaklda tasvirlaymiz. $\vec{P}_1$ va $\vec{P}_2$ kuchlar z o'qiga parallel va $\vec{R}_E$, $\vec{R}_H$ –kuchlar bu o'qni kesib o'tgani uchun ularning z o'qiga nisbatan momentlari nolga teng. U holda, ω_0 yo'nalishni (ya'ni soat strelkasi yo'nalishiga teskari yo'nalishni) musbat hisoblab, $\sum m_z(\vec{F}_K^e) = -M = -kt$ ni hosil qilamiz.

U holda, (1) tenglama

$$\frac{dK_z}{dt} = -kt \quad (2)$$

ko'rinishga keladi. Bu tenglamani ikkala tomonini dt ga ko'paytirib integrallaymiz:

$$K_z = -\frac{k}{2}t^2 + c_1 \quad (3).$$

Ko'rilayotgan mexanik sistema uchun:

$$K_z = K_z^{pl} + K_z^D \quad (4),$$

bu yerda K_z^{pl} va K_z^D - platforma va D yukning kinetik momentlari.

Platforma z o'qi atrofida aylanma harakat qilayotgani uchun $K_z^{pl} = \dot{I}_z \omega \cdot I_z$ ning miqdorini Gyuygens teoremasidan foydalanib topamiz:

$$I_z = I_{cz'} + m_1(OC)^2 = I_{cz'} + m_1 l^2$$

($I_{cz'}$ - platformaning C markazdan o'tuvchi, z o'qiga parallel bo'lgan z' o'qiga nisbatan inersiya momenti)

Ma'lumki,
$$I_{cz'} = m_1[(2l)^2 + l^2]/12 = 5 m_1 l^2/12.$$

U holda
$$I_z = 5m_1 \frac{l^2}{12} + m_1 l^2 = 17 m_1 l^2/12.$$

Demak,
$$K_z^{pl} = (17 m_1 l^2/12)\omega \quad (5)$$

K_z^D ni aniqlash uchun $D5$ shakldan foydalanamiz. D yuk murakkab harakat qilmoqda, uning platforma bo'ylab harakati nisbiy, platforma bilan birga z o'qi atrofida aylanishi ko'chirma harakatdir. U holda, yukning absolyut tezligi $\vec{v} = \vec{v}_{nis} + \vec{v}_{ko'ch}$ ga teng bo'ladi. D yuk $s = CD = 0,4 t^2$ qonunga ko'ra harakatlanayotgani uchun $v_{nis} = \frac{ds}{dt} = 0,8 t$. $D5b$ - shaklda $\vec{v}_{nis}$ vektorini $\frac{ds}{dt}$ ishorasiga qarab tasvirlaymiz. (agar $\frac{ds}{dt} < 0$ bo'lsa, $\vec{v}_{nis}$ qarama-qarshi yo'nalishiga ega). So'ngra, ω yo'nalishini hisobga olib $\vec{v}_{ko'ch}$ ($\vec{v}_{ko'ch}$ ga OD tik yo'nalgan) vektorni tasvirlaymiz, miqdori $v_{ko'ch} = \omega \cdot OD$.

U holda Varin'on teoremasiga ko'ra

$$K_z^D = m_z(m_2 \vec{v}) = m_z(m_2 \vec{v}_{nis}) + m_z(m_2 \vec{v}_{ko'ch}) =$$

$$-m_2 v_{nis} \cdot OC + m_2 v_{ko'ch} \cdot OD = -m_2 \cdot 0,8 t l + m_2 \omega (OD)^2 \quad (6)$$

D5.b shakldan $OD^2 = l^2 + s^2 = l^2 + 0,16 t^4$ ni topamiz va uni hamda (6) va (5) dan K_z^D , K_z^{pl} qiymatlarini (4) tenglikka qo'yamiz:

$$K_z = \frac{17}{12} m_1 l^2 \omega + m_2 \omega (l^2 + 0,16 t^4) - m_2 (0,8 t) l = \\ = (8,17 + 1,6 t^4) \omega - 4 t \quad (7)$$

U holda (3) tenglama, $k = 6$ ekanini hisobga olsak

$$(8,17 + 1,6 t^4) \omega - 4 t = -3 t^2 + c_1 \quad (8)$$

ko'rinishga keladi. Integral o'zgarmasini boshlangich shartlardan topamiz: $t = 0$ da $\omega = \omega_0$ ekanligidan $c_1 = 8,17 \omega_0 = 16,34$. c_1 ni qiymatini (8) tenglamaga qo'yib, ω ning t vaqtga bog'liqligi qonunini topamiz.

Javob: $\omega = (16,34 + 4t - 3t^2) / (8,17 + 1,6 t^4)$; bu yerda t — sekundda, ω — s^{-1} da o'lchanadi.

D6 TOPSHIRIQ

Mexanik sistema 1 - va 2 - yuklardan, radiuslari $R_3 = 0,3 m$ $r_3 = 0,1 m$ va aylanish o'qiga nisbatan inersiya radiusi $\rho_3 = 0,2 m$ bo'lgan pog'onali g'altakdan, radiusi $R_4 = 0,2 m$ bo'lgan blokdan, hamda 5-g'ildirakdan (yoki qo'zg'aluvchan blokdan) iborat (D6.0 - D6.9 shakllar, D6 jadval). 5-jismni bir jinsli yahlit silindrdan iborat, 4 - blok massasini esa to'g'ini bo'ylab tekis taralgan deb hisoblangan. Yuklar bilan tekislik oralig'idagi ishqalanish koeffitsiyenti $f = 0,1$ ga teng. Sistema jismlari bir birlari bilan 3-shkivga o'ralgan va blok orqali o'tkazilgan iplar bilan tutashtirilgan. Iplar jismlar yotgan tekislikka parallel joylashgan. Jismlardan biriga birklik koeffitsiyenti c bo'lgan prujina ulangan.

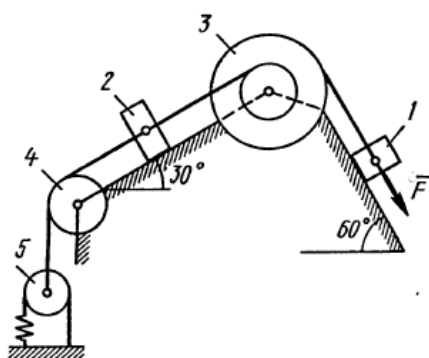
Sistema muvozanat holatidan $F = f(s)$ kuch ta'sirida harakatga keladi, bu yerda s kuch qo'yilgan nuqtaning ko'chishi. Harakat paytida 3-g'altakka kuchlarning M o'zgarmas momenti ta'sir qiladi (podshipniklardagi ishqalanishdan hosil bo'ladi) s ko'chish $s_1 = 0,2m$ bo'lgan vaqt uchun jadvalning "topish kerak" ustunida ko'rsatilgan kattaliklar aniqlansin.

v_1, v_2, v_{c5} mos ravishda 1 - va 2 - yukning, 5 - jism massalar markazining tezliklari, ω_3 va ω_4 3 - va 4 - jismning burchak tezliklari. Barcha g'ildiraklar, shu jumladan ip o'ralgan g'ildiraklar ham (masalan: 2 shakldagi 5-g'ildirak) harakat tekisligida sirpanmasdan dumalaydi.

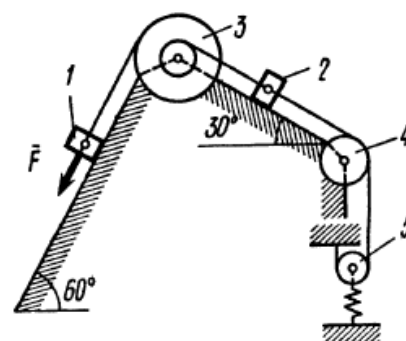
Agar $m_2 = 0$ bo'lsa shaklda shu yukni tasvirlamaslik kerak, boshqa yuklarning massasi nolga teng bo'lsa ham ularni shaklda ko'rsatish kerak.

D6 jadval

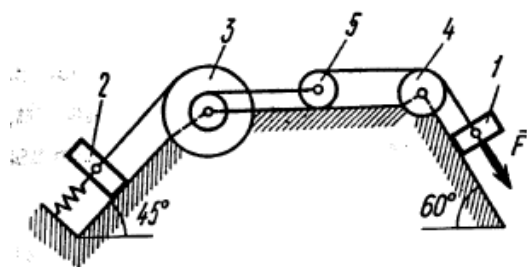
Shart nomeri	m_1 , kg	m_2 , kg	m_3 , kg	m_4 , kg	m_5 , kg	c , N/m	M , N · m	$F = f(s)$, N	Topish kerak
0	0	6	4	0	5	200	1,2	80 (4+5 s)	ω_3
1	8	0	0	4	6	320	0,8	50 (8+3 s)	v_1
2	0	4	6	0	5	240	1,4	60 (6+5 s)	v_2
3	0	6	0	5	4	300	1,8	80 (5+6 s)	ω_4
4	5	0	4	0	6	240	1,2	40 (9+4 s)	v_1
5	0	5	0	6	4	200	1,6	50 (7+8 s)	v_{c5}
6	8	0	5	0	6	280	0,8	40 (8+9 s)	ω_3
7	0	4	0	6	5	300	1,5	60 (8+5 s)	v_2
8	4	0	0	5	6	320	1,4	50 (9+2 s)	ω_4
9	0	5	6	0	4	280	1,6	80 (6+7 s)	v_{c5}



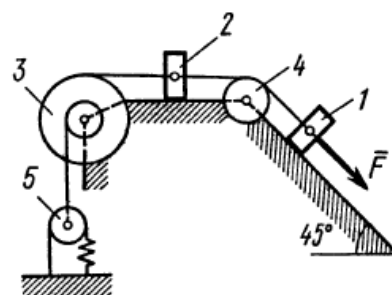
D6.0 shakl



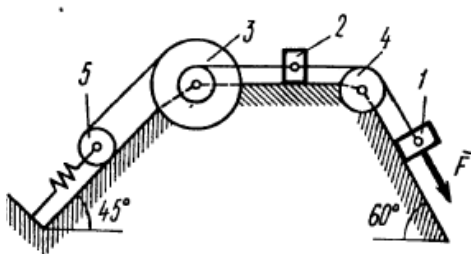
D6.1 shakl



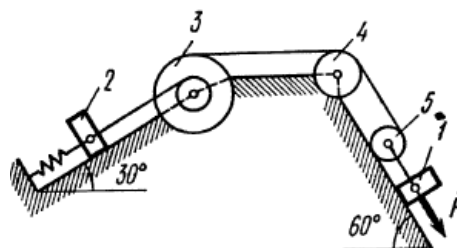
D6.2 shakl



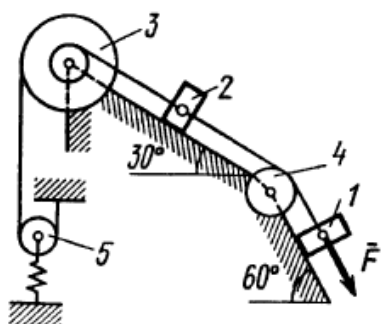
D6.3 shakl



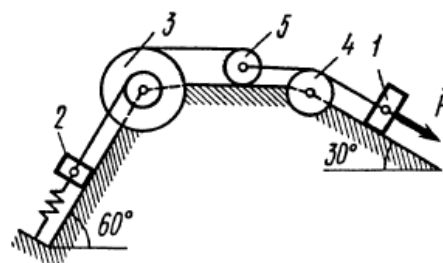
D6.4 shakl



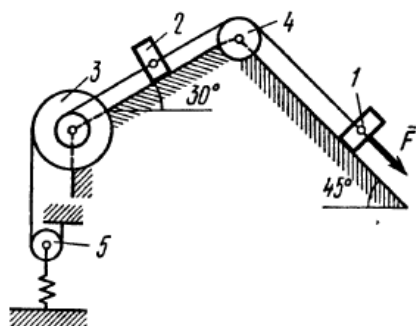
D6.5 shakl



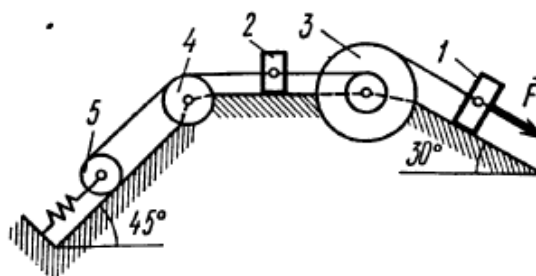
D6.6 shakl



D6.7 shakl



D6.8 shakl



D6.9 shakl

Ko'rsatmalar: D6 topshiriq sistema kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teoremani qo'llashga doir. Masalani yechishda sistemaning T kinetik energiyasi

unga kiruvchi barcha jismlar kinetik energiyalarining yig'indisiga teng ekanligini va bu energiyani masalada aniqlanishi kerak bo'lgan (chiziqli yoki burchakli) tezlik orqali ifodalanishni unutmaslik kerak. Jismning tekis parallel harakatida T ni hisoblashda jism nuqtalarining yoki burchak tezligi va massalar markazining tezligi oralaridagi bog'lanishlarni aniqlashda tezliklar oniy markazidan (kinematika) foydalaning. Kuchlarning bajargan ishini hisoblashda barcha ko'chishni berilgan s ko'chish orqali ifodalang, bu ko'chishlar orasidagi bog'lanishlar xuddi tezliklar orasidagi bog'lanishlar kabi bo'ladi.

D6 Topshiriqni bajarish namunasi:

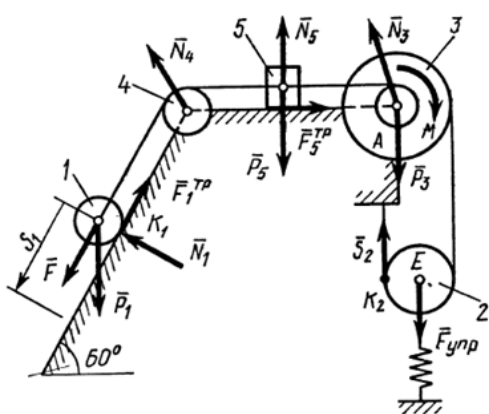
Mexanik sistema 1 - bir jinsli slindirsimon g'ildirak, 2 - qo'zg'aluvchi g'altakdan, radiuslari R_3 va r_3 bo'lgan, aylanish o'qiga nisbatan inersiya radiusi ρ_3 bo'lgan 3-pog'onali g'altakdan, 4 - blokdan va 5- yukdan iborat (yuk bilan tekislik orasidagi ishqalanish koeffitsiyenti f ga teng)

Sistema jismlari bir-birlari bilan va 3 - g'altakka o'ralgan iplar bilan tutashtirilgan. 2-g'altakning E markaziga bikrlilik koeffitsiyenti c bo'lgan prujina mahkamlangan, prujina boshlang'ich holatda cho'zilmagan.

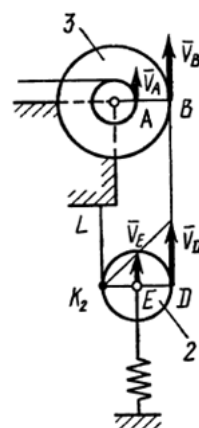
Sistema muvozanat holatidan $F = f(s)$ kuch ta'sirida harakatga keladi, bu yerda s kuch qo'yilgan nuqtaning ko'chishi. Harakat paytida 3 - g'altakka qarshilik kuchlarining M o'zgarmas momenti ta'sir qiladi.

Berilgan: $m_1 = 8 \text{ kg}$, $m_2 = 0$, $m_3 = 4 \text{ kg}$, $m_4 = 0$, $m_5 = 10 \text{ kg}$, $R_3 = 0,3 \text{ m}$, $r_3 = 0,1 \text{ m}$, $\rho_3 = 0,2 \text{ m}$, $f = 0,1$, $c = 240 \text{ N/m}$, $M = 0,6 \text{ Nm}$,
 $F = 20 (3 + 2 s) \text{ N}$, $s_1 = 0,2 \text{ m}$.

Masalada $s = s_1$ bo'lgan vaqtdagi ω_3 ni aniqlansin.



a)



b)

D6 shakl

Yechish:

1. Avvalo 1,3, 5 - jismlardan va 2, 4-vaznsiz jismlardan iplar yordamida tutashtirilib hosil qilingan o'zgarmas mexanik sistemaning harakatini tekshiramiz. Sistemaga ta'sir etayotgan $\vec{F}$, $\vec{F}_{el}$, $\vec{P}_1$, $\vec{P}_3$, $\vec{P}_5$ aktiv kuchlarni, $\vec{N}_1$, $\vec{N}_3$, $\vec{N}_4$, $\vec{N}_5$ reaksiya kuchlarini, $\vec{S}_2$ taranglik kuchini, $\vec{F}_1^{ish}$, $\vec{F}_5^{ish}$ ishqalanish kuchlarini va M momentini shaklda tasvirlaymiz.

Masaladagi ω_3 ni topish uchun kinetik enersiyaning o'zgarishi haqidagi teoremdan foydalanamiz:

$$T - T_0 = \sum A_k^e \quad (1)$$

2. T_0 va T ni aniqlash. Boshlang'ich holatda sistema tinch turgani uchun $T_0 = 0$. T kattalik sistema barcha jismlari kinetik energiyalarining yig'indisiga teng:

$$T = T_1 + T_3 + T_5 \quad (2)$$

1 - jism tekis parallel, 5 - jism ilgarilanma va 3 - jism qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakat qilayotganini e'tiborga olsak, quyidagilar hosil bo'ladi:

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 v_{c1}^2 + \frac{1}{2} I_{c1} \omega_1^2;$$

$$T_3 = \frac{1}{2} I_3 \omega_3^2; \quad T_5 = \frac{1}{2} m_5 v_5^2.$$

Bu tengliklarga kirgan barcha tezliklarni ω_3 orqali ifodalaymiz. Avvalo, $v_{c1} = v_5 = v_A$ ekanligini ta'kidlash lozim, bu yerda A nuqta 3 - g'altakning r_3 radiusli to'g'inidagi ixtiyoriy nuqta. 1 - g'ildirakning radiusini r_1 desak, u holda K_1 nuqta 1 - g'ildirakning tezliklar oniy markazi bo'ladi.

$$v_{c1} = v_5 = \omega_3 r_3; \quad \omega_1 = \frac{v_{c1}}{K_1 C_1} = \frac{v_{c1}}{r_1} = \omega_3 \frac{r_3}{r_1} \quad (4)$$

(3) tenglikka kiruvchi inersiya momentlari quyidagiga teng:

$$I_{c1} = 0,5 m_1 r_1^2; \quad I_3 = m_3 \rho_3^2. \quad (5)$$

(4) va (5) tenglikdagi kattaliklarni (3) ga qo'yib, so'ngra (2) tenglikni hisobga olib quyidagini hosil qilamiz:

$$T = \left(\frac{3}{4} m_1 r_3^2 + \frac{1}{2} m_3 \rho_3^2 + \frac{1}{2} m_5 r_3^2 \right) \omega_3^2 \quad (6)$$

3. Endi sistemaga ta'sir etayotgan barcha tashqi kuchlarning 1 - g'ildirak markazi s_1 yo'lni bosgandagi bajargan ishlarining yig'indisini hisoblaymiz. $s_5 - 5$ - yukning ko'chishi ($s_5 = s_1$), $\varphi_3 - 3 - g'altakning$ burilish burchagi, λ_0 va λ_1 lar bilan prujinaning boshlang'ich va oxirgi cho'zilishini belgilab quyidagini yozamiz:

$$A(\vec{F}) = \int_0^{s_1} 20(3 + 2s)ds = 20(3s_1 + s_1^2);$$

$$A(\vec{P}_1) = P_1 s_1 \sin 60^\circ; \quad A(\vec{F}_5^{ish}) = -F_5^{ish} s_5 = -f P_5 s_1;$$

$$A(M) = -M \varphi_3; \quad A(\vec{F}_{el}) = \frac{c}{2}(\lambda_0^2 - \lambda_1^2).$$

Boshqa kuchlar bajargan ishlarining yigindisi nolga teng, chunki $\vec{N}_1, \vec{F}_1^{ish}, \vec{S}_2$ kuchlar qo'yilgan K_1 va K_2 nuqtalar tezliklar oniy markazi, $\vec{P}_3, \vec{N}_3, \vec{P}_4$ kuchlar qo'yilgan nuqtalar qo'zg'almas, $\vec{N}_5$ reaksiya kuchi esa ko'chishga tik yo'nalgan.

Masala shartiga ko'ra $\lambda_0 = 0$. U holda $\lambda_1 = s_E$ ga teng bo'lib, bu yerda $s_E - E$ nuqtaning (prujina uchining) ko'chishi. s_E va φ_3 larni berilgan s_1 ko'chish orqali ifodalaymiz, buning uchun ko'chishlar orasidagi munosabat tezliklar orasidagi munosabat kabi ekanligidan foydalanamiz. U holda $\omega_3 = v_A/r_3 = v_{c1}/r_3$ ekanligidan $\varphi_3 = s_1/r_3$ ni olamiz.

D6.b shakldan $v_D = v_B = \omega_3 R_3$ hamda K_2 nuqta 2-g'altakning tezliklar oniy markazi bo'lgani uchun (chig'ir $K_2 L$ ip qismi bo'ylab aylanadi). $v_E = 0,5 v_D = 0,5 \omega_3 R_3$ bo'ladi. Demak $\lambda_1 = s_E = 0,5 \varphi_3 R_3 = 0,5 s_1 R_3 / r_3$. Topilgan φ_3 va λ_1 qiymatlarida barcha kuchlar bajargan ishlarining yig'indisi quyidagicha bo'ladi:

$$\sum A_k^e = 20(3 s_1 + s_1^2) + P_1 s_1 \sin 60^\circ - f P_5 s_1 - \frac{M s_1}{r_3} - \frac{c R_3^2}{8 r_3^2} s_1^2 \quad (7)$$

(6) va (7) ifodalarni (1) tenglikka qo'yib $T_0 = 0$ ekanligini hisobga olsak:

$$\left(\frac{3}{4} m_1 r_3^2 + \frac{1}{2} m_3 \rho_3^2 + \frac{1}{2} m_5 r_3^2 \right) \omega_3^2 = 20(3 s_1 + s_1^2) +$$

$$P_1 s_1 \sin 60^\circ - f P_5 s_1 - \frac{M}{r_3} s_1 - \frac{c}{8} \frac{R_3^2}{r_3^2} s_1^2 \quad (8)$$

(8) tenglikka berilgan qiymatlarni qo'yib biz izlayotgan ω_3 burchak tezlikni topamiz. Javob: $\omega_3 = 8,1 \text{ c}^{-1}$.

D7 TOPSHIRIQ

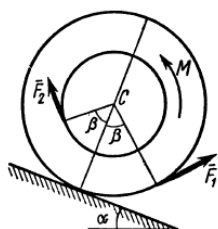
Radiusi R_1 og'irligi P bo'lgan barabanda radiusi $r=0,62R$ bo'lgan aylana shaklidagi kemtik joy bor (*D7.0 – D7.9* shakllar, *D7* jadval). Barabanga o'ralgan ip uchlariga yo'nalishi β burchak bilan aniqlanadigan $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ o'zgarmas kuchlar qo'yilgan, undan tashqari, barabanga momenti M bo'lgan juft kuch ta'sir qilmoqda; jadvalda $M < 0$ bo'lsa, moment yo'nalishini shaklda ko'rsatilganiga teskari yo'nalishda olinadi. Baraban muvozanat holatidan boshlab gorizont bilan α burchak hosil qiluvchi g'adir-budir qiya tekislikda (shaklda ko'rsatilgan) sirpanmasdan dumalaydi.

Dumalanishdagi qarshilik kuchini hisobga olmasdan baraban massalar markazi C nuqtaning harakat qonunini, yani $x_c=f(t)$ ni va tekislik bilan baraban orasidagi ishqalanish koeffitsientining eng kichik qiymatini toping. Barabanni tutash bir jinsli R radiusli silindr deb oling.

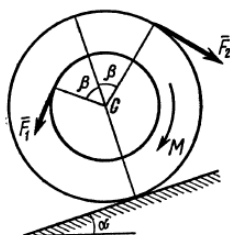
Ko'rsatmalar. *D7* topshiriq –qattiq jismning tekis parallel harakati differensial tenglamalarini qo'llashga doir. Tenglamalarni tuzayotganda ishoralarda adashmaslik uchun x o'qini baraban markazi C nuqtaning harakatlanadigan tomoniga yo'naltirish, agar momentlar baraban aylanish yo'nalishida bo'lsa musbat ishora bilan olish kerak. Agar C markazning harakat yo'nalishi teskariga bo'lsa, u holda javobda $a_c < 0$ chiqadi, lekin topilgan $|a_c|$ miqdor to'g'ri bo'ladi. Ishqalanish kuchini ixtiyoriy tomonga yo'naltirish mumkin (natija qaysi tomonga yo'naltirilishiga bog'liq emas).

Baraban sirpanmasdan dumalashi uchun zarur bo'lgan ishqalanish koeffitsientining eng kichik qiymatini aniqlar ekanmiz, ishqalanish kuchining miqdori chegaraviy qiymatdan ortiq bo'lmasligiga e'tibor berishimiz kerak, yani $|F_{ish}| \leq fN$ bundan f

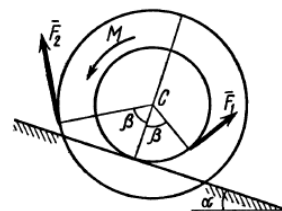
$\geq |F_{ish}|/N$ natijada $f_{min}=|F_{ish}|/N$. Shunisi e'tiborga loyiqki, barcha ifodalarda kuchlarning modullari qatnashadi, holos. ($|N|$ – deb yozilmaydi, sababi ko'rilayotgan masalada $N < 0$ bo'lmaydi).



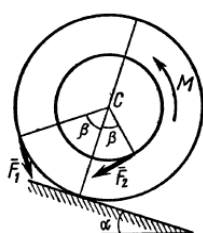
D7.0 shakl



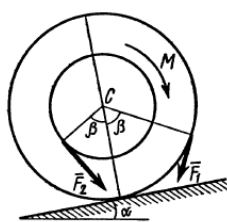
D7.1 shakl



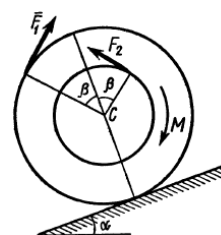
D7.2 shakl



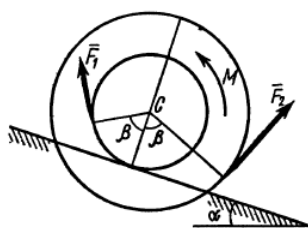
D7.3 shakl



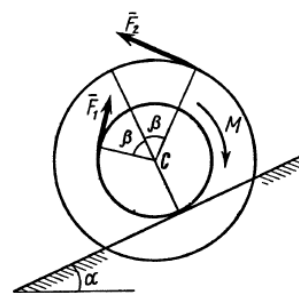
D7.4 shakl



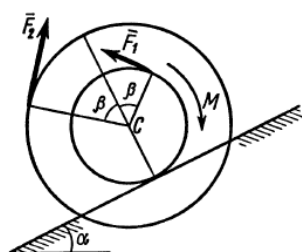
D7.5 shakl



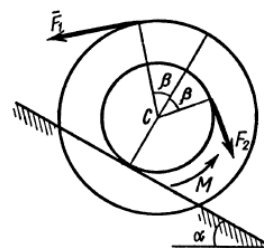
D7.6 shakl



D7.7 shakl



D7.8 shakl



D7.9 shakl

Agar hisoblashlar natijasida $F_{ish} < 0$ bo'lsa, F_{ish} kuchning haqiqiy yo'nalishi shakldagiga qarama-qarshi ekanligini ko'rsatai, boshqa hisoblashlar o'rinli bo'laveradi.

Shart nomeri	α , grad	β , grad	F_1	F_2	M
0	30	60	0	0,4P	0
1	30	30	0,2P	0	0
2	0	30	0	0,2P	0,1PR
3	30	-	0	0	0,4PR
4	30	90	0,1P	0	-0,2PR
5	0	60	0,3P	0,1P	0
6	30	0	0	0,3P	0,2PR
7	0	60	0,2P	0	0,3PR
8	30	90	0	0,2P	-0,4PR
9	30	60	0,1P	0	-0,3PR

D7-topshiriqni bajarish namunasi: Og'irligi P va radiusi R bo'lgan baraban (bir jinsli to'liq silindr) gorizontga α –burchak qiyalikdagi tekislikda boshlang'ich tezliksiz, sirpanmasdan dumalaydi: barabanga $\vec{F}$ –kuch va momenti M –bo'lgan juft kuch ta'sir qiladi (D7-shakl).

Berilgan: P , $F = 0,8 P$, $M = 1,1 PR$. $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 30^\circ$.

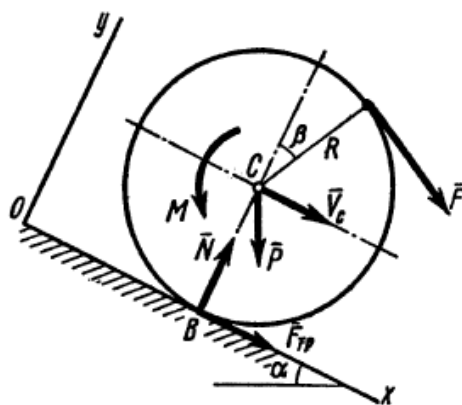
Topish kerak: 1) $x_s = f(t)$ baraban massalar markazining harakat qonunini, 2) f_{min} –baraban sirpanmasdan dumalashi uchun zarur bo'lgan eng kichik ishqalanish koeffitsiyentini.

Yechish: Baraban $\vec{P}$, $\vec{F}$, $\vec{N}$, $\vec{F}_{ish}$ kuchlar va M –juft moment ta'sirida tekis parallel harakat qiladi. $\vec{F}_{ish}$ – ishqalanish kuchning yo'nalishi oldindan aniq bo'lmagani uchun biz uni ixtiyoriy ravishda yo'naltiramiz. Oxy –koordinatalar sistemasini o'tkazamiz va tekis parallel harakat differensial tenglamalarini tuzamiz:

$$m\ddot{x}_c = \sum F_{kx}; \quad m\ddot{x}_c = F \cos \beta + P \sin \alpha + F_{ish}; \quad (1)$$

$$m\ddot{y}_c = \sum F_{ky}; \quad m\ddot{y}_c = N - P \cos \alpha - F \sin \beta; \quad (2)$$

$$I_{cz} \cdot \varepsilon = \sum m_{cz}(\vec{F}_k); \quad \frac{mR^2}{2} \cdot \varepsilon = FR - F_{ish} \cdot R - M. \quad (3)$$



D7 shakl

Momentlar uchun musbat yo'nalish soat strelkasining yo'nalishi qabul qilingan, ya'ni barabanning C markazi Oy o'qidan boshlab harakatlanganda barabanning aylanish yo'nalishi musbat yo'nalish bo'ladi.

1. $x_c = f(t)$ ni aniqlash. Masala shartidan ko'rinish turibdiki. $y_c = R = const$ va $\ddot{y}_c = 0$, u holda (1) – (3) – tenglamalarda to'rtta (x_c , ε , N va F_{ish}) noma'lum qatnashadi. Buning uchun, bu kattaliklarning bog'lanishini ifodalovchi yana bitta tenglama tuzish kerak.

Buning uchun $\ddot{x}_c = a_c$ (C – markaz to'g'ri chiziqli harakat qiladi) ekanligini va baraban sirpanmasdan dumalayotganda B nuqta tezliklar oniy markazi ekanligini hisobga olamiz. U holda

$$v_c = \omega R, \quad a_c = \dot{v}_c = \dot{\omega} R = \varepsilon R \quad \text{yoki} \quad \ddot{x}_c = \varepsilon R \quad (4)$$

Bu yerda aniqlangan εR –ning qiymatini (3) formulaga qo'yib, (3) dan ε -ni chiqarib tashlash mumkin: (3)-tenglamani ikki tomonini bir vaqtda R -ga bo'lsak,

$$\frac{1}{2} m \ddot{x}_c = F - F_{ish} - \frac{M}{R} \quad (5)$$

ni hosil qilamiz. Keyin, (1) va (5) tengliklarni hadma –had qo'shib, undan F_{ish} ni chiqarib tashlasak, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{3}{2} m \ddot{x}_c = F(1 + \cos\beta) + P \sin\alpha - \frac{M}{R} = 0,8 P (1 + \cos 30^\circ) + P \sin 30^\circ - 1,1 P = 0,89 P$$

Bu yerda $P = mg$ –ni hisobga olsak, $x_c = f(t)$ ni aniqlash uchun quyidagi differensial tenglamani hosil qilamiz:

$$\ddot{x}_c = 0,6 g \quad (6).$$

(6) tenglamani integrallab, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$\dot{x}_c = 0,6gt + c_1; \quad x_c = 0,3gt^2 + c_1t + c_2 \quad (7)$$

$t = 0$ dagi boshlang'ich shartlar $v_c = \dot{x}_c = 0$ va $x_c = 0$ (y –o'qni C -nuqtaning boshlang'ich holati orqali o'tkazamiz).

Boshlang'ich shartlarni (7) ifodaga qo'ysak, $c_1 = 0$, $c_2 = 0$.

Demak, C –nuqtaning harakat qonuni quyidagicha bo'lar ekan:

$$x_c = 0,3gt^2 \quad (8)$$

2. f_{min} –ni aniqlash. Masalada f –ni aniqlash uchun baraban sirpanmasdan dumalayotganda ishqalanish kuchi qanoatlantirishi zarur bo'lgan $|F_{ish}| \leq fN$ –tengsizlikdan foydalanamiz. Ta'kidlash lozimki, kuchlarning modullari qatnashadi. N – ning qiymatini (2) tenglamadan aniqlaymiz va $\ddot{y}_c = 0$ ekanligini hisobga olib, quyidagini hosil qilamiz:

$$N = P \cos \alpha + F \sin \beta = P \cos 30^\circ + 0,8P \cdot \sin 30^\circ = 1,27 P \quad (10)$$

(6)-ifodadan $\ddot{x}_c$ –ni qiymatini (7)-ga olib borib qo'yilsa, F_{ish} – ishqalanish kuchining qiymatini aniqlash mumkin. Ya'ni

$$0,3 mg = F - F_{ish} - M/R$$

Bu yerda $mg = P$ ekanligini hisobga olsak

$$F_{ish} = F - \frac{M}{R} - 0,3P = 0,8P - 1,1P - 0,3P = -0,6P \quad (11)$$

Minus ishora F_{ish} – ishqalanish kuchi shaklda ko'rsatilganiga qarama-qarshi yo'nalganligini ko'rsatadi.

(10) va (11)- tenglamadagi N va F_{ish} larning qiymatlarini (9)-tengsizlikka qo'ysak, $0,6 P \leq 1,27 P f$ –ga ega bo'lamiz, bu yerdan $f \geq 0,47$.

Demak, baraban sirpanmasdan dumalashi uchun zarur bo'lgan eng kichik ishqalanish koeffitsiyenti $f_{min} = 0,47$ –bo'ladi.

D8-TOPSHIRIQ

O'zgarmas $\omega = 10s^{-1}$ burchak tezlik bilan aylanayotgan vertical holatdagi AK-val A nuqtasida turum (podpyatnik) orqali, D8-jadvalning 2-ustunida ko'rsatilgan ($AB=BD=DE=EK=a$) nuqtasida silindrik podshipnik orqali mahkamlangan (D8.0 - D8.9 shakllar). Valga 1 va 2 qismlardan (qismlarning o'lchamlari shaklda ko'rsatilgan, bu yerda $b = 0,1 m$, qism massalari m_1 va m_2 uzunliklariga proporsional) iborat massasi $m = 10 kg$ bo'lgan ingichka bir jinsli siniq sterjen va uzunligi $l = 4b$ bo'lgan, uchiga $m = 3 kg$ nuqtaviy massa qo'yilgan, og'irligi hisobga olinmaydigan sterjenlar qattiq mahkamlangan. Ikkala sterjen ham bir tekislikda yotadi. Sterjenlarning mahkamlanish nuqtalari jadvalning 3 va 4 ustunlarida, $\alpha, \beta, \gamma, \varphi$ - burchaklar 5-8 ustunlarda berilgan.

Valning og'irligini hisobga olmasdan turum (podpyatnik) va podshipnikning reaksiya kuchlari aniqlansin. Hisoblashlarda $a = 0,6 m$ deb qabul qilinsin.

Ko'rsatmalar. D8 – topshiriq - sistema harakatini o'rganishga D'alamber prinsipini tadbiq qilishga doir. Masalani yechayotganda, jism bo'laklarining (bu masalada sterjenlar) inersiya kuchlari teng ta'sir etuvchisi $\vec{R}^i$ ga teng ekanligini, uning qiymati $R^i = ma_c$ bu yerda a_c –jism massalar markazi C nuqtaning

tezlanishi, $\vec{R}^i$ kuchning ta'sir chizig'i umumiy holda C nuqtadan o'tmasligini e'tiborga olish kerak ($D8$ -topshiriqni bajarish namunasiga qarang).

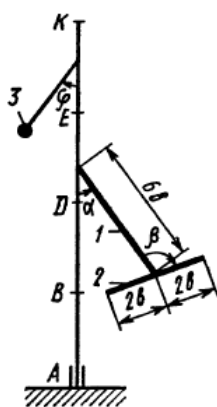
$D8$ -topshiriqni bajarish namunas:

Uzunligi $3a$ bo'lgan vertikal val ($AB = BD = DE = a$) A nuqtada turum (podpyatnik) va D nuqtada podshipnik bilan mahkamlangan va ω o'zgarmas burchak tezligi bilan aylanma harakat qilmoqda ($D8a$ -shakl).

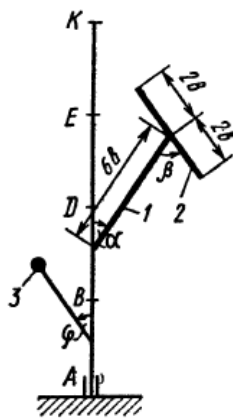
Valga 1 va 2 qismdan iborat ingichka, bir jinsli massasi m , uzunligi $10b$ bo'lgan siniq sterjen E nuqtada, B nuqtada esa, og'irligi hisobga olinmaydigan uchiga m_3 – nuqtaviy massa qo'yilgan uzunligi $l = 5b$ bo'lgan sterjen mahkamlangan. Ikkala sterjen ham bitta tekislikda yotadi.

$D8$ jadval

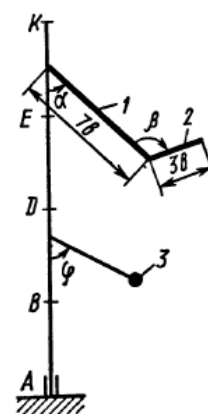
Shart nomer i	Podshipnik qo'yilgan nuqta	Mustahkamlash nuqtasi		α , grad	β , grad	γ , grad	φ , grad
		Siniq sterjen	Og'irliksi z sterjen		0 – 4 shakl	5 – 9 shakl	
1	2	3	4	5	6	7	8
0	B	D	K	45	135	225	60
1	K	B	D	60	240	150	45
2	K	E	B	30	210	120	60
3	D	K	B	60	150	240	30
4	K	D	E	30	120	210	60
5	E	B	K	45	225	135	60
6	E	D	K	60	60	150	30
7	K	B	E	30	30	120	60
8	D	E	K	60	150	60	30
9	E	K	D	30	120	210	60



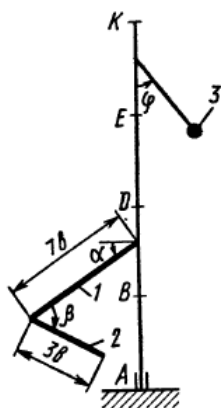
$D8.0$ shakl



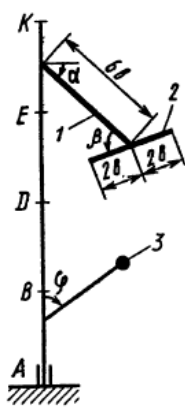
$D8.1$ shakl



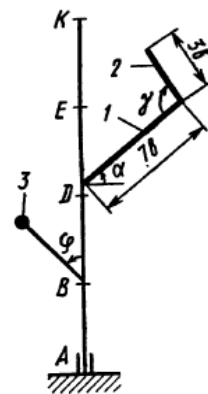
$D8.2$ shakl



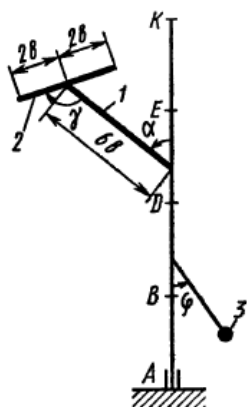
D8.3 shakl



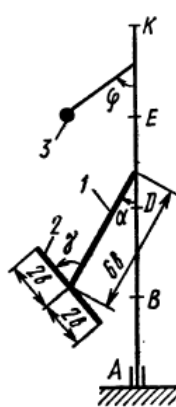
D8.4 shakl



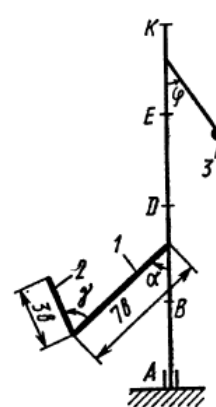
D8.5 shakl



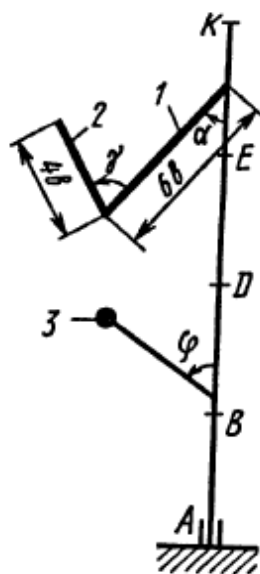
D8.6 shakl



D8.7 shakl



D8.8 shakl



D8.9 shakl

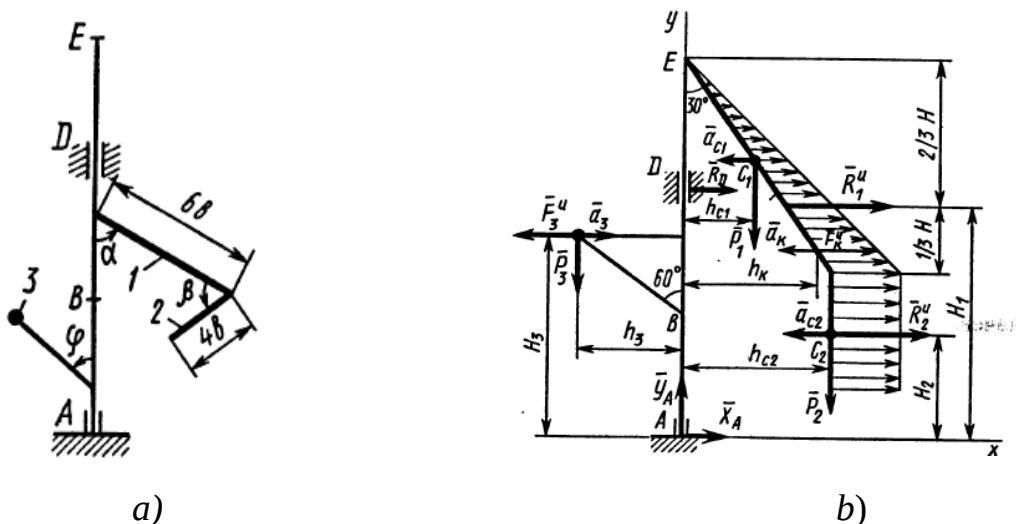
Berilgan: $\omega = 8 \text{ s}^{-1}$, $m = m_1 + m_2 = 10 \text{ kg}$, $m_3 = 2 \text{ kg}$, $\alpha = 30^\circ$,
 $\beta = 150^\circ$, $\varphi = 60^\circ$, $a = 0,3 \text{ m}$, $b = 0,1 \text{ m}$.

Valning og'irligini hisobga olmay A turum va D podshipnikdagi reaksiya kuchlari aniqlansin.

Yechish 1. Valni (berilgan burchaklarni hisobga olgan holda) B va E nuqtalariga mahkamlangan sterjenlar bilan birgalikda shaklda tasvirlaymiz (D8.b - shakl). 1 va 2 siniq sterjenning massalari va og'irliklari shu qism uzunliklariga proporsional bo'lib, mos ravishda $m_1 = 0,6 \text{ m}$; $m_2 = 0,4 \text{ m}$ ga teng bo'ladi;

$$P_1 = 0,6 \text{ mg}; \quad P_2 = 0,4 \text{ mg}; \quad P_3 = m_3 g \quad (1)$$

2. Noma'lum reaksiya kuchlarini aniqlash uchun berilgan mexanik sistema harakatiga Dalmber prinsipini tadbiiq etamiz. Aylanayotgan val bilan birga harakatlanuvchi Oxy koordinatalar sistemasini shunday o'tkazamizki, sterjenlar xy – tekisligida yotsin. Ta'sir qilayotgan kuchlarni ko'rsatamiz.



D8 shakl

Sistemaga aktiv kuchlardan-og'irlik kuchlari $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, va reaksiya kuchlaridan-podpyatnik reaksiyasining tashkil etuvchilari $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$ hamda silindrik podshipnik reaksiyasi $\vec{R}_D$ –lar ta'sir etadi.

Dalamber prinsipiga ko'ra, bu kuchlar qatoriga yana sinig sterjen elementlarining (material nuqta deb qabul qilinadigan yukning) inersiya kuchlarini ham qo'shish kerak.

Val tekis aylanma harakat qilayotgani uchun, sterjen elementlarining faqat normal $\vec{a}_{nk}$ –tezlanishi bor. Bu tezlanish aylanish o'qiga qarab yo'nalgan, miqdori esa $a_{nk} = \omega^2 h_k$ bo'lib, bu yerda h_k –sterjenning har bir elementidan aylanish o'qigacha bo'lgan masofa. Bu holda inersiya kuchlari $\vec{F}_k^u$ –aylanish o'qidan boshlab yo'nalgan bo'lib, miqdori $F_k^u = \Delta m_k a_{kn} = \Delta m_k \omega^2 h_k$ bo'ladi, bu yerda Δm_k –elementning massasi. Barcha F_k^u –lar h_k –masofaga proporsional bo'lgani uchun bu parallael kuchlar epyurasi. Sterjenning 1-qismi uchun uchburchak shaklida, 2-qismi uchun to'rtburchak shaklida bo'ladi (D8.b - shakl).

Har bir parallel inersiya kuchlar sistemasini ularning bosh vektoriga teng bo'lgan teng ta'sir etuvchi bilan almashtiramiz. Ma'lumki, har qanday jism inersiya kuchining bosh vektori $R^u = m a_c$ formula bilan ifodalanadi, bu yerda m –jism massasi, a_c –jism massalar markazining tezlanishi, demak, sterjenning qismlari uchun mos ravishda quyidagiga ega bo'lamiz:

$$R_1^u = m_1 a_{c1}, \quad R_2^u = m_2 a_{c2}, \quad (2)$$

3-yukning inersiya kuchi uning tezlanishiga qarama-qarshi yo'nalgan bo'lib, miqdori quyidagicha bo'ladi:

$$F_3^u = m_3 a_3 \quad (3)$$

Sterjenning 1 va 2 qismlarini va 3-yuk massalar markazining tezlanishlari

$$a_{c1} = \omega^2 h_{c1}, \quad a_{c2} = \omega^2 h_{c2}, \quad a_3 = \omega^2 h_3 \quad (4)$$

bu yerda h_{c1} , h_{c2} lar mos ravishda 1 va 2 - qism massalar markazidan aylanish o'qigacha bo'lgan masofa, h_3 –yukdan o'qqacha bo'lgan masofa:

$$h_{c1} = 3 b \sin 30^\circ = 0,15 \text{ m}$$

$$h_{c2} = 6 b \sin 30^\circ = 0,3 \text{ m} \quad (5)$$

$$h_3 = l \sin 60^\circ = 5 b \cdot \sin 60^\circ = 0,43 \text{ m}$$

(4) - ni (2) va (3) ga qo'yib, (5) tenglikni hisobga olsak R_1^u , R_2^u va F_3^u - larning miqdorlarini topamiz:

$$R_1^u = 0,6 \text{ m } \omega^2 h_{c1} = 57,6 \text{ N}$$

$$R_2^u = 0,4 \text{ m } \omega^2 h_{c2} = 76,8 \text{ N} \quad (6)$$

$$R_3^u = m_3 \omega^2 h_3 = 55,0 \text{ N}$$

$\vec{R}_1^u$ va $\vec{R}_2^u$ -teng ta'sir etuvchilarning ta'sir chiziqlari, mos ravishda inersiya kuchlari epyurasining og'irlik markazidan o'tadi. Shunday qilib, $\vec{R}_1^u$ ning ta'sir chizig'i uchburchakning E uchidan $\frac{2}{3} H$ masofada o'tadi, bu erda $H = 6 b \cos 30^\circ$.

3. Dalamber prinsipiga ko'ra, sistemaga ta'sir qilayotgan tashqi (aktiv va reaksiya) kuchlar va inersiya kuchlari muvozanatlashuvchi kuchlar sistemasini tashkil qiladi. Tekislikda ihtoriy joylashgan kuchlar sistemasi uchun uchta muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum F_{kx} = 0; \quad X_A + R_D + R_1^u + R_2^u - F_3^u = 0;$$

$$\sum F_{ky} = 0; \quad Y_A - P_1 - P_2 - P_3 = 0; \quad (7)$$

$$\sum m_A(\vec{F}_K) = 0; \quad -R_D \cdot 2a - P_1 h_{c1} - P_2 h_{c2} + P_3 h_3 - R_1^u H_1 - R_2^u H_2 + F_3^u H_3 = 0$$

bu yerda H_1, H_2, H_3 – mos ravishda $\vec{R}_1^u, \vec{R}_2^u, \vec{F}_3^u$ - kuchlarning A –nuqtaga nisbatan yelkalari ($H = 6b \cos 30^\circ = 0,52 \text{ m}$ ekanligi hisobga olingan), ularni hisoblasak

$$H_1 = 3a - (2/3)H = 0,55 \text{ m}$$

$$H_2 = 3a - (H + 2b) = 0,18 \text{ m} \quad (8)$$

$$H_3 = a + l \cos 60^\circ = 0,55 \text{ m}$$

(1), (5), (6), (8)-ifodalarni (7)-ga qo'yib, bu tenglamalar sistemasini birgalikda yechib, topish talab qilingan reaksiya kuchlarini aniqlaymiz.

$$\text{Javob: } X_A = -33,7 \text{ N}; \quad Y_A = 117,7 \text{ N}; \quad R_D = -45,7 \text{ N}.$$

D9 TOPSHIRIQ

Gorizontal tekislikda joylashgan mexanizm, qo'yilgan kuchlar ta'sirida muvozanat holatida turibdi: $\alpha, \beta, \gamma, \varphi, \theta$ –burchaklar muvozanat holatini belgilaydi ($D9.0$ - $D9.9$ shakllar, $D9.a$ - $D9.b$ - jadvallar.). Mexanizm sterjenlarning (krivoshiplarning) uzunliklari $l_1 = 0,4 \text{ m}$, $l_4 = 0,6 \text{ m}$ (l_2 va l_3 - ning o'lchamlari ixtiyoriy): E nuqta o'zi joylashgan sterjenning o'rtasida turibdi.

Mexanizmning B surilgichiga (polzunga) $\vec{F}$ –prujinaning elastiklik kuchi ta'sir qiladi: bu kuchning miqdori $F = c\lambda$ bo'lib, bu yerda c –prujinaning bikrlilik ko'effitsiyenti, λ –prujina deformatsiyasi. Bundan tashqari, 0 va 1 shakllarda D surilgich (polzunga) Q –kuch ta'sir qiladi O_1A va O_2D –krivoshiplarga momenti M_1 va M_2 bo'lgan juft kuchlar qo'yilgan.

Muvozanat holatida prujinaning deformatsiyasi λ aniqlansin, hamda prujinaning cho'zilishi yoki siqilishini ko'rsatilsin. Berilgan kattaliklarning qiymatlari 0-4-shakllar uchun $D.9a$ - jadvalda, keltirilgan, bu yerda Q –n'yutonlarda, M, M_1, M_2 –n'yutonmetrlarda berilgan.

Shaklni tasvirlab olishni yo'nalishi α –burchak bilan belgilanadigan sterjendan boshlash kerak: surilgich (polzun) ning yo'nalishi va prujina aniq

ko'rinib turishi uchun shaklni *D9* - misoldagiga o'xshatib tasvirlash kerak (*D9* hamda *D9.10b*-shakllarga qarang).

Agar ba'zi bir variantlarda shaklda *B* surilgichga biriktirilgan sterjen prujina bilan ustma-ust tushib qolsa (huddi *D9.10a* - ga o'xshab), u holda prujina surilgichning ikkinchi tomonidan mahkamlangan deb hisoblash kerak (*D 9. 10 b*-shaklga o'xshatib, bu yerda surilgich yo'nalishi ham boshqacha tasvirlangan).

Ko'rsatmalar. *D9* - topshiriq mumkin bo'lgan ko'chish prinsipiga ko'ra mexanik sistema muvozanatini tekshirishga doir.

Ko'rilayotgan mexanizm bitta erkinlik darajasiga ega, ya'ni bittagina erkin ko'chishga ega. Masalani yechish uchun mexanizmga mumkin bo'lgan ko'chish beramiz, bu ko'chishda mexanizmga ta'sir qilayotgan aktiv va juft kuchlarning bajargan ishlarini hisoblaymiz va ularning yig'indisini nolga tenglaymiz. Tenglamada qatnashgan barcha mumkin bo'lgan ko'chishlarni birortasi orqali ifodalab yozish kerak.

λ -ni aniqlash uchun, hosil bo'lgan muvozanat tenglamasidan F —elastiklik kuchini aniqlash kerak. Shaklda bu kuch yo'nalishini ixtiyoriy yo'nalishda tasvirlash mumkin (ya'ni prujinani siqiladi yoki cho'ziladi deyish mumkin): yo'nalishi to'g'ri yoki noto'g'riligini natijadagi ishora ko'rsatadi.

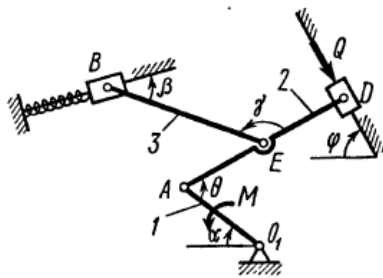
D9a-jadval

Shart nomeri	Burchaklar, grad					c H/sm	0-1 shakl uchun		2-4 shakl uchun	
	α	β	γ	φ	θ		M	Q	M_1	M_2
0	90	120	90	90	60	180	100	400	120	460
1	60	150	30	90	30	160	120	380	140	440
2	30	120	120	0	60	150	140	360	160	420
3	0	60	90	0	120	140	160	340	180	400
4	30	120	30	0	60	130	180	320	200	380
5	0	150	30	0	60	120	200	300	220	360
6	0	150	90	0	120	110	220	280	240	340
7	90	120	120	90	150	100	240	260	260	320
8	60	60	60	90	30	90	260	240	280	300
9	120	30	30	90	150	80	280	220	300	280

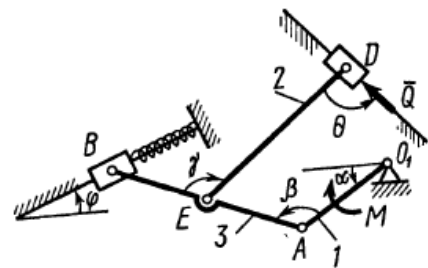
D9b-jadval

Shart	Burchaklar, grad	c	M_1	M_2
-------	------------------	-----	-------	-------

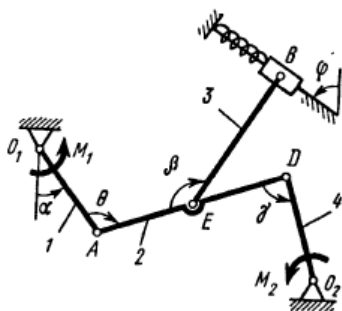
nomeri	α	β	γ	φ	θ	H/sm		
0	30	30	60	0	150	80	200	340
1	0	60	60	0	120	90	220	320
2	60	150	120	90	30	100	240	300
3	30	60	30	0	120	110	260	280
4	90	120	150	90	30	120	280	260
5	30	120	150	0	60	130	300	240
6	60	150	150	90	30	140	320	220
7	0	30	30	0	120	150	340	200
8	90	120	120	90	60	160	360	180
9	90	150	120	90	30	180	380	160



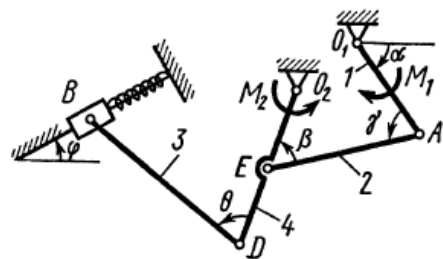
D9.0 shakl



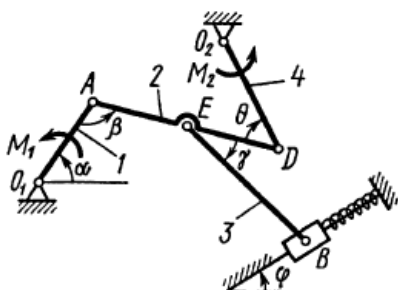
D9.1 shakl



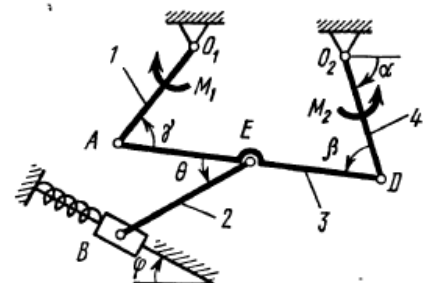
D9.2 shakl



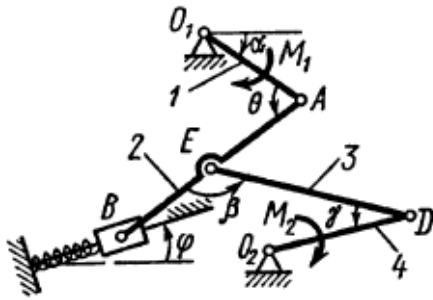
D9.3 shakl



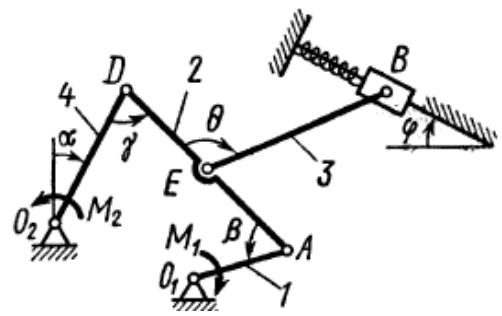
D9.4 shakl



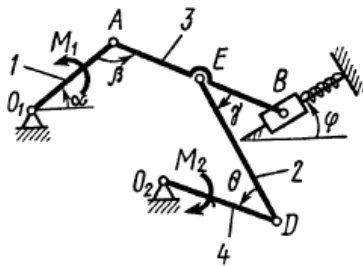
D9.5 shakl



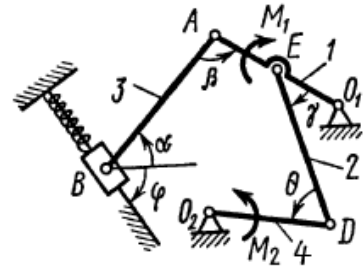
D9.6 shakl



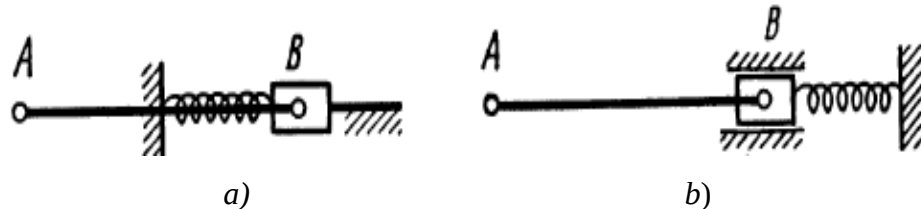
D9.7 shakl



D9.8 shakl



D9.9 shakl



D9.10 shakl

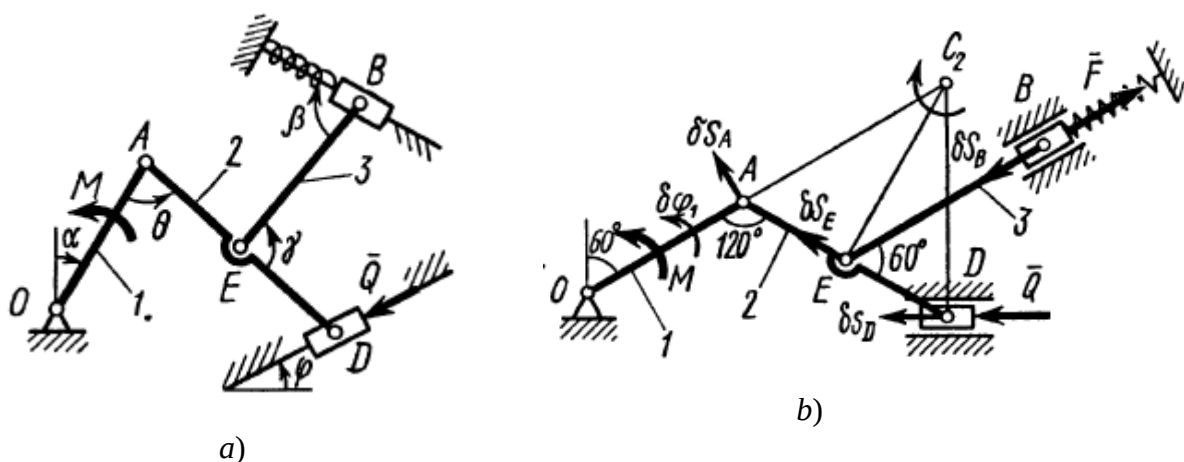
D9- topshiriqni bajarish namunasi:

Gorizontal tekislikda joylashgan (*D9a*-shakl) mexanizm berilgan. Mexanizm o'zaro va O tayanch bilan sharnirlar orqali mahkamlangan 1,2,3 - sterjenlar va B , D surilgich (polzun)lardan tashkil topgan, B surilgichga bikrlilik koeffitsiyenti c bo'lgan prujina mahkamlangan, D surilgichga $\vec{Q}$ –kuch ta'sir qiladi, 1 sterjenga (krivoshipga) momenti M bo'lgan juft kuch ta'sir qiladi.

Berilgan:

$$\alpha = 60^\circ, \beta = 0, \gamma = 60^\circ, \varphi = 0, \theta = 120^\circ, l = 0,4 \text{ m}, AE = ED, c = 125 \text{ N/sm}, M = 150 \text{ N.m}, Q = 350 \text{ N}.$$

Mexanizmning muvozanat holatida prujinaning λ –deformatsiyasi aniqlansin.



D9 shakl

Yechish. 1. Berilgan burchaklar asosida mexanizmni qurib olamiz (D9b - shakl); bu yerda ko'rsatmaga amal qilgan holda prujinani surilgichning ikkinchi tomonidan mahkamlaymiz ($\beta = 180$ –bo'lganidek).

Masalani yechishda quyidagi tenglikni ifodalovchi mumkin bo'lgan ko'chish prinsipidan foydalanamiz:

$$\sum \delta A_K = 0 \quad (1)$$

bu yerda δA_K - mumkin bo'lgan ko'chishda mos ravishda aktiv kuchlarning bajargan ishi.

Mexanizmga ta'sir qiluvchi aktiv kuchlar: $\vec{Q}$ –kuchni, $\vec{F}$ –prujina elastiklik kuchini (prujinani cho'zilgan deb hisobladik) va momenti M –ga teng bo'lgan juft kuchni shaklda tasvirlaymiz.

Noma'lum F kuchni (1) tenglikdan foydalanib aniqlaymiz, F -ni bilgan holda $F = c\lambda$ -ni hisobga olib λ -ni aniqlaymiz.

2. (1)-tenglamani tuzish uchun, mexanizmga mumkin bo'lgan ko'chish beramiz va aktiv kuchlar qo'yilgan qismlarning mumkin bo'lgan ko'chishlarini quyidagicha belgilaymiz: $\delta\varphi_1$ – O o'q atrofida 1-sterjenning aylanishi, δs_D va δs_B – D va B nuqtalarning (polzunning) ko'chishi.

$\delta\varphi_1$, δs_D , δs_B – ko'chishlardan bir-biriga bog'liq bo'lmagani bitta (mexanizmning erkinlik darajasi birga teng). Erkin deb $\delta\varphi_1$ –ni qabul qilamiz va δs_B va δs_D –ni $\delta\varphi_1$ –orqali ifodalaymiz: buning uchun δs_D va δs_B –ning yo'nalishlarini ham to'g'ri bilish kerak, aks holda (1) tenglama ishoralarida xatolikka yo'l qo'yiladi.

Hisoblashlar paytida, mumkin bo'lgan ko'chishlar orasidagi bog'lanishni mexanizm mos qismlarini tezliklari orasidagi bog'lanishlar kabi ekanligidan ya'ni bizga ma'lum bo'lagi kinematik nisbatlardan foydalanamiz (hisoblashlarning borishi, huddi K3-masalasiga o'xshaydi).

Avvalo, δs_A –ni yo'nalishini shaklda ko'rsatamiz va aniqlaymiz (δs_A –ning yo'nalishi $\delta\varphi_1$ yo'nalishi bilan aniqlanadi):

$$\delta s_A = l_1 \delta\varphi_1; \quad \delta s_A \perp OA \quad (2)$$

δs_A va δs_D –larning AD to'g'ri chiziqdagi proyeksiyalari tengligidan foydalanib, δs_D –ning yo'nalishi va miqdorini aniqlaymiz (δs_A va δs_D –larning miqdor va yo'nalishlari bir xil).

U holda

$$\delta s_D \cdot \cos 30^\circ = \delta s_A \cdot \cos 30^\circ \quad \text{va} \quad \delta s_D = \delta s = l_1 \delta\varphi_1 \quad (3)$$

δs_B –ni aniqlash uchun avvalo δs_E –ni aniqlash kerak. Buning uchun 2-sterjenning C_2 –tezliklar (aylanishlar) oniy markazini quramiz. U A va D nuqtalardan δs va δs_D ga o'tkazilgan perpendikulyarlarning kesishgan nuqtasida yotadi, va δs va δs_D –larning yo'nalishlarini hisobga olgan holda 2-sterjenning C_2 nuqta atrofida qaysi tomonga aylanayotganligini ko'rsatamiz. $AE = ED$ bo'lgani uchun balandligi C_2E bo'lgan $\triangle AC_2D$ –teng tomonli uchburchakdir, demak bundan $\angle C_2AD = \angle C_2DA = 60^\circ$. U holda, δs_E –ko'chish C_2E –ga perpendikulyar va EA kesma bo'ylab yo'nalgan (δs_E –yo'nalishini tasvirlayotganimizda C_2 markaz atrofida aylanish qaysi tomonga bo'layotganligi hisobga olinadi).

Yana δs_E va δs larning AE to'g'ri chiziqdagi proyeksiyalari tengligidan (δs_E –qiymatini proporsiya tuzib ham aniqlash mumkin) quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$\delta s_E = \delta S_A \cos 30^\circ = l_1 \delta \varphi_1 \cos 30^\circ \quad (4)$$

Nihoyat, δs_B va δs_E larning BE –dagi proyeksiyalari o'zaro tengligidan foydalanib, δs_B –ning miqdori va yo'nalishini aniqlaymiz:

$$\delta s_B = \delta s_E \cdot \cos 60^\circ = l_1 \delta \varphi_1 \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 60^\circ = 0,43 l_1 \delta \varphi_1 \quad (5)$$

3. Mexanizm uchun (1) - tenglamani quyidagicha tuzamiz:

$$M \cdot \delta \varphi_1 + Q \delta s_D - F \delta s_B = 0 \quad (6)$$

yoki δs_D va δs_B –qiymatlarini (3) va (5) dagi ifodalar bilan almashtirib, barcha hadlardan $\delta \varphi_1$ –ni qavsdan tashqariga chiqarsak,

$$(M + l_1 Q - 0,43 l_1 F) \delta \varphi_1 = 0 \quad (7)$$

$\delta \varphi_1 \neq 0$ ekanligidan, quyidagi kelib chiqadi:

$$M + l_1 Q - 0,43 l_1 F = 0 \quad (8)$$

(5) tenglamadan F –ni qiymatini topamiz va $\lambda = F/c$ ni aniqlaymiz.

Javob: $\lambda = 13,5 \text{ sm}$. Ishoraning musbatligi shuni ko'rsatadiki, demak, faraz qilganimizdek prujina cho'zilayotgan ekan.

D10 –TOPSHIRIQ

Mexanik sistema 1 va 2 bir jinsli, pog'onali g'altakdan, g'altakning pog'onalariga ip o'rab qo'yilgan, shu iplarga osilgan 3-6-yuklardan va og'irligi hisobga olinmaydigan blokdan tashkil topgan ($D10.0$ - $D10.9$ - shakllar, $D10$ jadval).

Sistema og'irlik kuchi ta'sirida va g'altaklardan birortasiga qo'yilgan, momenti M bo'lgan juft kuch ta'sirida vertical tekislikda harakatlanadi.

1 g'altak pog'onalarining radiuslari mos ravishda $R_1 = 0,2 \text{ m}$, $r_1 = 0,1 \text{ m}$ ikkinchi g'altakniki esa $R_2 = 0,3 \text{ m}$, $r_2 = 0,15 \text{ m}$, ularning aylanish o'qlariga nisbatan inersiya radiuslari mos ravishda $\rho_1 = 0,1 \text{ m}$ va $\rho_2 = 0,2 \text{ m}$ ga teng.

Ishqalanishni hisobga olmay, og'irligi eng katta bo'lgan yukning tezlanishi aniqlansin; $P_1, \dots, P_6$ – g'altakning va yukning og'irliklari jadvalda nyutonlarda berilgan.

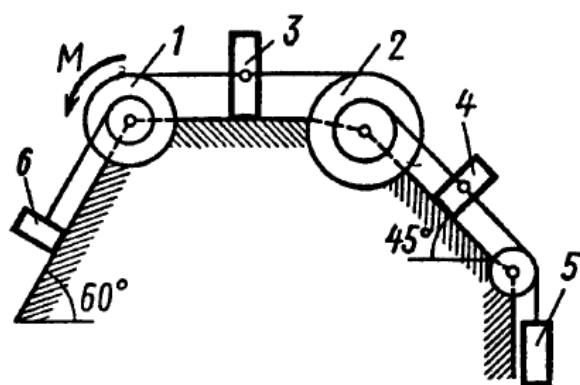
Og'irligi nolga teng bo'lgan yuk shaklda tesvirlanmaydi (1 va 2 g'altaklar sistemaning qismi sifatida shaklda doimo ko'rsatiladi).

Ko'rsatmalar. D.10 masala mexanik sistema harakatini o'rganishga dinamika umumiy tenglamasini (Dalamber-Lagranj prinsipi) tadbqiq etishdan iborat.

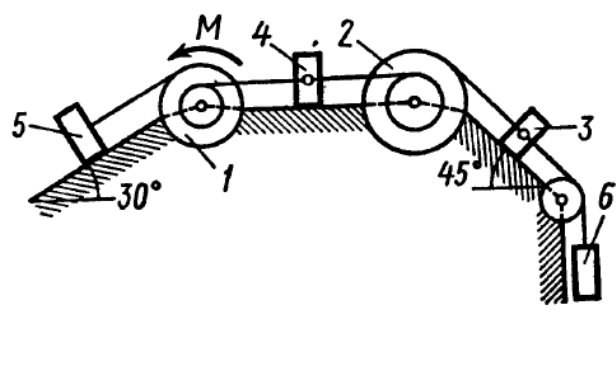
Masalaning yechish tartibi, huddi D9 masalasiga o'xshaydi, faqat bu yerda aktiv kuchlar qatorida sistemaga ta'sir qiluvchi inersiya kuchlarini ham hisobga olish kerak. Bu yerda shuni ham hisobga olish kerakki, bir jinsli qattiq jism o'zining simmetriya o'qi atrofida aylanayotganda (g'altak), bunday qattiq jismga ta'sir qilayotgan inersiya kuchlari sistemasi, momenti $M^u = I_z \cdot \varepsilon$ - bo'lgan bitta juftga keltiriladi, bu yerda I_z –jismning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti, ε - jismning burchak tezlanishi: M^u –ning yo'nalishi ε - yo'nalishiga qarama-qarshi bo'ladi.

D10 jadval

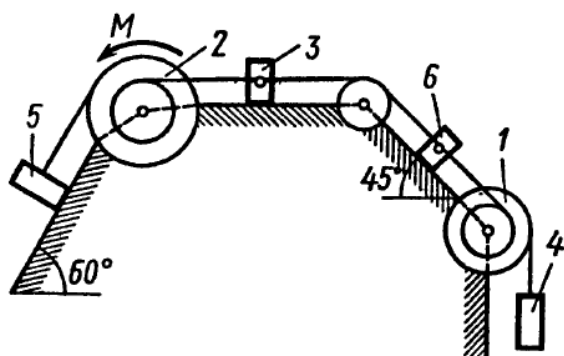
Shart numeri	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	$M, N \cdot m$
0	10	0	20	30	40	0	10
1	0	40	0	10	20	30	12
2	20	30	40	0	10	0	16
3	0	20	10	30	0	40	18
4	30	0	20	0	40	10	12
5	0	10	30	40	20	0	16
6	40	0	0	20	30	10	10
7	10	20	0	40	0	30	18
8	0	40	10	0	30	20	12
9	30	0	40	20	10	0	16



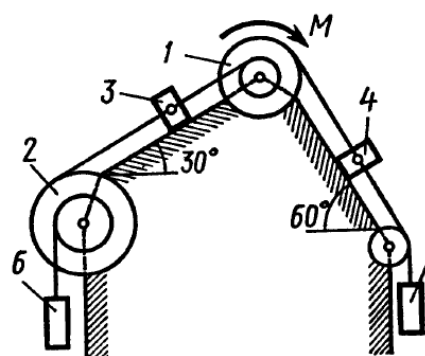
D10.0 shakl



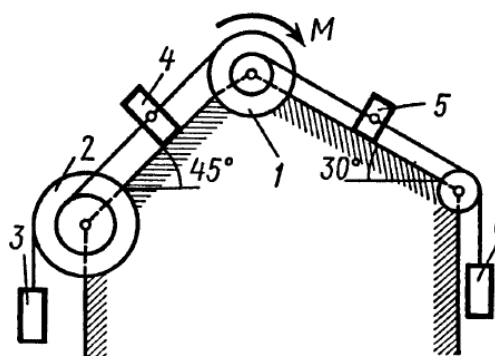
D10.1 shakl



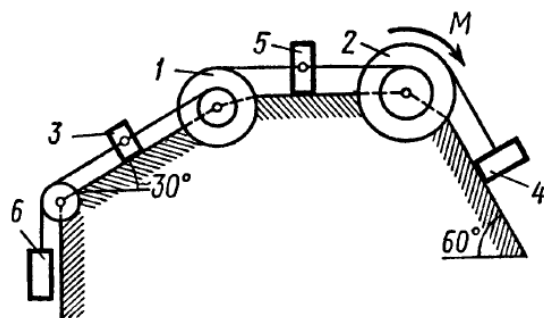
D10.2 shakl



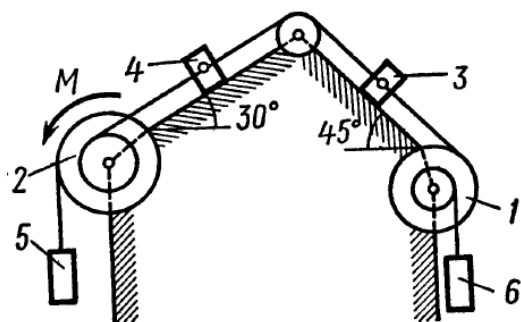
D10.3 shakl



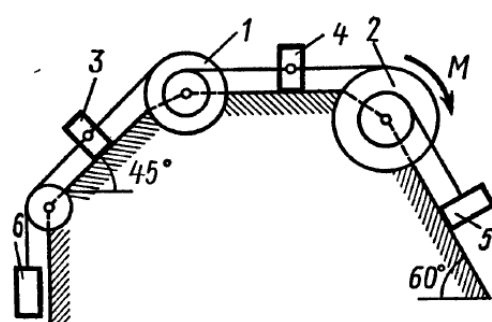
D10.4 shakl



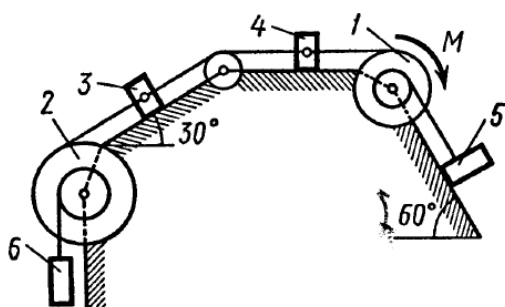
D10.5 shakl



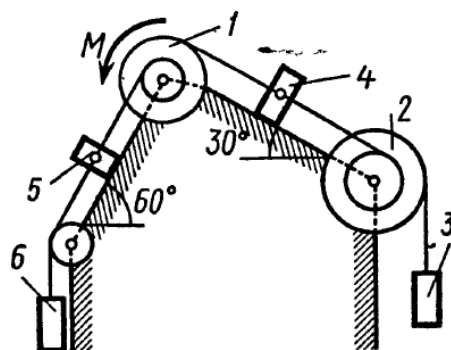
D10.6 shakl



D10.7 shakl



D10.8 shakl

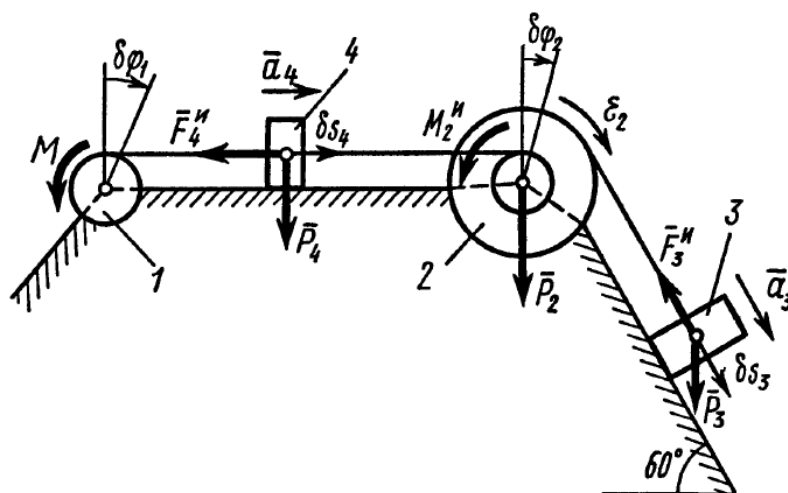


D10.9 shakl

D10 - topshiriqni bajarish namunasi:

Mexanik sistema ip o'ralgan, R_1 –radiusli blokdan va 2 pog'onali g'altakdan (pog'onalarining radiuslari R_2 va r_1 , aylanish o'qiga nisbatan inersiya radiusi ρ_2) shuningdek iplarga bog'langan 3 va 4 yuklardan tashkil topgan.

Sistema og'irlik kuchi va 1 blokka qo'yilgan momenti M bo'lgan juft kuch ta'sirida vertikal tekislikda harakatlanmoqda.



D10 shakl

Berilgan:

$$P_1 = 0, \quad P_2 = 30 \text{ N}, \quad P_3 = 40 \text{ N}, \quad P_4 = 20 \text{ N}, \quad M = 16 \text{ N} \cdot \text{m},$$

$$R_1 = 0,2 \text{ m}, \quad R_2 = 0,3 \text{ m}, \quad r_2 = 0,15 \text{ m}, \quad \rho_2 = 0,2 \text{ m}.$$

Topish kerak: ishqalanishni hisobga olmasdan 3-yukning tezlanishini.

Yechish: 1. Iplar yordamida bog'langan 1,2,3,4 jismlardan tashkil topgan mexanik sistema harakatini qaraymiz. Sistema bitta erkinlik darajasiga ega. Sistemaga qo'yilgan bog'lanishlar ideal bog'lanishdan iborat.

a_3 –ni aniqlash uchun dinamikaning umumiy tenglamasidan foydalanamiz:

$$\sum \delta A_k^a + \sum \delta A_k^u = 0 \quad (1)$$

bu yerda $\sum \delta A_k^a$ – aktiv kuchlar elementar ishlarining yig'indisi; $\sum \delta A_k^u$ - inersiya kuchlari elementar ishlarining yig'indisi.

2. Shaklda $\vec{P}_2, \vec{P}_3, \vec{P}_4$ –aktiv kuchlarni va momenti M bo'lgan juft kuchni tasvirlaymiz. a_3 - tezlanish yo'nalishini belgilab olganimizdan keyin qiymatlari quyidagicha bo'lgan $\vec{F}_3^u, \vec{F}_4^u$ – inersiya kuchlarini hamda momenti M_2^u –bo'lgan inersiya juft kuchini shaklda tasvirlaymiz:

$$F_3^u = \frac{P_3}{g} a_3; \quad F_4^u = \frac{P_4}{g} a_4; \quad M_2^u = \frac{P_2}{g} \rho_2^2 \varepsilon_2 \quad (2)$$

3. Sistemaga mumkin bo'lgan ko'chish berib va (1) tenglamani tuzib, quyidagini hosil qilamiz:

$$(P_3 \cdot \sin 60^\circ - F_3^u) \delta s_3 - M_2^u \delta \varphi_2 - F_4^u \delta s_4 - M \delta \varphi_1 = 0 \quad (3)$$

Barcha ko'chishlarni $\delta \varphi_2$ –orqali ifodalaymiz:

$$\delta s_3 = R_2 \delta \varphi_2; \quad \delta s_4 = r_2 \delta \varphi_2; \quad \delta \varphi_1 = \frac{r_2}{R_1} \delta \varphi_2 \quad (4)$$

(2) va (4) dagi qiymatlarni (3) ga qo'ysak, tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\left[P_3 \left(\sin 60^\circ - \frac{a_3}{g} \right) R_2 - \frac{P_2}{g} \rho_2^2 \varepsilon_2 - \frac{P_4}{g} a_4 r_2 - M \frac{r_2}{R_1} \right] \delta \varphi_2 = 0 \quad (5)$$

Bu yerdagi ε_2 va a_4 –ni izlayotgan a_3 –orqali ifodalaymiz:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_3}{R_2}; \quad a_4 = \varepsilon_2 \cdot r_2 = \frac{r_2}{R_2} a_3.$$

So'ngra, $\delta\varphi_2 \neq 0$ ekanligini e'tiborga olib, (5) tenglamadagi kvadrat qavs ichidagi ifodani nolga tenglaymiz. Hosil bo'lgan tenglamadan noma'lum miqdorni aniqlaymiz:

$$a_3 = \frac{P_3 R_2 \sin 60^\circ - M(r_2/R_1)}{P_3 R_2 + P_2 r_2^2/R_2 + P_4 (r_2^2/R_2)} g;$$

Qiymatlarini o'rniga qo'yib hisoblasak, javobi: $a_3 = -0,9 \text{ m/s}^2$ bo'ladi. Ishoraning manfiyligi shuni ko'rsatadiki, 3-yukning tezlanishi $D10$ - shakldagiga qarama-qarshi yo'nalgan ekan.

D11 TOPSHIRIQ

Mexanik sistema mos ravishda og'irliklari $P_1, P_2, \dots, P_5$ bo'lgan va o'zaro iplar orqali bog'langan 1, 2, . . . , 5 jismlardan tashkil topgan. Iplar 1 va 2 - pog'onali bloklarga o'rab qo'yilgan ($D11.0$ - $D11.9$ shakllar va $D11$ - jadval). Pog'onali 1, 2-blokning radiuslari mos ravishda $R_1 = R, r_1 = 0,4R, R_2 = R, r_2 = 0,8R$. Inersiya momentlarini hisoblashda barcha bloklar g'altak va g'ildiraklar radiusi R –ga teng to'liq bir jinsli silindrdan iborat deb hisoblansin.

Sistemaga og'irlik kuchidan tashqari 3 yoki 4 - jismga qo'yilgan $\vec{F}$ –kuchi ham ta'sir qiladi (agar sistemaga 3-jism kirmay qolsa, u xolda $\vec{F}$ –kuchi aravachaning B nuqtasiga qo'yilgan bo'ladi), shuningdek 1 va 2 - bloklarga qo'yilgan momentlari M_1 va M_2 bo'lgan juft kuchlar ham ta'sir qiladi: $M < 0$ bo'lsa, yo'nalishi shakldagiga qarama-qarshi olinadi.

Jadvalning “Prujina” deyilgan ustunida ko'rsatilgan ipning qismi bikrlilik koeffitsiyenti c bo'lgan prujina bilan almashtiriladi (masalan, agar ustunda AB

turgan bo'lsa, demak ipning AB qismida prujina bo'ladi, agar AD bo'lsa, AD qismida prujina va x.k): boshlang'ich paytda prujina deformatsiyalanmagan.

Sistema uchun Lagranj tenglamasi tuzilsin va harakat tinch xolatdan boshlangan deb hisoblab, x –ning umumlashgan koordinatalarda o'zgarishi, ya'ni $x = f(t)$ topilsin, shuningdek harakat davrida sistemaning tebranish davri va chastotasi aniqlansin (x –koordinatani tanlashda “Ko'rsatmalar” ga qaralsin).

Jadvalning og'irliklarni bildiruvchi ustunidagi chiziq shu jismning sistemaga kirmasligini bildiradi (shaklda tasvirlamaslik kerak), agar nol yozilgan bo'lsa, bu jism og'irligi hisobga olinmaydi, lekin shaklda tasvirlanadi, agar P_4 –yozilgan bo'lsa, bu 4-g'ildirakning umumiy og'irligini bildiradi (bunday aravacha platformasining og'irligi hisobga olinmaydi).

Ko'rsatmalar. *D11*-topshiriq - sistema harakatini o'rganishga Lagranj tenglamasini tadbiq etishdan iborat. Masalada berilgan sistema holati ikkita erkinlik darajasiga ega; demak, sistema xolati ikkita umumlashgan q_1 va q_2 –koordinatalar bilan aniqlanadi va ikkita tenglama tuziladi.

D11-jadval

Shart nomeri	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	F	M_1	M_2	Prujina
0	$4P$	0	-	$3P$	-	$4P$	0	0	AB
1	0	$2P$	-	-	$3P$	0	0	$-2PR$	KE
2	0	$2P$	-	P	-	0	$2PR$	0	AB
3	-	0	$2P$	$5P$	-	0	0	$2PR$	BD
4	P	-	-	-	$4P$	0	$-PR$	0	KE
5	-	-	$4P$	$3P$	-	P	0	0	BD
6	$2P$	0	-	-	P	0	0	$-PR$	KE
7	-	$4P$	-	$2P$	-	$3P$	0	$2PR$	AB
8	-	$4P$	$2P$	0	-	0	0	$3PR$	BD
9	$2P$	0	-	P	-	0	$2PR$	0	AB

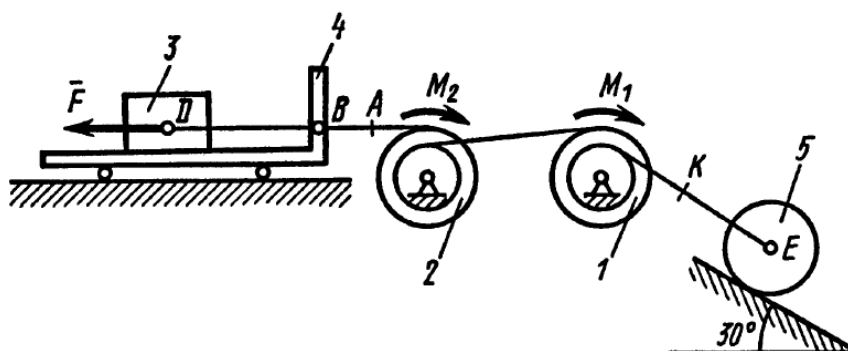
Masala yechishni umumlashgan koordinatalarni

$$q_1 = x \text{ va } q_2 = \varphi \quad \text{yoki} \quad q_1 = x \quad \text{va} \quad q_2 = y$$

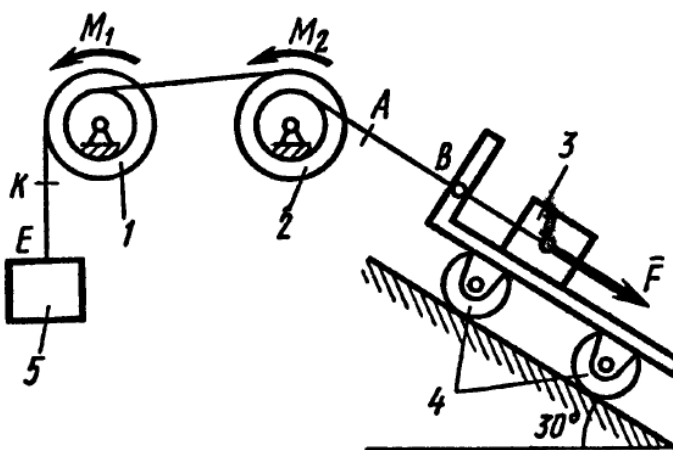
ko'rinishda tanlab olishdan boshlash kerak.

Prujina mahkamlangan 3, 4 yoki 5 - jismdan boshlab prujinaning cho'zilishi x –koordinata deb qabul qilingan: masalan, agar prujina jismga B nuqtasida

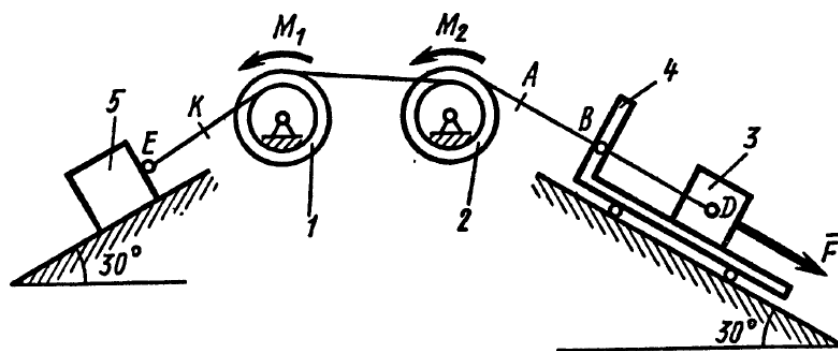
mahkamlangan bo'lsa, u holda prujinaning ixtiyoriy vaqtdagi uzunligi AB bo'ladi va $x = AB - l_0$ bu yerda l_0 —deformatsiyalanmagan prujinaning uzunligi. φ —koordinatasi uchun chekkadagi blokning (bu blokning og'irligi hisobga olinmasligi ham mumkin) burilish burchagi qabul qilinsin. φ —boshlang'ich holatdan boshlab hisoblanadi. Agar sistemaga birorta ham blok kirmasa, faqat 3 va 4 jismlar ishtirok qilsa, u holda 4 - jismning boshlang'ich holatdan boshlab o'tgan masofa y —koordinatasi deb qabul qilinadi. Mos ravishda D11.10 - shaklda ushbu holga misollar ko'rsatib qo'yilgan. Masala yechish tartibi bilan tanishamiz.



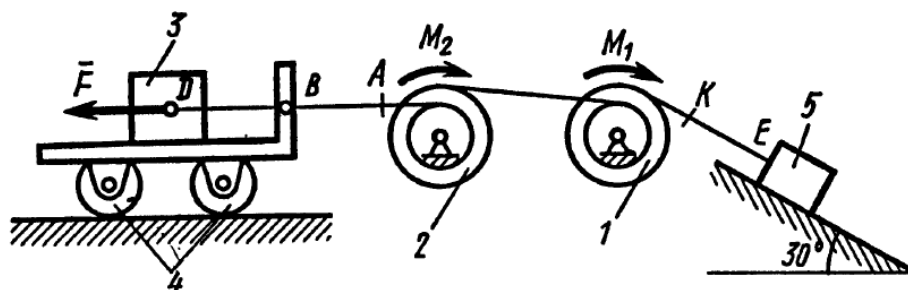
D11.0 shakl



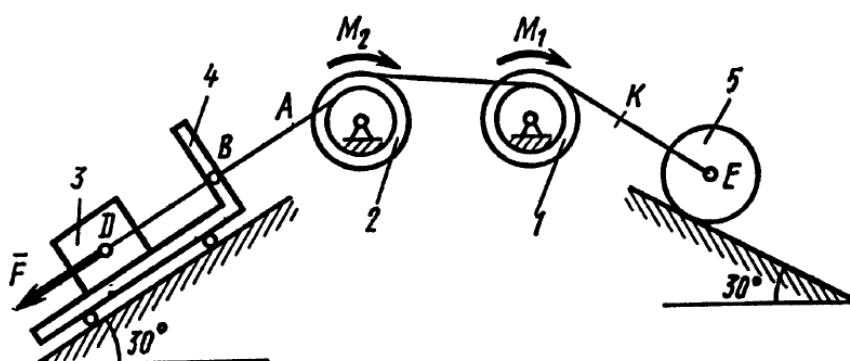
D11.1 shakl



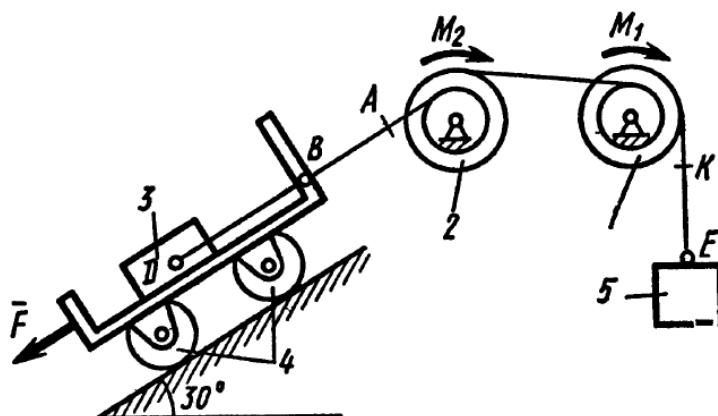
D11.2 shakl



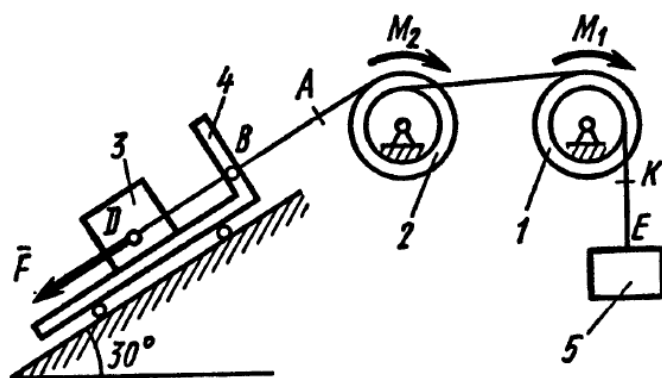
D11.3 shakl



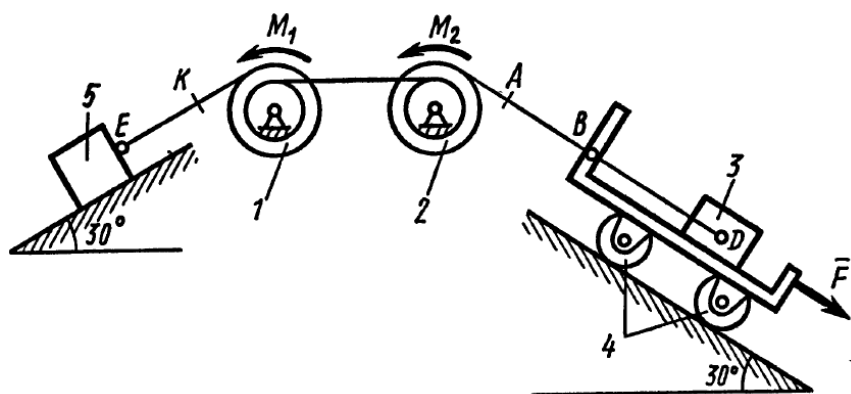
D11.4 shakl



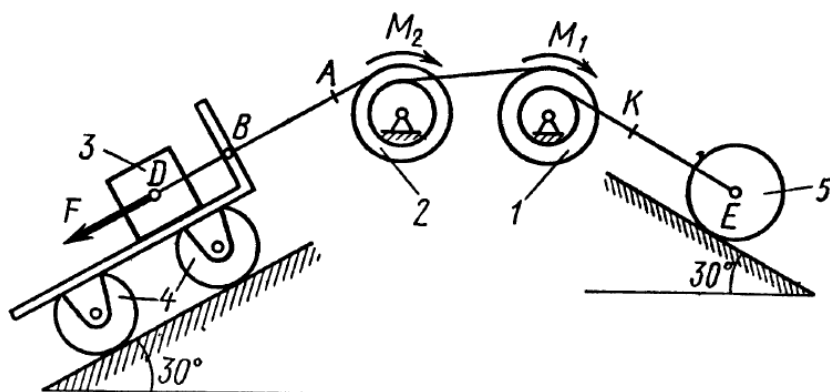
D11.5 shakl



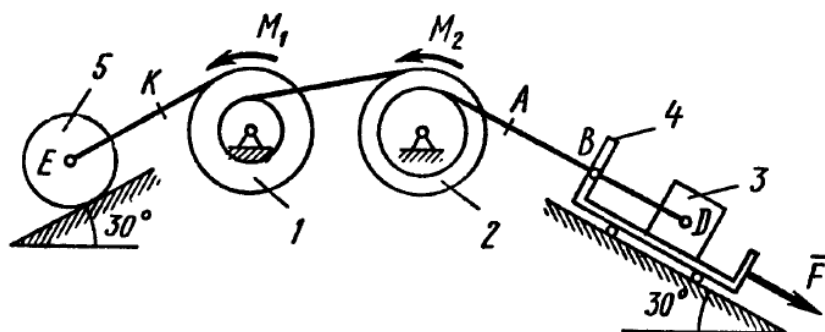
D11.6 shakl



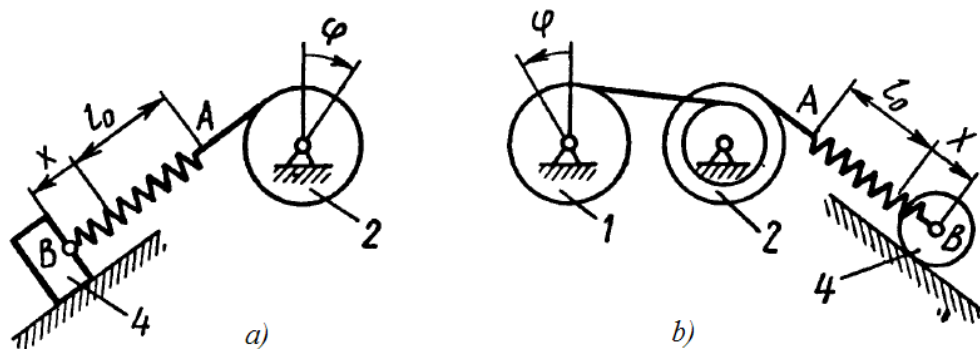
D11.7 shakl



D11.8 shakl



D11.9 shakl



D11.10 shakl

D11-topshiriqni bajarish namunasi

Mexanik sistema (D11 shakl) radiusi R bo'lgan va momenti M juft kuch ta'sir qilayotgan 1-barabandan, 2-aravacha va 3-g'ildirakdan tashkil topgan (baraban va g'ildirak - bir jinsli silindr deb hisoblansin); Jismlarning og'irliklari mos ravishda P_1 , P_2 , P_3 ; aravacha g'ildiraklarining og'irliklari hisobga olinmasin. Aravacha bir tomondan barabanga o'rab qo'yilgan ipga, ikkinchi tomondan g'ildirakka prujina orqali mahkamlangan. BD –prujinaning bikrlilik koeffitsiyenti c .

Sistema harakatni tinch holatdan boshlaydi va bu paytda prujina deformatsiyalanmagan (D11-shakl).

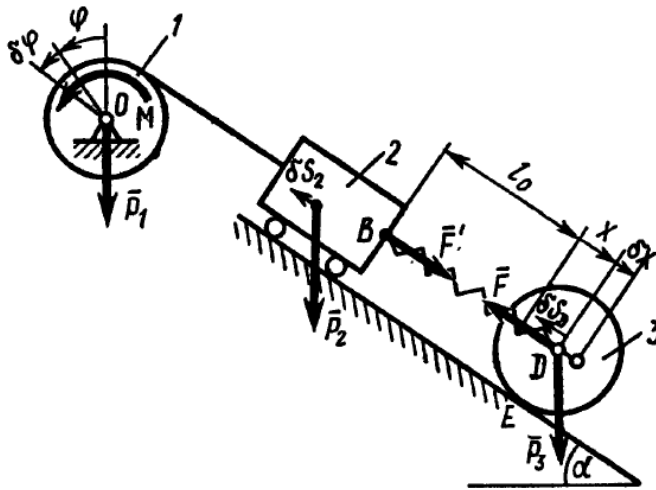
Berilgan: $R, c, P_1 = 2P, P_2 = 4P, P_3 = 2P, M = 4PR, \alpha = 30^\circ$.

Topish kerak: 1) $x = f(t)$ aniqlansin, bu yerda x –prujinaning cho'zilishi (yoki g'ildirak markazi D nuqtaning 2-aravachaga nisbatan ko'chishi);

2) tebranishning chastotasi k va tebranish davri τ aniqlansin.

Yechish. 1. Masalani yechish uchun Lagranj tenglamasidan foydalanamiz. Ko'rilayotgan masala ikkita erkinlik darajasiga ega. Umumlashgan koordinatalar sifatida barabanning burilish burchagi φ –ni va prujinaning cho'zilishi x –ni olamiz ($q_1 = \varphi, q_2 = x$) u holda Lagranj tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_1; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_2. \quad (1)$$



D11 shakl

2. Sistema kinetik energiyasi T –ni barcha jismlar kinetik energiyalarining yig'indisi sifatida aniqlaymiz:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 \quad (2)$$

Baraban O nuqtadan o'tgan, shakl tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylanma harakat qiladi, aravacha ilgarilanma va g'ildirak tekis parallel harakat qiladi, ularni hisobga olib kinetik energiyalarni quyidagicha yozamiz:

$$T_1 = \frac{1}{2} I_0 \omega_1^2; \quad T_2 = \frac{1}{2} \frac{P_2}{g} v_2^2; \quad T_3 = \frac{P_3}{g} v_D^2 + \frac{1}{2} I_D \omega_3^2 \quad (3)$$

$$\text{bu yerda } I_0 = \frac{P_1}{2g} \cdot R^2; \quad I_D = \frac{P_3}{2g} R_3^2 \quad (R_3 - 3 \text{ g'ildirakning radiusi})$$

Bu yerda (3) da qatnashuvchi barcha tezliklarni umumlashgan $\dot{\varphi}$ va $\dot{x}$ tezliklar orqali ifodalash kerak. Ko'rinib turibdiki, $\omega_1 = \dot{\varphi}$, $v_2 = R\omega_1 = R\dot{\varphi}$. Biz v_D –ni aniqlash uchun g'ildirak harakatini murakkab harakatdan iborat deb qaraymiz. x o'qi D nuqtaning aravachaga nisbatan holatini aniqlashini hisobga olsak quyidagicha yozish mumkin:

$$\vec{v}_D = \vec{v}_D^{nis} + \vec{v}_D^{ko'ich} \text{ miqdorlari: } v_D^{nis} = \dot{x}, \quad v_D^{ko'ich} = v_2 = R \dot{\varphi}.$$

x va φ –ning o'sishi bilan $\vec{v}_D^{nis}$ va $\vec{v}_D^{ko'ch}$ - tezliklarni qarama-qarshi yo'nalishini va E nuqta g'ildirakning tezliklar oniy markazi ekanligini hisobga olib quyidagicha yozish mumkin:

$$v_D = \dot{x} - R \dot{\varphi}, \quad \omega_3 = \frac{v_D}{ED} = \frac{\dot{x} - R \dot{\varphi}}{R_3}.$$

I_O va I_D ning hamda tezliklar uchun topilgan barcha qiymatlarni (3) ga qo'yib, $P_1 = P_3 = 2P$ va $P_2 = 4P$ larni hisobga olgan xolda (2) ni hisoblasak, natijada T –ni aniqlaymiz:

$$T = \frac{P}{g} \left(4 R^2 \dot{\varphi}^2 - 3 R \dot{\varphi} \dot{x} + \frac{3}{2} \dot{x}^2 \right) \quad (4)$$

Bundan quyidagilarni topish mumkin:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = \frac{P}{g} (8 R^2 \dot{\varphi} - 3 R \dot{x}), \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = 0;$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = \frac{P}{g} (-3 R \dot{\varphi} + 3 \dot{x}), \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = 0 \quad (5)$$

3. Endi Q_1 va Q_2 umunlashgan kuchlarni aniqlaymiz. Sistemaga ta'sir qilayotgan barcha aktiv kuchlarni tasvirlaymiz: $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$ –og'irlik kuchlari, miqdorlari $F' = F = cx$ bo'lgan $\vec{F}', \vec{F}$ –elastiklik kuchlari va momenti M –bo'lgan juft kuchlar ta'sir qiladi.

a) Q_1 –ni aniqlash uchun, sistemaga φ koordinata bo'yicha $\delta\varphi > 0$ orttirma oladigan darajada mumkin bo'lgan ko'chish beramiz, x bo'lsa o'zgarmay qoladi, ya'ni $\delta x = 0$ (sistemaning bunday ko'chishida prujina uzunligi o'zgarmay qoladi). Bu holda aravacha bilan g'ildirakning markazi bir xil ko'chish oladi, ya'ni

$\delta s_2 = \delta s_D = R \cdot \delta \varphi$ bo'lib, ta'sir qilayotgan kuchlarning elementar ishi quyidagicha bo'ladi:

$$\delta A_1 = M\delta\varphi - P_2 \sin 30^\circ \cdot \delta s_2 - P_3 \cdot \sin 30^\circ \cdot \delta s_D - F'\delta s_2 + F\delta s_D$$

Barcha kattaliklar o'rniga qiymatlarini qo'ysak

$$\delta A_1 = (M - 0,5 P_2 R - 0,5 P_3 R)\delta\varphi = PR\delta\varphi \quad (6)$$

b) Q_2 –ni aniqlash uchun sistemaga shunday mumkin bo'lgan ko'chish beramizki, bu xolda x koordinata $\delta x > 0$ orttirma oladi, φ – esa o'zgarmay qoladi, ya'ni $\delta\varphi = 0$ (baraban aylanmaydi, aravacha harakatlanmaydi). U holda, faqat $\vec{P}_3$ va $\vec{F}$ kuchlarigina elementar ish bajaradi, $P_3 = 2P$ ekanligini hisobga olib, quyidagini aniqlaymiz:

$$\delta A_2 = P_3 \sin 30^\circ \cdot \delta x - F\delta x = (P - cx)\delta x \quad (7)$$

(6) va (7) tenglikda $\delta\varphi$ va δx larning oldidagi koeffitsientlar izlanayotgan

umumlashgan kuchlar bo'ladi, demak $Q_1 = PR$; $Q_2 = P - cx$. (8)

(5) va (8) dagi kattaliklarni (1) tenglamaga qo'yib quyidagi harakat differensial tenglamasini hosil qilamiz:

$$\frac{P}{g}(8R^2\ddot{\varphi} - 3R\ddot{x}) = PR, \quad \frac{P}{g}(-3R\ddot{\varphi} + 3\ddot{x}) = P - cx. \quad (9)$$

4. $x = f(t)$ –ni aniqlash uchun (9) tenglamadan $\ddot{\varphi}$ –ni chiqarib tashlaymiz
va

$$\ddot{x} + k^2 x = a \quad (10)$$

tenglamani hosil qilamiz, bu yerda

$$k^2 = \frac{8}{15} \frac{cg}{P}, \quad a = \frac{11}{15} g.$$

Oliy matematika kursidan ma'lumki, (10) tenglamaning yechimi $x = x_1 + x_2$ —ko'rinishda bo'ladi, bu yerda x_1 —bir jinsli $x^2 + k^2 x = 0$ tenglamaning umumiy yechimi, ya'ni $x = c_1 \sin(kt) + c_2 \cos(kt)$, x_2 — (10) tenglamaning xususiy yechimi. x_2 —yechimni $x_2 = A = \text{const}$ ko'rinishda izlaymiz. x_2 —ning qiymatini (10) ga qo'yib, $A = a/k^2$ ekanligini aniqlab olamiz. Shunday qilib, (10) tenglamaning umumiy yechimi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$x = c_1 \sin(kt) + c_2 \cos(kt) + a/k^2; \quad (11)$$

bu yerda c_1 va c_2 qiymatlar integrallash natijasida kelib chiqqan o'zgarmaslar. Ularni aniqlash uchun x —dan vaqt bo'yicha hosila olamiz:

$$\dot{x} = c_1 k \cos(kt) + c_2 k \sin(kt) \quad (12)$$

Boshlang'ich shartga ko'ra $t = 0$ da $x = 0$, $\dot{x} = 0$ (harakat tinch holatdan boshlanadi va bu vaqtda prujina deformatsiyalanmagan edi).

Bu qiymatlarni (11) va (12) ga qo'ysak, ulardan $c_1 = 0$, $c_2 = -a/k^2$ ekanligini topamiz.

Natijada, izlanayotgan $x = f(t)$ bog'lanishni quyidagi ko'rinishda hosil qilamiz:

$$x = \frac{a}{k^2}(1 - \cos kt) \quad (13)$$

Shunday qilib, g'ildirakning D —markazi aravachaga nisbatan (13) tenglamaga muvofiq tebranma harakat qiladi. Bu tebranma harakatning doiraviy chastotasi k va davri τ quyidagicha bo'ladi:

$$k = \sqrt{\frac{8cg}{15P}}; \quad \tau = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{15P}{8cg}}. \quad (14)$$

D12-TOPSHIRIQ

Vertikal tekislikda joylashgan (*D12.0 - D12.9* shakllar) mexanizm, qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi 1 va 2 - pog'onali g'ildiraklardan, pog'onalarining radiuslari mos ravishda $R_1 = 0,4 \text{ m}$, $r_1 = 0,2 \text{ m}$, $R_2 = 0,5 \text{ m}$, $r_2 = 0,3 \text{ m}$, bir tomoni sharnir yordamida mahkamlangan uzunligi $l = 1,2 \text{ m}$ bo'lgan 3-sterjendan, g'ildiraklarga o'ralgan ipga osilgan 4 va 5 yuklardan tashkil topgan. Sterjendagi masofa $AB = 2l/3$ ga teng.

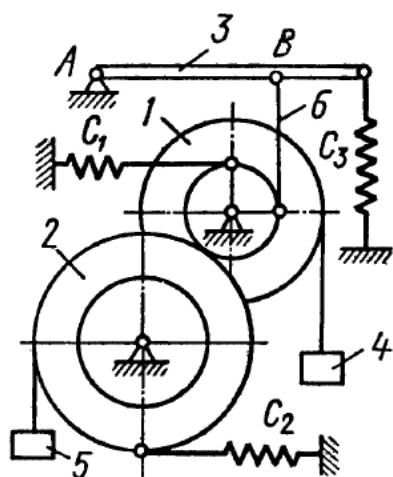
3-sterjen 2-g'ildirakka og'irligi hisobga olinmaydigan 6-sterjen yordamida biriktirilgan. 1 va 2 - g'ildiraklar yoki o'zaro tishlashgan (0-4-shakllar), yoki og'irligi hisobga olinmaydigan 7-sterjen yordamida biriktirilgan (5-9-shakllar). G'ildiraklarga va 3-sterjenga prujinalar mahkamlangan.

D12- jadval

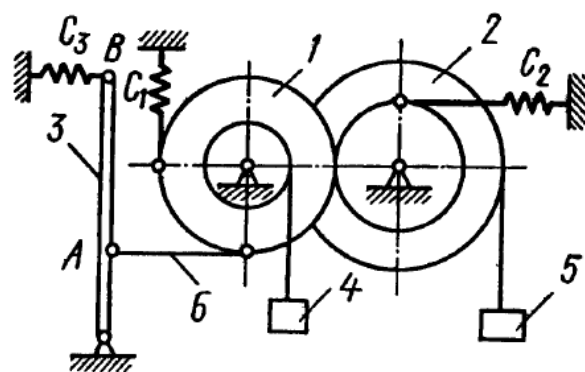
<i>Shart nomeri</i>	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	c_1	c_2	c_3
0	12	16	-	8	-	1200	-	-
1	10	8	4	-	-	-	-	1000
2	16	12	-	-	6	-	800	-
3	20	-	-	6	-	1500	-	-
4	-	18	-	-	4	-	1000	-
5	18	14	6	-	-	1000	-	-
6	12	-	8	4	-	-	-	1200
7	16	10	-	-	4	800	-	-
8	20	16	-	8	-	-	1200	-
9	10	-	6	4	-	1000	-	-

D12-jadvalda jismlarning m_i –massalari (*kg*) va prujinalarning c_i - bikrlilik koeffitsiyentlari (*N/m*) berilgan. Ustunlardagi chiziqchalar shu jism yoki prujina sistemaga kirmasligini bildiradi (shaklda bu jism va prujinalar tasvirlanmasin); natijada, har bir xususiy variant uchun uchta, hatto, ikkita jismdan iborat ancha sodda mexanizm hosil bo'ladi. 6 va 7-sterjenlarga mahkamlangan har ikkala jism ham sistemaga kirsagina, bu sterjenlar mexanizmدا tasvirlanadi.

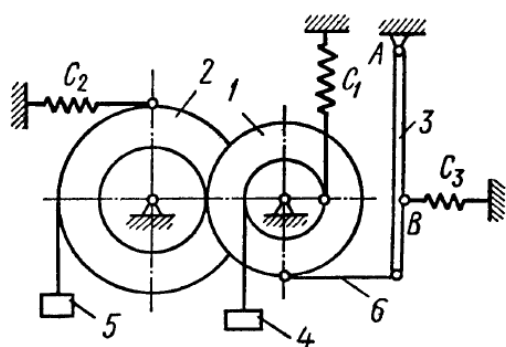
Sistema shaklda tasvirlangan holatida muvozanatda turadi. Sistemaning muvozanat holati atrofidagi kichik tebranishlar chastotasi va davri aniqlansin. Shuningdek, muvozanat holatida prujinaning statik cho'zilishi (siqilishi) λ_{st} aniqlansin.



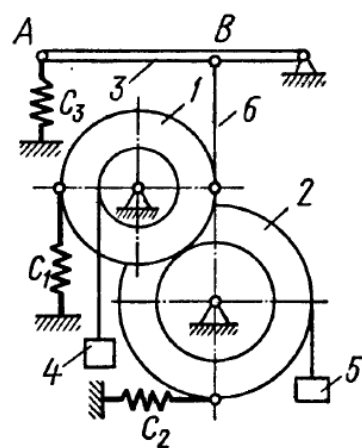
D12.0 shakl



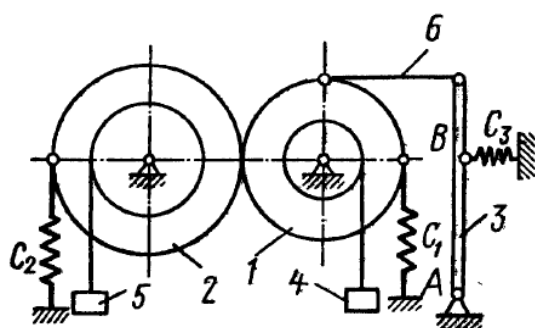
D12.1 shakl



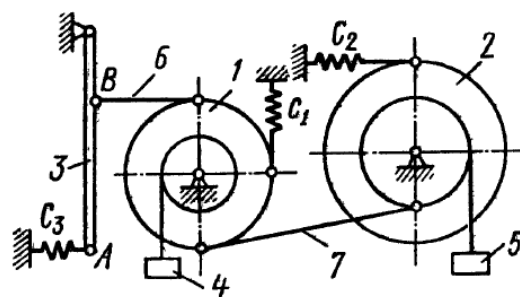
D12.2 shakl



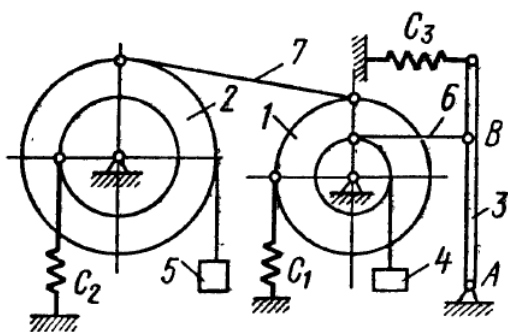
D12.3 shakl



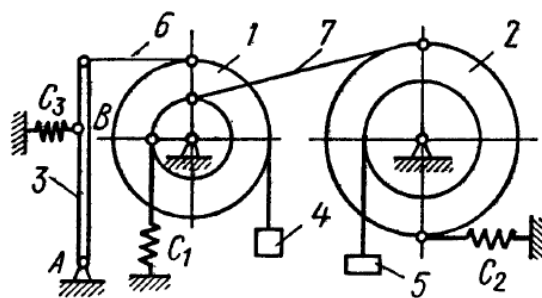
D12.4 shakl



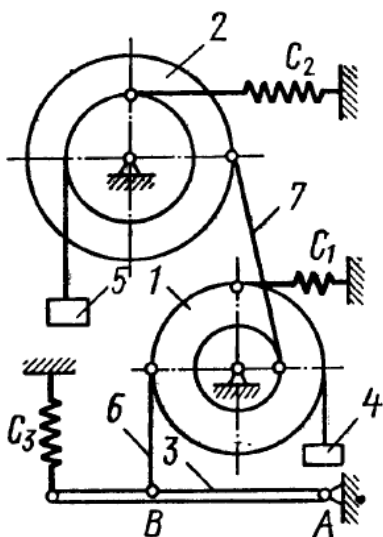
D12.5 shakl



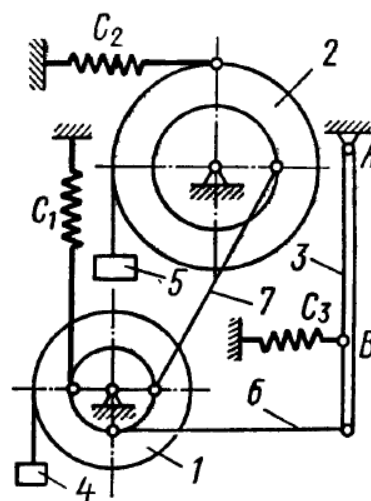
D12.6 shakl



D12.7 shakl



D12.8 shakl



D12.9 shakl

Hisoblashlar paytida 1 va 2-g'ildiraklarni bir jinsli radiuslari mos ravishda R_1 va R_2 bo'lgan to'liq silindr deb qarash kerak. Bu masalani yechishga ikkita namuna ko'ramiz.

D12-topshiriqlarni bajarish namunasi:

D12a - Masala. Muvozanat holatida turgan mexanik sistema R_1 – radiusli 1-g'ildirakdan, radiuslari r_2 va R_2 bo'lgan 2- pog'onali g'ildirakdan, 2-g'ildirakka o'rab qo'yilgan ipga osilgan 3-yukdan tashkil topgan. G'ildiraklar og'irligi hisobga olinmaydigan AB sterjen orqali bir-biriga bog'langan (D12 a-shakl). 1-g'ildirakka bikrlilik koeffitsiyenti c bo'lgan prujina mahkamlangan.

Berilgan: $m_1 = 12 \text{ kg}$, $m_2 = 6 \text{ kg}$, $m_3 = 3 \text{ kg}$, $R_1 = R_2 = R$,

$r_2 = 0,5R$, $c = 900 \text{ N/m}$. G'ildiraklarni bir jinsli to'liq silindr deb hisoblang. Sistemaning muvozanat holati atrofida kichik tebranishlarining k –chastotasi va τ –davri, shuningdek, λ_{st} aniqlansin.

Yechish. 1. Sistema bitta erkinlik darajasiga ega. Umumlashgan koordinata sifatida 1-g'ildirakning muvozanat holatidan og'ish burchagi φ –ni tanlaymiz (muvozanat paytida $\varphi = 0$ va $s_D = 0$, $s_3 = 0$); sistema harakatida kichik tebranishni qarayotganimiz uchun, φ –burchak juda kichkina deb hisoblanadi.

Sistemaga ta'sir qiluvchi aktiv kuchlarning barchasi potensial kuchdan iborat (og'irlik kuchi va elastiklik kuchi), umumlashgan Q –kuchni sistemasining potensial energiyasi Π orqali ifodalaymiz. U holda, izlanayotgan tenglama quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q, \quad \text{bu yerda } Q = - \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} \quad (1)$$

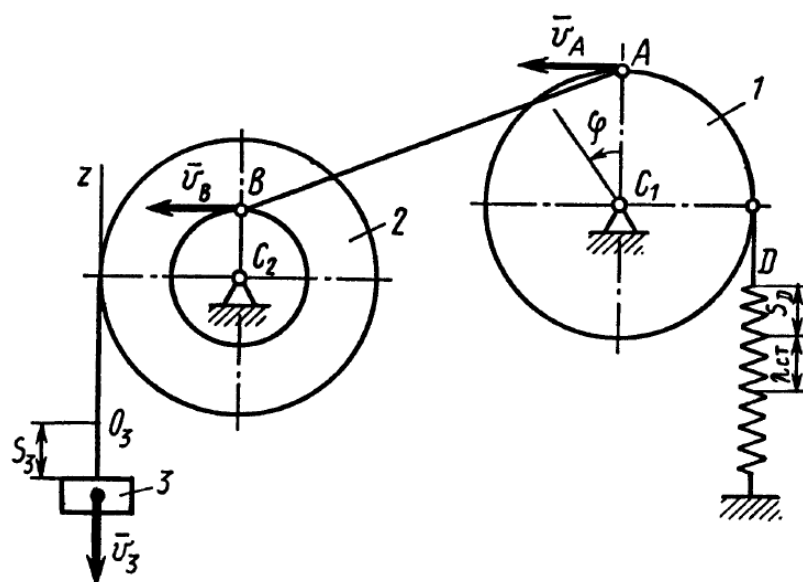
2. Sistema kinetik energiyasini barcha jismlar kinetik energiyalarining yig'indisi sifatida topamiz:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 \quad (2)$$

1 va 2-g'ildiraklar O_1 va O_2 o'qlar atrofida aylanadi, 3 yuk esa ilgarilanma harakat qiladi, demak

$$T_1 = I_{O1} \cdot \frac{\omega_1^2}{2}, \quad T_2 = I_{O2} \cdot \frac{\omega_2^2}{2}; \quad T_3 = m_3 \cdot \frac{v_3^2}{2} \quad (3)$$

$$\text{bu yerda} \quad I_{O1} = m_1 \frac{R_1^2}{2}, \quad I_{O2} = m_2 \frac{R_2^2}{2} \quad (4)$$



D12a shakl

(3)-tenglikka kiruvchi barcha tezliklarni umumlashgan tezlik $\dot{\varphi}$ –orqali ifodalash kerak. U holda $\omega_1 = \dot{\varphi}$, φ –ning juda kichikligini hisobga olib, har bir vaqt momenti uchun $v_B = v_A$ yani $\omega_2 \cdot r_2 = \omega_1 \cdot R_1$ deyish mumkin.

Bu yerdan $\omega_2 = \omega_1 R_1 / r_2$ va $v_3 = \omega_2 R_2 = \omega_1 R_1 R_2 / r_2$

Yana $R_1 = R_2 = R$, $r_2 = 0,5R$ ekanligini hisobga olsak

$$\omega_1 = \dot{\varphi}, \quad \omega_2 = \frac{R_1 \dot{\varphi}}{r_2} = 2 \dot{\varphi}, \quad v_3 = 2R \dot{\varphi}. \quad (5)$$

$R_1 = R_2 = R$ –ni e’tiborga olib (4) va (5) ni (3) ga qo’yib, (2) tenglikdan quyidagini hosil qilamiz:

$$T = 0,5 a_o \dot{\varphi}^2 \text{ bu yerda } a_o = (0,5 m_1 + 2 m_2 + 4 m_3) R^2. \quad (6)$$

$$\text{Bu yerdan} \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi} = a_o \dot{\varphi}, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = 0, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) = a_o \ddot{\varphi}. \quad (7)$$

3. Prujinaning potensial energiyasi $\Pi = 0,5 c \lambda^2$ –ekanligini hisobga olib, bu yerda λ –prujinaning cho’zilishi (siqilishi) hamda og’irlik kuchi maydonida potensial energiya $\Pi = mgz_c$ –ekanligini hisobga olib, bu yerda z_c –og’irlik

markazining koordinatasi, (z – o'qi vertikal ravishda yuqoriga yo'nalgan) sistemaning potentsial energiyasini hisoblaymiz.

U holda, butun sistema uchun potentsial energiya quyidagicha bo'ladi:

$$\Pi = 0,5 c \lambda^2 + m_3 g z_{c3} . \quad (8)$$

λ – ni aniqlayotganimizda, prujina muvozanat holatida turganida, boshlang'ich paytda ta'sir qilayotgan kuchlar bilan muvozanatlashishi uchun qandaydir statik cho'zilish (siqilish) λ_{st} – olgan bo'lishi mumkin. (bizning masalamizda 3-yukka ta'sir qiluvchi og'irlik kuchi ostida muvozanatda turadi). 1-g'ildirak φ – burchakka burilsa prujina λ_{st} cho'zilishga qo'shimcha yana $s_D = R_1 \varphi$ cho'zilish oladi. Natijada,

$$\lambda = \lambda_{st} + s_D = \lambda_{st} + R\varphi$$

z – oqini O_3 nuqta orqali yuqoriga qarab yo'naltirsak z_{c3} uchun $z_{c3} = -s_3$ ni olamiz. s_3 – ni φ – orqali ifodalashda, kichik siljishlar orasidagi bo'g'lanish, mos tezliklar orasidagi bog'lanishlar kabi bo'lishidan foydalanamiz. U holda (5) tenglikka o'xshashlikdan $s_3 = 2R\varphi$ va $z_{c3} = -2R\varphi$. Topilgan barcha qiymatlarni (8) tenglikka qo'ysak,

$$\Pi = 0,5 c (\lambda_{st} + R\varphi)^2 - 2m_3 g R\varphi . \quad (9)$$

4. Q – umumlashgan kuchni va λ_{st} ni aniqlaymiz.

$$Q = -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = -cR(\lambda_{st} + R\varphi) + 2m_3 g R . \quad (10)$$

Bu tenglamadagi noma'lum λ_{st} ning qiymatini muvozanat shartidan foydalanib topamiz, ya'ni $\varphi = 0$ bo'lganda $Q = 0$ bo'lishi kerak. (10)-tenglamada $\varphi = 0$ va $Q = 0$ desak $cR\lambda_{st} = 2 m_3 g R$ bu yerdan

$$\lambda_{st} = 2m_3g/c \quad (11)$$

(10) tenglamaga λ_{st} qiymatini olib borib qo'ysak,

$$Q = -cR^2\varphi \quad (12)$$

hosil bo'ladi.

5. Lagranj tenglamasini tuzamiz. (7) va (12) tengliklardagi qiymatlarni (1) ga olib borib qo'ysak, $a_o\ddot{\varphi} = -cR^2\varphi$ ni hosil qilamiz, agar (6) belgilashlarni hisobga olsak,

$$\ddot{\varphi} + k^2\varphi = 0 \quad (13)$$

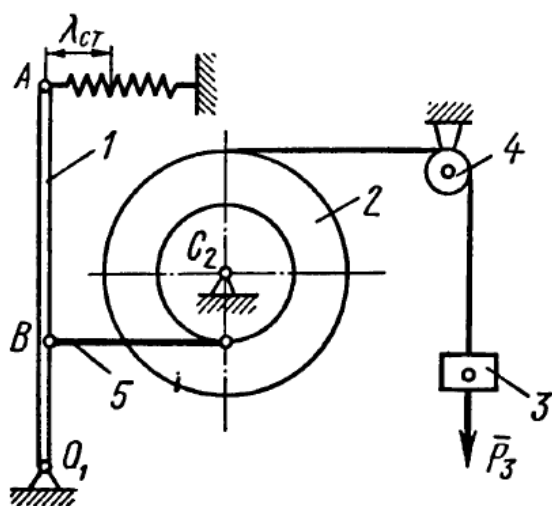
bu yerda

$$k^2 = \frac{cR^2}{a_o} = \frac{2c}{m_1 + 4m_2 + 8m_3}$$

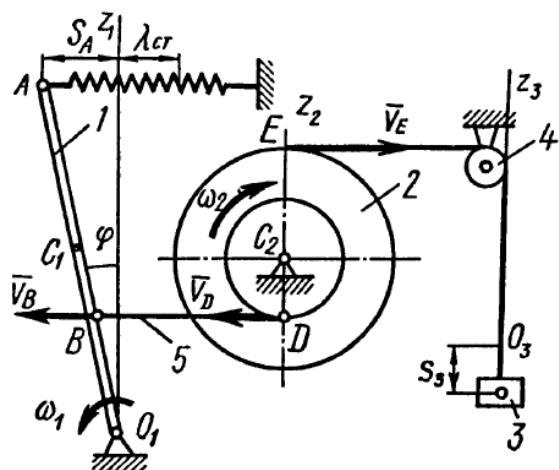
Tebranishlar nazariyasidan ma'lumki, agar tenglama (13) ko'rinishga keltirilgan ekan, bu yerda k –tebranishning davriy chastotasi bo'ladi, tebranish davri esa, $\tau = 2\pi/k$ (13) va (11) tengliklarga m_1, m_2, m_3, c qiymatlarini qo'yib, izlayotgan noma'lumlar qiymatini aniqlaymiz.

$$\text{Javob: } k = 5,48 \text{ s}^{-1}, \tau = 1,11 \text{ s}, \lambda_{st} = 0,065 \text{ m} = 6,5 \text{ sm}$$

D12b – masala. Muvozanat holatida turgan mexanik sistema 1-bir jinsli sterjendan, pog'onalarining radiusi R_2 va r_2 bo'lgan 2-pog'onali g'ildirakdan, 4-blokdan o'tkazilgan va 2-g'ildirakka o'rab qo'yilgan ipga osilgan 3-yukdan 1 va 2-jismlarni birlashtirib turgan, og'irligi hisobga olinmaydigan 5-sterjendan tashkil topgan (*D12b* - shakl). O_1 –nuqtada sharnir yordamida mahkamlangan: A nuqtada bikrlilik ko'effitsiyenti c bo'lgan prujina mahkamlangan.



D12b shakl



D12c shakl

Berilgan:

$m_1 = 10 \text{ kg}, m_2 = 12 \text{ kg}, m_3 = 4 \text{ kg}, m_4 = 0, R_2 = R, r_2 = 0,5 R,$
 $c = 750 \text{ N/m}, O_1A = l = 1 \text{ m}, O_1B = l/3.$ 2 –g'ildirak bir jinsli, to'liq silindr deb hisoblansin. Sistema muvozanat holatining atrofida kichik tebranishning k –chastotasi va τ davri, shuningdek, λ_{st} –ning qiymati aniqlansin.

Yechish. 1. Sistemaning muvozanat holatidan chiqib, kichik tebranma harakat qilayotgan ixtiyoriy holatida tasvirlaymiz (D12c shakl). Sistema bitta erkinlik darajasiga ega. Umumlashgan koordinata sifatida sterjenning vertikalidan og'ish burchagi φ –ni qabul qilamiz va φ – ni juda kichik deb hisoblab, sistema uchun Lagranj tenglamasini tuzamiz. Ta'sir qilayotgan barcha kuchlar (elastiklik kuchi va og'irlik kuchlari) potensial kuchlardan iborat bo'lgani uchun umumlashgan Q –kuchni sistemaning Π –potensial energiyasi orqali ifodalaymiz. U holda izlanayotgan tenglama quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q, \text{ bu yerda } Q = - \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi}. \quad (1)$$

Kichik tebranma harakatlarni o'rganishda, tenglamadagi kichik qiymatlar (juda kichik bo'lganligidan) tashlab yuboriladi. Buning uchun T va Π –ni

φ^2 va $\dot{\varphi}^2$ aniqlikkacha topiladi. Chunki (1) tenglama tuzilayotganda T va Π dan φ va $\dot{\varphi}$ bo'yicha hosila olinganda ko'phadning darajasi bittaga kamayadi, ya'ni tenglama faqat φ va $\dot{\varphi}$ ga bog'liq bo'lib qoladi.

2. Sistema kinetik energiyasi, jismlarning kinetik energiyalarini yig'indisi sifatida aniqlanadi:

$$T = T_1 + T_2 + T_3. \quad (2)$$

1-sterjen va 2 g'ildirak mos ravishda O_1 va C_2 o'qlar atrofida aylanadi, 3-yuk bo'lsa ilgarilanma harakat qiladi, demak

$$T_1 = I_{o_1} \omega_1^2/2; \quad T_2 = I_{C_2} \omega_2^2/2; \quad T_3 = m_3 v_3^2/2, \quad (3)$$

Bu yerda
$$I_{o_1} = m_1 l^2/3; \quad I_{C_2} = m_2 R^2/2. \quad (4)$$

Natijada (3) tenglamaga kiruvchi barcha tezliklarni umumlashgan $\dot{\varphi}$ tezlik orqali ifodalash kerak. U xolda, $\omega_1 = \dot{\varphi}$. So'ngra, φ -ni juda kichikligini e'tiborga olsak, $v_D = v_B = \omega_1 l/3$ deyish mumkin. Buni hisobga olib, quyidagi tengliklarni yozish mumkin:

$$\omega_2 = v_D/r_2 = v_D/0,5 R \quad \text{va} \quad v_3 = v_E = \omega_2 R$$

Shunday qilib,
$$\omega_1 = \dot{\varphi}; \quad \omega_2 = \frac{2l\dot{\varphi}}{3R}; \quad v_3 = 2l\dot{\varphi}/3. \quad (5)$$

Demak (4) va (5) kattaliklarni (3) tenglamaga qo'ysak, (2) dan quyidagini olamiz:

$$T = \frac{1}{2} a_o \dot{\varphi}^2, \quad \text{bu yerda} \quad a_o = \left(\frac{m_1}{3} + \frac{2m_2}{9} + \frac{4m_3}{9} \right) l^2. \quad (6)$$

Bundan
$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = a_o \dot{\varphi}, \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) = a_o \ddot{\varphi} \quad (7)$$

3. Prujina uchun potensial energiya $\Pi = 0,5 s \lambda^2$ ga teng ekanligi, bu yerda λ prujinaning cho'zilishi (siqilishi), og'irlik kuchi maydonida esa $\Pi = mgz_c$ – ekanligi, bu yerda z_c – og'irlik markazining koordinatasi (z – o'qi vertikal bo'ylab yuqoriga yo'nalgan). U holda sistemaning Π – potensial energiyasini quyidagicha yozamiz:

$$\Pi = 0,5 c \lambda^2 + m_1 g z_{c_1} + m_2 g z_{c_2} + m_3 g z_{c_3} \quad (8)$$

Yuqoridagi $\lambda, z_{c_1}, z_{c_2}, z_{c_3}$ – larni φ – orqali ifodalashimiz kerak. λ ni aniqlayotganimizda, prujina (boshlang'ich) statik cho'zilish yoki siqilish λ_{st} – olgan bo'lishi mumkinligini (masalamizda $\vec{P}_3$ – og'irlik kuchi muvozanatlashganda) hisobga olish kerak. Ixtiyoriy holatda prujina qo'shimcha s_A – cho'zilish oladi. φ – ning kichikligini e'tiborga olib, $s_A = l\varphi$ – deyish mumkin. U xolda

$$\lambda = \lambda_{st} + s_A = \lambda_{st} + l\varphi .$$

z_1 o'qni O_1 nuqtadan yuqoriga yo'naltirib, $z_{c_1} = 0,5 l \cos \varphi$ – ni olamiz. $\cos \varphi$ – ni qatorga yoyib, φ^2 – bor hadgacha bo'lgan hadlarni qoldiramiz*:

$$\cos \varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{2} \quad \text{va} \quad z_{c_1} = \frac{l}{2} \left(1 - \frac{\varphi^2}{2} \right) .$$

* (Agar $O_1 A$ sterjen gorizontal holatda joylashgan bo'lsa, ya'ni $D12c$ - shaklni 90° – ga bursak, $z_c = 0,5 l \sin \varphi$ bo'lib, φ ning kichik qiymatida $\sin \varphi = \varphi$ desak, natija yuqoridagi hol bilan bir xil bo'ladi).

c_2 nuqtani koordinata boshi deb tanlasak, z_{c_2} uchun $z_{c_2} = 0$ ga ega bo'lamiz. z_{c_3} – ni aniqlash uchun, O_3 koordinata boshini 3 yukning muvozanat

holatidagi og'irlik markaziga joylashtirsak, $z_{C_3} = -s_3$ ni olamiz, bu yerda s_3 –yukning ko'chishi. s_3 –ni φ orqali ifodalash uchun, kichik ko'chishlar orasidagi bog'lanish, mos tezliklar orasidagi bog'lanish kabiligidan foydalaniladi. U xolda (5) tengliklarga o'xshash quyidagicha yozish mumkin:

$$s_3 = 2l\varphi/3 \quad \text{va} \quad z_{C_3} = -2l\varphi/3$$

Barcha topilgan kattaliklarni (8)-tenglikka qo'ysak

$$\Pi = \frac{c}{2}(\lambda_{st} + l\varphi)^2 + \frac{1}{2}m_1gl\left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right) - \frac{2}{3}m_3gl\varphi. \quad (9)$$

4. Q –umumlashgan kuchni va λ_{st} – ni aniqlash.

Ma'lumki,

$$Q = -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = -\left[cl(\lambda_{st} + l\varphi) - \frac{1}{2}m_1gl\varphi - \frac{2}{3}m_3gl\right]. \quad (10)$$

Bu tenglikdagi no'malum λ_{st} ni sistemaning muvozanat shartidan, ya'ni $\varphi = 0$ da $Q = 0$ bo'lishi kerakligidan foydalanib aniqlaymiz. (10) tenglamada $\varphi = 0$ va $Q = 0$ desak,

$$cl\lambda_{st} - 2m_3gl/3 = 0; \quad \text{bu yerdan} \quad \lambda_{st} = \frac{2}{3}\frac{m_3g}{c}. \quad (11)$$

λ_{st} –qiymatini (10) ga qo'ysak, $Q = -b\varphi$, ni hosil qilamiz, bu yerda

$$b = (cl - 0,5 m_1g)l. \quad (12)$$

5. Lagranj tenglamasini tuzamiz. (7) - tenglamadagi hosilaning qiymatlarini va (12) dan Q –ning qiymatini (1) tenglamaga qo'ysak $a_o\ddot{\varphi} = -b\varphi$ yoki

$$\ddot{\varphi} + k^2 \varphi = 0, \text{ bu yerda } k^2 = \frac{b}{a_o} = \frac{9(2cl - m_1 g)}{2(3m_1 + 2m_2 + 4m_3)l}. \quad (13)$$

ni hosil qilamiz.

Tebranishlar nazariyasidan ma'lumki, tenglama (13) ko'rinishga keltirilsa, bu yerda k –tebranishning izlanayotgan doiraviy chastotasi, $\tau = 2\pi/k$ esa davri bo'ladi. (11) va (13) tenglamalarda tegishli hisoblashlar qilingandan keyin aniqlash talab qilingan kattaliklarning son qiymatlarini olamiz.

Javob: $k = 9,49 \text{ s}^{-1}$; $\tau = 0,66 \text{ s}$; $\lambda_{st} = 0,035 \text{ m} = 3,5 \text{ sm}$.

Masalani ikkinchi xil yechilishi

Sistemaga ta'sir qilayotgan kuchlar potensial bo'lmaganda, masalani boshqacha yechish usuli bilan tanishib chiqamiz.

Yana umumlashgan koordinata sifatida φ –ni olamiz, uni yetarlicha kichik hisoblab, sistema uchun Lagranj tenglamasini tuzamiz:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q. \quad (14)$$

Sistema kinetik energiyasi T va uning mos hosilalari uchun (6) va (7) tenglamalaridek qiymatlarini olamiz.

Umumlashgan Q –kuchni aniqlash uchun, sistema ko'chishida elementar ish bajaradigan aktiv kuchlarni shaklda tasvirlaymiz, ya'ni 1-sterjenning A nuqtasiga qo'yilgan, o'ng tomonga yo'nalgan (prujina cho'zilyapdi deb hisobladik) prujinaning $\vec{F}$ –elastiklik kuchuni, 1-sterjenning C_1 nuqtasiga qo'yilgan $\vec{P}_1$ –og'irlik kuchini, 3-yukka qo'yilgan $\vec{P}_3$ –og'irlik kuchini shaklda tasvirlash kerak, $\vec{P}_1$ va $\vec{P}_3$ –kuchlar vertikal ravishda pastga qarab yo'nalgan ($D12b$ -shaklda $\vec{F}$, $\vec{P}_1$, $\vec{P}_3$ –kuchlar tasvirlanmagan, agar masalani mazkur usulda yechilsa, bu kuchlarni, albatta shaklda ko'satish kerak).

Endi sistemaga mumkin bo'lgan ko'chish beramiz, bunda φ –burchak musbat $\delta\varphi$ –orttirma oladi, bu ko'chishda yuqorida aytilgan kuchlarning bajargan δA elementar ishlarini hisoblaymiz.

$$\delta A = \left(-Fl\cos\varphi + P_1 \frac{l}{2} \sin\varphi \right) \delta\varphi + P_3 \delta s_3 . \quad (15)$$

(15) tenglikdagi δs_3 ni $\delta\varphi$ –orqali ifodalaymiz. (5) tenglamaga o'xshashlikdan

$$\delta s_3 = 2l \delta\varphi / 3 \quad (16) \text{ ni topamiz.}$$

Endi elastiklik kuchi $\vec{F}$ -ning qiymatini aniqlaymiz. $F = c\lambda$, bu yerda λ –prujinaning cho'zilishi bo'lib, u λ_{st} –boshlang'ich deformatsiya bilan qo'shimcha cho'zilishning yig'indisidan iborat.

φ –ning yetarlicha kichikligini e'tiborga olsak, $s_A = l \cdot \varphi$ –deyish mumkin. U holda

$$\lambda = \lambda_{st} + l\varphi \text{ va } F = c(\lambda_{st} + l\varphi) \quad (17)$$

(16) va (17) dagi qiymatlarni (15) ga qo'ysak va $P_1 = m_1 g$, $P_3 = m_3 g$ ekanligini hamda φ –ning kichik qiymatlari uchun $\sin\varphi = \varphi$, $\cos\varphi = 1$ larni etiborga olsak, (15) tenglik natijada quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\delta A = \left[-c(\lambda_{st} + l\varphi)l + m_1 g \cdot \frac{l\varphi}{2} + \frac{2m_3 g l}{3} \right] \delta\varphi .$$

Hosil qilingan tenglamada $\delta\varphi$ –oldidagi koeffitsiyent biz izlayotgan umumlashgan kuch bo'ladi. Demak,

$$Q = [-c \lambda_{st} + (m_1 g / 2 - cl)\varphi + 2m_3 g / 3] l . \quad (18)$$

λ_{st} –ning qiymatini yana boshlang'ich shartlardan foydalanib topamiz ya'ni $\varphi = 0$ da $Q = 0$. Natijada, (11) formuladan aniqlangan λ_{st} ning qiymati bilan bir xil qiymatga ega bo'lamiz. λ_{st} –ning bu qiymati uchun (18) tenglikdan

$$Q = (m_1 g/2 - cl)l \cdot \varphi \quad (19)$$

Endi (7) formuladagi hosilalarning qiymatlarini va (19) dan Q –qiymatini (14) – ga qo'ysak, quyidagini hosil qilamiz:

$$\ddot{\varphi} + (cl - m_1 g/2) \frac{l}{a_o} \varphi = 0. \quad (20)$$

(20) tenglamaning yechimi φ –ning oldidagi koeffitsiyentining ishorasiga bog'liq bo'ladi. Agar bu koeffitsiyent musbat bo'lsa, ya'ni

$$c > m_1 g/2l, \quad (21)$$

bo'lsa, quyidagicha belgilash kiritsak

$$k^2 = (cl - m_1 g/2) l/a_o, \quad (22)$$

ma'lumki, (20) tenglamaning yechimi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\varphi = c_1 \sin(kt) + c_2 \cos(kt).$$

Agar $t = 0$ da $\varphi = \varphi_o$ va $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_o$ bo'lsa, bulardan foydalanib, $c_2 = \varphi_o$, $c_1 = \dot{\varphi}_o/k$ –ekanligini aniqlaymiz. Lekin, φ_o va $\dot{\varphi}_o$ larni yetarlicha shunday kichik tanlashimiz mumkinki, harakat davrida φ –burchak ham kichik bo'ladi, natijada sistema $\varphi = 0$ burchak bilan aniqlanadigan muvozanat holati atrofida kichik tebranma harakat qiladi. Sistemaning bunday muvozanatiga turg'un muvozanat deyiladi.

Ko'rayotgan masalamizda muvozanatning turg'unlik sharti (21)-tengsizlik orqali ifodalanadi.

Agar (20) tenglamada φ –ning oldindagi koeffitsiyenti manfiy bo'lsa, ya'ni $c < m_1 g/2 l$ bo'lsa, u holda $n^2 = (m_1 g/2 - cl) l/a_o$ belgilash kiritib (20) tenglamani $\ddot{\varphi} - n^2 \varphi = 0$ ko'rinishga keltiramiz. Ma'lumki, bunday tenglamaning yechimi quyidagicha bo'ladi.

$$\varphi = c_1 e^{nt} + c_2 e^{-nt}$$

Bu yerda boshlang'ich shartlar qanday bo'lishidan qat'iy nazar e^{nt} –ko'paytma, shuning bilan birga φ –burchak vaqt o'tishi bilan o'sadi, ya'ni sistemaga muvozanat holatidan chiqadigan kichkina turtki berilsa, vaqt o'tishi bilan sistema muvozanat holatidan uzoqlasha boradi. Bunday holda sistema muvozanatini turg'unmas deyiladi.

Yechilayotgan masalada $c = 750 \text{ N/m}$, hamda $m_1 g/2 l \approx 49 \text{ N/m}$ bo'lib, (21) tengsizlik bajariladi. Demak, sistema muvozanati turg'un bo'lib, o'zining muvozanat holati atrofida kichik tebranma harakat qiladi. Bu tebranma harakatning davriy chastotasi k (22) tenglikdan aniqlanadi, davri esa $\tau = 2\pi/k$. Izlanayotgan kattaliklarning son qiymatlari 5 - punktdagi qiymatlar bilan bir xil bo'ladi.

Mundarija

Uslubiy ko'rsatmalar _____	3
Nazariy mexanika fani dasturi _____	5
Adabiyotlar _____	13
Nazorat topshiriqlari _____	17
S1 topshiriq _____	17
S2 topshiriq _____	21
S3 topshiriq _____	27
S4 topshiriq _____	31
K1 topshiriq _____	36
K2 topshiriq _____	41
K3 topshiriq _____	45
K4 topshiriq _____	54
D1 topshiriq _____	64
D2 topshiriq _____	71
D3 topshiriq _____	77
D4 topshiriq _____	84
D5 topshiriq _____	87
D6 topshiriq _____	94
D7 topshiriq _____	101
D8 topshiriq _____	106
D9 topshiriq _____	112
D10 topshiriq _____	118
D11 topshiriq _____	123
D12 topshiriq _____	133

Теоретическая механика.

Методические указания и контрольные задания.

Для студентов-заочников машиностроительных, строительных, транспортных, приборостроительных специальностей высших учебных заведений.

Котова Людмила Ивановна, Надеева Раиса Ивановна, Тарг Семён Михайлович, Цивильский Василий Львович, Шмарова Инна Мироновна.

Москва. «Высшая школа», 1989 год.

Nazariy mexanika.

Uslubiy ko'rsatmalar va nazorat topshiriqlari.

Oliy o'quv yurtlari mashinasozlik, qurilish, transport, asbobsozlik ta'lim yo'nalishlari sirtqi bo'lim talabalari uchun.

Rus tilidan tarjima

Tarjimonlar: **prof., t. f. d. Yuldashev Sharafitdin Sayfiddinovich**
 dots., t. f. n. Mahmudov Zokirjon Sotivoldiyevich
 Jumaboyeva Shirin

Muharrir: **Tillaboyev Yodgor Kenjaboyevich**

Texnik muharrir: **Boytemirov Muhammadbobir Boyjo'ra o'g'li**

Matnlarni Jo'rayeva Dildora Mahamadlonovna komryuterga kiritgan.