

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA
MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI**

**ALISHER NAVOIY NOMIDAGI SAMARQAND
DAVLAT UNIVERSITETI**

**TABIIY FANLAR FAKULTETI
BIOLOGIYA BO‘LIMI**

**FIZIOLOGIYA, GENETIKA VA BIOKIMYO
KAFEDRASI**

“Biologiyada matematik usullar” fanidan

REFERAT

Mavzu: NORMAL TAQSIMOT QONUNI VA NORMAL EGRI CHIZIQ

Tayyorladi: B.S.Aliqulov

SAMARQAND – 2014

Reja:

1. Normal taqsimot qonuni va normal egri chiziq.
2. Binomial taqsimot qonuni.
3. Puasson taqsimot qonuni.

1. Normal taqsimot qonuni va normal egri chiziq. Agar X tasodifiy miqdor (o'zgaruvchan belgi) $-\infty$ dan $+\infty$ gacha bo'lgan qiymatlarni qabul qila olsa va uning zichlik funksiyasi

$$P_x = \frac{1}{G \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(X - \bar{X})^2}{2G^2}} = \frac{1}{G \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\pi^2}} \quad (2)$$

Ko'rinishda aniqlansa, u normal taqsimot qonuniga ega deyiladi. (2) formulada $\bar{X}$ - tasodifiy miqdorning arifmetik o'rtacha qiymati (matematik kutilish); G -uning standarti (o'rtacha kvadratik farq), P -o'zgarish son (3,1459..); $\pi = 2,71828..$

Normal taqsimot qonuni statistikada, jumladan, biologik statistikada muhim ahamiyatga ega, chunki uzliksiz o'zgaruvchanlik (variasiya) bilan xarakterlanadigan juda ko'p tajribaviy (empirik) taqsimotlar har biri umumiy yig'indiga nisbatan kichik bo'lgan ko'p sonli o'zaro bog'liq bo'lmagan tasodifiy miqdorlarning (faktorlarning) bir vaqtda ta'siriga asoslangan. A. M. Lyapunov teoremasiga asosan, agar biror t.m. ko'p sonli, o'zaro bog'liq bo'lmagan, har birining yig'idiga ta'siri juda kichik bo'lgan tasodifiy miqdorlarning yig'indisidan iborat bo'lsa, bunday tasodifiy miqdor normal taqsimotga bo'y sunadi. Qishloq xo'jalik va biologik obyektlarning ko'pchilik uzliksiz xarakterli o'zgaruvchan belgilari shu ko'rinishdagi taqsimotga ega.

Misollar. Xayvonlar bo'yi, og'irligi ko'krak hajmi, o'simliklar balandligi, o'lchashlarning tasodifiy xatosi va shunga o'xshash juda ko'plab o'zluksiz miqdorlar normal taqsimot qonuniga bo'ysunadi.

Normal qonun zichlik funksiyasining grafigi 1- chizmada ko'rsatilgan AVS egri chiziqdan iborat. Bu egri chiziq normal yoki gauss egri chiziq deyiladi.

Normal taqsimotda arifmetik o'rtacha qiymat son jihatidan mediana va modaga teng. Bu egri chiziqning V uchi $\bar{X} = Mo = Me$ ga to'g'ri keladi. Taqsimotning

o'rtasidan uzoqlashishi bilan egri chiziqli pasayib boradi. X manfiy yoki musbat bo'lib cheksiz o'sganda, egri chiziqli Ox o'qqa cheksiz yaqinlashib boradi: demak, umuman istalgancha katta farqlar (garchi ehtimoli haddan tashqari kichik bo'lsa ham) o'rinli bo'lishi mumkin. Egri chiziqli shakliga standartning qiymati katta ta'sir etadi. Bu ta'sirni 2-chizmadan ko'rish mumkin. Normal egri chiziqli bilan chegaralangan yuza 1 ga teng.

Agar X tasodifiy miqdor normal qonun bo'yicha taqsimlangan bo'lsa, u holda.

$$y_{dx} = \frac{1}{G \sqrt{2P}} E^{-\frac{(X-\bar{X})^2}{2G^2 dx}} = \frac{1}{G \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{X})^2}{2G^2}} dx \quad (3)$$

ifoda X ning $x - \frac{1}{2} dx$ va $x + \frac{1}{2} dx$ oraliqqa tushish ehtimoli bo'ladi, bu yerda dx juda kichik son deb hisoblinadi. Agar X miqdorning nisbiy chastotasi normal taqsimlangan bo'lsa, u holda X ning $x - \frac{1}{2} dx$ va $x + \frac{1}{2} dx$ oraliqdagi qiymatlarining N_x/N nisbiy chastotasi

$$\frac{n_x}{n} = \frac{1}{G \sqrt{2P}} E^{-\frac{(X-\bar{X})^2}{2G^2}} dx \quad (4)$$

ga teng. Normallashtirilgan chetlanish deb ataluvchi

$$t = \frac{X - \bar{X}}{G} \quad (5)$$

ifodani kiritsak, u – vaqtda quyidagi taqribiy tenglikni yozish mumkin:

$$P(X_1 \leq X \leq X_2) = F(X_2) - F(X_1) \quad (6)$$

Bu yerda $R(X_1 \leq X \leq X_2)$ ifoda X tasodifiy miqdorning $((X_1, X_2))$ oraligida bo'lish ehtimolini ifodalaydi; $F(t)$ yozuv Laplas funksiyasi deb ataluvchi

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-z^2/2} dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-z^2/2} dz \quad (7)$$

Integralni ifodalydi. Lepllas funksiyasi quyidagi xossalrga ega:

$$1^0. F(0) = 0, \text{ ya'ni } F(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^0 e^{-z^2/2} dz = 0;$$

$$2^0. F(+\infty) = \frac{1}{2}, \text{ ябни } F(+\infty) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} e^{-z^2/2} dz = \frac{1}{2};$$

3⁰. $F(-t) = -F(t)$, ya'ni Laplas funksiyasi toq funksiyadir. Bu funksiya uchun (1)-(4) adabiyotlarda ilova sifatida qiymatlar jadvali berilgan. Masalan, (1) ning 1-jadvalida (6) tenglikda $X_1 = -3$ va $X_2 = 3$ desak, u vaqtda (5) va (6) tenglikdan

$$P\left[\left(\bar{X} - 3G \leq X \leq (\bar{X} + 3G)\right)\right] \approx \Phi(3) - \Phi(-3) = 2\Phi(3)$$

ni hosil qilamiz. Ilovadagi 1-jadvaldan $F(3) = 0,49865$. Demak, $2F(3) = 2 \cdot 0,49865 = 0,9973$, ya'ni

$$P(\bar{X} - 3G \leq X \leq (\bar{X} + 3G)) \approx 0,9973 \approx 1.$$

Bu esa agar normal egri chiziq va abssissalar o'qi bilan chegaralangan yuzani 100% deb olsak, u vaqtda $\bar{X} - 3G$ dan $\bar{X} + 3G$ gacha oraliqqa yuzaning 99,7 % i to'g'ri kelishini bildiradi. Bu muhim xulosa variatsion statistikada "uch sigma qoidasi" deb ataladi.

Misol. (6) tenglikda $t_1=-1, t_2=1$ deb olsak, u vaqtda (5) va (6) tengliklardan

$$P(\bar{X} - G \leq X \leq \bar{X} + G) = \Phi(1) - \Phi(-1) = 2\Phi(1) = 2 \cdot 0,34134 = 0,6827 ,$$

Ya'ni $(\bar{X} - G)$, ilan $(\bar{X} + G)$ oralig'ida barcha variantalarning 0,6827 hissasi yoki 68,27 % i yotadi.

Shunga o'xshash, $X_1=-2$ va $X_2=2$ deb olinsa,

$$P(\bar{X} - 2G \leq X \leq \bar{X} + 2G) = \Phi(2) - \Phi(-2) = 2\Phi(2) = 2 \cdot 0,47725 = 0,9545 ,$$

Ya'ni $\bar{X} - 2G$ Bilan $\bar{X} + 2G$

Oralig'ida barcha variantalarning 0,9545 hissasi yoki 95,45 % i yotadi.

2. Binomial taqsimot qonuni. Biror A hodisa har bir tajribada ro'y berishi yoki ro'y bermasligi mumkin bo'lib, uning har bir tajribada ro'y berish ehtimoli R, ro'y bermaslik ehtimoli esa q bo'lsin.

($0 < r < 1$, $q = 1 - p$ va p, q tajriba nomeriga bog'liq emas.)

N ta tajribada A ning m marta ro'y berish ehtimoli $P_m(m)$ deb belgilanib, bu ehtimollik

$$P_m(m) = C_n^m P^m q^{n-m} (m = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (8)$$

Bo'ladi. Bu yerda $S_n^m = n! / m!(n-m)!$ Bo'lib, (8) ni quyidagiga yozish mumkin:

$$P_n(m) = \frac{n!}{m!(n-m)!} P^m q^{n-m} \quad (9)$$

(9) formula

$$(q+p)^n = q^n + C_n^1 q^{n-1} p + C_n^2 q^{n-2} p^2 + \dots + C_n^m q^{n-m} p^m + \dots + p^n$$

N'yuton binomining umumiy hadidan iborat. C_n^m koeffitsiyentlar binomial koeffitsiyentlar deb ataladi. Shuning uchun (8) formula binomial taqsimot qonuni deb ataladi.

Masalan, A hadisaning ro'y berish ehtimoli $R = \frac{2}{3}$ bo'lsa, u holda $q = 1 - p = 1/3$ va

A ni $n=7$ ta tajribada $m=4$ marta takrorlanish ehtimoli

$$p_i(4) = C_7^4 p^4 q^{7-4} = \frac{7!}{4!3!} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{24}{37} = \frac{35 \cdot 16}{2187} = \frac{560}{2187}.$$

$N=7$ ga mos binomial taqsimotni

$$(p + q)^7 = q^7 + 7 p q^6 + 21 p^2 q^5 + 35 p^3 q^4 + 35 p^4 q^3 + 21 p^5 q^2 + 7 p^6 q + p^7$$

Teglikdan topishimiz mumkin, bunda ketma-ket hadlar tartib bilan A ning 7 ta

tajribada 0,1,2,3,4,5,6,7 marta ro'y berish ehtimolilaridir. $p = \frac{2}{3}, q = \frac{1}{3}$ larni o'rniga

qo'yib bu ehtimollarni hisoblash qiyin emas.

Binomial taqsimotning arifmetik o'rtacha qiymati $\bar{X} = np$ ga, standarti $G = \sqrt{npq}$ ga teng. Binomial taqsimot alternativ sxema, ya'ni belgi faqat ikkita qiymatga ega bo'ladigan diskret tasodifiy miqdorning taqsimotidir. Sifat belgilari taqsimoti binomial taqsimotdan iborat hollari biologiyada tez-tez uchraydi.

Ko'p hollarda tajribalar soni juda katta bo'ladi. Masalan, $n=4000000$, $p=0,5$ va $m=2000000$ bo'lsin. U vaqtda (8) ga asosan

$$P_n(m) = \frac{4000000!}{(2000000)^2} \cdot \frac{1}{2^{4000000}}$$

bo'ladi. Bu miqdorni hisoblash ancha qiyin. Bunday hollarda taqribiy formulalardan foydalaniladi. Masalan, p katta bo'lganda r ehtimol N ga bog'liq holda kichik ($npq < 25$) bo'lsa, ushbu

$$P_n(m) \approx \frac{a^m}{m!} e^{-a}, m = 0, 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

Puasson formulasi ishlatiladi, bunda $a=np$, $e=2,71828$.. Agar $0 < r < 1$ va $prq \geq 25$ bo'lsa, Muavr – Laplas formulasi deb ataluvchi

$$P_n(m) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} E^{-\frac{(m-np)^2}{2npq}} \quad (11)$$

formuladan foydalaniladi.

Agar $t = (m - np) / G = (m - np) / \sqrt{npq}$ deb belgilasak, (11) formulani quyidagicha yozish mumkin:

$$P_n(m) = \frac{1}{G \sqrt{2\pi}} E^{-t^2/2}, P_n(m) \approx \frac{t_t}{G}, t_t = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} E^{-t^2/2} \text{ bunda } z_t \text{ miqdor } t \text{ ning qiymatlari uchun}$$

(1)ning ilovasida berilgan II jadvaldan olinadi. Masalan, $n=14, p=3/7$ va $m=8$ bo'lsin.

$$\text{Bu holda } q=1-3/7=4/7, G=\sqrt{npq} = \sqrt{14 \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{7}} = \frac{2}{7} \sqrt{42} = 1,852, t = \frac{8 - 14 \cdot \frac{3}{7}}{1,852} = \frac{8 - 6}{1,852} = 1,08$$

$t=1,08$ uchun $Z_t = 0,2227$. Demak, $P_{14}(8) = \frac{0,2227}{1,852} = 0,120$.

(9) tenglik bo'yicha hisoblash olingan songa yaqin sonni beradi:

$$P_{14}(8) = \frac{14!}{8!6!} \left(\frac{3}{7}\right)^8 \left(\frac{4}{7}\right)^6 = 0,119.$$

Binomial taqsimotning grafigi siniq chiziq bo'ladi. Grafikning shakli n va r ning qiymatlariga, ya'ni tajribalar soniga va kuzatilayotgan hodisa ehtimolining qiymatiga bog'liq bo'ladi. $R=q=0,5$ bo'lganda binomial taqsimot va uning grafigi simmetrik bo'ladi. Agar $r \neq q$ bo'lsa, binomial taqsimot asimmetrik bo'ladi. R va q larning qiymatlari orasidagi farq qancha katta bo'lsa, asimmetriya shunga ko'p bo'ladi. Lekin kuzatishlar soni P cheksiz ortishi bilan binomial egri chiziq normal taqsimot egri chizig'i bilan mos tushadi, ya'ni silliq simmetrik egri chiziqqa aylanadi.

3. Puasson taqsimot qonuni. Puasson taqsimot qonuni binomial taqsimot qonuni kabi diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonunidir. Alternativ o'zgaruvchan belgilardan birining paydo bo'lish ehtimoli juda kichik bo'lsa, ikkinchisininki birga yaqin bo'ladi; bu holda binomial taqsimot yaqqol ifodalangan asimmetrik bo'ladi. Shunday ehtimoli juda kichik, ya'ni kamdan-kam ro'y beradigan hodisalarning taqsimot qonuni Puasson taqsimot qonuni deyiladi va quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$P_m(a) = \frac{a^m}{m!} e^{-a},$$

bunda $R_m(a)$ –kamdan –kam ro'y beradigan hodisaning takror tajribalar seriyasida m ta uchrushi ehtimoli; $a=np$. Masalan, berilgan shart-sharoitda $a=2$ da A hodisa ro'y

bermaslik ehtimoli: $P_0 = \frac{2^0}{0!e^2} = 1/2,7183^2 = 1/7,389 = 0,1353$.

A hodisaning uch marta ro'y berish ehtimoli

$$P_3 = 2^3 / 3! e^{-3} = 8 / 6 \cdot (2,7183)^{-3} = 0,1805 \text{ .}$$

a va m ning turli qiymatlarida $R_m(a)$ ehtimol uchun jadval tuzilgan. (1) ning ilovasida berilgan 3 jadvalda bu ehtimolning qiymatlari keltirilgan. Masalan, $a=5$, $m=10$ bo'lganda, jadvaldan $R_m(a) = 0,018133$ ga, $a=3$, $m=5$ bo'lganda esa $R_m(a) = 0,100819$ ni topamiz va x.k.

Biror belgining namoyon bo'lishi har doim juda kichik r ehtimoliga ega bo'lsa va tajribalar soni juda katta bo'lib, $pr=a$ ko'paytma kichik son bo'lsa, bunday hollarda P uasson taqsimoti o'rinli bo'ladi. Biologiyada Puasson taqsimotini kamdan – kam kuzatiladigan hodisalar qanoatlantiradi.

Masalan, ekin ekilgan maydondagi begona o'tlar soni, turli zararkunandalar bilan zararlangan urug'liklar soni, mikroskopning ko'rish maydonida ma'lum turdagi bakteriyalar turkumi soni va x. k. lar bu taqsimot qonuniga bo'ysunadi. Puasson formulasi, ayniqsa, mikrobiologik tadqiqotlarda katta ahamiyatga ega.

Puasson taqsimotining o'rtacha qiymati va dispersiyasi bir-biriga tengligini ko'rsatishi mumkin. Demak, agar ketmaket butun son qiymatlar bilan berilgan biror taqsimot qonuni uchun o'rtacha qiymat va dispersiya bir-biridan juda kam farq qilsa, bu holda bunday taqsimot Puasson taqsimotiga yaqin bo'lishini kutish mumkin.

ADABIYOTLAR RO`YXATI

1. Abdushukurov A.A. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Universitet, 2010, 164 bet.
1. Sultonova M.M. Variasion statistika. Toshkent, O'qituvchi, 1977.
2. Lakin G.F. Biometriya. Moskva, 1980 g.
3. I.I.Bavrin Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika M. «Vysshaya shkola», 2005 g.
4. V.Ye.Gmurman. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. – Toshkent: «O'qituvchi», 1977 y.
5. Rokiskiy P.F. Osnovy variacionnoy statistiki. Minsk, 1961 g.
6. <http://www.rsl.ru/> - Rossiyskaya gosudarstvennaya biblioteka;
7. <http://www.msu.ru/> - Moskovskiy gosudarstvennyy universitet;
8. <http://www.nlr.ru/> - Rossiyskaya nasionalnaya biblioteka;
9. <http://www.el.tfi.uz/pdf/enmcoq22.uzk.pdf> ;
10. <http://www.nsu.ru/icem/grants/etfm/> ;
11. <http://www.lib.homelinux.org/math/>;
12. <http://www.eknigu.com/lib/mathematics/>;
13. http://www.eknigu.com/info/M_Mathematics/MC