

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI**

**ALISHER NAVOIY NOMIDAGI
SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI**

**TABIIY FANLAR FAKULTETI
BIOLOGIYA BO‘LIMI**

**FIZIOLOGIYA, GENETIKA VA BIOKIMYO
KAFEDRASI**

“Biologiyada matematik usullar” fanidan

REFERAT

Mavzu: O‘RTACHA QIYMATLAR

Tayyorladi: B.S.Aliqulov

SAMARQAND – 2014

Reja:

1. O'rtacha qiymat.
2. Arifmetik va geometrik o'rtacha qiymatlar.

1. O'rtacha qiymatlar. Statistik hisobning asosiy masalalaridan biri parametrlar deb ataladigan va variasion qatorning xususiyatlarini yetarli darajada ifodalab beradigan xarakteristikalarini aniqlashdan iborat. Variasion qatorlar quyidagilarga asosan bir –biridan farq qilishi mumkin:

1⁰. belgining atrofida ko'pchilik variantlar to'plangan qiymati bo'yicha. Belgining bu qiymati to'plamida (tanlanmada) belgining rivojlanish darajasini, qatorning markaziy tendensiyasini, ya'ni qatorning o'ziga xosligini aks ettiradi;

2⁰. variantalarning qator markaziy tendensiyasini aks ettiruvchi qiymat atrofida o'zgaruvchanlik darajasi, ya'ni o'sha qiymatdan farq qilish (chetlanish) darajasi bo'yicha.

Birinchi guruhga turli “o'rtacha qiymatlar”: arifmetik o'rtacha qiymat, geometirik o'rtacha qiymat, moda, medianalar kiradi; Ikkinchi guruhga: abeolyut o'rtacha farq (xatolik), o'rtacha kvadratik farq, dispersiya, variasiya va asimmetriya koeffesiyentlari kiradi.

Biz bu bobda statistik xarakteristikalarining eng ko'p qo'llanadaganlari bilan tanishamiz.

1. Arifmetik va geometrik o'rtacha qiymatlar.

1) O'rtacha qiymatlar orasida eng muhimi arifmetik o'rtacha qiymat (miqdor)dir. Arifmetik o'rtacha qiymatni oddiy va vazniy (vazn bilan olingan) o'rtacha arifmetik qiymatlarga ajratiladi. Masalan, aytaylik, 5 ta bir xil kattalikdagi yer maydonidan gektaridan 32,28,30,31,33 sentnerdan paxta hosil yig'ib olingan bo'lsin. Bu holda o'rtacha hosil oddiy arifmetik o'rtacha qiymat bo'lib,

$$\frac{1}{5}(32 + 28 + 30 + 31 + 33) = \frac{154}{5} = 30,8 \text{ s. ga teng bo'ladi.}$$

Umuman, agar P ta kuzatishda X miqdor uchun $X_1, X_2, \dots, X_p$ qiymatlarni hosil qilgan bo'lsak, ularning ushbu

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} \quad (1)$$

o'rtacha qiymati **oddiy arifmetik o'rtacha qiymat** bo'ladi.

2) 16-jadvalda har bir gektar yerdan olingan paxta hosili taqsimoti (S. Hisobida) berilgan.

1-jadval

Bunda 28 s hosil

2 marta, 29 s hosil 5 marta

kuzatilgan va ho kazo.

x_i	n_i	$x_i n_i$	$x_i - a$	$n_i(x_i - a)$
28	2	56	-2	-4
29	5	145	-1	-5
30	8	240	0	0
31	4	124	1	4
32	3	96	2	6
Jami	22	661		-9 +10

Bu holda o'rtacha hosil vazniy arifmetik o'rtacha qiymat bo'lib, ushbu ko'rinishda ifodalanadi:

$$\bar{X} = \frac{2 \cdot 28 + 5 \cdot 29 + 8 \cdot 30 + 4 \cdot 31 + 3 \cdot 32}{22} = \frac{56 + 145 + 240 + 124 + 96}{22} = \frac{661}{22} = 30,05.$$

Umuman, agar X miqdorning S ta qiymati

$$X_1, X_2, X_3, \dots, X_s$$

qiymati mos tartibda

$$P_1, P_2, \dots, P_s$$

martadan kuzatilgan bo'lsa, vazni o'rtacha qiymatning umumiy ifodasi

$$\bar{X} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_s x_s}{n_1 + n_2 + \dots + n_s} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i x_i}{\sum_{i=1}^n n_i} \quad (2)$$

Bo'ladi, bunda $P_1, P_2, \dots, P_s$ sonlar vaznlar deb ataladi, Σ -yig'indi belgisidir.

3) arifmetik o'rtacha qiymatni (2) formula bilan hisoblash har doim ham qulay bo'lavermaydi, chunki bu vevosita hisoblash usuli bo'lib, unga ko'p mehnat va vaqt talab etiladi.

Statistikada umumiy g'oya va qoidlar bilan bir qatorda tajribadan olingan materiallarni tez va sodda hisoblash usullari ham muhim rol o'ynaydi. Statistikada bir qancha tez va sodda hisoblash usullari bor. Shulardan shartli variantalar deb ataluvchi usulni keltiramiz. (2) ifoda orifmetik o'rtacha qiymat uchun qanday qiymat bersa,

$$\bar{X} = a + \frac{\sum_{i=1}^s n_i (X_i - a)}{\sum_{i=1}^s n_i} \quad (3)$$

Ifoda ham shu qiymatni berishni ko'rsatish qiyin emas. Bunda a sifatida tanlanmadagi ixtiyoriy varianta olinadi (a son hisob boshi yoki yolg'on nol deb ham ataladi).

a ni shunday tanlab olish kerakki, $X_1 - a$, $X_2 - a$,.. ayirmalar mumkir qadar kichik bo'lsin. Masalan, 16-jadvalda $a=30$ deb olamiz; mos $X_i - a$ ayirma va uning takrorlanuvchisonga ko'paytmasi $n_i (X_i - a)$ jadvalning 4 va 5-ustunlariga joylashgan. Shu bilan birga 5-ustunning 3-satrdan pastda musbat sonlar joylashadi. Bu holda (3) tenglikka muvafiq

$$\bar{X} = 30 + \frac{-9 + 10}{22} = 30 + \frac{1}{22} = 30,05$$

Ni hosil qilamiz.

4) to'plam oralig'i h ga teng bo'lgan guruhlariga ajratilgan bo'lsin. Masalan, 6-jadvalda (11-bet) guruhlar oralig'i $h=3$ sm. Xisob boshi takrorlashi (variantalari soni) eng ko'p bo'lgan guruhning o'rtasiga joylashtiramiz va hamma guruhlarini o'sish tartibida nomerlaymiz. 6-jadvalda hisob boshini (164-167) oraliqdagi guruhga joylashtiramiz. Bir guruhga kirgan har bir variantaning qiymati shu guruhning o'rtasiga teng deb hisoblaymiz. Natijada 17-jadval hosil bo'ladi.

Masalan, nolinchi guruhning o'rtasi G'_0 bo'lsin (bizning misolda $g'_0=165,5$), u vaqtda k-nomerli guruhning shrtacha qiymati $g'_k=g'_0+k*h$ bo'ladi. Agar shartli variantali K-guruhga n_K ta varianta to'g'ri kelsa, barcha variantalar soni esa P bo'lsa, u holda ularning o'rtacha qiymati

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^K n_k z_k = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^K E(z_o + kh) * n_k = z_o + \frac{h}{n} \sum_{k=0}^K E k n_k = z_o + k * h \quad (4)$$

bo'ladi.

(4) formuladan ko'ramizki, $\bar{X}$ ni topish uchun k ning o'rtacha qiymati $\bar{K}$ ni topish yetarli, $\bar{X}$ ni hisoblashdan ko'ra, $\bar{K}$ ni hisoblash oson, chunki:

A) odata p_k son qanchalik katta (misolimizda $n_0=201$) bo'lsa k ning shunchalik kichik qiymatga ko'paytiriladi;

B) hisoblashda k ning absolyut qiymati teng, lekin ishoralari turlicha bo'lgan qiymatlari p_k larga ko'paytirib, so'ng qo'shilishi mumkin.

$$\bar{X} = 165,5 + \frac{3}{1000} (-7 * 1 - 6 * 2 - 5 * 8 - 4 * 26 - 3 * 65 - 2 * 120 - 1 * 181 + 0 * 201 + 1 * 170 + 2 * 120 + 3 * 64 +$$

$$4 * 28 + 5 * 10 + 6 * 3 + 7 * 1) = 165,5 + \frac{3}{1000} (-779 + 789) = 165,5 + \frac{3}{1000} * 10 = 165,5 + 0,03 = 165,53$$

hisoblashda xatoga yo'l qo'ymaslik uchun hisob boshini boshqa guruhga ko'chirib, arifmetik o'rtacha qiymatni yana shu formula bilan hisoblab chiqish kerak. Masalan, bizning misol uchun hisob boshini (161-164) oraliqdagi guruhga joylashtirsak, u vaqtda $Z_0=162,5$ bo'ladi;

$$\bar{X} = 162,5 + \frac{3}{1000} (-420 + 1386) = 162,5 + \frac{3}{1000} * 966 = 162,5 + \frac{2898}{1000} = 162,5 + 2,89 = 165,398.$$

$$\bar{X} = 165,398.$$

Endi arifmetik o'rta qiymatning eng sodda hosslarini ko'rib o'taylik.

1⁰. Kuzatilgan qiymatlar bilan ularning vazniy o'rtacha qiymati orasidagi ayirmalarning vazniy yig'indisi nolga teng:

$$\sum n_j (X_j - \bar{X}) = 0$$

Isbot.

$$\sum n_i (X_j - \bar{X}) =$$

$$= \sum_i n_j X_j - \sum_j n_j \bar{X} = \sum_j n_j X_j - \bar{X} \sum_j n_j = \sum_j n_j X_j - \frac{\sum_j n_j X_j}{n} * n = \sum_j n_j X_j - \sum_j n_j X_j = 0.$$

Bu xossani 17-18 jadvaldagi misolimizga tadbiq qilaylik.

$$\begin{aligned} \sum_j n_j (X_j - \bar{X}) &= 1 * (144,5 - 165,53) + 2 * (147,5 - 165,53) + 8 * (150,5 - 165,53) + 26 * (153,5 - \\ &165,53) + 65 * (156,5 - 165,53) + 120 * (159,5 - 165,53) + 181 * (162,5 - 165,53) + 170 * (168,5 - \\ &165,53) + 120 * (171,5 - 165,53) + 64 * (174,5 - 165,53) + 28 * (177,5 - 165,53) + 10 * (180,5 - \\ &165,53) + 3 * (183,5 - 165,53) + (186,5 - 165,53) = -36,06 - 21 - 120 - 312 - 58,695 - 723,6 - \\ &548,43 + 504,9 + 716,4 + 574,08 + 335,16 + 149,7 + 53,91 + 20,97 = -2348,04 + 2355,12 = 7,08 \end{aligned}$$

Hisoblash ishlaridagi xatoliklar tufayli qisman farq kelib chiqdi.

2⁰. har qanday $X \neq \bar{X}$ qiymat uchun

$$\sum_j n_j (X_j - \bar{X})^2 < \sum n_j (X_j - X)^2$$

Tengsizligi o'rinlidir.

Isbot.

$$\sum_j n_j (X_j - \bar{X})^2 = \sum_j h_j (X_j - \bar{X})^2 + 2(\bar{X} - X) * \sum_j n_j (X_j - \bar{X}) + n(\bar{X} - X)^2 = \sum_j n_j (X_j - \bar{X})^2 + n(\bar{X} - X)^2.$$

Bundan
$$\sum_j n_j (X_j - X)^2 > \sum_j n_j (X_j - \bar{X})^2.$$

Bu xossa arifmetik o'rtacha qiymatga alohida ahamiyat kasb etadi.

3) o'rtacha qiymatlarni qo'shish. Agar biz n_1, n_2, n_3 ta kuzatishlarga mos uchta

X_1, X_2, X_3 o'rtacha qiymatni hosil qilsak, $n_1 + n_2 + n_3$ ta kuzatishlar uchun $\bar{X}$ o'rtacha qiymatni

$$\bar{X} = \frac{n_1 \bar{X}_1 + n_2 \bar{X}_2 + n_3 \bar{X}_3}{n_1 + n_2 + n_3}$$

Tenglikka muvofiq topamiz.

Masalan, viloyatdagi 10 ta jamoa xo'jaligi ma'lum bir nav paxtadan gektariga o'rtacha $\bar{X} = 40$ s dan hosil olgan bo'lsin; shu viloyatdagi 5 ta boshqa jamoa xo'jaliklari shu navli paxtadan gektariga o'rtacha $\bar{X}_2 = 35$ s dan hosil olgan bo'lsin. Barcha 15 ta jamoa xo'jaligida gektariga olingan hosilning o'rtacha miqtori qanday?

Bu holda jamlangan yoki vazniy o'rtacha qiymat quyidagicha aniqlanadi:

$$\bar{X} = \frac{10 \cdot 40 + 5 \cdot 35}{10 + 5} = \frac{400 + 175}{15} = 38,33 \quad \text{S}$$

4) geometrik o'rtacha qiymat. Biologik va qishloq xo'jalik tadqiqotlarida ko'pincha u yoki bu belgining vaqtga ko'ra o'sishlari o'rganiladi; masalan, poya balandligining, barg yuzining, o'simlik hayotining turli davrlardagi o'zgarishlari. Ba'zan, o'rganilayotgan belgining kuzatilayotgan ayrim teng davralarda o'rtacha o'sish so'ratini yoki butun o'sish davrida o'rtacha suratini aniqlash zarur bo'lib qoladi. Bunday hollarda arifmetik o'rtacha qiymatdan foydalanish noqulay bo'ladi. Quyidagi formula bo'yicha **geometrik o'rtacha qiymatini** hisoblanadi:

$$\bar{X}_{geom} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}, \quad (5)$$

Bu yerda $x_1, x_2, \dots, x_n$ –ayrim davrlardagi o'sishlar, $\prod_{i=1}^n x_i$ -barcha ayrim o'sishlarning ko'paymasi, n -davrlar soni. $N > 2$ bo'lganda, logarifmlardan foydalanish qulaydir. U vaqtda (5) formula quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\lg \bar{X}_{geom} = \frac{1}{n} (\lg x_1 + \lg x_2 + \dots + \lg x_n), \quad (5)$$

so'ngi $\lg \bar{X}_{geom}$ ning qiymatini potensirlash bilan $\bar{X}_{geom}$ aniqlanadi.

Misol. Jo'xori poyasining o'n kunliklarda o'sish suratini o'rganish maqsadida Voronej-76 navining 50 o'simligi o'lchangan. Davrlar bo'yicha o'rtacha balandlik quyidagicha bo'lgan (sm hisobida).

10,29,55,110,124,129. har o'n kunlikdagi o'sish sur'atini ikkita ketma-ket kuzatilgan balandliklarni nisbati deb olish mumkin. Ular mos ravishda 2,90;1,90,2,00;1,13;1,04 ga teng. Bu miqdorlarning arifmetik o'rtacha qiymati 1,79 ga teng; shu son o'rtacha o'sishni ifodalaydi, ya'ni o'n kunlikda poyaning balandligi o'rtacha 1,79 marta kattalashdi. Buni tekshirish uchun birinchi kuzatishdan keyin

nechta kuzatish o'tkazilgan bo'lsa, 10 ni shuncha marta ketma-ket 1,79 ga ko'paytiramiz. Agar arifmetik o'rtacha qiymat o'rtacha, o'sishni to'g'ri aks ettirsa, ko'paytma so'nggi qiymatga, ya'ni 129 sm ga teng bo'lishi kerak. Hisoblashlar ko'rsatadi:

$$10 \cdot 1,79 \cdot 1,79 \cdot 1,79 \cdot 1,79 \cdot 1,79 = 183 \text{ cm.}$$

So'nggi kuzatishning hisoblangan qiymati va haqiqiy qiymatning to'g'ri kelmasligi arifmetik o'rtacha qiymat o'rtacha o'sishini xarakterlash uchun yetarli emasligini ko'rsatadi.

Endi o'sishlarning geometrik o'rtacha qiymatini (5¹) formula bo'yicha hisoblaymiz:

$$\text{Lg } \bar{X}_{geom} = \frac{1}{5} (\text{lg } 2,90 + \text{lg } 1,90 + \text{lg } 2,00 + \text{lg } 1,13 + \text{lg } 1,04) = \frac{1,1122}{5} = 0,2224$$

$$\bar{X}_{geom} = 1,67$$

Tekshirishi: $10 \cdot 1,67 \cdot 1,67 \cdot 1,67 \cdot 1,67 \cdot 1,67 = 130 \text{ sm.}$ hisoblab chiqilgan (130 sm) va haqiqiy (129 sm) natijalar orasidagi bir oz farq oraliq hisoblashlarni 0,01 gacha yaxlitlash natijasidir.

5) **Mediana**. Variasion qator elementlarining soni toq bo'lsa, variasion qatorning o'rtasida joylashgan had (varianta) **mediana** deyiladi va u Me simvol orqali belgilanadi.

Masalan, 16,19,21,26,27,31,32,35,39,41,45,47,48 taqsimot uchun 32 varianta mediana bo'ladi.

Endi variantalar soni juft bo'lsin. Masalan, quyidagi variasion qator berilgan bo'lsin:

21,25,28,32,34,35,39,42,46,54,54,58, u vaqtda ta'rifga ko'ra

$$Me = \frac{1}{2}(35 + 39) = 37 \text{ bo'ladi.}$$

Agar to'plamning hajmi katta bo'lsa, avval uni guruhlarga ajratiladi, so'ngra yig'ilgan takrorlanishlar qatori tuziladi va mediona quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$Me = X_0 + h \frac{S_1 - S_2}{f} \quad (6)$$

Bu yerda X_0 –kuzatishlar natijalarining yarmi joylashgan guruhning quyi chegarasi; h –oraliqning qiymati; S_1 -qator umumiy sonining yarmi; S_2 -mediona joylashgan guruhdan oldingi guruhning yig'ilgan takrorlanishi; f –mediona joylashgan guruhning takrorlanishi.

ADABIYOTLAR RO`YXATI

1. Abdushukurov A.A. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Universitet, 2010, 164 bet.
1. Sultonova M.M. Variasion statistika. Toshkent, O'qituvchi, 1977.
2. Lakin G.F. Biometriya. Moskva, 1980 g.
3. I.I.Bavrin Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika M. «Vysshaya shkola», 2005 g.
4. V.Ye.Gmurman. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. – Toshkent: «O'qituvchi», 1977 y.
5. Rokiskiy P.F. Osnovy variasionnoy statistiki. Minsk, 1961 g.
6. <http://www.rsl.ru/> - Rossiyskaya gosudarstvennaya biblioteka;
7. <http://www.msu.ru/> - Moskovskiy gosudarstvennyy universitet;
8. <http://www.nlr.ru/> - Rossiyskaya nasionalnaya biblioteka;
9. <http://www.el.tfi.uz/pdf/enmcoq22.uzk.pdf> ;
10. <http://www.nsu.ru/icem/grants/etfm/> ;
11. <http://www.lib.homelinux.org/math/>;
12. <http://www.eknigu.com/lib/mathematics/>;
13. http://www.eknigu.com/info/M_Mathematics/MC