

4-24-2019

## A study of linear magnetic chains in electromagnetic flow converters with ring channels

S.F. Amirov

*Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Power Supply of Railways of the Tashkent Institute of Railway Engineers; Tel: 71 299-07-84*

A.O. Ataulaev

*Senior Lecturer of the Department of "Electric Power Engineering" Navoi State Mining Institute. Tel.: +99891-333-92-72, amin8181@list.ru*

Follow this and additional works at: <https://uzjournals.edu.uz/ijctcm>

 Part of the [Engineering Commons](#)

---

### Recommended Citation

Amirov, S.F. and Ataulaev, A.O. (2019) "A study of linear magnetic chains in electromagnetic flow converters with ring channels," *Chemical Technology, Control and Management*. Vol. 2019 : Iss. 2 , Article 4.

DOI: <https://doi.org/10.34920/2019.2.34-44>

Available at: <https://uzjournals.edu.uz/ijctcm/vol2019/iss2/4>

This Article is brought to you for free and open access by 2030 Uzbekistan Research Online. It has been accepted for inclusion in Chemical Technology, Control and Management by an authorized editor of 2030 Uzbekistan Research Online. For more information, please contact [sh.erkinov@edu.uz](mailto:sh.erkinov@edu.uz).

---

## A study of linear magnetic chains in electromagnetic flow converters with ring channels

### Cover Page Footnote

Tashkent State Technical University, SSC «UZSTROYMATERIALY», SSC «UZKIMYOSANOAT», JV «SOVPLASTITAL», Agency on Intellectual Property of the Republic of Uzbekistan



ISSN 1815-4840

Himičeskaâ tehnologiâ. Kontrol' i upravlenie

**CHEMICAL TECHNOLOGY.  
CONTROL AND MANAGEMENT**2019, №2 (86) pp.34-44. <https://doi.org/10.34920/2019.2.34-44>International scientific and technical journal  
journal homepage: <https://uzjournals.edu.uz/ijctcm/>

Since 2005

УДК 681.121.89.082.

**A STUDY OF LINEAR MAGNETIC CHAINS IN ELECTROMAGNETIC FLOW  
CONVERTERS WITH RING CHANNELS****S.F.Amirov<sup>1</sup>, A.O.Atullaev<sup>2</sup>**<sup>1</sup>Doctor of Technical Sciences, Professor,Head of the Department of Power Supply of Railways of the Tashkent Institute of Railway Engineers;  
Tel: 71 299-07-84<sup>2</sup>Senior Lecturer of the Department of "Electric Power Engineering" Navoi State Mining Institute.  
Tel.: +99891-333-92-72, e-mail: amin8181@list.ru.

**Abstract:** Mathematical models of magnetic circuits of electromagnetic flow transducers with an annular channel have been developed, taking into account the distribution of the parameters of the magnetic circuit and leakage fluxes closed through non-working air gaps. The possibility of compensating for the difference in magnetic resistance of coaxially arranged concentric ferromagnetic cores due to the difference in their circumference by selecting the thickness of the cores is shown. It is established that the magnetic flux in concentric ferromagnetic cores is nonlinearly distributed along the angular coordinate, and the magnetic induction in the annular channel is unevenly distributed along the angular and radial coordinates. It is revealed that with an increase in the value of the magnetic field attenuation coefficient in the magnetic circuit, the degree of non-uniformity of the magnetic induction in the annular channel with respect to the angular coordinate increases, and with respect to the radial coordinate it remains constant.

**Key words:** electromagnetic converter, ring channel, magnetic circuits, concentric ferromagnetic core, magnetic flux, magnetic induction, mathematical model, distributed parameter, magnetic flux of scattering.

**Аннотация:** Суюқлик сарфини ўлчовчи ҳалқасимон каналли электромагнит ўзгарткичлар магнит занжирларининг математик моделлари занжирлар параметрлари тақсимланиши ва ишчи бўлмаган ҳаво оралиқлари орқали бирлашаётган сочма магнит оқимларини инобатга олган ҳолда ишлаб чиқилган. Ўзаро коаксиал жойлаштирилган концентрик ферромагнит ўзақлар магнит қаршиликларидаги уларнинг айлана узунликларидаги фарқи ҳисобидан юзага келадиган фарқни ушбу ўзақлар қалинликларини танлаш орқали бартараф этиши мумкинлиги кўрсатилган. Магнит оқимининг концентрик ферромагнит ўзақларда бурчак координата бўйлаб тақсимланиши, магнит индукцияси эса ҳалқасимон каналда бурчак ва радиал координаталар бўйлаб нотекис тақсимланиши аниқланган. Магнит майдонининг магнит ўтказгич бўйлаб сўниши коэффициентини қиймати ортганда ҳалқасимон каналдаги магнит индукциясини бурчак координата бўйлаб нотекис тақсимланиши даражасини ортиши, радиал координата бўйлаб эса ўзгармай қолиши аниқланган.

**Таянч сўзлар:** электромагнит ўзгарткич, ҳалқасимон канал, магнит занжирлари, концентрик ферромагнит ўзақлар, магнит оқими, магнит индукцияси, математик модель, тақсимланган параметр, сочма магнит оқимлари.

**Аннотация:** Разработаны математические модели одно- и многоконтурных магнитных цепей электромагнитных преобразователей расхода с кольцевым каналом с учетом распределённости параметров магнитной цепи и потоков рассеяния, замыкающихся через нерабочие воздушные зазоры. Показана возможность компенсации разности магнитных сопротивлений коаксиально расположенных концентрических ферромагнитных сердечников из-за разности их длины окружности подбором толщины сердечников. Установлено, что магнитный поток в концентрических ферромагнитных сердечниках распределен по угловой координате нелинейно, а магнитная индукция в кольцевом канале неравномерно распределен по угловой и радиальной координатам. Выявлено, что с увеличением значения коэффициента затухания магнитного поля в магнитопроводе степень неравномерности магнитной индукции в кольцевом канале по угловой координате возрастает, а по радиальной координате она остается постоянной.

**Ключевые слова:** электромагнитный преобразователь, кольцевой канал, магнитные цепи, концентрический ферромагнитный сердечник, магнитный поток, магнитная индукция, математическая модель, распределенный параметр, магнитные потоки рассеяния.

## Введение

При измерении расхода жидкости в системах управления технологическими процессами наравне с другими преобразователями широко применяются электромагнитные преобразователи расхода (ЭПР) [1]. Наряду с серийно выпускаемыми ЭПР [2,3] используются специальные ЭПР для управления и контроля некоторыми технологическими процессами (для управления и контроля количества и качества молочной продукции, теплоснабжения, потока жидких металлов и различных кислот и др.) [4,5].

Метрологические характеристики ЭПР в основном зависят от состояния магнитного поля в рабочем канале преобразователя. Поэтому большое внимание уделяется исследованию магнитных полей этих преобразователей. При этом требуется определить закон изменения магнитной индукции в кольцевом канале между коаксиально расположенными ферромагнитными сердечниками в зависимости от координат  $\alpha$ ,  $\rho$  и  $z$ .

Как известно [1], электромагнитные процессы наиболее полно описываются уравнениями электромагнитного поля, т.е. уравнениями Максвелла. Но они применительно к исследованию магнитных полей электроизмерительных преобразователей мало пригодны, т.е. полученные решения неудобны для инженерных расчетов характеристик преобразователей. Поэтому магнитные поля измерительных преобразователей чаще всего исследуются в виде цепей [6].

Магнитные цепи электромагнитных преобразователей расхода с кольцевыми каналами относятся к цепям с распределенными параметрами [7]. К этим параметрам относятся погонные значения магнитных сопротивлений кольцевых коаксиально расположенных ферромагнитных сердечников ( $Z_{\mu n}$ ) и магнитной емкости (магнитной проводимости по классической аналогии электрических и магнитных цепей) кольцевого воздушного канала ( $C_{\mu n}$ ) между ними, приходящиеся в единицу угловой координаты  $\alpha$ .

Анализ публикаций, посвященных исследованию магнитных цепей преобразователей электрических и неэлектрических величин показал [6], что они практически во всех случаях рассматриваются как одноконтурные магнитные цепи с распределенными параметрами и неучет распределенности параметров в смежных контурах цепей существенно снижает точность их расчета.

Поэтому данная статья посвящена разработке математических моделей одноконтурных и многоконтурных магнитных цепей нескольких ЭПР с кольцевым каналом, разработанных с участием авторов [8, 9].

### *Математические модели одноконтурных магнитных цепей ЭПР с распределенными параметрами.*

Конструктивная схема магнитной цепи первого ЭПР с кольцевым каналом и схема замещения её элементарного участка  $d\alpha$  приведена на рис. 1 а и б [8].

В целях упрощения анализа магнитных цепей примем следующие допущения: 1) кольцевые ферромагнитные кольца и ферромагнитные стержни, соединяющие их между собой, изготовлены в монолитном виде из одного и того же материала; 2), магнитные потоки на обоих концах кольцевых ферромагнитных сердечников по оси трубы столь малы, что могут не учитываться; 3) магнитное сопротивление ферромагнитных сердечников не зависит от значения индукции магнитного поля в них, то – есть магнитная цепь работает в линейной части основной кривой намагничивания (если учесть наличие большого воздушного зазора на пути рабочего магнитного потока, это допущение вполне приемлемо); 4) из-за малого значения частоты изменения магнитного поля во времени вихревые токи в ферромагнитных сердечниках имеют слишком малое значение, что их можно не учитывать.

Эти допущения не оказывают существенного влияния на точность анализа магнитных цепей, однако намного упрощают расчёты [6].

Отличительной особенностью этой магнитной цепи является то, что в ней создаются одинаковые условия для замыкания силовых линий магнитного потока по всему кольцевому

рабочему зазору между коаксиально расположенными незамкнутыми ферромагнитными сердечниками, соединенными между собой разнообразными концами с помощью ферромагнитной перемычки с намагничивающей обмоткой, т.е. магнитное сопротивление любого пути, по котором соединяется силовая линия магнитного потока, одинаковое. При этом различие между значениями магнитных сопротивлений концентрических ферромагнитных сердечников, появляющееся из-за разности их длин, может быть устранено выбором их толщины с помощью соотношения  $(h_2/h_1) = r_{2cp}/r_{1cp}$ . Тогда можно считать, что  $Z_{\mu\pi 1} = Z_{\mu\pi 2} = Z_{\mu\pi}$ .

Для упрощения расчетов будем считать, что магнитные емкости нерабочих воздушных зазоров  $\delta_{s1}$  и  $\delta_{s2}$  равны между собой, т.е.:  $C_{\mu s1} = \mu_0 (bh_1)/\delta_{s1} = C_{\mu s2} = \mu_0 (bh_2)/\delta_{s2}$ . Из этого уравнения вытекает, что  $\delta_{s2} = \delta_{s1}(h_2/h_1)$ . При выполнении этого условия можно считать, что  $Q_{\mu s1} = Q_{\mu s2} = Q_{\mu s}$ .

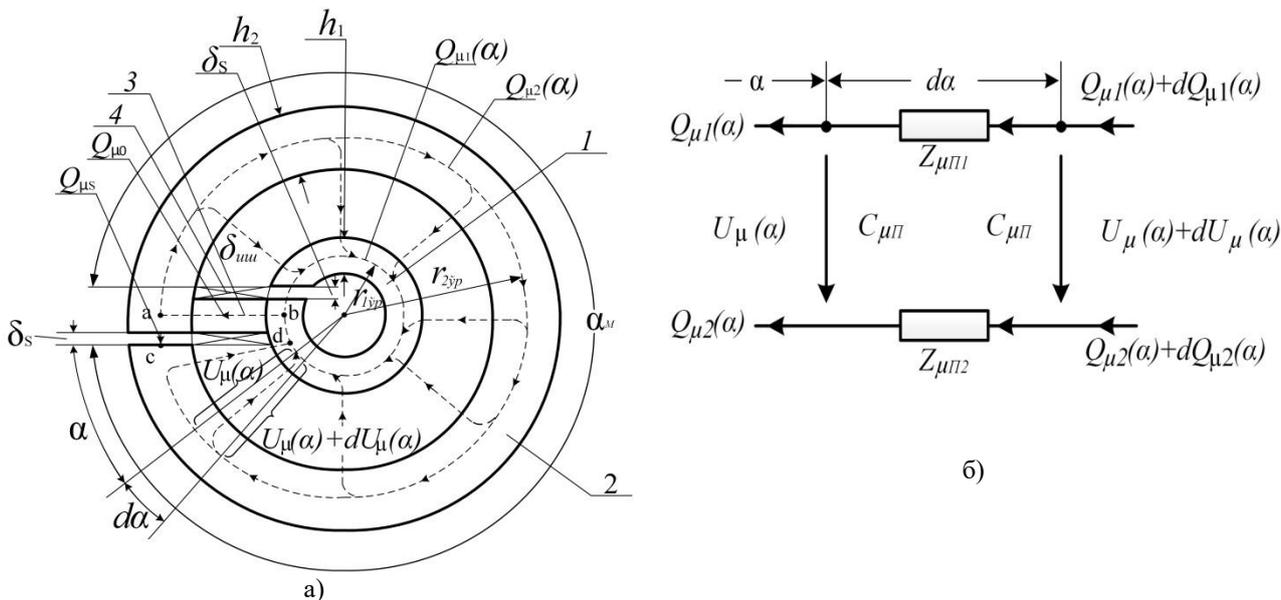


Рис.1. Конструктивная схема (а) и схема замещения элементарной участки (б) линейной магнитной цепи ЭПР с кольцевым каналом

Дифференциальные уравнения, составленные на основе законов Кирхгофа для магнитного потока и магнитного напряжения, создаваемых МДС  $F_b$  обмотки возбуждения, для элементарного участка магнитной цепи  $da$  примут следующий вид:

$$\frac{dQ_{\mu 1}(\alpha)}{d\alpha} = U_{\mu}(\alpha)C_{\mu\pi}; \quad \frac{dQ_{\mu 2}(\alpha)}{d\alpha} = -U_{\mu}(\alpha)C_{\mu\pi}; \quad \frac{dU_{\mu}(\alpha)}{d\alpha} = Z_{\mu\pi}[Q_{\mu 1}(\alpha) - Q_{\mu 2}(\alpha)], \quad (1)$$

где  $Z_{\mu\pi 1} = \frac{2\pi r_{1cp} - h_3 - \delta_{s1}}{\mu_0 b h_1 \alpha_m}$ ,  $Z_{\mu\pi 2} = \frac{2\pi r_{2cp} - h_3 - \delta_{s2}}{\mu_0 b h_2 \alpha_m}$ ;  $C_{\mu\pi} = \mu_0 \frac{b\pi(r_{1cp} + r_{2cp}) - (\delta_{s1} + \delta_{s2} + h_3)}{\delta \alpha_m}$ ;  $h_3$  - толщина ферромагнитной перемычки, соединяющей между собой концентрические ферромагнитные сердечники.

Остальные обозначения внесены на рис.3, а.

После несложных выкладок получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2 U_{\mu}(\alpha)}{d\alpha^2} = 2Z_{\mu\pi}C_{\mu\pi}U_{\mu}(\alpha). \quad (2)$$

Общее решение этого дифференциального уравнения имеет следующий вид:

$$U_{\mu}(\alpha) = A_1 e^{\gamma\alpha} + A_2 e^{-\gamma\alpha}, \quad (3)$$

Для исследуемой магнитной цепи выполняется следующее условие:

$$Q_{\mu 1}(\alpha) + Q_{\mu 2}(\alpha) = Q_{\mu 2}(\alpha_m) + Q_{\mu s} = Q_{\mu 1}(0) + Q_{\mu s}, \quad (4)$$

Здесь:  $Q_{\mu s}$  - магнитный поток, замыкающийся через нерабочие воздушные зазоры  $\delta_{s1}$  и  $\delta_{s2}$ .

Из (4) находим  $Q_{\mu 2}(\alpha)$  и, подставив его в третье уравнение (1), определяем из полученного уравнения выражение  $Q_{\mu 1}(\alpha)$  следующим образом:

$$Q_{\mu 1}(\alpha) = \frac{\gamma}{2Z_{\mu \Pi}} (A_1 e^{\gamma \alpha} - A_2 e^{-\gamma \alpha}) + \frac{1}{2} [Q_{\mu 2}(\alpha_m) - Q_{\mu s}]. \quad (5)$$

Аналогичным образом находим выражение  $Q_{\mu 2}(\alpha)$ :

$$Q_{\mu 2}(\alpha) = -\frac{\gamma}{2Z_{\mu \Pi}} (A_1 e^{\gamma \alpha} - A_2 e^{-\gamma \alpha}) + \frac{1}{2} [Q_{\mu 2}(\alpha_m) - Q_{\mu s}]. \quad (6)$$

Постоянные интегрирования  $A_1$  и  $A_2$  находятся с учетом следующих граничных (краевых) условий:

$$\left. \begin{aligned} Q_{\mu 1}(\alpha)|_{\alpha=0} &= Q_{\mu 1}(0) = Q_{\mu 2}(\alpha_m), \\ Q_{\mu 2}(\alpha)|_{\alpha=\alpha_m} &= Q_{\mu 2}(\alpha_m). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Подставив в (7) значения магнитных потоков и магнитных напряжений, соответствующих граничным условиям и, решая полученную систему алгебраических уравнений относительно неизвестных, имеем:

$$A_1 = -\frac{Z_{\mu \Pi} [Q_{\mu 2}(\alpha_m) + Q_{\mu s}]}{2\gamma \operatorname{sh}(\gamma \alpha_m)} (e^{-\gamma \alpha_m} + 1), \quad (8)$$

$$A_2 = -\frac{Z_{\mu \Pi} [Q_{\mu 2}(\alpha_m) + Q_{\mu s}]}{2\gamma \operatorname{sh}(\gamma \alpha_m)} (e^{\gamma \alpha_m} + 1). \quad (9)$$

Подставив найденные значения  $A_1$  и  $A_2$  в уравнения (3), (5) и (6), получим следующие выражения для магнитных напряжений между коаксиальными концентрическими ферромагнитными сердечниками и для магнитных потоков в них:

$$U_{\mu}(\alpha) = -\frac{Z_{\mu \Pi} Q_{\mu 0}}{\gamma \operatorname{sh}(\gamma \alpha_m)} \{ch(\gamma \alpha) + ch[\gamma(\alpha_m - \alpha)]\}, \quad (10)$$

$$Q_{\mu 1}(\alpha) = -\frac{Q_{\mu 0}}{2 \operatorname{sh}(\gamma \alpha_m)} \{sh(\gamma \alpha) - sh[\gamma(\alpha_m - \alpha)]\} + \frac{1}{2} [Q_{\mu 2}(\alpha_m) - Q_{\mu s}], \quad (11)$$

$$Q_{\mu 2}(\alpha) = \frac{Q_{\mu 0}}{2 \operatorname{sh}(\gamma \alpha_m)} \{sh(\gamma \alpha) - sh[\gamma(\alpha_m - \alpha)]\} + \frac{1}{2} [Q_{\mu 2}(\alpha_m) - Q_{\mu s}]. \quad (12)$$

Для определения выражений  $U_{\mu}(\alpha)$  и  $Q_{\mu 1}(\alpha)$  и  $Q_{\mu 2}(\alpha)$ , выраженных через МДС  $F_B$  обмотки возбуждения, необходимо будет определять значений величин  $Q_{\mu 0}$  (общий магнитный поток),  $Q_{\mu s}$  и  $Q_{\mu 2}(\alpha_m)$ , выраженных через МДС  $F_B$ .

Для этого составим на основании законов Кирхгофа для узла «а», а также для замкнутых контуров «аа'б'ба» и «баа'а''б''б» исследуемой магнитной цепи следующие уравнения:

$$Q_{\mu 0} = Q_{\mu 2}(\alpha_m) + Q_{\mu s}, \quad (13)$$

$$Z_{\mu 0} Q_{\mu 0} + U_{\mu}(\alpha_m) + W_{\mu s} Q_{\mu s} = F_B, \quad (14)$$

$$Z_{\mu 0} Q_{\mu 0} + Z_{\mu \Pi} \int_0^{\alpha_m} Q_{\mu 2}(\alpha) d\alpha + U_{\mu}(0) = F_B, \quad (15)$$

где  $W_{\mu s} = \frac{1}{C_{\mu s}}$  – магнитная жесткость магнитной цепи (согласно энерго-информационной модели цепей различной физической природы [10]), а по классической аналогии электрических и магнитных цепей этот параметр называется магнитным сопротивлением цепи.

Решая совместно уравнений (13)-(15) относительно  $Q_{\mu 0}$ ,  $Q_{\mu s}$  и  $Q_{\mu 2}(\alpha_m)$ , получим их следующие выражения:

$$Q_{\mu 0} = -F_B \frac{2\beta \operatorname{sh} \beta (W_{\mu s} + Z_{\mu \Pi} \alpha_m)}{\Delta_1}, \quad (16)$$

$$Q_{\mu 2}(\alpha_m) = -F_B \frac{2\beta \operatorname{sh} \beta (W_{\mu s} + 0,5 Z_{\mu \Pi} \alpha_m)}{\Delta_1}, \quad (17)$$

$$Q_{\mu s} = -F_B \frac{\beta \operatorname{sh} \beta Z_{\mu \Pi} \alpha_m}{\Delta_1}, \quad (18)$$

где  $\Delta_1 = (Z_{\mu \Pi} \alpha_m + W_{\mu s})(2Z_{\mu \Pi} \alpha_m(1 + ch\beta) - 2Z_{\mu 0} \beta \operatorname{sh} \beta) - \beta Z_{\mu \Pi} W_{\mu s} \operatorname{sh} \beta$ .

Подставив (29) – (31) в уравнения (11) – (13) соответственно, получим следующие конечные выражения для магнитного напряжения и магнитных потоков:

$$U_{\mu}(\alpha) = F_B \frac{2(W_{\mu s} + Z_{\mu \Pi} \alpha_m)}{\Delta_1} \{ch(\beta \alpha^*) + ch[\beta(1 - \alpha^*)]\}. \quad (19)$$

$$Q_{\mu 1}(\alpha) = F_B \frac{\beta}{\Delta_1} \{ (W_{\mu s} + Z_{\mu \Pi} \alpha_M) \{ sh(\beta \alpha^*) - sh[\beta(1 - \alpha^*)] \} - W_{\mu s} sh\beta \}. \quad (20)$$

$$Q_{\mu 2}(\alpha) = -F_B \frac{\beta}{\Delta_1} \{ (W_{\mu s} + Z_{\mu \Pi} \alpha_M) \{ sh(\beta \alpha^*) - sh[\beta(1 - \alpha^*)] \} + W_{\mu s} sh\beta \}, \quad (21)$$

где  $\alpha^* = \frac{\alpha}{\alpha_M}$ .

Зависимость магнитной индукции магнитного поля в кольцевом канале от координаты  $\alpha$  определяется с помощью следующего выражения:

$$B(\alpha) = \mu_0 \frac{U_\mu(\alpha)}{\delta} = F_B \mu_0 \frac{2(W_{\mu s} + Z_{\mu \Pi} \alpha_M)}{\delta \Delta_1} \{ ch(\beta \alpha^*) + ch[\beta(1 - \alpha^*)] \}. \quad (22)$$

Степень неравномерного распределения индукции магнитного поля в кольцевом канале по координате  $\alpha$  рассчитывается по формуле:

$$\delta B(\alpha), \% = \left[ \frac{B(0) - B(0,5\beta)}{B(0)} \right] \cdot 100\% = \left[ 1 - \frac{2ch(0,5\beta)}{1 + ch\beta} \right] \cdot 100\%. \quad (23)$$

Закон изменения индукции магнитного поля в кольцевом канале по радиальной координате  $\rho$  определяется с помощью следующего выражения:

$$B(\rho) = \left| \frac{Q_{\mu 2}(\alpha_M)}{b[2\pi\rho - (\delta_{s1} + \delta_{s2} + h_3)]} \right| = \left| F_B \frac{2\beta sh\beta(W_{\mu s} + 0,5Z_{\mu \Pi} \alpha_M)}{b[2\pi\rho - (\delta_{s1} + \delta_{s2} + h_3)]\Delta_2} \right|. \quad (24)$$

При  $W_{\mu s} \rightarrow \infty$  или  $C_{\mu s} = 0$ , выражения (29)-(31) и (32)-(35) будут равны:

$$Q_{\mu 0} = Q_{\mu 2}(\alpha_M) = -F_B \frac{2\beta sh\beta}{\Delta_2}, \quad Q_{\mu s} = 0, \quad (25)$$

$$U_\mu(\alpha) = F_B \frac{2Z_{\mu \Pi} \alpha_M}{\Delta_2} \{ ch(\beta \alpha^*) + ch[\beta(1 - \alpha^*)] \}. \quad (26)$$

$$Q_{\mu 1}(\alpha) = F_B \frac{\beta}{\Delta_2} \{ sh(\beta \alpha^*) - sh[\beta(1 - \alpha^*)] - sh\beta \}. \quad (27)$$

$$Q_{\mu 2}(\alpha) = -F_B \frac{\beta}{\Delta_2} \{ sh(\beta \alpha^*) - sh[\beta(1 - \alpha^*)] + sh\beta \}, \quad (28)$$

$$B(\alpha) = F_B \mu_0 \frac{2Z_{\mu \Pi} \alpha_M}{\delta \Delta_2} \{ ch(\beta \alpha^*) + ch[\beta(1 - \alpha^*)] \}, \quad (29)$$

где  $\Delta_2 = 2Z_\mu(1 + ch\beta) - 2Z_{\mu 0}\beta sh\beta - Z_\mu\beta sh\beta$ ;  $Z_\mu = Z_{\mu \Pi} \alpha_M$ .

Выражения (19)-(22) являются математическими моделями линейной магнитной цепи ЭПР, приведенного на рис.2, учитывающие распределенность параметров магнитной цепи и потоков рассеяния, замыкающиеся через нерабочие зазоры. Они могут быть использованы при определении конструктивных параметров магнитных цепей и исследовании статических и динамических характеристик ЭПР с кольцевым каналом.

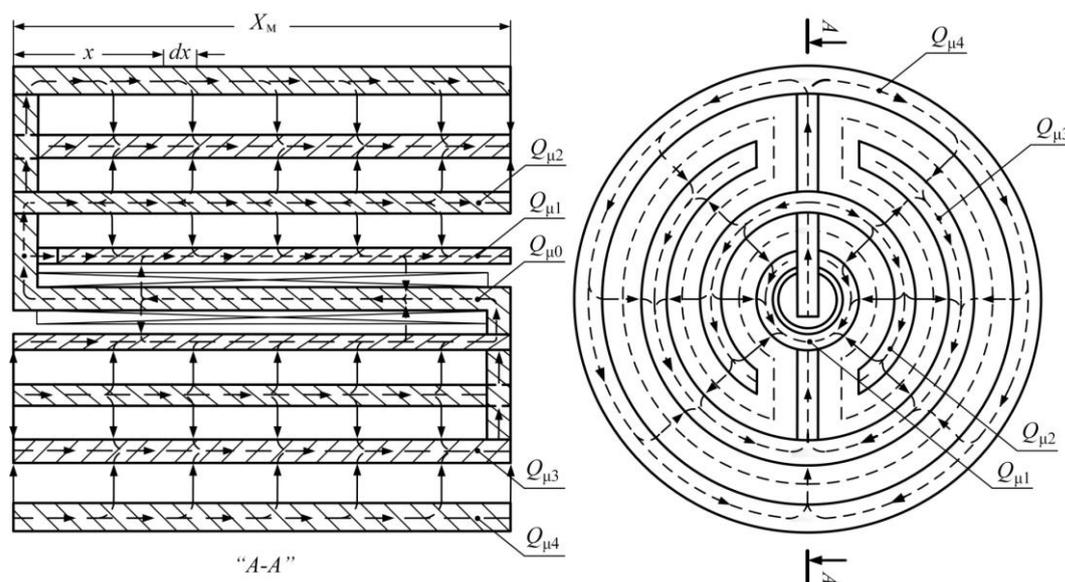


Рис.2. Конструктивная схема многоконтурной магнитной системы ЭПР с кольцевыми каналами

**Математические модели многоконтурных магнитных цепей ЭПР с распределенными параметрами.**

Конструктивная схема магнитной цепи ЭПР с кольцевыми каналами, разработанного с участием авторов статьи, и схема замещения её элементарной участки приведены на рис.2 [9]. Магнитная система состоит из внешнего 1 и внутреннего 2 замкнутых цилиндрических полюсных наконечников, двух незамкнутых полых цилиндрических магнитопроводов 3 и 4, коаксиально и взаимно зеркально расположенные и поочередно соединенные с полюсными наконечниками 1 и 2 с помощью ферромагнитных перемычек 5 и 6, источника МДС, выполненного в виде электромагнита, соединяющий концами внутренние полюсные наконечники 2 и незамкнутого цилиндрического магнитопровода 4, на боковых поверхностях которого на изоляционных пластинах 8 и 9 укреплены плоские электроды 10 и 11. Полюсные наконечники 1 и 2, незамкнутые цилиндрические магнитопроводы 3 и 4, ферромагнитные перемычки 5 и 6 и источник МДС 7 образуют многоконтурную магнитную цепь с распределенными параметрами.

Разработку математических моделей многоконтурной магнитной цепи начнем с составления схемы замещения для её элементарного участка длиной  $dx$  (рис.3).

Дифференциальные уравнения, составленные на основе законов Кирхгофа для элементарного участка многоконтурной магнитной цепи с распределенными параметрами, имеют следующий вид:

$$\frac{dQ_{\mu 1}}{dx} = U_{\mu 12} C_{\mu \pi 12}, \quad (30)$$

$$\frac{dU_{\mu 12}}{dx} = -f_{\text{в}} + Z_{\mu \pi 2} Q_{\mu 2} + Z_{\mu \pi 1} Q_{\mu 1}, \quad (31)$$

$$\frac{dQ_{\mu 2}}{dx} = U_{\mu 23} C_{\mu \pi 23} + U_{\mu 12} C_{\mu \pi 12}, \quad (32)$$

$$\frac{dU_{\mu 23}}{dx} = -[Z_{\mu \pi 3} Q_{\mu 3} - Z_{\mu \pi 2} Q_{\mu 2}], \quad (33)$$

$$\frac{dQ_{\mu 3}}{dx} = -[U_{\mu 34} C_{\mu \pi 34} + U_{\mu 23} C_{\mu \pi 23}], \quad (34)$$

$$\frac{dU_{\mu 34}}{dx} = Z_{\mu \pi 4} Q_{\mu 4} - Z_{\mu \pi 3} Q_{\mu 3}, \quad (35)$$

$$\frac{dQ_{\mu 4}}{dx} = U_{\mu 45} C_{\mu \pi 45} + U_{\mu 34} C_{\mu \pi 34}, \quad (36)$$

$$\frac{dU_{\mu 45}}{dx} = -[Z_{\mu \pi 5} Q_{\mu 5} - Z_{\mu \pi 4} Q_{\mu 4}], \quad (37)$$

$$\frac{dQ_{\mu 5}}{dx} = -U_{\mu 45} C_{\mu \pi 45}, \quad (38)$$

где  $f_{\text{в}}$  – погонное значение  $F_{\text{в}}$ .

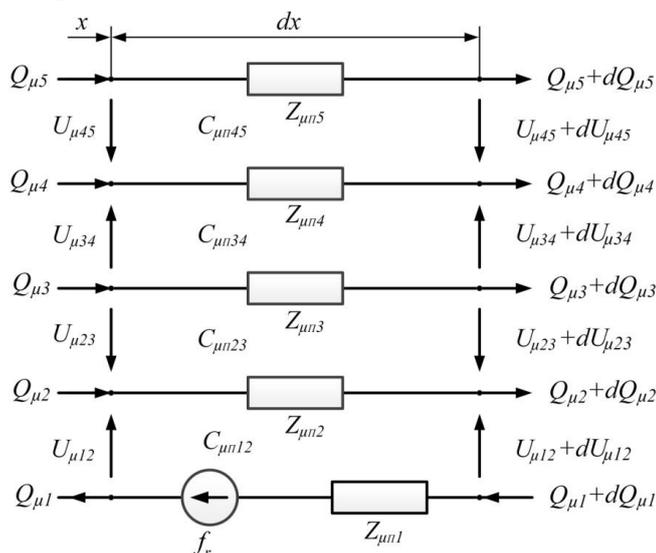


Рис.3. Схема замещения элементарной участки многоконтурной магнитной цепи с распределенными параметрами

Дифференцируя уравнений (31), (33), (35) и (37) по координате  $x$  и подставляя в них (30), (32), (34), (36) и (38) получим следующую систему дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$\begin{cases} \frac{d^2 U_{\mu 12}}{dx^2} = (Z_{\mu p1} + Z_{\mu p2})C_{\mu p12}U_{\mu 12} + Z_{\mu p3}C_{\mu p23}U_{\mu 23}, \\ \frac{d^2 U_{\mu 23}}{dx^2} = Z_{\mu p2}C_{\mu p12}U_{\mu 12} + (Z_{\mu p2} + Z_{\mu p3})C_{\mu p23}U_{\mu 23} + Z_{\mu p3}C_{\mu p34}U_{\mu 34}, \\ \frac{d^2 U_{\mu 34}}{dx^2} = Z_{\mu p3}C_{\mu p23}U_{\mu 23} + (Z_{\mu p3} + Z_{\mu p4})C_{\mu p34}U_{\mu 34} + Z_{\mu p4}C_{\mu p45}U_{\mu 45}, \\ \frac{d^2 U_{\mu 45}}{dx^2} = Z_{\mu p4}C_{\mu p34}U_{\mu 34} + (Z_{\mu p4} + Z_{\mu p5})C_{\mu p45}U_{\mu 45}. \end{cases} \quad (39)$$

Система уравнений (39) является математической моделью исследуемой многоконтурной магнитной цепи с распределенными параметрами в виде дифференциальных уравнений и она может быть решена с помощью стандартных компьютерных программ, приводимых в справочниках по высшей математике.

Мы в данной статье ограничимся решением системы дифференциальных уравнений для двухконтурной магнитной цепи с распределенными параметрами. Для этой цепи система уравнений (39) принимает следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{d^2 U_{\mu 12}}{dx^2} = (Z_{\mu p1} + Z_{\mu p2})C_{\mu p12}U_{\mu 12} + Z_{\mu p3}C_{\mu p23}U_{\mu 23}, \\ \frac{d^2 U_{\mu 23}}{dx^2} = Z_{\mu p2}C_{\mu p12}U_{\mu 12} + (Z_{\mu p2} + Z_{\mu p3})C_{\mu p23}U_{\mu 23}. \end{cases} \quad (40)$$

Характеристическое уравнение системы (40) имеет следующий вид:

$$\begin{vmatrix} (a_{11} - k^2) & a_{12} \\ a_{21} & (a_{22} - k^2) \end{vmatrix} = 0, \quad (41)$$

Здесь  $a_{11} = (Z_{\mu p1} + Z_{\mu p2})C_{\mu p12}$ ;  $a_{12} = Z_{\mu p3}C_{\mu p23}$ ;  $a_{21} = Z_{\mu p2}C_{\mu p12}$ ;  $a_{22} = (Z_{\mu p2} + Z_{\mu p3})C_{\mu p23}$ .

Корни характеристического уравнения (41):

$$k_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{(a_{11} + a_{22}) + \sqrt{(a_{11} + a_{22})^2 - 4(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})}}{2}} = \pm \gamma_1,$$

$$k_{3,4} = \pm \sqrt{\frac{(a_{11} + a_{22}) - \sqrt{(a_{11} + a_{22})^2 - 4(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})}}{2}} = \pm \gamma_2.$$

Общие решения системы дифференциальных уравнений (40) пишутся как:

$$U_{\mu 12} = A_1 m^{(1)} e^{\gamma_1 x} + A_2 m^{(2)} e^{-\gamma_1 x} + A_3 m^{(3)} e^{\gamma_2 x} + A_4 m^{(4)} e^{-\gamma_2 x}, \quad (42)$$

$$U_{\mu 23} = A_1 n^{(1)} e^{\gamma_1 x} + A_2 n^{(2)} e^{-\gamma_1 x} + A_3 n^{(3)} e^{\gamma_2 x} + A_4 n^{(4)} e^{-\gamma_2 x}, \quad (43)$$

Здесь:  $A_1 \div A_4$  – постоянные интегрирования;  $m^{(1)} \div m^{(4)}$  и  $n^{(1)} \div n^{(4)}$  – постоянные коэффициенты, соответствующие корням характеристического уравнения ( $k_1 \div k_4$ ). Для исследуемой двухконтурной магнитной цепи выполняется следующее условие:

$$Q_{\mu 1}(x) = Q_{\mu 2}(x) + Q_{\mu 3}(x). \quad (44)$$

Из (44) находим  $Q_{\mu 3}(x)$ , подставляем его в (33) и вместе с (31) получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} Z_{\mu p1}Q_{\mu 1} + Z_{\mu p2}Q_{\mu 2} = \frac{dU_{\mu 12}}{dx} + f_B, \\ Z_{\mu p3}Q_{\mu 1} - (Z_{\mu p2} + Z_{\mu p3})Q_{\mu 2} = -\frac{dU_{\mu 23}}{dx}. \end{cases} \quad (45)$$

Решая систему алгебраических уравнений (45) находим значения  $Q_{\mu 1}$  и  $Q_{\mu 2}$ :

$$Q_{\mu 1} = -\frac{(Z_{\mu p2} + Z_{\mu p3})}{\Delta_2} \frac{dU_{\mu 12}}{dx} + \frac{Z_{\mu p2}}{\Delta_2} \frac{dU_{\mu 23}}{dx} - \frac{(Z_{\mu p2} + Z_{\mu p3})}{\Delta_2} f_B. \quad (46)$$

$$Q_{\mu 2} = -\frac{Z_{\mu p3}}{\Delta_2} \frac{dU_{\mu 12}}{dx} - \frac{Z_{\mu p1}}{\Delta_2} \frac{dU_{\mu 23}}{dx} - \frac{Z_{\mu p3}}{\Delta_2} f_B, \quad (47)$$

Здесь  $\Delta_2 = -(Z_{\mu p1}Z_{\mu p2} + Z_{\mu p1}Z_{\mu p3} + Z_{\mu p2}Z_{\mu p3})$ .

Значения  $Q_{\mu 3}$  находится на основе (44):

$$Q_{\mu 3} = Q_{\mu 1} - Q_{\mu 2} = -\frac{Z_{\mu n 2}}{\Delta_2} \frac{dU_{\mu 12}}{dx} + \frac{(Z_{\mu n 1} + Z_{\mu n 2})}{\Delta_2} \frac{dU_{\mu 23}}{dx} - \frac{Z_{\mu n 2}}{\Delta_2} f_B. \quad (48)$$

Дифференцируя (42) и (43) по  $x$  и подставляя их в (46), (47) и (48) получим:

$$Q_{\mu 1} = \left[ \frac{(Z_{\mu n 2} n^{(1)} - (Z_{\mu n 2} + Z_{\mu n 3}) m^{(1)})}{\Delta_2} A_1 \gamma_1 e^{\gamma_1 x} + \left[ \frac{((Z_{\mu n 2} + Z_{\mu n 3}) m^{(2)} - Z_{\mu n 2} n^{(2)})}{\Delta_2} A_2 \gamma_1 e^{-\gamma_1 x} + \right. \right. \\ \left. \left. + \left[ \frac{(Z_{\mu n 2} n^{(3)} - (Z_{\mu n 2} + Z_{\mu n 3}) m^{(3)})}{\Delta_2} A_3 \gamma_2 e^{\gamma_2 x} + \left[ \frac{((Z_{\mu n 2} + Z_{\mu n 3}) m^{(4)} - Z_{\mu n 2} n^{(4)})}{\Delta_2} A_4 \gamma_2 e^{-\gamma_2 x} - \frac{(Z_{\mu n 2} + Z_{\mu n 3})}{\Delta_2} f_B. \right. \right. \right. \quad (49)$$

$$Q_{\mu 2} = - \left[ \frac{Z_{\mu n 1} n^{(1)} + Z_{\mu n 3} m^{(1)}}{\Delta_2} A_1 \gamma_1 e^{\gamma_1 x} + \left[ \frac{Z_{\mu n 1} n^{(2)} + Z_{\mu n 3} m^{(2)}}{\Delta_2} A_2 \gamma_1 e^{-\gamma_1 x} - \right. \right. \\ \left. \left. - \left[ \frac{Z_{\mu n 1} n^{(3)} + Z_{\mu n 3} m^{(3)}}{\Delta_2} A_3 \gamma_2 e^{\gamma_2 x} + \left[ \frac{Z_{\mu n 1} n^{(4)} + Z_{\mu n 3} m^{(4)}}{\Delta_2} A_4 \gamma_2 e^{-\gamma_2 x} - \frac{Z_{\mu n 3}}{\Delta_2} f_B. \right. \right. \right. \quad (50)$$

$$Q_{\mu 3} = \left[ \frac{((Z_{\mu n 1} + Z_{\mu n 2}) n^{(1)} - Z_{\mu n 2} m^{(1)})}{\Delta_2} A_1 \gamma_1 e^{\gamma_1 x} + \left[ \frac{(Z_{\mu n 2} m^{(2)} - (Z_{\mu n 1} + Z_{\mu n 2}) n^{(2)})}{\Delta_2} A_2 \gamma_1 e^{-\gamma_1 x} + \right. \right. \\ \left. \left. + \left[ \frac{((Z_{\mu n 1} + Z_{\mu n 2}) n^{(3)} - Z_{\mu n 2} m^{(3)})}{\Delta_2} A_3 \gamma_2 e^{\gamma_2 x} + \left[ \frac{(Z_{\mu n 2} m^{(4)} - (Z_{\mu n 1} + Z_{\mu n 2}) n^{(4)})}{\Delta_2} A_4 \gamma_2 e^{-\gamma_2 x} - \frac{Z_{\mu n 2}}{\Delta_2} f_B. \right. \right. \right. \quad (51)$$

С целью упрощения анализа рассматриваемой магнитной цепи принимаем следующие условия:

$$Z_{\mu n 1} = Z_{\mu n 2} = Z_{\mu n 3} = Z_{\mu n}; \quad C_{\mu n 12} = C_{\mu n 23} = C_{\mu n}. \quad (52)$$

Следует отметить, что для большинства ЭПР с кольцевым каналом условия (52) выполняются.

С учетом (52) корни характеристического уравнения (41) принимает следующий вид:

$$k_{1,2} = \pm \gamma_1 = \sqrt{3Z_{\mu n} C_{\mu n}}; \quad k_{3,4} = \pm \gamma_2 = \sqrt{Z_{\mu n} C_{\mu n}}. \quad (53)$$

Значения коэффициентов  $m^{(1)} \div m^{(4)}$  и  $n^{(1)} \div n^{(4)}$  определяются последовательной подстановкой корней  $k_i$  ( $i = 1 \div 4$ ) в следующую систему уравнений и решением ее относительно  $m^{(i)}, n^{(i)}$ :

$$\begin{cases} (a_{11} - k_i^2) m^{(i)} + a_{12} n^{(i)} = 0, \\ a_{21} m^{(i)} + (a_{22} - k_i^2) n^{(i)} = 0, \end{cases} \quad (54)$$

$$m^{(1)} = 1; \quad m^{(2)} = 1; \quad m^{(3)} = 1; \quad m^{(4)} = 1; \quad (55)$$

$$n^{(1)} = 1; \quad n^{(2)} = 1; \quad n^{(3)} = -1; \quad n^{(4)} = -1. \quad (56)$$

Подставляя (55) и (56) соответственно в (42) и (43), получим следующие выражения для магнитных напряжений:

$$U_{\mu 12} = A_1 e^{\gamma_1 x} + A_2 e^{-\gamma_1 x} + A_3 e^{\gamma_2 x} + A_4 e^{-\gamma_2 x}, \quad (57)$$

$$U_{\mu 23} = A_1 e^{\gamma_1 x} + A_2 e^{-\gamma_1 x} - A_3 e^{\gamma_2 x} - A_4 e^{-\gamma_2 x}. \quad (58)$$

С учетом (52), (55) и (56) уравнения (49), (50) и (51) принимает следующий вид:

$$Q_{\mu 1} = \frac{\gamma_1}{3Z_{\mu n}} A_1 e^{\gamma_1 x} - \frac{\gamma_1}{3Z_{\mu n}} A_2 e^{-\gamma_1 x} + \frac{\gamma_2}{Z_{\mu n}} A_3 e^{\gamma_2 x} - \frac{\gamma_2}{Z_{\mu n}} A_4 e^{-\gamma_2 x} + \frac{2}{3Z_{\mu n}} f_B, \quad (59)$$

$$Q_{\mu 2} = \frac{2\gamma_1}{3Z_{\mu n}} A_1 e^{\gamma_1 x} - \frac{2\gamma_1}{3Z_{\mu n}} A_2 e^{-\gamma_1 x} + \frac{1}{3Z_{\mu n}} f_B, \quad (60)$$

$$Q_{\mu 3} = -\frac{\gamma_1}{3Z_{\mu n}} A_1 e^{\gamma_1 x} + \frac{\gamma_1}{3Z_{\mu n}} A_2 e^{-\gamma_1 x} + \frac{\gamma_2}{Z_{\mu n}} A_3 e^{\gamma_2 x} - \frac{\gamma_2}{Z_{\mu n}} A_4 e^{-\gamma_2 x} + \frac{1}{3Z_{\mu n}} f_B. \quad (61)$$

Постоянные интегрирования  $A_1 \div A_4$  определяются с помощью следующих граничных условий: (рис.4):

$$U_{\mu 23}(x)|_{x=0} = Q_{\mu s} W_{\mu s} - Q_{\mu 3\tau} Z_{\mu de}; \quad Q_{\mu 3}(x)|_{x=x_M} = 0; \quad (62)$$

$$U_{\mu 12}(x)|_{x=0} = Q_{\mu s} W_{\mu s} + Q_{\mu 1\tau} Z_{\mu cd}; \quad U_{\mu 12}(x)|_{x=x_M} = -Q_{\mu 1}(x)|_{x=x_M} Z_{\mu ab}; \quad (63)$$

Здесь:  $Q_{\mu 1\tau} = Q_{\mu 1}(x)|_{x=x_M}$ ;  $Q_{\mu s} = Q_{\mu 2}(x)|_{x=0}$ ;  $Q_{\mu 3\tau} = Q_{\mu 3}(x)|_{x=0}$ ;  $Z_{\mu ab}$ ,  $Z_{\mu cd}$  и  $Z_{\mu de}$  – магнитные сопротивления участков магнитной цепи “ab”, “cd” и “de” соответственно. При выполнении условия (52) можно принять  $Z_{\mu cd} = Z_{\mu de} = Z_{\mu\tau}$ .

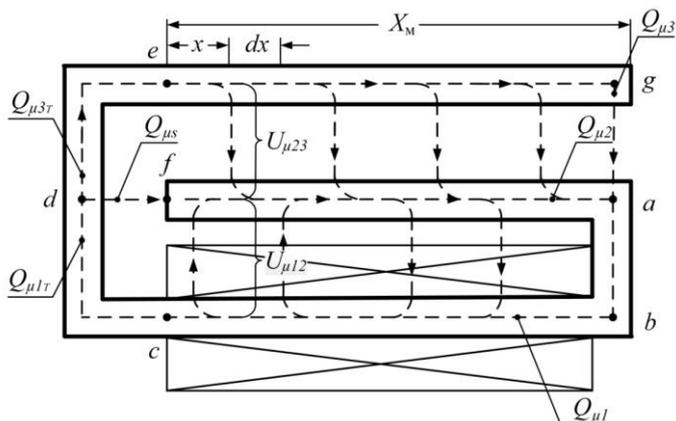


Рис. 4. Конструктивная схема двухконтурной магнитной цепи ЭПР с кольцевыми каналами

Подставив в (62) и (63) значения магнитных потоков и магнитных напряжений, соответствующих граничным условиям, получим следующую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} A_1 + A_2 - A_3 - A_4 = Q_{\mu s} W_{\mu s} - Q_{\mu 3T} Z_{\mu} = U_{\mu 23}(0), \\ -\frac{\gamma_1}{3Z_{\mu n}} e^{\gamma_1 X_M} A_1 + \frac{\gamma_1}{3Z_{\mu n}} e^{-\gamma_1 X_M} A_2 + \frac{\gamma_2}{Z_{\mu n}} e^{\gamma_2 X_M} A_3 - \frac{\gamma_2}{Z_{\mu n}} e^{-\gamma_2 X_M} A_4 = -\frac{1}{3Z_{\mu n}} f_B, \\ A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = Q_{\mu s} W_{\mu s} + Q_{\mu 1T} Z_{\mu} = U_{\mu 12}(0), \\ \left(1 + \frac{\gamma_1 Z_{\mu ab}}{3Z_{\mu n}}\right) e^{\gamma_1 X_M} A_1 + \left(1 - \frac{\gamma_1 Z_{\mu ab}}{3Z_{\mu n}}\right) e^{-\gamma_1 X_M} A_2 + \\ + \left(1 + \frac{\gamma_2 Z_{\mu ab}}{Z_{\mu n}}\right) e^{\gamma_2 X_M} A_3 + \left(1 - \frac{\gamma_2 Z_{\mu ab}}{Z_{\mu n}}\right) e^{-\gamma_2 X_M} A_4 = -\frac{2Z_{\mu ab}}{3Z_{\mu n}} f_B. \end{cases} \quad (64)$$

Решая систему уравнений (64) относительно  $A_1 \div A_4$  находим:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{2Q_{\mu s} W_{\mu s} Z_{\mu} \beta_1 \operatorname{sh} \beta_2}{\Delta_3} e^{-\gamma_1 X_M} + \frac{4Q_{\mu s} W_{\mu s} Z_{\mu ab} \beta_1 \beta_2 \operatorname{ch} \beta_2}{\Delta_3} e^{-\gamma_1 X_M} - \\ &- \frac{6Q_{\mu s} W_{\mu s} Z_{\mu} \beta_2 \operatorname{ch} \beta_2}{\Delta_3} e^{-\gamma_1 X_M} - \frac{(Q_{\mu 3T} - Q_{\mu 1T}) Z_{\mu T} Z_{\mu} \beta_1 \operatorname{sh} \beta_2}{\Delta_3} e^{-\gamma_1 X_M} - \\ &- \frac{2(Q_{\mu 3T} - Q_{\mu 1T}) Z_{\mu T} Z_{\mu ab} \beta_1 \beta_2 \operatorname{ch} \beta_2}{\Delta_3} e^{-\gamma_1 X_M} + \frac{3(Q_{\mu 3T} - Q_{\mu 1T}) Z_{\mu T} Z_{\mu} \beta_2 \operatorname{ch} \beta_2}{\Delta_3} e^{-\gamma_1 X_M} + \\ &+ \frac{3(Q_{\mu 1T} + Q_{\mu 3T}) Z_{\mu T} Z_{\mu} \beta_2}{\Delta_3} - \frac{2F_K Z_{\mu T} \operatorname{sh} \beta_2 - 2F_B Z_{\mu ab} \beta_2 \operatorname{ch} \beta_2}{\Delta_3}, \\ A_2 &= \frac{2Q_{\mu s} W_{\mu s} Z_{\mu} \beta_1 \operatorname{sh} \beta_2}{\Delta_3} e^{\gamma_1 X_M} + \frac{4Q_{\mu s} W_{\mu s} Z_{\mu ab} \beta_1 \beta_2 \operatorname{ch} \beta_2}{\Delta_3} e^{\gamma_1 X_M} + \\ &+ \frac{6Q_{\mu s} W_{\mu s} Z_{\mu} \beta_2 \operatorname{ch} \beta_2}{\Delta_3} e^{\gamma_1 X_M} - \frac{(Q_{\mu 3T} - Q_{\mu 1T}) Z_{\mu T} Z_{\mu} \beta_1 \operatorname{sh} \beta_2}{\Delta_3} e^{\gamma_1 X_M} - \\ &- \frac{2(Q_{\mu 3T} - Q_{\mu 1T}) Z_{\mu T} Z_{\mu ab} \beta_1 \beta_2 \operatorname{ch} \beta_2}{\Delta_3} e^{\gamma_1 X_M} - \frac{3(Q_{\mu 3T} - Q_{\mu 1T}) Z_{\mu T} Z_{\mu} \beta_2 \operatorname{ch} \beta_2}{\Delta_3} e^{\gamma_1 X_M} + \\ &+ \frac{3(Q_{\mu 1T} + Q_{\mu 3T}) Z_{\mu T} Z_{\mu} \beta_2}{\Delta_3} - \frac{2F_K Z_{\mu} \operatorname{sh} \beta_2 - 2F_B Z_{\mu ab} \beta_2 \operatorname{ch} \beta_2}{\Delta_3}, \\ A_3 &= -\frac{(Q_{\mu 1T} + Q_{\mu 3T}) Z_{\mu T} Z_{\mu} \beta_1 \operatorname{ch} \beta_1 e^{-\gamma_2 X_M}}{\Delta_3} + \frac{2(Q_{\mu 1T} + Q_{\mu 3T}) Z_{\mu T} Z_{\mu ab} \beta_1 \beta_2 \operatorname{ch} \beta_1 e^{-\gamma_2 X_M}}{\Delta_3} + \\ &+ \frac{3(Q_{\mu 1T} + Q_{\mu 3T}) Z_{\mu T} Z_{\mu} \beta_2 \operatorname{sh} \beta_1 e^{-\gamma_2 X_M}}{\Delta_3} - \frac{2Q_{\mu s} W_{\mu s} Z_{\mu} \beta_1 + 2F_B Z_{\mu} \operatorname{sh} \beta_1}{\Delta_3} - \end{aligned}$$

$$A_4 = \frac{2F_B Z_{\mu ab} \beta_1 ch \beta_1 + (Q_{\mu 1T} - Q_{\mu 3T}) Z_{\mu \Pi} Z_{\mu} \beta_1}{\Delta_3} + \frac{(Q_{\mu 1T} + Q_{\mu 3T}) Z_{\mu T} Z_{\mu} \beta_1 ch \beta_1 e^{\gamma_2 X_M}}{\Delta_3} + \frac{2(Q_{\mu 1T} + Q_{\mu 3T}) Z_{\mu T} Z_{\mu ab} \beta_1 \beta_2 ch \beta_1 e^{\gamma_2 X_M}}{\Delta_3} + \frac{3(Q_{\mu 1T} + Q_{\mu 3T}) Z_{\mu T} Z_{\mu} \beta_2 sh \beta_1 e^{\gamma_2 X_M}}{\Delta_3} - \frac{2Q_{\mu S} W_{\mu S} Z_{\mu} \beta_1 + 2F_B Z_{\mu} sh \beta_1}{\Delta_3} - \frac{2F_B Z_{\mu ab} \beta_1 ch \beta_1 + (Q_{\mu 1T} - Q_{\mu 3T}) Z_{\mu \Pi} Z_{\mu} \beta_1}{\Delta_3}.$$

Здец:  $\Delta_3 = 4Z_{\mu} \beta_1 sh \beta_2 ch \beta_1 + 8Z_{\mu ab} \beta_1 \beta_2 ch \beta_1 ch \beta_2 + 12Z_{\mu} \beta_2 ch \beta_2 sh \beta_1$ ;  $Z_{\mu} = Z_{\mu \Pi} X_M$ ;  $\beta_1 = \gamma_1 X_M$ ;  $\beta_2 = \gamma_2 X_M$ .

Подставляя найденные значения  $A_1 \div A_4$  в уравнения (57)÷ (61), получим:

$$U_{\mu 12} = C_1 ch[\beta_1(1-x^*)] + C_2 sh[\beta_1(1-x^*)] + C_3 sh(\beta_1 x^*) + C_4 sh[\beta_2(1-x^*)] + C_5 ch[\beta_2(1-x^*)] - C_6 sh(\beta_2 x^*), \quad (65)$$

$$U_{\mu 23} = C_1 ch[\beta_1(1-x^*)] + C_2 sh[\beta_1(1-x^*)] + C_3 sh(\beta_1 x^*) - C_4 sh[\beta_2(1-x^*)] - C_5 ch[\beta_2(1-x^*)] + C_6 sh(\beta_2 x^*), \quad (66)$$

$$Q_{\mu 1} = -\frac{1}{3Z_{\mu}} \beta_1 C_1 sh[\beta_1(1-x^*)] - \frac{1}{3Z_{\mu}} \beta_1 C_2 ch[\beta_1(1-x^*)] + \frac{1}{3Z_{\mu}} \beta_1 C_3 ch(\beta_1 x^*) - \frac{1}{Z_{\mu}} \beta_2 C_4 ch[\beta_2(1-x^*)] - \frac{1}{Z_{\mu}} \beta_2 C_5 sh[\beta_2(1-x^*)] - \frac{1}{Z_{\mu}} \beta_2 C_6 ch(\beta_2 x^*) + \frac{2F_B}{Z_{\mu}}, \quad (67)$$

$$Q_{\mu 2} = -\frac{2}{3Z_{\mu}} \beta_1 C_1 sh[\beta_1(1-x^*)] - \frac{2}{3Z_{\mu}} \beta_1 C_2 ch[\beta_1(1-x^*)] + \frac{2}{3Z_{\mu}} \beta_1 C_3 ch(\beta_1 x^*) + \frac{F_B}{3Z_{\mu}}, \quad (68)$$

$$Q_{\mu 3} = \frac{1}{3Z_{\mu}} \beta_1 C_1 sh[\beta_1(1-x^*)] + \frac{1}{3Z_{\mu}} \beta_1 C_2 ch[\beta_1(1-x^*)] - \frac{1}{3Z_{\mu}} \beta_1 C_3 ch(\beta_1 x^*) - \frac{1}{Z_{\mu}} \beta_2 C_4 ch[\beta_2(1-x^*)] - \frac{1}{Z_{\mu}} \beta_2 C_5 sh[\beta_2(1-x^*)] - \frac{1}{Z_{\mu}} \beta_2 C_6 ch(\beta_2 x^*) + \frac{2F_B}{Z_{\mu}}, \quad (69)$$

бу ерда  $C_1 = \frac{Q_{\mu S}(2W_{\mu S} + Z_{\mu T})(2Z_{\mu} \beta_1 sh \beta_2 + 4Z_{\mu ab} \beta_1 \beta_2 ch \beta_2)}{\Delta_3}$ ;  $C_2 = \frac{(2W_{\mu S} + Z_{\mu T})6Q_{\mu S} Z_{\mu} \beta_2 ch \beta_2}{\Delta_3}$ ;  $C_3 = \frac{6(Q_{\mu 1T} + Q_{\mu 3T})Z_{\mu T} Z_{\mu} \beta_2 - 4F_B Z_{\mu} sh \beta_2 + 4F_B Z_{\mu ab} \beta_2 ch \beta_2}{\Delta_3}$ ;  $C_4 = \frac{2(Q_{\mu 1T} + Q_{\mu 3T})Z_{\mu T} Z_{\mu} \beta_1 ch \beta_1}{\Delta_3}$ ;  $C_5 = \frac{2(Q_{\mu 1T} + Q_{\mu 3T})Z_{\mu T} \beta_2 (2Z_{\mu ab} \beta_1 ch \beta_1 + 3Z_{\mu} sh \beta_1)}{\Delta_3}$ ;  $C_6 = \frac{2Q_{\mu S} Z_{\mu} \beta_1 (2W_{\mu S} + Z_{\mu T}) + 4F_B Z_{\mu} sh \beta_2 + 4F_B Z_{\mu ab} \beta_2 ch \beta_2}{\Delta_3}$ .

Выражения (65)-(69) являются математическими моделями двухконтурной магнитной цепи ЭПР с кольцевыми каналами, учитывающими распределенность параметров в обоих контурах цепи.

### Заклучения

Таким образом, в статье разработаны математические модели одно - и многоконтурных магнитных цепей ЭПР с распределенными параметрами. Они могут быть использованы при определении конструктивных параметров магнитных цепей и исследовании статических и динамических характеристик ЭПР с кольцевыми каналами.

### References:

1. I.D.Velt, YU.V.Mixaylova "Izmerenie rasxoda i urovnya elektroprovodnykh zhidkostey" [Measurement of flow and level of electrically conductive liquids], Monografiya. LAP LAMBERT Academic Publishing. Germaniya, 2018, 155 p. (in Russian).

2. Rukovodstvo po montaju i obslujivaniyu "Electromagnetic flowmeter Magnetoflow® Primo VERSIYA 1.1/01-04", Czech, 2006, 41 p.
3. Texnicheskie karakteristiki "Integrated two-wire electromagnetic flowmeter" seriya AXR Japan. 2008, 60 p.
4. E.E.Pugach, "Razrabotka visokotochnogo elektromagnitnogo rasxodmera jidkostey dlya selskoxozyaystvennogo proizvodstva" [Development of a high-current electromagnetic liquid flow meter for agricultural production]: diss. k.t.n. Moskva, 2007, 134 p. (in Russian).
5. N.I.Loginov, "Elektromagnitnie preobrazovateli rasxoda jidkix metallov" [Electromagnetic flow converters for liquid metals], Moskva: Energoizdat, 1981, 104 p. (in Russian).
6. M.F.Zaripov "Preobrazovateli s raspredelennimi parametrami dlya avtomatiki i informatsionno-izmeritelnoy texniki" [Converters with distributed parameters for automation and information-measuring equipment], Moskva: Energiya, 1969, 176 p. (in Russian).
7. K.S.Demirchyan, L.R.Neyman, N.V.Korovkin, V.L.Chechurin, "Teoreticheskie osnovi elektrotexniki" [Theoretical foundations of electrical engineering], Sankt Peterburg: Piter, 2006, 576 p. (in Russian).
8. M.F.Zaripov, S.F.Amirov, I.YU.Petrova, A.M.Mamadjanov, "Elektromagnitnyy preobrazovatel rasxoda" [Electromagnetic flow Converter], Byulleten izobreteniya, 1987,(in Russian).
9. S.F.Amirov, A.O.Ataullaev, K.X.Turdibekov, K.K.Juraeva, N.O.Ataullaev, "Elektromagnitnyy preobrazovatel rasxoda" [Electromagnetic flow Converter], Patent RUz. №04960, 2014. (in Russian).
10. M.F.Zaripov, N.R.Zaynullin, IYU.Petrova, "Energoinformatsionnyy metod nauchno-texnicheskogo tvorchestva" [Energy-informational method of scientific and technical creativity], Moskva: VNIPI GKNT, 1988. – 124 s. (in Russian).