

MINISTRY OF HIGHER AND SECONDARY SPECIAL
EDUCATION OF THE REPUBLIC OF UZBEKISTAN

SAMARKAND STATE UNIVERSITY
ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF
UZBEKISTAN

INTERNATIONAL CONFERENCE

MATHEMATICAL ANALYSIS AND ITS
APPLICATION TO MATHEMATICAL
PHYSICS

September 17-20, 2018; Samarkand, Uzbekistan

PART II

SAMARKAND – 2018

CONTENTS

SECTION IV DIFFERENTIAL EQUATIONS

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Dzamalov S.Z., Ashurov R.R. On correctness of some inverse problems with periodic conditions for Tricomi equation in three-dimensional space..... | 10 |
| Ergashev T.G. A new form of the Hasanov-Srivastava's decomposition formula associated with the multivariable Lauricella hypergeometric functions..... | 11 |
| Khasanov A.B., Babajanov B.A., Yakubov H.E. Integration of the Toda lattice hierarchy with self-consistent source..... | 13 |
| Kuliev K. Some criteria for discreteness of spectrum of half-linear fourth order Sturm-Liouville problem..... | 14 |
| Urinov A.K., Karimov Sh. T. The cauchy problem for the iterated Klein-gordon equation with the Bessel operator..... | 15 |
| Абдуллаев А. А. Об одной нелокальной краевой задаче для уравнения смешанного типа второго рода..... | 16 |
| Абдуллаев Ж. А, Турметов Б. Х. Об одном методе решения дифференциальных уравнений дробного порядка..... | 18 |
| Апаков Ю. П. Об одном трехмерном аналоге задачи Геллерстедта с параллельными плоскостями вырождения..... | 19 |
| Ашурова З.Р., Жураева Н.Ю. Об одной задаче Коши для полигармонических функций..... | 20 |
| Бегматов А.Х., Очиллов З.Х. Задачи интегральной геометрии по семейству ломаных с весовой функцией специального вида..... | 22 |
| Бердийоров А.Ш., Усанов М.М. Квазичислители тенгламани даврий ечимини биринчи тартибли критик холда караш..... | 23 |
| Болиева З., Хусанов А.З. Задачи интегральной геометрии вольтерровского типа с весовой функцией специального вида..... | 24 |
| Буриев Т.Э. Мухторов Я. Исследование бифуркации параметрических портретов динамических математических моделей..... | 24 |
| Дурдиев Д. К. Глобальная разрешимость одной обратной задачи для 3d гиперболического интегро - дифференциального уравнения..... | 25 |
| Еркишева Ж. С., Кулахметова Ш. Б. О некоторых краевых задачах для уравнения Пуассона с граничными операторами дробного порядка..... | 26 |
| Жураева У.Ю. Об одной функции Карлемана..... | 28 |
| Иманбаев Н. С. О базисных свойствах корневых векторов нагруженных дифференциальных операторов второго порядка..... | 30 |
| Исломов Б.И. Об одной краевой задаче для нагруженного уравнения эллиптико-гиперболического типа с двумя линиями вырождения..... | 32 |
| Ишанкулов Т., Фозилов Д. Условия обращения интеграла типа Грина в интеграл Грина для системы теории упругости..... | 33 |
| Калимбетов Б. Т., Шарипова Л. Д., Хабибуллаев Ж. О. Алгоритм метода регуляризации для построения асимптотики Решения интегро-дифференциальной системы с быстро осциллирующими Коэффициентами..... | 35 |
| Калимбетов Б. Т. Сапаков Д. А. Асимптотика решений сингулярно возмущенной системы с быстро осциллирующими коэффициентами в случае собственного резонанса..... | 37 |
| Каримов К. Т. Нелокальная задача для трехмерного эллиптического уравнения с тремя сингулярными коэффициентами..... | 38 |

1) $u(x, y) \in C(\bar{\Omega}) \cap C^1(\Omega)$, причем u_x и u_y соответственно могут обращаться бесконечность порядка меньше единицы и $(1 - 2\beta)/(1 - 2\alpha)$ на концах интервала Γ_1 и J_1 ;

2) $u(x, y)$ - дважды непрерывно дифференцируемое решение уравнения (1) в областях Ω_0 и Ω_1 ;

3) $u(x, y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$u|_{\Gamma_0} = \phi_0(x, y), \quad (x, y) \in \bar{\Gamma}_0, \quad u|_{\Gamma_1} = \phi_1(y), \quad (0, y) \in \bar{\Gamma}_1,$$

$$u|_{\Gamma_2} = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq (q/2)^{1/q},$$

где $\phi_0(x, y)$, $\phi_1(y)$, $\psi(x)$ - заданные функции, причем

$$\phi_0(x, y) = (x \cdot y)^{\varepsilon_0+1} \bar{\phi}_0(x, y), \quad \bar{\phi}_0(x, y) \in C(\bar{\Gamma}_0), \quad \varepsilon_0 > 0, \quad (3)$$

$$\phi_1(y) = y^{\varepsilon_1+1} \bar{\phi}_1(y), \quad \bar{\phi}_1(y) \in C(\bar{\Gamma}_1), \quad \varepsilon_1 > 0, \quad (4)$$

$$\psi(x) \in C^3[0; (q/2)^{1/q}], \quad \psi(0) = \phi_1(0), \quad \phi_0(0; h_2) = \phi_1(h_2). \quad (5)$$

Заметим, что задача A_F для уравнения (1) при $\mu = 0$ были изучены в работах [2-3].

Единственность решения задачи A_F доказывается с помощью принципа экстремума [1]. Существования решения задачи A_F при определенных ограничениях параметров a, b, c с учетом (3)-(5) доказывается методом интегральных уравнений [3], [4].

Литература

1. Салахитдинов М.С., Исломов Б. Уравнения смешанного типа с двумя линиями вырождения. Ташкент. "МУМТОЗ СГЗ". 2009. 264 с.
2. Салахитдинов М.С., Исломов Б. Задача Трикоми общего линейного уравнения смешанного типа с негладкой линией вырождения. // "Доклады АН СССР". 1986. Т.289. с 3. С.549-563.
3. Исломов Б. Аналоги задачи Трикоми для уравнений смешанного типа с двумя линиями и различным порядком вырождения. // "Доклады АН УзССР". 1989. с 10. С.5-7.
4. Isломov B., Boltaeva U. Boundary - value problems for a third -order loaded parabolic-hyperbolic equation with variable coefficients. // Electronic Journal of Differential Equations. 2015. No. 221. pp. 1-10.

УСЛОВИЯ ОБРАЩЕНИЯ ИНТЕГРАЛА ТИПА ГРИНА В ИНТЕГРАЛ ГРИНА ДЛЯ СИСТЕМЫ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Ишанкулов Т., Фозилов Д.

¹Самаркандский государственный университет, ²Самаркандский филиал ГУИТ
e-mail: davron_fozilov87@mail.ru

В трехмерном евклидовом пространстве E^3 рассмотрим уравнение классической теории упругости в векторной форме

$$\mu \Delta \vec{u}(x) + (\lambda + \mu) \text{grad div } \vec{u}(x) = \vec{0}, \quad (1)$$

где

$$\vec{u}(x) = (u_1(x), u_2(x), u_3(x)), x = (x_1, x_2, x_3),$$

$$\Delta \vec{u}(x) = (\Delta u_1(x), \Delta u_2(x), \Delta u_3(x)),$$

$$\Delta u_i(x) = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 u_i(x)}{\partial x_j^2},$$

$$\text{grad } \varphi = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_1}, \frac{\partial \varphi}{\partial x_2}, \frac{\partial \varphi}{\partial x_3} \right), \quad \text{div } \vec{u} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial u_i}{\partial x_i},$$

λ, μ – постоянные Ламе упругой среды. Уравнение (1) является эллиптической системой второго порядка относительно неизвестного вектора $\vec{u}(x)$.

Пусть D_i область в пространстве R^3 , ограниченная кусочно-гладкой замкнутой поверхностью S а D_e внешняя неограниченная область, т.е. $D_e = R^3 \setminus \bar{D}_i$, $\vec{n}(y) = (n_1(y), n_2(y), n_3(y))$ – единичный вектор внешней нормали относительно области D_i к поверхности S в точке y . Обозначим через $T(\partial_y, \vec{n}(y))$ матричный дифференциальный оператор напряжений

$$T(\partial_y, \vec{n}(y)) = \|T_{ij}(\partial_y, \vec{n}(y))\|,$$

$$T_{ij}(\partial_y, \vec{n}(y)) = \lambda n_i(y) \frac{\partial}{\partial y_j} + \mu n_j(y) \frac{\partial}{\partial y_i} + \mu \delta_{ij} \frac{\partial}{\partial n(y)}, \quad i, j = 1, 2, 3,$$

где δ_{ij} – символ Кронекера, через $(y-x)$ матрицу фундаментальных решений уравнения (1) [1].

$$(y-x) = \|i_j(y-x)\|,$$

$$i_j(y-x) = \lambda' \delta_{ij} |y-x|^{-1} + \mu'(y_i - x_i)(y_j - x_j) |y-x|^{-3}, \quad i, j = 1, 2, 3,$$

$$\lambda' = (\lambda + 3\mu)[4\pi\mu(\lambda + 2\mu)]^{-1},$$

$$\mu' = (\lambda + \mu)[4\pi\mu(\lambda + 2\mu)]^{-1},$$

Если $\vec{f}(y)$, $\vec{g}(y)$ – заданные на S непрерывные вектор-функции, выражение

$$\vec{v}(x) = \int_S (y-x) \vec{g}(y) d_y S - \int_S \{T(\partial_y, \vec{n}(y))(y-x)\}' \vec{f}(y) d_y S$$

называется интегралом типа Грина для уравнения (1). Здесь $\{T(\partial_y, \vec{n}(y))(y-x)\}'$ означает матрицу сопряженную к матрице $T(\partial_y, \vec{n}(y))(y-x)$. Представленный формулой (2) интеграл типа Грина в каждой точке $x \notin S$, является решением уравнения (1). Значение этого интеграла в областях D_i D_e обозначим через $\vec{v}^i(x)$ и $\vec{v}^e(x)$ соответственно.

Условия обращения интеграла типа Грина в интеграл Грина есть соотношения

$$\lim_{x \rightarrow y} \vec{v}^i(x) = \vec{f}(y), \quad \lim_{x \rightarrow y} T(\partial_x, \vec{n}(y)) \vec{v}^i(x) = \vec{g}(y), \quad x \in \bar{D}_i, \quad y \in S.$$

Теорема 1. Пусть S – гомеоморфная сфере замкнутая поверхность Ляпунова, \vec{f} , \vec{g} – заданные на S вектор-функции удовлетворяющие условию Гельдера. Для того чтобы интеграл типа Грина (1) обращался в интеграл Грина, необходимо и достаточно чтобы $\vec{v}^e(x) \equiv 0$ в области D_e .

Введем матричный дифференциальный оператор

$$[L = \|L_{ij}\|, \quad L_{ij} = \lambda' \delta_{ij} - \mu'(y_i - x_i) \frac{\partial}{\partial y_j}, \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Теорема 2. Пусть выполнены условия теоремы 1. Для того, чтобы интеграл типа Грина (1) обращался в интеграл Грина, необходимо и достаточно чтобы для всех гармонических полиномов $H(x)$ от переменных x_1, x_2, x_3 выполнялось равенство

$$\int_S \{L H(y) \vec{g}(y) - [T(\partial_y, \vec{n}(y))LH(y)]' \vec{f}(y)\} d_y S = \vec{0}.$$

Литература

1. Купрадзе В.Д. и др. Трехмерные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1976.-664 с.
2. Соломенцев Е.Д. Об основной формуле Грина для гармонических функций. Сиб. мат. журн. Т. VII, No. 6, 1966.-с. 1432-1434.

АЛГОРИТМ МЕТОДА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ АСИМПТОТИКИ РЕШЕНИЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С БЫСТРО ОСЦИЛЛИРУЮЩИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Калимбетов Б. Т.¹, Шарипова Л. Д.², Хабибуллаев Ж. О.¹

¹ Университет Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан;

² Ташкентский институт инженеров железнодорожного транспорта, Ташкент;
e-mail: burkhan.kalimbetov@ayu.edu.kz, slola@mail.ru, jako8486@mail.ru

В настоящее время на практике широкое распространение получили параметрические цепи с переменной емкостью, которая является элементом колебательного контура. В качестве управляемой емкости выступает варикап. При определенных условиях параметрически управляемый конденсатор может выступать своего рода "посредником", передающим часть энергии внешнего управляющего источника цепям, несущим полезный сигнал. Так как при этом, в контур поступает энергия от внешнего источника, потери в контуре при выделении полезного сигнала могут быть частично скомпенсированы. Для исследования подобных задач ведущими математиками разработаны метод расщепления дифференциальных уравнений [1-2] и метод регуляризации [3-4].

Следует отметить, что большинство перечисленные процессы описываются линейными или нелинейными обыкновенными дифференциальными уравнениями. В последнее время прикладников больше заинтересовали параметрические цепи, математическая модель которых выражаются интегро-дифференциальными уравнениями. Поэтому, в настоящей работе рассматривается система интегро-дифференциальных уравнений с быстро осциллирующими коэффициентами. Основной целью исследования заключается в обосновании влияния интегрального члена на главный член асимптотики решения исходной системы.

Рассматривается следующая задача Коши:

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} u(x, \varepsilon) \\ v(x, \varepsilon) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\alpha^2(x) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(x, \varepsilon) \\ v(x, \varepsilon) \end{pmatrix} + \varepsilon \varphi(x) \sin \frac{2\beta(x)}{\varepsilon} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(x, \varepsilon) \\ v(x, \varepsilon) \end{pmatrix} + \\ &+ \int_{x_0}^x \begin{pmatrix} 0 & K_1(x, s) \\ K_2(x, s) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(s, \varepsilon) \\ v(s, \varepsilon) \end{pmatrix} ds + \begin{pmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} u(x_0, \varepsilon) \\ v(x_0, \varepsilon) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u^0 \\ v^0 \end{pmatrix}, \\ &x \in [x_0, T], \end{aligned} \tag{1}$$

где $\varphi(x)$, $\alpha(x)$, $\beta(x)$ – известные функции, $\varepsilon > 0$ – малый параметр. Требуется построить главный член асимптотики решения задачи (1) при $\varepsilon \rightarrow +0$.

Приближенное решение задачи (1) строится при следующих предположениях:

- 1) функции $\varphi(x)$, $\alpha(x)$, $\beta(x)$, $h(x) \in C^\infty[x_0, T]$, а элементы матрицы-функции $K(x, t) \in C^2(0 \leq x \leq t \leq T)$, $\forall x \in [x_0, T]$;