MINISTRY OF HIGHER AND SECONDARY SPECIAL
EDUCATION OF THE REPUBLIC OF UZBEKISTAN

SAMARKAND STATE UNIVERSITY
ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF
UZBEKISTAN

INTERNATIONAL CONFERENCE

MATHEMATICAL ANALYSIS AND ITS APPLICATION TO MATHEMATICAL PHYSICS

September 17-20, 2018; Samarkand, Uzbekistan

PART II

SAMARKAND – 2018

CONTENTS

SECTION IV
DIFFERENTIAL EQUATIONS

1) $u(x,y) \in C(\bar{\Omega}) \cap C^1(\Omega)$, причем u_x и u_y соответственно могут обращаться бесконечность порядка меньше единицы и $(1-2\beta)/(1-2\alpha)$ на концах интервала Γ_1 и J_1;

2) $u(x,y)$ - дважды непрерывно дифференцируемое решение уравнения (1) в областях Ω_0 и Ω_1;

3) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$u|_{\Gamma_0} = \phi_0(x,y), \quad (x,y) \in \overline{\Gamma}_0, \quad u|_{\Gamma_1} = \phi_1(y), \ \ (0,y) \in \overline{\Gamma}_1,$$

$$u|_{\Gamma_2} = \psi(x), \quad 0 \le x \le (q/2)^{1/q},$$

где $\phi_0(x,y)$, $\phi_1(y)$, $\psi(x)$ - заданные функции, причем

$$\phi_0(x,y) = (x\cdot y)^{\varepsilon_0+1}\,\bar{\phi}_0(x,y), \quad \bar{\phi}_0(x,y) \in C(\bar{\Gamma}_0), \quad \varepsilon_0 > 0, \tag{3}$$

$$\phi_1(y) = y^{\varepsilon_1+1}\bar{\phi}_1(y), \quad \bar{\phi}_1(y) \in C(\bar{\Gamma}_1), \quad \varepsilon_1 > 0, \tag{4}$$

$$\psi(x) \in C^3\left[0;\ (q/2)^{1/q}\right], \quad \psi(0) = \phi_1(0), \quad \phi_0(0;h_2) = \phi_1(h_2). \tag{5}$$

Заметим, что задача A_F для уравнения (1) при $\mu = 0$ были изучены в работах [2-3].

Единственность решения задачи A_F доказывается с помощью принципа экстремума[1]. Существования решения задачи A_F при определенных ограничениях параметров a, b, c с учетом (3)-(5) доказывается методом интегральных уравнений[3],[4].

Литература

1. Салахитдинов М.С., Исломов Б. Уравнения смешанного типа с двумя линиями вырождения. Ташкент. "МУМТОЗ СҒЗ". 2009. 264 с.

2. Салахитдинов М.С., Исломов Б. Задача Трикоми общего линейного уравнения смешанного типа с негладкой линией вырождения.// "Доклады АН СССР". 1986. Т.289. є 3. С.549-563.

3. Исломов Б. Аналоги задачи Трикоми для уравнений смешанного типа с двумя линиями и различным порядком вырождения. // "Доклады АН УзССР". 1989. є 10. С.5-7.

4. Islomov B., Boltaeva U. Boundary - value problems for a third -order loaded parabolic-hyperbolic equation with variable coefficients. // Electronic Journal of Differential Equations. 2015. No. 221. pp. 1-10.

УСЛОВИЯ ОБРАЩЕНИЯ ИНТЕГРАЛА ТИПА ГРИНА В ИНТЕГРАЛ ГРИНА ДЛЯ СИСТЕМЫ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Ишанкулов Т., Фозилов Д.

[1]*Самаркандский государственный университет,* [2]*Самаркандский филиал ТУИТ*

e-mail: davron_fozilov87@mail.ru

В трехмерном евклидовом пространстве E^3 рассмотрим уравнение классической теории упругости в векторной форме

$$\mu\Delta\vec{u}\,(x) + (\lambda+\mu)\,grad\ div\ \vec{u}\,(x) = \vec{0}, \tag{1}$$

где

$$\vec{u}\,(x) = (u_1(x)\,,\ \ u_2(x)\,,\ u_3(x)), x = (x_1,\ x_2, x_3),$$

$$\Delta\vec{u}\,(x) = (\Delta u_1\,(x)\,,\ \ \Delta u_2\,(x)\,,\ \Delta u_3\,(x)),$$

$$\Delta u_i(x) = \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial^2 u_i(x)}{\partial x_j^2}\ ,$$

$$grad\ \varphi = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_1},\ \frac{\partial\varphi}{\partial x_2},\ \frac{\partial\varphi}{\partial x_3}\right), \qquad div\ \vec{u} = \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial u_i}{\partial x_i},$$

λ, μ – постоянные Ламе упругой среды. Уравнение (1) является эллиптической системой второго порядка относительно неизвестного вектора $\vec{u}\,(x)$.

Пусть D_i область в пространстве R^3, ограниченная кусочно-гладкой замкнутой поверхностью S а D_e внешняя неограниченная область, т.е. $D_e = R^3 \backslash \overline{D}_i$, $\vec{n}\,(y) = (n_1\,(y)\,, n_2\,(y)\,, n_3\,(y))$ – единичный вектор внешней нормали относительно области D_i к поверхности S в точке y. Обозначим через $T\,(\partial_y, \vec{n}\,(y))$ матричный дифференциалный оператор напряжений

$$T\,(\partial_y, \vec{n}\,(y)) = \|T_{ij}(\partial_y, \vec{n}\,(y))\|\,,$$

$$T_{ij}\,(\partial_y, \vec{n}\,(y)) = \lambda n_i\,(y)\,\frac{\partial}{\partial y} + \mu n_j\,(y)\,\frac{\partial}{\partial y_i} + \mu\delta_{ij}\frac{\partial}{\partial n(y)}, \qquad i,j = 1,2,3,$$

где δ_{ij} – символ Кронекера, через $(y-x)$ матрицу фундаменталных решений уравнения (1) [1].

$$(y-x) = \|_{ij}(y-x)\|\,,$$

$$_{ij}\,(y-x) = \lambda'\delta_{ij}|y-x|^{-1} + \mu'(y_i - x_i)(y_j - x_j)\ |y-x|^{-3}, \quad i,j = 1,2,3,$$

$$\lambda' = (\lambda + 3\mu)[4\pi\mu\,(\lambda + 2\mu)\,]^{-1},$$

$$\mu' = (\lambda + \mu)[4\pi\mu\,(\lambda + 2\mu)\,]^{-1},$$

Если $\vec{f}\,(y)\,,\ \ \vec{g}\,(y)$ – заданные на S непрерывные вектор - функции, выражение

$$\vec{v}\,(x) = \int_S (y-x)\vec{g}\,(y)\,d_yS - \int_S \{T(\partial_y, n(y))\,(y-x)\}'\vec{f}\,(y)\,d_yS$$

называется интегралом типа Грина для уравнения (1). Здесь $\{T(\partial_y, \vec{n}\,(y))\,(y-x)\}'$ означает матрицу сопряженную к матрице $T(\partial_y, \vec{n}\,(y))\,(y-x)$. Представленный формулой (2) интеграл типа Грина в каждой точке $x \notin S$, является решением уравнения (1). Значение этого интеграла в областях D_i D_e обозначим через $\vec{v}^i(x)$ и $\vec{v}^e(x)$ соответственно.

Условия обращения интеграла типа Грина в интеграл Грина есть соотношения

$$\lim_{x \longrightarrow y} \vec{v}^i(x)\ = \vec{f}\,(y)\,, \qquad \lim_{x \longrightarrow y} T\,(\partial_x, \vec{n}\,(y))\ \vec{v}^i\,(x) = \vec{g}\,(y)\,,\ \ x \in D_i, \quad y \in S.$$

Теорема 1. *Пусть S – гомеморфная сфере замкнутая поверхность Ляпунова, $\vec{f}$, $\vec{g}$ – заданные на S вектор-функции удовлетворяющие условию Гельдера. Для того чтобы интеграл типа Грина (1) обращался в интеграл Грина, необходимо и достаточно чтобы $\vec{v}^e(x) \equiv 0$ в области D_e.*

Введом матричный дифференциальный оператор

$$[L = \|L_{ij}\|\,, \qquad L_{ij} = \lambda'\ \delta_{ij} - \mu'(y_i - x_i)\ \frac{\partial}{\partial y_j}, \qquad i,j = 1,2,3.$$

Теорема 2. *Пусть выполнены условия теоремы 1. Для того, чтобы интеграл типа Грина (1) обращался в интеграл Грина, необходимо и достаточно чтобы для всех гармонических полиномов $H(x)$ от переменных x_1, x_2, x_3 выполнялось равенство*

$$\int_S \Big\{L\ H\,(y)\,\vec{g}\,(y) - [T(\partial_y, \vec{n}(y))LH\,(y)]'\vec{f}\,(y)\Big\}d_yS = \vec{0}.$$

Литература

1. *Купрадзе В.Д. и др.* Трехмерные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1976.-664 с.

2. *Соломенцев Е.Д.* Об основной формуле Грина для гармонических функций. Сиб. мат. журн. Т. VII, No. 6, 1966.-с. 1432-1434.

АЛГОРИТМ МЕТОДА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ АСИМПТОТИКИ РЕШЕНИЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С БЫСТРО ОСЦИЛЛИРУЮЩИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Калимбетов Б. Т.[1], Шарипова Л. Д.[2], Хабибуллаев Ж. О.[1]

[1] *Университет Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан;*

[2] *Ташкентский институт инженеров железнодорожного транспорта, Ташкент;*

e-mail: burkhan.kalimbetov@ayu.edu.kz, slola@mail.ru, jako8486@mail.ru

В настоящее время на практике широкое распространение получили параметрические цепи с переменной емкостью, которая является элементом колебательного контура. В качестве управляемой емкости выступает варикап. При определенных условиях параметрически управляемый конденсатор может выступать своего рода "посредником", передающим часть энергии внешнего управляющего источника цепям, несущим полезный сигнал. Так как при этом, в контур поступает энергия от внешнего источника, потери в контуре при выделении полезного сигнала могут быть частично скомпенсированы. Для исследования подобных задач ведущими математиками разработаны метод расщепления дифференциальных уравнений [1-2] и метод регуляризации [3-4].

Следует отметить, что большинство перечисленные процессы описываются линейными или нелинейными обыкновенными дифференциальными уравнениями. В последнее время прикладников больше заинтересовали параметрические цепи, математическая модель которых выражаются интегро-дифференциальными уравнениями. Поэтому, в настоящей работе рассматривается система интегро-дифференциальных уравнений с быстро осциллирующими коэффициентами. Основной целью исследования заключается в обосновании влияния интегрального члена на главный член асимптотики решения исходной системы.

Рассматривается следующая задача Коши:

$$\varepsilon\frac{d}{dx}\begin{pmatrix} u(x,\varepsilon)\\ v(x,\varepsilon)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0\\ -\alpha^2(x) & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix} u(x,\varepsilon)\\ v(x,\varepsilon)\end{pmatrix} + \varepsilon\varphi(x)\sin\frac{2\beta(x)}{\varepsilon}\begin{pmatrix} 0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix} u(x,\varepsilon)\\ v(x,\varepsilon)\end{pmatrix} +$$

$$+\int\limits_{x_0}^{x}\begin{pmatrix} 0 & K_1(x,s)\\ K_2(x,s) & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix} u(s,\varepsilon)\\ v(s,\varepsilon)\end{pmatrix}ds + \begin{pmatrix} h_1(x)\\ h_2(x)\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} u(x_0,\varepsilon)\\ v(x_0,\varepsilon)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u^0\\ v^0\end{pmatrix},$$

$$x\in[x_0,T], \tag{1}$$

где $\varphi(x)$, $\alpha(x)$, $\beta(x)$ – известные функции, $\varepsilon>0$ – малый параметр. Требуется построить главный член асимптотики решения задачи (1) при $\varepsilon\to+0$.

Приближенное решение задачи (1) строится при следующих предположениях:

1) функции $\varphi(x),\alpha(x),\beta(x),h(x)\in C^\infty[x_0,T]$, а элементы матрицы-функции $K(x,t)\in C^2(0\le x\le t\le T)$, $\forall x\in[x_0,T]$;