

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS

TA'LIM VAZIRLIGI

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI

Fizika–matematika fakulteti

“Amaliy matematika va axborot texnologiyalari” kafedrası

Hazratova Mahliyo Bebutovna

“Natural sonlarni qoldiqli bo‘lishni Paskal vektoridan foydalanib tadqiq etish”

5480100-“Amaliy matematika va informatika” ta’lim yo’nalishi bo’yicha bakalavr
darajasini olish uchun

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

“Ish ko‘rildi va himoya qilishga
ruxsat berildi”

Ilmiy rahbar _____ dots.A.A.Mirzoyev
“ _____ ” _____ 2014 y.

Kafedra mudiri.

Taqrizchi _____ prof.I.I.Safarov

_____ dots T.B.Boltayev

“ _____ ” _____ 2014 y.

« _____ » _____ 2014y.

“Himoya qilishga ruxsat berildi”

Fakultet dekani _____ Sh.M.Mirzayev

“ _____ ” _____ 2014y.

Buxoro-2014

Mundarija

Kirish	3
I.Bob. Sonlarni pozitsion sistemasini kengaytirish	
1.1. Sonlarning pozitsion sistemasida bo'lish.....	11
1.2. Sonlarni aralash asosdagi pozitsion sistemalari.....	25
1.3. Butun sonning raqamlarini topish.....	29
II. Bob. Paskal vektori yordamida natural sonlarni bo'lish	
2.1. Paskal vektori haqida tushuncha.....	33
2.2. Natural sonlarni bo'lishda Paskal vektoridan foydalanish.....	36
Xotima	44
Adabiyotlar	46

KIRISH

O'zbekiston Respublikasi mustaqillikka erishgandan so'ng ko'pgina jabhalar bilan bir qatorda ta'lim sohasida ham ulkan o'zgarishlar yuz bergani, bunda asosan rivojlangan davlatlarning ta'lim tizimlari namuna sifatida olinib, xalqimiz imkoniyatlari va bilim salohiyatiga mos holda yangi ta'lim tizimi ishlab chiqildi. Bunda ta'lim tizimidagi asosiy vazifa jahon talablariga mos keluvchi axborot texnologiyalarini o'qitish jarayonini qo'llashdan iborat.

O'zbekistonda o'qitish texnologiyalari zamonaviylashtirishni jadallashtirish rivojlangan iqtisodiyotli mamlakatlarga qaraganda yanada dolzarb ahamiyatga ega. Chunki hozirgi kunda milliy ta'lim tiziminnig salohiyatli tizimli rivojlanishining yanada yuqori pog'onasiga ko'tarildi.

O'zbekiston axborot texnologiyalarini tadbiq etish va rivojlantirish uchun talay intellektual axborot zahiralarga ega. Fanlar akademiyasi, oliy va o'rta maxsus o'quv yurtlari ishlab chiqarish firmalarida kompyuter texnikasi, aloqa, dasturiy va axborot ta'minoti, axborot tizimlari bo'yicha malakali xodimlar ishlamoqda. Xalq xo'jaligining ushbu yo'nalishida O'zbekiston Respublikasi yuqorida belgilab berilgan tamoyillarni amalga oshirar ekan, axborotlashgan jamiyat sari shahdam qadamlar bilan bormoqda. XXI asrda oliy va o'rta maxsus o'quv yurtlarining bitiruvchilari yangi sharoitlarga ijodiy va kasbiy yondashishga tayyorlangan bo'lishlari lozim. Shu sababli Respublikamizda ta'lim sohasida ham boshqa sohalardagi kabi katta o'zgarishlar amalga oshirilmoqda.

Respublikamizdagi mustaqil huquqiy demokratik va erkin fuqarolik jamiyati qurish yo'lidagi ulkan ishlar inson mohiyatini kashf etishda, uning o'zligini anglashda imkoniyatlarini ro'yobga chiqarishda va ma'naviy intellektual, aqliy amaliy rivojlanishi uchun yangi shart-sharoitlar yaratib berilgani, bu o'z navbatida insoniyat yaratgan ma'naviy –ilmiy boyliklarga, insonning o'ziga yangicha munosabat, yondashuvni yuzaga keltirdi. Zero, Prezidentimiz I.A. Karimov

aytganlaridek: “Fuqarolar endi ijtimoiy-iqtisodiy jarayonlarni ishtirokchisi, bajaruvchisi emas, balki bunyodkori va tashkilotchisidir”.

Hozirgi kunda inson faoliyatining barcha sohalariga zamonaviy axborot texnologiyalari jadal kirib keldi. Bu texnologiyalarining asosiy tashkil etuvchilari esa, shubhasiz, kompyuter texnologiyalaridir.

«Vatanimiz kelajagi, xalqimizning ertangi kuni mamlakatimizning jahon hamjamiyatidagi obro’-e’tibori avvalambor farzandlarimizning unib o’sib ulg’ayib qanday inson bo’lib hayotga kirib borishiga bog’liqdir. Biz bunday haqiqatni unutmasligimiz kerak»-deb ta’kidlaydi Prezident I.A.Karimov. Biz mustaqil O’zbekiston yoshlari har tomonlama yetuk, barkamol avlod bo’lib yetishishimiz uchun keng imkoniyatlar yaratilib, yosh avlod tarbiyasiga juda katta e’tibor berib kelinayotgani sir emas. Jumladan, «Asosiy vazifamiz-vatanimiz taraqqiyoti va xalqimiz farovonligini yanada yuksaltirishdir»-nomli Prezidentimiz I.A.Karimovning 2009-yilning asosiy yakunlari va 2010-yilda O’zbekiston ijtimoiy-iqtisodiy rivojlantirishning eng muhim ustivor yo’nalishlariga bag’ishlangan Vazirlar Mahkamasining majlisidagi ma’ruzasida-«biz farzandlarimizning nafakat jismoniy va ma’naviy sog’lom o’sishi, balki ularning zamonaviy intellektual bilimlarga ega bo’lgan, uyg’un rivojlangan insonlar bo’lib, XXI asr talablariga to’liq javob beradigan barkamol avlod bo’lib voyaga yetishi uchun zarur barcha imkoniyat va sharoitlarni yaratishni o’z oldiga maqsad qilib qo’yganmiz», -deb ta’kidlaydilar.

Prezidentimiz I.A.Karimov o’zlarining “Milliy mafkuramiz xalqni xalq, millatni millat qilishga xizmat qilsin” nomli ma’ruzasi “Tafakkur” jurnalining 2-son (1998-yil), bosh muharriri bilan bo’lgan muloqotda insonning ma’naviy-amaliy shakllanishida hayotiy jarayonning hamma jabhalari mohiyati ekanligini asoslab berdi.

Kirib kelgan yangi asr har bir sohada jahon talablariga javob beradigan kadrlardan avvalombor axborot-kommunikatsiyalar texnologiyalarini mukammal

bilishlarini talab etmoqda. Insoniyatning barcha sohalardagi faoliyati asosan axborot bilan to'liq ta'minlanganligi va axborotlardan samarali foydalanishga bog'liq bo'lib bormoqda.

«Kadrlar tayyorlash milliy dasturi» hamda O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining «Akademik litsey, kasb-hunar kollejlari tashkil etish va ularni faoliyatini boshqarish» to'g'risidagi 1998 – yil 4 – fevral 77 – sonli qarori, hamda 2001 – yil 23- maydagi “2001 – 2005 – yillarda kompyuter va axborot texnologiyalarini rivojlantirish, internetning xalqaro axborot tizimlariga keng kirib borishini ta'minlash dasturini ishlab chiqishni tashkil etish chora-tadbirlari to'g'risida”gi 230 – sonli, 2002 – yil 30 – maydagi “Kompyuterlashtirishni yanada rivojlantirish va axborot telekommunikatsiya texnologiyalarini joriy etish to'g'risida”gi Prezident farmoni, mazkur farmonni amalga oshirish yuzasidan O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2002 – yil 6 – iyundagi “2002 – 2010 – yillarda kompyuterlashtirish va axborot telekommunikatsiya texnologiyalarini rivojlantirish dasturi” to'g'risidagi qarori e'lon qilindi. Shunday ekan [2], zamonaviy fan va texnologiyalarning erishgan darajasi, undagi rivojlanishning omillari hamda mavjud nuqson, kamchiliklarini anglash uchun zarur bilim va ko'nikmalarga, avvalo fundamental qonuniyatlarni tub mohiyatini bilishni taqozo etadi.

Bitiruv malakaviy ishi mavzusining dolzarbligi: XXI asrning so'ngi 10 yili mobaynida axborotlar bilan ishlash va axborotlashtirish juda rivojlandi. Bunga sabab shundaki kundalik turmushda, axborotlar, ularni qayta ishlash va uzatishning ahamiyati ortib borishida. Bu esa o'z navbatida jamiyatning har bir a'zosidan axborotlashtirish va axborot texnologiyalari sirlarini, uning qoida va qonuniyatlarini mukammal bilishni taqozo etadi.

Axborotlashtirish va axborot texnologiyalaridan foydalanish yo'nalishida katta tadbirlar amalga oshirildi. Hukumatimiz tomonidan qabul qilingan «Ta'lim to'g'risida»gi qonunda bu dasturning tub mohiyati bayon etilgan. Shuningdek, so'ngi 6-7 yil ichida bu sohada qabul qilingan qator hujjatlar axborotlashgan jamiyatni qurish eng oliy insoniy orzu niyatga aylanganligidan dalolat beradi.

Bozor iqtisodiyoti munosabatlari jadal sur'atlar bilan rivojlanib borayotgan bugungi kunga kelib, barcha korxonalarda ham ulkan mukammal islohotlar o'tkazilmoqda. Ana shunday islohotlar turlaridan biri bu – shubhasiz boshqarish va ishlab chiqarishda axborot texnologiyalarining joriy etilishidir.

O'zbekistonda ta'lim tizimining axborotlashtirilishi xalqaro hamjamiyatda ham tan olindi. Masofaviy ta'limni rivojlantirish bo'yicha bir qator dasturlar ishlab chiqilmoqda. Iqtisodiyot va jamiyatda islohotlarning o'tkazilishi o'quv jarayonining zahira hajmini keskin oshirish bo'yicha yangi talablar qo'yildi. Hozirgi kunda axborot eng asosiy ishlab chiqaruvchi resurslardan biriga iqtisodiyot va umuman jamiyatning rivojlanish poydevoriga aylanmoqda.

Mamlakatimiz rivojlangan davlatlar qatoridan mustahkam o'rin egallashi uchun esa zamonaviy kompyuter texnologiyalarini hayotimizning barcha jabhalariga keng joriy etish zarur. Yangicha fikrlaydigan, bozor sharoitlarida muvaffaqiyatli xo'jalik yuritadigan yuksak malakali, chuqur bilimli mutaxassisdan zamonaviy kompyuter texnologiyalarining keng imkoniyatlarini o'zlashtirgan holda ulardan o'z faoliyatlarida samarali foydalana olish talab etiladi.

Hozirgi zamon jamiyati rivojlanish ko'rsatkichlarini aniqlovchi ko'rsatkichlardan biri, uning XX asr vositalari bilan ta'minlash va ularni qo'llash darajasidir. EHM ni samarali qo'llashni amalga oshirish yo'llaridan biri yuqori darajadagi dasturlash tillarini chuqur o'zlashtirish, EHM tizimlari, dasturlash texnologiyalari vositalarini amaliyotga keng qo'llashdan iborat. Shu maqsadda bugungi kunda raqobatbardosh yuqori malakali kadrlarni tayyorlash vazifasi o'rta tashlangan.

Muammoning o'rganilganlik darajasi: jamiyatni axborotlashtirish asosida texnik vositalarning yangi turlarini joriy qilish natijasidagina ishlab chiqarish samaradorligini oshirish, xalq farovonligini yuksaltirish mumkin. Shu sababli ham, bu soha hozirgi kunda alohida bir tarmoqqa aylangan va millionlab xodimlarni o'ziga jalb qilmoqda.

Axborotlarni himoyalash uchun ko'plam miqdorda mablag' sarflanmoqdaki, bu hozirgi globalizatsiya sharoitida yanada ustivor ahamiyat kasb etmoqda. Axborotlarni shifrlash, kriptanaliz, kriptologiya va boshqa fanlar juda tez suratlarda, shiddat bilan rivojlanmoqda. Bunda albatta matematika, ayniq sonlar nazariyasi asosiy (bazaviy) vosita bo'lib, xizmat qiladi. Ayniqsa natural sonlar, tub sonlar, Pifagor sonlari, Fibbonachi sonlari va boshqalardan axborotlarni himoyalashda keng foydalaniladi. Xuddi shunday natural sonlarni qoldikli bo'lishga asoslangan kriptologiya metodlari ham mavjud bo'lib, ularni yangi usullarini o'rganish bilan, hamda sonlarni turli sanoq sistemalaridagi ko'rinishi va bu tushunchalarni kengaytirish bilan ko'pgina olimlar, jumladan, B.B.Mandelbrot, G. Gulia, O.Ore, A.D.Morozov, S.B.Siziy, I.M.Vinogradov, V.V.Drujinin ... kabi olimlar shug'ullanishgan.

Tadqiqot obyekti va predmeti: sonlarni turli pozitsion va nopozitsion sanoq sistemasidagi ko'rinishlari tadqiqot obyekti va natural sonlarning Paskal vektoridan foydalanib qoldikli bo'lish tadqiqot predmetini tashkil etadi.

Ishning maqsadi va vazifalari: sonlarni turli pozitsion sanoq sistemasidagi ko'rinishlari tushunchasini turli asosli kodlar yordamida kengaytirish, hamda natural sonlarning Paskal vektori va antivektoridan foydalanib qoldikli bo'lish bitiruv malakaviy ishining maqsadi hisoblanadi.

Bu quyidagi vazifalari o'zida qamrab oladi:

Natural sonning va sonlar-kattaliklarni o'lchash natijalari ustida amallar oddiy geometrik kesma ma'nosida tahlil qilish;

Pozitsion va pozitsion bo'lmagan sanoq sistemalari haqida tushunchalarni tizimlashtirish;

Sonlarni pozitsion sanoq sistemasidagi ko'rinishlari hamda sonlarni qoldikli bo'lish tushunchasini turli asosli kodlar yordamida kengaytirish;

Paskal vektori va antivektor haqida tushunchalarni shakllantirish;

Paskal vektorini hisoblash algoritmini hamda hisoblash dasturini tuzish.

Tadqiqot usuli va uslubiyoti: algebra va sonlar nazariyasi, informatika va kriptanaliz asoslari, matematik modellashtirish nazariyalaridan foydalaniladi.

Olingan asosiy natijalar: qoldikli bo'lishning nazariy to'plam ma'nosida ekanligi aniqlangan bo'lib, ular to'plamlarga ajratilgan hamda to'plamlarda teng quvvatli tushunchasi kiritilgan. Natural sonning va sonlar kattaliklarni o'lchash natijalari ustida amallar oddiy geometrik kesma ma'nosida tahlil qilingan, ya'ni, kesmalar ustida arifmetik amallar bajarilishi sodda qilib keltirilgan;

Grammatik qurilishi jihatidan pozitsion bo'lmagan (nopozitsion) (Misr, Rim sanoq sistemasi) va pozitsion (Vavilion-60 lik sanoq sistemasi va hind 10 lik sanoq sistemasi) sanoq sistemalari tizimlashtirilgan;

Sonlarni pozitsion sanoq sistemasida diapozonlar, konfiguratsiyalar va kodlar kabi qabul qilingan tushunchalarni kiritish orqali, sonlarni pozitsion sanoq sistemasida ko'rinishlari tushunchalari kengaytirilgan;

Paskalning bo'linish funksiyasi Paskal vektori yordamida, istalgan natural sonning ikkita yangi vektori: bo'linish anti vektori va bo'linish vektori kiritgan holda sonlarni qoldikli bo'lishda, ya'ni butun va kasr qism(qoldiq)dan iborat bo'ladigan yangi bo'linish usuli bayon qilingan. Paskal vektorini hisoblash algoritmini hamda hisoblash dasturini tuzilgan.

Natijalarning ilmiy yangiligi va amaliy ahamiyati: odatdagi sonlarni pozitsion sanoq sistemasidan farqli o'laroq, ayrim tushunchalarni: diapozonlar, konfiguratsiyalar va kodlar kabi kiritish orqali, sanoq sonlarni pozitsion sanoq sistemasi ma'no va mazmuni tushunchalari mavjud ilmiy adabiyotlardan o'zlashtirgan holda kengaytirilgan. Bu nazariyalar hozirda turli jabhalarda: axborotlarni maxsus shifrlashda, fraktal va bifurkasiya hamda turbulent oqim nazariyasi ko'plab turli-tuman ham nazariy ham amaliy masalalarni tasniflashdagi boshlang'ich poydevor bo'linishi mumkin.

Sonlarni qoldikli bo'lishda an'anaviy usullardan boshqa metodlarni topish, avvalo fanning ushbu sohasida qandaydir bir ilmiy yangilik bo'lib, agar shu bilan birga u mavjud an'anaviyusullardan ustunlik jihatlari bo'lsa, bumetodni yanada

darajasini oshiradi. Xuddi shunday Paskal vektori yordamida, istalgan natural sonning ikkita yangi vektori: bo'linish anti vektori va bo'linish vektori kiritgan holda sonlarni qoldikli bo'lishda, ya'ni butun va kasr qism(qoldiq)dan iborat bo'ladigan yangi bo'linish usuli bo'linish vaqtini (ayniqsa ko'p xonali sonlarda) sezilarli darajada qisqartiradi.

Tadbiq etish darajasi va iqtisodiy samaradorligi qo'llanish sohasi.

Xulosa va takliflar: sanoq sistemalarining an'anaviy, ya'ni odatdagi sanoq sistemalaridan farqli ravishda kod, diapazon, konfiguratsiya va boshqa yangi tushunchalar kiritish orqali son va uning turlicha tasfirlanishi mazmun mohiyati tubdan o'zgaradi, hamda umumiylik konsepsiyasi ishlab chiqilgan bo'lib, bu sohaning keyingi rivojida muhim. Paskalning bo'linish funksiyasi Paskal vektori yordamida, natural sonning ikkita yangi vektori: bo'linish anti vektori va bo'linish vektori kiritgan holda sonlarni qoldikli bo'linish usuli axborotlarni maxsus shifrlashda, fraktal va bifurkasiya hamda turbulent oqim nazariyasi ko'plab turli-tuman hamnazariy ham amaliy qo'llanilishi mumkin.

Mazkur BMIdan foydalanib, shunga o'xshash amaliy muammolarni hamda turdosh oliy va o'rta maxsus o'quv yurtlarining mos mutaxassislar tayyorlashda foydalanish mumkin.

Bitiruv malakaviy ishining hajmi va tuzilishi: ushbu bitiruv malakaviy ishi kirish, ikki bob, har bir bobning xulosalari, xotima, foydalanilgan adabiyotlar hamda ilovadan iborat, u 45 betga bayon qilingan.

I.BOB. SONLARNI POZITSION SISTEMASI TUSHUNCHASINI KENGAYTIRISH

1.1.Sonlarning pozitsion sistemasida bo'lish

Bu bo'lim sonlarning pozitsion sistemasida tasvirlashning mohiyatini o'rganishga bag'ishlanadi. Har qanday sonlarning pozitsion sistemasining asosi hisoblangan bo'lish algoritmining tahlilidan boshlaymiz. Kodlarning boshlang'ich obrazidan so'ng sonlarning aralash sistemasining algebraik ifodasi tushunchasi kiritiladi. Eng boshlang'ich tushunchalar:

Ta'rif. Butun nomanfiy a sonni b natural songa qoldikli bo'lish deb, $a=bq+r$ va $0<r<b$ bo'ladigan butun nomanfiy q va r sonlarni topishga aytiladi.

Teorema: Ixtiyoriy butun nomanfiy a soni va b natural son uchun $a=b\cdot q+r$, bunda $0<r<b$, bo'ladigan butun nomanfiy q va r sonlar mavjud. Bu xossaga ega bo'lgan butun nomanfiy sonlar jufti (q,r) yagonadir.

Qoldikli bo'lishning nazariy to'plam ma'nosi qanday ekanini aniqlaymiz.

$a=n(A)$ va A to'plam $A_1, A_2 \dots A_q$, X to'plamlarga ajratilgan bo'lib, bunda $A_1, A_2 \dots A_q$, to'plamlar teng quvvatli va b tadan elementni olgan, X to'plam esa $A_1, A_2 \dots A_q$ to'plamlarning har biridagi elementlaridan kam elementlarga ega bo'lsin. Masalan, $n(X)=r$. U holda $a=bq+r$ bo'ladi, bunda $0<r<b$. Shunday qilib to'liqmas bo'linma q -bu A to'plamni ajratishdagi (har birida b tadan element bo'lgan) teng quvvatli qism to'plamlar soni, qoldiq r - X to'plamdagi elementlar soni. Qoldikli bo'lish bilan tanishish misol tariqasida 9 ta boladan 4 ta juft tuzish va bitta bola juftsiz qolish vaziyatini qarab chiqishda yuz beradi, ya'ni to'liqmas bo'linma va qoldiq bilan tanishish, mohiyatiga ko'ra, nazariy to'plam asosida yuz beradi. Qoldikli bo'lishning quyidagicha yozilishidan foydalaniladi.

$$9:2=4(1 \text{ qoldiq}).$$

Agar bo'lishda qoldiq qolsa, u holda qoldiq bo'luvchidan har doim kichik bo'lishi ta'kidlab o'tiladi.

Natural sonning ma'nosi va sonlar-kattaliklarni o'lchash natijalari ustida amallar ma'nosi.

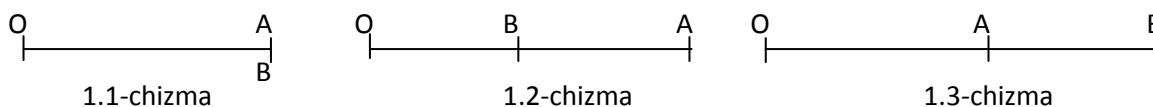
a va b kesmalar berilgan bo'lsin. Bu kesmalarga teng kesmalarni boshi O nuqtada bo'lgan biror nurga qo'yamiz. $OA=a$ va $OB=b$ kesmalarni hosil qilamiz. Uchta hol bo'lishi mumkin.

1. A va B nuqtalar ustma-ust tushadi (1.1-chizma). U holda OA va OB - bitta kesma, a va b kesmalar esa unga teng, demak, $a=b$.

2. B nuqta OA kesma ichida yotadi (1.2-chizma). U holda OB kesma OA kesmadan kichik (yoki OA kesma OB kesmadan katta) deyiladi va bunday yoziladi: $OB < OA$ ($OA > OB$) yoki $b < a$ ($a > b$).

3. A nuqta OB kesma ichida yotadi. (1.3-chizma) U holda OA kesma OB kesmadan kichik deyiladi va bunday yoziladi:

$OA < OB$ yoki $a < b$ ($b > a$).



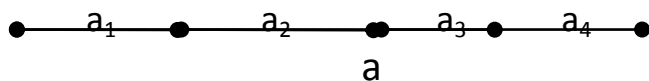
(A va B nuqtaning kesmada tasvirlanishi)

Kesmalar ustida turli amallar bajariladi.

Ta'rif: Agar a kesma $a_1, a_2, \dots, a_n$ kesmalarning birlashmasi bo'lib, kesmalarning birortasi ham ichki umumiy nuqtaga ega bo'lmasa (bir-biri bilan ustma-ust tushmasa) va bir kesma ikkinchi kesmaning oxiriga birin-ketin tutashsa, a kesma bu kesmalarning yig'indisi deyiladi.

Bunday yoziladi: $a = a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

Masalan, 1.4-chizmada tasvirlangan a kesmani a_1, a_2, a_3, a_4 kesmalarning yig'indisi deyish mumkin.

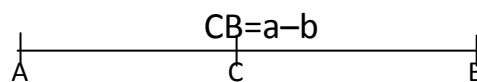
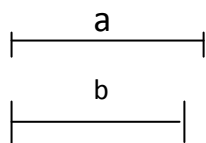


1.4-chizma. a_1, a_2, a_3, a_4 kesmalarning yig'indisi.

Ta'rif: a va b kesmalarning $a-b$ ayirmasi deb, shunday c kesmaga aytiladiki, uning uchun $b+c=a$ tenglik o'rinli bo'ladi.

a va b kesmalarning ayirmasi bunday topiladi. a kesmaga teng AB kesma yasaladi va unda b kesmaga teng AC kesma ajratiladi.

U holda (1.5-chizma) CB kesma a va b kesmalarning $a-b$ ayirmasi bo'ladi.



1.5-chizma. a va b kesmalarning $a-b$ ayirmasi.

Ravshanki, a va b kesmalarning ayirmasi mavjud bo'lishi uchun b kesma a kesmadan kichik bo'lishi zarur va yetarlidir.

Kesmalar ustida amallar qator xossalarga ega. Ulardan ba'zilarini isbotsiz keltiramiz.

1. Har qanday a va b kesmalar uchun $a+b=b+a$ tenglik o'rinli, ya'ni kesmalarni qo'shish o'rin almashtirish qonuniga bo'ysunadi.

2. Har qanday a, b, c kesmalar uchun

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

tenglik o'rinli, ya'ni kesmalarni qo'shish guruhlash qonuniga bo'ysunadi.

3. Har qanday a va b kesmalar uchun

$$a+b \neq a.$$

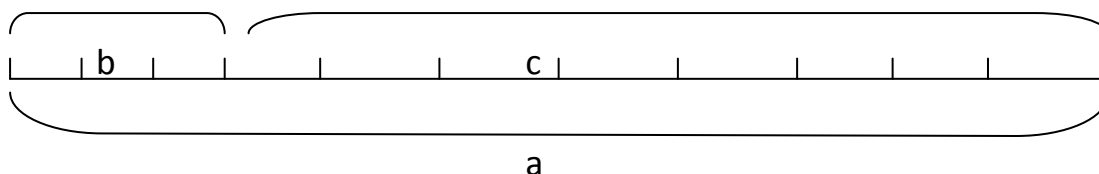
4. Har qanday a, b va c kesmalar uchun $a < b$ bo'lsa, u holda $a+c < b+c$ bo'ladi.

So'ngra berilgan a kesma birlik e kesma bilan taqqoslanadi. Agar a kesma e birlik kesмага teng n ta kesma yig'indisi bo'lsa, bunday yoziladi:

$$a = e + e + \dots + e = ne$$

Shuni eslatib o'tish muhimki, har qanday natural son n uchun uzunligi shu son bilan ifodalanadigan kesma mavjud bo'ladi. Bunday kesma yasash uchun e uzunlik birligini birin-ketin n marta qo'shish yetarlidir.

1.Qo'shish. Masalan, 3 va 8 sonlari b va c kesmalar uzunliklarini e birlik yordamida o'lchash natijalari bo'lsin, ya'ni $b=3e$, $c=8e$. Ma'lumki $3+8=11$. Ammo(1.6-chizma) 11 soni qaysi kesma uzunligini o'lchash natijasi bo'ladi? Ravshanki, bu $a=b+c$ kesma uzunligining qiymatidir



1.6-chizma. b va c kesmalarni qo'shish.

Mulohazani umumiy ko'rinishda yuritamiz. a kesma b va c kesmalar yig'indisi hamda $b=me$, $c=ne$ bo'lsin, bunda m va n –natural sonlar. U holda b kesma m ta bo'lakka, c kesma n ta shunday bo'lakka bo'linadi, bu bo'laklarning har biri birlik kesma e ga teng. Shunday qilib, butun a kesma $m+n$ ta shunday bo'lakka bo'linadi. Demak, $a=(m+n)e$. Shunday qilib, m va n natural sonlar yig'indisini uzunliklari m va n natural sonlar bilan ifodalanadigan b va c kesmalardan tuzilgan a kesma uzunligining qiymati sifatida qarash mumkin ekan.

2.Ayirish. Agar a kesma b va c kesmalardan iborat bo'lib, a va b kesmalarning uzunliklari m va n natural sonlar bilan ifodalansa (bir xil uzunlik birligida), c kesma uzunligining qiymati a va b kesmalar uzunliklari qiymatlarining ayirmasiga teng: $c=(m-n)e$, ya'ni natural sonlarning $m-n$ ayirmasini uzunliklari mos ravishda m va n natural sonlar bilan ifodalangan a va b kesmalar ayirmasi bo'lgan c kesma o'zunligining qiymati sifatida qarash mumkin ekan.

Kattaliklarning qiymatlari bo'lgan natural sonlarni qo'shish va ayirishning ma'nosini aniqlash bunday masalalarni yechishda amallarni tanlashni asoslashga imkon beradi.

Pozitsion va pozitsion bo'lmagan sanoq sistemalari.

Son tushunchasi bu juda qadimiy tushunchalardan biridir. Sonlarning nomlanishi, joylashishi, yozilishi turli davrlarda, turli mamlakatlarda turlicha bo'lgan.

Matematikada sonlarning o'qilishi, yozilishi, ular ustida bajariladigan amallar tiliga sanoq sistemalari deb ataymiz.

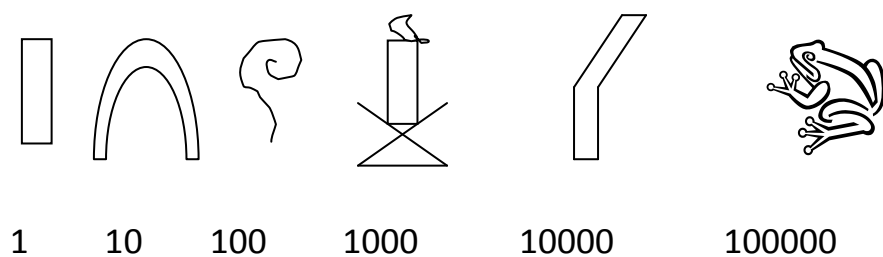
Barcha sanoq sistemalari o'zining "Grammatik qurilishi" jihatidan pozitsion bo'lmagan (npozitsion) va pozitsion sanoq sistemalariga bo'linadi.

Dastlab pozitsion bo'lmagan sanoq sistemalar to'g'risida fikr yuritaylik.

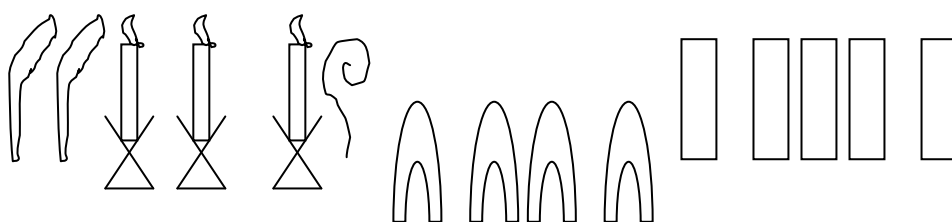
So'zimizni eng qadimgi sanoq sistemalardan biri Misr sanoq sistemasidan boshlaymiz. U ehtimol bundan 5000 yil muqaddam paydo bo'lgandir. Misr sanoq sistemasida son ishoralari qanday tasvir etilgan va ular yordamida qanday qilib sonlar yozilgan, shuni ko'rib o'taylik.

Misr sanoq sistemasida bir, o'n, yuz, ming, o'n ming, yuz ming, million sonlari uchun maxsus ishoralar (ierogliflar) bo'lgan.

Bular quyidagilardir.



Masalan, butun son 23145 ni qadimgi Misr sanoq sistemasida ifodalaylik:



Buni yozish uchun o'n minglikni ifodalovchi ikkita ieroglifni, so'ngra mingni ifodalovchi uchta ieroglifni yuzlikni ifodalovchi 1 ta ieroglif, o'nlikni ifodalovchi 4 ta, birni ifodalovchi 5 ta ieroglifni qator qilib yozganlar .

Shunday qilib son yozishda har bir ieroglif ko'pi bilan to'qqiz marta takrorlanishi mumkin edi. Misr sanoq sistemasida nol uchun ishora bo'lmagan. Qadimgi sanoq sistemalaridan yana biri bu qadimgi Rim sanoq sistemasidir. Qadimgi Gretsiyada foydalanilgan, Attik yoki Gerodian sistemasi deb atalgan sanoq sistemasidagi ba'zi sonlarni quyidagicha belgilardan foydalanganlar.

Bu ikki ko'rinishdagi sanoq sistemalardan shu narsani ko'rish mumkinki, har bir raqam qaysi o'rinda kelishidan qat'iy nazar doim bitta sonni ifodalaydi.

Pozitsion bo'lmagan sanoq sistemalaridan yana biri va hozir ham qo'llaniladigan sistema bu Rim sanoq sistemasidir.

Rim raqamlari bilan butun sonlarni yozish uchun quyidagi 7 ta asosiy sonlarning tasvirlarini esda saqlash kerak.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	20	30	40	50				
N	G	X	G	M				

-belgi 47 sonini

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Shu sonlar bilan 4000 gacha istalgan butun sonni yoza olamiz. Shu bilan birga, bir sonda bu raqamlardan ba'zilar (I, X, C, M) uch martagacha takrorlanishi mumkin. Sonlarni rim raqamlarida yozishda kichikroq raqam katta raqamning o'ng tomonida turishi mumkin. Bu holda kichik raqam katta raqamga qo'shiladi. Masalan, 283 soni rim raqamlarida CCLXXXIII. Misolimizda yuzlikni ifodalovchi raqam 2 marta o'nlik va birlikni ifodalovchi raqamlar 3 martadan takrorlangan. Bu sanoq sistemasida kichik raqam katta raqamning chap tomoniga yozilishi mumkin. Bunday hollarda kichik raqamni katta raqamdan ayirish kerak bo'ladi. Masalan: XCIV=100-10+5-1=94 ni ifodalaydi. Bu sistemada ham nolni ifodalovchi ishora yo'q. Masalan: 1809 ni MDCCCIX belgi ishlatish mumkin. Rim raqamlari yordamida katta raqamlarni ham yozish mumkin. Buning uchun ming sonini yozgan o'ng tomondan pastga lotin m harfi qo'yiladi.

Pozitsion bo'lmagan sanoq sistemasi shu bilan xarakterlanadiki, berilgan sistemada sonlarni belgilash uchun qabul qilingan belgilar to'plamining har bir

belgisi sonning yozuvida bu belgining qanday joylashishiga bog'liq bo'lmagan holda hamma vaqt bitta va faqat bitta sonni ifodalaydi.

Birinchi pozitsion sanoq sistemalari qadimgi Vavilionda vujudga kelgan bo'lib, ular 60 lik sanoq sistemalaridir. Vavilionliklar asosan 2 ta ishora (1ni ifodalovchi ∇ pona va o'nni bildiruvchi gorizontal $\triangleleft$ pona) yordamida sonlarni ifodalashgan.

Eng ko'p tarqalgan sanoq sistemasi bu 10 lik sanoq sistemasidir. Bu birinchi bo'lib Hindistonda asrda vujudga kelib, keyin arablar orqali Yevropaga tarqalgan. Hozirgi paytda ham jahonda 10 lik sanoq sistemasidan keng foydalanilyapti.

Bu sistemaning dastlabki sonlari ;

$$[0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9] \quad \text{lar}$$

Bu to'plam o'nlik sanoq sistemasining “alfavit”idir.

Ta'rif: n natural sonning $n = n_k \bullet 10^k + n_{k-1} \bullet 10^{k-1} + \dots + n_1 \bullet 10 + n_0$ ko'rinishdagi yozuviga sonning 10 lik sanoq sistemasidagi yozuvi deb aytiladi. Bunda $n_k, n_{k-1}, \dots, n_0$, -lar manfiy bo'lmagan butun sonlar bo'lib, 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 raqamlaridan birortasini ifodalovchi sonlardir.

Sonning o'nli sanoq sistemasidagi yozuvini qisqacha

$$n = \overline{n_k, n_{k-1}, \dots, n_0}, \quad \text{deb yozadilar.}$$

$$\text{Masalan: } 3749 = 3 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 9$$

Xuddi sonning o'nlik sanoq sistemasidagi yozuvi singari istalgan natural sonni q lik sanoq sistemasida quyidagi yig'indi shaklida ifodalash mumkin:

$$N = n_k \bullet q^k + n_{k-1} \bullet q^{k-1} + \dots + n_1 \bullet q + n_0 \quad (n_k \neq 0), \text{ bunda}$$

$$0 \leq n_k \leq q-1$$

$$0 \leq n_{k-1} \leq q-1$$

$$0 \leq n_0 \leq q-1.$$

Bu yozuvni qisqacha quyidagicha yozish ham mumkin:

$$n = n_k n_{k-1} \dots n_0 \text{ (} q \text{)}$$

Masalan: $n = 475_{(8)}$ -bu son sakkizlik sanoq sistemasida berilgan.

Bir sanoq sistemasidan ikkinchi bir sanoq sistemasiga o'tish uchun oldin birinchi sanoq sistemasidan o'nlikka o'tib, undan esa izlangan sanoq sistemasiga o'tish mumkin va bir sanoq sistemasidan ikkinchi bir sanoq sistemasiga to'g'ridan-to'g'ri o'tish mumkin. Hozir quyida shu 2 masalani qarab chiqamiz:

1-masala: n sonining q lik sanoq sistemasidagi yozuvi

$$n = n_k n_{k-1} \dots n_0 \text{ (} q \text{)}$$

bo'lsin. Bu sonning o'nlik sanoq sistemasidagi yozuvini toping.

$$\text{Ta'rifga ko'ra } n = n_k n_{k-1} \dots n_0 \text{ (} q \text{)} = \overline{n_k \bullet q^k + n_{k-1} q^{k-1} + \dots + n_1 \bullet q + n_0}$$

Bu sonlar ustida amallarni bajarib, hosil qilgan son izlangan son bo'ladi.

Masalan: 1) $n = 362_{(7)}$ sonni o'nlik sanoq sistemasidagi yozuvini toping.
 $362_{(7)} = 3 \cdot 7^2 + 6 \cdot 7 + 2 = 191$. Demak, $362_{(7)} = 191$

2-masala: Berilgan o'qli sanoq sistemasidagi sonni q lik sanoq sistemasidagi yozuvini topaylik,

$n = n_k \bullet q^k + n_{k-1} q^{k-1} + \dots + n_1 \bullet q + n_0$ berilgan bo'lsin. Bu sonni quyidagicha yozish mumkin; $N = q \bullet (n_k q^{k-1} + n_{k-1} \bullet q^{k-2} + \dots + n_1) + n_0$, bu erda $0 \leq n_0 < q$

Bu yozuvdan ko'rinadiki, n_0 -n sonini q soniga bo'lganda bo'lishdan chiqqan qoldiqdir. Xuddi shunday n_1 qoldiq topiladi va hokazo.

Natijada bu jarayon to bo'linma nolga teng bo'lguncha davom ettiriladi, so'ngra qoldiqlar qator qilib oxiridan yozib chiqilsa, hosil bo'luvchi son q lik sanoq sistemasida sonning yozuvi bo'ladi.

Masalan: 1) 46 sonining 2 lik sanoq sistemasidagi yozuvini toping.

$$\begin{array}{r}
 46 \overline{) 2} \\
 \underline{0} \overline{) 23} \overline{) 2} \\
 \underline{1} \overline{) 11} \overline{) 2} \\
 \underline{1} \overline{) 5} \overline{) 2} \\
 \underline{1} \overline{) 2} \overline{) 2} \\
 \underline{0} \overline{) 1} \overline{) 2} \\
 \underline{1} \overline{) 0}
 \end{array}$$

Demak, $46 = 101110_{(2)}$ natijani to'g'riligini tekshiramiz:
 $101110_{(2)} = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 + 0 = 46$

Ikkita ixtiyoriy sonlar masalan: 24.5 va 7.2 berilgan bo'lib, ular mos ravishta bo'linuvchi va bo'luvchi deb ataladi. Quyidagicha yozsak:

$$24.5 = 1 \cdot 7.2 + 17.3$$

$$24.5 = 2 \cdot 7.2 + 10.1$$

$$24.5 = 3 \cdot 7.2 + 2.9$$

$$24.5 < 4 \cdot 7.2$$

Eng katta nomanfiy butun son 3, yani 7.2 ni 3 ga ko'paytmasi 24.5 dan oshmaganligi uchun, uni bo'linmaning butun qismi deb ataladi. Tari'f bo'yicha bo'luvchidan olinmaydigan 2.9 soni qoldiq hisoblanadi. Yuqorida keltirilgan jarayon, ya'ni butun va qoldiqni topishga bo'lish algoritmi deyiladi.

Umumiy holda nomanfiy D va musbat d berilganda, bo'lish algoritmi quyidagi natijani beradi:

$$D = d * q + \rho \quad (0 \leq \rho < d, \quad q - \text{butun son}) \quad (1.1)$$

(D,d) sonlar jutligiga mos keladigan (1.1)tenglamani qanoatlantiradigan bitta va faqat bitta butun q va qoldiq p mos keladi.

Faraz qilaylik, biror butun $m>1$ soni berilgan bo'lsin .butun sonli B o'zgaruvchi m diapozonga tegishli deymiz,agar u faqa butun sonli qiymatlar $0,1,2,\dots,m-1$ ni qabul qilsa.

Buni quyidagicha yozamiz

$$0 \leq \delta \leq m - 1 \quad (1.2)$$

Butun sonli $\delta_0, \delta_1, \gamma$ o'zgaruvchilarni mos ravishda $m_0, m_1, m_0 m_1$ diapozonlarga mos kelishini quyidagicha belgilaymiz:

$$0 \leq \delta_0 \leq m_0 - 1, 0 \leq \delta_1 \leq m_1 - 1, 0 \leq \gamma \leq m_0 m_1 - 1 \quad (1.3)$$

δ_0, δ_1 o'zgaruvchilar noma'lum, yani ularning har biri o'zining diapozoni ichida ixtiyoriy qiymatni qabul qilishi mumkin bu boshqa o'zgaruvchining qiymatlariga mutlaqo bog'liq emas.

Agar m_0 va m_1 diapozonlar, qandaydir umumiy qabul qilingan holda tartiblangan (m_0, m_1) bo'lsa, u holda ixtiyoriy tartiblangan (δ_0, δ_1) juftlik qiymatlari (δ_0 va δ_1 o'zgaruvchilar o'zlarining diapazonlaridagi) konfiguratsiya deyiladi.

Masalan, $m_0 = 3; \quad m_1 = 2$ da $0 \leq \delta_0 \leq 2, 0 \leq \delta_1 \leq 1$ va $0 \leq \gamma \leq 5$

(δ_0, δ_1) konfiguratsiyalar orasida bir qiymatli moslik yoki tasvirini ixtiyoriy topish mumkinki, ularning miqdori $m_0 m_1$ ga γ o'zgaruvchi qabul qiladigan qiymatlari miqdori ham xuddi shunday $m_0 m_1$ gateng bo'ladi. Har qanday bunday tasvir kod deyiladi.

1.1-jadval (1.1) da ikkita $6!=720$ turli xil imkoniyatli kodlar, $m_0 = 3; \quad m_1 = 2$ qiymatlar uchun mos holda keltirilgan. γ miqdorni δ_0 va δ_1 o'zgaruvchilarning

funksiyasi sifatida o'rganib, γ ni δ_0, δ_1 o'zgaruvchilar bilan bog'laydigan ixtiyoriy 720 xil kodli ko'phad shaklida yozish mumkin:

Kod a : $\gamma = \delta_0 + 3\delta_1$

Kod b : $\gamma = \delta_1 + 2\delta_0$

(kodlar 1.1-jadvalda keltirilgan)

1.1-jadval. a va b kod asosida tuzilgan.

Kod	A		B	
γ	$\delta_0 \delta_1$		$\delta_0 \delta_1$	
0	0	0	0	0
1	0	1	1	0
2	0	2	0	1
3	1	0	1	1
4	1	1	02	
5	1	2	1	2

Bu birinchi tartibli ko'phadlarning soddaligiga e'tibor beraylik, ularga mos kodlar chiziqli kodlar deyiladi.

Boshqa kodlar a va b lardan tashqari, o'zgaruvchilarning birdan katta bo'lgan darajasiga ega. Masalan, $\delta_0 * \delta_1$.

Endi (1.1) tenglamaga qaytsak va quyidagi almashtirishlarni, ya'ni bo'luvchi D ni γ bilan, bo'luvchidni m_0 bilan ρ qoldiqni esa δ_0 bilan almashtirsak :

$$\gamma = \delta_0 + m_0 \delta_1, \quad \text{bunda} \quad 0 \leq \delta_0 \leq m_0 - 1 \quad (1.4)$$

$$0 \leq \delta_1 \leq m_1 - 1 \text{ tengsizlikdan,}$$

$$0 \leq \gamma \leq m_0 m_1 - 1$$

ekanligi kelib chiqadi va aksincha.

Umuman olganda, berilgan m_0, m_1 diapazonlarda va $\delta_0, \delta_1, \gamma$ o'zgaruvchilarning (1.3) tengsizlikni qanoatlantirishdan, har qanday γ qiymat uchun bitta va faqat bitta (δ_0, δ_1) konfiguratsiya mavjud bo'ladiki u (1.4) tenglamani qanoatlantiradi va aksincha, har qanday (δ_0, δ_1) konfiguratsiya bitta va bitta γ ning qiymatiga mos keladi.

Endi, yanada murakkabroq hol m_0, m_1, m_2 diapazonlarning erkli $\delta_0, \delta_1, \delta_2$ o'zgaruvchilarni qaraymizki, har qaysi o'zining mos diapazoniga ega. Bularga γ o'zgaruvchilarni ham kiritamiz, uning diapazoni $m_0 m_1 m_2$ ya'ni

$$0 \leq \gamma \leq m_0 m_1 m_2 - 1 \quad (1.5)$$

Butun sonli uch o'zgaruvchili qiymatlar uchun konfiguratsiya tushunchasini kengaytirish mumkin. Har bir γ ning qiymatiga bitta va faqat bitta $(\delta_0, \delta_1, \delta_2)$ konfiguratsiya mos keladi va (6) tenglamani qanoatlantiradi va aksincha:

$$\gamma = \delta_0 + m_0(\delta_1 + m_1\delta_2) = \delta_0 + m_0\delta_1 + m_0m_1\delta_2, \quad (1.6)$$

yoki

$$\gamma = \pi_0\delta_0 + \pi_1\delta_1 + \pi_2\delta_2. \quad (1.7)$$

Bunda $\pi_0 = 1, \pi_1 = m_0, \pi_2 = m_0m_1$ lar (1.7) tenglama hajm(vesoviy) koeffisientlari.

Endi bu (1.7) tenglama qandaydir chiziqli kodni aniqlaydi va sonlarning ixtiyoriy pozitsion sistemasini tashkil etadi.(Masalan o'nlik yoki ikkilik). Misol sifatida m_0, m_1, m_2 butun sonli qiymatlar 2,3,4 barcha $3!=6$ mumkin bo'lgan hollar

uchun ko'phadlarni keltiramiz. Ularni ketma-ketligini mos ravishda quyidagicha 1.2-jadvalda yozamiz:

1.2-jadval. m_0, m_1, m_2 larning turli kombinatsiyasi.

Kod N	m_0, m_1, m_2 larning turli kombinatsiyasi	$\gamma = \pi_0\delta_0 + \pi_1\delta_1 + \pi_2\delta_2$ shakli
1.	(4, 3, 2)	$\gamma = \delta_0 + 2\delta_1 + 6\delta_2$
2.	(4, 2, 3)	$\gamma = \delta_0 + 3\delta_1 + 6\delta_2$
3.	(3, 4, 2)	$\gamma = \delta_0 + 2\delta_1 + 8\delta_2$
4.	(3, 2, 4)	$\gamma = \delta_0 + 4\delta_1 + 8\delta_2$
5.	(2, 4, 3)	$\gamma = \delta_0 + 3\delta_1 + 12\delta_2$
6.	(2, 3, 4)	$\gamma = \delta_0 + 4\delta_1 + 12\delta_2$

Endi misol sifatida $\gamma = 14$ qiymat uchun, 1-6 kodlar quyidagi konfiguratsiyalarini quramiz:

Konfiguratsiya $\gamma = \delta_0 + 2\delta_1 + 8\delta_2$ bular qiymat sohasida ma'lum bir vazifani bajaradi.

1.	(2,1,0)	$14=0+2*1+6*2$
2.	(2,0,2)	$14=2+3*0+6*2$
3.	(1,3,0)	$14=0+2*3+8*1$
4.	(1,1,2)	$14=2+4*1+8*1$

- | | | |
|----|---------|-----------------|
| 5. | (1,0,2) | $14=2+3*0+12*1$ |
| 6. | (1,0,2) | $14=2+4*0+12*1$ |

Bunda m_0, m_1, m_2 va $\delta_0, \delta_1, \delta_2$ lar arab tartibida, ya'ni o'ngdan chapga tomon tuzilgan.

1.2 Sonlarni aralash asosdagi pozitsion sistemalari.

Asos b , butun sonlarning tartiblangan ketma-ketligi sifatida aniqlanadi:

$$b = (m_0, m_1, m_3, \dots, m_i, \dots, m_{n-1}), \text{ bunda } m_i > 1. \quad (1.8)$$

Bu b asos n uzunlik (yoki razryadga) ega butun $m_0, m_1, m_3, \dots, m_i, \dots, m_{n-1}$ sonlar esa diapozonlar yoki b asosning ildizlari deyiladi. Har qanday butun qiymatli $\delta_0, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n-1}$ tanlanma ularga mos individual diapazonlar bilan birgalikda conform konfiguratsiya deb ataladi. Boshqacha aytganda,

$$0 \leq \delta_i \leq m_{i-1}, \text{ barcha } i\text{-lar uchun} \quad (1.9)$$

bo'lsa, b asosning conform konfiguratsiyasi deyiladi.

Har qanday i indiksli hadga π_i hajmiy biriktiriladi:

$$\pi_i = m_0 m_1 \dots m_i, \text{ bunda } \pi_0 = 1 \quad (1.10)$$

Bundan γ butun o'zgaruvchili ixtiyoriy qiymatiga, qaysiki u π_n diapazonga tegishli (yani $0 \leq \gamma \leq \pi_n - 1$ bitta va faqat bitta (1.11) tenglamani qanoatlantriruvchi $(\delta_0, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n-1})$ konfiguratsiya mos keladi va aksincha:

$$\gamma = \delta_0 + m_0(\delta_1 + m_1(\delta_2 + m_2(\delta_3 + m_3(\delta_4 + \dots + m_{n-2}\delta_{n-1}))) = \delta_0 + m_0\delta_1 + m_0m_1\delta_2 + \dots + m_0m_1\dots m_{n-2}\delta_{n-1}$$

$$\text{Yoki } \gamma = \pi_0\delta_0 + \pi_1\delta_1 + \pi_2\delta_2 + \pi_3\delta_3 \dots + \pi_{n-1}\delta_{n-1} \quad (1.11)$$

Bu yerda qavslar qo'yilishiga sabab, isbotni matematik induksiya metodi bilan n bo'yicha amalga oshirish mumkinligi maqsadida yozilgan. γ sonining n asosga ko'ra ko'rinishi $(\delta_0, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_i, \dots, \delta_{n-1})$ bir qiymatli konfiguratsiya orqali tasvirlash mumkin. Buni teskari yo'nalishda o'ngdan chapga qilib yozamiz, $i=0$ ga mos keluvchi eng oxirgi songa nuqta qo'yish mumkin.

δ_i butun sonni γ sonning b asosga ko'ra i -belgili sonni yoki i -rangli belgisi deb $(\delta_i^\gamma)_b$ yoki δ_i^γ ko'rinishdagi shaklni olamiz. Shunday qilib, γ sonning ko'rinishi quyidagi shaklda yoziladi.

$$\gamma = (\delta_{n-1}^\gamma, \delta_{n-2}^\gamma, \dots, \delta_i^\gamma, \dots, \delta_2^\gamma, \delta_1^\gamma, \delta_0^\gamma)_b = \sum \delta_i^\gamma \pi_i. \quad (1.12)$$

1.2-jadvalga tuzgan holda quyidagiga ega bo'lamiz:

$$14 = (210)_a = (202)_b = (130)_c = (112)_d = (102)_e = (102)_f.$$

$$\text{Bunda } a = (4, 3, 2), b = (4, 2, 3), c = (3, 4, 2), d = (3, 2, 4), e = (2, 4, 3), f = (2, 3, 4).$$

Agar $m_0 = m_1 = m_3 = \dots = m_i = \dots = m_{n-1} = m$ u holda biz bir xil m asosli sanoq sistemasiga kelamiz, ya'ni $\pi_i = m^i$. Bundan:

$$\gamma = (\delta_{n-1}^\gamma, \delta_{n-2}^\gamma, \dots, \delta_i^\gamma, \dots, \delta_2^\gamma, \delta_1^\gamma, \delta_0^\gamma)_m = \sum_{i=0}^{n-1} \delta_i^\gamma m^i. \quad (1.13)$$

Qolgan barcha hollarda aralash asosdagi sanoq sistemalari deyiladi. 2-jadvaldagi γ soni bilan 10 asosga va boshqa asosdagi (2,3 yoki 5) ko'rinishda keltirilgan. 10 asosga ko'ra sonlarni ifodalanishi hammaga ma'lum hind (arab) sanoq sistemi deb ham yuritiladi. Qolganlari esa deyarli ishlatilmaydi. Ammo turli sanoq sistemalar masalan o'n oltilik (mesopotamiya), yigirmalik (mayyahindulari) hamda o'n ikkilik (Buffon, chunki 12 ham 2,3,4, va 6 bo'linadi) tashkil etadi. Shu bilan birga pozitsion bo'lmagan boshqa sistemalar borki, ularning ko'plab afzalliklari ega, masalan, binomial sanoq sistemi, Fibbonachi sistemi va hokozalari.

10 lik sanoq sistemalaridan farqlanuvchi sanoq sistema(tizim)larida keltirilgan sonlar qavslar ichida yozilib, uning asosi esa sikllarda keltiriladi, xuddi shuningdek aralash sanoq sistemalari ham:

$$(101.)_2=(12.)_3=5; (211.)_a=15 \text{ agar } a=(4,3,2), (132)_b=2 \text{ agar } b=(3,4,2).$$

Bu yozuvda chap tomonga xoxlaganicha nollarni yozgan bilan qiymati o'zgarmaydi, eng chapda turgan noldan farqli raqam eng katta qiymatni aks ettiradigan raqam hisoblanadi. Agar s soni, γ butun sonning eng katta qiymatini aks ettiradigan miqdor bo'lsa, yoki $s-1$ rang uning eng katta qiymatini bildirsa, u holda

$$\begin{aligned} \pi_{s-1} \leq \gamma \leq \pi_s - 1, \quad \text{yoki} \\ \pi_{s-1} - 1 < \gamma < \pi_s \end{aligned} \tag{1.14}$$

Masalan, γ ixtiyoriy son, uchta raqamli o'nlik sanoq sistemasida berilgan, ya'ni $100 \leq \gamma \leq 999$ yoki $99 < \gamma < 1000$. Xuddi shuningdek, γ ixtiyoriy uch xonali ikkilik sanoq sistemasidagi son (yoki bit), u holda $(1000.)_2 \leq \gamma \leq (1111.)_2$ yoki $(111.)_2 < \gamma < (10000.)_2$. Bu degani $8 \leq \gamma \leq 15$ yoki $7 < \gamma < 16$.

Demak, biz aytaylik $\gamma = (101.)_2 = (12.)_3$ butun sonini ifodalaganda, o'nlik sanoq sistemasida 5 ni, xuddi shuningdek $(101.)_2$ ikkilik va $(12.)_3$ uchlik sanoq sistemalaridagi ko'rinishlari tushinishimiz, ya'ni bularning barchasi bitta abstract matematik tushuncha bo'lib, ular bir-biriga ekvivalent.

Son tasviri tushunchalar orasidagi farqni to'g'ri anglab tushinishimiz kerak

1.3 Butun sonning raqamlarini topish.

Faraz qilaylik, γ butun sonini b asosga ko'ra ifodalangan sanoq sistemasidagi ko'rinishini topishimiz kerak bo'lsin. Aytaylik o'nlik sanoq sistemasidagi ifodasidagi raqamlarni aniqlaylik.

1.3-jadval. m asos ko'ra pozitsion sanoq sistemasi.

m=10	m=5	m=3	m=2
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	10
3	3	10	11
4	4	11	100
5	5	12	101
6	10	20	110
7	11	21	111
8	12	22	1000
9	13	100	1001
10	14	101	1010
11	20	102	1011
12	21	110	1100
13	22	111	1101
14	23	112	1110
15	24	120	1111
16	30	121	10000
17	31	122	10001
18	32	200	10010
19	33	201	10011
20	34	202	10100
21	40	210	10101
22	41	211	10110
23	42	212	10111
24	43	220	11000
25	44	221	11001

Quyida keltirilgan metodlar bo'lish algoritmining ketma-ketligidagi qadamlar:

1-metod:

1. γ ni m_0 ga bo'lamiz. Butun qismi q_1 va qoldiq δ_0^γ ;
2. q_1 ni m_1 ga bo'lamiz. Butun qismi q_2 va qoldiq δ_1^γ ;
3. q_2 ni m_2 ga bo'lamiz. Butun qismi q_2 va qoldiq δ_2^γ bo'lsin;

Xuddi shunday davom etamiz, qachonki qandaydir s -qadamgacha

s . q_{s-1} ni m_{s-1} ga bo'lamiz. Butun qismi 0 va qoldiq δ_{s-1}^γ .

Misol uchun $b=(5,4,3,2)$: $\pi_0 = 1, \pi_0 = 1, \pi_1 = 2, \pi_3 = 6, \pi_3 = 24, \pi_4 = 120$.

$$1. \quad \gamma = 115 = 2 \cdot 57 + 1$$

$$57 = 3 \cdot 19 + 0$$

$$19 = 4 \cdot 4 + 3$$

$$4 = 5 \cdot 0 + 4 \quad \text{Demak } 115 = (4301.)_b.$$

$$2. \quad \gamma = 24 = 2 \cdot 12 + 0$$

$$12 = 3 \cdot 4 + 0$$

$$4 = 4 \cdot 1 + 0$$

$$1 = 5 \cdot 0 + 1 \quad \text{Demak } 24 = (1000.)_b = \pi_3$$

$$3. \quad \gamma = 119 = 2 \cdot 59 + 1$$

$$59 = 3 \cdot 19 + 2$$

$$19 = 4 \cdot 4 + 3$$

$$4 = 5 \cdot 0 + 4 \quad \text{Demak } 119 = (4321.)_b = \pi_4 - 1$$

(119 -eng katta to'rt razryadli conform butun son)

2-metod:

Yuqorida keltirilgan asosiy o'zgartirish algoritmi, qadamba qadam quyidagi shaklga keltirish mumkin : ($[A]$ – A sonni butun qismi belgilanishi)

$$1. \quad \gamma = m_0 \left[\frac{\gamma}{m_0} \right] + \delta_0^\gamma ;$$

$$2. \quad \left[\frac{\gamma}{m_0} \right] = m_1 \left[\frac{\left[\frac{\gamma}{m_0} \right]}{m_1} \right] + \delta_1^\gamma = m_1 \left[\frac{\gamma}{m_0 m_1} \right] + \delta_1^\gamma ;$$

$$3. \quad m_1 \left[\frac{\gamma}{m_0 m_1} \right] = m_1 \left[\frac{\gamma}{m_0 m_1 m_2} \right] + \delta_2^\gamma ;$$

va hokazo davom etadi.

Yoki, umumiy holda:

$$\delta_i^\gamma = \left[\frac{\gamma}{\pi_i} \right] - m_i \left[\frac{\gamma}{\pi_{i+1}} \right] = \left[m_i \frac{\gamma}{\pi_{i+1}} \right] - m_i \left[\frac{\gamma}{\pi_{i+1}} \right]. \quad (1.15)$$

Sonlar nazariyasidagi (taqqoslama haqidagi) bir teoremasiga asosan $[mA] - m[A] = ([mA] \bmod m_i)$ bunda $(N \bmod)$ - N sonning m ga bo'lgandagi qoldiqni bildiradi.

Shunday qilib,

$$\delta_i^\gamma = \left(\left[\frac{\gamma}{\pi_i} \right] \bmod m_i \right). \quad (1.16)$$

Oldingi qaralgan misol $\gamma=115$ ga qaytamiz :

$$\delta_0^\gamma = \left(\left[\frac{115}{1} \right] \bmod 2 \right) = 1 ,$$

$$\delta_1^\gamma = \left(\left[\frac{115}{2} \right] \bmod 3 \right) = 0 ,$$

$$\delta_2^\gamma = \left(\left[\frac{115}{6} \right] \bmod 4 \right) = 3 ,$$

$$\delta_3^\gamma = \left(\left[\frac{115}{24} \right] \bmod 5 \right) = 4 .$$

Demak, $115 = (4301)_b$.

Bu metodni $\gamma = 315$ sonini o'nlik sanoq sistemasidan ikkilik sanoq sistemasiga

$$\delta_0^\gamma = \left(\left[\frac{315}{1} \right] \bmod 2 \right) = 1 ,$$

$$\delta_5^\gamma = \left(\left[\frac{315}{32} \right] \bmod 2 \right) = 1 ,$$

$$\delta_1^\gamma = \left(\left[\frac{315}{2} \right] \bmod 2 \right) = 1 ,$$

$$\delta_6^\gamma = \left(\left[\frac{315}{64} \right] \bmod 2 \right) = 0 ,$$

$$\delta_2^\gamma = \left(\left[\frac{315}{4} \right] \bmod 2 \right) = 0 ,$$

$$\delta_7^\gamma = \left(\left[\frac{315}{128} \right] \bmod 2 \right) = 0 ,$$

$$\delta_3^\gamma = \left(\left[\frac{315}{8} \right] \bmod 2 \right) = 1 ,$$

$$\delta_8^\gamma = \left(\left[\frac{315}{256} \right] \bmod 2 \right) = 1 .$$

$$\delta_4^\gamma = \left(\left[\frac{315}{16} \right] \bmod 2 \right) = 1 ,$$

Biz bilamizki $315 < 2^i$ ixtiyoriy $i < 8$ uchun, bunda δ_8^γ raqam eng katta miqdorni bildiradigan qiymat bo'lib, u birga teng ekan.

Shunday qilib , qidirilayotgan ikki asosdagi son: $315_{10} = (100111011)_2$.

Sonni bir sanoq sistemasidan boshqasiga o'tkazish uchun keltirilgan 1-metod iteratsion metod hisoblanadi. Bu metod bilan δ_i^γ raqamni topish uchun δ_i^γ ni barcha raqamlarini bilishimiz zarur, bunda foydalanilgan 2-metodning ustunligi shundaki, δ_i^γ raqamni oshkor ko'rinishiga asoslanib, har bir raqamni alohida-alohida hisoblash imkonini beradi. Sonning butun qismini topish orqali

bajariladigan ifodada, iterasiya talab etilmaydi va hisoblash juda tez bajariladi. Vaholanki bu 2 – metodham algoritmik nuqtai-nazaridan bo'lish jarayonining xuddi o'zi.

Xulosa. Sonlarni paydo bo'lishi, natural sonli kattaliklarni natijalari ustida amallar oddiy geometrik kesma ma'nosida tahlil qilingan, turlicha belgilanishi hamda ularni pozitsion yoki nopozitsion sistemadagi shakli keltirilgan. Bunda sonlarning pozitsion sistemasida tasvirlashning mohiyatini o'rganishga bag'ishlanadi. Har qanday sonlarning pozitsion sistemasining asosi hisoblangan bo'lish algoritmining tahlilidan boshlangan. Kodlarning boshlang'ich obrazi, diapozoni, sonlarning uzunligi, conform konfiguratsiya, aralash sistemasining algebraik ifodasi tushunchalari kiritilgan.

Butun sonning raqamlarini topish uchun butun sonini asosga ko'ra ifodalangan sanoq sistemasidagi ko'rinishini topish kerak bo'lishi ko'rsatilgan:

Sonni bir sanoq sistemasidan boshqasiga o'tkazish uchun keltirilgan 1-metod iteratsion metod hisoblanadi. Ikkinchimetod esa sonning butun qismini topish orqali bajariladigan ifodada iterasiya talab etilmaydi va hisoblash juda tez bajariladi. Vaholanki bu – metodham algoritmik nuqtai-nazaridan bo'lish jarayonining o'zi.

II.B0B.PASKAL VEKTORI YORDAMIDA NATURAL SONLARNI BO'LISH.

2.1 Paskal vektori haqida tushuncha

Blez Paskal (PascalBlaise) (1623 – 1662)– fransuz faylasufi, yozuvchisi, matematiki, mexaniki va fiziki bo'lib, juda serqirra olim. Eng asosiy tadqiqotlari– geometriyadan, hamda to'la matematik induksiyaning metodini yaratgan.

Geometriyadan esa o'zining Paskal geometriyasi – maydon(kommutativ jism) ustida qurilgan tekislik geometriyasi nazariyasini ishlab chiqqan. Shu bilan birga Paskal ilmiy ishlari bilan bog'liq bo'lgan ehtimollikning Paskal diskret taqsimoti, binomial koeffisientlarni topishning Paskal uchburchagiga asoslangan sonlar jadvali,Paskal ulitkasi deb atalgan qutb koordinatalar sistemasida aniqlanadigan 4-tartibli algebraik tekis egri chiziqlari bilan fanda iz qoldirgan. Bularni ko'plab davom ettirish mumkin.

Paskalning bo'linish funksiyasiga tayangan holda, natural sonning ikkita yangi vektori: bo'linish Paskalning antivektori va Paskalning bo'linish vektori kiritilgan. Natural sonlarni qoldikli bo'lishda, ya'ni butun va kasr qism(qoldiq)dan iborat bo'ladigan yangi bo'linish usuli bayon qilingan. Bu usulning afzalligi shundan iboratki, "burchak" shakldagi bo'lishga nisbatan, bu usul ko'p hollarda kam amallar bajarishga sabab bo'ladi.

Bulardan tashqari Paskal vektori asosida bo'lishdan foydalanib, ko'plab tadbiqlarini davom ettirish mumkin.Masalan, axborotlarni himoyalashda algebra va sonlar nazariyasidan juda keng foydalaniladi. Ma'lumki juda qadimdan kodlash maxfiy yozuv uchun foydalinilgan. Rim imperatori Yuliy Sezar begonalar davlat ahamiyatiga ega ma'lumotlarni o`qiyolmasliklari uchun shartli belgilardan foydalangan. Uning shartli belgisi bo`yicha alifbo aniq sondagi harfga o`ngga yoki chapga suriladi. Axborotni ma'lum qoida, qonun va belgilar asosida qayta ifodalash kodlash(shifirlash) deb ataladi. Masalan, Paskalning bo'linish funksiyasiga tayangan holda ham foydalanish mumkin. EHMda axborot odatda, ikkilik yoki

ikkilik-o'nliksanoq tizimlarida kodlanadi.

Sanoq tizimi-bu, sonlarni belgilangan miqdoriy qiymatga ega bo'lgan belgilar asosida nomlash va tasvirlash usulidir. Sonlarni tasvirlash usuliga bog'liq ravishda sanoq tizimi pozitsion va nopozitsion bo'ladi. Pozitsion sanoq tizimida har bir raqamning miqdoriy qiymati uning sonidagi joyiga (pozitsiyasiga) bog'liq bo'ladi. Nopozitsion sanoq tizimida raqamlar o'zining miqdoriy qiymatini, ularning sonidagi joylashishi o'zgarganda, o'zgartirmaydi. Sonning pozitsion sanoq tizimida tasvirlash uchun ishlatiladigan turli raqamlar miqdori (R) sanoq tizimini asosi deyiladi. Raqamlar qiymati 0 dan R-1 gacha oraliqda yotadi. Umumiy holda ixtiyoriy aralash sonni R asosli sanoq tizimida yozish quyidagi qator ko'rinishiga ega:

$$N = a_{m-1}P^{m-1} + a_{m-2}P^{m-2} + \dots + a_kP^k + \dots + a_1P^1 + a_0P^0 + a_{-1}P^{-1} + \dots + a_{-5}P^{-5} + \dots$$

bu erda pastki indekslar raqamning sonidagi joylashgan joyini (razryadini) aniqlaydi.

Sonning butun qismida t ta, kasr qismida esa s razryadga ega bo'lgan holda, jami turli xil m ta sonni yozish mumkin. Ikkilik sanoq, tizimi q=2 asosga ega va axborotni aks ettirish uchun bor-yo'g'i ikkita raqamni: 0 va 1 ni ishlatadi. Sonlarni bir sanoq tizimidan boshqasiga o'tkazish qoidalari, shu jumladan (1) munosabatga asoslangan qoidasi mavjuddir.

$$\text{Misol: } 101110,101_{(2)} = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2}$$

Kompyuter ixtiyoriy harfni "tanishi" uchun uning xotirasida harflar har xil usulda yozilgan bo'lishi kerak. Shuning uchun qo'lingizdagi ixtiyoriy matn harflarini kompyuter tanishi uchun uning xotirasida harf va belgilarning taxminan 2 ming xil ko'rinishlarini saqlash kerak. Bu juda mushkul va qimmatga tushadigan ish. Bu jarayonni soddalashtirish uchun barcha harflarni 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 raqamlari bilan almashtirish mumkin. Shu yo'sinda tinish belgilarini ham

raqamlar orqali kodlash imkoniyati bo`ladi. Masalan, nuqtani 36, vergulni 37 bilan va h.k. Tabiiyki mashina raqamlarni emas balki raqamlarni ifodalovchi signallari farq qiladi. Xullas, kodlash murakkab tushunchani hammasi bo`lib signalning 2 qiymati bilan -(magnitlangan yoki magnitlanmagan, manbaaga ulangan yoki ulanmagan, yuqori yoki past kuchlanish va x.k) ifodalashdir. Bu holatning birinchisini 0 raqami bilan, ikkinchisini esa 1 raqami bilan belgilash qabul qilingan bo`lib, axborotni ikkilik sanoq sistemasida kodlash nomini olgan. Bunda har bir murakkab tushuncha ikkilik belgilari ketma-ketligida ifodalanadi. Shunday qilib, quyidagilar bajariladi:

- o`nlik raqamlarni ikkilikda (binarli) kodlash (IK);
- alifbo belgilarini ikkilikda kodlash (axborot almashishining alifboli standart kodi-AASK).

Kodlar ikki: t yoki s va t yoki s bo`lmagan turda bo`lishi mumkin. t yoki s ikkili kodlari ketma-ketligi bir xil ikkilik belgilariga ega bo`lsa, t yoki s bo`lmagan turi teng bo`lmagan ikkilik belgilariga ega.

t yoki s bo`lmagan kodga Morze alifbosi misol bo`la oladi, chunki unda har bir harf va raqamga uzun va qisqa signallarning ikkilik ketma-ketligiga mos keladi. Masalan, E harfiga birgina nuqta mos keladi, R harfi uchun to`rtta teri mos keladi.

Hisoblash texnikasida odatda t yoki s kodlardan foydalaniladi. Shular qatoriga axborotlarni kiritish va chiqarish uchun EHMda foydalaniladigan axborot almashinish kodi AAK-8; ikkilik axborot almashish kodi - IAAK va boshqalarni kiritish mumkin.

Nol va birlar ketma-ketligi bilan grafik axborotlarni ham kodlash mumkin. Shuningdek, ovozni ham kodlash mumkin. Musiqaga yozilgan notalar ovozni kodlash turlaridan biridir. Nota belgilariga raqamlarni mos keltirib, ovozni ham kod orqali ifodalash mumkin.

2.2. Natural sonlarni bo`lishda Paskal vektoridan foydalanish.

Paskal[3-5] natural son A ni B natural songa bo'lishning quyidagi usulini taklif etgan.

A sonini quyidagicha yozamiz: $A = a_{n-1}a_{n-2}a_{n-3} \dots a_1a_0 = \sum_{k=0}^{n-1} 10^k a_k$, u holda A sonni vektor ko'rinishda $\overline{A} = \{a_0; a_1; \dots; a_{n-1}\}$ yozamiz.

Masalan, $A=6875$ soni bu holda quyidagi ko'rinishga ega bo'ladigan $\overline{A} = \{5; 7; 8; 6\}$ vektori. B natural bo'luvchiga Paskal vektori $\overline{C}(B) = \{r_0; r_1; \dots; r_n; \dots\}$ mos qo'yiladiki, har bir r_k komponentalar 10^k ni B bo'luvchiga bo'lgandagi qoldiqning cheksiz sonni bildiradi. Bunga har doim: $r_0 = 1$, agar $10^n \leq B < 10^{n+1}$ bo'lsa, u holda, $1 \leq k < 10^{n+1}$, $r_k = 10^k$; $0 \leq r_k < B$. O'z-o'zidan ayonki, komponentaning turli qiymatlari $(B-1)$ dan oshmaydi, ammo kam ham bo'lishi mumkin. Taqqoslamalar nazariyasidan $10^k \equiv r_k \pmod{B}$.

Masalan, $\overline{C}(7)$ Paskal vektorini quyidagicha hisoblaymiz:
 $\overline{C}(7) = \{1; 3; 2; 6; 4; 5; 1; 3; 2; 6; 4; 5; 1; \dots\}$.

Paskal nazariyasi bo'yicha bo'linuvchi A natural son va B bo'luvchi natural sonlardan tuzilgan vektorlarning skalyar ko'paytmasi $D = (\overline{A}; \overline{C}(B)) = \sum_{k=0}^{n-1} a_k r_k$ ga karrali (karrali emas) bo'lsa, u holda A ham B ga karrali (yoki karrali emas) bo'ladi. Bu ularni sifatiy natijasi hisoblanadi. Demak Paskal vektori yordamida A natural sonni B natural songa bo'lishdagi qoldiqni topish mumkin.

Masalan, $A=6875$ ni $B=7$ ga bo'lganda $D = (\overline{A}; \overline{C}(B)) = \sum_{k=0}^{n-1} a_k r_k$ ni topsak, $D = 5*1 + 7*3 + 8*2 + 6*6 = 78 = 7*11 + 1$, bundan kelib chiqadiki, $6875 = 1 \pmod{7}$. Bu jarayonni xuddi shunday davom ettirib:

$D' = (\overline{D}; \overline{C}(B)) = 8*1 + 7*3 = 29$, $D'' = (\overline{D'}; \overline{C}(B)) = 9*1 + 2*3 = 29$, $D''' = (\overline{D''}; \overline{C}(B)) = 8$ lar uchun ham aynan shu qoldiq «1»ni olamiz.

Bu usuldan, ya'ni Paskal metodidan foydalanib “3”, “9”, “101” gabo'linish alomatlaridan topishda ham foydalanish mumkin.

Paskal vektori strukturasini ko'rib chiqaylik. Taqqoslamalar nazariyasiga ko'ra:

$$10 r_k \equiv r_{k+1} \pmod{B}, r_k r_{k+t} \equiv r_{2k+t} \pmod{B} \quad (2.1)$$

xossalariga ega. Bulardan ko'rinib turibdiki r_k qoldiqni topgan holda, 10^m ni B ga bo'lmaydigan r_m qoldiqni topsa bo'ladi.

Bunda turli r_k lar, takrorlanuvchi siklni tashkil etadiki, ular ham ko'p hollarda ikkita teng uzunlikdagi yarim sikldan iborat bo'lib, shu bilan birga ikkinchi yarim sikl komponentlari B bo'luvchidan birinchi yarim sikl komponentlari ayirmasiga teng. Masalan $\overline{C}(7)$ paskal vektori uchun takrorlanuvchi sikl (1; 3; 2; 6; 4; 5) birinchi yarim sikl ko'rinishi ((1;3;2)), ikkinchi yarim sikl ((6;4;5))=7-((1;3;2)).

Shuning uchun $\overline{C}(B)$ paskal vektorini berilishi uchun birinchi yarim sikl ko'rsatilishi yetarli, uni $((r_k; r_{k+1}; \dots; r_{k+t}))$ ko'rinishda ikkita qavs belgilari orqali belgilaymiz. Birinchi yarim sikl bo'yicha ikkinchi yarim sikl tuziladi, ularning birlashmasi to'la cheksiz sonda takrorlanuvchi $(r_k; r_{k+1}; \dots; r_{k+t}, r_{k+t+1}, r_{k+t+2}, \dots, r_{k+2t})$ sikl bo'ladi.

Shunday qilib, $B=7$ uchun Paskal vektori quyidagicha yoziladi $\overline{C}(7) = \{((1;3;2))\} = \{(1;3;2;6;4;5)\} = \{1;3;2;6;4;5;1;3;2;6;4;5;1;\dots\}$. Agar B bo'luvchi “2” va “5” sonlardan tashqari tub sonlar ko'paytmasidan iborat bo'lsa, u holda sikl bunday yarim sikllarga ajralmaydi. Masalan, $\overline{C}(7 * 3) = \{(1;10;16;13;4;19)\}$.

Agar r_k va r_m lar shunday bo'lsaki, $r_k r_m < B$ u holda $\overline{C}(B)$ vektorning $r_k r_m = r_{k+m}$ mos elementi bo'ladi. Masalan, $B=7$ bo'luvchi uchun $r_1 = 3, r_2 = 2, r_1 r_2 = r_{1+2} = r_3 = 6$.

Paskal vektorida takrorlanuvchi sikllardan farqli, ba'zan birinchi sikl boshida takrorlanmaydigan son turishi mumkin: $[r_0; r_1; \dots; r_{\beta-1}]$.

Masalan, $B=52$ bo'luvchi uchun son $[r_0=1; r_1=10; r_2=48]=[1;10;48]$. Paskal vektori esa:

$$\bar{c}_{(52)} = \{[1;10;48]((12,16,4))\} = \{[1,10,48](12;16;4;40;36;48)\} \text{ yoki}$$

$$\bar{c}_{(52)} = \{1;10;48;12;16;4;40;36;48;12;16;4;40;36;48;12;16;\dots\}. (2.2)$$

Yuqoridagi vektorning strukturasi tashqi tomondan o'ngdan chapga harakatlanayotga “temir yo'l tarkibini” eslatadi. Eng boshida takrorlanmaydigan sonlardan tuzilgan “paravoz”- $[1;10;48]$ undan so'ng boruvchi bir xil “vagonlar”- $(12; 16; 4; 40; 36; 48)$ yoki “yarimvagon”- $((12;6;4))$ dan iborat. Shunisi qulayki, tub sonlarning Paskal vektorida hech qachon “paravozlar” hosil bo'lmaydi, faqat “vagon”lardan tashkil topadi.

$\bar{c}_{(B)}$ - Paskal vektori ko'rinishida “paravoz” va “vagon”larning mavjudligi 10^m ni B ga bo'lgandagi qoldiqni tezda aniqlash imkonini beradi. $\beta(B)$ - orqali “paravoz” ($\beta(B)=0$ bo'lsa, “paravoz” yo'q) uzunligini, siklning uzunligini esa $2t(B)$ bilan belgilaymiz. Eng avval $r(m, B)$ qoldiq quyidagicha hisoblanadi, ya'ni $(m - \beta(B))$ ni $2t(B)$ ga teng bo'lgandagi qoldiq $(m - \beta(B)) = n * 2t(B) + r(m, B)$ ga teng bo'ladi, keyin esa $d = \beta(B) + r(m, B)$ topiladi. $\bar{c}_{(B)}$ vektorda d soni $r_k = r_d$ ekanligini ko'rsatadi va 10^m ni B ga bo'lgandagi qoldiqni ko'rsatadi.

Masalan, faraz qilaylik $m=24; B=52; \beta(52)=3; 2t=6; m-\beta(B)=24-3=21; 21=3*6+3, r(24;52)=3; d=3+3=6$.

Shunday qilib: $A=10^{24}$ ni $B=52$ ga bo'lgandagi qoldiq “40” ga teng.

Paskal vektorini topishning turli usullarini ko'rib chiqamiz. Agar $B=2^n$ bo'lsa, u holda “paravoz” n ta sondan tuzilgan $[1;10; 10^2; \dots 10^k; r_{k+1}; \dots 2^{n-1}]$ bunda $k \leq n \lg 2$ sikl esa (0) , ya'ni “paravoz”dan so'ng $\bar{c}_{(2^n)}$ da faqat 0 larning takrorlanadi. Masalan:

$$C(2^2)=\{1;2;0;0; 0; 0; 0; \dots\},$$

$$C(2^4)=\{1;10;48;0;0; ; \dots\},$$

$$C(2^6)=\{1;10;36;40;16;32;0;0; 0; \dots\}.$$

$B=2^n \cdot p$ ko'rinishdagi sonlar uchun (bunda p -tub son) “paravoz” uzunligi n ta yoki undan ko'p bo'lishi mumkin, so'ngra $\overline{C}(p)$ da qanday uzunlikdagi sikl paydo bo'lsa, shunday sikldan iborat bo'ladi. Masalan:

$$\overline{C}(13)=\{((1;10;9))\},$$

$$\overline{C}(2 \cdot 13)=\{[1]((10;22;12))\},$$

$$\overline{C}(16 \cdot 13)=\{[1;10;100;168]((48;64;16))\}.$$

Ba'zi boshqa sonlar uchun ham Paskal vektorini keltirib o'tamiz:

$$C(3)=C(9)=\{(1)\}; C(5)=C(10)=\{[1](0)\}; C(6)=\{[1](4)\};$$

$$C(11)=\{(1;10)\}=\{((1))\}; C(12)=\{[1;10](4)\}; \quad C(13)=\{((1;10;9))\};$$

$$C(14)=\{[1]((10;2;6))\}; C(15)=\{[1](10)\}; C(17)=\{((1;10;15;14;4;6;9;5))\}.$$

Bu Paskal vektori tushunchisini kengaytiramiz, yani biz yangi tushuncha B bo'luvchining cheksiz Paskal antivektori tushunchasini kiritamiz: $\overline{M}(B)=\{m_0; m_1; m_2; \dots\}$. Bu Paskal antivektorning m_k komponentalari $[10^k/B]/B$ kasrning butun qismiga teng. $\overline{M}(B)$ Paskal antivektorning xususiyatlari quyidagilar: har doim $m_0=0; 0 \leq m_k < 10$ o'rinli bo'lib, m_k sonlar zanjiri $\overline{C}(B)$ Paskal vektori hosil qilgan sikl uzunliga teng takrorlanuvchi sikllardan hosil qiladi. Buni Paskal vektori komponentalaridan tuzilgan quyidagi rekurrent formula orqali hisoblash mumkin:

$$m_{k+1} = (10 r_k - r_{k+1}) / B. \quad (2.3)$$

$$\text{Masalan, } \overline{M}(7)=\{0;1;4;2;8;7;1;4;2;\dots\}=\{[0]; (1;4;2;8;5;7)\}.$$

Shunday qilib, Paskal vektorini topish bilan bir vaqtda Paskal antivektorni ham qurish mumkin. Endi $B=7$ misolida bu ikki vektorlar (Paskal vektori va Paskal anti-vektorlar)ni birlashtirib quyidagi matritsani hosil qilamiz:

$$\alpha(\beta) = \left(\left\{ \begin{matrix} m_k \\ r_k \end{matrix} \right\} \right) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 & 2 & 8 & 5 & 7 & 1 & 4 & \dots \\ 1 & 3 & 2 & 6 & 4 & 5 & 1 & 3 & 2 & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [0] & (1 & 4 & 2 & 8 & 5 & 7) \\ (1 & 3 & 2 & 6 & 4 & 5) & (1) \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Hosil bo'lgan ikkita cheksiz kasrlardan iborat matritsani – sonning strukturaviy matritsasi deb ataymiz. Bu yangi tushuncha bo'lib u [6] dan boshqa ilmiy adabiyotlarda keltirilmagan. Yuqoridagi satr Paskal antivektor, pastki satr esa Paskal vektori $\alpha(\beta)$ strukturaviy satr 10^n ni B ga bo'lgandagi to'la natijani, ya'ni butun va kasr qismlarini quyidagi formulaga asosan topish imkonini beradi.

$$\frac{10^n}{B} = \sum_{k=0}^n 10^{n-k} m_k + \frac{r_n}{B} = \overline{m_1 m_2 \dots m_n} + \frac{r_n}{B} \quad (2.5)$$

Bu degani bo'lishdan hosil bo'ladigan butun qism $\alpha(\beta)$ strukturaviy matritsani yuqori satrdan olingan $(n+1)$ ta raqamdan iborat. Chapda joylashgan nol raqamini tushirib qoldiramiz, r_n kasr surati esa oxirgi m_n ning ostida joylashgan son olinadi. Masalan:

$$\frac{10^4}{7} = 1428 \frac{4}{7}; \quad \frac{10^7}{7} = 1428571 \frac{3}{7}; \quad \frac{10^{14}}{7} = 1428571428 \frac{5714}{7} + \frac{2}{7}.$$

Shuni ham takidlaymizki $\overline{M(B)}$ Paskal antivektor o'zining tarkibida xuddi Paskal vektori kabi uzunligi bir xil bo'lgan takrorlanmaydigan qism “paravoz” va takrorladigan sikl (qavslar bilan ajratiladigan)dan iborat bo'lishi mumkin.

Masalan:

$$\overline{M(B)} = \{[0;0;1] (9;2;3;0;7;6)\}$$

$$\overline{C(B)} = \{[1;10;48](12;16;4;40;36;48)\}$$

$$\frac{10^9}{52} = 19230769 \frac{12}{52}; \quad \frac{10^{10}}{52} = 192307692 \frac{16}{52}.$$

Faqat $\overline{M}(B)$ ni B ga bo'lishni emas, balki ixtiyoriy A sonini B soniga bo'lish uchun yana bitta $\overline{S}(B) = \{s_0; s_1; s_2; \dots s_N; \dots\}$ vektor kiritamiz, hamda uni bo'lish vektori deb ataymiz. Bu vektorning komponentalari $\overline{M}(B)$ Paskal antivektordan quyidagi qoidaga asoslanib aniqlanadi:

$$s_0 = 0; s_1 = m_1; s_2 = 10 m_1 + m_2 \dots$$

Umumiy holda

$$s_n = \sum_{k=0}^n 10^{n-k} m_k = \overline{m_1 m_2 \dots m_n} \quad (2.6)$$

Bo'linish natijasining o'zi esa ikkita skalyar ko'paytma yig'indisi ko'rinishida quyidagicha yoziladi:

$$\frac{A}{B} = (\overline{A}(B), \overline{S}(B)) = \sum_{k=0}^n a_k s_k + \frac{\sum_{k=1}^n a_k r_k}{B} \quad (2.7)$$

Shu o'rinda shuni ham nazarda tutish kerakki, ikkinchi qo'shiluvchida qoldiq aniq ko'rinishda bo'lmasligi mumkin.

Masalan: 1) $A=25$ sonni $B=7$ ga bo'lsak (2.4) ifoda yuqori va pastki satrlardan chapdan faqat ikkitadan sonni olamiz: $25/7=2+11/7=3+4/7$.

2) $A = \underbrace{100}_{100} \dots 05$ ni $B=7$ ga bo'lsak (2.7) formulaga ko'ra:

$$(\overline{A}(B), \overline{S}(B)) = 5 * 0 + 1 * s_{101}$$

Bu yerda S_{101} ni topish uchun (2.4) matritsaning yuqoridagi satrning 102 ta raqamlarini yozish kerak. Birinchi son 0 bo'lgani uchun, uni inobatga olmasak ham bo'ladi, ya'ni 101 ta sonni toppish kerak (1;4;2;8;5;7) takrorlanadigan 6 ta komponentli sikldan 16 marta takrorlasak $6*16=96$ ta son hamda 5 ta raqamni qo'shish kerak: 14285. (2.7) formuladagi ikkinchi qo'shiluvchida

$\text{esa}(\overline{A}(B), \overline{C}(B)) = 5 * c_0 + 1 * c_{101}$ yoki $102=6*17$ bo'lgani uchun $c_{101}=5$ hamda (2.4)

matritsa pastki satrning takrorlanuvchi siklning oxirgi raqami

$$\frac{(\overline{A}(B), \overline{C}(B))}{7} = \frac{5 * 1 + 1 * 5}{7} = 1 + \frac{3}{7}.$$

Demak $\underbrace{1 \underbrace{00 \dots 0}_{100 \text{ marta}} 5}_{100 \text{ marta}} / 7 = \underbrace{142857}_{16 \text{ marta}} 14286 + 3 / 7$ bo'lar ekan. Bu juda ham katta son

bo'lib, EHMda hisoblaganda juda ko'p resurs talab etadi, natural sonlarni qoldiqli bo'lishda, ya'ni butun va kasr qism(qoldiq)dan iborat bo'ladigan yangi bo'linish usuli Paskal vektori kiritish orqali esa osongina bajariladi.

Endi quyida Paskal vektori topishni C++ tilidagi dastur listing kodini keltiramiz:

```
#include <iostream.h>
```

```
#include <conio.h>
```

```
void Paskal(int a){
```

```
int p=1,temp=0;
```

```
while(1){
```

```
cout<<p<<" ";
```

```
p = (p*10)%a;
```

```
if (p==1){ cout<<p<<" davriylik boshlandi."; break;}
```

```
if (temp == p) { cout<<p<<" davriylik boshlandi."; break;}
```

```
temp=p; }}
```

```
int main() {
```

```
cout<<"Sonni kirit:";
```

```
int a;  
  
cin>>a;  
  
Paskal(a);  
  
getch();}
```

Xulosa. Paskalning bo'linish funksiyasi Paskal vektori yordamida, istalgan natural sonning ikkita yangi vektori: bo'linish anti vektori va bo'linish vektori kiritgan holda sonlarni qoldikli bo'lishda, yani butun va kasr qism(qoldiq)dan iborat bo'ladigan yangi bo'linish usuli bayon qilingan. Paskal vektorini hisoblash algoritmini hamda hisoblash dasturini tuzilgan.

Paskalning bo'linish funksiyasiga tayangan holda, natural sonning ikkita yangi vektori: bo'linish anti vektori va bo'linish vektori kiritilgan. Natural sonlarni qoldikli bo'lishda, yani butun va kasr qism(qoldiq)dan iborat bo'ladigan yangi bo'linish usuli bayon qilingan. Bu usulning afzalligi shundan iboratki, "burchak" shakldagi bo'lishga nisbatan, bu usul ko'p hollarda kam amallar bajarishga sabab bo'ladi.

Xotima

Sonlarni paydo bo'lishi, natural sonli kattaliklarni natijalari ustida amallar oddiy geometrik kesma ma'nosida tahlil qilingan, turlicha belgilanishi hamda ularni pozitsion yoki nopozitsion sistemadagi shakli keltirilgan. Bunda sonlarning pozitsion sistemasida tasvirlashning mohiyatini o'rganishga bag'ishlanadi. Har qanday sonlarning pozitsion sistemasining asosi hisoblangan bo'lish algoritmining tahlilidan boshlangan. Kodlarning boshlang'ich obrazi, diapozoni, sonlarning uzunligi, conform konfiguratsiya, aralash sistemasining algebraik ifodasi tushunchalari kiritilgan.

Butun sonning raqamlarini topish uchun butun sonini asosga ko'ra ifodalangan sanoq sistemasidagi ko'rinishini topish kerak bo'lishi ko'rsatilgan:

Sonni bir sanoq sistemasidan boshqasiga o'tkazish uchun keltirilgan 1-metod iteratsion metod hisoblanadi. Ikkinchi metod esa sonning butun qismini topish orqali bajariladigan ifodada iterasiya talab etilmaydi va hisoblash juda tez bajariladi. Vaholanki bu – metod ham algoritmik nuqtai-nazaridan bo'lish jarayonining o'zi.

Paskalning bo'linish funksiyasi Paskal vektori yordamida, istalgan natural sonning ikkita yangi vektori: bo'linish anti vektori va bo'linish vektori kiritgan holda sonlarni qoldikli bo'lishda, yani butun va kasr qism(qoldiq)dan iborat bo'ladigan yangi bo'linish usuli bayon qilingan. Paskal vektorini hisoblash algoritmini hamda hisoblash dasturini tuzilgan.

Paskalning bo'linish funksiyasiga tayangan holda, natural sonning ikkita yangi vektori: bo'linish anti vektori va bo'linish vektori kiritilgan. Natural sonlarni qoldikli bo'lishda, yani butun va kasr qism(qoldiq)dan iborat bo'ladigan yangi bo'linish usuli bayon qilingan. Bu usulning afzalligi shundan iboratki, "burchak" shakldagi bo'lishga nisbatan, bu usul ko'p hollarda kam amallar bajarishga sabab bo'ladi.

Katta sonlarni bo'lishda taklif etilgan metodikadan foydalanilganda, burchak usulida bajariladigan bo'lish arifmetik amallariga nisbatan juda kam amallar bajariladi. Agar oldindan natural sonlarning strukturaviy bazasini qursak, kompyuter hisoblashlardagi bo'lish amallarda bir necha tartibda qisqaradi. Sonni eksperimentalar shuni ko'rsatmoqdaki, qoldikli bo'lishni bajarish vaqti taxminan 10-100 martagacha kamayadi.

ADABIYOTLAR.

1. Ўзбекистон Республикаси “Кадрлар тайёрлаш миллий дастури”//Баркамол авлод – Ўзбекистон тараққиётининг пойдевори.- Т: “Шарқ” нашриёт манба концерни, 1997.-б.31-61
2. Каримов И.А. “Юксак маънавият – енгилмас куч”: –Т: 2008. 176 б.
3. Сизый С.В. Лекции по теории чисел. М., ФИЗМАТЛИТ, 2007.67-71б.
4. Виноградов И.М. Основы теории чисел. – М., Наука, 1981.79-85б.
5. Дружинин В.В. Детерминантный признак делимости, Саров, Альфа, 2012
6. В.В. Дружинин, Т.В. Алексюнина, В.С. Холушкин Деление чисел с помощью вектора Паскаля //Научно-технический вестник Поволжья №2 - 2013.-№.-С. 24-26.
7. Мао В. Современная криптография: теория и практика.М.: Издательский дом «Вильямс», 2005.19-25б.
- 8.Смарт Н. Криптография. М.: Техносфера, 2005. 9-15
- 9.Соколов А.В. Защита информации в распределенных корпоративных сетях и системах. М.: ДМК Пресс, 2002. 185б.
- 10.Фергюссон Н. Практическая криптография. М.: «Вильямс», 2005. 9-10
- 11.Морозов А. Д. Введение в теорию фракталов. М.: Ин-т компьютерных исследований, 2002.5-85б.