

**МИНИСТЕРСТВО РАЗВИТИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
И КОММУНИКАЦИИ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН**

**САМАРКАНДСКИЙ ФИЛИАЛ ТАШКЕНТСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
ИМЕНИ МУХАММАДА АЛ-ХАРЕЗМИ**

ФАКУЛЬТЕТ: «КОМПЬЮТЕРНЫЙ ИНЖИНИРИНГ»

КАФЕДРА: «КОМПЬЮТЕРНЫЕ СИСТЕМЫ»

Направление: 5330500 – “Компьютерный инжиниринг (ИТ-Сервис)”

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

для получения академической степени бакалавра

на тему: **«Множественная регрессия и ее приложения к
моделированию процессов»**

Рассмотрена и допущена к защите
на заседании кафедры № _____
от “ _____ ” _____ 2018 г.
зав. кафедрой:
_____ ст.преп. Абдуллаева Н.И.
“ _____ ” _____ 2018 г.

Выполнила: студентка 4-курса
Ашурова Феруза

Научный руководитель:
стар.преп. Якубжанова Д.К.

САМАРКАНД – 2018

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИМЕНЕНИЯ РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА	6
1.1. Основные положения регрессионного анализа	6
1.2. Модель множественной регрессии	9
1.3. Коэффициенты детерминации R^2 и \hat{R}^2	11
1.4. Обобщенная линейная модель множественной регрессии	14
ГЛАВА II. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СРЕДЫ MATLAB	16
2.1. Современные математические пакеты	16
2.2. Вычислительные возможности среды MATLAB	24
2.3. Расчет параметров и графическое представление множественной регрессионной модели в среде Матлаб	36
ГЛАВА III. ПРИМЕНЕНИЕ СРЕДЫ MATLAB ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА	43
3.1. Численная реализация множественной линейной регрессии	43
3.2. Реализация задачи определения качества высшего образования с помощью методов корреляционно-регрессионного анализа в среде Матлаб	53
3.3. Правила техники безопасности при работе с компьютером	58
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	65
Использованная литература	66
Приложение	68

ВВЕДЕНИЕ

На современном этапе развития информационных систем и технологий система образования нашей Республики обусловлена решением широкого класса народно хозяйственных задач, которые составляют приоритетную часть целевой программы «Стратегия действий Республики Узбекистан на 2017-2021года».

Представленные в «Стратегии действий Республики Узбекистан на 2017-2021года» задачи – это в своей основе представляют задачи управления сложными системами, к которым следует отнести и систему высшего образования. Важное значение для описания процессов управления этими системами отводится математическим методам.

Так как функционирование этих сложных систем зачастую подвергается воздействию неконтролируемых случайных возмущений, то в качестве математического аппарата используются методы корреляционного и регрессионного анализа.

Следует отметить, что на поведение системы большое влияние оказывают многочисленные внутренние и внешние параметры, которые могут быть, в том числе, и случайного характера. Поэтому точное математическое описание процессов управления в большинстве случаев невозможно. В связи с этим возникает задача представления сложных процессов управления набором простых функций.

На практике данные, полученные в результате регистрации рассматриваемых процессов, могут иметь погрешности, порою весьма значительные. В связи с этим возникает целый спектр задач обработки таких данных. Проведение аппроксимации с одновременной статистической обработкой данных обеспечивается методами регрессионного анализа.

В моделировании процессов часто решают задачу выявления факторов, определяющих уровень и динамику того иного процесса. Такая задача чаще всего решается методами корреляционного и регрессионного анализа.

Актуальность работы. Для достоверного отображения объективно существующих факторов в системе образования необходимо выявить существенные взаимосвязи и не только выявить, но и дать им количественную оценку. Этот подход требует вскрытия причинных зависимостей. Под причинной зависимостью понимается такая связь между процессами, когда изменение одного из них является следствием изменения другого.

Основными задачами корреляционного анализа являются оценка силы связи и проверка статистических гипотез о наличии и силе корреляционной связи.

Не все факторы, влияющие особенно на экономические процессы, являются случайными величинами, поэтому при анализе экономических явлений обычно рассматриваются связи между случайными и неслучайными величинами. Такие связи называются регрессионными, а метод математической статистики, их изучающий, называется регрессионным анализом.

Цель работы. Выпускная квалификационная работа не предполагает глубокого изучения множественной регрессии, не выходит за рамки возможностей Матлаб. Направление исследования в выпускной работе – применение системы MATLAB для множественной регрессии.

MATLAB – это высокопроизводительный язык для технических расчетов. Он включает в себя вычисления, визуализацию и программирование в удобной для пользователя среде.

В данном случае имеет место актуальность поставленных в выпускной квалификационной работе задач.

Для достижения поставленной цели были изучены и систематизированно изложены следующие материалы:

- основные положения регрессионного анализа
- вычислительные возможности системы MATLAB
- графические возможности системы MATLAB

- средство программирования в системе MATLAB

Предметом исследования явились математико-статистические методы в моделировании процессов.

Объект исследования выпускной квалификационной работы – практическая задача по применению регрессионного анализа с применением MATLAB.

Новизна работы состоит в разработанной программе расчета определения устройства на работу выпускников ВУЗА.

Для написания выпускной квалификационной работы использовались методы статистической обработки информации, методы аналитических процедур и возможности математических расчетов.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух разделов, заключения, списка использованной литературы и приложений.

В первом разделе изложены теоретические и методологические основы применения регрессионного анализа.

В втором разделе проводится обзор и сравнительный анализ современных математических пакетов; изучается система MATLAB, как мощное средство решения различных инженерных и прикладных задач. Представлены вычислительные, графические возможности системы MATLAB, а также средства программирования в среде MATLAB.

В третьем разделе решаются следующие задачи:

- численная реализация множественной линейной регрессии;
- практическая реализация задачи определения качества высшего образования с помощью методов корреляционно-регрессионного анализа в среде Матлаб.

В заключении подводятся итоги проделанной работы. А именно, в ходе работы над выпускной квалификационной работы были решены поставленные задачи. Основным результатом выпускной квалификационной работы является численная реализация множественной регрессии.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИМЕНЕНИЯ РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА

1.1. Основные положения регрессионного анализа

Если зависимость между двумя переменными такова, что каждому значению одной переменной соответствует определенное условное математическое ожидание (среднее значение) другой, то такая статистическая зависимость называется *корреляционной*.

Иначе, *корреляционной зависимостью* между двумя переменными называется функциональная зависимость между значениями одной из них и условным математическим ожиданием другой.

Корреляционная зависимость может быть представлена в виде:

$$M_x(Y) = \varphi(x) \quad (1.1)$$

$$M_y(X) = \psi(y),$$

где $\varphi(x) \neq const$, $\psi(y) \neq const$.

В регрессионном анализе рассматриваются односторонняя зависимость случайной переменной Y от одной (или нескольких) неслучайной независимой переменной X .

При этом *зависимую* переменную Y называют также *функцией отклика*, *объясняемой*, *выходной*, *результатирующей*, *переменной*, *результативным признаком*, а независимую переменную X – *представляющую факторы объясняющих признаков*.

Уравнение (1.1) называется *модельным уравнением регрессии* (или просто *уравнением регрессии*), а функция *модельной функцией регрессии* (или просто *функцией регрессии*), а ее график – *модельной линией регрессии* (или просто *линией регрессии*).

В силу воздействия неучтенных случайных факторов и причин отдельные наблюдения переменной Y будут в большей или меньшей мере отклоняться от функции регрессии $\varphi(X)$. В этом случае уравнение

взаимосвязи двух переменных (парная регрессионная модель) может быть представлено в виде:

$$Y = \varphi(X) + \varepsilon,$$

где ε – случайная переменная (случайный член), характеризующая отклонение от функции регрессии. Эту переменную будем называть *возмущающей* или просто *возмущением* (либо *ошибкой*). Таким образом, в регрессионной модели зависимая переменная Y есть некоторая функция $\varphi(X)$ с точностью до случайного возмущения ε .

Рассмотрим *линейный регрессионный анализ*, для которого функции $\varphi(X)$ линейна относительно оцениваемых параметров:

$$M_x(Y) = \beta_0 + \beta_1 x. \quad (1.2)$$

Предположим, что для оценки параметров линейной функции регрессии (1.2) взята выборка, содержащая n пар значений переменных (x_i, y_i) , где $i = 1, 2, \dots, n$. В этом случае линейная парная регрессионная модель имеет вид:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i. \quad (1.3)$$

Отметим *основные предпосылки регрессионного анализа*.

1. В модели (1.3) возмущение ε_i (или зависимая переменная y_i) *есть величина случайная*, а объясняющая переменная x_i – *величина неслучайная*.

2. Математическое ожидание возмущения ε_i равно нулю: $M(\varepsilon) = 0$

(или математическое ожидание зависимой переменной y_i – равно линейной функции регрессии:

$$M(y_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i.$$

3. Дисперсия возмущения ε_i постоянна для любого i :

$$D(\varepsilon_i) = \sigma^2,$$

(или $D(y_i) = \sigma^2$) – условие *равноизменчивости* возмущения (зависимой переменной)).

4. Возмущения ε_i и ε_j (или переменные y_i и y_j) не коррелированы:

$$M(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0 \quad (i \neq j)$$

5. Возмущение ε_i есть нормально распределенная случайная величина.

В этом случае модель (1.3) называется **классической нормальной линейной регрессионной моделью**.

6. Векторы значений объясняющих переменных, или столбцы матрицы плана X , должны быть линейно независимыми, т. е. ранг матрицы X – максимальный:

$$r(X) = p + 1.$$

Кроме того, полагают, что число имеющихся наблюдений (значений) каждой из объясняющих и зависимой переменных превосходит ранг матрицы X , т. е. $n > r(X)$ или $n > p + 1$, ибо в противном случае в принципе невозможно получение сколько-нибудь надежных статистических выводов.

Воздействие неучтенных случайных факторов и ошибок наблюдений в модели (1.3) определяется с помощью *дисперсии возмущений (ошибок)* или *остаточной дисперсии* σ^2 . Несмещенной оценкой этой дисперсии является *выборочная остаточная дисперсия*.

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{n - 2} = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n - 2},$$

где \hat{y}_i – групповая средняя, найденная по уравнению регрессии;

$$e_i = \hat{y}_i - y_i$$

– выборочная оценка возмущения ε_i или остаток регрессии.

1.2. Модель множественной регрессии

Экономические явления, как правило, определяются большим числом одновременно и совокупно действующих факторов. В связи с этим часто возникает задача исследования зависимости одной зависимой переменной Y от нескольких объясняющих переменных X_1, X_2, \dots, X_n . Эта задача решается с помощью *множественного регрессионного анализа*.

Обозначим i -е наблюдение зависимой переменной y_i , а объясняющих переменных – $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}$. Тогда модель множественной линейной регрессии можно представить в виде:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i, \quad (1.4)$$

где $i = 1, 2, \dots, n$; ε_i удовлетворяет приведенным выше предпосылкам 2 и 4 регрессионного анализа.

Модель (1.4), в которой зависимая переменная y_i , возмущения ε_i и объясняющие переменные $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}$ удовлетворяют предпосылкам регрессионного анализа, называется классической нормальной линейной моделью множественной регрессии.

Основные гипотезы лежащие в основе модели множественной регрессии:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i,$$

$i = 1, 2, \dots, n$; n – спецификация модели;

x_{i1}, \dots, x_{ip} – детерминированные величины. Векторы

$x_s = (x_{1s}, \dots, x_{ns})'$, $s = 1, \dots, k$ линейно независимы в R^n .

$E\varepsilon_i = 0$, $E(\varepsilon_i^2) = V(\varepsilon_i) = \sigma^2$ – не зависит от i .

$$E(\varepsilon_i \varepsilon_s) = 0,$$

при $i \neq s$ – статистическая независимость (некоррелированность) ошибок для разных наблюдений.

Включение в регрессионную модель новых объясняющих переменных усложняет получаемые формулы и вычисления. Это приводит к целесообразности использования матричных обозначений. Матричное описание регрессии облегчает как теоретические концепции анализа, так и необходимые расчетные процедуры.

Введем обозначения: $Y = (y_1 y_2 \dots y_n)'$ – матрица-столбец, или вектор, значений зависимой переменной размера n^1 ;

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{np} \end{pmatrix}$$

– матрица значений объясняющих переменных, или матрица плана размера:

$$n \times (p + 1),$$

$\beta = (\beta_0 \beta_1 \dots \beta_p)'$ – матрица-столбец, или вектор, параметров размера $(p + 1)$;

$\varepsilon = (\varepsilon_1 \varepsilon_2 \dots \varepsilon_n)'$ – матрица-столбец, или вектор, возмущений (случайных ошибок, остатков) размера n .

Тогда в матричной форме модель **(1.4)** примет вид:

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

Оценкой этой модели по выборке является уравнение:

$$Y = Xb + e,$$

$$b = (b_0 b_1 \dots b_p)', \quad e = (e_1 e_2 \dots e_n)'$$

Основные гипотезы лежащие в основе модели множественной регрессии в матричной записи выглядят следующим образом:

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

– спецификация модели;

- X – детерминированная матрица, имеет максимальный ранг p ;

$$E(\varepsilon) = 0; V(\varepsilon) = E(\varepsilon\varepsilon') = \sigma^2 I_n.$$

1.3. Коэффициенты детерминации R^2 и \hat{R}^2

В модели множественной регрессии общая вариация Q – сумма квадратов отклонений зависимой переменной от средней может быть разложена на две составляющие:

$$Q = Q_R + Q_e,$$

где Q_R, Q_e – соответственно сумма квадратов отклонений, обусловленная регрессией, и остаточная сумма квадратов, характеризующая влияние неучтенных факторов.

Уравнение множественной регрессии значимо (иначе – гипотеза H_0 о равенстве нулю параметров регрессионной модели, т. е. $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$, отвергается), если: $m = p + 1$,

$$F = \frac{Q_R(n-p-1)}{Q_e p} > F_{\alpha; p; n-p-1}, \quad (1.5.)$$

где $F_{\alpha; p; n-p-1}$ – табличное значение F -критерия Фишера-Снедекора.

Коэффициент детерминации R^2 – одна из наиболее эффективных оценок адекватности регрессионной модели, мера качества уравнения регрессии, характеристика его прогностической силы.

Коэффициент детерминации (или *множественный коэффициент детерминации*) R^2 определяется по формуле:

$$R^2 = \frac{Q_R}{Q} = \frac{b'XY' - n\bar{y}^2}{Y'Y - n\bar{y}^2}. \quad (1.6)$$

R^2 характеризует долю вариации зависимой переменной, обусловленной регрессией или изменчивостью объясняющих переменных; чем ближе R^2 к единице, тем лучше регрессия описывает зависимость между объясняющими и зависимой переменными.

В какой степени допустимо использовать критерий R^2 для выбора между несколькими регрессионными уравнениями? Следующие два замечания побуждают не полагаться только на значение R^2 .

1. R^2 , вообще говоря, возрастает при добавлении еще одного регрессора.

2. R^2 изменяется даже при простейшем преобразовании зависимой переменной, поэтому сравнивать по значению R^2 можно только регрессии с одинаковыми зависимыми переменными.

Если взять число регрессоров равным числу наблюдений, всегда можно добиться того, что $R^2 = 1$, но это вовсе не будет означать наличие содержательной (имеющей экономический смысл) зависимости y от регрессоров.

Вместе с тем использование только одного коэффициента детерминации R^2 для выбора наилучшего уравнения регрессии может оказаться недостаточным. На практике встречаются случаи, когда плохо определенная модель регрессии может дать сравнительно высокий коэффициент R^2 .

Недостатком коэффициента детерминации R^2 является то, что он, вообще говоря, увеличивается при добавлении новых объясняющих переменных, хотя это и не обязательно означает улучшение качества регрессионной модели. В этом смысле предпочтительнее использовать **скорректированный (адаптированный, поправленный) коэффициент детерминации \hat{R}^2** , определяемый по формуле:

$$\hat{R}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-p-1} (1 - R^2), \quad \text{или с учетом (1.7)}$$

$$\hat{R}^2 = 1 - \frac{(n-1)e'e}{(n-p-1)y'y}. \quad (1.8.)$$

Скорректированный коэффициент \hat{R}^2 обладает следующими свойствами:

$$\hat{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{(n-1)}{(n-p)}.$$

$$R^2 \geq \hat{R}^2, p > 1.$$

$$\hat{R}^2 \leq 1,$$

но может принимать значения < 0 .

В определенной степени использование скорректированного коэффициента детерминации \hat{R}^2 более корректно для сравнения регрессий при изменении количества регрессоров.

Из формулы (1.8) следует, что чем больше число объясняющих переменных p , тем меньше \hat{R}^2 по сравнению с R^2 . В отличие от R^2 скорректированный коэффициент \hat{R}^2 может уменьшаться при введении в модель новых объясняющих переменных, не оказывающих существенного влияния на зависимую переменную. Однако даже увеличение скорректированного коэффициента детерминации \hat{R}^2 при введении в модель новой объясняющей переменной не всегда означает, что ее коэффициент регрессии значим (это происходит только в случае, если соответствующее значение t -статистики больше единицы (по абсолютной величине)), т. е. $|t| > 1$. Другими словами, увеличение \hat{R}^2 еще не означает улучшения качества регрессионной модели.

Если известен коэффициент детерминации R^2 , то критерий значимости (8) уравнения регрессии может быть записан в виде:

$$F = \frac{R^2(n-p-1)}{(1-R^2)p} > F_{\alpha; k_1; k_2},$$

$$k_1 = p, k_2 = n - p - 1,$$

ибо в уравнении множественной регрессии вместе со свободным членом оценивается $m = p + 1$ параметров.

1.4. Обобщенная линейная модель множественной регрессии

При моделировании реальных экономических процессов мы нередко сталкиваемся с ситуациями, в которых условия классической линейной модели регрессии оказываются нарушенными. В частности, могут не выполняться предпосылки 3 и 4 регрессионного анализа о том, что случайные возмущения (ошибки) модели имеют постоянную дисперсию и не коррелированы между собой. Для линейной множественной модели эти предпосылки означают, что ковариационная матрица вектора возмущений (ошибок) ε имеет вид:

$$\sum_{\varepsilon} = \sigma^2 E_n.$$

В тех случаях, когда имеющиеся статистические данные достаточно однородны, это допущение вполне оправдано. Однако в других ситуациях оно может оказаться неприемлемым.

Обобщенная линейная модель множественной регрессии:

$$Y = X\beta + \varepsilon, \quad (1.9)$$

в которой переменные и параметры определены следующей системой соотношений и условий:

ε – случайный вектор; X – неслучайная (детерминированная) матрица;

$$M(\varepsilon) = 0_n;$$

$$\sum_{\varepsilon} = M(\varepsilon\varepsilon') = \Omega,$$

где Ω – положительно определенная матрица;

$$r(X) = p + 1 < n,$$

где p – число объясняющих переменных; n – число наблюдений.

Сравнивая обобщенную модель с классической, видим, что она отличается от классической только видом ковариационной матрицы: вместо

$$\sum_{\varepsilon} = \sigma^2 E_n$$

для классической модели имеем $\sum_{\varepsilon} = \Omega$ для обобщенной. Это означает, что в отличие от классической, в обобщенной модели ковариации и

дисперсии объясняющих переменных могут быть произвольными. В этом состоит суть обобщения регрессионной модели.

Для оценки параметров модели (1.9) можно применить обычный метод наименьших квадратов.

Оценка

$$b = (X'X)^{-1} X'Y,$$

полученная ранее и определенная соотношением (7), остается справедливой и в случае обобщенной модели. Оценка b по-прежнему несмещенная и состоятельная. Однако полученная ранее формула для ковариационной матрицы вектора оценок \sum^b оказывается неприемлемой в условиях обобщенной модели. Это означает, что обычный метод наименьших квадратов в обобщенной линейной регрессионной модели дает *смещенную* оценку ковариационной матрицы \sum^b вектора оценок b .

ГЛАВА 2. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СРЕДЫ MATLAB

2.1. Современные математические пакеты

Современные математические пакеты можно использовать и как обычный калькулятор, и как средства для упрощения выражений при решении каких-либо задач, и как генератор графики или даже звука. Стандартными стали также средства взаимодействия с Интернетом, и генерация HTML-страниц выполняется теперь прямо в процессе вычислений. Теперь можно решать задачу и одновременно публиковать для коллег ход ее решения на своей домашней странице.

Рассказывать о программах математического моделирования и возможных областях их применения можно очень долго, но мы ограничимся лишь кратким обзором ведущих программ, укажем их общие черты и различия. В настоящее время практически все современные САЕ-программы (Computer Aided Engineering, пакеты математического моделирования) имеют встроенные функции символьных вычислений.

Так что же делают эти программы и как они помогают математикам? С помощью описываемого ПО можно сэкономить массу времени и избежать многих ошибок при вычислениях. Отметим, что спектр задач, решаемых подобными системами, очень широк [2]:

- проведение математических исследований, требующих вычислений и аналитических выкладок;
- разработка и анализ алгоритмов;
- математическое моделирование и компьютерный эксперимент;
- анализ и обработка данных;
- визуализация, научная и инженерная графика;
- разработка графических и расчетных приложений.

Наиболее известными и приспособленными для математических символьных вычислений считаются следующие математические пакеты:

- Maple;
- MathCad;
- Mathematica;
- MATLAB.

Пакет Mathematica, представленный на рисунке 1, повсеместно применяется при расчетах в современных научных исследованиях и получил широкую известность в научной и образовательной среде.

Несмотря на свою направленность на серьезные математические вычисления, системы класса Mathematica просты в освоении и могут использоваться довольно широкой категорией пользователей — студентами и преподавателями вузов, инженерами, аспирантами, научными работниками и даже учащимся математических классов общеобразовательных и специальных школ. При этом широчайшие функции программы не перегружают ее интерфейс и не замедляют вычислений. Mathematica неизменно демонстрирует высокую скорость символьных преобразований и численных расчетов [3]. Программа Mathematica из всех рассматриваемых систем наиболее полна и универсальна, однако у каждой программы есть как свои достоинства, так и недостатки.



Рисунок 2.1. Mathematica

Таким образом, Mathematica — это, с одной стороны, типичная система программирования на базе одного из самых мощных проблемно-ориентированных языков функционального программирования высокого уровня, предназначенная для решения различных задач (в том числе и

математических), а с другой — интерактивная система для решения большинства математических задач в диалоговом режиме без традиционного программирования. Mathematica, как система программирования, имеет все возможности для разработки и создания практически любых управляющих структур, организации ввода-вывода, работы с системными функциями и обслуживания любых периферийных устройств, а с помощью пакетов расширения появляется возможность подстраиваться под запросы любого пользователя.

К недостаткам системы Mathematica следует отнести разве что весьма необычный язык программирования, обращение к которому, впрочем, облегчает подробная система помощи.

Программа Maple — своего рода патриарх в семействе систем символьной математики и до сих пор является одним из лидеров среди универсальных систем символьных вычислений. Она предоставляет пользователю удобную интеллектуальную среду для математических исследований любого уровня и пользуется особой популярностью в научной среде. Отметим, что символьный анализатор программы Maple является наиболее сильной частью этого ПО, поэтому именно он был позаимствован и включен в ряд других САЕ-пакетов, таких как MathCad и MATLAB, а также в состав пакетов для подготовки научных публикаций Scientific WorkPlace и Math Office for Word [4].

Maple предоставляет удобную среду для компьютерных экспериментов, в ходе которых пробуются различные подходы к задаче, анализируются частные решения, а при необходимости программирования отбираются требующие особой скорости фрагменты. Пакет позволяет создавать интегрированные среды с участием других систем и универсальных языков программирования высокого уровня. Когда расчеты произведены и требуется оформить результаты, то можно использовать средства этого пакета для визуализации данных и подготовки иллюстраций для публикации. Для завершения работы остается подготовить печатный

материал в среде Maple, а затем можно приступать к очередному исследованию. Работа проходит интерактивно — пользователь вводит команды и тут же видит на экране результат их выполнения (рисунок 2). При этом пакет Maple совсем не похож на традиционную среду программирования, где требуется жесткая формализация всех переменных и действий с ними. Здесь же автоматически обеспечивается выбор подходящих типов переменных и проверяется корректность выполнения операций, так что в общем случае не требуется описания переменных и строгой формализации записи.

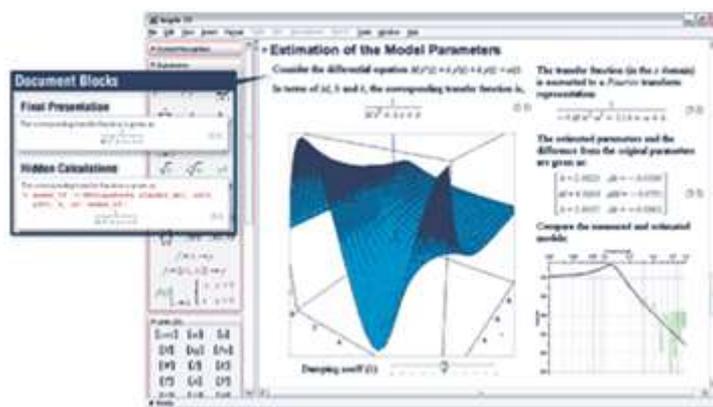


Рисунок 2.2. Maple

Maple — это удачно сбалансированная система и бесспорный лидер по возможностям символьных вычислений для математики. При этом оригинальный символьный движок сочетается здесь с легко запоминающимся структурным языком программирования, так что Maple может быть использована как для небольших задач, так и для серьезных проектов.

К недостаткам системы Maple можно отнести лишь ее некоторую «задумчивость», причем не всегда обоснованную, а также очень высокую стоимость этой программы.

Система MATLAB, представленная на рисунке 3, относится к среднему уровню продуктов, предназначенных для символьной математики, но рассчитана на широкое применение в сфере САЕ.

MATLAB — одна из старейших, тщательно проработанных и

проверенных временем систем автоматизации математических расчетов, построенная на расширенном представлении и применении матричных операций. Это нашло отражение и в самом названии системы — MATrix LABoratory, то есть матричная лаборатория. Однако синтаксис языка программирования системы продуман настолько тщательно, что данная ориентация почти не ощущается теми пользователями, которых не интересуют непосредственно матричные вычисления.

Библиотеки MATLAB отличаются высокой скоростью численных вычислений. Однако матрицы широко применяются не только в таких математических расчетах, как решение задач линейной алгебры и математического моделирования, обчета статических и динамических систем и объектов. Они являются основой автоматического составления и решения уравнений состояния динамических объектов и систем. Именно универсальность аппарата матричного исчисления значительно повышает интерес к системе MATLAB, вобравшей в себя лучшие достижения в области быстрого решения матричных задач. Поэтому MATLAB давно уже вышла за рамки специализированной матричной системы, превратившись в одну из наиболее мощных универсальных интегрированных систем компьютерной математики.

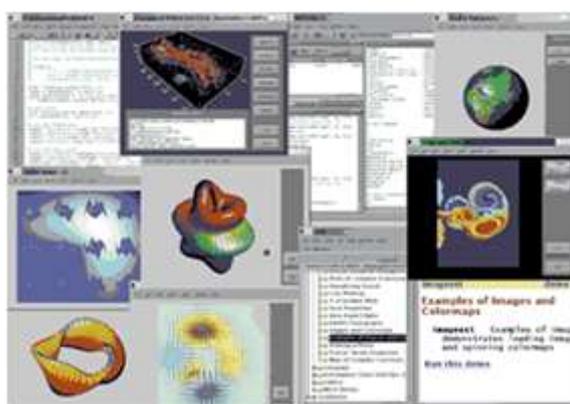


Рисунок 2.3. MATLAB

Из недостатков системы MATLAB можно отметить невысокую интегрированность среды (очень много окон, с которыми лучше работать на двух мониторах), не очень внятную справочную систему (объем фирменной

документации достигает почти 5 тыс. страниц, что делает ее трудно обозримой) и специфический редактор кода MATLAB-программ (рисунок 4). Сегодня система MATLAB широко используется в технике, науке и образовании, но все-таки она больше подходит для анализа данных и организации вычислений, нежели для чисто математических выкладок.

В отличие от мощного и ориентированного на высокоэффективные вычисления при анализе данных пакета MATLAB, программа MathCad — это, скорее, простой, но продвинутый редактор математических текстов с широкими возможностями символьных вычислений и прекрасным интерфейсом. MathCad не имеет языка программирования как такового, а движок символьных вычислений заимствован из пакета Maple. Зато интерфейс программы MathCad очень простой, а возможности визуализации богатые. Все вычисления здесь осуществляются на уровне визуальной записи выражений в общепотребительной математической форме. Пакет имеет хорошие подсказки, подробную документацию, функцию обучения использованию, целый ряд дополнительных модулей и приличную техническую поддержку производителя. Однако пока математические возможности MathCad в области компьютерной алгебры намного уступают системам Maple, Mathematica, MATLAB. Однако по программе MathCad выпущено много книг и обучающих курсов. Сегодня эта система стала международным стандартом для технических вычислений, и даже многие школьники осваивают и используют MathCad.

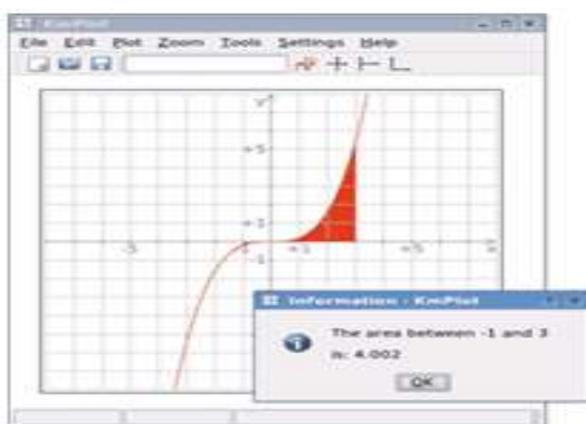


Рисунок 2.4. MathCad

Для небольшого объема вычислений MathCad идеален — здесь все можно проделать очень быстро и эффективно, а затем оформить работу в привычном виде (MathCad предоставляет широкие возможности для оформления результатов, вплоть до публикации в Интернете). Пакет имеет удобные возможности импорта/экспорта данных. Например, можно работать с электронными таблицами Microsoft MS Excel прямо внутри MathCad-документа [5].

В общем, MathCad — это очень простая и удобная программа, которую можно рекомендовать широкому кругу пользователей, в том числе не очень сведущих в математике, а особенно тем, кто только постигает ее азы.

В качестве более дешевых, простых, можно отметить такие пакеты, как UMS, Microsoft MS Excel.

Когда-то системы символьной математики были ориентированы исключительно на узкий круг профессионалов и работали на больших компьютерах. Но с появлением ПК эти системы были переработаны под них и доведены до уровня массовых серийных программных систем. Сейчас на рынке сосуществуют системы символьной математики самого разного калибра — от рассчитанной на широкий круг потребителей системы MathCad до компьютерных монстров Mathematica, MATLAB и Maple, имеющих тысячи встроенных и библиотечных функций, широкие возможности графической визуализации вычислений и развитые средства для подготовки документации.

Отметим, что практически все эти системы работают не только на персональных компьютерах, оснащенных популярными операционными системами Windows, но и под управлением операционных системы Linux, UNIX, Mac OS, а также на КПК [6].

Перейдем к пакетам наиболее часто используемых в школах при проведении уроков математики в старших классах. К ним относятся: Universal Math Solver (UMS), Microsoft MS Excel.

Программа UMS - "Универсальный математический решатель"

позволяет решать задания из многих разделов алгебры и анализа. Знания "Универсального решателя" охватывают почти весь курс по алгебре и анализу средней школы и первых курсов вузов [7].

В отличие от ряда мощных математических пакетов, UMS доступен для быстрого изучения благодаря простому интерфейсу и справляется с предложенными задачами исключительно "школьными" методами, оформляя все этапы решения так, как это бы сделал учитель (рисунок 5).

Если смотреть на практическую ценность Universal Math Solver шире, то приложение с успехом сослужит службу родителям, привыкшим контролировать выполнение домашних заданий ребёнком, и учителям математики. Последние могут использовать интерактивные возможности программы в учебном процессе, возлагая объяснение решений задач на "плечи" электронного педагога.

Universal Math Solver поставляется в двух редакциях - стационарной и сетевой. Стоимость годичной лицензии за одну инсталляцию первой версии составляет 3000 тенге, цена сетевой редакции - в три раза выше [8].

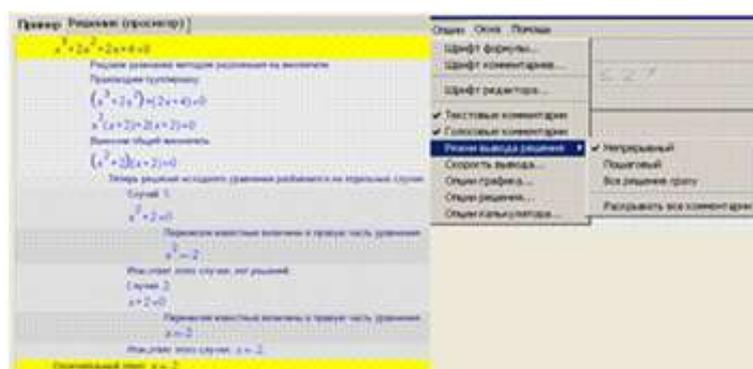


Рисунок 5. Universal Math Solve

К сожалению, в школьной практике нет возможности использовать такие мощные математические пакеты, как Mathematica, Mathcad, MathLab, Maple из-за дороговизны их лицензионных копий. Однако офисные приложения MS Office есть в каждой школе. Применение математической оболочки офисного табличного процессора MS Excel позволяет решать математические задачи высокой сложности.

2.2. Вычислительные возможности среды MATLAB

Система MATLAB (сокращение от MATrix LABoratory – МАТричная ЛАБоратория) является интерактивной системой для выполнения инженерных и научных расчетов, ориентированной на работу с массивами данных. Система использует математический сопроцессор и допускает возможность обращения к программам, написанным на языках Fortran, C, C++.

В MATLAB содержатся специальные средства для электротехнических и радиотехнических расчетов (операции с комплексными числами, матрицами, векторами и полиномами, обработка данных, анализ сигналов и цифровая фильтрация), обработки изображений, реализации нейронных сетей, а также средства, относящиеся к другим новым направлениям науки и техники. К разработкам расширений для системы MATLAB привлечены многие научные школы мира и руководящие ими крупные ученые и педагоги университетов.

Важными достоинствами системы являются ее открытость и расширяемость. Большинство команд и функций системы реализованы в виде текстовых m-файлов и файлов на языке Си, причем все файлы доступны для модификации. Пользователю дана возможность создавать не только отдельные файлы, но и библиотеки файлов для реализации специфических задач [13].

Возможности MATLAB весьма обширны, а по скорости выполнения задач система нередко превосходит своих конкурентов. Она применима для расчетов практически в любой области науки и техники. Например, очень широко используется при математическом моделировании механических устройств и систем. В частности в динамике, гидродинамике, аэродинамике, акустике, энергетике и т. д. Этому способствует не только расширенный набор матричных и иных операций и функций, но и наличие пакета расширения (toolbox) Simulink, предназначенного для решения задач блочного моделирования динамических систем и устройств, а также десятков

других пакетов расширений.

Все команды следует набирать в командной строке. Для того чтобы MATLAB выполнила команду или вычислила выражение, набор любой команды или выражения должен заканчиваться нажатием на кнопку <Enter>.

Использование переменных. В MATLAB предусмотрена возможность работы с переменными. При этом нет необходимости задавать тип вводимой переменной.

В MATLAB команды можно завершать точкой с запятой. При этом операция будет выполнена, но результат выполнения не будет выводиться на экран.

Сохранение рабочей среды. Один из способов сохранения значений всех переменных – это использование в меню File пункта Save Workspace As. По умолчанию предлагается сохранить файл в подкаталоге work основного каталога MATLAB. MATLAB сохранит результаты работы в файле с расширением *.mat. Теперь можно закрыть MATLAB одним из следующих способов:

- выбрать в меню File пункт Exit MATLAB;
- нажать клавиши <Ctrl>+<Q>;
- набрать команду Exit в командной строке и нажать <Enter>;
- нажать на кнопку с крестиком в правом верхнем углу окна

программы

MATLAB.

Для восстановления значений переменных следует открыть созданный файл при помощи подпункта Open меню File. Теперь все переменные, определенные в прошлом сеансе, стали доступными. Их можно использовать в следующем сеансе.

Сохранение и восстановление переменных рабочей среды можно выполнить и из командной строки. Для этого служат команды save и load. В конце сеанса работы с MATLAB надо выполнить команду

```
>>save session_1
```

В начале следующего сеанса работы для считывания переменных следует ввести команду

```
>>load session_1
```

Подробную информацию о командах `save` и `load` можно получить, набрав в командной строке `help save` или `help load`. Переменные в файлах с расширением `*.mat` хранятся в двоичном виде.

В MATLAB имеется возможность записывать исполняемые команды и результаты в текстовый файл, который потом можно легко прочитать или распечатать из текстового редактора. Для начала ведения журнала служит команда `diary`. В качестве аргумента команды `diary` следует задать имя файла, в котором будет храниться журнал работы.

```
>> diary session_1.txt
```

При остановке записи сеанса работы, наберите

```
>> diary off
```

Рабочее пространство. Рабочее пространство – это область памяти, доступная из командной строки MATLAB. Две команды, `who` и `whos`, показывают текущее содержание рабочего пространства. Команда `who` выдает краткий список, а команда `whos` размер и используемую память.

Действие над векторами. В MATLAB выделяется две существенно различающиеся группы действий над векторами: векторные действия – такие, которые предусмотрены векторным исчислением в математике, и действия по преобразованию элементов векторов.

Сложение, вычитание, транспонирование, умножение вектора на число, умножение векторов осуществляется при помощи знаков арифметических действий.

Ввод матриц. При вводе матриц необходимо соблюдать основные условия:

- отделять элементы строки пробелами или запятыми;
- использовать точку с запятой для обозначения окончания каждой строки, заключать весь список элементов квадратными скобками `[]`;

- при обращении к элементам массива использовать круглые скобки
());

Матрицы в MATLAB можно вводить несколькими способами:

- вводить полный список элементов;
- загружать матрицы из внешних файлов;
- генерировать матрицы, используя встроенные функции;
- создавать матрицы с помощью ваших собственных функций в M – файлах.

Загрузка матриц. Команда `load` считывает двоичные файлы, содержащие матрицы, созданные в MATLAB ранее, или текстовые файлы, содержащие численные данные. Текстовые файлы должны быть сформированы в виде прямоугольной таблицы чисел, отделенных пробелами, с равным количеством элементов в каждой строке.

Объединение. Объединение – это процесс соединения маленьких матриц для создания больших. Пара квадратных скобок – это оператор объединения.

Удаление строк и столбцов. Удалять строки столбцы матрицы можно, используя пару пустых квадратных скобок.

Сложение, вычитание, умножение, транспонирование и возведение в степень. При использовании матричных операций следует помнить, что для сложения или вычитания матрицы должны быть одного размера, а при перемножении число столбцов первой матрицы обязано равняться числу строк второй матрицы. Сложение и вычитание матриц, так же как чисел и векторов, осуществляется при помощи знаков плюс и минус.

Построение графиков функций. MATLAB может создавать как плоские графики, так и трехмерные сетчатые поверхности, а также движущиеся графики или анимацию.

MATLAB предоставляет набор команд высокого уровня, которые используются для построения графиков. Это такие команды как `plot`, `title`, `axis`, `text`, `hist`, `contour` и ряд других. Команды высокоуровневой графики

автоматически устанавливают свойства графических объектов и обеспечивают воспроизведение графики в нужных системах координат, палитре цветов и т.д.

MATLAB показывает графические объекты в специальных графических окнах, имеющих в заголовке слово Figure (фигура, изображение).

Для отображения нескольких графиков на одном рисунке существует два способа. Первым способом является использование команды `hold on`, которая замораживает текущий график, так что последующие кривые помещаются на этот же график [15]. Команда `hold off` приводит к тому, что любой последующий вызов команды `plot` создает новый рисунок на этом же листе, т.е. предыдущий график стирается. Того же самого результата можно добиться, используя функции `plot` с последовательностью аргументов: переменная x , первая функция, переменная x , вторая функция и т.д.

У такого способа есть еще одно преимущество: разные графики автоматически строятся разным цветом.

Если все же нужно одновременно визуализировать результаты, выводя каждый график отдельно, то это можно сделать также двумя способами. Первым способом является построение их в разных графических окнах. Для создания нового графического окна применяется команда `figure`.

Вторым решением показа нескольких графиков без конфликта диапазонов осей координат является использование функции `subplot`.

Эта функция позволяет разбить область вывода графической информации на несколько подобластей, в каждую из которых можно вывести графики различных функций.

Функция `fplot`. Функция `fplot` предоставляет альтернативную возможность изображения функций по сравнению с вычислением вектора y по x и последующим изображением этой кривой с помощью функции `plot`. Этой функции необходимо передавать строку, описывающую требуемую функцию в виде $f(x)$, может содержать любые допустимые в MATLAB

операции и/или функции. Функция `fplot` имеет еще два дополнительных аргумента. Один из них – это строка, описывающая тип и цвет линии, а вторая – точность. По умолчанию точность равна, и она определяет, на какое количество точек делить интервал, чтобы погрешность от линейной интерполяции не превосходила этой заданной точности.

Визуализация и графические средства. В последнее время создатели математических систем уделяют огромное внимание визуализации решения математических задач. Говоря проще, это означает, что постановка и описание решаемой задачи и результаты решения должны быть предельно понятными не только тем, кто решает задачи, но и тем, кто в дальнейшем их изучает или просто просматривает. Большую роль в визуализации решения математических задач играет графическое представление результатов, причем как конечных, так и промежуточных.

Визуализация постановки задачи в MATLAB решается применением приложения Notebook и назначением именам функций достаточно ясных имен (идентификаторов). А визуализация результатов вычислений достигается применением обширных средств графики, в том числе анимационной, а также использованием (там, где это нужно) средств символьной математики.

Трехмерные графики функций. Для отображения функции двух переменных следует:

1. Сгенерировать матрицы с координатами узлов сетки на прямоугольной области определения функции.
2. Вычислить функцию в узлах сетки и записать полученные значения в матрицу.
3. Использовать одну из графических функций MATLAB.
4. Нанести на график дополнительную информацию, в частности, соответствие цветов значениям функции.

Сетка генерируется при помощи команды `meshgrid`, вызываемой с двумя аргументами. Аргументами являются векторы, элементы которых

соответствуют сетке на прямоугольной области построения функции. Можно использовать один аргумент, если область построения функции – квадрат. Для вычисления функции следует использовать поэлементные операции.

Для построения каркасной поверхности, используется функция `mesh`, вызываемая с тремя аргументами. Цвет линий поверхности соответствует значениям функции. MATLAB рисует только видимую часть поверхности. При помощи команды `hidden off` можно сделать каркасную поверхность “прозрачной”, добавив скрытую часть. Команда `hidden on` убирает невидимую часть поверхности, возвращая графику прежний вид [17].

М-файлы. Файлы, которые содержат коды языка MATLAB, называются М-файлами. Процедура создания М-файла включает две операции:

- создание М-файла с использованием текстового редактора
- вызов М-файла из командной строки или из другого М-файла

Результатом является значение выходной переменной.

Типы М-файлов. Существует два типа М-файлов: М-сценарии и М-функции со следующими характеристиками (Таблица 1):

Таблица 2.1. Характеристики М-сценария и М-функции

М-сценарий	М-функция
Не допускает входных и выходных аргументов	Допускает входные и выходные аргументы
Оперирует с данными из рабочей области	По умолчанию внутренние переменные являются локальными по отношению к функции
Предназначен для автоматизации последовательности шагов, которые нужно выполнять много раз	Предназначена для расширения возможностей языка MATLAB (библиотеки функции, пакеты прикладных программ)

Структура М-файла. М-файл, оформленный в виде функции, состоит из следующих компонентов:

- строки определения функции

- первой строки комментария
- комментария
- тела функции

Структура этой функции содержит компоненты, которые являются общими для любых функций системы MATLAB:

- строку определения функции – задает имя, количество и порядок следования входных и выходных аргументов;

- первую строку комментария – определяет назначение функции.

Она выводится на экран с помощью команд `lookfor` или `help<имя каталога>`;

- комментарий – выводится на экран вместе с первой строкой при использовании команды `help<имя функции>`;

- тело функции – это программный код, который реализует вычисления и присваивает значения выходным аргументам.

Типы переменных. Локальные и глобальные переменные. Использование переменных в М-файле ничем не отличается от использования переменных в командной строке, а именно:

- переменные не требуют объявления; прежде чем переменной присвоить значение, необходимо убедиться, что всем переменным в правой части присвоены значения;

- любая операция присваивания создает переменную, если это необходимо, или изменяет значение существующей переменной;

- имена переменных начинаются с буквы, за которой следует любое количество букв, цифр и подчеркиваний.

Обычно каждая М-функция, задаваемая в виде М-файла, имеет собственные локальные переменные, которые отличны от переменных других функций и переменных рабочей области. Если несколько функций и рабочая область объявляют некоторую переменную глобальной, то все они используют единственную копию этой переменной. Любое присваивание

этой переменной распространяется на все функции, где она объявлена глобальной.

Для того чтобы переменная рабочей области была глобальной, необходимо объявить ее как глобальную из командной строки; в каждой функции использовать команду `global` перед первым появлением переменной, рекомендуется указывать команду `global` в начале М-файла [15].

Создание М-файлов. М-файлы являются обычными текстовыми файлами, которые создаются с помощью текстового редактора. Для операционной среды персонального компьютера система MATLAB поддерживает специальный встроенный редактор/отладчик, хотя можно использовать и любой другой текстовый редактор с ASCII-кодами [18].

Открыть редактор можно двумя способами:

- из меню File выбрать опцию New, а затем M-File;
- использовать команду редактирования `edit<имя файла>`.

М-сценарии. Сценарии являются самым простым типом М-файла – у них нет входных и выходных аргументов. Они полезны для выполнения автоматизации последовательности MATLAB-команд вычисления, которые должны были бы многократно вводиться из командной строки.

Сценарии оперируют данными из рабочей области и могут создавать данные для последующей обработки в этом файле. Данные, которые используются в сценарии, сохраняются в рабочей области после завершения сценария и могут быть использованы для дальнейших вычислений.

М-функции. Функции являются М-файлами, которые допускают наличие входных и выходных данных аргументов. Они работают с переменными в пределах собственной рабочей области, отличной от рабочей области системы MATLAB.

Структура М-функции. М-функция включает следующие компоненты:

- строки определения функции;
- первой строки комментария;
- собственно комментария;

- тела функции;
- строчных комментариев.

Имена М-функций. Имя файла, содержащего М-функцию, составляется из имени функции и расширения ".m".

Если имя файла и имя функции в строке определения функции разные, то используется имя файла, а внутреннее имя игнорируется. Настоятельно рекомендуется использовать одинаковые имена.

Выполнение М-функций. М-функцию можно вызвать из командной строки системы MATLAB или из других М-файлов, обязательно указав все необходимые атрибуты – входные аргументы в круглых скобках, выходные аргументы в квадратных скобках.

Для вывода сообщений об ошибках используется оператор `error('Message')`.

Управление потоками. MATLAB имеет пять видов структур управления потоками [20]:

- оператор `if`
- оператор `switch`
- циклы `for`
- циклы `while`
- оператор `break`

Операторы цикла `for`, `while`. Самое простое использование `for` осуществляется следующим образом:

```
for count = start:step:final
команды MATLAB
end
```

Здесь `count` – переменная цикла, `start` – ее начальное значение, `final` – конечное значение, а `step` – шаг, на который увеличивается `count` при каждом следующем заходе в цикл. Цикл заканчивается, как только значение `count` становится больше `final`. Переменная цикла может принимать не только

целые, но и вещественные значения любого знака.

Использование оператора for.

```
for i=1:m
for j=1:n
H(i, j) = 1/(i+j-1);
end
end
H
```

По данному набору команд создается и выводится на экран матрица Гилберта размерности $m \times n$. Точка с запятой, которая завершает внутренний оператор, предотвращает вывод на экран ненужных промежуточных результатов, в то время как последний оператор H выводит на экран окончательный результат.

Цикл While. В общем виде цикл while записывается в виде

```
while <условие>
<операторы>
end
```

<операторы> будут повторяться до тех пор, пока <условие> будет оставаться истинным. Например, для заданного числа a приведенная далее последовательность операторов вычислит и выведет на дисплей наименьшее неотрицательное число n , удовлетворяющее заданному условию.

Использование оператора while

```
n=0;
while 2^n<a
n=n+1;
end
n
```

Условный оператор if. В общем виде простой оператор if используется

следующим образом:

```
if <условие>  
<операторы>  
end
```

<операторы> будут выполняться, только если <условие> истинно. Возможно также множественное ветвление, что демонстрируется приведенным далее примером.

Использование оператора if

```
If n<0  
parity=0;  
elseif mod(n, 2)==0  
parity=2;  
else  
parity=1;  
end  
parity
```

Оператор переключения switch...case. При необходимости построить конструкцию ветвления с более чем двумя логическими условиями удобнее использовать не вложенные операторы if, а оператор переключения switch...case. Этот оператор имеет следующую структуру:

```
switch <выражение>  
case <значение 1>  
операторы  
case <значение 2>  
операторы  
...  
otherwise  
операторы
```

end

Условия (операторы отношения). В MATLAB используются следующие операторы отношения:

< меньше чем

> больше чем

<= меньше или равно

>= больше или равно

== равно

~= не равно

Отметим, что знак = используется в операторах присваивания, в то время как знак == используется в операторах отношения.

Когда эти операторы применяются к скалярам, то результатом является тоже скаляр 1 или 0 в зависимости от того, является ли результат истиной или ложью. Когда операторы отношения применяются к матрицам одинакового размера, результатом является матрица того же размера, у которой в качестве элементов стоят 0 или 1, в зависимости от соотношения между соответствующими элементами исходных матриц. Операторы while и if интерпретирует отношение между матрицами как истинное в том случае, если результирующая матрица не имеет нулевых элементов [16].

2.3. Расчет параметров и графическое представление множественной регрессионной модели в среде Матлаб

Statistics Toolbox - пакет прикладных программ по статистике, резко расширяющий возможности системы MATLAB в области реализации статистических вычислений и статистической обработки данных. Содержит весьма представительный набор средств генерации случайных чисел, векторов, матриц и массивов с различными законами распределения, а также множество статистических функций. Следует отметить, что наиболее распространенные статистические функции входят в состав ядра системы

MATLAB (в том числе функции генерации случайных данных с равномерным и нормальным распределением). Основные возможности пакета:

- описательная статистика;
- распределения вероятностей;
- оценка параметров и аппроксимация;
- проверка гипотез;
- множественная регрессия;
- интерактивная пошаговая регрессия;
- моделирование Монте-Карло;
- аппроксимация на интервалах;
- статистическое управление процессами;
- планирование эксперимента;
- моделирование поверхности отклика;
- аппроксимация нелинейной модели;
- анализ главных компонент;
- статистические графики;
- графический интерфейс пользователя.

Пакет включает 20 различных распределений вероятностей, включая t (Стьюдента), F и Хи-квадрат. Подбор параметров, графическое отображение распределений и способ вычисления лучших аппроксимаций предоставляются для всех типов распределений. Предусмотрено множество интерактивных инструментов для динамической визуализации и анализа данных. Имеются специализированные интерфейсы для моделирования поверхности отклика, визуализации распределений, генерации случайных чисел и линий уровня.

Рассмотрим основные характеристики расчет параметров и графическое представление множественной регрессионной модели в интерактивном режиме.

Синтаксис

`rstool(x,y)`

`rstool(x,y,'model')`

`rstool(x,y,'model',alpha,'xname','yname')`

Описание

`rstool(x,y)` функция предназначена для расчета параметров и построения графика множественной линейной регрессионной модели для матрицы независимых переменных x и вектора значений зависимой переменной y . На графике регрессионной модели отображаются границы 95% доверительного интервала регрессионной модели. Результаты проведенных расчетов отображаются в графическом окне (рис. 1). Зеленая линия соответствует рассчитанной по регрессионной модели зависимой переменной, красные пунктирные линии - границам доверительного интервала. По столбцам матрицы x задаются значения наблюдений независимых переменных. Строки x соответствуют наблюдениям. Количество строк x и элементов вектора y должно быть равно.

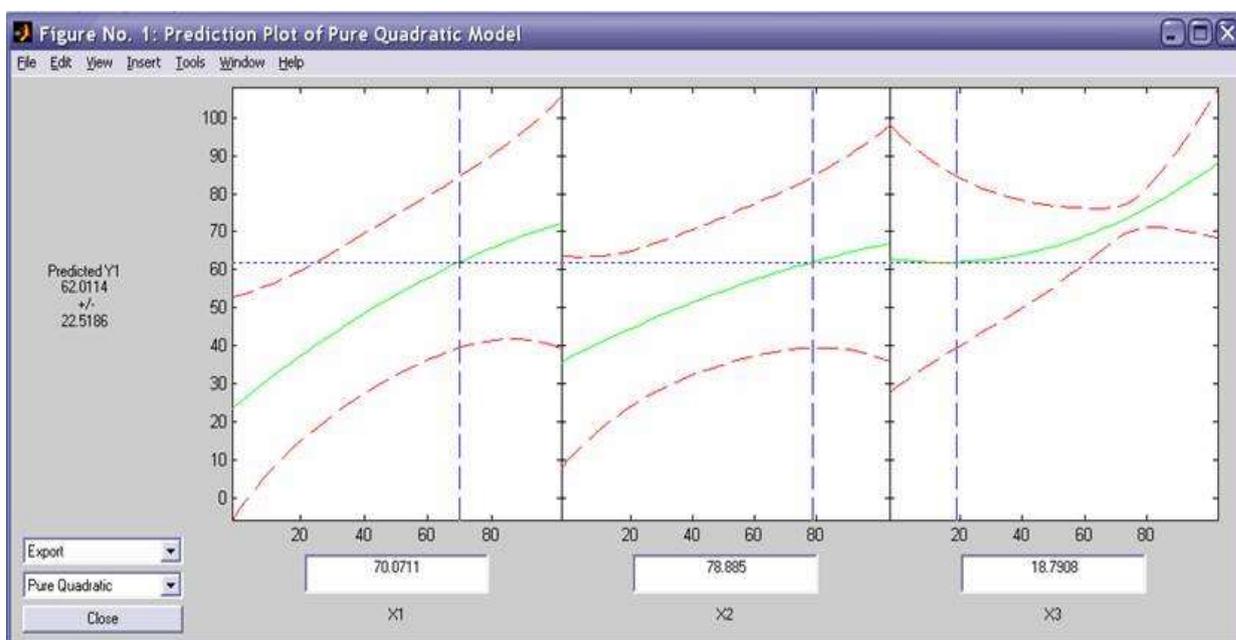


Рис. 1. Графическое окно интерактивного расчета и представления результатов множественной регрессии

Изменяя мышью положение синей пунктирной линии в окнах графиков переменных X_1 , X_2 , X_3 (рис. 1) или вводя значения независимых переменных в строки ввода под графиками можно рассчитать новые точечные и интервальные оценки зависимой переменной в интерактивном режиме. Результаты расчет будут отображаться в левой части графического окна "Predicted Y_1 " и автоматически пересчитываться после изменения значения хотя бы одной переменной.

Меню Export (рис. 2) предназначено для экспорта в среду MATLAB: вектора параметров регрессионной модели - Parameters, корня квадратного из средней квадратической ошибки - RMSE, вектора остатков - Residuals, всех перечисленных выше параметров - All.



Рис. 2. Меню Export.

После выбора пункта меню Export будет предложено изменить идентификатор соответствующей переменной в среде MATLAB. При выборе пункта "All" диалог изменения идентификаторов и экспорта переменных в рабочую область MATLAB примет вид (рис. 3)

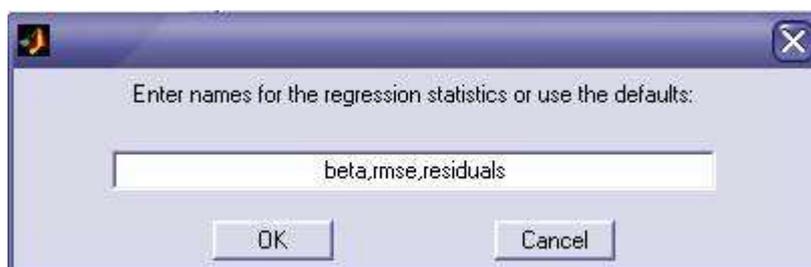


Рис. 3. Диалог изменения идентификаторов и экспорта переменных при выборе пункта "All" меню Export.

Нажатие кнопки "OK" приведет к экспорту переменных. Аналогичные диалоговые окна будет соответствовать пунктам "RMSE", "Residuals", "Parameters".

В следующем за Export меню можно выбрать вид регрессионной модели (рис. 4). После изменения вида модели будут пересчитаны коэффициенты регрессионной модели и параметры RMSE, Residuals. Автоматически будут перестроены графики регрессионной модели и границ ее доверительных интервалов.

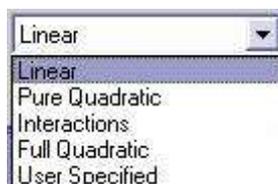


Рис. 4. Меню выбора вида регрессионной модели.

Предусмотрены следующие виды регрессионных моделей:

Таблица 1.

Значение ' <i>model</i> '	Состав эффектов множественной регрессионной модели
'linear'	Линейная модель, включающая линейные эффекты факторов и постоянный член. Принимается по умолчанию.
'interaction'	Линейная модель, включающая линейные эффекты и эффекты взаимодействия факторов, постоянный член.
'quadratic'	Квадратическая модель, включающая квадратические эффекты и эффекты взаимодействия факторов.
'purequadratic'	Квадратическая модель, включающая квадратические и линейные эффекты факторов, постоянный член.
'User Specified'	Модель первоначально определенная пользователем при помощи входного параметра ' <i>model</i> '.

Кнопка Close позволяет закрыть графическое окно интерактивной множественной регрессии (рис. 1).

`rstool(x,y,'model')` входной параметр '*model*' позволяет пользователю задать вид начальной регрессионной модели отображаемой в графическом окне множественной регрессии (рис. 1). Параметр '*model*' может принимать

следующие значения: 'interaction', 'quadratic', 'purequadratic'. По умолчанию 'model'='linear'. Описание регрессионных моделей приведено в табл. 1.

`rstool(x,y,'model',alpha)` входной параметр `alpha` позволяет задать уровень значимости. Доверительная вероятность для границ доверительного интервала определяется как $100(1-\alpha)\%$. Например, при $\alpha=0.01$ доверительная вероятность будет равна 99%.

Если в качестве `y` задать матрицу, то каждый ее столбец будет трактоваться как отдельная зависимая переменная от всех независимых переменных `x` (столбцов матрицы `x`). Задача множественной регрессии будет решаться поочередно сначала для первой зависимой переменной (первого столбца `y`), затем второй зависимой переменной и т.д. Графическое представление такой задачи будет иметь вид матрицы графиков (рис. 5), где "Predicted Y1" является первым столбцом матрицы `y`, "Predicted Y2" - вторым столбцом `y` и т.д. Все графики будут построены в одинаковом масштабе для независимых переменных `x`. Изменение значения одной из независимых переменных мышью в окне графика или вводом ее значения в соответствующую строку ввода приведет автоматическому пересчету точечных и интервальных оценок всех зависимых переменных. Векторы параметров регрессионных моделей `Parameters` и остатков `Residuals` при экспорте будут преобразованы в матрицы с числом столбцов равным количеству регрессионных моделей или зависимых переменных `y`. Первый столбец `Parameters` и `Residuals` будет соответствовать `y(:,1)` и т.д. Скаляр `RMSE` будет преобразован в вектор-строку с числом элементов равным `size(y,2)`. При изменении вида регрессионной модели новая модель будет применена ко всем зависимостям, и указанным выше образом, будут пересчитаны экспортируемые параметры.

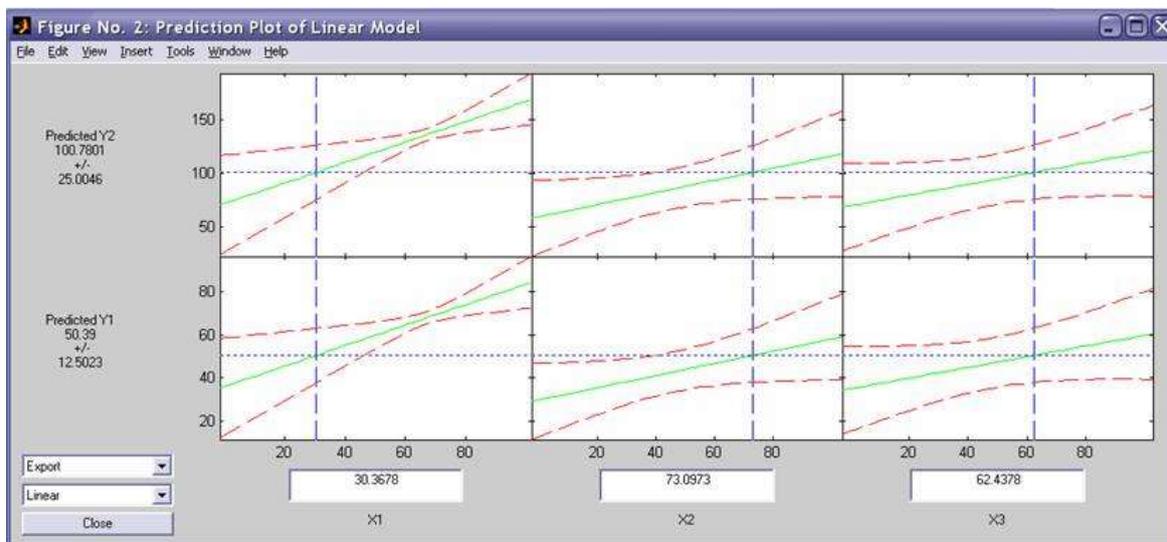


Рис. 5. Графическое окно интерактивного расчета и представления результатов множественной регрессии для 2 зависимых переменных.

`rstool(x,y,'model',alpha,'xname','yname')` входные параметры `'xname'` и `'yname'` позволяют задать метки на графиках для независимых и зависимых переменных. `'xname'` задается как вектор строковых переменных. `'yname'` определяется как строковая переменная.

ГЛАВА 3. ПРИМЕНЕНИЕ СРЕДЫ МАТЛАБ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА

3.1. Численная реализация множественной линейной регрессии

Синтаксис

`b = regress(y,X)`

`[b,bint,r,rint,stats] = regress(y,X)`

`[b,bint,r,rint,stats] = regress(y,X,alpha)`

Описание

`b = regress(y,X)` функция предназначена для расчета точечных оценок коэффициентов линейного уравнения регрессии b . Расчет точечных оценок коэффициентов выполняется методом наименьших квадратов из следующего уравнения линейной модели:

$$y = X\beta + \varepsilon,$$

где y - вектор значений зависимой переменной; β - вектор коэффициентов линейной модели; X - матрица значений независимых переменных; ε - вектор случайных возмущающих факторов, распределенных по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 , $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$.

Размерности векторов значений зависимой переменной y и случайных возмущающих факторов ε - $n \times 1$, где n - количество наблюдений. Размерность матрицы X равна $n \times p$, где p - количество независимых переменных. Столбцы матрицы X соответствуют независимым переменным, строки - наблюдениям. Размерность вектора коэффициентов линейной регрессионной модели равна $p \times 1$. Коэффициенты множественной линейной регрессионной модели в векторе b располагаются по возрастанию степени независимых переменных.

`[b,bint,r,rint,stats] = regress(y,X)` функция возвращает: b - вектор точечных оценок коэффициентов линейного уравнения регрессии, $bint$ - матрицу интервальных оценок параметров линейной регрессии, r - вектор остатков, $rint$ - матрицу 95% доверительных интервалов остатков, $stats$ -

структуру, содержащую значения статистики R^2 с соответствующими ей F статистикой и уровнем значимости p для регрессионной модели.

Размерность матрицы `bint` составляет $p \times 2$, где первый столбец матрицы задает нижнюю границу 95% доверительного интервала, второй - верхнюю границу 95% доверительного интервала. Количество элементов вектора `r` равно n . Размерность матрицы `rint` равна $n \times 2$, где первый и второй столбцы используются для задания нижней и верхней границ 95% доверительного интервала по каждому из n наблюдений.

`[b,bint,r,rint,stats] = regress(y,X,alpha)` входной параметр `alpha` позволяет задать величину уровня значимости. Уровень значимости используется для расчета границ доверительных интервалов `bint` и `rint` с доверительной вероятностью определяемой как $100(1-\alpha)\%$. Значение `alpha=0.2` будет соответствовать 80% границам доверительных интервалов `bint` и `rint`.

Примеры использования функции расчета значений параметров множественной линейной регрессионной модели

Пример 1. Рассматривается линейная регрессионная модель вида $y = 10 + X + \varepsilon$, где $\varepsilon \sim N(0, 0,1)$.

1.1. Моделирование матрицы значений независимой переменной

```
>> X = [ones(10,1) (1:10)']
```

```
X =
```

```
1 1
```

```
1 2
```

```
1 3
```

```
1 4
```

```
1 5
```

```
1 6
```

```
1 7
```

```
1 8
```

```
1 9
```

1 10

1.2. Моделирование вектора значений зависимой переменной

```
>> y = X * [10;1] + normrnd(0,0.1,10,1)
```

y =

10.9606

12.0310

13.0405

14.1457

14.9772

15.9760

16.8907

17.9328

18.9891

20.1052

1.3. Расчет параметров линейной регрессионной модели и их 95% границы доверительных интервалов

```
>> [b,bint] = regress(y,X,0.05)
```

b =

10.0148

0.9982

bint =

9.8858 10.1437

0.9774 1.0190

1.4. Графическое представление выборочных данных, регрессионной модели и прямых регрессионной модели для границ параметров доверительных интервалов

```
>> Xx = 1:1:10;
```

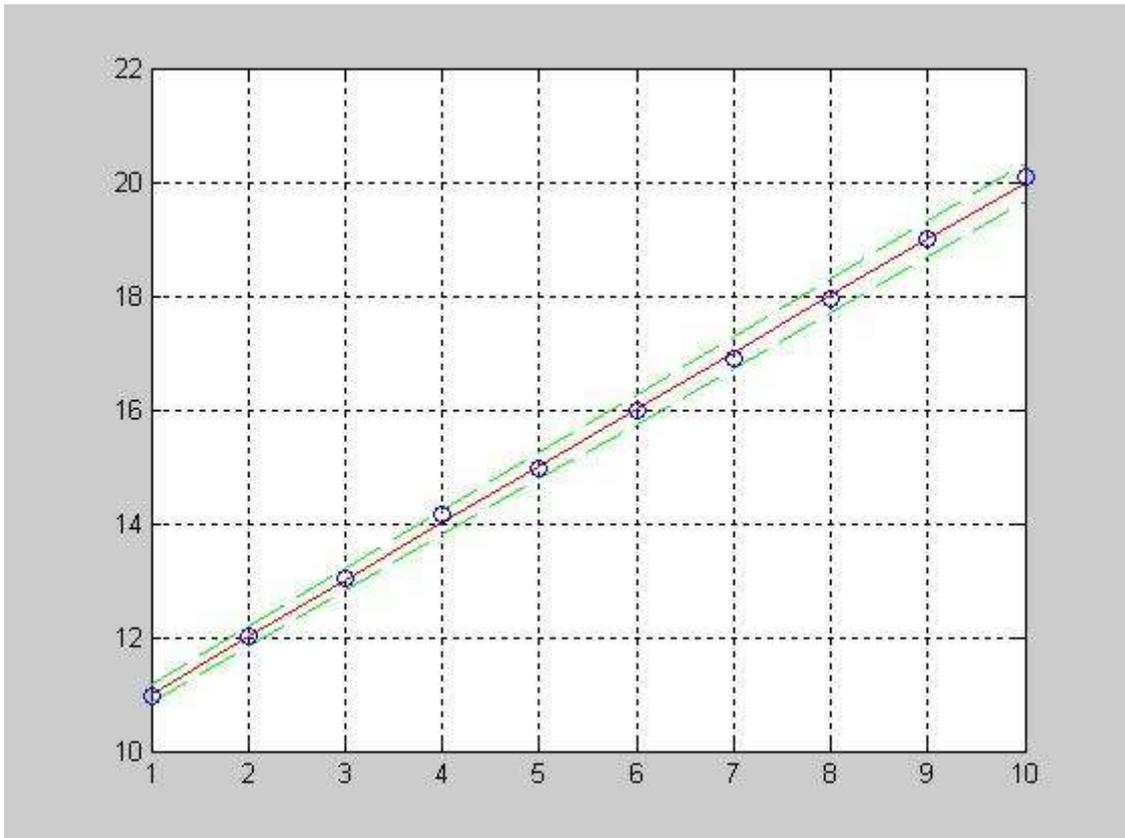
```
>> Yu = b(1)+ b(2).*Xx;
```

```
>> Yn = bint(1,1)+ bint(2,1).*Xx;
```

```
>> Yv = bint(1,2)+ bint(2,2).*Xx;
```

```
>> plot(Xx,Yy,'r', Xx,Yn,'g--', Xx,Yv,'g--',X(:,2),y,'bo')
```

```
>> grid on
```



1.5. Расчет параметров линейной регрессионной модели, их 99% границы доверительных интервалов, вектора значений остатков, их 99% границы доверительных интервалов и структуру stats.

```
>> [b,bint,r,rint,stats] = regress(y,X,0.01)
```

```
b =
```

```
9.9866
```

```
1.0009
```

```
bint =
```

```
9.7307 10.2425
```

```
0.9597 1.0422
```

```
r =
```

```
-0.0146
```

```
0.0062
```

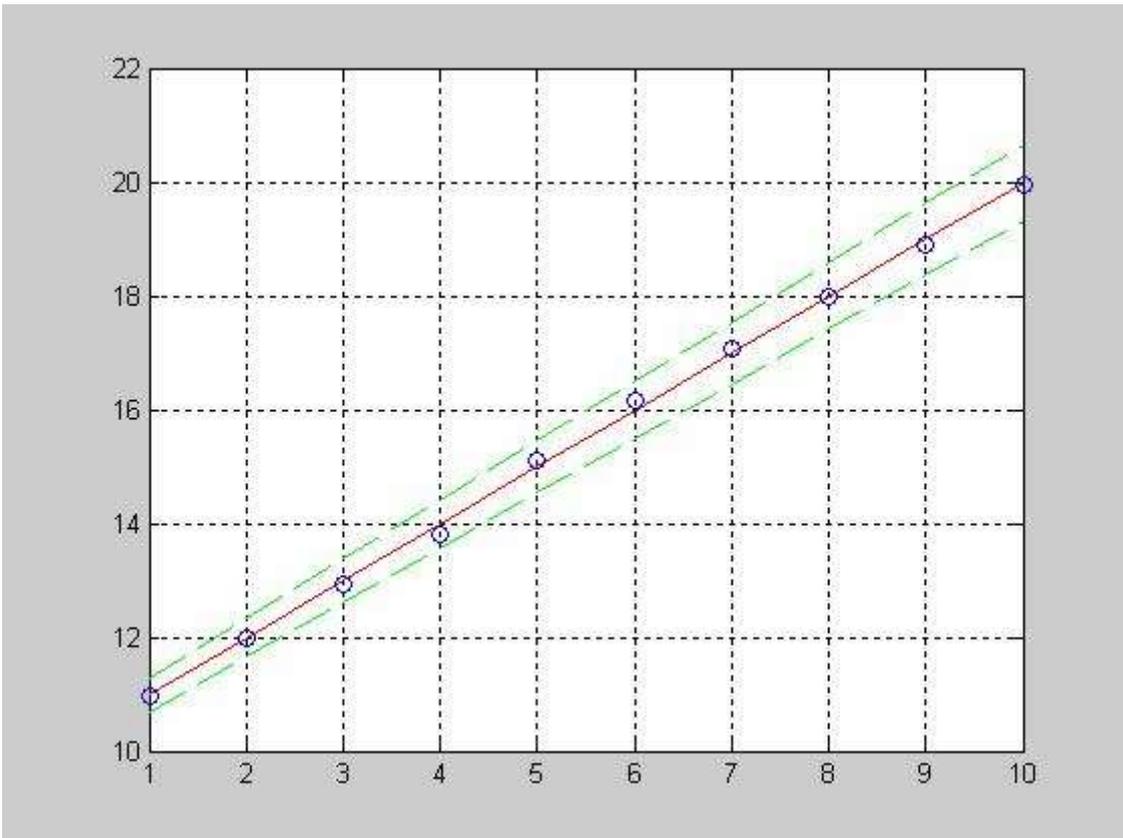
```
-0.0428
-0.1812
0.1223
0.1824
0.0706
0.0043
-0.0927
-0.0544
rint =
-0.3380 0.3089
-0.3409 0.3532
-0.4023 0.3167
-0.4764 0.1140
-0.2237 0.4684
-0.1182 0.4829
-0.2927 0.4338
-0.3592 0.3678
-0.4194 0.2339
-0.3710 0.2621
```

```
stats =
1.0e+003 *
0.0010 6.6321 0.0000
```

1.6. Графическое представление выборочных данных, регрессионной модели и прямых регрессионной модели для границ параметров доверительных интервалов

```
>> Xx = 1:1:10;
>> Yy = b(1)+ b(2).*Xx;
>> Yn = bint(1,1)+ bint(2,1).*Xx;
>> Yv = bint(1,2)+ bint(2,2).*Xx;
>> plot(Xx,Yy,'r', Xx,Yn,'g--', Xx,Yv,'g--',X(:,2),y,'bo')
```

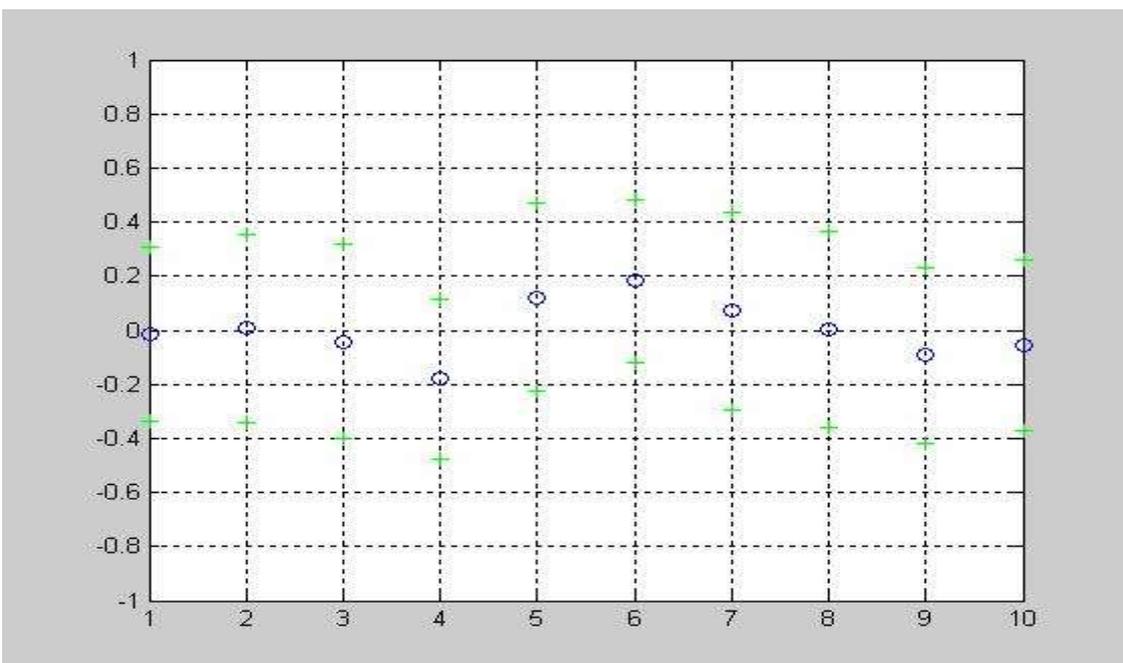
>> grid on



1.7. Графическое представление вектора остатков и их границ доверительных интервалов

>> plot(X(:,2),r,'bo', X(:,2),rint(:,1),'g+', X(:,2),rint(:,2),'g+')

>> grid on



Пример 2. Рассматривается линейная регрессионная модель вида $y = AX_1 + BX_2 + C + \varepsilon$, где $\varepsilon \sim N(0, 0,1)$; A, B, C - параметры линейной регрессионной модели, $A = 0,2, B = 0,5, C = 1,5$; X_1, X_2 - независимые переменные.

2.1. Моделирование матрицы значений независимых переменных

```
>> X1 = unidrnd(10,10,1);
```

```
>> X2 = unidrnd(20,10,1);
```

```
>> X=[ones(10,1) X1 X2]
```

```
X =
```

```
1 7 2
```

```
1 8 8
```

```
1 10 17
```

```
1 8 1
```

```
1 2 3
```

```
1 5 5
```

```
1 10 4
```

```
1 10 13
```

```
1 5 6
```

```
1 9 4
```

2.2. Моделирование вектора значений зависимой переменной

```
>> y = X * [1.5;2.5; 1.2] + normrnd(0,0.1,10,1)
```

```
y =
```

```
21.5191
```

```
31.2189
```

```
46.8962
```

```
22.7327
```

```
10.1175
```

```
19.9813
```

```
31.3726
```

42.0412

21.4183

28.7864

2.3. Расчет параметров линейной регрессионной модели, их 99% границы доверительных интервалов, вектора значений остатков, их 99% границы доверительных интервалов и структуру stats.

```
>> [b,bint,r,rint,stats] = regress(y,X,0.01)
```

b =

1.6080

2.4952

1.1962

bint =

1.3020 1.9140

2.4510 2.5393

1.1730 1.2195

r =

0.0525

0.0798

0.0008

-0.0328

-0.0695

-0.0836

0.0280

-0.0693

0.1572

-0.0630

rint =

-0.2436 0.3486

-0.2183 0.3780

-0.2153 0.2170

```
-0.3141 0.2484  
-0.2699 0.1309  
-0.3637 0.1965  
-0.2484 0.3045  
-0.3326 0.1939  
-0.0444 0.3588  
-0.3495 0.2234
```

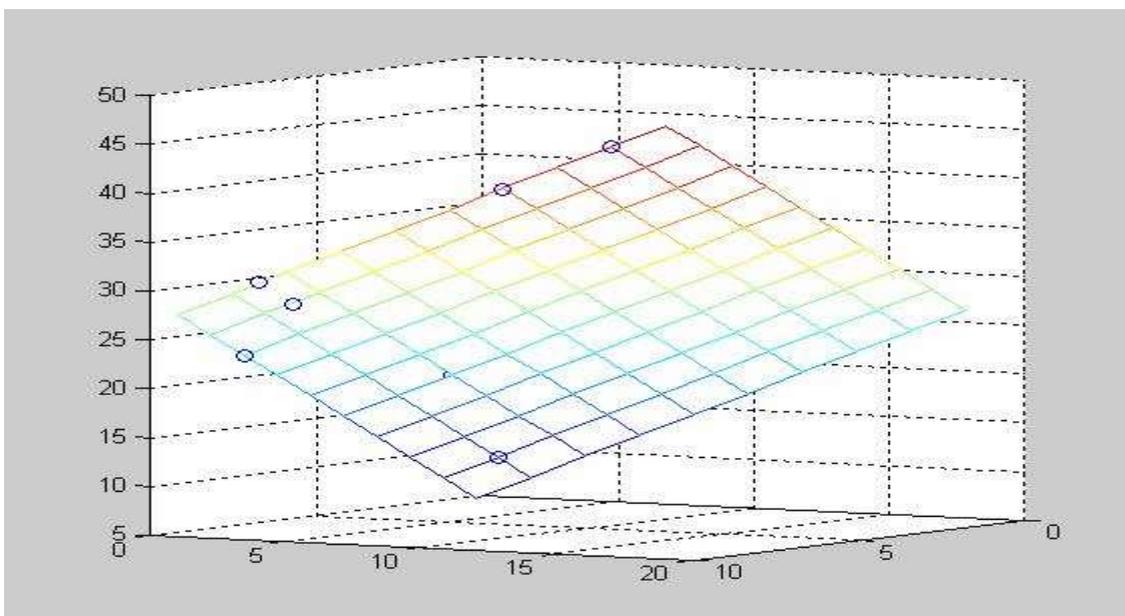
```
stats =
```

```
1.0e+004 *
```

```
0.0001 6.6655 0.0000
```

2.4. Графическое представление выборочных данных, регрессионной модели и регрессионной модели для границ параметров доверительных интервалов

```
>> [Xx1 Xx2] = meshgrid([1:1:10],[1:2:20]);  
>> Yy = b(1)+ b(2).*Xx1+ b(3).*Xx2;  
>> Yn = bint(1,1)+ bint(2,1).*Xx1+ bint(3,1).*Xx2;  
>> Yv = bint(1,2)+ bint(2,2).*Xx1+ bint(3,2).*Xx2;  
>> mesh(Xx1, Xx2, Yy)  
>> hold on  
>> plot3(X1,X2,y,'o')  
>> hold off
```

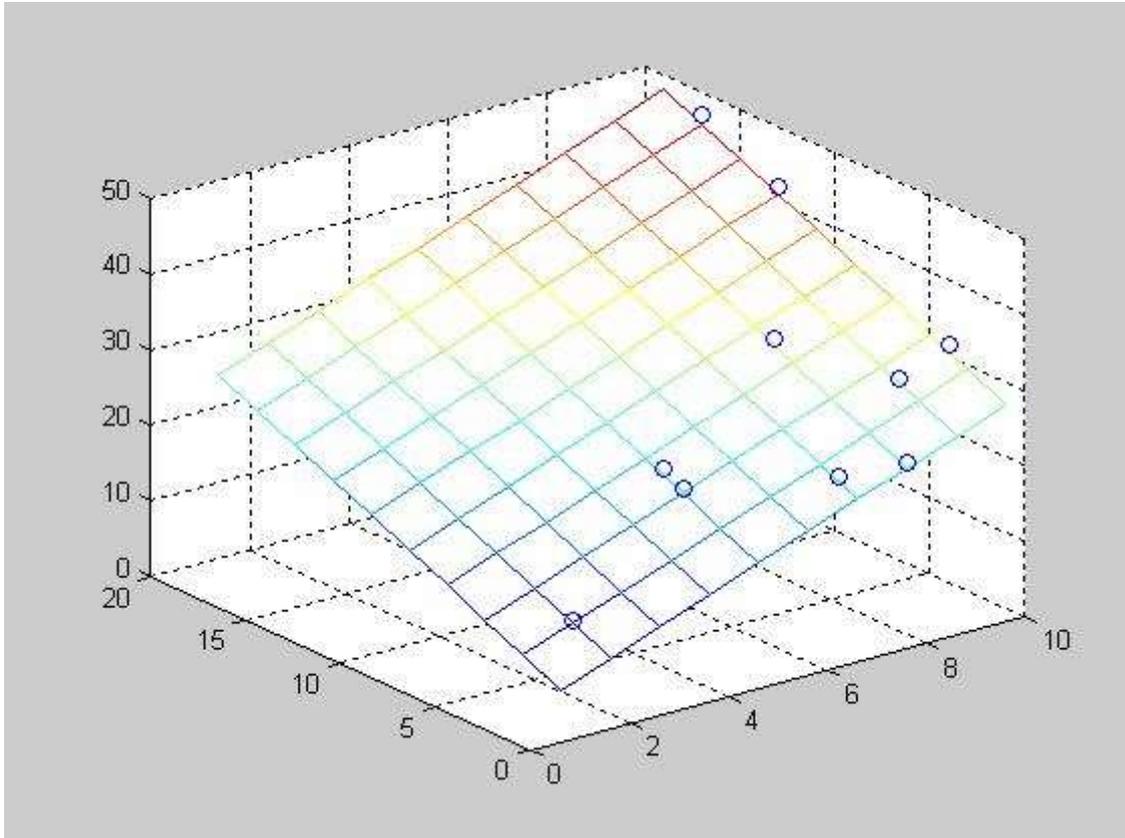


```
>> mesh(Xx1, Xx2, Yn)
```

```
>> hold on
```

```
>> plot3(X1,X2,y,'o')
```

```
>> hold off
```

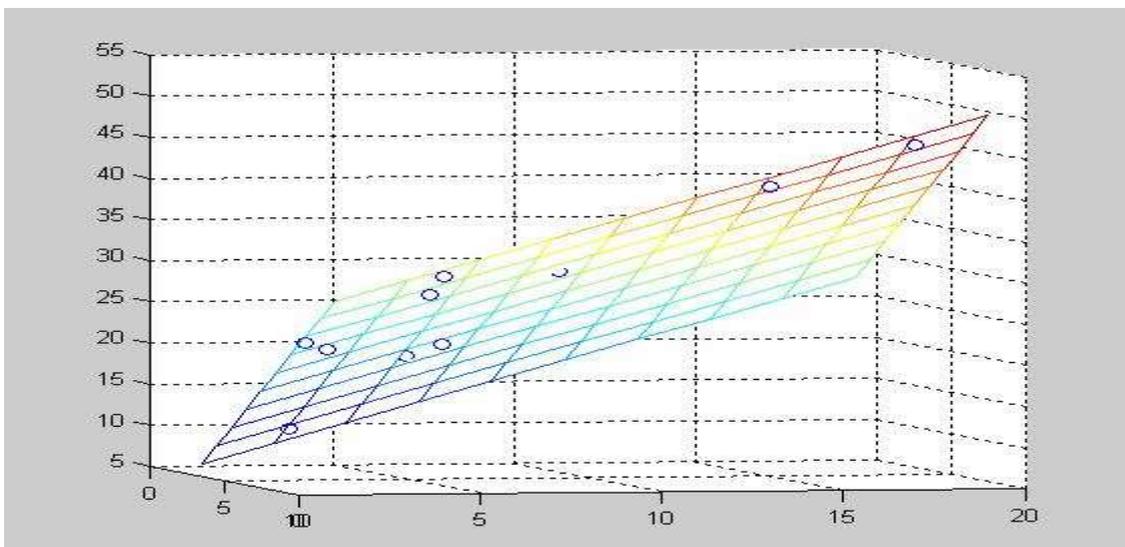


```
>> mesh(Xx1, Xx2, Yv)
```

```
>> hold on
```

```
>> plot3(X1,X2,y,'o')
```

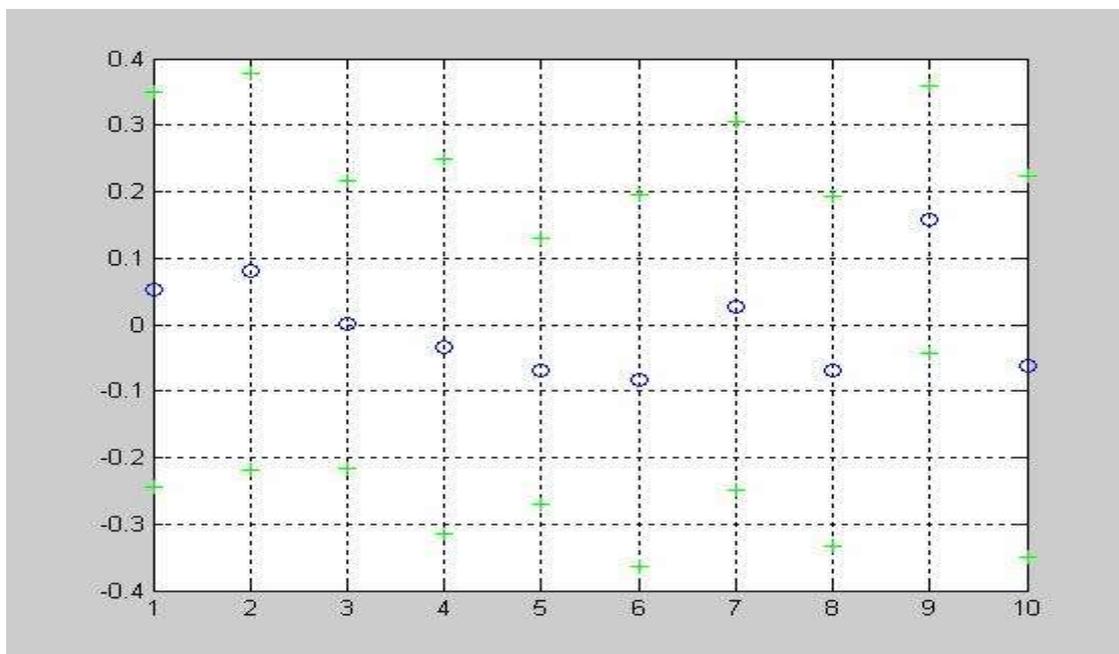
```
>> hold off
```



2.5. Графическое представление вектора остатков и их границ доверительных интервалов

```
>> plot(1:10,r,'bo', 1:10,rint(:,1),'g+', 1:10,rint(:,2),'g+')
```

```
>> grid on
```



3.2. Реализация задачи определения качества высшего образования с помощью методов корреляционно-регрессионного анализа в среде Матлаб

Определение качества высшего образования с помощью методов корреляционно-регрессионного анализа определяет направления эффективной организации и организации деятельности путем определения силы факторов, анализа и оценки деятельности высших учебных заведений.

Важнейшим шагом в разработке модели является выбор эконометрического выражения, описывающего зависимость прогнозируемого значения от отдельных факторов.

В то же время мы выбрали «уровень трудоустройства выпускников» как показатель качества высшего образования. Важно определить математическую модель или определить уравнение регрессии, которое

указывает, что степень занятости выпускников, которая является конечным индикатором, зависит от факторов x_1, x_2, \dots, x_n . В этом исследовании факторами, влияющими на качество высшего образования мы выбрали такие показатели как, средняя заработная плата профессорско-преподавательского состава вуза, степень обеспеченности учебного процесса информационно-коммуникационной техникой (%), научный потенциал вузов (%), процент дипломов с отличием (%), уровень оснащённости учебного процесса (%) и коэффициент сплочённости профессорско-преподавательского состава (таблица 3.1)

Таблица 3.1

Факторы, влияющие на качество высшего образования

Оцениваемый результат: уровень трудоустройства выпускников – Y	
Факторы	Обозначение
средняя заработная плата профессорско-преподавательского состава вуза	X_1
степень обеспеченности учебного процесса информационно-коммуникационной техникой (%)	X_2
научный потенциал вузов (%)	X_3
доля дипломов с отличием выпускников вузов (%)	X_4
уровень оснащённости учебного процесса (%)	X_5
коэффициент сплочённости профессорско-преподавательского состава	X_6

3.2-jadval

Значение факторов корреляционно-регрессионного анализа

	Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
2004	90	327,5	52	47,9	6,9	61	0,86
2005	90,2	412,3	53	48	6,7	62,3	0,87

2006	90,8	545	58,5	48,9	6,6	63,1	0,88
2007	90,8	600,5	61,2	50,4	6,5	64,5	0,88
2008	91,3	642,9	65,8	51,8	6,4	65,8	0,92
2009	91,4	705,7	68	51,8	6,2	70,5	0,92
2010	92	780,4	70	52,1	6,2	75,6	0,92
2011	92,2	878,3	71	52	6,3	81,9	0,92
2012	92,4	950	73,2	50,5	6,5	88,4	0,93
2013	92,6	1120,4	80,5	48,8	6,7	90,2	0,95

Для определения эконометрической модели факторной зависимости используется множественный корреляционно-регрессионный анализ. Для анализа показателей эффективности в исследовании использовались следующие эконометрические модели (многофакторные уравнения регрессии):

$$1) y = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_i x_i \quad (3.1)$$

Линейная модель;

$$2) y = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_i \ln x_i \quad (3.2)$$

Логарифмическая модель;

$$3) y = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \frac{\beta_i}{x_i} \quad (3.3)$$

Гиперболическая модель;

$$4) y = \beta_0 \prod_{i=1}^m x_i^{\beta_i} \quad (3.4)$$

Показательная модель;

Здесь,

β_0 – свободный член;

y – уровень трудоустройства выпускников

x_i – факторы влияющие на уровень трудоустройства выпускников;

β_i – параметры многофакторной модели; ($i= 1,2,3....m$);

m – количество выбранных факторов.

Нужно определить зависимость $y=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Для определения зависимости используем метод наименьших квадратов.

Особенностью многофакторной корреляции является то, что в ее регрессионном уравнении задействованы несколько важных и существенных факторов. Важно выбрать наиболее важный из этих факторов и включить их в уравнение регрессии. Он основан на выборе факторов и качественном теоретическом анализе и проводится в три этапа.

На первом этапе (в начальном анализе) коэффициенты выбираются без каких-либо условий. На втором этапе они анализируются с использованием коэффициентов двойной корреляции. Для этого формируется пара коэффициентов корреляции между символами y, x_1, x_2, \dots, x_n . На третьем этапе факторного анализа определяется регрессионное уравнение и его параметры оцениваются по специальным критериям.

Методы корреляционного анализа могут быть использованы для определения влияния этих факторов на конечный характер. Здесь коэффициент парной корреляции определяется следующим образом:

$$r_{ij} = \frac{(\sum x_i x_j - \sum x_i \times \sum x_j / n)}{\sqrt{(\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2 / n)(\sum x_j^2 - (\sum x_j)^2 / n)}} \quad (3.5)$$

Чтобы определить, какие факторы должны быть включены в уравнение регрессии (Таблица 3.4).

Таблица 3.4

Матрица коэффициентов парной корреляции на коэффициентах взаимодействия

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	1	-0,670	0,242	0,175	-0,403	0,291
x_2	-0,670	1	-0,609	-0,609	-0,259	-0,013
x_3	0,242	-0,609	1	0,282	0,230	0,037

x_4	0,175	0,244	0,282	1	-0,710	0,652
x_5	-0,403	-0,259	0,230	0,230	1	-0,802
x_6	0,291	-0,013	0,037	0,652	-0,802	1

В таблице r_{ij} - коэффициент парной корреляции между x_i и x_j факторами. Хорошо известно, что во множественности регрессионных уравнений сильно коррелированные корреляционные факторы не должны быть взаимосвязаны одновременно. Как правило, его критическое значение получается через $r_{кр} = 0,7$ как сильная корреляционная связь. Коэффициент двойной корреляции факторов, участвующих в уравнении регрессии, должен быть меньше критического значения. Потому что они повторяют друг друга на определенном уровне, что приводит к снижению регрессии и корреляции. Если проанализировать приведенную выше таблицу, мы увидим, что существуют сильные взаимосвязанные факторы, которые больше критических значений. Поэтому мы должны включить x_2 , x_3 и x_5 в уравнение регрессии.

На следующем этапе выбираются важные факторы. В то же время значение Р-значения было учтено для этих факторов. (Таблица 3.5)

Таблица 3.5. Значительные факторы в модели линейной регрессии

	Нестандартные коэффициенты		Стандартные коэффициенты	t-критерий	Р-значение
	B	Стандартное отклонение	Beta		
(Константа)	80,438	1,637		49,131	0,000
x_2	0,045	0,017	0,434	2,596	0,041
x_3	0,101	0,037	0,186	2,733	0,034
x_5	0,040	0,013	0,488	3,218	0,018

В нашем исследовании мы построили систему из четырех неизвестных нормальных уравнений трех факторов и использовали методы «наименьших квадратов» для определения неизвестных параметров b_0, b_1, b_2, b_3 .

В приведенной ниже таблице представлены основные экономические и статистические показатели качества моделей высшего образования и прогнозирования (многофакторное уравнение регрессии). (Таблица 3.6)

Таблица 3.6. Математические расчеты, основанные на типах эконометрических моделей и их основных показателях

Вид эконометрической модели	Вид модели	Критерии оценки			
		R^2	F	P - значе ние	Стандарт-ное отклонение
1. Линейное	$Y = 80,438 + 0,045 * X_2 + 0,101 * X_3 + 0,04 * X_5$	0,985	135,072	6,75E-6	0,135
2. Логарифмическое	$Y = 51,531 + 3,018 \ln X_2 + 3,610 \ln X_3 + 3,068 \ln X_5$	0,984	124,542	8,58E-6	0,141
3. Гиперболическое	$Y = 99,958 - 193,034 / X_2 - 113,45 / X_3 - 236,181 / X_5$	0,981	86,942	9,81E-5	0,148
4. Показательное	$Y = 4,047 x_2^{0,033} * x_3^{0,04} * x_5^{0,034}$	0,985	133,7	6,95E-6	0,001

Мы используем критерий F-Фишера для проверки адекватности этих сгенерированных моделей.

Таким образом, корреляция между фактором и факторами, влияющими на множественность множественных уравнений регрессии фактора, является адекватной. Кроме того, линейный вид из четырех различных уравнений регрессии, который был рассмотрен, более уместен для отношения между «уровнем занятости выпускников» и основными факторами, влияющими на них, и улучшенной моделью линейной регрессии выглядит следующим образом:

$$Y = 80,438 + 0,045 * X_2 + 0,101 * X_3 + 0,04 * X_5$$

Таким образом, среди факторов, которые считаются «уровнем трудоустройства выпускников», уровнем степень обеспеченности учебного процесса информационно-коммуникационной техникой, «научным потенциалом в вузах», «уровень оснащенности учебного процесса» (% «Факторы значительны. Влияние этих факторов на результат можно объяснить следующим:

1. Повышение уровнем степень обеспеченности учебного процесса информационно-коммуникационной техникой приведет к увеличению трудоустройства выпускников на 0,045%;

2. Увеличение «научного потенциала высших учебных заведений» на 1% приводит к увеличению «трудоустройства выпускников» на 0,01%;

3. Повышение уровня оснащенности учебного процесса на один процент приведет к увеличению «трудоустройства выпускников» на 0,04%.

3.3. Правила техники безопасности при работе с компьютером

Негативные излучения компьютера

Доказано, что компьютер – это мощный источник излучения. Монитор является основным источником негативного влияния на здоровье человека. Лучевая трубка устройства создает рентгеновское (ионизирующее) излучение.

Максимально снизить этот показатель позволяет надежная экранизация современных мониторов. Благодаря этому воздействие излучения снижается до естественного радиационного фона.

Он способствует возникновению электростатического поля, электромагнитического, инфракрасного и ультрафиолетового излучения.

Работа с компьютерной техникой вызывает опасность возникновения:

- риска поражения электричеством при замыкании;
- возгорания;

- шума от работающего устройства;
- излучения.

Ионизирующее излучение негативно сказывается на организме человека. Часто у людей, работающих у компьютера, значительно снижается работоспособность, возникают сильные головные боли.

Поэтому специалисты рекомендуют находиться человеку минимум на расстоянии 60 см от монитора.

Общие правила

Правильная работа за компьютером — это, прежде всего, хорошая осанка. Ведь сидеть в одной позе длительное время очень тяжело. Тело устает, возникает боль в плечевых суставах и позвоночнике. Поэтому необходимо правильно выбрать компьютерное кресло. Его конструкция должна правильно и равномерно распределять вес всего тела. Таким образом, нагрузка на позвоночник и мышцы будет незначительной.

При работе за компьютерным столом следует обратить внимание **на положение рук. Руки должны быть расположены под углом 90° по отношению к клавиатуре.** Такое положение не вызовет усталости в мышцах и болевых ощущений в локтевых суставах, предплечьях и кистях.

Желательно, чтобы в помещении было **естественное освещение – дневной свет.** Рабочее место должно быть расположено таким образом, чтобы свет из окна падал на стол с левой стороны от пользователя. Следует установить хорошие приборы электрического освещения.

Перед началом работы с устройством

Если техника используется ежедневно, не стоит терять бдительности. Перед включением необходимо убедиться в том, что в зоне досягаемости **нет оголенных шнуров.** Они будут создавать на рабочем месте не только дискомфорт, но и опасность возникновения короткого замыкания.

Если на устройстве есть видимые повреждения, **нельзя** начинать работу с ним. Следует сразу же обратиться в сервисный центр за специализированной помощью.

На рабочем столе должно быть аккуратно и убрано. Использованию клавиатуры и мышки ничего не должно мешать.

Экран должен быть чистым. **Запрещается ставить на системный блок предметы.** Они могут нарушить работу устройства.

При выполнении работы

Компьютер – это электроприбор, поэтому на него распространяются все основные правила безопасности при работе с электрическими устройствами.

1. Запрещается размещать на проводах вещи.
2. Нельзя переставлять без особой нужды провода.
3. Запрещается держать возле составляющих компьютера емкости с жидкостью. Это касается кофейных автоматов, кулеров. Они должны быть размещены вдали от рабочего места. Если на устройство прольется вода, возникнет опасность замыкания.
4. За рабочий стол нельзя садиться с мокрыми руками.
5. Удалять пыль с поверхности компьютера необходимо тогда, когда устройство выключено.
6. Категорически запрещается снимать корпус с устройства, когда он включен в электросеть. А ремонтными работами должен заниматься только специалист.
7. За рабочим столом нельзя употреблять пищу, курить.
8. Если появился незначительный запах гари в помещении, следует быстро отключить компьютер и обратиться к специалисту.

Каждый пользователь ПК должен знать **основные правила работы**, которые помогут минимизировать негативное влияние на организм.

1. Клавиатура должна находиться дальше от края стола на 25 см.
2. Расстояние до монитора — минимум 60 см.

3. Стул необходимо расположить таким образом, чтобы спина немного прикасалась к его спинке.

4. Следует правильно подобрать высоту сидения, чтобы осанка была ровной. При этом локти должны быть согнуты под углом 90° , а в кистях не должно быть напряжение.

5. Ноги должны быть распрямлены вперед и упираться в пол. Если рост не позволяет пользователю поставить ровно ноги на пол, можно использовать специальную подставку.

6. Обязательно следует проследить за тем, чтобы можно было регулировать угол наклона монитора.

7. Регулярно необходимо проводить зарядку. Достаточно уделить всего 5 минут в час. Необходимо подняться, размять суставы и мышцы.

8. Следует проводить зарядку и для глаз. Необходимо моргать, двигать глазами в стороны, по кругу. Специалисты рекомендуют смотреть в окно, меняя фокус зрения [2].

В аварийной ситуации

Каждый пользователь ПК должен быть бдительным на рабочем месте. Ведь это позволит избежать неприятных ситуаций, сохранить целостность техники и свое здоровье.

- Если появились какие-либо неполадки в электроснабжении, следует сразу отключить устройство от сети.

- В офисе должно быть необходимое количество ведер и огнетушителей. Персонал должен знать об их местоположении.

- Если обнаружили оголенный провод, всех работников следует оповестить об этом, чтобы не допустить контакта с ним кого-нибудь. Также следует незамедлительно вызвать специалиста и устранить данную проблему.

- Если сотрудника поразило током, следует сразу оказывать первую медицинскую помощь. Проводят внешний интенсивный массаж

сердца, делают искусственное дыхание. Обязательно нужно вызвать скорую помощь.

По окончании работы

К завершению своего рабочего дня, следует правильно закрыть все программы. Помните, из системного блока необходимо изъять активные носители информации – флешки и диски. Порядок отключения всех составляющих компьютера: системный блок – периферия – общее питание.

При отключении электропитания, необходимо крепко держаться за корпус штепсельной вилки. Категорически запрещается тянуть за провод.

После отключения устройства необходимо вытереть рабочее место влажной тканью из микрофибры [2].

Требования к рабочему месту

Особое внимание следует уделить требованиям к рабочему месту: расположению монитора, клавиатуры, стула, стола и т.д.

Размещение монитора

- Монитор компьютера должен быть размещен по центру относительно пользователя.
- Размещают экран таким образом, чтобы пользователь мог дотянуться кончиками пальцев до верхнего угла устройства. Если диагональ дисплея более 20 дюймов, расстояние увеличивается.
- Дневной свет не должен создавать на экране блики.
- Если в офисе компьютерные столы стоят в 2 ряда, следует устанавливать защитный экран, который устранил избыточное облучение.

Выбор кресла

Кресло – важная составляющая рабочего места. Правильно выбранный стул поможет предотвратить перенапряжение мышц, улучшит кровоток и дыхание работника. Сидеть за рабочим столом нужно прямо, не сутулясь.

Выбирать кресло нужно в зависимости от роста пользователя и времени его пребывания за ПК. Оно должно не только обеспечивать правильное расположение спины, но и быть комфортным.

Специалисты рекомендуют выбирать модели, в которых регулируется высота сидения и наклон спинки.

Акустика

Акустический шум – неотъемлемая часть работы с ПК. Он незначительно влияет ультразвуком на барабанные перепонки. Поэтому работодатель должен предотвратить возникновение слуховой травмы у сотрудников, снизив уровень шума при помощи звукопоглощающих материалов.

Площадь рабочего места

Для одного сотрудника необходимо выделить площадь рабочего места минимум 6 м². Компьютерную проводку нельзя размещать рядом с отопительными приборами. Системный блок должен стоять в специальном отсеке, который не будет препятствовать хорошей вентиляции устройства.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время регрессионный анализ используется как в естественнонаучных исследованиях, так и в обществоведении.

В практических исследованиях возникает необходимость аппроксимировать (описать приблизительно) зависимость между переменными величинами y и x . Ее можно выразить аналитически с помощью формул и уравнений и графически в виде геометрического места точек в системе прямоугольных координат. Для выражения регрессии служат эмпирические и теоретические ряды, их графики — линии регрессии, а также корреляционные уравнения (уравнения регрессии) и коэффициент регрессии.

Уравнение регрессии позволяет найти значение зависимой переменной, если величина независимой или независимых переменных известна.

Практически, речь идет о том, чтобы, анализируя множество точек на графике (т.е. множество статистических данных), найти линию, по возможности точно отражающую заключенную в этом множестве закономерность (тренд, тенденцию).

Задачи регрессионного анализа лежат в сфере установления формы зависимости, определения функции регрессии, использования уравнения для оценки неизвестных значений зависимой переменной.

Решение задач основывается на анализе соответствующих параметров (статистических данных) в которых всегда неизбежно присутствуют отклонения, вызванные случайными ошибками. Поэтому существуют специальные методы оценки как уравнения регрессии в целом, так и отдельных ее параметров.

Целью выпускной квалификационной работы исследование регрессионного анализа и применение его моделированию процессов. Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

- изучены основные положений регрессионного анализа
- изучены вычислительных возможностей системы MATLAB
- изучены графических возможностей системы MATLAB
- освоены средств программирования в системе MATLAB
- выбраны объекты исследований и установлены методики проведения экспериментов. В качестве объекта разработки выбраны алгоритмические программирования Матлаб.

Список использованной литературы

1. Указ Президента Республики Узбекистан “О стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан” Собрание законодательства Республики Узбекистан, 2017 г., № 6, ст. 70, № 20, ст. 354.
2. Ануфриев И. Е., Смирнов А. Б., Смирнова Е. Н. MATLAB 7. - СПб.: БХВ-Петербург, 2005. - 1104 с.
3. Басовский Л.Е., Прогнозирование и планирование в условиях рынка, учебное пособие.- М.: ИНФРА-М, - 2002.-260с.
4. Бережная Е.В., Бережной В.И., Математические методы моделирования экономических систем, учебное пособие, 2е изд.,- М.: Финансы и статистка, - 2005, 432с.
5. Гладилин А.В., Эконометрика: учебное пособие. – М.:КНОРУС, 2006.–232с.
6. Дьяконов В.П. MATLAB 6. Учебный курс. – СПб.: Питер, 2001. – 592 с.
7. Домбровский В.В., Эконометрика: учебник.- М.: Новый учебник, 2004.-342с.
8. Елисеева И.И., Эконометрика: учебник для вузов.- М.: Финансы и статистика, 2002.-344с.
9. Елисеева И.И., Эконометрика: учебник, 2е изд.- М.: Финансы и статистика, 2005.-576с.
10. Елисеева И.И., Практикум по эконометрике: учебное пособие.- М.: Финансы и статистика, 2002.-192с.
11. Кленин А.Н., Шевченко К.К. “Математическая статистика для экономистов-статистиков”/ М., 1990.
12. Кетков Ю. Л., Кетков А. Ю., Шульц М. М. MATLAB 7: программирование, численные методы. — СПб.: БХВ-Петербург, 2005. — 752 с.
13. Колемаев В.А., Староверов О.В., Турундаевский В.Б. “Теория вероятностей и математическая статистика”/ М., 1991.

14. Курс лекций «Техника безопасности при работе на компьютере».
15. Мэтьюз Дж.Г., Финк К.Д. Численные методы. Использование MATLAB. Пер. с англ. – М.: Изд. Дом «Вильямс», 2001. – 720 с.
16. “Теория Статистики” под редакцией Р.А. Шмойловой/ “ФиС”, 1998.
17. Одинцов И.Д. “Теория статистики”/ М., 1998.
18. Френкель А.А., Адамова Е.В. “Корреляционно регрессионный анализ в экономических приложениях”/ М., 1987.
19. Чен К., Джиблин П., Ирвинг А. MATLAB в математических исследованиях. — М.: Мир, 2001. — 346 с.
20. Gerald W. Recktenwald "Numerical Methods with MATLAB: Implementation and Application", 2000, Prentice-Hall.
21. Сайт фирмы MathWorks <http://www.mathworks.com>
22. <http://matlab.exponenta.ru/>

ПРИЛОЖЕНИЕ

```
%% Линейная множественная регрессия
clc % Очистить командное окно
clear all
%% Получить данные из файла
X = dlmread('predatab.txt');
x1 = X(1,:); % значение x1
x2 = X(2,:); % значение x2
x3 = X(3,:); % значение x3
x4 = X(4,:); % значение x3
x5 = X(5,:); % значение x4
x6 = X(6,:); % значение x3
y = X(7,:); % значение y
n = 10; % количество наблюдений
m = 6; % количество факторов
D = [ones(n,1) x1 x2 x3 x4 x5 x6]; % формирования входного массива данных
%% Множественная линейная регрессия
% 1. Метод МНК:
A = ones(7);
A(1,1) = n;
A(1,2) = sum(x1); A(2,1) = A(1,2);
A(1,3) = sum(x2); A(1,3) = A(3,1);
A(1,4) = sum(x3); A(1,4) = A(4,1);
A(1,5) = sum(x4); A(1,5) = A(5,1);
A(1,6) = sum(x5); A(1,6) = A(6,1);
A(1,7) = sum(x6); A(1,7) = A(7,1);

A(2,3) = sum(x1.*x2); A(3,2) = A(2,3);
A(2,4) = sum(x1.*x3); A(4,2) = A(2,4);
A(2,5) = sum(x1.*x4); A(5,2) = A(2,5);
A(2,6) = sum(x1.*x5); A(6,2) = A(2,6);
A(2,7) = sum(x1.*x6); A(7,2) = A(2,7);

A(3,4) = sum(x2.*x3); A(4,3) = A(3,4);
A(3,5) = sum(x2.*x4); A(5,3) = A(3,5);
A(3,6) = sum(x2.*x5); A(6,3) = A(3,6);
A(3,7) = sum(x2.*x6); A(7,3) = A(3,7);

A(4,5) = sum(x3.*x4); A(5,4) = A(4,5);
A(4,6) = sum(x3.*x5); A(6,4) = A(4,6);
A(4,7) = sum(x3.*x6); A(7,4) = A(4,7);

A(5,6) = sum(x4.*x5); A(6,5) = A(5,6);
A(5,7) = sum(x4.*x6); A(7,5) = A(5,7);
```

```
A(6,7) = sum(x5.*x6); A(7,6) = A(6,7);
```

```
A(2,2) = sum(x1.^2);
```

```
A(3,3) = sum(x2.^2);
```

```
A(4,4) = sum(x3.^2);
```

```
A(5,5) = sum(x4.^2);
```

```
A(6,6) = sum(x5.^2);
```

```
A(7,7) = sum(x6.^2);
```

```
B = [sum(y); sum(x1.*y); sum(x2.*y); sum(x3.*y); sum(x4.*y); sum(x5.*y); sum(x6.*y)];
```

```
b = inv(A)*B;
```

```
% 2. Матричная форма:
```

```
b = inv(D*D)*D*y;
```

```
% 3. Используя встроенную функцию regress:
```

```
[b,bint,r,rint,stats] = regress(y,D,0.05);
```

```
fprintf('Уравнение линейной парной регрессии:')
```

```
y_p = subs(sym('a + b1*x1 + b2*x2 + b3*x3+ b4*x4+ b5*x5+
```

```
b6*x6'), {'a','b1','b2','b3','b4','b5','b6'}, [b(1) b(2) b(3) b(4) b(5) b(6) b(7)])
```

```
%% Проверка значимости параметров множественного уравнения регрессии
```

```
t_tabl = 2.0739; % Табл (n-m-1;?) = (22;0.05) = 2.0739
```

```
C = inv(D*D);
```

```
tb1 = b(2)/(sqrt(sum(r.^2) / 22)*sqrt(C(2,2)))
```

```
tb2 = b(3)/(sqrt(sum(r.^2) / 22)*sqrt(C(3,3)))
```

```
tb3 = b(4)/(sqrt(sum(r.^2) / 22)*sqrt(C(4,4)))
```

```
tb4 = b(5)/(sqrt(sum(r.^2) / 22)*sqrt(C(5,5)))
```

```
tb5 = b(6)/(sqrt(sum(r.^2) / 22)*sqrt(C(6,6)))
```

```
tb6 = b(7)/(sqrt(sum(r.^2) / 22)*sqrt(C(7,7)))
```

```
%% Матрица парных коэффициентов корреляции
```

```
fprintf('Матрица парных коэффициентов корреляции:')
```

```
R = corrcoef([y x1 x2 x3 x4 x5 x6])
```

```
% коэффициент множественной корреляции
```

```
fprintf('коэффициент множественной корреляции:')
```

```
kor = sqrt(stats(1))
```

```
%коэффициент множественной детерминации
```

```
fprintf('коэффициент множественной детерминации:')
```

```
R2 = stats(1)
```

```
%% Частные коэффициенты эластичности:
```

```
E1 = b(2)*mean(x1)/mean(y)
```

```
E2 = b(3)*mean(x2)/mean(y)
```

```
E3 = b(4)*mean(x3)/mean(y)
```

```
E4 = b(5)*mean(x4)/mean(y)
```

```
E5 = b(6)*mean(x5)/mean(y)
```

```
E6 = b(7)*mean(x6)/mean(y)
```

```
% Beta-коэффициенты:
```

```
B = R(2:end, 1); %вырежем из матрицы R первый столбец
```

```
A = R(2:end,2:end); %вырежем из матрицы R элементы
```

```
bet = inv(A)*B
```

```
% частные коэффициенты корреляции:
```

```
%% Стандартизированная форма уравнения
```

```
fprintf('Стандартизированная форма уравнения регрессии имеет вид:')
```

```
t_y = subs(sym('b1*t1 + b2*t2 + b3*t3+ b4*t4+ b5*t5+
```

```
b6*t6'), {'b1','b2','b3','b4','b5','b6'}, [bet(1) bet(2) bet(3) bet(4) bet(5) bet(6)])
```

```
%% Значимость модели (F-критерий Фишера)
```

```
F_mod = (R2*(n - m - 1))/((1-R2)*m)
```