МЕЖДУНАРОДНЫЙ ЦЕНТР НАУЧНОГО СОТРУДНИЧЕСТВА
«НАУКА И ПРОСВЕЩЕНИЕ»

НАУКА и ПРОСВЕЩЕНИЕ
МЕЖДУНАРОДНЫЙ ЦЕНТР НАУЧНОГО СОТРУДНИЧЕСТВА

НАУКА И ИННОВАЦИИ В XXI ВЕКЕ:

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ, ОТКРЫТИЯ И ДОСТИЖЕНИЯ

СБОРНИК СТАТЕЙ XIX МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ,
СОСТОЯВШЕЙСЯ 12 ИЮНЯ 2020 Г. В Г. ПЕНЗА

ПЕНЗА
МЦНС «НАУКА И ПРОСВЕЩЕНИЕ»
2020

УДК 001.1
ББК 60
Н34

Ответственный редактор:
Гуляев Герман Юрьевич, кандидат экономических наук

Н34

НАУКА И ИННОВАЦИИ В XXI ВЕКЕ: АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ, ОТКРЫТИЯ И ДОСТИЖЕНИЯ: сборник статей XIX Международной научно-практической конференции. В 2 ч. Ч. 1. – Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение». – 2020. – 178 с.

ISBN 978-5-00159-451-2 Ч. 1
ISBN 978-5-00159-450-5

Настоящий сборник составлен по материалам XIX Международной научно-практической конференции «**НАУКА И ИННОВАЦИИ В XXI ВЕКЕ: АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ, ОТКРЫТИЯ И ДОСТИЖЕНИЯ**», состоявшейся 12 июня 2020 г. в г. Пенза. В сборнике научных трудов рассматриваются современные проблемы науки и практики применения результатов научных исследований.

Сборник предназначен для научных работников, преподавателей, аспирантов, магистрантов, студентов с целью использования в научной работе и учебной деятельности.

Ответственность за аутентичность и точность цитат, имен, названий и иных сведений, а также за соблюдение законодательства об интеллектуальной собственности несут авторы публикуемых материалов.

Полные тексты статей в открытом доступе размещены в Научной электронной библиотеке **Elibrary.ru** в соответствии с Договором №1096-04/2016K от 26.04.2016 г.

УДК 001.1
ББК 60

ISBN 978-5-00159-451-2 Ч. 1
ISBN 978-5-00159-450-5

СОДЕРЖАНИЕ

УДК 517.91

О НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ С ОТКЛОНЯЮЩИМСЯ АРГУМЕНТОМ

КЫЛЫШБАЕВА ГУЛНАЗ КАЛБАЕВНА,
ОРЫНБАЕВА ЗУХРА АДИЛБАЕВНА
ассистенты
Каракалпакский государственный университет

Аннотация. В работе исследована первая краевая задача для уравнения в частных производных второго порядка с отклоняющимся аргументом. Вопрос разрешимости задачи в требуемом классе функций редуцирован к разрешимости соответствующего обыкновенного дифференциального уравнения без отклоняющимся аргументом.
Ключевые слова: краевая задача, уравнение в частных производных, отклоняющийся аргумент, метод Фурье.

ABOUT SOME PROBLEMS FOR PARTIAL EQUATIONS DERIVATIVES WITH A DEVIATING ARGUMENT

Kilishbaeva Gulnaz Kalbaevna,
Orinbaeva Zukhra Adilbaeva

Abstract: The article investigates the boundary problem for the partial differential equations of the second order with deviating argument.The question of the solvability of the problem in the required class of functions is reduced to the solvability of the corresponding ordinary differential equation without deviating argument.
Key words: boundary value problem, partial differential equations, deviating argument, Fourier method.

Differential equations with a deviating argument are used in solving problems related to the mechanics of a deformable solid, radar, automatic control theory, automation, etc.

The study of partial differential equations with a deviating argument was carried out in [1-3] and others. This paper is also devoted to the study of one of these equations.

In this paper, we investigate the first boundary value problem for a second-order partial differential equation with a deviating argument. So, let's consider a partial differential equation of the form

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}+u(x,y)+u(-x,-y)=f(x,y), \tag{1}$$

in area $-p<x<p,\ -q<y<q$ with a boundary condition

For the problem (1) is to find a solution to equation (1) under the following zero boundary conditions:

$$u(-p,y)=0,\quad u(p,y)=0,\quad u(x,-q)=0,\quad u(x,q)=0 \tag{2}$$

The solution of the problem is sought by the Fourier method. For this, first we should find the eigenfunction of a homogeneous problem

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}+u(x,y)+u(-x,-y)=0 \qquad (3)$$

under boundary conditions (2).

Eigenfunctions of homogeneous problems (2), (3) according to the Fourier method we seek in the form

$$u(x,t)=X(x)Y(y). \qquad (4)$$

Substituting (4) in (3) and after some transformations we get

$$\frac{X''(x)}{X(x)}+\frac{Y''(y)}{Y(y)}+\frac{X(-x)Y(-y)}{X(x)Y(y)}=\lambda^2-1.$$

Now let's assume that the functions $X(x)$ and $Y(y)$ even. Then it follows from the last equality that the function

$$u_{mn}^{(cc)}(x,y)=\cos\frac{\pi(2m+1)}{2p}x\cdot\cos\frac{\pi(2n+1)}{2q}y,\ m,n=0,1,2,...,$$

which consists of products of functions $X_m(x)=\cos\frac{\pi(2m+1)}{2p}x$ and $Y_n(y)=\cos\frac{\pi(2n+1)}{2q}y$ defined from boundary value problems, respectively

$$X''(x)+\left(\lambda_1^2-1\right)X(x)=0,\ X(-p)=X(p)=0$$

and

$$Y''(y)+\left(\lambda_2^2-1\right)Y(y)=0,\ Y(-q)=Y(q)=0$$

will be the eigenfunctions of problem (4), where $\lambda_1^2+\lambda_2^2=\lambda^2.$

Similar to functions $u_{mn}^{(cc)}(x,y)$ and $u_{mn}^{(cs)}(x,y)$

you can make sure that the functions

$$u_{mn}^{(ss)}(x,y)=\sin\frac{\pi m}{p}x\cdot\sin\frac{\pi n}{q}y,\ \ m,n=1,2,...,$$

$$u_{mn}^{(sc)}(x,y)=\sin\frac{\pi m}{p}x\cdot\cos\frac{\pi(2n+1)}{2q}y,\ m=1,2,...,\ n=0,1,2,...$$

will also be the eigenfunctions of the problem (2),(3).

After finding all the eigenfunctions, the solution of the problem (1), (2) can be written as follows:

$$u(x,y)=\sum_{m,n=0}^{\infty}a_{mn}u_{mn}^{(cc)}(x,y)=\sum_{m,n=0}^{\infty}a_{mn}\cos\frac{\pi(2m+1)}{2p}x\cdot\cos\frac{\pi(2n+1)}{2q}y,$$

$$u(x,y)=\sum_{m=0,n=1}^{\infty}b_{mn}u_{mn}^{(cs)}(x,y)=\sum_{m,n=0}^{\infty}b_{mn}\cos\frac{\pi(2m+1)}{2p}x\cdot\sin\frac{\pi n}{q}y,$$

$$u(x,y)=\sum_{m,n=1}^{\infty}c_{mn}u_{mn}^{(ss)}(x,y)=\sum_{m,n=1}^{\infty}c_{mn}\sin\frac{\pi m}{p}x\cdot\sin\frac{\pi n}{q}y,$$

$$u(x,y)=\sum_{m=1,n=0}^{\infty} d_{mn}u_{mn}^{(sc)}(x,y)=\sum_{m=1,n=0}^{\infty} a_{mn}\sin\frac{\pi m}{p}x\cdot\cos\frac{\pi(2n+1)}{2q}y$$

where

$$a_{mn}=\frac{4p^2q^2 f_{mn}^{(cc)}}{8p^2q^2-p^2\pi^2(2n+1)^2-q^2\pi^2(2m+1)^2},$$

$$b_{mn}=-\frac{4p^2q^2}{\pi^2}\frac{f_{mn}^{(cs)}}{4p^2n^2+q^2(2m+1)^2},$$

$$c_{mn}=\frac{p^2q^2 f_{mn}^{(ss)}}{2p^2q^2-p^2\pi^2n^2-q^2\pi^2m^2},$$

$$d_{mn}=-\frac{4p^2q^2}{\pi^2}\frac{f_{mn}^{(sc)}}{p^2(2n+1)^2+4q^2m^2},$$

and coefficient $f_{mn}^{(cc)}$, $f_{mn}^{(cs)}$, $f_{mn}^{(ss)}$ and $f_{mn}^{(sc)}$ in turn they are defined by the formulas

$$f_{mn}^{(cc)}=\frac{1}{\left\|\cos\frac{\pi(2m+1)}{2p}x\right\|^2\left\|\cos\frac{\pi(2n+1)}{2q}y\right\|^2}\int_{-p}^{p}\int_{-q}^{q} f(x,y)\cos\frac{\pi(2m+1)}{2p}x\cdot\cos\frac{\pi(2n+1)}{2q}ydxdy,$$

$$f_{mn}^{(cs)}=\frac{1}{\left\|\cos\frac{\pi(2m+1)}{2p}x\right\|^2\left\|\sin\frac{\pi n}{q}y\right\|^2}\int_{-p}^{p}\int_{-q}^{q} f(x,y)\cos\frac{\pi(2m+1)}{2p}x\cdot\sin\frac{\pi n}{q}ydxdy,$$

$$f_{mn}^{(ss)}=\frac{1}{\left\|\sin\frac{\pi m}{p}x\right\|^2\left\|\sin\frac{\pi n}{q}y\right\|^2}\int_{-p}^{p}\int_{-q}^{q} f(x,y)\sin\frac{\pi m}{p}x\cdot\sin\frac{\pi n}{q}ydxdy$$

$$f_{mn}^{(sc)}=\frac{1}{\left\|\sin\frac{\pi m}{p}x\right\|^2\left\|\cos\frac{\pi(2n+1)}{2q}y\right\|^2}\int_{-p}^{p}\int_{-q}^{q} f(x,y)\sin\frac{\pi m}{p}x\cdot\cos\frac{\pi(2n+1)}{2q}ydxdy.$$

For example boundary value problems with a deviating argument

$$u_{xx}(x,y)+u_{yy}(x,y)+u(x,y)+u(-x,-y)=xy$$

$$u(-1,y)=u(1,y)=0,,\quad u(x,-1)=u(x,1)=0$$

have solutions with different types

$$u(x,y)=\sum_{m,n=0}^{\infty} a_{mn}\cos\frac{\pi(2m+1)}{2}x\cdot\cos\frac{\pi(2n+1)}{2}y,$$

$$u(x,y)=\sum_{m=0,n=1}^{\infty} b_{mn}\cos\frac{\pi(2m+1)}{2}x\cdot\sin\pi ny,$$

$$u(x,y)=\sum_{m,n=1}^{\infty} c_{mn}\sin\pi mx\cdot\sin\pi ny,$$

$$u(x,y)=\sum_{m=1,n=0}^{\infty} d_{mn}\sin\pi mx\cdot\cos\frac{\pi(2n+1)}{2}y$$

where

$$a_{mn}=\frac{4f_{mn}^{(cc)}}{8-\pi^2(2n+1)^2-\pi^2(2m+1)^2},\qquad b_{mn}=-\frac{4}{\pi^2}\frac{f_{mn}^{(cs)}}{4n^2+(2m+1)^2},$$

$$c_{mn}=\frac{f_{mn}^{(ss)}}{2-\pi^2n^2-\pi^2m^2},\qquad d_{mn}=-\frac{4}{\pi^2}\frac{f_{mn}^{(sc)}}{(2n+1)^2+4m^2},$$

and coefficient $f_{mn}^{(cc)}$, $f_{mn}^{(cs)}$, $f_{mn}^{(ss)}$ and $f_{mn}^{(sc)}$ defined by the above formulas, for example

$$f_{mn}^{(ss)}=\frac{1}{\|\sin\pi mx\|^2\|\sin\pi ny\|^2}\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}xy\sin\pi mx\cdot\sin\pi ny\,dxdy=\frac{4(-1)^m(-1)^n}{\pi^2 mn}$$

Список литературы

1. Мышкис А.Д. Линейные дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом. – М.:Наука, 1972. -351 с.
2. Эльсгольц Л.Э., Норкин С.Б. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. –М.: Наука, 1971. -231 с.
3. Лесев В.Н., Бжеумихова О.И. Применение метода Фурье к исследованию задачи Дирихле для уравнения с отклоняющимся аргументом и оператором Лапласа в главной части. Научный журнал КубГАУ, №81(07), 2012