

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

MEXANIKA-MATEMATIKA FAKULTETI

AMALIY MATEMATIKA VA INFORMATIKA BO'LIMI

«HISOBLASH USULLARI» KAFEDRASI

MAXMUDOV FAZLIDDIN AKBAR O'G'LI

Mavzu:

**PARABOLIK TENGLAMALI ARALASH CHE-
GARAVIY MASALANI YUQORI ANIQLIKDAGI
CHEKLI AYIRMALAR USULI BILAN YECHISH**

«5480100 – Amaliy matematika va informatika» ta'lim yo'nalishi
bo'yicha bakalavr darajasini olish uchun

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Ish kafedraning 2014 yil “4” iyundagi
majlisida muhokama qilindi va himoya
qilishga tavsiya berildi (9-bayonnoma).

Fakultet dekani :

prof. A.Soleev

Kafedra mudiri :

dots. A.Abdirashidov

Ilmiy rahbar :

dots. A.I.Babayarov

Samarqand - 2014

MUNDARIJA

Kirish.	3
1. Boshlang'ich tushunchalar.	7
2. Chekli ayirmalar usuli haqida tushunchalar.	11
3. Bir o'lchovli issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasini sonli yechish.	16
4. Har xil chegaraviy sharli issiqlik o'tkazuvchanlik masalalarni sonli yechish.	27
Xulosa.	33
Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati.	34
Ilovalar.	36

KIRISH

Prezidentimiz I.A.Karimovning “Jahon moliyaviy-iqtisodiy inqirozi, O‘zbekiston sharoitida uni bartaraf etishning yo‘llari va choralari” asarida “...korxonalarni modernizatsiya qilish, texnik va texnologik qayta jihozlashni yanada jadallashtirish, zamonaviy, moslashuvchan texnologiyalarni keng joriy etish” inqirozga qarshi choralardan biri sifatida ko‘rsatilgan.

Prezidentimizning 2002 yil 30 mayda qabul qilingan “Kompyuterlashtirishni yanada rivojlantirish va axborot-kommunikatsiya texnologiyalarini joriy etish” to‘g‘risidagi farmonida kompyuter texnologiyalaridan foydalanishning samaradorligini oshirish yo‘nalishlari belgilab berilgan. Uning «Vatanimizning kelajagi, xalqimizning ertangi kuni, mamlakatimizning jahon hamjamiyatidagi obro‘-e‘tibori, avvalambor farzandlarimizning o‘nib-o‘sib, ulg‘ayib, qanday inson bo‘lib hayotga kirib borishiga bog‘liqdir. Biz bunday o‘tkir haqiqatni hech qachon unutmasligimiz kerak» degan oqilona gaplariga amal qilmog‘imiz lozim. Bu vazifalarni zamonaviy kompyuter texnologiyalarining tadbqiqsiz bajarish mumkin emas. Ilmiy asoslangan rejalar tuzish, ularni amaliyotga joriy etish eng ilg‘or axborot- kommunikatsiya texnologiyalardan foydalanishni taqozo etadi.

Xalq deputatlari Samarqand viloyat Kengashining 2010 yil 17 dekabrda navbatdan tashqari sessiyasida Prezidentimiz I.A.Karimovning qilgan ma‘ruzasida oliy ta‘lim muassasalarida ta‘lim berish sifatini tubdan yaxshilash, kompyuter texnikasi va texnologiyasidan samarali foydalanish, shuningdek, internet tizimini o‘quv va ilmiy ishlar jarayoniga tadbqiq etish, o‘zlashtirish hamda yanada rivojlantirish ustivor vazifalardan biri ekanligi qayd etildi.

Mavzuning dolzarbligi. Kompyuterning qo‘llanilish sohalaridan biri mexanik jarayonlarni va ob‘ektlarning matematik modellarini hisoblash usullari va kompyuterlarning dasturiy vositalari yordamida tadqiq etish bo‘lib qolmoqda. Hisoblash matematikasi usullari va kompyuterlarning zamonaviy imkoniyatlari birgalikda mexanik jarayonlar va ob‘yektlarning shu paytgacha noma‘lum

xususiyatlarini ochishga va, shu asnoda, texnologik jarayonlarni takomillashtirishga xizmat qilmoqda. Ushbu bitiruv malakaviy ishning mavzusi ham hisoblash matematikasi va kompyuterning ilmiy tadqiqot ishlarda qo'llanilishiga bog'liq bo'lib, ilmiy va amaliy jihatdan dolzarbdir [4, 6, 16, 17, 19, 22].

Hozirgi kunda fan-texnika rivojlanib borgan sari matematika va kompyuterning o'rni ortib bormoqda. Shu jumladan matematikadan fizika, mexanika, biologiya, kimyo va astronomiya hamda iqtisodiy masalalarni yechishda, mexanik jarayonlarni tahlil etishda va boshqa ko'p sohalarda foydalaniladi. Bu sohalardagi jarayonlarning matematik modeli oddiy yoki xususiy hosilali differensial tenglamalar nomi bilan yuritiladi.

Ushbu ishda padabolik tipdagi issqlik o'tkazuvchanlik tenglamasini Pascal dasturi yordamida analitik va taqribiy yechish masalasi qaraladi. Quyida masalaning qo'yilishi va uni yechishning ketma-ket algoritmi keltirilgan. Xususiy hosilali differensial tenglamalarni yechish uchun zarur bo'lgan hisoblash usullari tavsiylanadi.

Masalaning qo'yilishi. Bir chetiga issiqlik oqimi, ikkinchi chetiga tashqi muhit ta'siri berilgan har xil teplofizik xarakteristikali plastinkada issiqlik tarqalishi masalasi yuqori aniqlikdagi chekli ayirmalar usuli bilan sonli yechish. Quyida ana shunga erishish uchun avvalo xususiy hosilali differensial tenglama, chegaraviy masala, ularning umumiy va xususiy yechimlari, ularni analitik usulda topish, qay hollarda matematik paketlardan va dasturlardan qanday foydalanish mumkinligi haqida so'z yuritish. Xususiy hosilali differensial tenglamalardan iborat bo'lgan bir qator mexanik jarayonlar modellari differensial tenglamalarini taqribiy yechish masalasi qaralib, taqribiy hisob usuli to'rlar usuli bo'yicha aniq amaliy masalalar yechish.

Ishning maqsadi va vazifalari. Ushbu bitiruv malakaviy ishini yozishda xususiy hosilali differensial tenglamalarni, chegaraviy masalalarni analitik va sonli yechish usullari yordamida Pascal dasturi va matematik paketidan foydalanib,

yechish, aniq amaliy masalalarda bu jarayonni ko'rsatish, masalani yechishning algoritmi va dasturini yaratish ko'zda tutilgan.

Muammoning ishlab chiqilish darajasi. Bitiruv malakaviy ishida xususiy hosilali differensial tenglamalardan iborat bo'lgan mexanikaning bir qator amaliy masalalarini taqribiy yechish masalasi qaralib, taqribiy hisob usuli to'rlar usuli bo'yicha aniq amaliy masalalar yechish. Tadqiqotlar aniq misollarda bajarildi, ular uchun zarur algoritm va dasturlar tuzildi.

Ishning ilmiy yangiligi. Xususiy hosilali differensial tenglamalar, chegaraviy masalalarni to'rlar usulidan foydalanib taqribiy yechishda bu bo'limlarda qo'llaniladigan (ba'zaviy) uslublarni bilish zarur. Ular hisoblash matematikaning asosiy bo'limlarida qo'llaniladigan elementar almashtirishlar va hisoblashlarning buyruqlaridan (operatorlaridan) foydalanish imkonini beradi. Amalda ixtiyoriy matematik paket yordamida amalga oshirish mumkin bo'lgan "elementar" hisoblashlar va almashtirishlar zanjiri murakkab masalalarni ham yechish imkonini beradi (masalan, oddiy differensial tenglamalar, chegaraviy masalalarni yechish).

Tadqiqot predmeti. To'rlar usuli matematik-fizika ko'pgina masalalarining taqribiy yechimlarini topishga imkon beradi. Ushbu bitiruv malakaviy ishida chekli ayirmalar (to'rlar) usulining xususiy hosilali differensial tenglamalar, chegaraviy masalalarning ba'zi turlarini yechish uchun qo'llash uslubi keltirilgan.

Tadqiqot obyekti. Xususiy hosilali differensial tenglamalar (xususan, issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi), chegaraviy masalalar bitiruv malakaviy ishining tadqiqot obyektidir [4, 6, 16, 17, 19, 22]. Xususiy hosilali differensial tenglamalar, chegaraviy masalalarni aniq usullar bilan yechish [4, 18, 20, 26] va ularni taqribiy yechish usullari esa [1, 5, 7, 8, 10-13, 21, 23, 24, 27] adabiyotlarda keltirilgan. Bevosita amaliyot bilan bog'liq namunaviy masalalar va ularni sonli yechish mashqlari esa [2, 3, 9, 14, 15, 25] adabiyotlarda keltirilgan.

Ishning ilmiy ahamiyati. Bu bitiruv malakaviy ishida xususiy hosilali differensial tenglamalar, chegaraviy masalalarni chekli ayirmalar (to'rlar) usuli bilan Pascal dasturi yordamida analitik va taqribiy yechish usullari ko'rsatilgan.

Ishning amaliy ahamiyati. Bitiruv malakaviy ishidan «Hisoblash matematikasi», «Hisoblash usullari», «Matematik fizika tenglamalari» fanidan bo'ladigan amaliy mashg'ulotlarda, seminar mashg'ulotlarida, xususiylar hosilali differensial tenglama va tenglamalar sistemasi, chegaraviy masalalarni sonli yechish bo'yicha tanlov fanlari mashg'ulotlarida foydalanish mumkin.

Ishning tuzilishi. Bitiruv malakaviy ishi Kirish qismi, Asosiy qism (4 ta paragraf), Xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati hamda ilovalardan iborat bo'lib, jami 50 bet hajmida tayyorlangan.

Annotatsiya. Bir chetiga issiqlik oqimi, ikkinchi chetiga tashqi muhit ta'siri berilgan har xil teplofizik xarakteristikali plastinkada issiqlik tarqalishi masalasi yuqori aniqlikdagi chekli ayirmalar usuli bilan sonli yechiladi. Tadbiq uchun mexanikaga oid aniq amaliy masalalar sonli yechiladi, hisob algoritmi yaratiladi, hisob dasturiy vositasi yuqori bosqichli algoritmik tilda tuziladi, natijalar taqqoslanadi va tegishli xulosalar chiqariladi hamda amaliy tadbiq uchun tavsiyalar beriladi.

1. Boshlang'ich tushunchalar

Issiqlik almashinishi jarayonini o'rganish texnika va tabiiy bilimlar rivojida doimo muhim o'rinni egallab kelgan. IX asrning ozirlari va XX asrning boshlanishida bu sohadagi asosiy tadqiqotlar o'sha paytlarda issiqlik energetikasi iste'moli talablaridan kelib chiqqan holda rivojlandi. Ikkinchi jahon urushidan keyin aviatsiya, atom energetikasi, kosmik raketalar texnikasi rivoji issiqlik almashinuvning yandodan yangi masalalarini muammo qilib qo'ydi, shu bilan birga mavjud va yangi nazariyalarga to'ralik va ishonchlilik shartlarini qat'iy talab qilib qo'ydi.

XXI asrga kelib esa issiqlik almashinish hodisalarining tadqiqi va qo'llanilishi jadalligi doirasi keskin kengaydi. Hozirda bu texnika (kimyoviy texnologiya, metallurgiya, qurilish ishlari, neftni qayta ishlash, mashinasozlik, agrotexnika va hokazo) va asosiy tabiiy fanlar (biologiya, geologiya, atmosfera va okean fizikasi va hokazo)ning yetakchi yo'nalishiga kiradi. Hozirgi kunda issiqlik almashinuvi jarayonlarining nazari tadqiqi EHMLar yordamida sonli modellashtirishga asoslangan. Bugubga kelib xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni yechishning hisoblash usullari rivoji va zamonaviy hisoblash texnikalarining takomillashishi hisobiga ana shunday yutuqlarga erishilmoqda. Yana shuni alohida ta'kidlash lozimki, hozirgi kunda issiqlik almashinish jarayonlarini sonli modellashtirish zamonaviy fan va texnika uchun ishonchli taxminlarni eksperimentlar yo'li bilan laboratoriya va tabiiy sharoitda o'rganish juda murakkab, qimmat va ba'zi hollarda umuman mumkin bo'lmaganligi uchun muhim ahamiyat kasb etib bormoqda. Issiqlik almashinish jarayonlarini sonli modellashtirish har xil ilimiy-tadqiqot, loyihalashtirish va ishlab chiqarish ishlarida amaliyotda muvaffaqiyatli qo'llanilib kelinmoqda.

Bizga ma'lumki, issiqlik uzatishning uch mexanizmi mavjud: issiqlik o'ztkazuvchanlik, konveksiya va nurlanish. Quyida ana shu jarayonlardan eng asosiysi – issiqlik o'tkazuvchaklik jarayoni tahlil qilingan.

Issiqlik o'tkazuvchaklik deb tutash muhitda issiqlikning molekulyar ko'chirilishiga aytiladi. Bu jarayon temperatura taqsimoti notekis bo'lganda sodir bo'ladi. Bunday holda har xil temperaturali tutash zarrachalar orqali issiqlik uzatilishi molekulalararo atomlararo yoki erkin elektronlararo energiya almashinuviga olib keladi.

Issiqlik o'tkazuvchanlik moddaning agregat holati, uning tarkibi, sofliqi, temperaturasi, bosimi va boshqa xarakteristikalaridan bog'liq. Ko'p hollarda suyuq muhitlarning issiqlik o'tkazuvchanligi uning gaz holatidagiga nisbatan taxminan 10 marta ortiq bo'ladi. Qattiq jismlar uchun esa eruvchanlik nuqtasi atrofida suyuq holatdagi qo'rg'oshin, tellur, vismutdan tashqari) u suyuqliklarga nisbatan yanada yuqori.

Amaliyotning ko'plam masalalarida jismning ichida va uning chegaralarida issiqlik o'tkazuvchanlik har xil bo'ladi. Bu farq issiqlik uzatish jarayonining kechish shartlari o'zgarishi va modda tarkibining o'zgarishi (termik qayta ishllov, qizdirib yopishtirish, zanglash, zo'riqish va hokazo) bilan bog'liq bo'ladi.

Issiqlik o'tkazuvchanlik jarayoniga keskin ta'sir qiluvchi tashqi omillarga, masalan, nurlanish, bosim o'zgarishi, magnit maydoni ta'siri kirishi mumkin.

Yarimshaffof muhitlarda issiqlik o'tkazuvchanlik radiatsion issiqlik uzatilishi bilan kuzatiladi. Kuzatiladigan samarali issiqlik o'tkazuvchanlik bu xos issiqlik o'tkazuvchanlik va radiatsion issiqlik uzatilishlarning yig'indisidan iborat. Kombi-natsion issiq uzatishning radiatsion qismi ta'siri temperaturaning oshishi bilan ortadi va bir necha yuz Selsiy gradusida u juda sezilarli bo'ladi.

Issiqlik o'tkazuvchanlikning nostatsionar issiqlik uzatish tenglamasi dekart koordinatalari sistemasida quyidagicha yoziladi [4, 6, 16, 17, 19, 22]:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q_w(x, y, z, t, T). \quad (1)$$

Bu tenglama Furiye-Kirxgof tenglamasi deb atalib, u jism ixtiyoriy nuqtasidagi temperaturasining vaqt bo'yicha va fazoviy o'zgarishi orasidagi bog'lanishni o'rnatadi. Bu yerda ρ - zichlik; c - solishtirma issiqlik sig'imi; λ - is-

siqlik o'tkazuvchanlik koeffitsiyenti; $Q_w(x, y, z, t, T)$ - issiqlik ajratuvchi ichki manbalarning quvvati.

Ushbu (1) tenglama konduktiv issiqlik uzatilishi (issiqlik o'tkazuvchanlik) jarayonlari rivojining ko'plab variantlarini tavsiflaydi. Ana shu cheksiz sondagi variantlar ichidan bittasini tanlab olish va uning to'la matematik tavsifini berish uchun (1) tenglamaga geometrik, fizik, boshlang'ich va chegaraviy shartlarni o'z ichiga olgan bir qiymatlilik shartlarini qo'shimcha kiritish zarur.

O'rganilayotgan jarayon uchun geometrik shartlar jismning shakli va o'lchamlarini aniqlab beradi. Fizik shartlar esa jismning λ, ρ, c - teplofizik xarakteristikalarini aniqlab beradi. Vaqt bo'yicha boshlang'ich shartlar boshlang'ich vaqt momentida jismda temperaturaning taqsimlanishini ifodalab beradi:

$$t = 0: T = f(x, y, z) - \text{umumiy hol.}$$

Agar jismda temperatura tekis taqsimlangan bo'lsa, u holda boshlang'ich shart juda soda holga keladi: $t = 0: T = T_0 = \text{const.}$

Chegaraviy shartlar jismning sirtida jarayonning kechishi xususiyatlarini ifodalaydi va ular bir necha uslublarda berilishi mumkin:

1) Birinchi tur chegaraviy shartlar – jismning sirtida yoki uning chegaralarida temperatura taqsimoti har bir vaqt moment uchun beriladi:

$$T = T_w(x, y, z, t),$$

bu yerda T_w - jismning sirtidagi temperatura. Ko'pgina amaliy masalalarda $T_w = \text{const.}$

2) Ikkinchi tur chegaraviy shartlar – jismning sirtidagi har bir nuqtasi yoki uning chegaralari uchun issiqlik oqimi qiymati ixtiyoriy vaqt momentda beriladi:

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{n}} \right)_w = q_w(x, y, z, t),$$

bu yerda $\vec{n}$ - jism sirtiga o'tkazilgan normal. Ko'pgina amaliy masalalarda $q_w = \text{const}$. Issiqlik almashinishning bunday varianti, masalan, yuqori haroratli pechlarda har xil namunalarni qizdirish jarayonida uchraydi.

3) Uchinchi tur chegaraviy shartlar – qattiq devorning issiqlik o'tkazuvchanligi hisobiga hosil bo'lgan issiqlik oqimi va tashqi muhitdan kelayotgan temperatura tazyiqi (Nyuton-Rixman qonuni) hisobiga hosil bo'lgan issiqlik oqimlari orasidagi o'zaro bog'lanish berilgan:

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{n}} \right)_w = \alpha (T_w - T^e)_w,$$

bu yerda α - issiqlik almashinishi koeffitsiyenti. Bu shart teplotexnikaning ko'plab amaliy masalalarida qo'llaniladi.

4) To'rtinchi tur chegaraviy shartlar – har xil teplofizik xarakteristikali elementlar orasida o'zaro issiqlik ta'sirini aniqlash uchun qo'yiladi, tutash chegaralarning har ikkala tarafi bo'yicha temperatura va issiqlik oqimlari tengligi shartini beradi:

$$\begin{cases} -\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial \vec{n}} \right)_\Gamma = -\lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial \vec{n}} \right)_\Gamma; \\ T_1(x_\Gamma, y_\Gamma, z_\Gamma, t) = T_2(x_\Gamma, y_\Gamma, z_\Gamma, t), \end{cases}$$

bu yerda $x_\Gamma, y_\Gamma, z_\Gamma$ - muhitlarning tutash chegarasi koordinatalari; T_1, T_2 - o'zaro tegib turgan muhitlarning temperaturalar. Ushbu chegaraviy shart, masalan, ko'p qatlamli plastinkalar uchun issiqlik o'tkazuvchanlik masalasini yechishda qo'llaniladi.

Yoqoridagi birqiymatlilik shartlari bilan berilgan (1) differensial tenglama issiqlik o'tkazuvchanlik chegaraviy masalasining to'la matematik ifodasini beradi.

Nostatsionar issiqlik o'tkazuvchanlikning aniq chegaraviy masalasini yechishda matematik modellashtirish usullarini qo'llab, masalaning umumiy matematik qo'yilishida sezilarli soddalashtirishlarga erishish mumkin. Masalan, agar qaralayotgan jarayon uchun

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \gg \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \gg \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

bo'lsa, u holda (1) tenglamao'rnida konduktiv issiqlik uzatishning bir o'lchovli nostatsionar tenglamasi bilan cheklanish mumkin:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + Q_w(x, t, T). \quad (2)$$

Bu tenglama bir qiymatlilik shartlari bilan birgalikda chegaraviy masalaning ancha sodda matematik qo'yilishini ifodalaydi. Juda ko'plam amaliy masalalar mavjudki, ular uchun (2) tenglamaning yechimi qaralayotgan jarayonni yetarlicha tavsiflaydi.

Amaliyotda teplotexnik hisoblar jarayonida silindrik yoki sferik simmetriyaga ega bir o'lchovli masalalarni yechish zarurati tug'iladi. Masalan, uzun silindrning sovushi haqidagi masala yoki quvursimon kanallarning issiqlik holatini tahlil qilish masalasi silindrik simmetriyaga ega.

Bunday masalalarda tabiiy koordinatalar sistemasi mos ravishda (r, φ) - silindrik yoki (r, θ, φ) - sferik bo'ladi. Bir o'lchovlilik sababli barcha miqdorlar θ, φ burchaklardan bog'liq bo'lmaydi. U holda (2) o'zgaruvchan koeffisiyentli parabolik tenglama mos koordinatalarda quyidagicha yoziladi:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^v} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r^v \frac{\partial T}{\partial r} \right) + Q_w(r, t, T), \quad (2')$$

bu yerda r – radial koordinata; v - simmetriya ko'rsatgichi bo'lib, tekis, silindrik va sferik holarlar uchun mos ravishda 0, 1, 2 ga teng.

2. Chekli ayirmalar usuli haqida tushunchalar

Issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasini yechishning bir qator analitik va taqribiy usullari mavjud.

Analitik usullar uchun eng muhim kriteriya ularning nochiziqli chegaraviy masalalarni yechishga qo'llailishi mumkinligi. Agar usul nochiziqli chegaraviy masalalarni yechish uchun ishlab chiqilgan bo'lsa, u holda uni chiziqli masalalar uchun qo'llash hech bir qiyinchilik tug'dirmaydi, aksi esa hamma ko'p hollarda o'rinli emas.

Issiqlik o'tkazuvchanlik nazariyasining chiziqli chegaraviy masalalarini yechish uchun qo'llaniluvchi usullar [4, 6, 16, 17, 19, 22]:

- *Klassik usullar*: o'zgaruvchilarni ajratish usuli (Furye usuli); manba funksiyalari (Grin funksiyasi) usuli; issiqlik potentsiallari usuli;
- *Integral akslantirishlar usullari*: cheksiz limitlarda; chekli limitlarda (bular da integral akslantirish yadrosi jismning shakli va chegaraviy shartlarga qarab har xil tanlanadi);

Issiqlik o'tkazuvchanlik nazariyasining nochiziqli chegaraviy masalalarini yechish uchun qo'llaniluvchi usullar [4, 6, 16, 17, 19, 22]:

- *Variatsion usullar*: Rits usuli; L.V.Kantorovich usuli; Trefftz usuli; Bio usuli; Kurant usuli; Leybenzon usuli;
- *Chiziqlilashtirish usullari* (nochiziqli chegaraviy masalani chiziqliga keltirish): o'rniga qo'yish usullari (algebraik va integral); chiziqlilashtirish uslublari; ketma-ket yaqinlashishlar usullari; qo'zgalishlar usuli (kichik parametr usuli);
- *Proyeksion usullar*: kollokatsiya usuli; Bubnov-Galyorkin usuli; momentlar usuli; integral usullar (integral issiqlik balansi, funksional to'ldirishlarni o'rtalashtirish);

- *Chegaraviy masalani boshqa turdagi tenglama va masalalarga keltirish usullari*: nochiziqli chegaraviy shartlar bilan berilgan chegaraviy masalalarni unga ekvivalent bo'lgan nochiziqli funksional tenglamalarga keltirish; temperaturadan bog'liq bo'lgan uzatish koeffitsiyenti bilan berilgan chegaraviy masalani nochiziqli integral tenglamalarga keltirish; issiqlik o'tkazuvchanlikning chegaraviy masalasini oddiy differensial tenglamali chegaraviy masalaga keltirish.

Keltirilgan usullarning bu klassifikatsiyasi shartli, chunki ba'zi usullar bir vaqtning o'zida bir necha usullar guruhlariga kirishi mumkin, ba'zilari esa ushbu klassifikatsiyaga kirmay qolmoqda.

Endi bu usullardan ba'zilarining g'oyasiga to'xtalib o'taylik.

Issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasini oddiy differensial tenglamalar yoki ularning sistemasiga keltiruvchi usullar:

- integral akslantirishlar usuli;
- o'zgaruvchilarni ajratish usuli (Furye usuli);
- koordinat almashtirishlar usuli va hokazo.

Issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasini sonli (taqribiy) yechish usullari [1, 5, 7, 8, 10-13, 21, 23, 24, 27]:

- Furye qatoriga yoyish usuli (bu usul chiziqli masalalarga qo'llaniladi);
- Rits va Galyorkin usullari (bu usullarni ba'zi nochiziqli masalalarga ham qo'llash mumkin);
- ayirmali usul (nochiziqli masalalar holida iteratsion deb ataladi);
- yaxshi yaqinlashuvchi iteratsion jarayonlarni qurish juda murakkab, ammo ko'p hollarda bu issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasini yechishning yaqona uslubi hisoblanadi);
- polynomial sirtlar yordamida yechimni approksimatsiyalashga asoslangan usullar;

- Monte-Karlo usuli (fizik sistemaning tabiati murakkabligi sababli boshqa usullar bilan yechib bo'lmaydigan masalalar uchun, masalan, ko'payuvchi sistemada reaksiya neyron zanjiri kabi);
- eksperiment tasodifiy sonlardan va elementar jarayonlar uchun ma'lum bo'lgan ehtimollik qonunlaridan foydalanib EHMda modellashiriladi).

Qo'zg'alishlar (chiziqlilashtirish) nazariyasi usuli dastlabki nochiziqli masalani uning approksimatsiyalovchi chiziqli masalalari ketma-ketligiga keltirish imkonini beradi. Grin funksiyasi usuli mazmuniga ko'ra boshlang'ich va chegaraviy shartlar sodda manbalar sistemasiga almashtiriladi va masala ana shu manbalarning har biri uchun yechiladi. Integral tenglamalar usulida esa issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi integral tenglamaga keltiriladi. Variatsion usullarda esa xususiy hosilali tenglamalar o'rniga biror minimallashtirish masalasi yechiladi, bunda biror ifodani minimumga keltiruvchi funksiya dastlabki tenglamaning yechimi bo'ladi. Xos funksiyalarga tarqatish usuli qo'llanilganda yechim xos funksiyalar bo'yicha qator ko'rinishida izlanadi, bunda issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi uchun dastlabki masalaga mos keluvchi xos qiymatlar masalasi deb ataluvchi masala yechimi topiladi.

Mos chegaraviy va boshlang'ich shartlari bilan berilgan (1) tenglamani EHMning imkoniyatlaridan foydalanib sonli yechamiz. Masalaning sonli yechimi deb jadval ko'rinishida olingan sonlardan iborat yechimga aytiladi.

Xususiy hosilali differensial tenglamalarni yechishda asosan chekli ayirmalar usuli qo'llaniladi. Chegaraviy masalalarni yechishning chekli ayirmalar usuli g'oyasi juda sodda va bu uning nomlanishidanoq tushunarli: differensial tenglamadagi hosilalar o'rniga ularning chekli-ayirmali approksimatsiyasidan foydalaniladi. Differensialli chegaraviy masalaning diskret approksimatsiyalarini qurishda ikkita maqsadni (balki ular bir biriga zid bo'lishi ham mumkin) bir biri bilan bog'lash lozim: approksimatsiyaning yaxshi sifati va algebraik sistemaning olingan samarali ustivor yechimi.

Issiqlik o'tkazuvchanlik masalasi uchun chekli ayirmalar usulini qo'llashda qattiq jism tugunlar birikmasi ko'rinishida ifodalanadi. (1) differensial tenglamaning xususiy hosilalarini chekli ayirmalar bilan approksimatsiyalab (almashtirib), to'r har bir tugunining lokal xarakteristikasi sifatidagi temperaturani aniqlash uchun chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Hosil bo'lgan sistema yopiq emas, ularning yopiqligini ta'minlash uchun chegaraviy shartlarning ayirmali ifodalaridan foydalaniladi. Natijada EHM yordamida sonli usullar bilan yechiladigan chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

Quyida issiqlik o'tkazuvchanlikning chiziqli masalalarini qaraymiz.

3. Bir o'lchovli issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasini sonli yechish

Quyida bir o'lchovli issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi asosida tuzilgan chegaraviy masalani chekli ayirmalar usuli bilan yechamiz.

1-masala. Tekis cheksiz plastinka yoki tashqi muhit bilan issiqlik almashmaydigan (izolyatsiyalangan) sterjen orqali issiqlik uzatilishini tahlil qilamiz. Plastinkaning bir chetida T_a , ikkinchi chetida esa T_b o'zgarmas temperatura ushlab turiladi. Boshlang'ich temperatura T_0 , plastinkaning ichida issiqlik ajraluvchi manbalar yo'q (1-rasm).

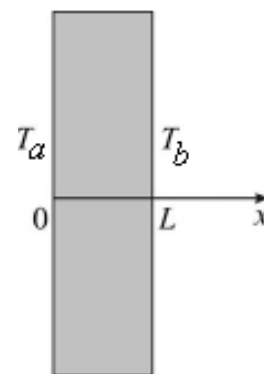
Berilgan shartlarda temperatura plastinkaning chegarasiga perpendikulyar yo'nalishlarda o'zgaradi. Agar Ox o'qni 1-rasmda ko'rsatilgandek yo'naltirsak, u holda Oy va Oz yo'nalishlarda temperaturani o'zgarmas deb hisoblanadi. Yana faraz qilamizki, plastinkaning teplofizik xarakteristikalari temperaturadan bog'liq emas.

Ana shular e'tiborga olinganda (1) differensial tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L, \quad (3)$$

Boshlang'ich va chegaraviy shartlar quyudagicha yoziladi:

$$\begin{aligned} t = 0: \quad T &= T_0, \quad 0 < x < L; \\ x = 0: \quad T &= T_a, \quad t > 0; \\ x = L: \quad T &= T_b, \quad t > 0. \end{aligned} \quad (4)$$

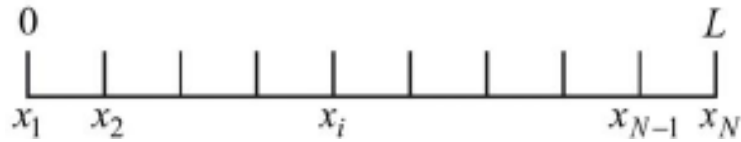


1-rasm. Tadqiqot obyekti sxemasi.

Qaralayotgan masalaning to'la matematik qo'yilishini berish uchun birqiymatlilikning fizik shartlarini ham berish zarur. Agar plastinka po'latdan tayyorlangan bo'lsa, u holda uning λ - issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsiyenti; ρ - zichligi, c – solishtirma issiqlik sig'imi quyidagicha:

$$\lambda = 46 \frac{Vt}{m \cdot ^\circ C}, \quad \rho = 7800 \frac{kg}{m^3}, \quad c = 460 \frac{J}{m \cdot ^\circ C}.$$

To'la matematik qo'yilgan bu masalani teng o'lchovli to'rdagi chekli ayirmalar usuli bilan yechamiz. Buning uchun plastinkani qalinligi bo'yicha $N-1$ ta teng kesmalarga bo'lamiz, ya'ni chekli ayirmali to'rni tuzamiz (2-rasm):



2-rasm. Chekli ayirmali to'r: $x_2, x_3, \dots, x_{N-1}$ - ichki tugunlarning koordinatalari;
 x_1, x_N - chegaraviy tugunlarning koordinatalari.

i -chi tugundagi temperaturaning $t = t_n = n \cdot \tau$ vaqt momentidagi qiymatini $T(x_i, t_n) = T_i^n$ kabi aniqlaymiz. Bu yerda τ - vaqt koordinatasi bo'yicha integrallash qadami; n - vaqt bo'yicha qadam nomeri.

(3) tenglamalardagi differensial operatorlarni ularning chekli-ayirmali analoglari bilan almashturamiz. Oshkormas sxemadan foydalanamiz.

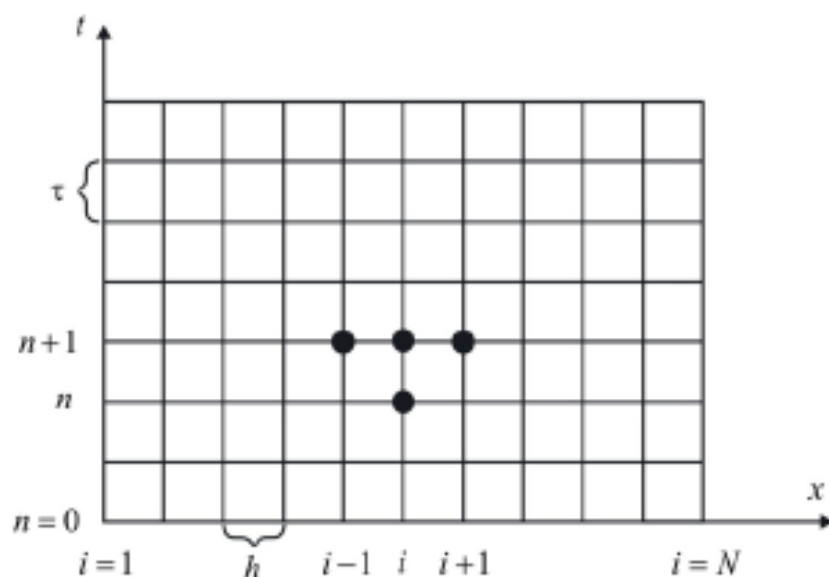
$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\tau}, \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{i+1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i-1}^{n+1}}{h^2}$$

Xususiy hosilalarni mos chekli ayirmalar bilan almashtirish natijasida quyidagi chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\rho c \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\tau} = \lambda \left(\frac{T_{i+1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i-1}^{n+1}}{h^2} \right), \quad i = 2, 3, \dots, N-1, n \geq 0 \quad (5)$$

Xususiy hosilalarni approksimatsiyalashning tanlangan sxemasini grafik ko'rinishda 3-rasmdagidek tasvirlash mumkin:

3-rasm foydalanilayotgan to'rt nuqtali oshkormas ayirmali sxemada yangi vaqt qatlamida uchta nuqta va eski vaqt qatlamida esa bitta nuqta olinayotganini yaqqol ko'rsatadi.



3-rasm. To'rt nuqtali oshkormas ayirmali sxema shabloni.

Hosilalarni bunday approksimatsiyalash uslubi oshkormas deb atalishiga sabab vaqtning yangi qatlamidagi temperaturalar maydoni oshkormas ifodalangan, ya'ni ularni aniqlash uchun (5) tenglamalar sistemasini yechish zarur.

Hosil bo'lgan tenglamalar sistemasini quyidagicha umumiy ko'rinishga keltirish mumkin:

$$A_i \cdot T_{i+1}^{n+1} - B_i \cdot T_i^{n+1} + C_i \cdot T_{i-1}^{n+1} = F_i \quad (6)$$

bu yerda

$$A_i = C_i = \frac{\lambda}{h^2}, \quad B_i = \frac{2\lambda}{h^2} + \frac{\rho c}{\tau}, \quad F_i = -\frac{\rho c}{\tau} T_i^n$$

Bunday tenglamalar ikkinchi tartibli uch nuqtali deb ataladi. (6) sistema uch diagonally tuzilmaga ega. Shuning uchun nostatsionar masala qaralayotganligi sababli (6) sistemani har bir vaqt qadamida yechish zarur.

Faraz qilaylik, shunday α_i va β_i ($i = 1, 2, \dots, N-1$) sonlar ketma-ketligi mavjudki, ular uchun

$$T_i^{n+1} = \alpha_i \cdot T_{i+1}^{n+1} + \beta_i \quad (7)$$

tenglik o'rinli, ya'ni ikkinchi tartibli uch nuqtali (6) tenglama birinchi tartibli ikki nuqtali (7) tenglamaga aylanadi. (7) tenglikda indeksni bittaga kamaytiramiz va hosil bo'lgan ushbu $T_{i-1}^{n+1} = \alpha_{i-1} \cdot T_i^{n+1} + \beta_{i-1}$ ifodani (6) tenglamaga qo'yamiz:

$$A_i \cdot T_{i+1}^{n+1} - B_i \cdot T_i^{n+1} + C_i \cdot \alpha_{i-1} \cdot T_i^{n+1} + C_i \cdot \beta_{i-1} = F_i.$$

Bu yerdan esa

$$T_i^{n+1} = \frac{A_i}{B_i - C_i \cdot \alpha_{i-1}} T_{i+1}^{n+1} + \frac{C_i \cdot \beta_{i-1} - F_i}{B_i - C_i \cdot \alpha_{i-1}}.$$

Oxirgi tenglik (7) ko'rinishida va u bilan aynan mos boladi, agar barcha $i = 2, 3, \dots, N - 1$ lar uchun quyidagi munisabatalr bajarilsa:

$$\alpha_i = \frac{A_i}{B_i - C_i \cdot \alpha_{i-1}}, \quad \beta_i = \frac{C_i \cdot \beta_{i-1} - F_i}{B_i - C_i \cdot \alpha_{i-1}}. \quad (8)$$

Bu yerdagi barcha α_i va β_i larni aniqlash uchun chap chegaraviy shartlardan topiladigan α_1 va β_1 larni bilisimiz zarur.

Endi (7) formula bo'yicha ketma-ket $T_{N-1}^{n+1}, T_{N-2}^{n+1}, \dots, T_2^{n+1}$ larni topish mumkin, agar faqatgina o'ng chegaraviy shardan T_N^{n+1} topilgan bo'lsa.

Shunday qilib, (6) ko'rinishdagi tenglamaning yechimini yuqoridagidek izlash uslubi haydash (progonka) usuli deb atalib, uchta formula bo'yicha hisoblashlarga olib kelinadi: (8) formulalar bo'yicha progonka koeffitsiyentlari deb ataluvchi α_i va β_i ($i = 2, 3, \dots, N - 1$) lar (to'g'ri progonka) va keyin esa (7) formula bo'yicha T_i^{n+1} ($i = N - 1, N - 2, \dots, 2$) noma'lumlar topiladi (teskari progonka).

Progonka usulini muvaffaqiyatli qo'llash uchun hisoblashlar jarayonida nolga bo'lish holati paydo bo'lmasligi va katta o'lchamli sistemalarda yaxlitlash xatoligi tez oshib ketmasligi lozim.

Progonkani korrekt deb ataymiz, agar (8) formulalarda progonka koeffitsiyentlarining maxrajleri nolga aylanmasa va uni ustovor deb aytamiz, agar barcha $i = 1, 2, \dots, N - 1$ lar uchun $|\alpha_i| < 1$ shart bajarilsa.

(6) tenglamalar progonkasining korrektligi va ustivorligining yetarli sharti

$$|B_i| > |A_i| + |C_i|, \quad \forall i = 2, 3, \dots, N - 1 \quad \text{va} \quad |\alpha_1| < 1 \rightarrow |\alpha_i| < 1 \quad (9)$$

ushbu usulning ko'plam tadbirlarida o'z-o'zidan bajariladi.

(5) sistemaga qaytib, progonka koefitsiyentlarini aniqlaymiz va olingan sistemani yechishning to'la algoritmini tuzamiz.

Ma'lumki, $x = 0$ da $= T_a$, u holda

$$T_1^{n+1} = \alpha_1 \cdot T_2^{n+1} + \beta_1 = T_a.$$

Bu yerdan esa $\alpha_1 = 0$, $\beta_1 = T_a$.

Xuddi shunday, $x = L$ da $= T_b$, u holda

$$T_{N-1}^{n+1} = \alpha_{N-1} \cdot T_N^{n+1} + \beta_{N-1} = T_b.$$

Bu yerdan esa $\alpha_{N-1} = 1$, $\beta_{N-1} = 0$, $T_N^{n+1} = T_b$.

Progonka koefitsiyentlari (8) formulalardan hisoblanadi.

Shunday qilib, (3)-(4) differensial masalani approksimatsiyalovchi ayirmali munosabatlar quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\rho c \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\tau} = \lambda \left(\frac{T_{i+1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i-1}^{n+1}}{h^2} \right), \quad i = 2, 3, \dots, N-1, n \geq 0 \quad (10)$$

$$T_i^0 = T_0, \quad i = 2, 3, \dots, N-1;$$

$$T_1^n = T_a, \quad n > 0; \quad (11)$$

$$T_N^n = T_b, \quad n > 0.$$

(3)-(4) differensial masalaning approksimatsiyasi (10)-(11) bo'lib, t vaqt bo'yicha birinchi va x fazoviy koordinata bo'yicha ikkinchi tartibli aniqlikda bajarilgan. Bu oshkormas ayirmali sxema absolyut ustivor, ya'ni (3)-(4) chegaraviy masalani vaqt bo'yicha ixtiyoriy ayirmali qadam bilan integrallash mumkin. Vaqt bo'yicha qadam shunday tanlanadiki, to'la kuzatuv vaqtining intervali hech bo'lmaganda kamida 10 ta qadamga bo'linishi lozim.

Masalani sonli yechishning algoritmi va dasturi quyida keltirilgan.

**Bir o'lchovli issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasini
oshkormas ayirmali sxema yordamida sonli yechishning algoritmi:**

1. Kiritiladigan ma'lumotlar: $N, t_k, L, \lambda, \rho, c, T_1, T_2, T_0$.
2. Fazoviy koordinata bo'yicha to'r hisob qadami: $h = \frac{L}{N-1}$.
3. Vaqt bo'yicha to'r hisob qadami: $\tau = \frac{t_k}{100}$.
4. Boshlang'ich temperatura maydoni: $T_i^0 = T_0, i = 1, 2, \dots, N$.
5. Vaqt hisobining boshlanishi $time = 0$.
6. Vaqt hisobining tugashini tekshirish:
agar $time \geq t_k$ shart bajarilsa 13-qadamga, aks holda 7-qadamga o'tish.
7. Vaqt hisobini bir qadamga oshirish: $time = time + \tau$.
8. Ayirmali to'ring 1-tuguni uchun progonka koefitsiyentlari: $\alpha_1 = 0, \beta_1 = T_a$
9. Ayirmali to'ring qolgan tuguni uchun progonka koefitsiyentlari:

$$\alpha_i = \frac{A_i}{B_i - C_i \cdot \alpha_{i-1}}, \quad \beta_i = \frac{C_i \cdot \beta_{i-1} - F_i}{B_i - C_i \cdot \alpha_{i-1}}.$$
10. Ayirmali to'ring oxirgi tuguni uchun progonka koefitsiyentlari:

$$\alpha_{N-1} = 1, \quad \beta_{N-1} = 0, \quad T_N^{n+1} = T_b$$
11. Temperatura maydonini hisoblash

$$T_i^{n+1} = \alpha_i \cdot T_{i+1}^{n+1} + \beta_i, \quad i = N-1, N-2, \dots, 1.$$
12. 6-qadamga qaytish.
13. Natijalarni jadval va grafik ko'rinishda pechatga chiqarish.

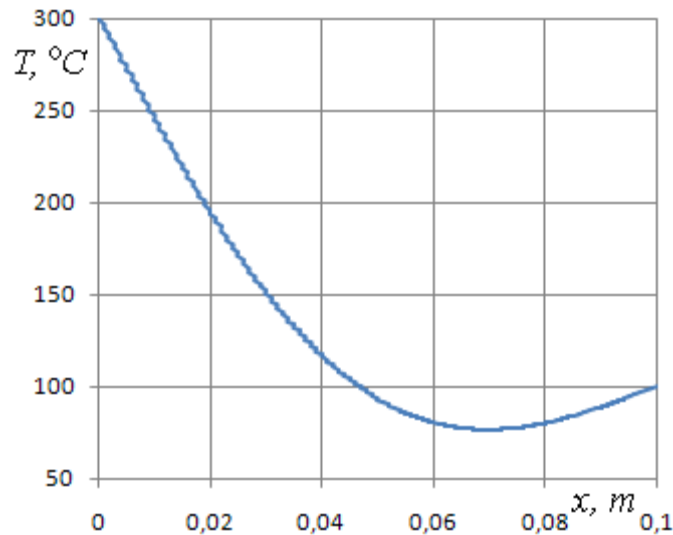
Dastur matni 1-ilovada keltirilgan.

Keltirilgan dastur bo'yicha hisob natijalari ushbu

$$L = 0,1 \text{ m}, \quad \lambda = 46 \frac{\text{Vt}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}, \quad \rho = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad c = 460 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}.$$

$$T_0 = 20 ^\circ\text{C}, \quad T_a = 300 ^\circ\text{C}, \quad T_b = 100 ^\circ\text{C},$$

qiymatlarda olindi, bu yerda L – plastinka qalinligi; λ - issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsiyenti; ρ - zichligi, c – solishtirma issiqlik sig'imi; T_0 – boshlang'ich temperatura; T_a , T_b – plastinka chetlaridagi temperatura. Isish jarayonining $t=60$ s vaqt momentidagi holati 4-rasmda tasvirlangan.



4-rasm. Plastinka qalinligi bo'ylab $t=60$ s vaqt momentida temperaturaning taqsimlanishi.

2-masala. Yuqorida ta'kidlaganimizdek, hisob sxemasi oshkormas, ya'ni temperatura maydonini aniqlash uchun chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini yechish lozim bo'ladi. Bundan tashqari, oshkor sxema ham mavjud. Bu sxema bo'yicha temperatura maydoni oshkor aniqlanadi va bunda α_i va β_i progonka koeffitsiyentlarini aniqlash uchun tenglamalar sistemasini yechishga hojat yo'q.

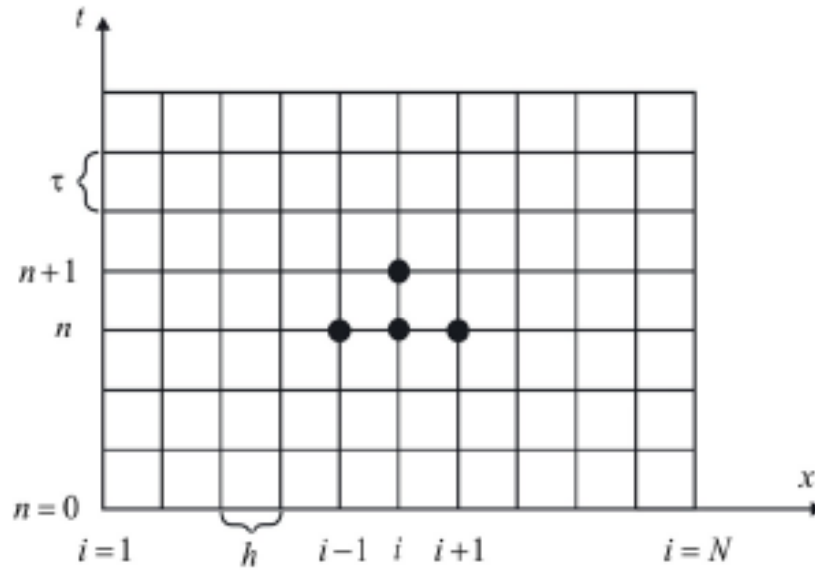
Oshkor sxemaning oshkormas sxemadan farqi diffusion qo'shiluvchini aproksimatsiyalashda, ya'ni aynan vaqt qatlamida temperaturaning noma'lum maydoni quyidagicha:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{h^2}.$$

Shunday qilib, xususiy hosilalarni o'zining mos chekli ayirmalari bilan ap-proksimatsiyalash natijasida temperatura maydonini aniqlashning quyidagi munosabatiga kelimiz:

$$\rho c \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\tau} = \lambda \left(\frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{h^2} \right), \quad i = 2, 3, \dots, N-1, n \geq 0 \quad (10)$$

Oshkor sxemani grafik korinishda 5-rasmdagidek tasvirlash mumkin.



5-rasm. To'rt nuqtali oshkor ayirmali sxema shablони.

5-rasmdagi shablondan ko'rinadiki, noma'lum temperatura maydonini aniqlash uchun α_i va β_i progonka koeffitsiyentlarini aniqlashning tenglamalari sistemasini yechish talab qilinmaydi. Asosiy hisob formulasi quyidagicha:

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \frac{\lambda \tau}{\rho c} \cdot \left(\frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{h^2} \right), \quad i = 2, 3, \dots, N-1, n \geq 0 \quad (12)$$

va chegaraviy shartlarning ayirmali holati quyidagicha:

$$\begin{aligned} T_i^0 &= T_0, \quad i = 2, 3, \dots, N-1; \\ T_1^n &= T_a, \quad n > 0; \\ T_N^n &= T_b, \quad n > 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Shunday qilib, plastinkada temperaturaning har xil vaqt momentlaridagi taqsimotini topish uchun sodda chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini hosil

qildik. (3)-(4) differensial masalaning (12)-(13) approksimatsiyasi ham, xuddi yuqoridagidek, t vaqt bo'yicha birinchi va x fazoviy koordinata bo'yicha ikkinchi tartibli aniqlikda bajarilgan. (12)-(13) chekli ayirmali masalaning yechimi (3)-(4) differensial masalaning yechimiga yaqinlashishi uchun quyidagi shart (ayirmali sxemaning ustivorlik sharti) bajarilishi yetarli:

$$\tau < \frac{\rho c h^2}{2\lambda}.$$

Ana shu shartdan vaqt koordinatasi bo'yicha integralladh qadami aniqlanadi.

Shunday qilib, oshkor ayirmali sxema shartli ustivor va uning qo'llanilishi uchun baholash bo'yicha maxsus tekshuruv talab qilinadi.

Masalani sonli yechishning algoritmi va dasturi quyida keltirilgan.

**Bir o'lchovli issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasini
oshkor ayirmali sxema yordamida sonli yechishning algoritmi:**

1. Kiritiladigan ma'lumotlar: $N, t_k, L, \lambda, \rho, c, T_1, T_2, T_0$
2. Issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsiyentini hisoblash: $a = \frac{\lambda}{\rho c}$
3. Fazoviy koordinata bo'yicha to'r hisob qadami: $h = \frac{L}{N-1}$
4. Vaqt bo'yicha to'r hisob qadami: $\tau = \frac{h^2}{4a}$
5. Boshlang'ich temperatura maydoni: $T_i^0 = T_0, i = 1, 2, \dots, N$
6. Plastinka chetlarida temperaturaning qiymatini aniqlash: $T_1 = T_a, T_N = T_b$
7. Vaqt hisobining boshlanishi $time = 0$
8. Vaqt hisobining tugashini tekshirish:
agar $time \geq t_k$ shart bajarilsa 13-qadamga, aks holda 9-qadamga o'tish.
9. Vaqt hisobini bir qadamga oshirish: $time = time + \tau$
10. Avvalgi vaqt qadamidagi temperaturaning qiymatini saqlab qolish:

$$TT_i = T_i^n, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

11. Temperatura maydonini hisoblash

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \frac{\lambda \tau}{\rho c} \cdot \left(\frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{h^2} \right), \quad i = 2, 3, \dots, N-1, n \geq 0$$

12. 6-qadamga qaytish

13. Natijalarni jadval va grafik ko'rinishda pechatga chiqarish.

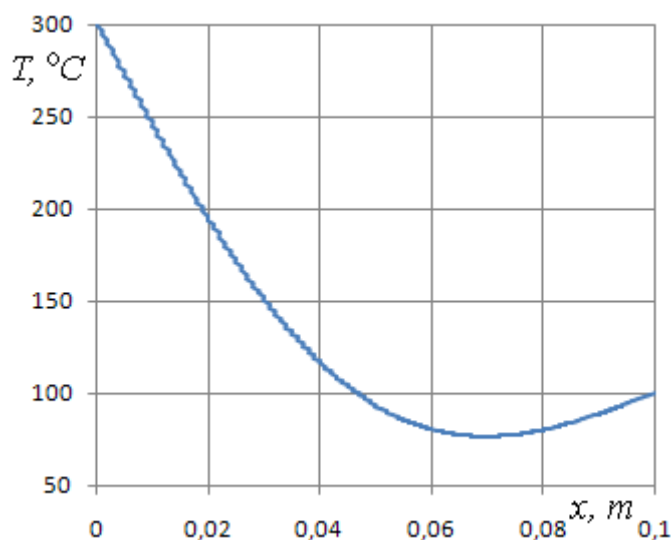
Dastur matni 2-ilovada keltirilgan.

Keltirilgan dastur bo'yicha hisob natijalari ushbu

$$L = 0,1 \text{ m}, \quad \lambda = 46 \frac{\text{Wt}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}, \quad \rho = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad c = 460 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}.$$

$$T_0 = 20 ^\circ\text{C}, \quad T_a = 300 ^\circ\text{C}, \quad T_b = 100 ^\circ\text{C},$$

qiymatlarda olindi, bu yerda L – plastinka qalinligi; λ - issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsiyenti; ρ - zichligi, c – solishtirma issiqlik sig'imi; T_0 – boshlang'ich temperatura; T_a , T_b – plastinka chetlaridagi temperatura. Isish jarayonining $t=60$ s vaqt momentidagi holati 6-rasmda tasvirlangan.

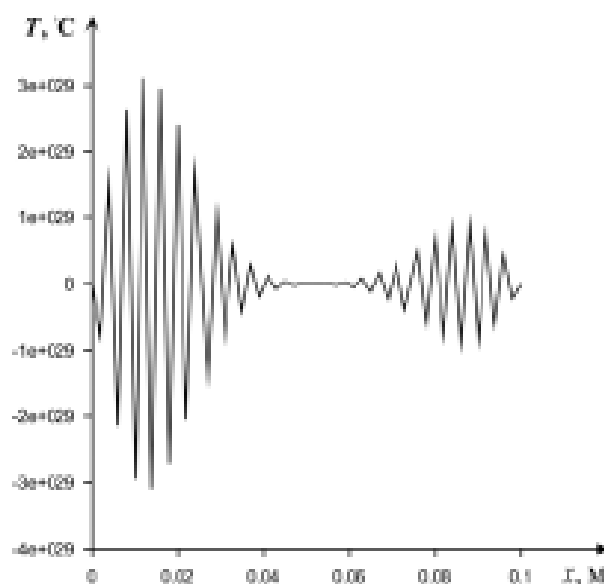


6-rasm. Plastinka qalinligi bo'ylab $t=60$ s vaqt momentida temperaturaning taqsimlanishi (oshkor ayirmali sxemadan foydalanilgan).

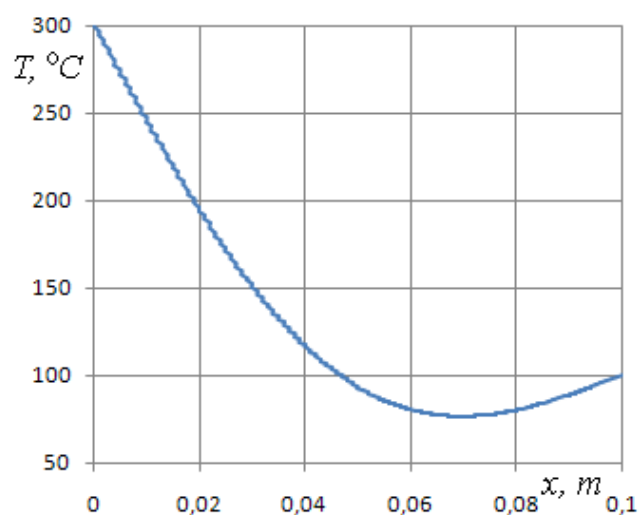
4- va 6-rasmlarni taqqoslab, hisoblangan temperatura maydonlari bir xil ekanligiga ishonch hosil qilishimiz mumkin. Endi oshkor sxemaning kamchiligini ko'rsataylik. Ushbu oshkor sxemadan foydalanilganda ushbu $\tau < \frac{\rho ch^2}{2\lambda}$ shart bajarilishi talab qilinadi. Ham oshkor va ham oshkormas sxemalar uchun $\tau = \frac{\rho ch^2}{\lambda}$ holni qaraylik. Oshkor sxemaga asosan tuzilgan dastur bo'yicha hisoblashlar $N=50$, $t=20$ holda hisoblandi. Qolgan $N>50$, $t>20$ hollarda hisob dasturi xatolik berdi va hisoblashlarni davom ettirishning imkoni bo'lmadi (7-rasm).

7,a-rasmdan ko'rinadiki, oshkor sxemadan foydalanish uning noustivorligini xarakterlovchi ossilyatsiya paydo bo'lishiga olib keladi. Oshkormas sxema esa korrekt natijani beradi (7,b-rasm).

Shularni e'tiborga olib, keyingi hisoblashlarda oshkormas sxemadan foydalanish maqsadga muvofiq.



a



b

7-rasm. Plastinka qalinligi bo'ylab $t=20$ s vaqt momentida temperaturaning taqsimlanishi (a - oshkor sxema; b – oshkormas sxema).

4. Har xil chegaraviy sharli issiqlik o'tkazuvchanlik masalalarni sonli yechish

1-masala.

Mis plastinkada vaqtning $t=5, 10, 30, 60$ s momentlarida temperatura maydonini aniqlaylik.

Quyidagi boshlang'ich ma'lumotlar berilgan:

$L = 0,3$ m – plastinkaning qalinligi;

$T_0 = 20$ °C - boshlang'ich temperatura;

Misning teplofizik xarakteristikolari quyidagicha:

$$\lambda = 384 \frac{Wt}{m \cdot ^\circ C}, \quad \rho = 8800 \frac{kg}{m^3}, \quad c = 381 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}.$$

Plastinkaning $x=0$ chetiga $q = 10^7 \frac{Wt}{m^2}$ issiqlik oqimi qo'yilgan, $x=L$ chegarasida esa tashqi muhitning ta'siri mavjud: $k = 100 \frac{Wt}{m^2 \cdot ^\circ C}$; $T^e = 300$ °C.

Bu yerda L – plastinka qalinligi; λ - issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsiyenti; ρ - zichligi, c – solishtirma issiqlik sig'imi; T_0 – boshlang'ich temperatura; T^e – tashqi muhit temperaturasi; k – tashqi muhitning issiqlik almashinish koeffitsiyenti.

Masalaning matematik qo'yilishi quyidagicha:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L,$$

Boshlang'ich va chegaraviy shartlar quyidagicha yoziladi:

$t = 0: T = T_0, \quad 0 \leq x \leq L;$ - boshlang'ich shart;

$x = 0: -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = q, \quad t > 0;$ - chegarada issiqlik oqimi qo'yilgan;

$x = L: \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = k(T^e - T), \quad t > 0.$ - chegarada tashqi muhit ta'siri bor.

Masalani sonli yechishning algoritmi va dasturi quyida keltirilgan.

Har xil chegaraviy sharli (bir chetida issiqlik oqimi, ikkinchi chetida esa tashqi muhit ta'siri berilgan) issiqlik o'tkazuvchanlik masalasini sonli yechishning algoritmi:

1. Kiritiladigan ma'lumotlar: $N, t_k, L, \lambda, \rho, c, q, k, T^e, T_0$
2. Issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsiyentini hisoblash: $a = \frac{\lambda}{\rho c}$
3. Fazoviy koordinata bo'yicha to'r hisob qadami: $h = \frac{L}{N-1}$
4. Vaqt bo'yicha to'r hisob qadami: $\tau = \frac{t_k}{100}$
5. Boshlang'ich temperatura maydoni: $T_i^0 = T_0, i = 1, 2, \dots, N$
6. Vaqt hisobining boshlanishi $time = 0$
7. Vaqt hisobining tugashini tekshirish:
agar $time \geq t_k$ shart bajarilsa 14-qadamga, aks holda 8-qadamga o'tish.

8. Vaqt hisobini bir qadamga oshirish: $time = time + \tau$
9. Ayirmali to'ring 1-tuguni uchun progonka koeffitsiyentlari: α_1, β_1

$$\alpha_1 = \frac{2a\tau}{h^2 + 2a\tau}, \quad \beta_1 = \frac{2a\tau}{h^2 + 2a\tau} T_1^n + \frac{2a\tau h q_1}{\lambda(h^2 + 2a\tau)}.$$

10. Ayirmali to'ring qolgan tuguni uchun progonka koeffitsiyentlari:

$$\alpha_i = \frac{A_i}{B_i - C_i \cdot \alpha_{i-1}}, \quad \beta_i = \frac{C_i \cdot \beta_{i-1} - F_i}{B_i - C_i \cdot \alpha_{i-1}}.$$

11. Ayirmali to'ring oxirgi tuguni uchun temperaturani hisoblash: T_N^{n+1}

$$T_N^{n+1} = \frac{h^2 \cdot T_N^n + 2 \cdot a \cdot \tau \cdot (\beta_{N-1} + Bi_2 \cdot T^e)}{h^2 + 2 \cdot a \cdot \tau \cdot (1 + Bi_2 - \alpha_{N-1})} = \frac{\lambda \cdot h^2 \cdot T_N^n + 2 \cdot a \cdot \tau \cdot (\lambda \cdot \beta_{N-1} + h \cdot \kappa_2 \cdot T^e)}{\lambda \cdot h^2 + 2 \cdot a \cdot \tau \cdot (h \cdot \kappa_2 + \lambda \cdot (1 - \alpha_{N-1}))}.$$

Bu yerda $Bi = k_2 h / \lambda$ (k_2 - o'ng chegaradagi issiqlik almashinish koeffitsiyenti).

12. Temperatura maydonini hisoblash

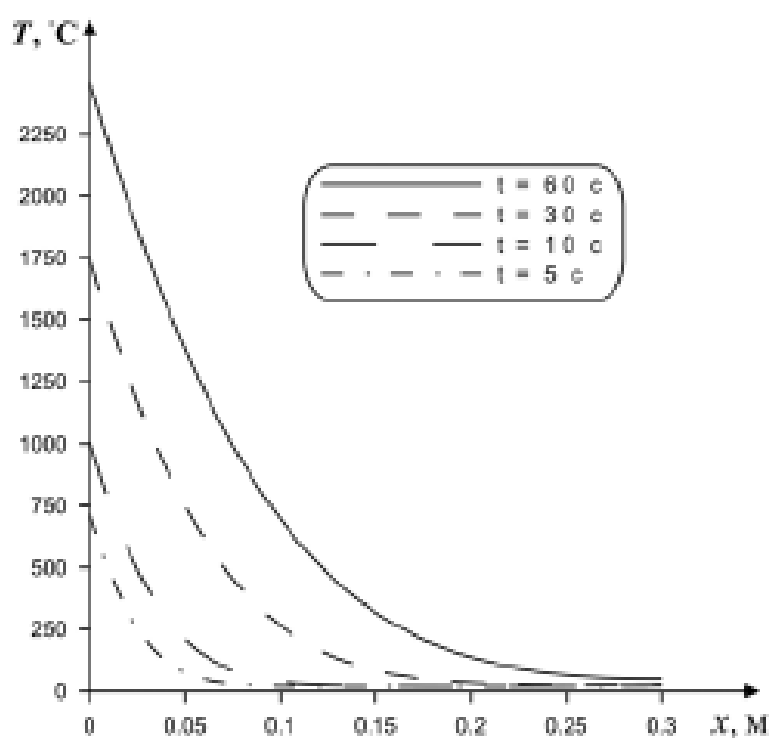
$$T_i^{n+1} = \alpha_i \cdot T_{i+1}^{n+1} + \beta_i, \quad i = N-1, N-2, \dots, 1.$$

13. 7-qadamga qaytish.

14. Natijalarni jadval va grafik ko'rinishda pechatga chiqarish.

Dastur matni 3-ilovada keltirilgan.

Masalani yechish natijasida 8-rasmda tasvirlangan temperatura taqsimoti olindi.



8-rasm. Plastinka qalinligi bo'ylab har xil vaqt momentlarida temperaturaning taqsimlanishi.

Garfikdagi hisob natijalaridan ko'rindiki, plastinka qalinligi bo'ylab temperaturaning o'zgarishi ekponensial ravishda kamayib boradi, vaqt o'tishi bilan esa qiymatlar oshib boradi.

2-masala.

Mis plastinkada vaqtning $t=30, 180, 600$ s momentlarida temperatura maydonini aniqlaylik.

Quyidagi boshlang'ich ma'lumotlar berilgan:

$L = 0,3$ m – plastinkaning qalinligi;

$T_0 = 50$ °C - boshlang'ich temperatura;

Misning teplofizik xarakteristikallari quyidagicha:

$$\lambda = 384 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}, \quad \rho = 8800 \frac{kg}{m^3}, \quad c = 381 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}.$$

Plastinka $x=0$ va $x=L$ chetlarida tashqi muhit bilan tutashgan:

$$k_1 = 1000 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}; T^{e1} = -30$$
 °C va $k_2 = 500 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}; T^{e2} = 10$ °C .

Bu yerda

plastinka uchun:

L – plastinka qalinligi; λ - issiqlik o'tkazuvchanlik ko'effitsiyenti; ρ - plastinka zichligi, c – solishtirma issiqlik sig'imi; T_0 – boshlang'ich temperaturasi;

tashqi muhit uchun:

T^{e1}, T^{e2} – plastinka chetlaridagi tashqi muhit temperaturallari; k_1, k_2 – plastinka chetlaridagi tashqi muhitning issiqlik almashinish ko'effitsiyentlari.

Masalaning matematik qo'yilishi quyidagicha:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L.$$

Boshlang'ich va chegaraviy shartlar quyidagicha yoziladi:

$t = 0:$ $T = T_0, \quad 0 \leq x \leq L;$ - boshlang'ich shart;

$x = 0:$ $-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = k_1(T^{e1} - T), \quad t > 0;$ - chegarada tashqi muhit ta'siri berilgan;

$x = L:$ $\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = k_2(T^{e2} - T), \quad t > 0.$ - chegarada tashqi muhit ta'siri berilgan.

Masalani sonli yechishning algoritmi va dasturi quyida keltirilgan.

**Har xil chegaraviy sharli (har ikkala chetida tashqi muhit ta'siri berilgan)
issiqlik o'tkazuvchanlik masalasini oshkormas oshkormas sxema yordamida
sonli yechishning algoritmi:**

1. Kiritiladigan ma'lumotlar: $N, t_k, L, \lambda, \rho, c, k_1, k_2, T^{e1}, T^{e2}, T_0$
2. Issiqlik o'tkazuvchanlik koefitsiyentini hisoblash: $a = \frac{\lambda}{\rho c}$
3. Fazoviy koordinata bo'yicha to'r hisob qadami: $h = \frac{L}{N-1}$
4. Vaqt bo'yicha to'r hisob qadami: $\tau = \frac{t_k}{100}$
5. Boshlang'ich temperatura maydoni: $T_i^0 = T_0, i = 1, 2, \dots, N$
6. Vaqt hisobining boshlanishi $time = 0$
7. Vaqt hisobining tugashini tekshirish:
agar $time \geq t_k$ shart bajarilsa 14-qadamga, aks holda 8-qadamga o'tish.
8. Vaqt hisobini bir qadamga oshirish: $time = time + \tau$
9. Ayirmali to'ring 1-tuguni uchun progonka koefitsiyentlari: α_1, β_1

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{2 \cdot a \cdot \tau \cdot \lambda}{\lambda \cdot h^2 + 2 \cdot a \cdot \tau \cdot (\lambda + h \cdot \kappa_1)}; \\ \beta_1 = \frac{\lambda \cdot h^2 \cdot T_1^n + 2 \cdot a \cdot \tau \cdot h \cdot \kappa_1 \cdot T^{e1}}{\lambda \cdot h^2 + 2 \cdot a \cdot \tau \cdot (\lambda + h \cdot \kappa_1)}. \end{cases}$$

10. Ayirmali to'ring qolgan tuguni uchun progonka koefitsiyentlari:

$$\alpha_i = \frac{A_i}{B_i - C_i \cdot \alpha_{i-1}}, \quad \beta_i = \frac{C_i \cdot \beta_{i-1} - F_i}{B_i - C_i \cdot \alpha_{i-1}}.$$

11. Ayirmali to'ring oxirgi tuguni uchun temperaturani hisoblash: T_N^{n+1}

$$T_N^{n+1} = \frac{h^2 \cdot T_N^n + 2 \cdot a \cdot \tau \cdot (\beta_{N-1} + Bi_2 \cdot T^{e2})}{h^2 + 2 \cdot a \cdot \tau \cdot (1 + Bi_2 - \alpha_{N-1})} = \frac{\lambda \cdot h^2 \cdot T_N^n + 2 \cdot a \cdot \tau \cdot (\lambda \cdot \beta_{N-1} + h \cdot \kappa_2 \cdot T^{e2})}{\lambda \cdot h^2 + 2 \cdot a \cdot \tau \cdot (h \cdot \kappa_2 + \lambda \cdot (1 - \alpha_{N-1}))}.$$

12. Temperatura maydonini hisoblash

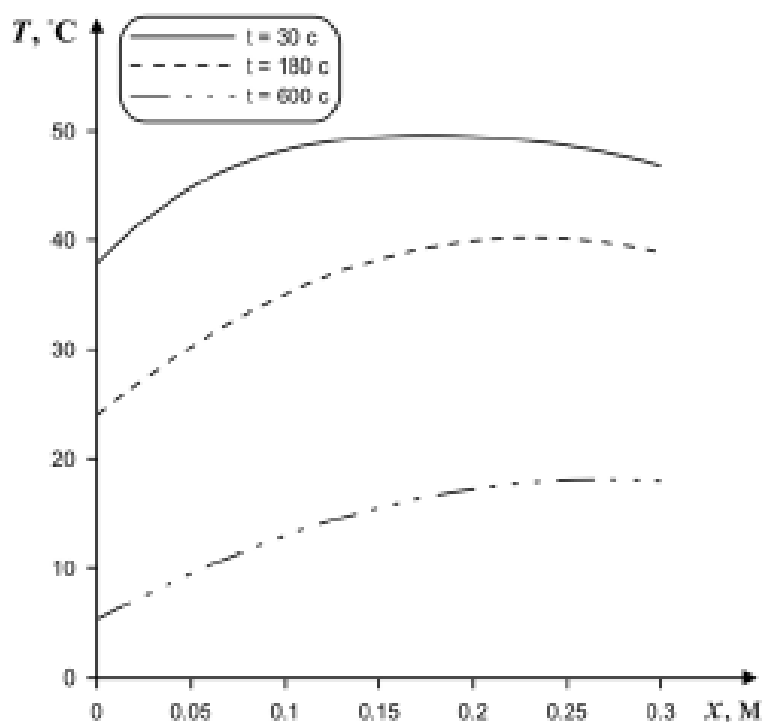
$$T_i^{n+1} = \alpha_i \cdot T_{i+1}^{n+1} + \beta_i, \quad i = N-1, N-2, \dots, 1$$

13. 7-qadamga qaytish

14. Natijalarni jadval va grafik ko'rinishda pechatga chiqarish.

Dastur matni 4-ilovada keltirilgan.

Masalaning yechimi 9-rasmda tasvirlangan.



9-rasm. Plastinka qalinligi bo'ylab har xil vaqt momentlarida temperaturaning taqsimlanishi.

Grafikdagi hisob natijalaridan ko'rinadiki, plastinka qalinligi bo'ylab temperaturaning o'zgarishi parabola shaklida o'zgarib boradi, vaqt o'tishi bilan esa qiymatlar oshib boradi.

XULOSA

Mazkur bitiruv malakaviy ishining muhim natijalari quyidagilar:

- amaliy matematika masalalarini matematik modellashtirish jarayonida xususiy hosilali differensial tenglamalar o'rganildi, ularni chekli ayirmalar (to'rlar) usuli bilan Pascal dasturi yordamida taqribiy yechishning muammolari o'rganildi, uni amalga oshirishning bosqichlari ishlab chiqildi;
- xususiy hosilali differensial tenglamalarni har xil oshkor va oshkormas sxemalar bilan yechish orqali ularni taqribiy yechishning imkoniyatlari ko'rsatildi, hisob algoritmgiga oid tushunchalar bilan tanishildi, amaliy masalalar yechildi;
- olingan sonli yechimlar analitik yechimlar bilan taqqoslandi, hisob jarayonining to'g'ri ekanligi, algoritmi va dasturdan samarali foydalanish mumkinligi ko'rsatildi;
- ishlab chiqilgan hisob metodikasi va yaratilgan hisob dasturiy vositasidan har xil xususiy hosilali parabolik tipdagi differensial tenglamalarga (xususan, issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamalariga) oid amaliy masalalarini yechishda samarali foydalanish mumkin;
- bir chetiga issiqlik oqimi, ikkinchi chetiga tashqi muhit ta'siri berilgan har xil teplofizik xarakteristikali plastinkada issiqlik tarqalishi masalasi yuqori aniqlikdagi chekli ayirmalar usuli bilan sonli yechildi;
- tadbiq uchun plastinkada issiqlik tarqalishiga oid aniq amaliy masalalar sonli yechildi, hisob algoritmi yaratildi, hisob dasturiy vositasi yuqori bosqichli algoritmik tilda tuzildi, natijalar taqqoslandi va tegishli xulosalar chiqarildi hamda amaliy tadbiq uchun tavsiyalar berildi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. – М.: Изд-во Бином. Лаборатория знаний, 2011. – 640 с.
2. Бахвалов Н. С., Корнев А. А., Чижонков Е. В. Численные методы. Решения задач и упражнения. – М.: Изд-во Дрофа, 2009. – 400 с.
3. Бахвалов Н. С., Лапин А. В., Чижонков Е. В. Численные методы в задачах и упражнениях. – М.: Изд-во Бином. Лаборатория знаний, 2010. – 240 с.
4. Беляев Н.М., Рядно А.А. Метод нестационарной теплопроводности. - М.: Высшая школа. 1978. – 328 с.
5. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. – М.: Наука, 1962. – Т. 1. – 464 с. – Т. 2. – 639 с.
6. Берковский Б.М., Ноготов Е.Ф. Разностные методы исследования задач теплообмена. – Минск: Наука и техника, 1976. – 141 с.
7. Вержбицкий В. М. Основы численных методов. – М.: Высшая школа, 2009. – 848 с.
8. Волков Е. А. Численные методы. – М.: Наука, 1987. – 248 с.
9. Воробьева Г.К., Данилова А.Н. Практикум по вычислительной математике. – М: Высшая школа, 1990. – 210 с.
10. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. – М.: Наука, 1966. – 695 с.
11. Жидков В.Н. Вычислительная математика. – М, Академия, 2010. – 208 с.
12. Исраилов М.И. Ҳисоблаш усуллари.– Тошкент: Ўқитувчи, - 1-қисм, 2003. - 450 б., 2-қисм, 2004. – 340 б.
13. Калиткин Н.Н. Численные методы. – С.Пб.: Изд-во БХВ-Петербург, 2011. – 592 с.
14. Копченкова Н.В., Марон И. А. Вычислительная математика в примерах и задачах. – М.: Наука, 2008. – 368 с.

15. Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырный П. И. Вычислительные методы. – М.: Наука, 1976. – Т. 1. – 302 с.
16. Патанкар С.В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах. - М.: Издательство МЭИ, 2003. – 312 с.
17. Петухов Б.С., Генин Л.Г., Ковалев С.А., Соловьев С.Л. Теплообмен в ядерных энергетических установках. – М.: Изд-во МЭИ, 2003. – 548 с.
18. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления (том II). - М.: Интеграл-пресс, 2002. – 410 с.
19. Рихтмайер Р. Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. - М.: Издательство Мир, 1972. - 380 с.
20. Сабитов К.Б. Уравнения математической физики. - М.: Высшая школа. 2003. - 255с.
21. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1989. – 656 с.
22. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 782 с.
23. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы.–М.: Наука,1989.–432 с.
24. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. – М.: Наука, 1978. – 592 с.
25. Сборник задач по методам вычислений. Учебное пособие / Под ред. П.И.Монастырного. – 2-е изд. – Мн.: Университетское, 2000. – 311 с.
26. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977. – 736 с.
27. Турчак Л. И. Основы численных методов. – М.: Наука, 1987. – 318 с.
28. www.edu.ru – ta’lim sayti
29. www.edu.uz – ta’lim sayti
30. www.exponenta.ru – ta’lim sayti
31. www.wikipedia.ru – ensiklopediya sayti
32. www.ziyonet.uz – ilmiy-ma’rifiy tarmoq

ILOVALAR

1-ilova

Bir o'lchovli issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasini oshkormas ayirmali sxema yordamida sonli yechishning Pascal dasturi matni

```
uses crt;

const mf=500;

type
    vector=array[1..mf] of real;

var
    {Dasturda ishlatiladigan o'zgaruvchilar tavsifi}
    i, j, N          : integer;
    T, alfa, beta    : vector;
    ai, bi, ci, fi    : real;
    lamda, ro, c, h, tau : real;
    Tl, T0, Tr, L, t_end, time : real;
    f, g             : text;

begin
    clrscr;

    writeln(' Klaviatura orqali kiritiladigan zaruriy parametrlar:');

    Write(' Fazoviy tugunlar soni, N = ');

    Readln(N);

    Write(' Hisob vaqtining tugash momenti, t_end = ');

    Readln(t_end);

    Write(' Plastinkaning qalinligi, L = ');
```

```

Readln(L);

Write(' Plastinka materialining issiqlik utkazuvchanlik koeffisiyenti, lamda = ');

Readln(lamda);

Write(' Plastinka materialining zichligi, ro = ');

Readln(ro);

Write(' Plastinka materialining issiqlik sigimi, c = ');

Readln(c);

Write(' Boshlangich temperatura, T0 = ');

Readln(T0);

Write(' Plastinkaning x=0 chegarasidagi temperatura, Tl = ');

Readln(Tl);

Write(' Plastinkaning x=L chegarasidagi temperatura, Tr = ');

Readln(Tr);

{Fazpviy koordinata bo'yicha to'rning hisob qadamini aniqlash}

h:=L/(N-1);

{Vaqt bo'yicha to'rning hisob qadamini aniqlash}

tau:=t_end/100.0;

{Boshlang'ich vaqt momentida temperatura maydonini aniqlash}

for i:= 1 to N do T[i]:=T0;

{Nostatsionat issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasini integrallash}

time:=0;

while time<t_end do {Shartli sikldan foydalanish}

begin

{vaqt o'zgaruvchisini bir qadamga oshiramiz}

time:=time+tau;

```

```

{Chap chegaraviy shartdan foydalanib boshlang'ich progonka
koeffisiyentlarini aniqlash}

    alfa[1]:=0.0;

    beta[1]:=Tl;

{Progonka koeffisiyentlarini aniqlash uchun sikl operatori}

    for i:= 2 to N-1 do

        begin

{ai, bi, ci, fi - uch diagonalli matritsali CHATS ni kanonik shaklda ifodalash uchun
koeffisiyentlar}

            ai:=lamda/sqr(h);

            bi:=2.0*lamda/sqr(h)+ro*c/tau;

            ci:=lamda/sqr(h);

            fi:=-ro*c*T[i]/tau;

{alfa[i], beta[i] - progonka koeffisiyentlari}

            alfa[i]:=ai/(bi-ci*alfa[i-1]);

            beta[i]:=(ci*beta[i-1]-fi)/(bi-ci*alfa[i-1]);

        end;

{O'ng chegarada temperaturaning qiymatini aniqlash}

        T[N]:=Tr;

{Noma'lum temperaturalar maydonini aniqlash}

        for i:= N-1 downto 1 do

            T[i]:=alfa[i]*T[i+1]+beta[i];

        end; {Shartli sikl yakuni}

        {Hisob natijalarini faylga yozish}

Assign(f,'Res11.txt');

Rewrite(f);

```

```

Writeln(f,'Plastinkaning qalinligi L = ',L:6:4);
Writeln(f,'Koordinata buyicha tugunlar soni N = ',N);
Writeln(f,'Plastinka materialining issiqlik utkazuvchanlik',
' koefitsiyenti lamda = ',lamda:6:4);
Writeln(f,'Plastinka materialining zichligi ro = ',ro:6:4);
Writeln(f,'Plastinka materialining issiqlik sig'imi c = ',c:6:4);
Writeln(f,'Boshlangich temperatura T0 = ',T0:6:4);
Writeln(f,'x = 0 chegaradagi temperatura, Tl = ',Tl:6:4);
Writeln(f,'x = L chegaradagi temperatur, Tr = ',Tr:6:4);
Writeln(f,'Koordinata buyicha qadam h = ',h:6:4);
Writeln(f,'Vaqt buyicha qadam tau = ',tau:6:4);
Writeln(f,'Temperatura maydoni hisoblangan vaqt momenti t = ',t_end:6:4);
close(f);
Assign(g,'Ris11.txt');
Rewrite(g);
for i:=1 to N do
    writeln(g,' ',h*(i-1):6:3,' ',T[i]:8:5);
close(g);
end.

```

2-ilova

Bir o'lchovli issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasini oshkor ayirmali sxema yordamida sonli yechishning yechishning Pascal dasturi matni

```
uses crt;
const mf=500;
type
    vector=array[0..mf] of real;
var {dasturda ishlatiladigan o'zgaruvchilarni tavsiflash}
    i, j, N                : integer;
    T, TT                  : vector;
    a, lamda, ro, c, h, tau : real;
    Tl, T0, Tr, L, t_end, time : real;
    f, g                    : text;
begin
    clrscr;
    {klaviatura yordamida kerakli ma'lumotlar kiritiladi }
    Writeln('Fazoviy koordinata bo'yicha o'zgaruvchilar sonini kiriting, N=');
    Readln(N);
    Writeln('Hisob vaqtining tugashini kiriting, t_end=');
    Readln(t_end);
    Writeln('Plastinkaning qalinligini kiriting, L=');
    Readln(L);
    Writeln('Plastinka materialining issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsiyentini kiriting,
    Lamda=');
    Readln(lamda);
    Writeln('Plastinka materialining zichligini kiriting, ro=');
    Readln(ro);
    Writeln('Plastinka materialining issiqlik sig'imini kiriting, c=');
    Readln(c);
```



```

Writeln('Boshlang'ich temperaturani kiriting, T0');
Readln(T0);
Writeln(x=0 chegaradagi temperaturani kiriting, Tl=');
Readln(Tl);
Writeln(' x=L chegaradagi temperaturani kiriting, Tr=');
Readln(Tr);
{issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsiyentini aniqlaymiz}
a:=lamda/(ro*c);
{fazoviy koordinata bo'yicha to'ring hisob qadamini aniqlaymiz}
h:=L/(N-1);
{ustivorlik shartiga asoslanib, vaqt bo'yicha hisob qadamini aniqlaymiz}
tau:=0.25*sqr(h)/a;
{boshlang'ich vaqt momentida temperatura maydonini aniqlaymiz}
for i:= 2 to N-1 do
    T[i]:=T0;
{chegaralardagi temperaturaning qiymatlarini aniqlaymiz}
T[1]:=Tl;
T[N]:=Tr;
{nostatsionar issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasini integrallaymiz}
time:=0;
while time<t_end do {oldindan shartli sikl operatoridan foydalanamiz}
    begin
    {vaqt o'zgaruvchisini bir qadamga oshiramiz}
        time:=time+tau;
    {vaqtning oldingi qadamida temperatura maydonini saqlab qolamiz}
        for i:= 1 to N do
            TT[i]:=T[i];
    {noma'lum temperatura maydonini (12) formula bo'yicha aniqlaymiz}
        for i:= 2 to N-1 do
            T[i]:=TT[i]+a*tau/sqr(h)*(TT[i+1]-2.0*TT[i]+TT[i-1]);

```

```

end;
{hisob natijalarini faylga yozamiz}
Assign(f,'res.txt');
Rewrite(f);
Writeln(f,'Plastinkaning qalinligi L = ',L:6:4);
Writeln(f,'Fazoviy koordinata bo'yicha tugunlar soni N = ',N);
Writeln(f,'Plastinka materialining issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsiyenti lamda =
',lamda:6:4);
Writeln(f,'Plastinka materialining zichligi ro = ',ro:6:4);
Writeln(f,'Plastinka materialining issiqlik sig'imi c = ',c:6:4);
Writeln(f,'Boshlang'ich temperatura T0 = ',T0:6:4);
Writeln(f,' x = 0 chegaradagi temperatura, Tl = ',Tl:6:4);
Writeln(f,' x = L chegaradagi temperatura, Tr = ',Tr:6:4);
Writeln(f,'Hisoblashlar x fazoviy koordinata bo'yicha h qadam bilan olingan, h =
',h:6:4);
Writeln(f,' Hisoblashlar t vaqti koordinata bo'yicha tau qadam bilan olingan, tau =
',tau:6:4);
Writeln(f,'Temperatura maydoni hisoblangan vaqt momenti t = ',t_end:6:4);
close(f);
Assign(g,'tempr.txt');
Rewrite(g);
for i:=1 to N do
    writeln(g,' ',h*(i-1):6:3,' ',T[i]:8:5);
close(g);
end.

```

3-ilova

Har xil chegaraviy sharli (bir chetida issiqlik oqimi, ikkinchi chetida esa tashqi muhit ta'siri berilgan) issiqlik o'tkazuvchanlik masalasini oshkormas ayirmali sxema sonli yechishning Pascal dasturi matni

```
uses crt;
const mf=500;
type
    vector=array[1..mf] of real;
var {dasturda ishlatiladigan o'zgaruvchilarni tavsiflash}
    i, j, N                : integer;
    T, alfa, beta          : vector;
    ai, bi, ci, fi         : real;
    a, lamda, ro, c, h, tau : real;
    q, kapa, Te            : real;
    T0, L, t_end, time     : real;
    f, g                   : text;
begin
    clrscr;
    {klaviatura yordamida kerakli ma'lumotlar kiritiladi }
    Writeln('Fazoviy koordinata bo'yicha o'zgaruvchilar sonini kiriting, N=');
    Readln(N);
    Writeln('Hisob vaqtining tugashini kiriting, t_end=');
    Readln(t_end);
    Writeln('Plastinkaning qalinligini kiriting, L=');
    Readln(L);
    Writeln('Plastinka materialining issiqlik o'tkazuvchanlik koefitsiyentini kiriting,
    Lamda=');
    Readln(lamda);
    Writeln(' Plastinka materialining zichligini kiriting, ro');
```

```

Readln(ro);
Writeln('Plastinka materialining issiqlik sig'imini kiriting, c=');
Readln(c);
Writeln('Issiqlik oqimi zichligini kiriting, q=');
Readln(q);
Writeln('Issiqlik almashinish koefitsiyentini kiriting, kapa');
Readln(kapa);
Writeln('Tashqi muhitning temperaturasi kiriting, Te');
Readln(Te);
Writeln('Boshlang'ich temperaturani kiriting, T0');
Readln(T0);
{fazoviy koordinata bo'yicha to'ring hisob qadamini aniqlaymiz}
h:=L/(N-1);
{Issiqlik o'tkazuvchanlik koefitsiyentini aniqlaymiz}
a:=lamda/(ro*c);
{ustivorlik shartiga asoslanib, vaqt bo'yicha hisob qadamini aniqlaymiz}
tau:=t_end/100.0;
{boshlang'ich vaqt momentida temperatura maydonini aniqlaymiz}
for i:= 1 to N do
  T[i]:=T0;
{Nostatsionat issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasini integrallash}
time:=0;
while time<t_end do {oldindan shartli sikl operatoridan foydalanamiz }
  begin
    {vaqt o'zgaruvchisini bir qadamga oshiramiz}
    time:=time+tau;
    {(20) formuladan foydalanib, chap chegaraviy shart asosida boshlang'ich progonka
    koefitsiyentlarini aniqlaymiz}
    alfa[1]:=2.0*a*tau/(2.0*a*tau+sqr(h));
  end

```

```

    beta[1]:=(sqr(h)*T[1]+2.0*a*tau*h*q/lamda)/(2.0*a*tau+sqr(h));
{(8) formula bo'yicha progonka koefitsiyentlarini aniqlash uchun sikl parametri}
    for i:= 2 to N-1 do
        begin
{(ai, bi, ci, fi – uch diagonalli matritsali CHATS ni kanonik shaklda ifodalash
uchun koefitsiyentlar}
            ai:=lamda/sqr(h);
            bi:=2.0*lamda/sqr(h)+ro*c/tau;
            ci:=lamda/sqr(h);
            fi:=-ro*c*T[i]/tau;
{(alfa[i], beta[i] – progonka koefitsiyentlari}
            alfa[i]:=ai/(bi-ci*alfa[i-1]);
            beta[i]:=(ci*beta[i-1]-fi)/(bi-ci*alfa[i-1]);
        end;
{(25) formuladan foydalanib, o'ng chegaraviy shart asosida boshlang'ich progonka
koefitsiyentlarini aniqlaymiz}
        T[N]:=(lamda*sqr(h)*T[N]+2.0*a*tau*(lamda*beta[N-1]+kapa*h*Te))
            /(lamda*sqr(h)+2.0*a*tau*(lamda*(1-alfa[N-1])+kapa*h));
{(7) formuladan foydalanib noma'lum temperatura maydonini aniqlaymiz}
        for i:= N-1 downto 1 do
T[i]:=alfa[i]*T[i+1]+beta[i];
        end; {oldindan shartli sikl operatori tugadi}
{(hisob natijalarini faylga yozamiz}
        Assign(f,'res.txt');
        Rewrite(f);
        Writeln(f,'Plastinkaning qalinligi L = ',L:6:4);
        Writeln(f,'Koordinata bo'yicha tugunlar soni N = ',N);
        Writeln(f,' Plastinka materialining issiqlik o'tkazuvchanlik koefitsiyenti lamda =
',lamda:6:4);
        Writeln(f,' Plastinka materialining zichligi ro = ',ro:6:4);

```

```

Writeln(f,'Plastinka materialining issiqlik sig'imi c = ',c:6:4);
Writeln(f,'Boshlang'ich temperatura T0 = ',T0:6:4);
Writeln(f,'Issiqlik oqimining zichligi q = ',q:6:4);
Writeln(f,'Issiqlik almashinish koeffitsiyenti kapa = ',kapa:6:4);
Writeln(f,'Tashqi muhitning temperaturasi Te = ',Te:6:4);
Writeln(f,'Hisoblash natijalari olingan koordinata qadami h = ',h:6:4);
Writeln(f,'Hisoblash natijalari olingan vaqt qadami tau = ',tau:6:4);
Writeln(f,'Temperatura maydoni hisoblangan vaqt momenti t = ',t_end:6:4);
close(f);
Assign(g,'tempr.txt');
Rewrite(g);
for i:=1 to N do
  writeln(g,' ',h*(i-1):10:8,' ',T[i]:8:5);
close(g);
end.

```

4-ilova

**Har xil chegaraviy sharli (har ikkala chetida tashqi muhit ta'siri berilgan)
issiqlik o'tkazuvchanlik masalasini oshkormas oshkormas sxema yordamida
sonli yechishning Pascal dasturi matni**

```
uses crt;
const mf=500;
type
    vector=array[1..mf] of real;
var {dasturda ishlatiladigan o'zgaruvchilarni tavsiflash}
    i, j, N                : integer;
    T, alfa, beta          : vector;
    ai, bi, ci, fi         : real;
    a, lamda, ro, c, h, tau : real;
    kapa1, kapa2, Te1, Te2 : real;
    T0, L, t_end, time     : real;
    f, g                   : text;
begin
    clrscr;
    {klaviatura yordamida kerakli ma'lumotlar kiritiladi }
    Writeln('Fazoviy koordinata bo'yicha o'zgaruvchilar sonini kiriting, N=');
    Readln(N);
    Writeln('Hisob vaqtining tugashini kiriting, t_end=');
    Readln(t_end);
    Writeln('Plastinkaning qalinligini kiriting, L=');
    Readln(L);
    Writeln('Plastinka materialining issiqlik o'tkazuvchanlik koefitsiyentini kiriting,
    Lamda=');
    Readln(lamda);
    Writeln(' Plastinka materialining zichligini kiriting, ro');
```

```

Readln(ro);
Writeln('Plastinka materialining issiqlik sig'imini kiriting, c=');
Readln(c);
Writeln(' x = 0 chegaradagi issiqlik almashinish koefitsiyentini kiriting, kapa1');
Readln(kapa1);
Writeln(' x = L chegaradagi issiqlik almashinish koefitsiyentini kiriting, kapa2');
Readln(kapa2);
Writeln('x=0 chegaraga nisbatan tashqi muhitning temperaturasi kiriting
, Te1');
Readln(Te1);
Writeln('x=L chegaraga nisbatan tashqi muhitning temperaturasi kiriting, Te2');
Readln(Te2);
Writeln('Boshlang'ich temperaturani kiriting, T0=');
Readln(T0);
{fazoviy koordinata bo'yicha to'ring hisob qadamini aniqlaymiz}
h:=L/(N-1);
{Issiqlik o'tkazuvchanlik koefitsiyentini aniqlaymiz}
a:=lamda/(ro*c);
{ustivorlik shartiga asoslanib, vaqt bo'yicha hisob qadamini aniqlaymiz}
tau:=t_end/100.0;
{boshlang'ich vaqt momentida temperatura maydonini aniqlaymiz}
for i:= 1 to N do
  T[i]:=T0;
{Nostatsionat issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasini integrallash}
time:=0;
while time<t_end do {oldindan shartli sikl operatoridan foydalanamiz }
  begin
    {vaqt o'zgaruvchisini bir qadamga oshiramiz}
    time:=time+tau;

```


{(24) formuladan foydalanib, chap chegaraviy shart asosida boshlang'ich progonka koeffitsiyentlarini aniqlaymiz}

alfa[1]:=2.0*a*tau*lamda/(2.0*a*tau*(lamda+kapa1*h)+lamda*sqr(h));

beta[1]:=(lamda*sqr(h)*T[1]+2.0*a*tau*kapa1*h*Te1)

/(2.0*a*tau*(lamda+kapa1*h)+lamda*sqr(h));

{(8) formula bo'yicha progonka koeffitsiyentlarini aniqlash uchun sikl parametri}

for i:= 2 to N-1 do

begin

{ai, bi, ci, fi – uch diagonalli matritsali CHATS ni kanonik shaklda ifodalash uchun koeffitsiyentlar}

ai:=lamda/sqr(h);

bi:=2.0*lamda/sqr(h)+ro*c/tau;

ci:=lamda/sqr(h);

fi:=-ro*c*T[i]/tau;

{alfa[i], beta[i] – progonka koeffitsiyentlari}

alfa[i]:=ai/(bi-ci*alfa[i-1]);

beta[i]:=(ci*beta[i-1]-fi)/(bi-ci*alfa[i-1]);

end;

{(25) formuladan foydalanib o'ng chegaradagi temperatura qiymatini hisoblaymiz}

T[N]:=(lamda*sqr(h)*T[N]+2.0*a*tau*(lamda*beta[N-1]+kapa2*h*Te2))

/(lamda*sqr(h)+2.0*a*tau*(lamda*(1-alfa[N-1])+kapa2*h));

{(7) formuladan foydalanib noma'lum temperature maydonini aniqlaymiz}

for i:= N-1 downto 1 do

T[i]:=alfa[i]*T[i+1]+beta[i];

end; {oldindan shartli sikl opratori tugadi}

{hisob natijalarini faylga yozamiz}

Assign(f,'res.txt');

Rewrite(f);

Writeln(f,'Plastinkaning qalinligi L = ',L:6:4);

```

Writeln(f,'Koordinata bo'yicha tugunlar soni N = ',N);
Writeln(f,' Plastinka materialining issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsiyenti lamda =
',lamda:6:4);
Writeln(f,' Plastinka materialining zichligi ro = ',ro:6:4);
Writeln(f,'Plastinka materialining issiqlik sig'imi c = ',c:6:4);
Writeln(f,'Boshlang'ich temperatura T0 = ',T0:6:4);
Writeln(f,'Issiqlik almashinish koeffitsiyenti kapa1 = ',kapa1:6:4);
Writeln(f,'Issiqlik almashinish koeffitsiyenti kapa2 = ',kapa2:6:4);
Writeln(f,'Tashqi muhitning temperaturasi Te1 = ',Te1:6:4);
Writeln(f,'Tashqi muhitning temperaturasi Te2 = ',Te2:6:4);
Writeln(f,'Hisoblash natijalari olingan koordinata qadami h = ',h:6:4);
Writeln(f,'Hisoblash natijalari olingan vaqt qadami tau = ',tau:6:4);
Writeln(f,' Temperatura maydoni hisoblangan vaqt momenti t = ',t_end:6:4);
close(f);
Assign(g,'tempr.txt');
Rewrite(g);
for i:=1 to N do
    writeln(g,' ',h*(i-1):10:8,' ',T[i]:8:5);
close(g);
end.

```