

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА
МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ
ТОШКЕНТ ДАВЛАТ АВИАЦИЯ ИНСТИТУТИ



Г. Шодмонов, Абдукаримов А.
ЛИМИТЛАР НАЗАРИЯСИДАН УСЛУБИЙ
КЎРСАТМА

Тошкент 2006

Лимитлар назариясидан услубий кўрсатма.
Тузувчи: Г. Шодмонов, А.Абдукаримов.
Тошкент Давлат авиация институти; Тошкент, 2006.

Ушбу услубий кўрсатмада лимитлар назариясининг асосий тушунчалари ва формулалари келтирилган бўлиб, унда талабалар учун ҳар бири 30 та вариантдан иборат бўлган 15 та мустақил иш топшириқлари берилган.

Ҳар бир топшириқнинг вариантларига хос мисоллар олиниб, уларнинг ечилиш усуллари кўрсатилган.

Услубий қўлланма, институтнинг барча мутахассисликдаги I-босқич талабалари фойдаланишлари учун мўлжалланиб тайёрланган.

Такризчилар: Тошкент ирригация ва милиорация институти «Олий
математика» кафедрасининг доценти Н. Юлдашев
ТДАИ «Олий математика ва информатика»
кафедрасининг доценти Э.Эсонов.

Тошкент Давлат авиация институтининг илмий-услугий Кенгашнинг
қарорига мувофиқ нашр қилнаётир
(Қарор № _____, _____ июнь 2006 й.)

© Тошкент Давлат авиация институти

Тошкент-2006.

1. Кетма – кетликнинг лимити.

1-Таъриф. Ихтиёрий кичкина $\varepsilon > 0$ сон учун шундай бир $N=N(\varepsilon)$ сони мавжуд бўлиб, барча $n > N$ лар учун $|x_n - a| < \varepsilon$ каби тенгсизлик ўринли бўлса, у ҳолда a сонини $\{x_n\}$ кетма–кетликнинг лимити деб аталади ва $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ деб ёзилади.

Амалиётда лимитларни ҳисоблашда қуйидаги теоремаларга асосланади.

Агар $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ ва $\lim_{y \rightarrow \infty} y_n = b$ каби лимитлар мавжуд

бўлса, у ҳолда қуйидагилар ҳар доим ўринли бўлади.

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (Cx_n) = C \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = c \cdot a (C = const \neq 0)$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} [x_n \pm y_n] = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \pm \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = a \pm b$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} [x_n \cdot y_n] = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = a \cdot b$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} x_n}{\lim_{y \rightarrow \infty} y_n} = \frac{a}{b} (\lim_{n \rightarrow \infty} y_n \neq 0)$

1- мисол.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 1}{n + 1} = 2$ эканлиги кўрсатилсин ва $N(\varepsilon)$ топилсин

Ечиш: Қуйидаги айирмани тузамиз:

$$\frac{2n + 1}{n + 1} - 2 = \frac{2n + 1 - 2(n + 1)}{n + 1} = \frac{2n + 1 - 2n - 2}{n + 1} = -\frac{1}{n + 1}$$

Бу айирмани мутлоқ қиймати бўйича баҳолаймиз.

$$\left| \frac{2n + 1}{n + 1} - 2 \right| = \frac{1}{n + 1} < \varepsilon \quad (1)$$

Бундан: $n + 1 > \frac{1}{\varepsilon}$ ёки $n > \frac{1}{\varepsilon} - 1 = N(\varepsilon)$

Шундай қилиб, ҳар бир мусбат сон учун шундай $N(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon} - 1$ сони топилдики, барча $n > N$ лар учун (1) тенгсизлик ўринли бўлди.

2 –мисол. Сонли кетма- кетликнинг лимити топилсин.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + 3)^3 - (n + 1)^3}{(2n + 1)^2 + (3n + 1)^3}$$

Ечиш: Касрнинг сурат ва махражини соддалаштириб, сўнгра касрнинг сурат ва махражини n -нинг энг катта даражасига бўламиз.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 9n^2 + 27n + 27 - n^3 - 3n^2 - 3n - 1}{4n^2 + 4n + 1 + 9n^2 + 6n + 1} =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 + 24n + 26}{13n^2 + 10n + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6 + \frac{24}{n} + \frac{26}{n^2}}{13 + \frac{10}{n} + \frac{2}{n^2}} = \frac{6}{13}$$

Бу ерда ва бундан кейин қуйидагилардан фойдаланамиз:

$$\frac{a}{0} = \infty; \quad \frac{a}{\infty} = 0; \quad n \rightarrow \infty \text{ да } \frac{a}{n} = \infty; \quad \frac{n}{a} = \infty; \quad a - \text{чекли сон}$$

3- мисол. Қуйидаги лимит ҳисоблансин.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - \sqrt{n^3 + 1}}{\sqrt[3]{n^6 + 2} - n}$$

Ечиш. Касрнинг сурат ва махражини n -нинг энг катта даражасига, яъни n^2 га бўламиз.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{n^2}{n^2} - \sqrt{\frac{n^3}{n^4} + \frac{1}{n^4}}}{\sqrt[3]{\frac{n^6}{n^6} + \frac{2}{n^6}} - \frac{n}{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{n^4}}}{\sqrt[3]{1 + \frac{2}{n^6}} - \frac{1}{n}} = 1$$

4-мисол. Қуйидаги лимит ҳисоблансин.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{9n^2 + 1} - 3n)$$

Ечиш:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{9n^2 + 1} - 3n)(\sqrt{9n^2 + 1} + 3n)}{\sqrt{9n^2 + 1} + 3n} =$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^2 + 1 - 9n^2}{\sqrt{9n^2 + 1} + 3n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{9n^2 + 1} + 3n} = 0$$

5 мисол. Сонли кетма-кетликнинг лимити ҳисоблансин:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right)$$

Ечиш:

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2} \text{ формуладан фойдаланамиз.}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)}{n^2} =$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n-1)}{2n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n}{2n^2} = \frac{1}{2}$$

6 – мисол. Лимитни ҳисобланг

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n+5} \right)^{n+2}$$

Ечиш. Ушбу лимит ва бошқа шу каби лимитларни ҳисоблашда $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = \lim_{n \rightarrow 0} (1+n)^{\frac{1}{n}} = e$ каби ажойиб лимитдан фойдаланамиз. Берилган ифодага 1 ни қўшиб ҳам айириб, ажойиб лимитга келтирамиз.

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n+2} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{n-2-n-5}{n+5} \right)^{n+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{-7}{n+5} \right)^{n+2} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{-7}{n+5} \right)^{\frac{n+5}{-7}} \right]^{\frac{-7}{n+5} \cdot (n+2)} = e^{\frac{-7(n+2)}{n+5}} = e^{-7} \end{aligned}$$

2. Функциянинг лимити

2- таъриф. Агар $y = f(x)$ функция $x=a$ нуктанинг бирор атрофида аниқланган бўлиб, ($x=a$ нуктанинг ўзида аниқланган бўлмаслиги ҳам мумкин) исталган кичик $\varepsilon > 0$ сон учун, шундай $\delta > 0$ сон мавжуд бўлсаки, $|x - a| < \delta$ тенгсизликни қаноатлантирадиган, барча $x \neq a$ нукталар учун $|f(x) - A| < \varepsilon$ каби тенгсизлик бажарилса, A чекли сонни $y = f(x)$ функциянинг $x=a$ нуктадаги лимити деб юритилади ва уни қуйидагича ёзилади:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A \quad \text{ёки} \quad x \rightarrow a \text{ да } f(x) \rightarrow A$$

7- мисол.

$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4x} = 2$ эканини таърифдан фойдаланиб исботлаймиз.

Ҳақиқатан ҳам, $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4x}$ функцияни $x=4$ нуктанинг бирор

атрофида, масалан $(3;5)$ интервалда қарайлик. Ихтиёрий $\varepsilon > 0$ ни оламиз ва $|f(x) - A|$ ни $x \neq 4$ деб қуйидагича ўзгартирамиз.

$$\left| \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4x} - 2 \right| = \left| \frac{(x-4)(x+4)}{x(x-4)} - 2 \right| = \left| \frac{x+4}{x} - 2 \right| = \frac{|x-4|}{x}$$

$x \in (3;5)$, яъни $x > 3$ ни ҳисобга олсак, ушбу тенгсизликни ҳосил қиламиз

$\left| \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4x} - 2 \right| < \frac{|x-4|}{3}$. Бундан кўринаяптики, $\delta = 3\varepsilon$ деб олсак,

$|x-4| < \delta$ тенгсизликни қаноатлантирадиган барча $x \in (3;5)$ лар учун ушбу тенгсизлик бажарилади.

$$\left| \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4x} - 2 \right| < \frac{\delta}{3} = \varepsilon$$

Бундан 2 сони $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4x}$ функциянинг $x=4$ нуқтадаги лимити

бўлиши келиб чиқади.

8-мисол. Функциянинг лимити ҳисоблансин.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x - 2}{x - 2}$$

Ечиш. Берилган ифодага $x=2$ ни қўйиб қўйидагини ҳосил қиламиз.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2} = \frac{8 - 6 - 2}{2 - 2} = \frac{0}{0}. \text{ Мазкур аниқмасикни очиш учун}$$

касрнинг суратини кўпайтувчиларга ажратамиз:

$$x^3 - 3x - 2 = x^3 - x - 2x - 2 = x(x^2 - 1) - 2(x + 1) =$$

$$= x(x - 1)(x + 1) - 2(x + 1) = (x + 1)(x^2 - x - 2) = (x + 1)^2(x - 2)$$

Демак,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 1)^2(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 1)^2 = 9$$

9- мисол. Функциянинг лимитини ҳисобланг.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{10 - x} - 2}{x - 2}$$

Ечиш $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{10 - x} - 2}{2 - 2} = \frac{0}{0}$ бўлганлиги сабабли, касрнинг сурат

ва махражини $\sqrt[3]{(10 - x)^2} + 2\sqrt[3]{10 - x} + 4$ ифодага кўпайтирамиз ва қуйидагига эга бўламиз:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt[3]{10 - x} - 2)(\sqrt[3]{(10 - x)^2} + 2\sqrt[3]{10 - x} + 4)}{(x - 2)(\sqrt[3]{(10 - x)^2} + 2\sqrt[3]{10 - x} + 4)} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{10 - x - 8}{(x - 2)(\sqrt[3]{(10 - x)^2} + 2\sqrt[3]{10 - x} + 4)} =$$

$$= - \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt[3]{(10 - x)^2} + 2\sqrt[3]{10 - x} + 4} = \frac{1}{\sqrt[3]{8^2} + 2\sqrt[3]{8} + 4} = - \frac{1}{12}$$

3-таъриф. Агар $y = f(x)$ функция x нинг етарлича катта қийматларида аниқланган бўлиб, исталган $\varepsilon > 0$ сон учун шундай $N > 0$ мавжуд бўлсаки, $|x| > N$ тенгсизликни қаноатлантирадиган барча x лар учун $|f(x) - A| < \varepsilon$ тенгсизлик бажарилса, ўзгармас A сон $y = f(x)$

Функциянинг $x \rightarrow \infty$ даги лимити дейилади ва қуйидагича ёзилади:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A.$$

Агар $\lim_{x \rightarrow a} f_1(x) = A$ (чекли) ва $\lim_{x \rightarrow a} f_2(x) = B$ (чекли) мавжуд бўлса,

у ҳолда қуйидаги теоремалар ўринлидир (a - чекли сон ёки ∞ ҳам бўлиши мумкин)

$$1) \lim_{x \rightarrow a} [f_1(x) \pm f_2(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f_1(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} f_2(x) = A \pm B$$

$$2) \lim_{x \rightarrow a} [f_1(x) \cdot f_2(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f_1(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} f_2(x) = A \cdot B$$

$$3) \lim_{x \rightarrow a} \frac{f_1(x)}{f_2(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f_1(x)}{\lim_{x \rightarrow a} f_2(x)} = \frac{A}{B} \quad (B \neq 0)$$

4) Ўзгармас соннинг лимити ўзгармас соннинг ўзига тенг яъни $\lim_{x \rightarrow a} C = C$ (C -ўзгармас)

5) Ўзгармасни лимит белгисидан ташқарига чиқариш мумкин.

$$\lim_{x \rightarrow a} (C \cdot f(x)) = \lim_{x \rightarrow a} C \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x) = C \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

Функцияларнинг лимитларини ҳисоблашда юқорида келтирилган ҳоссалардан ташқари, ажойиб лимитлар деб аталувчи

$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ ва $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ каби формулалардан ва уларга

асосланган қуйидаги формулалардан кенг фойдаланилади.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \log_a e \quad (a > 0; a \neq 1)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \quad 3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a \quad (a > 0)$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^m - 1}{x} = m \quad 5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{x} = k. \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha x}{\sin \beta x} = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin kx}{x} = k \quad 8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x} = 1 \quad 9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = 1$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} = 1 \quad 11) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 \pm \frac{1}{x}\right)^{nx} = e^{\pm n} \quad (e\text{-натурал сон})$$

$$12) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 \pm \frac{n}{x}\right)^x = e^{\pm n} \quad 13) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+n} = e$$

10-мисол. Қуйидаги лимитни ҳисобланг.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x} + 5\sqrt[5]{x}}{\sqrt{3x-2} + \sqrt[3]{2x-3}}$$

Ечиш: Бундай мисолларни ечишда $f(x) = \sqrt[m]{P_n(x)}(P_n(x) - n -$
чи даражали кўпхад) функция $\sqrt[m]{x^n}$ функция каби чексизликка
интилишини эътиборга олиш фойдалидир. Бу ҳол ифоданинг таркибига
кирувчи x нинг энг катта даражасини аниқлаш ва касрнинг сурат ва
махражини шу даражага бўлиш имконини беради.
Берилган мисолда касрнинг сурат ва махражини \sqrt{x} га бўламиз ва
қуйидагига эга бўламиз:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x} + 5\sqrt[5]{x}}{\sqrt{3x-2} + \sqrt[3]{2x-3}} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt[5]{x}}{\sqrt{x}}}{\frac{\sqrt{3x-2}}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt[3]{2x-3}}{\sqrt{x}}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3\sqrt[6]{x^2}}{\sqrt{x^3}} + \frac{5\sqrt[10]{x^2}}{\sqrt{x^5}}}{\sqrt{3 - \frac{2}{x} + \frac{\sqrt[6]{(2x-3)^3}}{\sqrt{x^3}}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{5}{\sqrt[10]{x^3}}}{\sqrt{3 - \frac{2}{x} + \sqrt[6]{\frac{4}{x} - \frac{12}{x^2} + \frac{9}{x^3}}}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

11-мисол. Функциянинг лимитини ҳисобланг.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x^2 + \pi x}$$

Ечиш. Ажойиб лимитларнинг биридан фойдаланамиз. Бунинг учун
берилган мисолни қуйидагича ёзиб оламиз.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x^2 + \pi \cdot x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x(x + \pi)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \cdot \sin 5x}{5x(x + \pi)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{x + \pi} = \frac{5}{\pi} \end{aligned}$$

12-мисол. Функциянинг лимити ҳисоблансин.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^x$$

Ечиш.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^x &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{x+1} - 1 \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x - x - 1}{x+1} \right)^x = \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{-1}{x+1} \right)^{\frac{x+1}{-1}} \right]^{\frac{-1}{x+1} \cdot x} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x}{x+1}} = e^{-1} = \frac{1}{e} \end{aligned}$$

13-мисол. Функциянинг лимити ҳисоблансин

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 3} - 1}{\ln x}$$

Ечиш. Бу ифода $\frac{0}{0}$ кўринишидаги аниқмасликдир. Бу кўринишдаги ифодага мавжуд формулалардан ҳеч бирини қўллаб бўлмайди, шунинг учун қуйидагича алмаштириш бажарамиз:

$x-1=t$, бундан $x=t+1$. Кўриниб турибдики, $x \rightarrow 1$ да $t \rightarrow 0$. У ҳолда:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 3} - 1}{\ln x} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(t+1)^2 - 3(t+1) + 3} - 1}{\ln(t+1)} =$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{t^2 + 2t + 1 - 3t - 3 + 3} - 1}{\ln(t+1)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{t^2 - t + 1} - 1}{\ln(t+1)}$$

Ҳосил бўлган ифоданинг сурат ва махражини суратининг қўшмасига кўпайтирамиз ва $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(t+1)}{t} = 1$ формуладан фойдаланамиз:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{t^2 - t + 1} - 1)(\sqrt{t^2 - t + 1} + 1)}{\ln(t+1)(\sqrt{t^2 - t + 1} + 1)} &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t^2 - t + 1 - 1}{\ln(t+1)(\sqrt{t^2 - t + 1} + 1)} = \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t(t-1)}{\ln(t+1)(\sqrt{t^2 - t + 1} + 1)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t-1}{(\sqrt{t^2 - t + 1} + 1)} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

14 –мисол Функциянинг лимити ҳисоблансин.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{a^{x^2 - a^2} - 1}{\operatorname{tg}\left(\ln \frac{x}{a}\right)}$$

Ечиш: Кўриниб турибдики, $\frac{0}{0}$ кўринишидаги аниқмаслик. 13-

мисолдагига ўхшаш алмаштириш бажарамиз ва

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{a} = \ln a \text{ каби}$$

формулалардан фойдаланамиз:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{a^{x^2 - a^2} - 1}{\operatorname{tg}\left(\ln \frac{x}{a}\right)} = \left. \begin{array}{l} x - a = t \\ x = t + a \\ x \rightarrow a \\ t \rightarrow 0 \end{array} \right| = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{a^{(t+a)^2 - a^2} - 1}{\operatorname{tg}\left(\ln \frac{t+a}{a}\right)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{a^{2+2at} - 1}{\operatorname{tg}\left(\ln \frac{t+a}{a}\right)}$$

Энди қуйидаги тенгликдан фойдаланамиз:

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow a} f(x) &= f(\lim_{x \rightarrow a} x) = f(a). \text{ У ҳолда,} \\
\lim_{t \rightarrow 0} \frac{a^{t^2-2at-1}}{\operatorname{tg}\left(\ln\left(\frac{t+a}{a}\right)\right)} &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{a^{t^2-2at} - 1}{\operatorname{tg}\left(\ln\left(\frac{t}{a} + 1\right)\right)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{a^{t^2-2at} - 1}{\operatorname{tg}\left(\frac{\ln\left(\frac{t}{a} + 1\right)}{\frac{t}{a}} \cdot \frac{t}{a}\right)} = \\
&= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{a^{t^2-2at} - 1}{\operatorname{tg} \frac{t}{a}} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos \frac{t}{a} \cdot (a^{t^2-2at} - 1)(t^2 - 2at)}{\sin \frac{t}{a} (t^2 - 2at)} = \\
&= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{a^{t^2-2at} - 1}{t^2 - 2at} \cdot \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos \frac{t}{a} \cdot t(t - 2a)}{\sin \frac{t}{a}} = \ln a \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{t}{a} \cdot a \cdot (t - 2a) \cos \frac{t}{a}}{\sin \frac{t}{a}} = \\
&= \ln a \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{t}{a}}{\sin \frac{t}{a}} \cdot \lim_{t \rightarrow 0} a \cdot (t - 2a) = -2a^2 \ln a
\end{aligned}$$

15 –мисол. Функциянинг лимити ҳисоблансин.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{\sin 3x}$$

Ечиш. $\left(\frac{0}{0}\right)$ кўринишидаги аниқмасликни эътиборга олиб, қасрнинг сурат ва махражини суратининг қўшмасига кўпайтирамиз

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+2} - \sqrt{2})(\sqrt{x+2} + \sqrt{2})}{\sin 3x(\sqrt{x+2} + \sqrt{2})} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2-2}{\sin 3x(\sqrt{x+2} + \sqrt{2})} = \\
&= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{3 \sin 3x(\sqrt{x+2} + \sqrt{2})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sin 3x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{3(\sqrt{x+2} + \sqrt{2})} = \frac{1}{6\sqrt{2}}
\end{aligned}$$

$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^{g(x)}$ кўринишидаги лимитларни ҳисоблашда қуйидагиларни эътиборга олиш мақсадга мувофиқдир.

1. Агар $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ ва $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$ чекли лимитлар мавжуд бўлса, у ҳолда $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^{g(x)} = A^B$.

2. Агар $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A \neq 1$ ва $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \pm\infty$ бўлса, у ҳолда

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^{g(x)} = \infty \quad \text{ёки} \quad \lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^{g(x)} = 0$$

эканлиги ўз-ўзидан келиб чиқади.

3. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 1$ ва $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$, бўлса, у ҳолда

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^{g(x)} &= \lim_{x \rightarrow a} \{1 + [f(x) - 1]\}^{g(x)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \left\{ [1 + (f(x) - 1)]^{\frac{1}{f(x) - 1}} \right\}^{g(x)[f(x) - 1]} = e^{\lim_{x \rightarrow a} g(x)[f(x) - 1]} \end{aligned}$$

16-Мисол Лимитни ҳисобланг

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{x} \right)^{1+x}$$

Ечиш: Бу мисолда $f(x) = \frac{\sin 2x}{x}$; $g(x) = 1+x$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 2x}{2x} = 2;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (1+x) = 1.$$

Демак,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{x} \right)^{1+x} = 2^1 = 2.$$

17- Мисол Лимитни ҳисобланг.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{2x+1} \right)^{x^2}$$

Ечиш: $f(x) = \frac{x+1}{2x+1}$; $g(x) = x^2$.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{2x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{2 + \frac{1}{x}} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \infty$$

Демак,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{2x+1} \right)^{x^2} = 0$$

18- Мисол Лимитни ҳисобланг.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^x$$

Ечиш: $f(x) = \frac{x-1}{x+1}; g(x) = x$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 1;$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} x = \infty.$$

Демак, 6-мисол кўрсатилгандек ҳисоблаймиз.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^x &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[1 + \left(\frac{x-1}{x+1} \right) - 1 \right]^x = \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \left[1 + \left(\frac{-2}{x+1} \right) \right]^{\frac{x+1}{-2}} \right\}^{\frac{-2x}{x+1}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x}{x+1}} = e^{-2} \end{aligned}$$

Эслатма. Кетма-кетлик ҳамда функцияларнинг лимитларини ҳисоблашда юқорида баён қилинган мулоҳазалар етарли эмас. Лимитларни ҳисоблашга доир бошқа кўрсатмаларни талаба тавсия қилинаётган ҳамда бошқа адабиётлардан фойдаланиб ўрганади.

Ҳисоб топшириқлари

1-топшириқ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ эканлигини исботланг ($N(\varepsilon)$ - ни кўрсатинг).

$$1.1. a_n = \frac{3n-2}{2n-1}, \quad a = \frac{3}{2}.$$

$$1.3. a_n = \frac{7n+4}{2n+1}, \quad a = \frac{7}{2}.$$

$$1.5. a_n = \frac{7n-1}{n+1}, \quad a = 7.$$

$$1.7. a_n = \frac{9-n^3}{1+2n^3}, \quad a = -\frac{1}{2}.$$

$$1.9. a_n = \frac{1-2n^2}{2+4n^2}, \quad a = -\frac{1}{2}.$$

$$1.11. a_n = \frac{n+1}{1-2n}, \quad a = -\frac{1}{2}.$$

$$1.13. a_n = \frac{1-2n^2}{n^2+3}, \quad a = -2.$$

$$1.15. a_n = \frac{n}{3n-1}, \quad a = \frac{1}{3}.$$

$$1.17. a_n = \frac{4+2n}{1-3n}, \quad a = -\frac{2}{3}.$$

$$1.19. a_n = \frac{3-n^2}{1+2n^2}, \quad a = -\frac{1}{2}.$$

$$1.21. a_n = \frac{3n-1}{5n+1}, \quad a = \frac{3}{5}.$$

$$1.23. a_n = \frac{1-2n^2}{2+4n^2}, \quad a = -\frac{1}{2}.$$

$$1.25. a_n = \frac{2-2n}{3+4n}, \quad a = -\frac{1}{2}.$$

$$1.27. a_n = \frac{1+3n}{6-n}, \quad a = -3.$$

$$1.2. a_n = \frac{4n-1}{2n+1}, \quad a = 2.$$

$$1.4. a_n = \frac{2n-5}{3n+1}, \quad a = \frac{2}{3}.$$

$$1.6. a_n = \frac{4n^2+1}{3n^2+2}, \quad a = \frac{4}{3}.$$

$$1.8. a_n = \frac{4n-3}{2n+1}, \quad a = 2.$$

$$1.10. a_n = -\frac{5n}{n+1}, \quad a = -5.$$

$$1.12. a_n = \frac{2n+1}{3n-5}, \quad a = \frac{2}{3}.$$

$$1.14. a_n = \frac{3n^2}{2-n^2}, \quad a = -3.$$

$$1.16. a_n = \frac{3n^3}{n^3-1}, \quad a = 3.$$

$$1.18. a_n = \frac{5n+15}{6-n}, \quad a = -5.$$

$$1.20. a_n = \frac{2n-1}{2-3n}, \quad a = -\frac{2}{3}.$$

$$1.22. a_n = \frac{4n-3}{2n+1}, \quad a = 2.$$

$$1.24. a_n = \frac{5n+1}{10n-3}, \quad a = \frac{1}{2}.$$

$$1.26. a_n = \frac{23-4n}{2-n}, \quad a = 4.$$

$$1.28. a_n = \frac{2n+3}{n+5}, \quad a = 2.$$

$$1.29. a_n = \frac{3n^2 + 2}{4n^2 - 1}, \quad a = \frac{3}{4}.$$

$$1.30. a_n = \frac{2 - 3n^2}{4 + 5n^2}, \quad a = -\frac{3}{5}.$$

2-топширик. Сонли кетма-кетликнинг лимитини ҳисобланг.

$$2.1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (3+n)^2}.$$

$$2.2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^4 - (1+n)^4}.$$

$$2.3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^3 - (1+n)^3}.$$

$$2.4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-n)^4 - (1+n)^4}{(1+n)^3 - (1-n)^3}.$$

$$2.5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(6-n)^2 - (6+n)^2}{(6+n)^2 - (1-n)^2}.$$

$$2.6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n+1)^2}{(n-1)^3 - (n+1)^3}.$$

$$2.7. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+2n)^3 - 8n^3}{(1+2n)^2 + 4n^2}.$$

$$2.8. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-4n)^2}{(n-3)^3 - (n+3)^3}.$$

$$2.9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3}{(n+1)^2 - (n+1)^3}.$$

$$2.10. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2 + (n-1)^2 - (n+2)^3}{(4-n)^3}.$$

$$2.11. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(n+1)^3 - (n-2)^3}{n^2 + 2n - 3}.$$

$$2.12. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n+2)^3}{(n+4)^3 + (n+5)^3}.$$

$$2.13. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)^3 + (n+4)^3}{(n+3)^4 - (n+4)^4}.$$

$$2.14. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n+1)^3 + (n-1)^3}.$$

$$2.15. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 - 2n}{(n+1)^4 - (n-1)^4}.$$

$$2.16. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+6)^3 - (n+1)^3}{(2n+3)^2 + (n+4)^2}.$$

$$2.17. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-3)^3 - (n+5)^3}{(3n-1)^3 + (2n+3)^3}.$$

$$2.18. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+10)^2 + (3n+1)^2}{(n+6)^3 - (n+1)^3}.$$

$$2.19. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3 + (3n+2)^3}{(2n+3)^3 - (n-7)^3}.$$

$$2.20. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+7)^3 - (n+2)^3}{(3n+2)^2 + (4n+1)^2}.$$

$$2.21. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3 - (2n+3)^3}{(2n+1)^2 + (2n+3)^2}.$$

$$2.22. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - (n-1)^3}{(n+1)^4 - n^4}.$$

$$2.23. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^4 - (n-2)^4}{(n+5)^2 + (n-5)^2}.$$

$$2.24. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n+1)^3 + (n-1)^3}.$$

$$2.25. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 - (n-1)^2}.$$

$$2.26. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 + (n-1)^2}.$$

$$2.27. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3 + (n-2)^3}{n^4 + 2n^2 - 1}.$$

$$2.28. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 - 3n}.$$

$$2.29. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 + 1}.$$

$$2.30. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^2 - (n-2)^2}{(n+3)^2}.$$

3-топшириқ. Сонли кетма-кетликнинг лимитини ҳисобланг.

$$3.1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[3]{5n^2} + \sqrt[4]{9n^8 + 1}}{(n + \sqrt{n}) \sqrt{7 - n + n^2}}.$$

$$3.2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n-1} - \sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt[3]{3n^3 + 3} + \sqrt[4]{n^5 + 1}}.$$

$$3.3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 + 1} - \sqrt{n-1}}{\sqrt[3]{n^3 + 1} - \sqrt{n-1}}.$$

$$3.4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 - 1} + 7n^3}{\sqrt[4]{n^{12} + n + 1} - n}.$$

$$3.5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n-1} - \sqrt[3]{125n^3 + n}}{\sqrt[5]{n} - n}.$$

$$3.6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[5]{n} - \sqrt[3]{27n^6 + n^2}}{(n + \sqrt[4]{n}) \sqrt{9 + n^2}}.$$

$$3.7. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n^2 + 2}}{\sqrt[4]{4n^4 + 1} - \sqrt[3]{n^4 - 1}}.$$

$$3.8. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 + 2} + \sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4 + 2} + \sqrt{n-2}}.$$

$$3.9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^3 - \sqrt{n^5 + 1}}{\sqrt[4]{4n^6 + 3} - n}.$$

$$3.10. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n+2} - \sqrt[3]{8n^3 + 5}}{\sqrt[4]{n+7} - n}.$$

$$3.11. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[4]{3n+1} + \sqrt{81n^4 - n^2 + 1}}{(n + \sqrt[3]{n}) \sqrt{5 - n + n^2}}.$$

$$3.12. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3} - \sqrt{n^2 - 3}}{\sqrt[3]{n^5 - 4} - \sqrt[4]{n^4 + 1}}.$$

$$3.13. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5 + 3} - \sqrt{n-3}}{\sqrt[5]{n^5 + 3} + \sqrt{n-3}}.$$

$$3.14. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n} - 9n^2}{3n - \sqrt[4]{9n^8 + 1}}.$$

$$3.15. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n+1} - \sqrt[3]{27n^3 + 4}}{\sqrt[4]{n} - \sqrt[3]{n^5 + n}}.$$

$$3.16. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[3]{7n} - \sqrt[4]{81n^8 - 1}}{(n + 4\sqrt{n})\sqrt{n^2 - 5}}.$$

$$3.17. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 - 7} + \sqrt[3]{n^2 + 4}}{\sqrt[4]{n^5 + 5} + \sqrt{n}}.$$

$$3.18. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^6 + 4} + \sqrt{n-4}}{\sqrt[5]{n^6 + 6} - \sqrt{n-6}}.$$

$$3.19. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - \sqrt[4]{n^3}}{\sqrt[3]{n^6 + n^3 + 1} - 5n}.$$

$$3.20. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3} - \sqrt[3]{8n^3 + 3}}{\sqrt[4]{n+4} - \sqrt[5]{n^5 + 5}}.$$

$$3.21. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[4]{11n} + \sqrt{25n^4 - 81}}{(n - 7\sqrt{n})\sqrt{n^2 - n + 1}}.$$

$$3.22. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} - \sqrt{n^2 + 5}}{\sqrt[5]{n^7} - \sqrt{n+1}}.$$

$$3.23. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^7 + 5} - \sqrt{n-5}}{\sqrt[7]{n^7 + 5} + \sqrt{n-5}}.$$

$$3.24. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + 2} - 5n^2}{n - \sqrt{n^4 - n + 1}}.$$

$$3.25. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt[3]{n^3 + 2}}{\sqrt[7]{n+2} - \sqrt[5]{n^5 + 2}}.$$

$$3.26. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt{71n} - \sqrt[3]{64n^6 + 9}}{(n - \sqrt[3]{n})\sqrt{11 + n^2}}.$$

$$3.27. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+6} - \sqrt{n^2 - 5}}{\sqrt[3]{n^3 + 3} + \sqrt[4]{n^3 + 1}}.$$

$$3.28. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^8 + 6} - \sqrt{n-6}}{\sqrt[8]{n^8 + 6} + \sqrt{n-6}}.$$

$$3.29. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - \sqrt{n^3 + 1}}{\sqrt[3]{n^6 + 2} - n}.$$

$$3.30. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt[3]{n^3 + 1}}{\sqrt[4]{n+1} - \sqrt[5]{n^5 + 1}}.$$

4-топширик. Сонли кетма-кетликнинг лимитини ҳисобланг.

$$4.1. \lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 1} + \sqrt{n^2 - 1}). \quad 4.2. \lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n(n-2)} - \sqrt{n^2 - 3}).$$

$$4.3. \lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt[3]{n^3 - 5})n\sqrt{n}. \quad 4.4. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt{(n^2 + 1)(n^2 - 4)} - \sqrt{n^4 - 9} \right]$$

$$4.5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5 - 8} - n\sqrt{n(n^2 + 5)}}{\sqrt{n}}. \quad 4.6. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 3n + 2} - n).$$

$$4.7. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n + \sqrt[3]{4 - n^3} \right). \quad 4.8. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt{n(n+2)} - \sqrt{n^2 - 2n + 3} \right].$$

$$4.9. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt{(n+2)(n+1)} - \sqrt{(n-1)(n+3)} \right].$$

$$4.10. \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\sqrt{n(n^4 - 1)} - \sqrt{n^5 - 8} \right).$$

$$4.11. \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt[3]{5 + 8n^3} - 2n \right). \quad 4.12. \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\sqrt[3]{5 + n^3} - \sqrt[3]{3 + n^3} \right).$$

$$4.13. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt[3]{(n+2)^2} - \sqrt[3]{(n-3)^2} \right].$$

$$4.14. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n+1)^3} - \sqrt{n(n-1)(n-3)}}{\sqrt{n}}.$$

$$4.15. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 3n - 2} - \sqrt{n^2 - 3} \right). \quad 4.16. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \left(\sqrt{n+2} - \sqrt{n-3} \right).$$

$$4.17. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n(n^5 + 9)} - \sqrt{(n^4 - 1)(n^2 + 5)}}{n}.$$

$$4.18. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n(n+5)} - n \right). \quad 4.19. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^3 + 8} \left(\sqrt{n^3 + 2} - \sqrt{n^3 - 1} \right).$$

$$4.20. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^3 + 1)(n^2 + 3)} - \sqrt{n(n^4 + 2)}}{2\sqrt{n}}.$$

$$4.21. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt{(n^2 + 1)(n^2 + 2)} - \sqrt{(n^2 - 1)(n^2 - 2)} \right].$$

$$4.22. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^5 + 1)(n^2 - 1)} - n\sqrt{n(n^4 + 1)}}{n}.$$

$$4.23. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^4 + 1)(n^2 - 1)} - \sqrt{n^6 - 1}}{n}. \quad 4.24. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[n - \sqrt{n(n-1)} \right].$$

$$4.25. \lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left(\sqrt[3]{n^2(n^6 + 4)} - \sqrt[3]{(n^8 - 1)} \right).$$

$$4.26. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[n\sqrt{n} - \sqrt{n(n+1)(n+2)} \right].$$

$$4.27. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n} \left(\sqrt[3]{n^2} - \sqrt[3]{n(n-1)} \right).$$

$$4.28. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+2} \left(\sqrt{n+3} - \sqrt{n-4} \right). \quad 4.29. \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^4+3} - \sqrt{n^4-2} \right).$$

$$4.30. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n(n+1)(n+2)} \left(\sqrt{n^3-3} - \sqrt{n^3-2} \right).$$

5-топширик. Сонли кетма-кетликнинг лимитини ҳисобланг.

$$5.1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right).$$

$$5.2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)! + (2n+2)!}{(2n+3)!}.$$

$$5.3. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1+3+5+7+\dots+(2n-1)}{n+1} - \frac{2n+1}{2} \right].$$

$$5.4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}.$$

$$5.5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{\sqrt{9n^4+1}}.$$

$$5.6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{1+2+3+\dots+n}.$$

$$5.7. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1+3+5+7+\dots+(2n-1)}{n+3} - n \right].$$

$$5.8. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+4+7+\dots+(3n-2)}{\sqrt{5n^4+n+1}}.$$

$$5.9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+4)! - (n+2)!}{(n+3)!}.$$

$$5.10. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n-1)! + (3n+1)!}{(3n)!(n-1)}.$$

$$5.11. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 5^{n+1}}{2^{n+1} + 5^{n+2}}.$$

$$5.12. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}}{1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^n}}.$$

$$5.13. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + \dots + (4n - 3) - (4n - 1)}{\sqrt{n^2 + 1} + \sqrt{n^2 + n + 1}}.$$

$$5.14. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (2n - 1) - 2n}{\sqrt{9n^4 + 1}}.$$

$$5.15. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + 5} - \sqrt{3n^4 + 2}}{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}.$$

$$5.16. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2^n}{3^{n-1} + 2^n}.$$

$$5.17. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{n + 2}{1 + 2 + 3 + \dots + n} - \frac{2}{3} \right].$$

$$5.18. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5}{6} + \frac{13}{36} + \dots + \frac{3^n + 2^n}{6^n} \right).$$

$$5.19. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - 5 + 4 - 7 + \dots + 2n - (2n + 3)}{n + 3}.$$

$$5.20. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n + 1)! + (2n + 2)!}{(2n + 3)! - (2n + 2)!}.$$

$$5.21. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + \dots + n}{n - n^2 + 3}.$$

$$5.22. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + \sqrt{n} - 1}{2 + 7 + 12 + \dots + (5n - 3)}.$$

$$5.23. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{16} + \frac{9}{64} + \dots + \frac{1 + 2^n}{4^n} \right).$$

$$5.24. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + 4 + 6 + \dots + 2n}{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}.$$

$$5.25. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1 + 5 + 9 + 13 + \dots + (4n - 3)}{n + 1} - \frac{4n + 1}{2} \right].$$

$$5.26. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2 + 3 - 4 + \dots - 2n}{\sqrt[3]{n^3 + 2n + 2}}.$$

$$5.27. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 7^n}{2^n - 7^{n-1}}.$$

$$5.28. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + (n + 2)!}{(n - 1)! + (n + 2)!}.$$

$$5.29. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 6 + 9 + \dots + 3n}{n^2 + 4}.$$

$$5.30. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7}{10} + \frac{29}{100} + \dots + \frac{2^n + 5^n}{10^n} \right).$$

6-топширик. Сонли кетма-кетликнинг лимитини ҳисобланг

$$6.1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1} \right)^n.$$

$$6.2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n+1} \right)^{n+1}.$$

$$6.3. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-1}{n^2} \right)^{n^4}.$$

$$6.4. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+3} \right)^{n+2}.$$

$$6.5. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+2}{2n^2+1} \right)^{n^2}.$$

$$6.6. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2-6n+7}{3n^2+20n-1} \right)^{-n+1}.$$

$$6.7. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-3n+6}{n^2+5n+1} \right)^{n/2}.$$

$$6.8. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-10}{n+1} \right)^{3n+1}.$$

$$6.9. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n-7}{6n+4} \right)^{3n+2}.$$

$$6.10. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2+4n-1}{3n^2+2n+7} \right)^{2n+5}.$$

$$6.11. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+n+1}{n^2+n-1} \right)^{-n^2}.$$

$$6.12. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+5n+7}{2n^2+5n+3} \right)^n.$$

$$6.13. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2}.$$

$$6.14. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^2+3n-1}{5n^2+3n+3} \right)^{n^2}.$$

$$6.15. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{3n-1} \right)^{2n+3}.$$

$$6.16. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+7n-1}{2n^2+3n-1} \right)^{-n^2}.$$

$$6.17. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+5} \right)^{n+4}.$$

$$6.18. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3+1}{n^3-1} \right)^{2n-n^3}.$$

$$6.19. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+21n-7}{2n^2+18n+9} \right)^{2n+1}.$$

$$6.20. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{10n-3}{10n-1} \right)^{5n}.$$

$$6.21. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 5n}{3n^2 - 5n + 7} \right)^{n+1}.$$

$$6.22. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1} \right)^{-n^2}.$$

$$6.23. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 6n + 5}{n^2 - 5n + 5} \right)^{3n+2}.$$

$$6.24. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n+2} \right)^n.$$

$$6.25. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n^2 + 18n - 15}{7n^2 + 11n + 15} \right)^{n+2}.$$

$$6.26. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{2n+1} \right)^{n+1}.$$

$$6.27. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 + n + 1}{n^3 + 2} \right)^{2n^2}.$$

$$6.28. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{13n+3}{13n-10} \right)^{n-3}.$$

$$6.29. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 2n + 3}{2n^2 + 2n + 1} \right)^{3n^2-7}.$$

$$6.30. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n-7} \right)^{n/6+1}.$$

7-топширик. Функциянинг лимитини ҳисобланг.

$$7.1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x+1)}{x^4 + 4x^2 - 5}.$$

$$7.2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}.$$

$$7.3. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

$$7.4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

$$7.5. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}.$$

$$7.6. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)^2}{x^4 + 2x + 1}.$$

$$7.7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - (1+3x)}{x + x^5}.$$

$$7.8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}.$$

$$7.9. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}.$$

$$7.10. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}.$$

$$7.11. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}.$$

$$7.12. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - x^2 - x + 1}.$$

$$7.13. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}.$$

$$7.15. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4}.$$

$$7.17. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3 - 3x^2 + 4}.$$

$$7.19. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2}.$$

$$7.21. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + 2x + 1}.$$

$$7.23. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}.$$

$$7.25. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

$$7.27. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 2x + 1}.$$

$$7.29. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}.$$

$$7.14. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}.$$

$$7.16. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4}.$$

$$7.18. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}.$$

$$7.20. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2}.$$

$$7.22. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}.$$

$$7.24. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

$$7.26. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x}.$$

$$7.28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - (1+3x)}{x^2 + x^5}.$$

$$7.30. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}{x^3 + 8x^2 + 21x + 18}.$$

8-топширик. Функциянинг лимитини ҳисобланг.

$$8.1. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}.$$

$$8.3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x^2-1}}.$$

$$8.5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x^3 + 8}.$$

$$8.7. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}.$$

$$8.2. \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}.$$

$$8.4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}.$$

$$8.6. \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}.$$

$$8.8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x+x^2} - (1+x)}{x}.$$

$$8.9 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x+x^2} - 2}{x+x^2}.$$

$$8.10 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x+2\sqrt[3]{x^4}}.$$

$$8.11 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{2x}}.$$

$$8.12 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}.$$

$$8.13 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2x}}.$$

$$8.14 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}.$$

$$8.15 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{9x} - 3}{\sqrt{3+x} - \sqrt{2x}}.$$

$$8.16 \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x+2}.$$

$$8.17 \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{16x} - 4}{\sqrt{4+x} - \sqrt{2x}}.$$

$$8.18 \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x^2} - 4}.$$

$$8.19 \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\sqrt[3]{x/4} - 1/2}{\sqrt{1/2+x} - \sqrt{2x}}.$$

$$8.20 \lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{\sqrt[3]{x/9} - 1/3}{\sqrt{1/3+x} - \sqrt{2x}}.$$

$$8.21 \lim_{x \rightarrow 1/4} \frac{\sqrt[3]{x/16} - 1/4}{\sqrt{1/4+x} - \sqrt{2x}}.$$

$$8.22 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[7]{x}}.$$

$$8.23 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[5]{x}}.$$

$$8.24 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x-x^2} - 2}{\sqrt[3]{x^2} + x^3}.$$

$$8.25 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x+3x^2} - (1+x)}{\sqrt[3]{x}}.$$

$$8.26 \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}.$$

$$8.27 \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt[3]{(\sqrt{x} - 4)^2}}.$$

$$8.28 \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{\sqrt[3]{x^3+8}}.$$

$$8.29 \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt[3]{x^2} - 16}.$$

$$8.30 \lim_{x \rightarrow -8} \frac{10-x-6\sqrt{1-x}}{2+\sqrt[3]{x}}.$$

9-топширик. Функциянинг лимитини ҳисобланг.

$$9.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}.$$

$$9.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{e^{x^2} - 1}.$$

$$9.3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}.$$

$$9.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}.$$

$$9.5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(2 + x))}.$$

$$9.6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}[2\pi(x + 1/2)]}.$$

$$9.7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{4x^2}.$$

$$9.8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}}.$$

$$9.9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\ln(1 + 2x)}.$$

$$9.10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\sin(2\pi(x + 10))}.$$

$$9.11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 7x)}{\sin(\pi(x + 7))}.$$

$$9.12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x + 5\pi/2)\operatorname{tg} x}{\arcsin 2x^2}.$$

$$9.13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9\ln(1 - 2x)}{4\operatorname{arctg} 3x}.$$

$$9.14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{3x+1}}{\cos[\pi(x+1)/2]}.$$

$$9.15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x^2 + \pi x}.$$

$$9.16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{3\operatorname{arctg} x}.$$

$$9.17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin[\pi(x+1)]}{\ln(1+2x)}.$$

$$9.18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{1 - \cos x}.$$

$$9.19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sin[\pi(x+2)]}.$$

$$9.20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin[5(x+\pi)]}{e^{3x} - 1}.$$

$$9.21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \sin x}.$$

$$9.22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{2^{-3x} - 1} \ln 2.$$

$$9.23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\sin(\pi(x/2 + 1))}.$$

$$9.24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{(e^{3x} - 1)^2}.$$

$$9.25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{x^4}.$$

$$9.26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e-x) - 1}.$$

$$9.27 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x(1 - \cos 2x)}.$$

$$9.28 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 1)}{1 - \sqrt{x^2 + 1}}.$$

$$9.29 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(\pi(1 + x/2))}{\ln(x + 1)}.$$

$$9.30 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(e^{\pi x} - 1)}{3(\sqrt[3]{1 + x} - 1)}.$$

10-топшириқ. Функциянинг лимитини ҳисобланг.

$$10.1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}.$$

$$10.2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\ln x}.$$

$$10.3 \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 3x}{\sin^2 7x}.$$

$$10.4 \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \sin 2x}{(\pi - 4x)^2}.$$

$$10.5 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}.$$

$$10.6 \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}.$$

$$10.7 \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(x - \pi)^4}.$$

$$10.8 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\operatorname{tg} \pi x}.$$

$$10.9 \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}.$$

$$10.10 \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sin 7x - \sin 3x}{e^{x^2} - e^{4\pi^2}}.$$

$$10.11 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x}.$$

$$10.12 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(5 - 2x)}{\sqrt{10 - 3x} - 2}.$$

$$10.13 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 3} - 1}{\sin \pi x}.$$

$$10.14 \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin x}.$$

$$10.15 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{5x-3} - 3^{2x^2}}{\operatorname{tg} \pi x}.$$

$$10.16 \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - 16}{\sin \pi x}.$$

$$10.17 \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\ln 2x - \ln \pi}{\sin(5x/2) \cos x}.$$

$$10.18 \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\cos 2x}.$$

$$10.19 \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{e^\pi - e^x}{\sin 5x - \sin 3x}.$$

$$10.20 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9 - 2x^2)}{\sin 2\pi x}.$$

$$10.21 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - 2^{4-x^2}}{2(\sqrt{2x} - \sqrt{3x^2 - 5x + 2})}.$$

$$10.22 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}.$$

$$10.23 \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{x + 2}.$$

$$10.24 \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin(x/2)}{\pi - x}.$$

$$10.25 \lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{1 - 2 \cos x}{\pi - 3x}.$$

$$10.26 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{arctg}(x^2 - 2x)}{\sin 3\pi x}.$$

$$10.27 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\sin \pi x}.$$

$$10.28 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(\pi x/2)}{1 - \sqrt{x}}.$$

$$10.29 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{10 - x}}{\sin 3\pi x}.$$

$$10.30 \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 3x}.$$

11-топширик. Функциянинг лимитини ҳисобланг.

$$11.1. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{2^{\cos^2 x} - 1}{\ln \sin x}.$$

$$11.2. \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{(2x - 1)^2}{e^{\sin \pi x} - e^{-\sin 3\pi x}}.$$

$$11.3 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x - \sqrt[3]{2x - 3})}{\sin(\pi x/2) - \sin[(x - 1)\pi]}.$$

$$11.4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} 2}{\sin \ln(x - 1)}.$$

$$11.5. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{e^{\operatorname{tg} 2x} - e^{-\sin 2x}}{\sin x - 1}.$$

$$11.6. \lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{\ln \sin 3x}{(6x - \pi)^2}.$$

$$11.7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(\sqrt{2x^2 - 3x - 5} - \sqrt{1 + x})}{\ln(x - 1) - \ln(x + 1) + \ln 2}.$$

$$11.8. \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{(x - 2\pi)^2}{\operatorname{tg}(\cos x - 1)}.$$

$$11.9. \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\ln(4x - 1)}{\sqrt{1 - \cos \pi x} - 1}.$$

$$11.10 \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arcsin(x + 2)/2}{3\sqrt{2+x+x^2} - 9}.$$

$$11.11 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2^{\sin \pi x} - 1}{\ln(x^3 - 6x - 8)}.$$

$$11.12 \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln \cos 2x}{(1 - \pi/x)^2}.$$

$$11.13 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg} \ln(3x - 5)}{e^{x+3} - e^{x^2+1}}.$$

$$11.14 \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\ln \cos x}{3^{\sin 2x} - 1}.$$

$$11.15 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{1 + \ln^2 x} - 1}{1 + \cos \pi x}.$$

$$11.16 \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos(x/2)}{e^{\sin x} - e^{\sin 4x}}.$$

$$11.17 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(2x - 5)}{e^{\sin \pi x} - 1}.$$

$$11.18 \lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{e^{\sin^2 6x} - e^{\sin^2 3x}}{\log_3 \cos 6x}.$$

$$11.19 \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{e^{\sin 2x} - e^{\operatorname{tg} 2x}}{\ln(2x/\pi)}.$$

$$11.20 \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg}(e^{x+2} - e^{x^2-4})}{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2}.$$

$$11.21 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2^x + 7} - \sqrt{2^{x+1} + 5}}{x^3 - 1}.$$

$$11.22 \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln(2 + \cos x)}{(3^{\sin x} - 1)^2}.$$

$$11.23 \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(x^3 - \pi^3) \sin 5x}{e^{\sin^2 x} - 1}.$$

$$11.24 \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\operatorname{tg}(x+1)}{e^{\sqrt[3]{x^3 - 4x^2 + 6}} - e}.$$

$$11.25 \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln \cos 2x}{\ln \cos 4x}.$$

$$11.26 \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\ln \sin x}{(2x - \pi)^2}.$$

$$11.27 \lim_{x \rightarrow a} \frac{a^{x^2 - a^2} - 1}{\operatorname{tg} \ln(x/a)}.$$

$$11.28 \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sin(e^{\sqrt[3]{1-x^2}/2} - e^{\sqrt[3]{x+2}})}{\arctg(x+3)}.$$

$$11.29 \lim_{x \rightarrow a\pi} \frac{\ln(\cos(x/a) + 2)}{a^2 \pi^2 / x^2 - a\pi/x - a^{a\pi/x-1}}.$$

$$11.30 \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg}(3^{\pi/x} - 3)}{3^{\cos(3x/2)} - 1}.$$

12-топширик. Функциянинг лимитини ҳисобланг.

$$12.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{\sin^2 x}.$$

$$12.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}.$$

$$12.3. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{\sin(x+1)}.$$

$$12.5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 + \sin x}}{x^3}.$$

$$12.7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x \sin x} - 1}{e^{x^2} - 1}.$$

$$12.9. \lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{1 - 2 \cos x}{\sin(\pi - 3x)}.$$

$$12.11. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\ln \operatorname{tg} x}.$$

$$12.13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x + \operatorname{tg}^2 x}{x \sin 3x}.$$

$$12.15. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) + \ln(x-h) - 2 \ln x}{h^2}, \quad x > 0.$$

$$12.17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 2x} - e^{\sin x}}{\operatorname{tg} x}.$$

$$12.19. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin(x-h)}{h}.$$

$$12.21. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^{x+h} + a^{x-h} - 2a^x}{h^2}.$$

$$12.23. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{5+x} - 2}{\sin \pi x}.$$

$$12.25. \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\lg x - 1}{\sqrt{x-9} - 1}.$$

$$12.27. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{\sin^2 2x}.$$

$$12.4. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tga}}{\ln x - \ln a}.$$

$$12.6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\alpha x} - e^{\beta x}}{\sin \alpha x - \sin \beta x}.$$

$$12.8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 (e^x - e^{-x})}{e^{x^3+1} - e}.$$

$$12.10. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\sin \pi x}.$$

$$12.12. \lim_{x \rightarrow b} \frac{a^x - a^b}{x - b}.$$

$$12.14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2 \sin x}{x \ln \cos 5x}.$$

$$12.16. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{\log_2 x}.$$

$$12.18. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x - 2}{\ln x}.$$

$$12.20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{\sin 3x}.$$

$$12.22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{1 - \cos \sqrt{x}}.$$

$$12.24. \lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{2 \sin^2 x + \sin x - 1}{2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1}.$$

$$12.26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{x+1} - 3}{\ln(1 + x\sqrt{1 + xe^x})}.$$

$$12.28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin bx - \sin ax}{\ln(\operatorname{tg}(\pi/4 + ax))}.$$

$$12.29. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \sin^3 x}{\cos^2 x}.$$

$$12.30. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\log_3 x - 1}{\operatorname{tg} \pi x}.$$

13-топширик. Функциянинг лимитини ҳисобланг.

$$13.1. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{x} \right)^{1+x}.$$

$$13.2. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2+x}{3-x} \right)^x.$$

$$13.3. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 4x}{x} \right)^{2/(x+2)}.$$

$$13.4. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{3x} - 1}{x} \right)^{\cos^2(\pi/4+x)}.$$

$$13.5. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{x+3}.$$

$$13.6. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 + 4}{x + 2} \right)^{x^2+3}.$$

$$13.7. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(1+x)}{6x} \right)^{x/(x+2)}.$$

$$13.8. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} 4x}{x} \right)^{2+x}.$$

$$13.9. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{x^3} - 1}{x^2} \right)^{(8x+3)/(1+x)}.$$

$$13.10. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+2}{x+4} \right)^{\cos x}.$$

$$13.11. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 6x}{2x} \right)^{2+x}.$$

$$13.12. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{x^2} - 1}{x^2} \right)^{6/(1+x)}.$$

$$13.13. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{\sin 3x} \right)^{x^2}.$$

$$13.14. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \right)^{x+2}.$$

$$13.15. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^3 + 8}{3x^2 + 10} \right)^{x+2}.$$

$$13.16. \lim_{x \rightarrow 0} (\sin(x+2))^{3/(3+x)}.$$

$$13.17. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2^{2x} - 1}{x} \right)^{x+1}.$$

$$13.18. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^4 + 5}{x + 10} \right)^{4/(x+2)}.$$

$$13.19. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{11x + 8}{12x + 1} \right)^{\cos^2 x}.$$

$$13.20. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^3 + 1}{x^3 + 8} \right)^{2/(x+1)}.$$

$$13.21. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(1+x^2)}{x^2} \right)^{3/(x+8)} .$$

$$13.22. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\cos \frac{x}{\pi} \right)^{1+x} .$$

$$13.23. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arcsin x}{x} \right)^{2/(x+5)} .$$

$$13.24. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{arc\,tg} 3x}{x} \right)^{x+2} .$$

$$13.25. \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\cos x^4} .$$

$$13.26. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 5x^2}{\sin x} \right)^{1/(x+6)} .$$

$$13.27. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - x \right) \right)^{(e^x - 1)/x} .$$

$$13.28. \lim_{x \rightarrow 0} \left(6 - \frac{5}{\cos x} \right)^{\operatorname{tg}^2 x} .$$

$$13.29. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+8x}{2+11x} \right)^{1/(x^2+1)} .$$

$$13.30. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arcsin^2 x}{\arcsin^2 4x} \right)^{2x+1} .$$

14-топширик. Функциянинг лимитини ҳисобланг.

$$14.1. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x-1}{x+1} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)} .$$

$$14.2. \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin x}{\sin a} \right)^{1/(x-a)} .$$

$$14.3. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x-1}{x} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)} .$$

$$14.4. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\cos x}{\cos 2} \right)^{1/(x-2)} .$$

$$14.5. \lim_{x \rightarrow 8} \left(\frac{2x-7}{x+1} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-2)} .$$

$$14.6. \lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{1/\cos(3\pi/4-x)} .$$

$$14.7. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x-1}{x} \right)^{1/(\sqrt[5]{x}-1)} .$$

$$14.8. \lim_{x \rightarrow a} \left(2 - \frac{x}{a} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2a}} .$$

$$14.9. \lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{\operatorname{ctg} 2x/\sin 3x} .$$

$$14.10. \lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{1/\sin^2 2x} .$$

$$14.11. \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{6-x}{3} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}} .$$

$$14.12. \lim_{x \rightarrow 4\pi} (\cos x)^{\operatorname{ctg} x/\sin 4x} .$$

$$14.13. \lim_{x \rightarrow 1} (3 - 2x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}.$$

$$14.14. \lim_{x \rightarrow 4\pi} (\cos x)^{\frac{5}{\operatorname{tg} 5x \sin 2x}}.$$

$$14.15. \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{9 - 2x}{3} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}}.$$

$$14.16. \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{6 \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} 3x}.$$

$$14.17. \lim_{x \rightarrow 1} (2e^{x-1} - 1)^{x/(x-1)}.$$

$$14.18. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} \right)^{1/(x-\pi/2)}.$$

$$14.19. \lim_{x \rightarrow 1} (2e^{x-1} - 1)^{(3x-1)/(x-1)}.$$

$$14.20. \lim_{x \rightarrow \pi/2} (1 + \cos 3x)^{\sec x}.$$

$$14.21. \lim_{x \rightarrow 2} (2e^{x-2} - 1)^{(3x+2)/(x-2)}.$$

$$14.22. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sin(x-1)}{x-1} \right)^{\frac{\sin(x-1)}{x-1 - \sin(x-1)}}.$$

$$14.23. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2-x}{x} \right)^{1/\ln(2-x)}.$$

$$14.24. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\operatorname{ctg} \frac{x}{2} \right)^{1/\cos x}.$$

$$14.25. \lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\frac{\sin(\pi x/2)}{\ln(2-x)}}.$$

$$14.26. \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sin x}{\sin 3} \right)^{1/(x-3)}.$$

$$14.27. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x+1}{2x} \right)^{\frac{\ln(x+2)}{\ln(2-x)}}.$$

$$14.28. \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\frac{18 \sin x}{\operatorname{ctg} x}}.$$

$$14.29. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{\ln(x+1)}{\ln(2-x)}}.$$

$$14.30. \lim_{x \rightarrow \pi} \left(\operatorname{ctg} \frac{x}{4} \right)^{1/\cos(x/2)}.$$

15-топширик. Функциянинг лимитини ҳисобланг.

$$15.1. \lim_{x \rightarrow e} \left(\frac{\ln x - 1}{x - e} \right)^{\sin \frac{\pi}{2e} x}.$$

$$15.2. \lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x}.$$

$$15.3. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \left(\frac{\ln \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{ctg} x} \right)^{1/(x+\pi/4)}.$$

$$15.4. \lim_{x \rightarrow 2} (\sin x)^{3/(1+x)}.$$

$$15.5. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sin 3\pi x}{\sin \pi x} \right)^{\sin^2(x-2)} .$$

$$15.6. \lim_{x \rightarrow \pi/6} (\sin x)^{6x/\pi} .$$

$$15.7. \lim_{x \rightarrow 3} \left(2 - \frac{x}{3} \right)^{\sin \pi x} .$$

$$15.8. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1+x}{2+x} \right)^{(1-x^2)/(1-x)} .$$

$$15.9. \lim_{x \rightarrow 1} \left(1 + e^x \right)^{\frac{\sin \pi x}{1-x}} .$$

$$15.10. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\operatorname{tg} 9\pi x}{\sin 4\pi x} \right)^{x/(x+1)} .$$

$$15.11. \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\arcsin(x-3)}{\sin 3\pi x} \right)^{x^2-8} .$$

$$15.12. \lim_{x \rightarrow \pi/4} (\sin 2x)^{\frac{x^2-\pi^2/16}{x-\pi/4}} .$$

$$15.13. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\operatorname{arctg} \frac{x-3/4}{(x-1)^2} \right)^{x+1} .$$

$$15.14. \lim_{x \rightarrow \pi} \left(\operatorname{ctg} \frac{x}{4} \right)^{\sin(x-\pi)} .$$

$$15.15. \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin x - \sin a}{x - a} \right)^{x^2/a^2} .$$

$$15.16. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^2 - 4} \right)^{1/x} .$$

$$15.17. \lim_{x \rightarrow \pi/4} (\sin x + \cos x)^{1/\operatorname{tg} x} .$$

$$15.18. \lim_{x \rightarrow \pi/8} (\operatorname{tg} 2x)^{\sin(\pi/8+x)} .$$

$$15.19. \lim_{x \rightarrow 1} (\arcsin x)^{\operatorname{tg} \pi x} .$$

$$15.20. \lim_{x \rightarrow \pi} (x + \sin x)^{\sin x+x} .$$

$$15.21. \lim_{x \rightarrow 1} (\ln^2 ex)^{1/(x^2+1)} .$$

$$15.22. \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x} + 1)^{\pi/\operatorname{arctg} x} .$$

$$15.23. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^3 - 1}{x - 1} \right)^{1/x^2} .$$

$$15.24. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{e^{\sin \pi x} - 1}{x - 1} \right)^{x^2+1} .$$

$$15.25. \lim_{x \rightarrow 2} (\cos \pi x)^{\operatorname{tg}(x-2)} .$$

$$15.26. \lim_{x \rightarrow 1/2} (\arcsin x + \arccos x)^{1/x} .$$

$$15.27. \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\cos x + 1)^{\sin x} .$$

$$15.28. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\sqrt[3]{x} + x - 1 \right)^{\sin(\pi x/4)} .$$

$$15.29. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 4x - 5} \right)^{1/(2-x)} .$$

$$15.30. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x} \right)^{x^2} .$$

Фойдаланилган адабиётлар.

1. И.А.Марон. Дифференциальное и интегральное исчисление в примерах и задачах. М.Наука.1970. 399с.
2. П.Е.Данко, А.Г.Попов, Т.Я. Кожевникова. Высшая математика в упражнениях и задачах. М.Высшая школа. 1988. 304с.
- 3.Ё.У.Соатов. Олий математика. 1-жилд. Тошкент. Ўқитувчи. 1992. 395 бет.