ҚАРШИ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ PhD.03/30.06.2020.FM.70.04 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

АБДУЛЛАЕВ ЖОНИБЕК ШОКИРОВИЧ

КЛАССИК СОҲАЛАРДА ИНТЕГРАЛ ФОРМУЛАЛАР ВА УЛАРНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

01.01.01 – Математик анализ

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Қарши – 2021 йил

УДК: 517.55

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences

ҚАРШИ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ PhD.03/30.06.2020.FM.70.04 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

АБДУЛЛАЕВ ЖОНИБЕК ШОКИРОВИЧ

КЛАССИК СОҲАЛАРДА ИНТЕГРАЛ ФОРМУЛАЛАР ВА УЛАРНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

01.01.01 – Математик анализ

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Қарши – 2021 йил

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2019.4.PhD/FM426 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш вебсаҳифаси (http:www.qarshidu.uz) ва «ZiyoNet» таълим ахборот тармоғида (http:www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар: **Худойберганов Гулмирза**
физика-математика фанлари доктори, профессор

Расмий оппонентлар: **Имомкулов Севдиёр Акрамович**
физика-математика фанлари доктори

Отемуратов Байрамбай Пердебаевич
физика-математика фанлари доктори (DSc)

Етакчи ташкилот: **Самарқанд давлат университети**

Диссертация ҳимояси Қарши давлат университети ҳузуридаги PhD.03/30.06.2020.FM.70.04 рақамли Илмий кенгашнинг 2021 йил «____» ____________ соат ____ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 180103, Қарши ш., Кўчабоғ кўчаси, 17-уй. Тел.: (+998 75) 225 34 13, факс: (+998 75) 221 00 56, e-mail: qarshidu@umail.uz). Қарши давлат университети, Физика-математика факультети, 102-хона.

Диссертация билан Қарши давлат университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (____ рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 180103, Қарши ш., Кўчабоғ кўчаси, 17-уй. Тел.: (+998 75) 225 34 13).

Диссертация автореферати 2021 йил «____» ____________ куни тарқатилди.
(2021 йил «____» ____________ даги ____ рақамли реестр баённомаси).

Б.А. Шоимкулов
Илмий даражалар берувчи
илмий кенгаш раиси,
ф.-м.ф.д., профессор

А.А. Имомов
Илмий даражалар берувчи
илмий кенгаш илмий котиби,
ф.-м.ф.д. (DSc), доцент

Ю.Х. Эшкабилов
Илмий даражалар берувчи
илмий кенгаш қошидаги илмий
семинар раиси ф.-м.ф.д., профессор

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳонда кўп ўлчовли комплекс анализ соҳасида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар, классик соҳаларда матрица аргументли голоморф функцияларнинг хоссаларини аниқлаш ва скаляр қийматли кўп матрица ўзгарувчили голоморф функцияларнинг интеграл формулаларини топиш масалаларига келтириш етакчи ўринлардан бирини эгалламоқда. Дунё миқёсида голоморф ядроли интеграл формулалар кўп комплекс ўзгарувчили функциялар назариясининг тадқиқот объекти ҳисобланади. Бундай интеграл формулалар голоморф функцияларнинг соҳа ичидаги қиймати билан соҳа чегараси ёки соҳа чегарасининг қисмидаги қийматлари орасидаги боғлиқлигини ва голоморф давом эттириш масалаларини ўрганишда асос бўлиб хизмат қилади. Шу жиҳатдан, математик анализда классик соҳа билан боғланган матрицавий шарнинг остовида ёки остовининг қисмида берилган функцияни матрицавий шарга голоморф давом эттиришдан фойдаланиш муҳим аҳамиятга эга.

Жаҳон миқёсида скаляр қийматли кўп матрицали ўзгарувчили голоморф функцияларнинг интеграл формулаларини қуриш ва уларни амалий масалаларни ечишга йўналтирилган кенг қамровли илмий-тадқиқот ишлари олиб борилмоқда. Бу борада, классик соҳаларнинг Бергман ядроларини баҳолаш, матрицавий соҳалар учун Бохнер-Хуа Ло-кен типидаги интеграл формуласини топиш, классик соҳаларнинг декарт кўпайтмаси учун Бергман ядросини топиш ва улар ёрдамида амалий масалалар ечиш, жумладан, майдон квант назарияси масалаларини ечишда ушбу формулалар кенг татбиқ қилинишига алоҳида эътибор берилмоқда.

Мамлакатимизда, фундаментал фанларнинг илмий ва амалий татбиқларига эга бўлган кўп комплекс ўзгарувчили функциялар назариясининг долзарб йўналишларига эътибор кучайтирилди. Жумладан, кўп ўзгарувчили комплекс анализда умумлашган интеграл формулалар топиш, соҳаларда голоморф функцияларни қаторга ёйиш ва классик теоремаларни умумлаштириш юзасидан кенг қамровли чора-тадбирлар амалга оширилиб, муайян натижаларга эришилмоқда. «Функционал анализ, алгебра, дифференциал тенгламалар, математик физика, математик моделлаштириш, ҳисоблаш математикаси ва дискрет математика, эҳтимоллар назарияси ва математик статистика» устувор йўналишлар бўйича ҳалқаро стандартлар даражасидаги илмий изланишлар олиб бориш ЎзР ФА В.И.Романовский номидаги Математика институти фаолиятининг муҳим вазифалари сифатида белгилаб берилган[1]. Ушбу вазифаларини амалга оширишда, жумладан, классик соҳаларнинг Бергман ядроларини баҳолаш, классик соҳаларнинг декарт кўпайтмаси учун Бергман ядросини топиш ва унга мос голоморф

[1] Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2020 йил 7 майдаги “Математика соҳасидаги таълим сифатини ошириш ва илмий- тадқиқотларни ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПҚ-4708-сон қарори.

функцияларнинг Бергман-Бремерман интеграл формуласини қуриш муҳим аҳамият касб этмоқда.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги ПФ-4947-сон «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида»ги Фармони, 2019 йил 9 июлдаги ПҚ-4387-сон «Математика таълими ва фанларини янада ривожлантиришни давлат томонидан қўллаб-қувватлаш, шунингдек, Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг В.И.Романовский номидаги Математика институти фаолиятини тубдан такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ва 2020 йил 7 майдаги ПҚ-4708-сон «Математика соҳасидаги таълим сифатини ошириш ва илмий-тадқиқотларни ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланиши устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Кўп ўлчовли комплекс анализда ҳалигача бир ўзгарувчили классик комплекс анализдаги кўпгина фундаментал теоремаларнинг умумлашмалари олинганича йўқ. Бугунги замонавий математиклар томонидан топилаётган формулалар хусусий ҳолда эмас, балки умумий ҳолда бўлиб, ҳар бир янги топилган формула олдингисига нисбатан кучлироқ ва қулайликларга эга бўлмоқда. XX асрнинг 30-60 йилларида Э.Картан, К.Зигел, И.И.Пятецкий-Шапиро ва Хуа Ло-кен каби олимлар кўп ўлчовли комплекс анализ масалаларини матрицавий ёндашув билан ёритганлар. Улар асосан классик соҳаларда илмий изланишлар олиб борганлар ҳамда бу соҳаларда функциялар назарияси ва соҳалар геометрияси билан боғлиқ масалалар билан шуғулланишган.

Шунингдек, XX аср охири ва XXI аср бошларида В.С.Владимиров, А.Г.Сергеев, Г.Хенкин, С.Г.Гиндикин, Хио-Минг, А.М.Кытманов, С.Г.Мысливец, Т.Н.Никитина ва бошқалар ишларида матрицавий соҳаларда голоморф функцияларнинг хоссаларини ўрганиш давом эттирилди. Бу илмий изланишларда, айниқса, чегараланмаган соҳаларда голоморф давом қилдиришлар назариясини қуришда, бу соҳаларнинг чегараланган соҳалар билан биголоморф эквивалентлигини қўллашган.

Республикамизда кўп ўлчовли комплекс анализда интеграл формулалар назарияси ва уларнинг татбиқлари бўйича Г.Худойберганов, С.Косбергенов, Б.А.Шаимкулов, Б.Отемуратов, Б.Пренов, Б.Курбанов ва бошқа олимлар тадқиқотлар олиб боришмоқда. Ушбу тадқиқотлар давомида $\mathbb{C}^n$ фазодаги соҳаларда ва матрицавий соҳаларда муҳим натижаларга эришилди. Шунга қарамай, ушбу соҳаларда ҳал этилмаган кўплаб муаммолар мавжуд ва уларни бартараф этиш долзарб масала ҳисобланади.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий - тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университети илмий-тадқиқот режаларининг ОТ-Ф-4-(37-29) «A(z)-аналитик функцияларнинг функционал хоссалари ва уларнинг татбиқлари. Матрицавий соҳаларда комплекс анализнинг айрим масалалари» мавзусидаги илмий тадқиқот лойиҳаси доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади классик соҳаларнинг Бергман ядролари учун баҳолашлар олиш, классик соҳалар декарт кўпайтмасида голоморф функциялар учун Бергман-Бремерман интеграл формуласини қуриш, классик соҳа билан боғланган биринчи тип матрицавий шарнинг остовида ёки остовининг қисмида берилган функцияни матрицавий шарга голоморф давом эттириш масалаларини ечишдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

якобиани қулай ҳисобланадиган Ли шари $\Re_{IV}\left(n\right)$ ва псевдоконус $\tau^{+}\left(n-1\right)$ соҳаларининг биголоморф эквивалентлигини ифодаловчи акслантиришни топиш;

$\tau^{+}\left(n-1\right)$ псевдоконусда интеграл формулаларни қуриш;

матрицавий шарда Бохнер-Хуа Ло-кен типидаги интеграл учун “сакраш ҳақидаги” теоремаларни исботлаш;

матрицавий шарнинг остовида берилган функцияларни голоморф давом эттириш ҳақидаги теоремаларни исботлаш;

матрицавий шар остовининг қисмида берилган функцияларни голоморф давом эттириш ҳақидаги теоремаларни исботлаш;

классик соҳаларнинг Бергман ядроларини баҳолаш;

классик соҳалар декарт кўпайтмаси учун Бергман ядросини топиш ва унга мос голоморф функцияларнинг Бергман-Бремерман интеграл формуласини қуриш.

Тадқиқотнинг объекти матрицавий шар, классик соҳалар, Ли шари, псевдоконус, классик соҳаларнинг декарт кўпайтмаси, Бохнер-Хуа Ло-кен интеграл формуласидан иборат.

Тадқиқотнинг предмети матрицавий шар ва унинг остовидаги ортонормал системалар, матрица аргументли голоморф функциялар, классик соҳалар декарт кўпайтмаси учун Бергман-Бремерман интеграл формуласидан иборат.

Тадқиқотнинг усуллари. Тадқиқот ишида кўп комплекс ўзгарувчили функциялар назариясининг интеграл формулалари ва матрица аргументли голоморф функциялар назарияси усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

$\tau^{+}\left(n-1\right)$ псевдоконусда Бергман ва Коши-Сеге интеграл формулалари қурилган;

$\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]$ фазодаги матрицавий шарда Бохнер-Хуа Ло-кен типидаги интеграл учун “сакраш ҳақидаги” теорема исботланган;

матрицавий шарнинг остовида берилган функцияларни голоморф давом эттириш ҳақидаги теорема исботланган;

матрицавий шар остовининг қисмида берилган функцияларни голоморф давом эттириш ҳақидаги мезонлари топилган;

$\Re_I\left(m,k\right)$, $\Re_{II}\left(m\right)$, $\Re_{III}\left(m\right)$ ва $\Re_{IV}\left(n\right)$ классик соҳаларининг Бергман ядролари мос равишда $\mathbb{C}^{mk}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m+1)}{2}}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m-1)}{2}}$ ва $\mathbb{C}^n$ фазолардаги шарларнинг Бергман ядролари билан баҳоланган;

$\Re_I\left(m,k\right)$ ва $\Re_{II}\left(m\right)$ классик соҳалар декарт кўпайтмаси учун Бергман ядроси топилган ва унга мос голоморф функциялар учун Бергман-Бремерман интеграл формуласи қурилган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари қуйидагилардан иборат:

Тадқиқотда олинган Сохоцкий формуласи ҳамда голоморф давом эттириш мезонлари матрица аргументли функциялар назарияси ва кўп ўлчовли комплекс анализда голоморф давом қилдириш масалаларини ечишда қўлланилган;

псевдоконусда голоморф давом қилдириш масалаларини ечишда Ли шари ва псевдоконус соҳаларидаги Бергман ва Коши-Сеге ядроларинг боғланиши қўлланилган.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги кўп комплекс ўзгарувчили функциялар назариясидаги интеграл формулалардан фойдаланилганлиги ҳамда математик мулоҳазаларнинг ва исботларнинг қатъийлиги билан асосланган. Бундан ташқари, диссертация натижалари нуфузли илмий журналларда, хусусан, юқори импакт-факторли журналларда нашр этилган ва илмий семинарларда ишнинг олинган натижалари муҳокама қилинган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқотда натижаларнинг илмий аҳамияти классик соҳаларнинг Бергман ядролари учун баҳолашлар олинганлиги, классик соҳалар декарт кўпайтмасида голоморф функциялар учун Бергман-Бремерман интеграл формуласининг қурилганлиги билан изоҳланади.

Диссертация натижаларининг амалий аҳамияти олинган формулалар ёрдамида соҳанинг чегарасида ёки соҳа чегарасининг бир қисмида берилган функцияни соҳага голоморф тиклашда фойдаланиш мумкинлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Диссертация тадқиқоти жараёнида олинган илмий натижалар қуйидаги йўналишларда амалиётга жорий қилинган:

$\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]$ фазодаги матрицавий шарда Бохнер-Хуа Ло-кен типидаги интеграл учун “сакраш ҳақидаги” Сохоцкий формуласининг кўп ўлчовли матрицавий аналогидан ОТ-Ф-4-(37-29) рақамли “A(z)-аналитик функцияларнинг функционал хоссалари ва уларнинг татбиқлари. Матрицавий соҳаларда комплекс анализнинг айрим масалалари” (2017-2020 йиллар) номли лойиҳада матрица аргументли голоморф функцияларини давом эттириш масаласини ечишда қўлланилган (Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетининг 2021 йил 11 августдаги маълумотномаси). Натижада матрицавий шар остовида ва остовининг бир қисмида берилган функцияни шар ичига голоморф давом қилдириш имконини берган;

$\tau^+\left(n-1\right)$ псевдоконус ва $\Re_{IV}\left(n\right)$ Ли шари орасидаги биголоморф акслантиришдан фойдаланиб, $\tau^+\left(n-1\right)$ псевдоконус ва $\Re_{IV}\left(n\right)$ Ли шарларидаги Бергман ва Коши-Сеге ядроларининг боғлиқлигидан ОТ-Ф-4-(37-29) рақамли “A(z)-аналитик функцияларнинг функционал хоссалари ва уларнинг татбиқлари. Матрицавий соҳаларда комплекс анализнинг айрим масалалари” (2017-2020 йиллар) номли лойиҳада чегараланмаган соҳаларда голоморф ядроли интеграл формулалар қуришда қўлланилган (Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетининг 2021 йил 11 августдаги маълумотномаси). Натижада топилган ядролар $\tau^+\left(n-1\right)$ псевдоконусда голоморф функцияларнинг интеграл ифодаларини ҳосил қилиш ҳамда $\tau^+\left(n-1\right)$ псевдоконусдаги функцияларни голоморф давом қилдириш имконини берган;

Э.Картан классик соҳалари учун Бергман ядроларининг хоссаларидан 18-51-410002 рақамли “Икки фазали муҳит диссипатив яқинлашишнинг математик моделини бир-бирини кесувчи эффект билан математик моделлаштириш” фундаментал лойиҳасида голоморф ядроли интеграл формулаларни қуриш масаласини ечишда фойдаланилган (Россия Фанлар академиясининг Сибирь бўлими Ҳисоблаш математикаси ва математик геофизика институтининг 2021 йил 2 июлдаги №15301/12-010-сонли маълумотномаси). Натижада бир жинсли чегараланган симметрик бўлган классик соҳаларининг декарт кўпайтмаси учун Бергман ядроси кўринишини олиш имконини берган ва бу соҳалардаги голоморф функция учун Бремерманн-Бергман интеграл тасвирини исботлаш имконини берган. Э.Картаннинг бир жинсли симметрик бўлган тўртта тип $\Re_{I}\left(m,k\right)$, $\Re_{II}\left(m\right)$, $\Re_{III}\left(m\right)$ ва $\Re_{IV}\left(n\right)$ классик соҳаларининг Бергман ядроларини мос равишда $\mathbb{C}^{mk}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m+1)}{2}}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m-1)}{2}}$, $\mathbb{C}^{n}$ фазолардаги бирлик шарларнинг Бергман ядролари билан баҳолаш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқот натижалари 11 та илмий-амалий анжуманларда, жумладан 4 та халқаро ва 7 та республика илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация тадқиқоти мавзуси бўйича жами 17 та илмий иш чоп этилган, шулардан

Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация комиссиясининг диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 6 та, жумладан 4 таси хорижий ва 2 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг ҳажми ва тузилиши. Диссертация кириш қисми, тўртта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 86 бетни ташкил этади.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар рўйхати ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **“Классик соҳалар ва $\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]$ фазодаги шар ҳақида дастлабки маълумотлар”** деб номланувчи биринчи бобида диссертациянинг асосий натижаларини келгусида баён қилишда зарур бўладиган бошланғич маълумотлар, асосий таърифлар ва муҳим теоремалар келтирилган.

1.1 параграфда классик соҳалар, уларнинг асосий хоссалари ва турли олимларнинг классик соҳаларда олиб борилган илмий изланишлари ҳамда татбиқлари баён қилинган.

Қуйидаги классик соҳаларни қараймиз (Э.Картан таснифи бўйича):

$$\Re_I\left(m,k\right)=\left\{Z\in\mathbb{C}\left[m\times k\right]: I^{(m)}-ZZ^*>0\right\},$$

$$\Re_{II}\left(m\right)=\left\{Z\in\mathbb{C}\left[m\times m\right]: I^{(m)}-Z\overline{Z}>0,\ \ \forall Z'=Z\right\},$$

$$\Re_{III}\left(m\right)=\left\{Z\in\mathbb{C}\left[m\times m\right]: I^{(m)}+Z\overline{Z}>0,\ \ \forall Z'=-Z\right\},$$

$$\Re_{IV}\left(n\right)=\left\{\ z\in\mathbb{C}^n\colon\left|\left\langle z,z\right\rangle\right|^2-2\left|z\right|^2+1>0,\ \ \left|\left\langle z,z\right\rangle\right|<1\right\},$$

бу ерда $I^{(m)}-$ m-тартибли бирлик матрица, Z^*-матрица эса Z матрицанинг қўшмаси ва транспонирланганидир (H Эрмит матрицаси учун $H>0$ белги, H мусбат аниқланганлигини, яъни унинг барча хос сонларининг мусбат эканлигини билдиради) ҳамда ихтиёрий $z\in\mathbb{C}^n$ учун $\left\langle z,z\right\rangle=z_1^2+...+z_n^2,\ \ \left|z\right|=\sqrt{\left\langle z,\overline{z}\right\rangle}$. Бу соҳаларнинг барчаси маркази О нуқтада (О $-$ нол матрица) бўлган бир жинсли, симметрик, қаварик, тўла доиравий соҳалардир. Бу соҳаларнинг барчаси ўзаро биголоморф эквивалент эмас, шунинг учун комплекс анализ уларнинг ҳар бири учун алоҳида қурилади

1.2 параграфда $\mathbb{C}^n$ фазосидаги Бергман ядроси ва бу ядронинг хоссаларини ифодаловчи Зоммер – Меринг теоремаси келтирилган.

1.3 параграфда $\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]$ фазодаги матрицавий шардаги ортонормал ситемалар ва уларнинг бир қанча татбиқлари келтирилган.

m^2 та комплекс ўзгарувчили $\mathbb{C}^{m^2}$ фазони қарайлик. Баъзи масалаларда бу фазони Z нуқталарини $Z=(z_{ij})_{i,j=1}^{m}$ кўринишида ёзиш, яъни $\left[m\times m\right]$-тартибли матрицалар фазоси сифатида қараш қулай. $\mathbb{C}^{m^2}$ фазо нуқталарини бундай кўринишда ёзишдан ҳосил бўлган фазони $\mathbb{C}[m\times m]$ билан, бу фазонинг n тасини $\underbrace{\mathbb{C}[m\times m]\times\cdots\times\mathbb{C}[m\times m]}_{n}$ тўғри кўпайтмасини $\mathbb{C}^n[m\times m]$ орқали белгилаймиз.

Элементлари $\mathbb{C}$ комплекс сонлардан иборат бўлган, m-тартибли Z_j квадрат матрицадан тузилган $Z=\left(Z_1,...,Z_n\right)$ вектор берилган бўлсин. Бу вектор элементларини $\mathbb{C}^{nm^2}$ фазонинг z нуқтаси сифатида ёзамиз:

$$z=(z_{11}^{(1)},...,z_{1m}^{(1)},...,z_{m1}^{(1)},...,z_{mm}^{(1)},...,z_{11}^{(n)},...,z_{1m}^{(n)},...,z_{m1}^{(n)},...,z_{mm}^{(n)})\in\mathbb{C}^{nm^2}.$$

Демак, Z векторни $\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]$ фазонинг элементи сифатида қарашимиз мумкин, яъни улар орасида $\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]\cong\mathbb{C}^{nm^2}$ изоморфизм ўрнатилган. Бу $\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]$ фазода ушбу

$$\left\langle Z,W\right\rangle=Z_1W_1^*+\cdots+Z_nW_n^*,$$

матрицавий «скаляр» кўпайтмани аниқлайлик. Қуйидаги

$$\mathbb{B}_{m,n}=\left\{(Z_1,...,Z_n)=Z\in\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]:I-\left\langle Z,Z\right\rangle>0\right\},$$

соҳа $\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]$ фазодаги матрицавий шар дейилади. Бу соҳанинг остови (Шилов чегараси)

$$\mathbb{X}_{m,n}=\left\{Z\in\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]:\left\langle Z,Z\right\rangle=I\right\},$$

кўринишда бўлади.

Диссертациянинг иккинчи боби **“Ли шарининг реализацияси билан боғланган $\tau^+\left(n-1\right)$ соҳадаги интеграл формулалар ва уларнинг татбиқлари”** деб номланиб, $\tau^+\left(n-1\right)$ соҳа ва $\Re_{IV}(n)$ Ли шари биголоморф эквивалент бўлиш масаласини ўрганишга бағишланган. Бу соҳалардаги Бергман ва Коши-Сеге ядроларини боғланиши келтирилган ҳамда $\tau^+\left(n-1\right)$ псевдоконусда голоморф функцияларининг интеграл тасвирлари олинган.

2.1 параграфда Якобиани қулай ҳисобланадиган Ли шари $\Re_{IV}(n)$ ва псевдоконус $\tau^{+}(n-1)$ соҳаларнинг биголоморф эквивалентлигини ифодаловчи акслантириш ёзилган. $\Re_{IV}(n)$ (Э. Картан таснифи бўйича тўртинчи тип классик соҳа ёки Ли шари деб номланади) соҳанинг $\Gamma_{\Re_{IV}(n)}$ Шилов чегараси (остови) қуйидагича аниқланади:

$$\Gamma_{\Re_{IV}(n)} = \left\{ z \in \mathbb{C}^{n} : \left|\left\langle z, z\right\rangle\right| = 1,\ \left|z\right| = 1 \right\}.$$

$\mathbb{C}^{n+1}$ фазода қуйидаги

$$\tau^{+}(n) = \left\{ w \in \mathbb{C}^{n+1} : \left(\operatorname{Im} w_{n+1}\right)^{2} > \left(\operatorname{Im} w_{1}\right)^{2} + \ldots + \left(\operatorname{Im} w_{n}\right)^{2},\ \operatorname{Im} w_{n+1} > 0 \right\}$$

чегараланмаган соҳа псевдоконус (труба будущего) дейилади ва унинг остови ушбу

$$\Gamma_{\tau^{+}(n)} = \left\{ w \in \mathbb{C}^{n+1} :\ \operatorname{Im} w_{1} = \ldots = \operatorname{Im} w_{n} = \operatorname{Im} w_{n+1} = 0 \right\}$$

кўринишда бўлади.

Қуйидаги теорема ўринли.

Теорема 1. *Ушбу*

$$w_{k} = \frac{-2iz_{k}}{\sum_{j=1}^{n-1} z_{j}^{2} + \left(z_{n} - i\right)^{2}}, k = 1,\ldots,n-1, w_{n} = \frac{2\left(z_{n} - i\right)}{\sum_{j=1}^{n-1} z_{j}^{2} + \left(z_{n} - i\right)^{2}} - i, \qquad (1)$$

кўринишдаги $\Phi : \mathbb{C}_{z}^{n} \to \mathbb{C}_{w}^{n}$ *акслантириш,* $\Re_{IV}(n)$ *соҳани* $\tau^{+}(n-1)$ *соҳага биголоморф акслантиради,* $\Gamma_{\Re_{IV}(n)}$ *остов эса* $\Gamma_{\tau^{+}(n-1)}$ *остовга аксланади.*

Энди бу (1) акслантиришнинг тескарисини топамиз, у ушбу

$$z_{k} = \frac{-2iw_{k}}{\sum_{k=1}^{n-1} w_{k}^{2} - \left(w_{n} + i\right)^{2}} k = 1,\ldots,(n-1),\ z_{n} = i - \frac{2\left(w_{n} + i\right)}{\sum_{k=1}^{n-1} w_{k}^{2} - \left(w_{n} + i\right)^{2}} \qquad (2)$$

тенгликлар билан аниқланувчи $\Psi = \Phi^{-1} : \mathbb{C}_{w}^{n} \to \mathbb{C}_{z}^{n}$ акслантириш бўлади. (1) ва (2) алмаштиришларнинг якобианини ҳисоблашимиз учун ушбу

$$W = \sum_{k=1}^{n-1} w_{k}^{2} - \left(w_{n} + i\right)^{2},\ Z = \sum_{k=1}^{n-1} z_{k}^{2} + \left(z_{n} - i\right)^{2}.$$

белгилашларни оламиз.

Теорема 2. (1) *кўринишдаги* Φ *ва* (2) *кўринишдаги* Φ^{-1} *акслантиришларнинг якобианлари мос равишда*

$$J_{\mathbb{C}}\Phi = 2^{n}\left(-i\right)^{n+1} Z^{-n} \text{ ва } J_{\mathbb{C}}\Phi^{-1} = -2^{n}\left(-i\right)^{n+1} W^{-n}$$

формулалар ёрдамида ҳисобланади.

2.2 параграфда $\Re_{IV}\left(n\right)$ Ли шари ва $\tau^{+}\left(n-1\right)$ псевдоконуснинг биголоморф эквивалентлигидан фойдаланиб, бу соҳаларнинг Бергман ва Коши-Сеге ядроларининг боғланиши келтирилган ҳамда уларга мос $\tau^{+}\left(n-1\right)$ псевдоконусда Бергман ва Коши-Сеге интеграл формулалари ёзилган. $D\subset\mathbb{C}^{n}$ соҳадаги нормаланган Лебег ўлчовини dV билан белгилайлик. Ушбу

$$A^{2}\left(D\right)=\left\{f\in\mathcal{O}\left(D\right):\int_{D}\left|f\left(z\right)\right|^{2}dV\left(z\right)<\infty\right\}.$$

кўринишда Бергман фазосини аниқлаймиз. $\tau^{+}\left(n\right)$ соҳада $K_{\tau^{+}\left(n\right)}(w,\xi)$ Бергман ядроси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$K_{\tau^{+}\left(n\right)}(w,\xi)=\frac{2^{n}\left(n+1\right)!}{\pi^{n+1}\Delta^{n+1}\left(\frac{w-\overline{\xi}}{i}\right)},w,\xi\in\tau^{+}\left(n\right),\tag{3}$$

бу ерда, $\Delta\left(\frac{w-\overline{\xi}}{i}\right)=\left[\left(w_{1}-\overline{\xi}_{1}\right)^{2}+...+\left(w_{n-1}-\overline{\xi}_{n-1}\right)^{2}-\left(w_{n}-\overline{\xi}_{n}\right)^{2}\right]$. $\Re_{IV}\left(n\right)$ Ли шаридаги Бергман ядроси эса қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$K_{\Re_{IV}\left(n\right)}(z,\overline{\zeta})=\frac{1}{V\left(\Re_{IV}\left(n\right)\right)\left(1-2\left\langle z,\overline{\zeta}\right\rangle+\left\langle z,z\right\rangle\left\langle\overline{\zeta},\overline{\zeta}\right\rangle\right)^{n}},\tag{4}$$

бу ерда, $V\left(\Re_{IV}\left(n\right)\right)=\frac{\pi^{n}}{2^{n-1}n!}$-$\Re_{IV}\left(n\right)$ Ли шарининг ҳажми. (3) ва (4) кўринишдаги Бергман ядроларнинг боғланиши ҳақидаги қуйидаги лемма ўринли.

Лемма 1. *Бизга (1) кўринишдаги* $w=\Phi(z)$, $\xi=\Phi(\zeta)$ *акслантиришлар берилган бўлсин. У ҳолда бу акслантиришлар ёрдамида ҳосил қилинган* $K_{\tau^{+}\left(n\right)}(w,\xi)$ *Бергман ядроси қуйидаги кўринишда бўлади:*

$$K_{\tau^{+}\left(n\right)}(\Phi(z),\Phi(\zeta))=\frac{1}{4^{n}}\left[Z\overline{\Upsilon}\right]^{n}\cdot K_{\Re_{IV}\left(n\right)}\left(z,\zeta\right),$$

бу ерда, $Z=\sum_{k=1}^{n-1}z_{k}^{2}+\left(z_{n}-i\right)^{2}$, $\Upsilon=\sum_{k=1}^{n-1}\zeta_{k}^{2}+\left(\zeta_{n}-i\right)^{2}$.

Бу леммадан қуйидаги теорема ўринли эканлиги келиб чиқади.

Теорема 3. *Ихтиёрий* $f\in A^{2}\left(\tau^{+}\left(n-1\right)\right)$ *функция учун ушбу*

$$f(w)=\int_{\tau^{+}\left(n-1\right)}f(\xi)K_{\tau^{+}\left(n-1\right)}(w,\xi)d\mu(\xi),\quad w\in\tau^{+}\left(n-1\right).$$

формула ўринли. Бу интеграл $A^2\left(\tau^+\left(n-1\right)\right)$ *фазода* $L^2(\tau^+\left(n-1\right))$ *фазонинг ортогонал проектори бўлади.*

$\tau^+\left(n-1\right)$ соҳада Коши-Сеге ядроси қуйидаги кўринишда аниқланади:

$$C_{\tau^+\left(n-1\right)}(w,\xi)=\frac{2^n\pi^{\frac{n-1}{2}}\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Delta^{\frac{n+1}{2}}\left(w-\xi\right)},$$

бу ерда, $w\in\tau^+\left(n-1\right)$, $\xi\in\Gamma_{\tau^+\left(n-1\right)}$.

Қуйидаги лемма псевдоконус ва Ли шари Коши-Сеге ядроларининг орасидаги боғланишини ифодалайди.

Лемма 2. *(1) кўринишдаги* $w=\Phi(z)$, $\xi=\Phi(\zeta)$ *акслантиришлар ёрдамида* $C_{\tau^+\left(n-1\right)}(w,\xi)$ *Коши-Сеге ядроси қуйидагича кўринишга келади:*

$$C_{\tau^+\left(n-1\right)}\left(\Phi\left(z\right),\Phi\left(\zeta\right)\right)=\frac{1}{2^n}Z^{\frac{n}{2}}\overline{\Upsilon}^{\frac{n}{2}}C_{\Re_{IV}^n}\left(z,\zeta\right),$$

бу ерда, $C_{\Re_{IV}\left(n\right)}(z,\zeta)$ *Ли шаридаги Коши-Сеге ядроси*

$$C_{\Re_{IV}\left(n\right)}(z,\zeta)=\frac{1}{V\left(\Gamma_{\Re_{IV}\left(n\right)}\right)\left[\left(x-e^{-i\varphi}z\right)\left(x-e^{-i\varphi}z\right)'\right]^{\frac{n}{2}}},$$

$$\zeta=e^{i\varphi}x,\ x\in\mathbb{R}^n,\ \ xx'=1,\ \varphi\in\left[0;2\pi\right]$$

кўринишда бўлади.

Бу леммадан қуйидаги теорема ўринли эканлиги келиб чиқади.

Теорема 4. *Ихтиёрий* $f\in H^1(\tau^+\left(n-1\right))$[2] *функция учун ушбу*

$$f(w)=\int_{\Gamma_{\tau^+\left(n-1\right)}}f(\xi)C_{\tau^+\left(n-1\right)}(w,\xi)d\eta(\xi),\ \ w\in\tau^+\left(n-1\right).$$

интеграл формула ўринли бўлади.

Диссертациянинг учинчи боби **«Матрицавий шарда ортонормал системаларнинг татбиқлари»** деб номланган. Ушбу бобда матрицавий шар остовида ёки остовининг бир қисмида берилган функцияларни голоморф давом эттириш масаласи тадқиқ қилинган. Бунинг учун матрицавий шардаги тўла ортонормал система татбиқларидан фойданилган.

---

[2] $H^1(D)$ Харди синфи қуйидагича аниқланади: D соҳада голоморф ва $\sup\limits_{0\le r<1}\int\limits_{S\left(D\right)}\left|f\left(r\xi\right)\right|d\eta<\infty$ шартни қаноатлантирувчи барча $f(z)$ функциялар синфини $H^1(D)$ Харди синфи дейилади, бу ерда $\eta-S(D)$ остовдаги Лебег ўлчови.

Ушбу

$$F(Z)=\int\limits_{\mathbb{X}_{m,n}} f\left(U\right)\det^{-mn}\left(I^{(m)}-\left\langle Z,U\right\rangle\right)d\mu, \tag{5}$$

Бохнер-Хуа Ло-кен типидаги интегрални қарайлик, бу ерда $Z\in\mathbb{C}^n[m\times m]$ бўлиб, $f\left(U\right)$ интегралланувчи функция. Қандай Z нуқталар учун (5) интеграл мавжуд бўлишини аниқлашга ҳаракат қиламиз.

$\mathbb{B}^-_{m,n}$ соҳани қуйидагича аниқлайлик:

$$\mathbb{B}^-_{m,n}=\left\{Z\in\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]:\left\langle Z,Z\right\rangle-I>0\right\}.$$

Қуйидаги теорема ўринли.

Теорема 5. *Ушбу*

$$W_k=\left(\left\langle Z,Z\right\rangle\right)^{-1}Z_k,(k=1,...,n)$$

акслантириш $\mathbb{B}_{m,n}$ *шарни* $\mathbb{B}^-_{m,n}$ *соҳага акслантиради, остовдаги* $U\in\mathbb{X}_{m,n}$ *нуқталар ўзига аксланади.*

Энди (5) интегралнинг қийматларини $Z\in\mathbb{B}_{m,n}$ нуқталар учун $F^+(Z)$ билан, $Z\in\mathbb{B}^-_{m,n}$ нуқталар учун $F^-(Z)$ билан белгилаймиз.

Қуйидаги теорема ўринли.

Теорема 6. *(5) интеграл ушбу* $\mathbb{B}_{m.n}$ *ва* $\mathbb{B}^-_{m,n}$ *соҳаларнинг ҳар бири учун маънога эга бўлади.*

Айтайлик, $\left\{\varphi\right\}-$ $F^{\pm}$ функцияларинг ёйилмасида қатнашмайдиган ортонормал система бўлсин. Қуйидаги Сохоцкий формуласининг кўп ўлчовли матрицавий аналоги ўринли.

Теорема 7. *Агар* $f\in L^2\left(\mathbb{X}_{m,n}\right)$ *функция* $\left\{\varphi\right\}$ *системага ортогонал бўлса, у ҳолда* $F^+\in H^2\left(\mathbb{B}_{m,n}\right)$, $F^-\in H^2\left(\mathbb{B}^-_{m,n}\right)$ *бўлиб,* $F^{\pm}$ *функциялар* $\mathbb{X}_{m,n}$ *остовнинг деярли ҳамма жойида радиал лимит қийматларга эга ва қуйидаги*

$$F^+(Z)\Big|_{\mathbb{X}_{m,n}}+(-1)^{mn}F^-(Z)\Big|_{\mathbb{X}_{m,n}}=f(Z)\Big|_{\mathbb{X}_{m,n}}$$

тенглик деярли барча $Z\in\mathbb{X}_{m,n}$ *нуқталарда ўринли бўлади.*

Теорема 8. *Ушбу* $f\in L^2\left(\mathbb{X}_{m,n}\right)$ *функция* $H^2\left(\mathbb{B}_{m,n}\right)$ *синфга давом қилиши учун* f *фунция* $\left\{\varphi\right\}$ *фунциялар системасига ортогонал ва* $\mathbb{B}^-_{m,n}$ *соҳада* $F^-(Z)=0$ *тенглик бажарилиши зарур ва етарли.*

Энди қуйидаги масалани қарайлик: қандай шартлар бажарилганда*, матрицавий шар остовининг қисмида берилган функция, матрицавий шарга голоморф давом қилади?*

Бу масаланинг ечими қуйидаги теоремада келтирилган.

Теорема 9. *Айтайлик, $V \subset \mathbb{X}_{m,n}$ – очиқ тўплам ва f функция V тўпламда $L^2\left(V\right)$ синфда $\left\{\varphi\right\}$ системага ортогонал бўлсин. У ҳолда f функция $\mathbb{B}_{m,n}$ матрицавий шарга голоморф давом қилиши учун, $F^{-}(Z)$ функция $\mathbb{B}_{m,n}$ соҳага $\mathbb{X}_{m,n}$ орқали голоморф давом қилиши зарур ва етарли.*

Диссертациянинг тўртинчи боби «**Классик соҳалар Бергман ядроларининг баъзи хоссалари**» деб номланган.

4.1. параграфда $\Re_I\left(m,k\right)$, $\Re_{II}\left(m\right)$, $\Re_{III}\left(m\right)$ ва $\Re_{IV}\left(n\right)$ классик соҳалар Бергман ядролари мос равишда $\mathbb{C}^{mk}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m+1)}{2}}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m-1)}{2}}$ ва $\mathbb{C}^n$ фазолардаги шарларнинг Бергман ядролари билан баҳоланган. Бунинг учун Бергман ядросини хоссалари ва уни давом эттириш ҳақидаги Зоммер-Меринг теоремасининг тасдиқларидан фойдаланилган. Айтайлик, $\mathbb{C}^n$ фазода $\mathbb{B}^n\left(r\right) = \left\{z \in \mathbb{C}^n : \left|z\right| < r\right\} - r$ радиусли шар ва $K_D(z,\overline{z})$ – функция $D \subset \mathbb{C}^n$ соҳанинг Бергман ядроси берилган бўлсин.

Қуйидаги теоремалар ўринли.

Теорема 10. *Агар $K_{\Re_{IV}(n)}(z,\overline{z})$ Бергман ядроси $\mathbb{B}^n\left(1\right)$ соҳага ҳақиқий аналитик функция сифатида давом қилса, у ҳолда $z \in \mathbb{B}^n\left(1\right)$ нуқталар учун қуйидаги тенгсизлик ўринли бўлади:*

$$K_{\mathbb{B}^n(1)}\left(z,\overline{z}\right) \le K_{\Re_{IV}(n)}\left(z,\overline{z}\right).$$

Теорема 11. *Агар $K_{\mathbb{B}^n\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}\left(z,\overline{z}\right)$ Бергман ядроси $\Re_{IV}\left(n\right)$ соҳага ҳақиқий аналитик функция сифатида давом қилса, у ҳолда $z \in \Re_{IV}\left(n\right)$ нуқталар учун қуйидаги тенгсизлик ўринли бўлади:*

$$K_{\Re_{IV}(n)}\left(z,\overline{z}\right) \le K_{\mathbb{B}^n\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}\left(z,\overline{z}\right).$$

Теорема 12. *Қуйидаги тасдиқлар ўринли:*

а) Агар $K_{\mathbb{B}^{mk}(1)}\left(z,\overline{z}\right)$ Бергман ядроси $\Re_I\left(m,k\right)$ соҳага ҳақиқий аналитик функция сифатида давом қилса, у ҳолда $z \in \Re_I\left(m,k\right)$ нуқталар учун қуйидаги тенгсизлик ўринли бўлади:

$$K_{\Re_I(m,k)}\left(z,\overline{z}\right) \le K_{\mathbb{B}^{mk}(1)}\left(z,\overline{z}\right);$$

б) Агар $K_{\mathbb{B}^{\frac{m(m+1)}{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}\left(z,\overline{z}\right)$ Бергман ядроси $\Re_{II}\left(m\right)$ соҳага ҳақиқий аналитик функция сифатида давом қилса, у ҳолда $z \in \Re_{II}\left(m\right)$ нуқталар учун қуйидаги тенгсизлик ўринли бўлади:

$$K_{\Re_{II}(m)}(z,\overline{z}) \le K_{\mathbb{B}^{\frac{m(m+1)}{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}(z,\overline{z});$$

в) Агар $K_{\mathbb{B}^{\frac{m(m-1)}{2}}(1)}(z,\overline{z})$ *Бергман ядроси* $\Re_{III}(m)$ *соҳага ҳақиқий аналитик функция сифатида давом қилса, у ҳолда* $z \in \Re_{III}(m)$ *нуқталар учун қуйидаги тенгсизлик ўринли бўлади:*

$$K_{\Re_{III}(m)}(z,\overline{z}) \le K_{\mathbb{B}^{\frac{m(m-1)}{2}}(1)}(z,\overline{z}).$$

4.2. параграфда классик соҳалар декарт кўпайтмаси учун Бергман-Бремерман интеграл формуласи исбот қилинган. Бунинг учун классик соҳалар декарт кўпайтмаси Бергман ядроси учун Бремерман теоремасининг аналоги олинган. Бунда қаралаётган соҳалар автоморфизмлари группаларидан фойдаланилган, яъни тўла ортонормал системаларга мурожаат қилмасдан, фақат шу мулоҳазага таянган ҳолда классик соҳалар декарт кўпайтмаси учун Бергман ядролари қурилган.

Теорема 13. *Айтайлик,* $\Re_I(m,k)$ *ва* $\Re_{II}(n)$ *соҳалар* $W \in \mathbb{C}[m \times k]$ *ва* $Z \in \mathbb{C}[n \times n]$ *ўзгарувчили фазолардаги классик соҳалар ва* $\Re = \Re_I(m,k) \times \Re_{II}(n)$ *бўлси. У ҳолда қуйидаги тенглик ўринли бўлади:*

$$K_{\Re}(W,Z,\overline{W},\overline{Z}) = K_{\Re_I(m,k)}(W,\overline{W})K_{\Re_{II}(n)}(Z,\overline{Z})$$

$\Re$ соҳада $d\mu$ ўлчов бўйича квадрати билан интегралланувчи функциялар фазосини $L^2(\Re)$ билан, $H^2(\Re)$ билан эса $L^2(\Re)$ синфга голоморф давом қилувчи унинг қисм фазони белгилаймиз.

Қуйидаги теорема ўринли.

Теорема 14. *Ихтиёрий* $f \in H^2(\Re)$ *функциялар учун*

$$f(W,Z) = \int_{\Re} f(\Theta,\Upsilon)K_{\Re}(W,Z,\overline{\Theta},\overline{\Upsilon})d\mu, \quad (\Theta,\Upsilon) \in \Re$$

Бергман-Бремерман интеграл формуласи ўринли. Бу интеграл формула $H^2(\Re)$ *фазода* $L^2(\Re)$ *фазонинг ортогонал проектори бўлади.*

ХУЛОСА

Диссертация иши матрицавий соҳаларда интеграл формулалар ва уларнинг татбиқларига бағишланган. Тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат:

1. Ли шари $\Re_{IV}\left(n\right)$ ва псевдоконус $\tau^{+}\left(n-1\right)$ соҳаларнинг биголоморф эквивалентлигини ифодаловчи акслантириш ёзилган, бу асклантириш ҳамда унга тескари акслантиришларни якобиани ҳисобланган;

2. Ли шари $\Re_{IV}\left(n\right)$ ва $\tau^{+}\left(n-1\right)$ псевдоконуснинг биголоморф эквивалентлигидан фойдаланиб, бу соҳаларнинг Бергман ва Коши-Сеге ядроларининг боғланиши келтирилган ҳамда уларга мос $\tau^{+}\left(n-1\right)$ псевдоконусда Бергман ва Коши-Сеге интеграл формулалар ёзилган.

3. $\mathbb{C}^{n}\left[m\times m\right]$ фазодаги матрицавий шарда Бохнер - Хуа Ло-кен типидаги интеграл учун "сакраш ҳақидаги" теорема исботланган, Сохоцкий формуласининг кўп ўлчовли матрицавий аналоги олинган;

4. $\mathbb{C}^{n}\left[m\times m\right]$ матрицавий шар остовида берилган функцияларни голоморф давом эттириш ҳақидаги теорема исботланган;

5. $\mathbb{C}^{n}\left[m\times m\right]$ матрицавий шар остовининг қисмида берилган функцияларни голоморф давом эттириш ҳақидаги теорема исботланган.

6. $\Re_{I}\left(m,k\right)$, $\Re_{II}\left(m\right)$, $\Re_{III}\left(m\right)$ ва $\Re_{IV}\left(n\right)$ классик соҳалари Бергман ядролари мос равишда $\mathbb{C}^{mk}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m+1)}{2}}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m-1)}{2}}$ ва $\mathbb{C}^{n}$ фазолардаги шарларнинг Бергман ядролари билан баҳоланган;

7. $\Re_{I}\left(m,k\right)$ ва $\Re_{II}\left(m\right)$ классик соҳалар декарт кўпайтмаси учун Бергман ядроси топилган ва унга мос голоморф функциялар учун Бергман-Бремерман интеграл формуласи ёзилган.

Олинган натижалар кўп комплекс ўзгарувчили функциялар назариясида интеграл формулаларни тадқиқ қилиш масалаларига қўлланилади.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ PhD.03/30.06.2020.FM.70.04 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ КАРШИНСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА

АБДУЛЛАЕВ ЖОНИБЕК ШОКИРОВИЧ

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ФОРМУЛЫ В КЛАССИЧЕСКИХ ОБЛАСТЯХ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

01.01.01 – Математический анализ

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

Карши – 2021 год

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2019.4.PhD/FM426.

Диссертация выполнена в Национальном университете Узбекистана им. Мирзо Улугбека.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (http:www.qarshidu.uz) и на информационно-образовательном портале «Ziyonet» (http:www.ziyonet.uz).

Научный руководитель:	**Гулмирза Худайберганов** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Имомкулов Севдиёр Акрамович** доктор физико-математических наук
	Отемуратов Байрамбай Пердебаевич доктор физико-математических наук (DSc)
Ведущая организация:	**Самаркандский государственный университет**

Защита диссертации состоится «____» ____________ 2021 года в ____ на заседании Научного совета PhD.03/30.06.2020.FM.70.04 при Каршинском государственном университете. (Адрес: 180103, г. Карши, ул. Кучабаг, 17. Тел.: (+998 75) 225 34 13, факс: (+998 75) 221 00 56, e-mail: qarshidu@umail.uz). Каршинский государственный университет, физико-математический факультет, аудитория 102.

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Каршинского государственного университета (зарегистрирована за №____). (Адрес: 180103, г. Карши, ул. Кучабаг, 17. Тел.: (+998 75) 225 34 13).

Автореферат диссертации разослан «____» ____________ 2021 года.
(протокол рассылки №____ от «____» ____________ 2021 года).

Б.А. Шоимкулов
Председатель научного совета по присуждению научных степеней, д.ф.-м.н., профессор

А.А. Имомов
Ученый секретарь научного совета по присуждению научных степеней, д.ф.-м.н. (DSc), доцент

Ю.Х. Эшкабилов
Председатель научного семинара при научном совете по присуждению научных степеней, д.ф.-м.н., профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. Многочисленные научные-практические исследования, проводящиеся в области многомерного комплексного анализа в мире, посвящены к изучению свойств голоморфных функций с матричными аргументами в классических областях, а также вопросам нахождения интегральных формул голоморфных функций нескольких матричных переменных со скалярными значениями и являются одними из ведущих направлений теории функций. В глобальном масштабе интегральные формулы с голоморфным ядром являются объектом исследования в теории функций многих комплексных переменных. Такие интегральные формулы служат основой в исследовании задач о зависимости значений голоморфных функций внутри области от ее значений на границе или на части границы области и голоморфного продолжения. В связи с этим, в математическом анализе важно использовать голоморфное продолжение функции, заданной на остове или на части остова матричного шара, ассоциированной с классической областью в матричный шар.

В мире широко ведутся научные исследования по построению интегральных формул голоморфных функций нескольких матричных аргументов со скалярными значениями и их применения к решению прикладных задач. В связи с этим особое внимание уделяется широкому применению этих формул при вычислении ядер Бергмана классических областей, нахождении интегральной формулы типа Бохнера-Хуа Локена для матричных областей, нахождении ядра Бергмана для декартова произведения классических областей и при решении практических задач с их использованием, в том числе при решении задач квантовой теории поля.

В нашей стране уделяется особы внимание современным направлениям теории функций многих комплексных переменных, имеющих научное и практическое применение в фундаментальных науках. В частности, проводятся комплексные исследования по нахождению обобщенных интегральных формул в многомерном комплексном анализе для расширения рядов голоморфных функций в области и по обобщению классических теорем и достигнуты определенные результаты.

Проведение научных исследований на уровне международных стандартов на основе приоритетов «Функциональный анализ, алгебра, дифференциальные уравнения, математическая физика, математическое моделирование, вычислительная математика и дискретная математика, теория вероятностей и математическая статистика» является важнейшими задачами Института математики им. В.И.Романовского Академии наук Республики Узбекистан[3]. При выполнении этих исследований важное значение имеет оценка ядра Бергмана классических областей, нахождение ядра Бергмана для декартова произведения классических областей и

[3]Постановление Президента Республики Узбекистан от 7 мая 2020 года № ПП-4708 «О мерах по повышению качества образования и развитию исследований в области математики».

построение интегральной формулы Бергмана-Бремермана соответствующих голоморфных функций.

Данное диссертационное исследование в определенной степени служит решению задач, обозначенных в Указе Президента Республики Узбекистан № УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», в постановлениях № ПП-4387 от 9 июля 2019 года «О мерах государственной поддержки дальнейшего развития математического образования и науки, а также коренного совершенствования деятельности Института Математики имени В.И.Романовского Академии Наук Республики Узбекистан» и № ПП-4708 от 7 мая 2020 года «О мерах по повышению качества образования и развития научных исследований в области математики», а также в других нормативно-правовых актах, относящихся к данной области деятельности.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. В многомерном комплексном анализе до настоящего времени не достигнуто обобщений многих фундаментальных теорем классического комплексного анализа одной переменной. Общие формулы, которыми сегодня пользуются современные математики, не являются завершёнными, при этом каждая вновь создаваемая формула сильнее и удобнее, чем предыдущая. В 30-е и 60-е годы XX века такие ученые, как Э.Картан, К.Зигель, И.И.Пятецкий-Шапиро и Хуа Ло-кен исследовали проблемы многомерного комплексного анализа с помощью матричного подхода. Они проводили исследования в основном в классических областях и занимались вопросами, связанными с теорией функций в этих областях и геометрией областей.

Также в конце XX и начале XXI веков В.С.Владимиров, А.Г. Сергеев, Г.Хенкин, С.Г.Гиндикин, Хио-Минг, А.М.Кытманов, С.Г.Мысливец, Т.Н.Никитина и другие продолжали изучение свойств голоморфных функций в матричных областях. В этих научных исследованиях широко использовалась биголоморфная эквивалентность этих областей с ограниченными областями при построении теории голоморфных расширений в неограниченных областях.

В нашей республике исследования по интегральным формулам в многомерном комплексном анализе и их приложениям проводят Г.Худойберганов, С.Косбергенов, Б.А.Шаимкулов, Б.Отемуратов, Б.Пренов, Б.Курбанов и другие. В ходе этих исследований получены значительные результаты в областях пространства $\mathbb{C}^n$ и в матричных областях. Несмотря на это, в этих областях остаются много нерешённых проблем, решение которых очень актуально.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами учреждения высшего образования, где выполнялась диссертация.

Диссертация выполнялась в рамках научного проекта ОТ-Ф-4-(37-29) «Функциональные свойства A(z)-аналитических функций и их применения. Некоторые задачи комплексного анализа в матричных областях» Национального университета Узбекистана имени Мирзо Улугбека.

Целью исследования является получение оценок ядер Бергмана для классических областей, построение интегральной формулы Бергмана-Бремермана для голоморфных функций в декартовом произведении классических областей, решение задачи голоморфного продолжения функции, заданной на остове или на части остова матричного шара первого типа, ассоциированных с классическими областями.

Задачи исследования, решенные в данной работе:

найти отображение, представляющее биголоморфную эквивалентность шара Ли $\Re_{IV}(n)$ и областей трубы будущего $\tau^{+}\left(n-1\right)$, удобное для вычисления якобиана;

используя биголоморфную эквивалентность шара Ли $\Re_{IV}(n)$ и областей трубы будущего $\tau^{+}\left(n-1\right)$, построить интегральные формулы в трубе будущего $\tau^{+}\left(n-1\right)$;

доказательство теоремы «о скачке» интеграла типа Бохнера-Хуа Ло-кена в матричном шаре;

доказательство теоремы о голоморфном продолжении для функции, заданной на остове матричного шара;

доказательство теоремы о голоморфном продолжении функции, заданной на части остова матричного шара;

оценки ядер Бергмана для классических областей;

построение ядра Бергмана для декартова произведения классических областей и получение интегральной формулы Бергмана-Бремермана для соответствующих голоморфных функций.

Объект исследования. Матричный шар, классические области, шар Ли, труба будущего, декартово произведение классических областей, интегральная формула Бохнера-Хуа Ло-кена.

Предмет исследования: матричный шар и ортонормированные системы в его остове, голоморфные функции с матричными аргументами, интегральные формулы Бергмана-Бремермана для декартова произведения классических областей.

Методика исследования. В диссертационной работе использованы методы интегральных формул теории функций многих комплексных переменных и теории голоморфных функций матричного аргумента.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

построены интегральные формулы Бергмана и Коши-Сеге в трубе будущего $\tau^{+}\left(n-1\right)$;

доказана теорема «о скачке» для интеграла типа Бохнера-Ху Ло-кена в матричном шаре из пространства $\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]$;

доказана теорема о голоморфном продолжении функций, заданных на остове матричного шара;

получены критерии голоморфной продолжимости функций, заданных на части остова матричного шара;

даны оценки ядер Бергмана для классических областей $\Re_I\left(m,k\right)$, $\Re_{II}\left(m\right)$, $\Re_{III}\left(m\right)$ и $\Re_{IV}\left(n\right)$ соответственно, через ядер Бергмана в шарах из пространств $\mathbb{C}^{mk}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m+1)}{2}}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m-1)}{2}}$ и $\mathbb{C}^n$;

найдено ядро Бергмана для декартова произведения классических областей $\Re_I\left(m,k\right)$, $\Re_{II}\left(m\right)$ и построена интегральная формула Бергмана-Бремермана соответствующих голоморфных функций.

Практические результаты исследования: Полученные в ходе исследования формула Сохоцкого и критерии голоморфного продолжения были использованы для решения задачи голоморфного продолжения в теории функций матричного аргумента в многомерном комплексном анализе;

при решении задачи голоморфного продолжения в трубе будущего использовалась связь ядер Бергмана и Коши-Сеге в шаре Ли и трубе будущего.

Достоверность результатов исследования основана на использовании интегральных формул в теории функций многих комплексных переменных и на корректности математических соображений и доказательств. Кроме того, результаты диссертации опубликованы в престижных научных журналах, в частности с высокими импакт-факторами, и полученные результаты работы обсуждались на научных семинарах.

Научная и практическая значимость результатов исследования.

Научная значимость полученных результатов исследования заключается в том, что получены оценки для ядер Бергмана классических областей и построены интегральные формулы Бергмана-Бремермана для голоморфных функций в декартовом произведении классических областей.

Практическая значимость диссертации состоит в том, что полученные формулы могут быть использованы для дальнейшего исследования голоморфного восстановления функции в области, заданной на границе области или на части границы области.

Внедрение результатов исследования. Научные результаты, полученные в ходе исследования, получили практическое внедрение по следующим направлениям:

многомерный матричный аналог формулы Сохоцкого «о скачке» для интеграла типа Бохнера-Хуа Ло-кена в матричном шаре из пространства $\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]$ использован в проекте ОТ-Ф-4-(37-29) «Функциональные свойства A(z)-аналитической функции и их применения. Некоторые задачи комплексного анализа в матричных областях» (2017-2020 гг.) при построении интегральных формул голоморфного ядра в неограниченных областах. (Справка Национального Университета Узбекистана имени Мирзо Улугбека от 11 августа 2021 года). В результате решена задача голоморфного продолжения функции заданной внутри матричного шара, в остове и в части остова матричного шара;

связь между трубой будущего $\tau^+\left(n-1\right)$ и шаром Ли $\Re_{IV}\left(n\right)$ для решения задачи биголоморфного отображения между трубой будущего $\tau^+\left(n-1\right)$ и шаром Ли $\Re_{IV}\left(n\right)$ использованы в проекте ОТ-Ф-4-(37-29) «Функциональные свойства A(z)-аналитической функции и их применения. Некоторые задачи комплексного анализа в матричных областях» (2017-2020 гг.) (Справка Национального Университета Узбекистана имени Мирзо Улугбека от 11 августа 2021 года). В результате найденные ядра позволили сформировать интегральные выражения голоморфных функций трубы будущего $\tau^+\left(n-1\right)$ и голоморфное продолжение функций в трубе будущего $\tau^+\left(n-1\right)$;

свойства ядер Бергмана классических областей Э. Картана были использованы в фундаментальном проекте 18-51-410002 «Математическое моделирование термодинамически согласованной математической модели двухфазных сред в диссипативном приближении с перекрестными эффектами» (2019-2020 гг.) для решения задачи построения интегральных формул с голоморфными ядрами (Справка №15301/12-010 Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН от 2 июля 2021 года). Полученные результаты позволили построить вид ядра Бергмана для декартова произведения однородных ограниченных симметричных классических областей и доказать интегральное представление Бремермана-Бергмана для голоморфной функции в этих областях. В результате получены подтверждение оценки ядер Бергмана однородных симметрических классических областей Э. Картана четырех типов $\Re_I\left(m,k\right)$, $\Re_{II}\left(m\right)$, $\Re_{III}\left(m\right)$ и $\Re_{IV}\left(n\right)$, соответственно, с ядрами Бергмана единичных шаров соответственно из $\mathbb{C}^{mk}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m+1)}{2}}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m-1)}{2}}$, $\mathbb{C}^n$.

Апробация результатов исследования. Основные результаты диссертации обсуждались на 11 научно-практических конференциях, в том числе на 4 международных и 7 республиканских научно-практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 17 научных работ, из них 6 в научных изданиях, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов диссертаций на степень доктора философии, в том числе 4 из них в зарубежных журналах и 2 в республиканских научных изданиях.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка использованной литературы. Общее число страниц диссертационной работы 86.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведены обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

В первой главе диссертации, названной **“Предварительные сведения о классических областях и о матричном шаре из пространства $\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]$”**, приведены исходные данные, основные обозначения и важные теоремы, которые потребуются для последующего изложения основных результатов диссертации.

В параграфе 1.1 приведены основные понятия и полученные результаты в классических областях научных исследований в мире, их научные и практические приложения.

Рассмотрим классические области (по классификации Э.Картана):

$$\Re_I\left(m,k\right)=\left\{Z\in\mathbb{C}\left[m\times k\right]: I^{(m)}-Z\overline{Z}'>0\right\},$$

$$\Re_{II}\left(m\right)=\left\{Z\in\mathbb{C}\left[m\times m\right]: I^{(m)}-Z\overline{Z}>0,\forall Z'=Z\right\},$$

$$\Re_{III}\left(m\right)=\left\{Z\in\mathbb{C}\left[m\times m\right]: I^{(m)}+Z\overline{Z}>0,\forall Z'=-Z\right\},$$

$$\Re_{IV}\left(n\right)=\left\{z\in\mathbb{C}^n:\left|\left\langle z,z\right\rangle\right|^2-2\left|z\right|^2+1>0,\left|\left\langle z,z\right\rangle\right|<1\right\},$$

где $I^{(m)}$ – единичная матрица порядка m, $\overline{Z}'$ – матрица комплексно сопряженная с транспонированной матрицей Z' ($H>0$ для эрмитовой матрицы, H, как принято, положительно определена) и $\left\langle z,z\right\rangle=z_1^2+...+z_n^2$, $\left|z\right|=\sqrt{\left\langle z,\overline{z}\right\rangle}$ для $z\in\mathbb{C}^n$. Все эти области являются однородными, симметричными, выпуклыми полными круговыми областями с центром в O (O – нулевая матрица). Кроме того, эти области биголоморфно неэквивалентны, поэтому комплексный анализ для них строится по-разному.

В параграфе 1.2 представлены ядро Бергмана в пространстве $\mathbb{C}^n$ и теорема Зоммера-Меринга, описывающая свойства этого ядра.

В параграфе 1.3 приведены некоторые ортонормальные системы в матричном шаре из пространства $\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]$.

Рассмотрим пространство m^2 комплексных переменных $\mathbb{C}^{m^2}$. В некоторых вопросах точку Z этого пространства удобно представлять в виде $Z=(z_{ij})_{i,j=1}^m$, т.е. в виде квадратных $\left[m\times m\right]$-матриц. При таком представлении точек пространство $\mathbb{C}^{m^2}$ будем обозначать $\mathbb{C}[m\times m]$. Через $\mathbb{C}^n[m\times m]$ обозначим прямое произведение n экземпляров пространств $[m\times m]$-матриц $\underbrace{\mathbb{C}[m\times m]\times\cdots\times\mathbb{C}[m\times m]}_{n}$.

Пусть $Z=\left(Z_1,...,Z_n\right)-$ вектор, составленный из квадратных матриц Z_j порядка m, рассматриваемых над полем комплексных чисел $\mathbb{C}$. Распишем элементы вектора $Z=(Z_1,...,Z_n)$ в виде точек z пространства $\mathbb{C}^{nm^2}$:

$$z=(z_{11}^{(1)},...,z_{1m}^{(1)},...,z_{m1}^{(1)},...,z_{mm}^{(1)},...,z_{11}^{(n)},...,z_{1m}^{(n)},...,z_{m1}^{(n)},...,z_{mm}^{(n)})\in\mathbb{C}^{nm^2}.$$

Значит, можно считать, что $Z-$ элемент пространства $\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]$, т.е. приходим к изоморфизму $\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]\cong\mathbb{C}^{nm^2}$. Определим матричное «скалярное» произведение:

$$\left\langle Z,W\right\rangle=Z_1W_1^*+\cdots+Z_nW_n^*.$$

Матричный шар $\mathbb{B}_{m,n}$ назовем областью в пространстве $\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]$, который представим следующим образом:

$$\mathbb{B}_{m,n}=\left\{(Z_1,...,Z_n)=Z\in\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]:I-\left\langle Z,Z\right\rangle>0\right\},$$

Остов (граница Шилова) в этой области имеет вид

$$\mathbb{X}_{m,n}=\left\{Z\in\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]:\left\langle Z,Z\right\rangle=I\right\},$$

Вторая глава диссертации называется **«Интегральные формулы в $\tau^+\left(n-1\right)$, ассоциированной с реализацией шара Ли и их некоторые приложения»** и посвящена изучению проблемы биголоморфной эквивалентности областей $\tau^+\left(n-1\right)$ и шара Ли $\Re_{IV}(n)$.

Дана связь ядер Бергмана и Коши-Сеге в этих областях и получены интегральные представления голоморфных функций в трубе будущего $\tau^+\left(n-1\right)$.

В параграфе 2.1 дано отображение, представляющее биголоморфную эквивалентность шара Ли $\Re_{IV}(n)$ и областей трубы будущего $\tau^+\left(n-1\right)$, которое удобно для вычисления якобиана. Граница Шилова (остов) $\Gamma_{\Re_{IV}(n)}$, для области $\Re_{IV}\left(n\right)$ ($\Re_{IV}\left(n\right)$ – это классическая область четвертого типа по классификации Э. Картана, или называется шаром Ли), которая определяется следующим образом:

$$\Gamma_{\Re_{IV}(n)}=\left\{z\in\mathbb{C}^n:\left|\left\langle z,z\right\rangle\right|=1,\ \left|z\right|=1\right\}.$$

Следующая неограниченная область в пространстве $\mathbb{C}^{n+1}$ называется трубой будущего:

$$\tau^+\left(n\right)=\left\{w\in\mathbb{C}^{n+1}:\left(\operatorname{Im}w_{n+1}\right)^2>\left(\operatorname{Im}w_1\right)^2+...+\left(\operatorname{Im}w_n\right)^2,\ \operatorname{Im}w_{n+1}>0\right\}$$

и её остов имеет следующий вид

$$\Gamma_{\tau^+(n)}=\left\{w\in\mathbb{C}^{n+1}:\ \operatorname{Im}w_1=...=\operatorname{Im}w_n=\operatorname{Im}w_{n+1}=0\right\}.$$

Справедлива следующая

Теорема 1. *Отображение* $\Phi:\mathbb{C}_z^n\to\mathbb{C}_w^n$, *определяемое соотношениями*

$$w_k=\frac{-2iz_k}{\sum_{j=1}^{n-1}z_j^2+\left(z_n-i\right)^2},k=1,...,n-1,w_n=\frac{2\left(z_n-i\right)}{\sum_{j=1}^{n-1}z_j^2+\left(z_n-i\right)^2}-i,\qquad(1)$$

биголоморфно отображает область $\Re_{IV}\left(n\right)$ *на* $\tau^+\left(n-1\right)$, *при этом остов* $\Gamma_{\Re_{IV}(n)}$ *переходит в остов* $\Gamma_{\tau^+(n-1)}$.

Теперь из (1) найдем обратное отображение $\Psi=\Phi^{-1}:\mathbb{C}_w^n\to\mathbb{C}_z^n$, которое определяется как

$$z_k=\frac{-2iw_k}{\sum_{k=1}^{n-1}w_k^2-\left(w_n+i\right)^2},k=1,...,\left(n-1\right),z_n=i-\frac{2\left(w_n+i\right)}{\sum_{k=1}^{n-1}w_k^2-\left(w_n+i\right)^2}.\ (2)$$

Для вычисления якобианов преобразований (1) и (2) введем обозначения

$$W=\sum_{k=1}^{n-1}w_k^2-\left(w_n+i\right)^2,Z=\sum_{k=1}^{n-1}z_k^2+\left(z_n-i\right)^2.$$

Теорема 2. *Якобианы преобразований* Φ *вида* (1) *и* Φ^{-1} *вида* (2) *вычисляются по формулам*

$$J_{\mathbb{C}}\Phi=2^n\left(-i\right)^{n+1}Z^{-n}\ \textit{и}\ J_{\mathbb{C}}\Phi^{-1}=-2^n\left(-i\right)^{n+1}W^{-n}.$$

В параграфе 2.2, используя биголоморфную эквивалентность областей $\tau^+\left(n-1\right)$ и шара Ли $\Re_{IV}(n)$, найдена связь между ядрами Бергмана и Коши-Сеге, интегральные формулы Бергмана и Коши-Сеге записываются в соответствующей трубе будущего $\tau^+\left(n-1\right)$. Обозначим через dV

нормированную меру Лебега в области $D \subset \mathbb{C}^n$. Определим пространство Бергмана

$$A^2(D) = \left\{ f \in \mathcal{O}(D) : \int_D \left| f(z) \right|^2 dV(z) < \infty \right\}.$$

Пусть ядро Бергмана $K_{\tau^+(n)}(w,\xi)$ области $\tau^+(n)$ имеет вид:

$$K_{\tau^+(n)}(w,\xi) = \frac{2^n (n+1)!}{\pi^{n+1} \Delta^{n+1}\left(\dfrac{w-\overline{\xi}}{i}\right)}, w,\xi \in \tau^+(n), \tag{3}$$

где $\Delta\left(\dfrac{w-\overline{\xi}}{i}\right) = \left[(w_1 - \overline{\xi}_1)^2 + \ldots + (w_{n-1} - \overline{\xi}_{n-1})^2 - (w_n - \overline{\xi}_n)^2\right]$. А для шара Ли $\Re_{IV}(n)$ ядро Бергмана имеет вид

$$K_{\Re_{IV}(n)}(z,\overline{\zeta}) = \frac{1}{V(\Re_{IV}(n))\left(1 - 2\langle z,\overline{\zeta}\rangle + \langle z,z\rangle \langle \overline{\zeta},\overline{\zeta}\rangle\right)^n}, \tag{4}$$

где $V(\Re_{IV}(n)) = \dfrac{\pi^n}{2^{n-1} n!}$ – объем шара Ли $\Re_{IV}(n)$.

Спреведлива следующая лемма о связи ядер Бергмана (3) и (4).

Лемма 1. *Пусть отображения* $w = \Phi(z), \xi = \Phi(\zeta)$ *имеют вид (1). Тогда ядра Бергмана* $K_{\tau^+(n)}(w,\xi)$ *отображений преобразуются следующим образом*

$$K_{\tau^+(n)}(\Phi(z),\Phi(\zeta)) = \frac{1}{4^n}\left[Z\overline{\Upsilon}\right]^n \cdot K_{\Re_{IV}(n)}(z,\zeta),$$

где $Z = \sum_{k=1}^{n-1} z_k^2 + (z_n - i)^2$, $\Upsilon = \sum_{k=1}^{n-1} \zeta_k^2 + (\zeta_n - i)^2$.

Из этой леммы вытекает справедливость следующей теоремы.

Теорема 3. *Для произвольной функции* $f \in A^2(\tau^+(n-1))$ *имеет место следующая формула*

$$f(w) = \int_{\tau^+(n-1)} f(\xi) K_{\tau^+(n-1)}(w,\xi) d\mu(\xi), \quad w \in \tau^+(n-1).$$

Интеграл в этой формуле является ортогональным проектором из пространства $L^2(\tau^+(n-1))$ *в пространство* $A^2(\tau^+(n-1))$.

Ядро Коши-Сеге в области $\tau^+(n-1)$ определяется следующим образом

$$C_{\tau^+(n-1)}(w,\xi)=\frac{2^n\pi^{\frac{n-1}{2}}\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Delta^{\frac{n+1}{2}}\left(w-\xi\right)},$$

где $w\in\tau^+\left(n-1\right)$, $\xi\in\Gamma_{\tau^+(n-1)}$.

Следующая лемма выражает связь между ядрами Коши-Сеге трубы будущего и шара Ли.

Лемма 2. *Для отображений* $w=\Phi(z)$, $\xi=\Phi(\zeta)$ *вида* (1) *ядро Коши-Сеге* $C_{\tau^+(n-1)}(w,\xi)$ *преобразуется следующим образом*

$$C_{\tau^+(n-1)}\left(\Phi\left(z\right),\Phi\left(\zeta\right)\right)=\frac{1}{2^n}Z^{\frac{n}{2}}\overline{\Upsilon}^{\frac{n}{2}}C_{\Re^n_{IV}}\left(z,\zeta\right),$$

здесь $C_{\Re_{IV}(n)}(z,\zeta)$ *ядро Коши-Сеге для шара Ли* $\Re_{IV}\left(n\right)$ *имеет вид*

$$C_{\Re_{IV}(n)}(z,\zeta)=\frac{1}{V\left(\Gamma_{\Re_{IV}(n)}\right)\left[\left(x-e^{-i\varphi}z\right)\left(x-e^{-i\varphi}z\right)'\right]^{\frac{n}{2}}},$$

$$\zeta=e^{i\varphi}x,\ x\in\mathbb{R}^n,\ \ xx'=1,\ \varphi\in\left[0;2\pi\right].$$

Из этой леммы вытекает справедливость следующей теоремы

Теорема 4. *Для любой функции* $f\in H^1(\tau^+\left(n-1\right))$[4] *справедлива интегральная формула*

$$f(w)=\int_{\Gamma_{\tau^+(n-1)}}f(\xi)C_{\tau^+(n-1)}(w,\xi)d\eta(\xi),\ \ w\in\tau^+\left(n-1\right).$$

Третья глава диссертации называется «**Применения ортонормальных систем в матричном шаре**». В этой главе исследуется проблема голоморфного продолжения функций, заданных на остове или на части остова матричного шара. Для этого используются полные ортонормальные системы в матричном шаре.

Рассмотрим интеграл типа Бохнера-Хуа Ло-кена

$$F(Z)=\int_{\mathbb{X}_{m,n}}f\left(U\right)\det{}^{-mn}\left(I^{(m)}-\left\langle Z,U\right\rangle\right)d\mu,\tag{5}$$

[4] Класс Харди $H^1(D)$ определяется следующим образом: голоморфная в D функция $f(z)$ входит в класс $H^1(D)$, если $\sup\limits_{0\le r<1}\int\limits_{S(D)}\left|f\left(r\xi\right)\right|d\eta<\infty$, где η – мера Лебега на остове $S(D)$.

где $Z \in \mathbb{C}^n[m \times m]$, $f\left(U\right)$- заданная интегрируемая функция. Попытаемся выяснить, при каких значениях Z существует интеграл (5). Рассмотрим область $\mathbb{B}^-_{m,n}$, которая определяется как

$$\mathbb{B}^-_{m,n} = \left\{Z \in \mathbb{C}^n\left[m \times m\right] : \left\langle Z, Z\right\rangle - I > 0\right\}.$$

Справедлива следующая

Теорема 5. *Отображение*

$$W_k = \left(\left\langle Z, Z\right\rangle\right)^{-1} Z_k, (k = 1, ..., n)$$

переводит область $\mathbb{B}_{m,n}$ в область $\mathbb{B}^-_{m,n}$, при этом точки $U \in \mathbb{X}_{m,n}$ переходят в себя.

Теперь значение интеграла (5) для точек $Z \in \mathbb{B}_{m,n}$, обозначим через $F^+(Z)$, а значение интеграла (5) при $Z \in \mathbb{B}^-_{m,n}$ через $F^-(Z)$.

Справедлива следующая

Теорема 6. *Интеграл (5) имеет смысл для каждой из следующих областей $\mathbb{B}_{m.n}$ и $\mathbb{B}^-_{m,n}$.*

Пусть $\left\{\varphi\right\} -$ система функций, не входящая в разложения функций $F^{\pm}$.

Имеет место следующий многомерный матричный аналог формулы Сохоцкого.

Теорема 7. *Если функция $f \in L^2\left(\mathbb{X}_{m,n}\right)$ ортогональна системе функций $\left\{\varphi\right\}$, то $F^+ \in H^2\left(\mathbb{B}_{m,n}\right)$ и $F^- \in H^2\left(\mathbb{B}^-_{m,n}\right)$, причем почти всюду на $\mathbb{X}_{m,n}$ существуют радиальные пределы функций $F^{\pm}$ и следующее равенство*

$$F^+(Z)\Big|_{\mathbb{X}_{m,n}} + (-1)^{mn} F^-(Z)\Big|_{\mathbb{X}_{m,n}} = f(Z)\Big|_{\mathbb{X}_{m,n}}, \ Z \in \mathbb{X}_{m,n}$$

выполняется почти при всех $Z \in \mathbb{X}_{m,n}$

Теорема 8. *Для того чтобы функция из класса $f \in L^2\left(\mathbb{X}_{m,n}\right)$ продолжалась до функции из класса $H^2\left(\mathbb{B}_{m,n}\right)$, необходимо и достаточно, чтобы функция f была ортогональной к системе функций $\left\{\varphi\right\}$ и в области $\mathbb{B}^-_{m,n}$ выполнялось равенство $F^-(Z) = 0$.*

Теперь переформулируем рассматриваемую задачу: *при выполнении каких условий можно голоморфно продолжить в матричный шар функцию, заданную на части остова?*

В следующей теореме доказано решение этой задачи.

Теорема 9. *Пусть $V \subset \mathbb{X}_{m,n} -$ открытое множество и f функция, заданная на V, ортогональная к системе $\left\{\varphi\right\}$, принадлежит классу $L^2\left(V\right)$.*

Тогда для голоморфного продолжения f в $\mathbb{B}_{m,n}$ необходимо и достаточно, чтобы $F^{-}(Z)$ голоморфно продолжалась из области $\mathbb{B}_{m,n}^{-}$ в область $\mathbb{B}_{m,n}$ через $\mathbb{X}_{m,n}$.

Четвертая глава диссертации называется «**Некоторые свойства ядра Бергмана для классических областей**».

Целью параграфа 4.1 является оценка ядра Бергмана для классических областей $\Re_I\left(m,k\right)$, $\Re_{II}\left(m\right)$, $\Re_{III}\left(m\right)$ и $\Re_{IV}\left(n\right)$ через ядра Бергмана в шарах из пространств $\mathbb{C}^{mk}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m+1)}{2}}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m-1)}{2}}$ и $\mathbb{C}^n$, соответственно. Для этого используются утверждения теоремы Зоммера-Меринга о продолжении ядра Бергмана и некоторые их свойства.

Пусть $\mathbb{B}^n\left(r\right)=\left\{z\in\mathbb{C}^n:\left|z\right|<r\right\}$ – шар с радиусом r в пространстве из $\mathbb{C}^n$ и $K_D(z,\overline{z})$ – ядро Бергмана в области $D\subset\mathbb{C}^n$.

Справедливы следующие теоремы:

Теорема 10. *Если ядро Бергмана $K_{\Re_{IV}(n)}(z,\overline{z})$ продолжается в область $\mathbb{B}^n\left(1\right)$ как действительная аналитическая функция, то для точек $z\in\mathbb{B}^n\left(1\right)$ имеет место неравенство*

$$K_{\mathbb{B}^n(1)}\left(z,\overline{z}\right)\le K_{\Re_{IV}(n)}\left(z,\overline{z}\right).$$

Теорема 11. *Если ядро Бергмана $K_{\mathbb{B}^n\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}\left(z,\overline{z}\right)$ продолжается в область $\Re_{IV}\left(n\right)$ как действительная аналитическая функция, то для точек $z\in\Re_{IV}\left(n\right)$ имеет место неравенство*

$$K_{\Re_{IV}(n)}\left(z,\overline{z}\right)\le K_{\mathbb{B}^n\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}\left(z,\overline{z}\right).$$

Теорема 12. *Справедливы следующие утверждения:*

а) если ядро Бергмана $K_{\mathbb{B}^{mk}(1)}\left(z,\overline{z}\right)$ продолжается в область $\Re_I\left(m,k\right)$ как действительная аналитическая функция, то в точках $z\in\Re_I\left(m,k\right)$ имеет место неравенство

$$K_{\Re_I(m,k)}\left(z,\overline{z}\right)\le K_{\mathbb{B}^{mk}(1)}\left(z,\overline{z}\right);$$

б) если ядро Бергмана $K_{\mathbb{B}^{\frac{m(m+1)}{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}\left(z,\overline{z}\right)$ продолжается в область $\Re_{II}\left(m\right)$ как действительная аналитическая функция, то для точек $z\in\Re_{II}\left(m\right)$ имеет место неравенство

$$K_{\Re_{II}(m)}\left(z,\overline{z}\right) \le K_{\mathbb{B}^{\frac{m(m+1)}{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}\left(z,\overline{z}\right);$$

в) если ядро Бергмана $K_{\mathbb{B}^{\frac{m(m-1)}{2}}(1)}\left(z,\overline{z}\right)$ *продолжается в область* $\Re_{III}\left(m\right)$ *как действительная аналитическая функция, то для точек* $z \in \Re_{III}\left(m\right)$ *имеет место неравенство*

$$K_{\Re_{III}(m)}\left(z,\overline{z}\right) \le K_{\mathbb{B}^{\frac{m(m-1)}{2}}(1)}\left(z,\overline{z}\right).$$

В параграфе 4.2 доказана интегральная формула Бергмана для декартова произведения классических областей. Для этого получен аналог теоремы Бремермана о нахождении ядра Бергмана для декартова произведения классических областей. При этом используются группы автоморфизмов рассмотренных областей, т.е., построено ядро Бергмана для декартова произведения классических областей, не обращаясь к полным ортонормальным системам.

Теорема 13. *Пусть* $\Re_I\left(m,k\right)$ *и* $\Re_{II}\left(n\right)$ *классические области в пространствах переменных* $W \in \mathbb{C}\left[m \times k\right]$ *и* $Z \in \mathbb{C}\left[n \times n\right]$*, соответственно, и* $\Re = \Re_I\left(m,k\right) \times \Re_{II}\left(n\right)$*, тогда*

$$K_{\Re}\left(W,Z,\overline{W},\overline{Z}\right) = K_{\Re_I(m,k)}\left(W,\overline{W}\right) K_{\Re_{II}(n)}\left(Z,\overline{Z}\right).$$

Теорема 14. *Для любой функции* $f \in H^2(\Re)$ *справедлива формула Бергмана-Бремермана*

$$f\left(W,Z\right) = \int_{\Re} f\left(\Theta,\Upsilon\right) K_{\Re}\left(W,Z,\overline{\Theta},\overline{\Upsilon}\right) d\mu, \quad \left(\Theta,\Upsilon\right) \in \Re.$$

Интеграл в этой формуле является ортогональным проектором из пространства $L^2(\Re)$ *в пространство* $H^2(\Re)$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена интегральным формулам в матричных областях и их приложениям. Основные результаты исследования заключаются в следующем:

1. Построены отображения, представляющие биголоморфную эквивалентность шара Ли $\Re_{IV}\left(n\right)$ и трубы будущего $\tau^{+}\left(n-1\right)$, вычислены якобианы этих отображений и обратных им отображений.

2. Используя биголоморфную эквивалентность шара Ли $\Re_{IV}\left(n\right)$ и трубы будущего $\tau^{+}\left(n-1\right)$, найдена связь между ядрами Бергмана и Коши-Сеге этих областей и построены интегральные формулы Бергмана и Коши-Сеге в соответствующих трубах будущего $\tau^{+}\left(n-1\right)$.

3. Доказана теорема о «скачке» для интеграла Бохнера-Хуа Ло-кена в матричных шарах в пространстве $\mathbb{C}^{n}\left[m\times m\right]$, получен многомерный матричный аналог формулы Сохоцкого.

4. Доказана теорема о голоморфном продолжении функций, заданных на остове матричного шара в пространстве $\mathbb{C}^{n}\left[m\times m\right]$.

5. Доказана теорема о голоморфном продолжении функций, заданных на части остова матричного шара в пространстве $\mathbb{C}^{n}\left[m\times m\right]$.

6. Даны оценки ядер Бергмана для классических областей $\Re_{I}\left(m,k\right)$, $\Re_{II}\left(m\right)$, $\Re_{III}\left(m\right)$ и $\Re_{IV}\left(n\right)$ соответственно, через ядер Бергмана в шарах из пространств $\mathbb{C}^{mk}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m+1)}{2}}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m-1)}{2}}$ и $\mathbb{C}^{n}$;

7. Найдено ядро Бергмана для декартова произведения классических областей $\Re_{I}\left(m,k\right)$ и $\Re_{II}\left(m\right)$ и построена интегральная формула Бергмана-Бремермана для соответсвующих голоморфных функций.

Полученные результаты применяются в многомерном комплексном анализе и в теории интегральных представлений.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIK DEGREES PhD.03/30.06.2020.FM.70.04 KARSHI STATE UNIVERSITY

NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

ABDULLAYEV JONIBEK SHOKIROVICH

INTEGRAL FORMULAS IN THE CLASSICAL DOMAINS AND THEIR APPLICATIONS

01.01.01-Mathematical analysis

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Karshi – 2021

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number № B2019.4.PhD/FM426.

Dissertation has been prepared at National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek, Russian, English (resume)) on the website of Scientific Council (http:qarshidu.uz) and the "ZiyoNet" Information and educational portal (http:www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:	**Khudayberganov Gulmirza** Doctor of physical and mathematical sciences, Professor
Official opponents:	**Imomkulov Sevdiyor Akramovich** Doctor of physical and mathematical sciences
	Otemuratov Bairambay Perdebayevich Doctor of physical and mathematical sciences (DSc)
Leading organization:	**Samarkand State University**

Defense will take place «____» _____________2021 at ____ at the meeting of Scientific Council number PhD.03/30.06.2020.FM.70.04 at Karshi State University. (Address: Kuchabag street, 17, Karshi city, 180103, Uzbekistan. Ph.: (+998 75) 225 34 13, fax: (+998 75) 221 00 56, e-mail: qarshidu@umail.uz). Karshi State University, Faculty of Physics and Mathematics, room 102.

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at Karshi State University (is registered №_____). (Address: Kuchabag street, 17, Karshi city, 180103, Uzbekistan. Ph.: (+998 75) 225 34 13).

Abstract of dissertation sent out on «____» _______________2021 year.
(Mailing report №___________ on «____» _______________2021 year)

B.A. Shoimkulov
Chairman of scientific council on
award of scientific degree,
D.F.M.S., professor

A.A. Imomov
Scientific secretary of scientific
council on award of scientific degree,
Doctor of Physical and mathematical
sciences (DSc), docent

Yu.Kh. Eshkabilov
Chairman of scientific seminar
under scientific council on award of
scientific degree, D.F.M.S., professor

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the research work is to write integral formulas in the future tube $\tau^{+}\left(n-1\right)$ using the biholomorphic equivalence of the Lie ball $\Re_{IV}(n)$ and the domains of the future tube $\tau^{+}\left(n-1\right)$, to obtain estimates for the Bergman kernels for classical domains to obtain the Bergman-Bremermann integral formulas for holomorphic functions in the Cartesian product of classical domains, to study the problems of holomorphic continuation of the function defined on the skeleton or on a part of the skeleton of a matrix ball of the first type associated with classical domains.

The object of the research work. Matrix ball, classical domains, Lie ball, future tube, Cartesian product of classical domains, Bochner-Hua Luogeng integral formula, the holomorphic continuation of functions.

Scientific novelty of the research work is as follows:

the integral formulas of Bergman and Cauchy-Szego were constructed in the future tube $\tau^{+}\left(n-1\right)$;

the "jump" theorem was proved for the integral of Bochner-Hu Luogeng type in the matrix ball from the space $\mathbb{C}^{n}\left[m\times m\right]$;

the theorem about holomorphic continuation of a function defined on a skeleton of a matrix ball was proved;

criteria for holomorphic continuation of functions defined on a part of the skeleton of the matrix ball were obtained;

optimal estimates for the Bergman kernels were obtained for the classical domains $\Re_{I}\left(m,k\right)$, $\Re_{II}\left(m\right)$, $\Re_{III}\left(m\right)$ and $\Re_{IV}\left(n\right)$, using the Bergman kernels in balls from the spaces $\mathbb{C}^{mk}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m+1)}{2}}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m-1)}{2}}$ and $\mathbb{C}^{n}$, respectively;

The Bergman kernel was found for the Cartesian product of the classical domains $\Re_{I}\left(m,k\right)$ and $\Re_{II}\left(m\right)$, and the Bergman-Bremermann integral formula was constructed for the corresponding holomorphic functions.

Implementation of the research results. The scientific results obtained during the dissertation research has applications in the following areas:

The "jump theorem" for the Bochner-Hua Luogeng type integral in a matrix ball of $\mathbb{C}^{n}\left[m\times m\right]$ spaces, i.e. a multidimensional matrix analogue of the Sokhotsky formula was obtained, and the results were used in the project OT-F-4-(37-29) "Functional properties of A(z) analytical functions and their applications. Some tasks of complex analysis in matrix domains" (Reference National University of Uzbekistan named after Mirza Ulugbek dated August 11, 2021). The result made possible to continue holomorphically the function from the skeleton, or from a part of the skeleton to the inner of the matrix ball.

The dependence of the Bergman and Cauchy-Szego kernels described in the research work in the domains $\tau^+\left(n-1\right)$ and the Lie ball $\Re_{IV}\left(n\right)$ was found using a biholomorphic equivalance between these domains, this was used in the project OT-F-4- (37-29) “Functional properties of the A (z) analytical functions and their applications. Some complex analysis problems in matrix domains” (Reference National University of Uzbekistan named after Mirza Ulugbek dated August 11, 2021). As a result, the kernels that found in the dissertation used to obtain integral formulas for holomorphic functions in the future tube $\tau^+\left(n-1\right)$ and the holomorphic continuation of functions in the future tube $\tau^+\left(n-1\right)$.

In the dissertation, based on the estimates of Bergman kernels for homogeneous, bounded and symmetric regions, the Sommer-Mehring theorem was investigated, the results of the study were used in the foreign project No. 18-51-410002 “Mathematical modeling of a thermodynamically consistent mathematical model of two-phase media in the dissipative approximation with cross effects” (2019-2020). (Reference No. 15301 / 12-010, Institute of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences “Calculations of Mathematics and Mathematical Geophysics” dated July 2, 2021). As a result, estimates of Bergman kernels for homogeneous, symmetric, classical E. Cartan domains of four types $\Re_I\left(m,k\right)$, $\Re_{II}\left(m\right)$, $\Re_{III}\left(m\right)$ and $\Re_{IV}\left(n\right)$ was proved using Bergman kernels for the unit balls from $\mathbb{C}^{mk}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m+1)}{2}}$, $\mathbb{C}^{\frac{m(m-1)}{2}}$ and $\mathbb{C}^n$, respectively.

The study of Bremermann's theorem for obtain in the integral formula of the Cartesian product of the classical fields of E. Cartan, used in the foreign project in the foreign project No. 18-51-410002 “Mathematical modeling of a thermodynamically consistent mathematical model of two-phase media in the dissipative approximation with cross effects” (2019-2020). (Reference No. 15301 / 12-010, Institute of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, “Calculations of Mathematics and Mathematical Geophysics” dated July 2, 2021). As a result, was possible to obtain the form of the Bergman kernel for the Cartesian product of homogeneous bounded symmetric classical domains and to prove the Bremermann-Bergman integral for a holomorphic function in these domains;

The structure and volume of the thesis. The thesis consist of an introduction, three chapters, conclusion and bibliography. The volume of the thesis is 86 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (Часть I ; Part I)

1. Khudayberganov G., Abdullayev J.Sh. Relationship between the Kernels Bergman and Cauchy-Szegö in the domains $\tau^{+}\left(n-1\right)$ and $\Re_{IV}^{n}$. // Journal of Siberian Federal University. Mathematics Physics, 13:5, 559-567(2020). (№59. Scopus IF=0.268).
2. Khudayberganov G. Abdullayev J.Sh. About the possibility of holomorphic continuation to the matrix ball of functions defined on a piece of its skeleton. // Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki vol. 31, issue 2 (2021), pp. 296-310. (Scopus IF=0.354).
3. Абдуллаев Ж. Ш. Оценки ядра Бергмана для однородных ограниченных областей. // Бюллетень Института математики, 2020, №6, стр.9-17. (01.00.00; №17).
4. Abdullayev J.Sh. Bergman-Bremermann's integral formula for the Cartesian product of classical domains. // Uzbek Mathematical Journal 2021, Volume 65, Issue 1, pp.17-27. (01.00.00; №6).
5. Rakhmonov U.S., Abdullayev J.Sh., On volumes of matrix ball of third type and generalized Lie balls. // Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki 2019, vol. 29, issue 4, pp. 548-557. (Scopus IF=0.354).
6. Khudayberganov G., Abdullayev J. Sh., The boundary Morera theorem for domain $\tau^{+}\left(n-1\right)$. // Ufimsk. Mat. Zh., 13:3 (2021), pp. 196–210. (Scopus IF=0.362).

II бўлим (Часть 2 ; Part 2)

7. Rahmonov U.S., Abdullayev J.Sh., Klassik sohalarda asosiy masalalar. // Modern problems of mathematics and informatics Fergana 2019, 22–23 – May pp.172–174.
8. Khudayberganov G. Abdullayev J. Sh., About realization of Lie ball. // Республиканская научная конференция «Актуальные проблемы и применения анализа». Каршинский государственный университет, г. Карши, 4–5 октября 2019 г. с. 8–9.
9. Г.Худайберганов, Ж. Ш. Абдуллаев, Об одной реализации шара Ли. // Труды республиканской научно-практической конференции «Статистика и ее применения». Филиал Московского Государственного Университета имени М.В. Ломоносова в городе Ташкенте, 17–18 октября 2019 г. С. 331–334.
10. Рахмонов У.С., Абдуллаев Ж.Ш., Оценка ядра Бергмана для шара Ли. // «Математика, физика ва ахборот технологияларининг долзарб муаммола-

ри» мавзусидаги Республика миқёсидаги онлайн илмий-амалий анжумани, Бухоро, 2020 йил 15 апрель.
11. Г.Худайберганов, Ж. Ш. Абдуллаев, Связь между ядрами Бергмана и Коши-Сеге в областях $\tau^+\left(n-1\right)$ и $\Re^n_{IV}$. // Сборник тезисов научной онлайн-конференции «Современные проблемы математики», Нукус, 20 мая 2020 г.
12. Rakhmonov U. S., J.Sh.Abdullayev, The Bergman kernel estimation of for the Lie ball. // Сборник тезисов научной онлайн-конференции «Современные проблемы математики», Нукус 2020.
13. Г.Худайберганов, Ж. Ш. Абдуллаев. Некоторые свойства матричного шара второго типа. // Международная научная конференция «Комплексный анализ и его приложения», Министерство образования и науки Российской Федерации, Казанский (Приволжский) федеральный университет, Региональный научно-образовательный математический центр КФУ, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского. 24 – 28 августа 2020 г., Казань, Россия.
14. Khudayberganov G. J. Sh.Abdullayev, The Boundary Morera Theorem for Unbounded Realization of the Lie Ball. // Frontier in mathematics and computer science Abstracts of the International Online Conference (October, 12–15, 2020, Tashkent).
15. Rakhmonov U., Abdullayaev J., Kuramboev Kh. The matrix ball second type and volume its skeleton. // Computational models and technologies: Abstracts of the Uzbekistan-Malaysia international online conference, August 24-15, 2020, Tashkent, Uzbekistan
16. Khudayberganov G., Abdullayev J.Sh. About the possibility of holomorphic continuation to the matrix ball of functions defined on a piece of its skeleton. // Материалы международной научно-практической онлайн-конференции «Теории функций одного и многих комплексных переменных», 26-28 ноября 2020 г. Нукус.
17. Abdullayev J.Sh., The Bergman kernel for the Cartesian product of the classical domains. // «Актуальные проблемы стохастического анализа», посвященная 80-летию со дня рождения академика Ш.К.Форманова 20-21 февраля 2021г., Ташкент.

Автореферат «Ўзбекистон математика журнали» таҳририятидан
таҳрирдан ўтказилди (05.11.2021 йил).

Босишга рухсат этилди: 05.11.2021 йил.
Бичими 60x841/16.«Times New Roman»
гарнитурада рақамли босма усулида босилди.
Шартли босма табоғи 2,5. Адади: 70. Буюртма: № 149.

Мирзо Улуғбек номидаги
Ўзбекистон Миллий университети босмахонасида чоп этилди.